МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)
ШКОЛА ЭКОНОМИКИ И МЕНЕДЖМЕНТА

СОГЛАСОВАНО Руководитель ОП _____________ А.А. Кравченко (подпись) (ФИО)	УТВЕРЖДАЮ Зав. кафедрой бизнес-информатики и экономико-математических методов _____________ Ю.Д. Шмидт (подпись) (И.О. Фамилия) «15» января 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математический анализ
Направление подготовки 38.03.01 Экономика
Форма подготовки очная

курс 1 семестр 1,2
лекции 144 час.
практические занятия 144 час.
лабораторные работы 0 час.
в том числе с использованием МАО лек. 0 /пр. 0 /лаб. 0 час.
всего часов аудиторной нагрузки 288 час.
в том числе с использованием МАО 0 час.
самостоятельная работа 144 час.
в том числе на подготовку к экзамену 63 час.
контрольные работы (количество) не предусмотрены
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены
зачет 1 семестр
экзамен 2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 12.08.2020г. № 954.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры бизнес-информатики и экономико-математических методов протокол № 5 от «15» января 2021 г.

Зав. кафедрой бизнес-информатики и экономико-математических методов — д-р. экон. наук, профессор Ю.Д. Шмидт

Составители: канд.физ.-мат. наук, доцент Е.Г. Прилепкина

Владивосток
2021

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____»___________________20____г. № _______

Заведующий кафедрой __________________________ _______________

(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____»___________________20____г. № _______

Заведующий кафедрой __________________________ _______________

(подпись) (И.О. Фамилия)

III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____»___________________20____г. № _______

Заведующий кафедрой __________________________ _______________

(подпись) (И.О. Фамилия)

IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____»___________________20____г. № _______

Заведующий кафедрой __________________________ _______________

(подпись) (И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Математический анализ

Рабочая программа учебной дисциплины «Математический анализ» разработана для студентов 1 курсов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 Экономика.

Дисциплина «Математический анализ» Б1.В.03 входит в блок 1 в «Часть, формируемую участниками образовательных отношений» и является обязательной для студентов. Трудоемкость дисциплины 12 зачетных единиц (432 часа). Дисциплина реализуется на 1 курсе, в 1-2 семестрах. Является дисциплиной части ОП, формируемой участниками образовательных отношений, изучается на 1 курсе изавершается зачетом и экзаменом. Учебным планом предусмотрено проведение лекционных занятий в объеме 144 часов, практических 144 часов, а также выделены часы на самостоятельную работу студента - 144 час (в том числе 63 часов на подготовку к экзамену).

Учебным планом предусмотрен зачет в первом семестре и экзамен во втором.

Основные положение дисциплины «Математический анализ» используются при изучении дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Эконометрика», «Экономический анализ».

Для успешного изучения дисциплины студенты должны иметьподготовку по математике в объеме средней школы. Во втором семестре необходимы базовые знания дисциплины «Линейная алгебра», касающиеся матричной алгебры и исследования знакоопределенности квадратичных форм. Разделы курса: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных, числовые и функциональные ряды. В частности, рассматриваются методы решения задач о безусловных и условных экстремумах, приводятся некоторые приложения математического анализа в задачах экономики. В качестве приложений многомерного анализа рассматривается экономический смысл множителей Лагранжа, исследуются свойства функций спроса по Маршаллу и Хиксу, дается доказательство тождества Роя о связи между косвенной функцией полезности и функцией спроса по Маршаллу. Изучаются свойства выпуклых и однородных функций многих переменных.

Целями изучения дисциплины является приобретение у обучающихся необходимого для осуществления профессиональной деятельности уровня математических компетенций.

Задачами освоения дисциплины являются: развитие логического мышления; повышение уровня математической культуры; овладение современным математическим аппаратом, необходимым для изучения естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин; освоение методов математического моделирования; освоение приемов постановки и решения математических задач.

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции (результат освоения)	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания (результата обучения по дисциплине)
Профессио-нальные компетенции	ПК - 3 Способен решать типовые профессиональные задачи с помощью правил формального анализа, математических приемов.	ПК-3.1 Решает математические задачи из различных областей математики	Знает: теоретические основы, современные методы и инструментарий Математического анализа
			Умеет: использовать методы и инструментарий математического анализа для решения типовых математических задач в профессиональной деятельности.

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Математический анализ» применяются следующие дистанционные образовательные технологии и методы активного обучения: лекции-презентации, «мозговой штурм», работа в малых группах.

Трудоёмкость дисциплины и видов учебных занятий по дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачётных единиц, 432 академических часа).

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Видами учебных занятий и работы обучающегося по дисциплине являются:

Обозначение	Виды учебных занятий и работы обучающегося
Лек	Лекции
Пр	Практические занятия
СР	Самостоятельная работа обучающегося в период теоретического обучения
Контроль	Самостоятельная работа обучающегося и контактная работа обучающегося с преподавателем в период промежуточной аттестации

Структура дисциплины:

Форма обучения – очная.

№	Наименование раздела дисциплины	Семестр	Количество часов по видам учебных занятий и работы обучающегося						Формы промежуточной аттестации
			Лек	Лаб	Пр	ОК	СР	Контроль	
1	Раздел 1. Пределы числовых функций	1	18		18		9		УО-1; ПР-12
2	Раздел 2. Непрерывные числовые функции.	1	6		6		3		УО-1; ПР-12
3	Раздел 3. Дифференцируемые числовые функции	1	16		16		8		УО-1; ПР-12
4	Раздел 4. Пределы векторных функций	1	16		16		8		УО-1; ПР-12
5	Раздел 5. Дифференцируемые векторные функции	1	16		16		8		УО-1; ПР-12
	Итого 1 семестр	180	72		72		36		Зачет

№	Наименование раздела дисциплины	Семестр	Количество часов по видам учебных занятий и работы обучающегося						Формы промежуточной аттестации
			Лек	Лаб	Пр	ОК	СР	Контроль	

1	Раздел 6. Исследование на экстремум функций многих переменных	2	18		18		9	11	УО-1; ПР-12
2	Раздел 7. Неопределенный интеграл	2	12		12		3	11	УО-1; ПР-12
3	Раздел 8. Определенный интеграл	2	10		10		8	11	УО-1; ПР-12
4	Раздел 9. Кратные интегралы	2	16		16		8	11	УО-1; ПР-12
5	Раздел 10. Числовые ряды	2	10		10		8	11	УО-1; ПР-12
6	Раздел 11. Функциональные ряды	2	6		6		9	8	
	Итого 2 семестр	252	72		72		45	63	Экзамен

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

I семестр (72 часа)

Раздел 1. Пределы числовых функций (18 часов).

Некоторые общематематические понятия и обозначения. Множества N, Z , R, Q всех натуральных чисел, всех целых чисел, всех вещественных (действительных) чисел, всех рациональных чисел. Числовая прямая, координаты точек числовой прямой. Отрезки, интервалы, полупрямые и другие промежутки числовой прямой. Длина отрезка числовой прямой с известными координатами крайних точек. Декартово произведение множеств. Евклидово пространство, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента. Геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Расстояние между элементами, понятие окрестности. Внутренние и граничные точки множеств. Ограниченные, открытые, замкнутые множества. Граница множества. Отображения множеств (функции). Композиция отображений. Последовательности как функции на множестве всех натуральных чисел. Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа. Возрастающие, убывающие, не убывающие, не возрастающие на данном промежутке числовой прямой функции. Четные, нечетные, периодические функции. Способы задания отображений. Образы и прообразы множеств при отображениях. Сюръекция, инъекция, биекция. Равномощные множества. Счетные множества. Континуум. Бесконечные множества. Бесконечность счетных множеств.. Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Коньюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний. Необходимые или достаточные условия. Правила построения отрицания для предложений, содержащих символы $\forall$ и $\exists$. Базы множеств. Примеры баз. Финальная ограниченность, финальная положительность и другие свойства функций, выполняющиеся финально по данной базе. Пределы числовых функций по данной базе. Общее определение и его интерпретация для часто встречающихся баз множеств. Бесконечно малые и бесконечно большие функция по данной базе. Простейшие свойства пределов: существование не более одного предела; бесконечная малость суммы двух бесконечно малых функций и произведения финально ограниченной функции на бесконечно малую; пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Теорема о переходе к пределу в неравенствах. Первый замечательный предел. Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Непрерывность множества вещественных чисел. Существование верхней и нижней грани непустого ограниченного множества чисел. Критерий существования предела монотонной ограниченной последовательности (признак Вейерштрасса). Второй замечательный предел. Сравнение предельного поведения функций. Понятия $f = O(g)$ и $f = o(g)$ по базе B. Эквивалентные функции и функции одного порядка. Примеры эквивалентных при $x \to 0$ функций. Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности. Теоремы о замене эквивалентных сомножителей и об отбрасывании сравнительно малых слагаемых. Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты. Предел композиции функций. Эквивалентность $f(\alpha(x)) \sim g(\alpha(x))$ в случае $f(x) \sim g(x)$ при $x \to 0$ и $\lim\alpha(x) = 0$ B , $\alpha(x) \neq 0$ финально по базе B. Сходимость всякой подпоследовательности сходящейся последовательности к тому же пределу. Критерий Коши существования предела для произвольной базы. Секвенциальный критерий существования предела при 0 $x \to x$. Литература: [1], глава 15.

Раздел 2. Непрерывные числовые функции (6 часов).

Определение и примеры. Непрерывность слева, непрерывность справа. Классификация точек разрыва. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывности композиции непрерывных функций. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность элементарных функций. Лемма о вложенных отрезках. Свойства непрерывных на отрезке функций. Локализация корней уравнения $f(x) = 0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для решения неравенств. Понятие обратной функции для данной функции. Критерий существования обратной функции. Теорема о монотонности и непрерывности обратной функции для монотонной и непрерывной функции. Литература: [1], глава 16.

Раздел 3. Дифференцируемые числовые функции (16 часов)

Определение и интерпретация производной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная как абсолютная скорость изменений и эластичность как относительная скорость изменений. Непрерывность дифференцируемых функций. Производная и арифметические операции. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции. Производные основных элементарных функций. Точки возрастания, убывания, локального минимума и локального максимума числовой функции. Интерпретации знака производной как признак точки возрастания или 5 убывания. Необходимое условие экстремума. Обобщенная теорема о среднем значении и её следствия: теоремы Лагранжа и Коши о среднем значении. Признаки монотонности функций. Смена знака производной как достаточное условие экстремума. Правило Лопиталя. Производные высших порядков. Выпуклые и вогнутые функции. Признаки выпуклости или вогнутости. Второе

достаточное условие экстремума. Примерная схема исследования функции для построения её графика. Многочлены Тейлора функции в данной точке. Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Примеры применения формулы Тейлора для вычислений с заданной оценкой погрешности результата. Экстремумы, точки перегиба и производные высших порядков. Доказательство формулы бинома Ньютона с помощью формулы Тейлора. Треугольник Паскаля для биномиальных коэффициентов. Формула Лейбница для производных произведения.
Литература: [1], глава 17.

Раздел 4. Пределы векторных функций (16 часов)
Векторный и координатный способы записи векторных функций. График. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента. Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о пределе композиции функций. Необходимое условие существования предела векторной функции: Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных. Различные определения непрерывности векторных функций. Секвенциальный критерий непрерывности (непрерывность по Гейне). Связь непрерывности векторных функций с непрерывностью их числовых компонентов. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность композиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определения. Замкнутость дополнения открытого множества и открытость дополнения замкнутого множества. Открытость объединения любого семейства и пересечения конечного семейства открытых множеств. Замкнутость пересечения любого семейства и объединения конечного семейства замкнутых множеств. Лемма БольцаноВейерштрасса. Свойства непрерывных на компакте функций. Компактность образа компакта при непрерывном отображении. Теорема Вейерштрасса: непрерывная накомпакте числовая функция многих переменных достигает на нем свои наибольшее и наименьшее значения. Линейно связные множества. Линейная связность множества значений непрерывной на линейно связном множестве функции. Функция полезности U , функция спроса по Маршаллу $x = \xi (p,I)$, косвенная функция полезности $V (p,I) = U(\xi (p,I))$.

Раздел 5. Дифференцируемые векторные функции (16 часов)
Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции. Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Непрерывность элементов матрицы Якоби в некоторой точке

как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали. Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано, с остатком в форме Лагранжа. Формула Тейлора в дифференциалах. Надграфик и подграфик функции. Выпуклые и вогнутые функции как функции с выпуклым надграфиком и подграфиком. Критерий выпуклости или вогнутости функций в форме неравенств. Строго выпуклые и строго вогнутые функции. Выпуклость множеств уровня. Теорема о непрерывности выпуклых функций (без доказательства). Критерий выпуклости или вогнутости для функций класса 1 С и его геометрическая интерпретация.

II семестр

Раздел 6. Исследование на экстремум функций многих переменных (18 часов)

Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Градиент и необходимое условие экстремума. Критические и седловые точки. Второй дифференциал и достаточное условие экстремума или седловой точки. Теорема о неявной функции. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций. Теорема об обратной функции. Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции. Вычисление эластичности неявно заданных функций. Эластичность замещения.Условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей. Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.
Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Теневые цены (shadow price). Свойства косвенной функции полезности. Непрерывная зависимость экстремальных значений полезности от цен и дохода. Свойства функции оптимального спроса по Маршаллу. Тождество Роя. Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций. Свойства функции расходов. Спрос по Хиксу. Уравнение Слуцкого. Функции с постоянной эластичностью замещения (CES-функции).

Раздел 7. Неопределенный интеграл (12 часов)

Определения и простейшие свойства. Примеры функций, первообразные которых существуют, но не выражаются через основные элементарные функции с помощью конечного числа арифметических операций и операций композиции функций. Структура множества первообразных заданной на промежутке функции. Краткая таблица интегралов. Простейшие методы интегрирования. Метод интегрирования по частям. Метод замены переменной. Интегрирование рациональных функций. Возможность любую рациональную функцию $R(x) = P(x)/Q(x)$ единственным образом представить в виде суммы многочлена и правильной рациональной функции с тем же знаменателем . Теорема о разложении правильной рациональной функции в сумму простейших дробей (без доказательства). Интегрирование простейших дробей. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах

Раздел 8. Определенный интеграл (12 часов)

Отмеченные разбиения отрезка числовой прямой. Диаметр разбиения. База $d(T) \to 0$ на множестве всех отмеченных разбиений отрезка. Интегральная сумма функции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Геометрическая и физическая интерпретации интеграла. Определенный интеграл и первообразная. Формула Ньютона — Лейбница. Множества меры нуль. Критерий интегрируемости. Определенный интеграл и арифметические операции. Определенный интеграл как аддитивная функция промежутка интегрирования. Определенный интеграл и неравенства. Интегрально среднее значение функции на отрезке. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Первообразные непрерывной функции. Интегралы, зависящие от параметров. Некоторые приложения определенного интеграла. Теорема об интегральном представлении функций. Площадь криволинейной трапеции. Площади фигуры в полярных координатах. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги графика функции и кривой в полярных координатах. Объем тела как интеграл от площади поперечного сечения. Объем тел вращения. Несобственные интегралы. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Сходимость абсолютно сходящихся интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов в предельной форме.

Раздел 9. Кратные интегралы (16 часов)

Отмеченные разбиения n -мерного промежутка. Диаметр разбиения. Мера промежутка. Кратные интегралы для n -мерного промежутка. Множества меры нуль в n R . Измеримые множества. Интегралы на измеримых множествах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.

Раздел 10. Числовые ряды (10 часов)

Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда. Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Некоторые свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Перестановки слагаемых абсолютно и условно сходящихся рядов. Умножение рядов. Литература: [2], глава 8.

Раздел 11. Функциональные ряды (6 часов)

Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность предела последовательности функций и суммы ряда. Интегрируемость предела последовательности функций и суммы ряда. Дифференцируемость предела последовательности функций (без доказательства) и суммы ряда. Степенные ряды Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля (без доказательства). Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

I семестр

Раздел 1. Пределы числовых функций (18 часов).

Отображения множеств (функции). Композиция отображений. Последовательности как функции на множестве всех натуральных чисел. Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа. Возрастающие, убывающие, не убывающие, не возрастающие на данном промежутке числовой прямой функции. Четные, нечетные, периодические функции. Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Коньюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний. Необходимые или достаточные условия. Правила построения отрицания для предложений, содержащих символы $\forall$ и

$\exists$. Пределы числовых функций по данной базе. Общее определение и его интерпретация для часто встречающихся баз множеств. Бесконечно малые и бесконечно большие функция по данной базе. Первый замечательный предел. Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Второй замечательный предел. Сравнение предельного поведения функций. Понятия $f = O(g)$ и $f = o(g)$ по базе В. Эквивалентные функции и функции одного порядка. Примеры эквивалентных при $x \to 0$ функций. Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности. Теоремы о замене эквивалентных сомножителей и об отбрасывании сравнительно малых слагаемых. Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты. Предел композиции функций.

Раздел 2. Непрерывные числовые функции (6 часов).

Определение и примеры. Непрерывность слева, непрерывность справа. Классификация точек разрыва. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывности композиции непрерывных функций. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность элементарных функций. Лемма о вложенных отрезках. Свойства непрерывных на отрезке функций. Локализация корней уравнения $f(x) = 0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для решения неравенств. Понятие обратной функции для данной функции. Критерий существования обратной функции. Теорема о монотонности и непрерывности обратной функции для монотонной и непрерывной функции.

Раздел 3. Дифференцируемые числовые функции (16 часов)

Определение и интерпретация производной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная как абсолютная скорость изменений и эластичность как относительная скорость изменений. Непрерывность дифференцируемых функций. Производная и арифметические операции. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции. Производные основных элементарных функций. Точки возрастания, убывания, локального минимума и локального максимума числовой функции. Интерпретации знака производной как признак точки возрастания или убывания. Необходимое условие экстремума. Обобщенная теорема о среднем значении и её следствия: теоремы Лагранжа и Коши о среднем значении. Признаки монотонности функций. Смена знака производной как достаточное условие экстремума. Правило Лопиталя. Производные высших порядков. Выпуклые и вогнутые функции. Признаки выпуклости или вогнутости. Второе достаточное условие экстремума. Примерная схема исследования функции для построения её графика. Многочлены Тейлора функции в данной точке. Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Примеры применения формулы Тейлора для вычислений с заданной оценкой погрешности результата. Экстремумы, точки перегиба и производные высших порядков. Формула Лейбница для производных произведения.

Раздел 4. Пределы векторных функций (16 часов)

Векторный и координатный способы записи векторных функций. График. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента. Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о пределе композиции функций. Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных.

Раздел 5. Дифференцируемые векторные функции (16 часов)

Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции. Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Непрерывность элементов матрицы Якоби в некоторой точке как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали. Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования.

II семестр

Раздел 6. Исследование на экстремум функций многих переменных (18 часов)

Формула Тейлора с остатком в форме Пеано, с остатком в форме Лагранжа. Формула Тейлора в дифференциалах. Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Градиент и необходимое условие экстремума. Критические и седловые точки. Второй дифференциал и достаточное условие экстремума или седловой точки. Теорема о неявной функции. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций. Теорема об обратной функции. Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции. Условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей. Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условныхэкстремумов. Некоторые приложения многомерного анализа. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Свойства косвенной функции полезности.

Раздел 7. Неопределенный интеграл (12 часов)

Определения и простейшие свойства. Примеры функций, первообразные которых существуют, но не выражаются через основные элементарные функции с помощью конечного числа арифметических операций и операций композиции функций. Структура множества первообразных заданной на промежутке функции. Краткая таблица интегралов. Простейшие методы интегрирования. Метод интегрирования по частям. Метод замены переменной. Интегрирование рациональных функций. Возможность любую рациональную функцию R(x) = P(x)/Q(x) единственным образом представить в виде суммы многочлена и правильной рациональной функции с тем же знаменателем . Теорема о разложении правильной рациональной функции в сумму простейших дробей (без доказательства). Интегрирование простейших дробей. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах.

Раздел 8. Определенный интеграл (10 часов)

Интегральная сумма функции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Геометрическая и экономическая интерпретации интеграла. Определенный интеграл и первообразная. Формула Ньютона — Лейбница. Определенный интеграл как аддитивная функция промежутка интегрирования. Определенный интеграл и неравенства. Интегрально среднее значение функции на отрезке. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Первообразные непрерывной функции. Интегралы, зависящие от параметров. Некоторые приложения определенного интеграла. Теорема об интегральном представлении функций. Площадь криволинейной трапеции. Площади фигуры в полярных координатах. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги графика функции и кривой в полярных координатах. Объем тела как интеграл от площади поперечного сечения. Объем тел вращения. Несобственные интегралы. Сходимость абсолютно сходящихся интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов в предельной форме. Признаки Абеля и Дирихле

Раздел 9. Кратные интегралы (16 часов)

Сведение двойного интеграла к повторному. Замена порядка интегрирования Замена переменных в кратном интеграле. Двойной интегралв полярных координатах. Интеграл Пуассона.

Раздел 10. Числовые ряды (10 часов)

Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда..

Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.

Раздел 11. Функциональные ряды (6 часов)

Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Степенные ряды Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.

Самостоятельная работа организована следующим образом: изучение теоретического материала, решение типовых задач по каждой теме в форме домашних заданий (ДЗ), подготовка к контрольным работам (КР)

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математический анализ» включает в себя: характеристику заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы; критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Код и наименование индикатора достижения		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел 1,2	ПК 1.4	Знает	Опрос 1	Вопросы к зачету 1-26 (1 семестр), задачи 1-4 зачетной работы
		ПК 1.4	Умеет	ДЗ 1	
		ПК 1.4	Владеет	КР №1	
2	Раздел 3, 4,5	ПК 1.4	Знает	Опрос 2	Вопросы к зачету 27-41 (1 семестр), задачи 5-10 зачетной работы
		ПК 1.4	Умеет	ДЗ 2	
		ПК 1.4	Владеет	КР №2	
3	Раздел 6, 7,8	ПК 1.4	Знает	Опрос 3	Вопросы на экзамен 1-15 (2 семестр), задачи 1-4 экзаменационной
		ПК 1.4	Умеет	ДЗ 3	
		ПК 1.4	Владеет	КР №3	

					работы
4	Раздел 9, 10,11	ПК 1.4	Знает	Опрос 4	Вопросы на экзамен 16-32(2 семестр), задачи 5-10 экзаменационной работы
		ПК 1.4	Умеет	ДЗ 4	
		ПК 1.4	Владеет	КР 4	

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Лобанов С. Г., Бурмистрова Е. Б. Линейная алгебра, дифференциальное исчисление функций одной переменной. М. : Академия, 2010.
2. Бурмистрова Е. Б., Лобанов С. Г. Математический анализ и дифференциальные уравнения. М. : Академия, 2010.
3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. М.: Физматлит, 2015. 444 с.
4. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ М.: Физматлит, 2010. 424 с.
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: физматлит. Том 1, 2010. 496 с.
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. М.: физматлит. Том 2, 2009. 504 с.
7. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных. М.: физматлит. Том 3, 2003. 472 с.
8. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов. М.: Астрель, 2010. 558 с.
9. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу: учебник для вузов по направлениям и специальностям физико-математического профиля. М.: Дрофа, 2003. 639 с.

Дополнительная литература

1. Письменный Д.Т., Конспект лекций по высшей математике: полный курс. М.: Айрис-пресс, 2011. 603 стр.
2. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ: учебник для бакалавров вузов с углубленным изучением математического анализа и для специалистов механико-математических факультетов университетов. М.: Юрайт, 2015. 665 с.

3. В.Ф. Бутузов, Н.Ч. Крутицкая, Г.Н. Медведев, А.А. Шишкин. Математический анализ в вопросах и задачах. М.: Высшая школа, 1993. 480 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. mathportal.net – образовательный математический сайт создан для помощи студентам.
2. exponenta.ru – образовательный математический сайт для студентов (задачи с решениями, справочная информация по математике).
3. stu.sernam.ru – научная библиотека служит для получения быстрого и удобного доступа к информации естественно-научных изданий.
4. znanium.com – электронно-библиотечная система, содержит полные тексты учебников и учебных пособий.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные занятия

В рамках реализации учебной дисциплины «Математический анализ» предусмотрены учебные занятия двух типов: лекции и практические занятия. Посещение учебных занятий является необходимым для успешного освоения дисциплины. На учебных занятиях студенту необходимо вести конспект в любой удобной для него форме. Рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий в отдельных тетрадях.

Самостоятельная работа

Самостоятельная работа организована следующим образом: изучение теоретического материала, решение типовых задач по каждой теме в форме домашних заданий (ДЗ), подготовка к контрольным работам (КР), подготовка к зачету и к экзамену.

Первым этапом изучения отдельных тем дисциплины является изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебной литературе. В разделе IV настоящей рабочей учебной программы приведен перечень учебников и учебных пособий, рекомендуемых для изучения студентами в рамках самостоятельной работы. При работе с конспектом и литературой важно начать с базовой теоретической подготовки, внимательно и вдумчиво изучив основные понятия рассматриваемого раздела. Далее необходимо разобрать решение типовых задач, рассмотренных на практических занятиях и приведенных в задачниках.

Следующим этапом самостоятельной работы студента является выполнение домашнего задания, соответствующего изученной теме. Данная форма самостоятельной работы контролируется преподавателем.

Подготовка к контрольным работам по разделу дисциплины состоит в систематизации полученных знаний и умений, повторяя основные теоретические вопросы, методы решения задач. Данная форма самостоятельной работы контролируется преподавателем.

Промежуточная аттестация

Подготовка к промежуточной аттестации осуществляется в форме самостоятельной работы, описанной в предыдущем разделе, но затрагивает весь материал учебного семестра. При подготовке к экзамену стоит обратить внимание на тренировку способности устного изложения теоретического материала курса. К зачету отдельной подготовки не требуется, так как он будет выставляться по результатам сданных контрольных работ и домашних заданий, а это часть самостоятельной работы описана выше.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L 502. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Помещение укомплектовано специализированной учебной мебелью (посадочных мест – 30) Оборудование: ЖК-панель 47", FullHD, LGM4716 CCBA – 1 шт. Доска аудиторная.	ПЕРЕЧЕНЬ ПО
690922, Приморский край, г.Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корп. А (Лит. П), Этаж 10, каб.А1017. Аудитория для самостоятельной работы	Оборудование: Моноблок LenovoC360G-i34164G500UDK – 15 шт. Интегрированный сенсорный дисплей PolymediaFlipBox - 1 шт. Копир-принтер-цветной сканер в e-mail с 4 лотками XeroxWorkCentre 5330 (WC5330C – 1 шт.)	ПЕРЕЧЕНЬ ПО

Для проведения учебных занятий по дисциплине, а также для организации самостоятельной работы студентам доступно следующее лабораторное оборудование и специализированные кабинеты, соответствующие действующим санитарным и противопожарным нормам, а также требованиям техники безопасности при проведении учебных и научно-производственных работ.

В целях обеспечения специальных условий обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в ДВФУ все здания оборудованы пандусами, лифтами, подъемниками, специализированными местами, оснащенными туалетными комнатами, табличками информационнонавигационной поддержки.

VIII. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Методические материалы для текущей аттестации и критерии ее оценивания

Реализация дисциплины «Математический анализ » предусматривает следующие виды учебной работы: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студентов, текущий контроль и промежуточную аттестацию. Освоение курса дисциплины «Математический анализ» предполагает рейтинговую систему оценки знаний студентов и предусматривает со стороны преподавателя текущий контроль за посещением студентами лекций, подготовкой и выполнением всех практических заданий, выполнением всех видов самостоятельной работы. Промежуточной аттестацией по дисциплине является зачет в первом семестре и экзамен во втором семестре, которые проводятся в видеписьменной контрольной работы. В течение каждого учебного семестра обучающимся нужно: освоить теоретический материал (максимум 20 баллов); своевременно и успешно выполнить все виды самостоятельной работы, выполнить аудиторные и контрольные задания (максимум 60 баллов); выполнить экзаменационную (зачетную) контрольную работу (20 баллов). Студент считается аттестованным по дисциплине «Математический анализ» при условии выполнения всех видов текущего контроля и самостоятельной работы, предусмотренных учебной программой.

В учебном семестре по каждому разделу дисциплины текущая аттестация проводится в форме усного опроса (У0-1), домашних заданий(ПР- 12) и контрольных работ (ПР-12).

Устный опрос позволяет оценить знания и кругозор студента, умение логически построить ответ, владение монологической речью и иные коммуникативные навыки.

Обучающая функция состоит в выявлении деталей, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными в ходе учебных занятий и при подготовке к зачёту.

Собеседование (УО-1) – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

ДЗ задаются после каждого практического занятия из сборников задач, перечисленных в основных источниках под номерами 5-8. Выполнение ДЗ осуществляется студентом самостоятельно вне часов аудиторных занятий . Задания выполняются аккуратным и разборчивым почерком с подробным решением, ответ указывается в конце задания. ДЗ оценивается преподавателем по системе «сдал», «не сдал». В зависимости от допущенных ошибок выполненные работы могут быть направлены на доработку, минимально допустимой оценкой по ДЗ является оценка «сдал».

Выполнение контрольной работы осуществляется студентом самостоятельно в часы практических занятий. Каждая контрольная работа рассчитана на 90 минут. Данная форма самостоятельной работы контролируется преподавателем. Требования к ее оформлению такие же, как и для ДЗ.

Контрольная работа № 1 предназначена для проверки качества освоения студентами следующих компонентов курса:

Пределы числовых функций. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Сравнение предельного поведения функций. Понятия f = O(g) и f = o(g) по базе B. Эквивалентные функции и функции одного порядка. Примеры эквивалентных при $x \to 0$ функций. Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности. Замена эквивалентных сомножителей и об отбрасывание сравнительно малых слагаемых. Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты. Непрерывные числовые функции Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных на отрезке функций.

Контрольная работа № 2 предназначена для проверки качества освоения студентами следующих компонентов курса:

Дифференцируемые числовые функции. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная и арифметические операции. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции. Производные основных элементарных функций. Точки возрастания, убывания, локального минимума и локального максимума числовой функции. Интерпретации знака производной как признак точки возрастания или убывания. Необходимое условие экстремума. Признаки монотонности функций. Смена знака производной как достаточное условие экстремума. Правило Лопиталя. Производные высших порядков. Выпуклые и вогнутые функции. Признаки выпуклости или вогнутости. Второе достаточное условие экстремума. Примерная схема исследования функции для построения её графика. Многочлены Тейлора функции в даннойточке. Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Экстремумы, точки перегиба и производные высших порядков. Формула Лейбница для производных произведения.

Пределы векторных функций. Внутренние и граничные точки множеств Ограниченные, открытые, замкнутые множества. Граница множества. Метод интервалов для систем неравенств относительно двух переменных. Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных. Непрерывные векторные функции. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определенияМножество значений непрерывной числовой функции на линейно связном компакте. 3. Дифференцируемые векторные функции Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции. Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Непрерывность элементов матрицы Якоби в некоторой точке как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано, с остатком в форме Лагранжа. Теорема о неявной функции. Второй дифференциал функции многих переменных.

Контрольная работа № 3 предназначена для проверки качества освоения студентами следующих компонентов курса:
Безусловные и условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей. Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Простейшие методы интегрирования. Метод интегрирования по частям . Метод замены переменной. Интегрирование рациональных функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегралы R(sin x,cos x)dx ∫ функций, рационально зависящих от sin x и cos x . Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах типа R(x ax + bx + c)dx ∫

Контрольная работа № 4 предназначена для проверки качества освоения студентами следующих компонентов курса:
Кратные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Числовые ряды Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда..Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Функциональные ряды 3Область сходимости функционального ряда. Радиус и область сходимости степенного ряда. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Интегрирование простейших иррациональных функций. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.

Примерные варианты КР приведены ниже.

Вариант контрольной работы № 1.

1. Определить ОДЗ функции $y = \arccos\frac{2x}{3x-1}$.

2. Дана последовательность $f(n) = \frac{1+n}{1-n}$. Исследовать ее на монотонность и ограниченность.

3. Найти пределы:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{6n^4-n+5}{2n^4+5n-1}\right)^{n!};\ \lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^4+2n}-n^2)n^2}{3n+4};\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{6n^5+n^2-4}{6n^5+n+1}\right)^{2n};\ \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3-6n+9}-n\right).$$

4. Найти пределы функций:

$$\lim_{x\to\infty}(3x+1)\sin\frac{5}{x+1};\ \lim_{x\to 0}\frac{3^{\frac{1}{x}}-1}{4^{\frac{1}{x}}-1};\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+x+1}{x^2+1}\right)^{3x+1};\ \lim_{x\to 1}\frac{5^{x}+5}{(x^2-1)\ln 5}$$

5. Исследовать на непрерывность функции:

а) $f_1(x) = \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} + \operatorname{arctg}\frac{2}{x}$; б) $f_2(x) = \begin{cases} x+3 & x<0 \\ \frac{x^2-9}{x-1} & \\ x^2-4 & x>0 \end{cases}$

Вариант контрольной работы № 2.

1. Найти производные функций

$$y = \cos^a\left(3^{\sqrt[3]{2x-4x^3+b}}\right),\ a,b\in R;\ y = e^{\operatorname{arctg}\left(4^x x\right)}\cdot\sin\left(5^{x^5}\right);\ y = \left(\arcsin(-x)\right)^{\ln\left(x^5\right)}.$$

2. Найти производную $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции $\begin{cases} x = 5t^4/e^t \\ y = 4t^5 \end{cases}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$f(x) = \frac{x+6}{x^2+13}$ на $[-5;5]$

4. Найти для функции $f(x) = \ln\ln x$ промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба.

$\sqrt{y^2+z^2}$ 0

5. Найти: $f_x'(M_0), f_y'(M_0), f_z'(M_0)$, если $f(x, y, z) = \quad x \quad$, $M\ (1,0,1)$.

6. Записать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4x = 20$ в точке $M_0(2,1,-1)$

7. Проверить, что функция $u = y\sqrt{\frac{y}{x}}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Вариант контрольной работы № 3.

1. Найти экстремум функции $z = (x-1)^2 - 2y^2$.
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - x - 2y$ в области $D = \{(x, y):\ 0 \le x \le y,\ 0 \le y \le 3\}$.
3. Найти $\int x^3\cos(x^2)dx$ (на выбор $\int \cos^{22}(3x)\sin^3(6x)dx$ $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}}dx$ $\int \frac{x-3}{x^3-3x^2+2x}dx$ $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-8}}dx$ $\int \frac{x^4-3x}{x^2-3x+2}dx$)
4. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-5}^{0} \frac{dx}{x+5}$ или установить его расходимость.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.
6. Определить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = 3\sin x$, $y = \sin x$ и $0 \le x \le \pi$.

Вариант контрольной работы № 4.

1. Вычислить двойные интегралы, $\iint_D sgn(x + y - 2)dxdy$, где область интегрование это круг с центром в нуле радиуса 4
2. Расставить пределы интегрирования в интеграле $\iint_D f(x; y)dxdy$, если D- это треугольник с вершинами (0;0), (2;1), (4;0). Поменять порядок интегрирования
3. Исследовать на сходимость: $\sum^{\infty} \arcsin^n \frac{n+3}{2n+5}$, $\frac{3}{\sqrt{1\cdot 2}} + \frac{5}{\sqrt{2\cdot 2^2}} + \frac{7}{\sqrt{3\cdot 2^3}} + \ldots$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\ln(n+5)\ln\ln 5}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$.
4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

$\sum_{n=1}^{\infty}$

$(-1)^n \sin^n \dfrac{\pi}{2n}$.

5. Найти область сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot (x-3)^n}{(2n+9)^5 \cdot (x+2)^{2n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \lg^n x .$$

6. Представить решение д. у. в виде ряда: $y' = x^2 + e^y$, $y(0) = 0$.

Критерии оценки контрольных работ

Оценка (максимум 15 баллов)	**Требования**
6-15 баллов «зачтено»	Студент выполнил контрольно-расчетную работу в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности этапов проведения работы. Допускаются арифметические ошибки, не нарушающие логику решения задачи
0-5 баллов «не зачтено»	Студент выполнил работу не полностью, объём выполненной части менее 60 процентов заданий, в ходе работы допущены грубые ошибки, которые студент не может исправить. Контрольно-расчетная работа не выполнена.

Устный опрос (максимум за работу 15 баллов)

Критерии оценки уровня сформированности компетенций по результатам проведения опроса (УО-1)

- оценка «12-15 баллов»: обучающийся дал полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, проявил совокупность осознанных знаний об объекте, доказательно раскрыл основные положения темы. В ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, явлений. Обучающийся подкрепляет теоретический ответ практическими примерами. Ответ сформулирован научным языком, обоснована авторская позиция обучающегося. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа или с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. Обучающимся продемонстрирован высокий уровень владения компетенцией(-ями);

- оценка «9-12 баллов»: обучающимся дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, проявлено умение выделять существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, но есть недочеты в формулировании понятий, решении задач. При ответах на дополнительные вопросы допущены незначительные ошибки. Обучающимся продемонстрирован повышенный уровень владения компетенцией(-ями);

- оценка «5-8 баллов»: обучающимся дан неполный ответ на вопрос, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, нарушена логика ответа, не сделаны выводы. Речевое оформление требует коррекции. Обучающийся испытывает затруднение при ответе на дополнительные вопросы. Обучающимся продемонстрирован базовый уровень владения компетенцией(-ями);

- **оценка «0-4 балла»:** обучающийся испытывает значительные трудности в ответе на вопрос, допускает существенные ошибки, не владеет терминологией, не знает основных понятий, не может ответить на «наводящие» вопросы преподавателя. Обучающимся продемонстрирован низкий уровень владения компетенцией(-ями).

Вопросы к опросам.

Опрос 1.

1. Определение операций над множествами (объединение, пересечение, дополнение, разность). Определение счетного множества, декартова произведения.
2. Доказать, что объединение счетного числа счетных множеств счетно. Доказать, что множество рациональных чисел счетно. Доказать бином Ньютона.
3. Определение функции, области значения и области определения. Определение инъекции, сюръекции и биекции. Определение образа и прообраза.
4. Определение числовой последовательности, ограниченной последовательности.
5. Определение предела последовательности, бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Доказать, что последовательность $(-1)^n$ расходится. Теорема о единственности предела последовательности.
6. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного последовательностей. Теорема о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.
7. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Теорема о произведении бесконечно малой на ограниченную. Доказать, что последовательность $\left\{(1+1/n)^n\right\}$ сходится.
8. Определение предела функции по Коши и по Гейне при $x \to x_0$. Доказать, что предела у функции $\sin\frac{1}{x}$ при $x \to 0$ не существует. Определение предела функции при $x \to \infty$. Определение бесконечно малой и большой функции.
9. Теорема о предельном переходе в неравенствах для функций. Теорема об арифметических операциях над функциями, имеющими предел. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой функции.
10. Первый и второй замечательные пределы. Определение эквивалентных бесконечно малых функций и «о-малого». Теорема о замене в пределе на эквивалентные бесконечно малые.
11. Определение односторонних пределов функции. Определение сложной функции. Определение непрерывности функции в точке. Определение непрерывности функции в точке слева и справа, непрерывности функции в интервале и на отрезке. Теорема о связи непрерывности функции в точке слева и справа с непрерывностью функции в точке.
12. Определение точки разрыва и их классификация. Теорема о непрерывности суммы, произведения, частного функций. Теорема о

непрерывности сложной функции.

13. Определение элементарной функции и теорема об их непрерывности. Доказать, что функция $y = \sin x$ непрерывна на всей числовой прямой.
14. Глобальные свойства непрерывных функций: теорема Больцана-Коши и Вейерштрасса. Теорема о предельном переходе в сложной функции, если внешняя функция непрерывна. Определение обратной функции. Определение монотонной и строго монотонной функции. Теорема о непрерывности обратной функции.
15. Определение производной. Определение правой и левой производной. Определение дифференцируемой функции. Теорема о связи непрерывности и дифференцируемости.
16. Правила дифференцирования. Теорема о производной сложной функции.
17. Теоремы Ролля, Коши, Лагранжа.
18. 1-ое правило Лопиталя для бесконечно малых функций при x→a-0. 2-ое правило Лопиталя для бесконечно больших функций при x→a-0.
19. Определение дифференциала и свойство инвариантности.
20. Определение производной второго порядка и высших. Формулы дифференциалов 2-го и более высокого порядка.
21. Определение функции, заданной параметрически и формулы вычисления их производных.
22. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
23. Необходимый признак монотонности. Достаточный признакмонотонности.
24. Определение точек экстремума. Необходимый признак экстремума. Достаточные признаки экстремума.
25. Определение выпуклости вверх, вниз, точки перегиба. Достаточный признак нахождения интервалов выпуклости вверх, вниз. Достаточный признак нахождения точек перегиба.
26. Определение наклонной асимптоты. Критерий нахождения коэффициентов в уравнении наклонной асимптоты. Определение вертикальной асимптоты.

Опрос 2.

1. Определения: функции двух переменных, n-мерного евклидового пространства, евклидовой метрики, ε - окрестности, открытого множества, связного множества, последовательности и ее предела.
2. Определение предела функции нескольких переменных по одной переменной и по совокупности, предел функции по направлению вектора.
3. Непрерывность функции нескольких переменных по переменной и по совокупности переменных.
4. Определение частных производных. Связь существования у функции всех частных производных в точке с непрерывностью функции в точке.
5. Определение дифференцируемости функции нескольких переменных
6. Дифференциал функции в точке.
7. Условие дифференцируемости функции в точке.

8. Достаточное и необходимое условия дифференцируемости функции в точке.
9. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
10. Геометрический смысл частных производных и дифференциала.
11. Касательная плоскость, уравнение нормали к поверхности.
12. Производная по направлению.
13. Градиент.
14. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
15. Частные производные функции, заданной неявно. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Опрос 3.

1. Экстремум функции нескольких переменных. Определение. Необходимое условие экстремума. Критические точки. Достаточные условия локального экстремума функции нескольких переменных.
2. Принцип множителей. Лагранжа. Достаточные условия условного экстремума. Окаймленный гессиан.
3. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.
4. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.
5. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.
6. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.
7. Определение первообразной и неопределенного интеграла. Теорема о множестве всех первообразных. Свойства неопределенного интеграла.
8. Формула замены переменной в неопределенном интеграле и интегрирования по частям.
9. Определения разбиения, интегральной суммы Римана, определенного интеграла.
10. Теорема об интегрируемости непрерывной и «почти» непрерывной функции.
11. Свойства определенного интеграла, аддитивность интеграла.
12. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о непрерывности.
Теорема о дифференцируемости.
13. Формула Ньютона-Лейбница. Формула замены переменной в определенном интеграле.
14. Формулы вычисления площадей в прямоугольных и полярных координатах на плоскости (с выводами). Формулы вычисления объемов
15. Определение несобственных интегралов первого и второго рода. Признаки сравнения.

Опрос 4.

1. Двойной интеграл. Определение, интегрируемость, свойства. Вычисление кратных интегралов.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Двойной интеграл в полярных координатах.
4. Тройной интеграл. Пример вычисления.
5. Определение числового ряда, его суммы. Необходимое условие сходимости числового ряда, сходимость линейной комбинации сходящихся рядов.
6. Остаток ряда. Сходимость остатка ряда сходящегося ряда.
7. Интегральный и радикальный признак Коши сходимости положительного числового ряда.
8. Признаки сравнения и признак Даламбера для него.
9. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.
10. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Критерий Коши абсолютной сходимости, свойства абсолютно сходящихся рядов.
11. Теорема Римана.
12. Преобразование Абеля.
13. Признак Дирихле и Абеля сходимости числового ряда.
14. Функциональные последовательности и ряды (определение, сходящиеся последовательности, сумма ряда).
15. Определение степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда и формулы для его вычисления. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда.
16. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в ряд Тейлора. Сходимость ряда Тейлора. З
17. Записи остаточного члена. Достаточное условие разложимости функций в ряд Тейлора.
18. Основные разложения элементарных функций в степенные ряды.

Методические материалы для промежуточной аттестации и критерии ее оценивания

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной. Учебным планом по дисциплине в 1 семестре предусмотрен зачет и во 2 семестре экзамен.

Освоение курса дисциплины «Математический анализ» предполагает рейтинговую систему оценки знаний студентов и предусматривает со стороны преподавателя текущий контроль за посещением студентами лекций, подготовкой и выполнением всех практических заданий, выполнением всех видов самостоятельной работы. Промежуточной аттестацией по дисциплине является зачет в первом семестре и экзамен во втором семестре, которые проводятся в виде письменной контрольной работы. В течение каждого учебного семестра обучающимся нужно: освоить теоретический материал (максимум 20 баллов); своевременно и успешно выполнить все виды самостоятельной работы, выполнить аудиторные и контрольные задания (максимум 60 баллов); выполнить экзаменационную (зачетную) контрольную работу (20 баллов). Студент считается аттестованным по дисциплине «Математический анализ» при условии выполнения всех видов текущего контроля и самостоятельной работы, предусмотренных учебной программой.

Критерии оценки по дисциплине «Математический анализ » для аттестации на зачете следующие:61-100 баллов – «зачтено», 60 и менее баллов – «незачтено».

Критерии оценки по дисциплине «Математический анализ » для аттестации на экзамене следующие: 86-100 баллов – «отлично», 76-85 баллов – «хорошо», 61-75 баллов – «удовлетворительно», 60 и менее баллов – «неудовлетворительно».

В 1 и 2 семестрах результаты текущего контроля успеваемости являются критериями для допуска студента к промежуточной аттестации (экзамену) по дисциплине. Если в течение учебного семестра студент не выполнил минимальные требования (выполнение 80 % ДЗ и всех КР не менее, чем на «3») для допуска к промежуточной аттестации, то ему необходимо согласовать с ведущим преподавателем время для выполнения указанныхтребований для допуска на экзамен.

Зачет и экзамен проводятся в письменной форме. Зачетная и экзаменационные работы рассчитаны на 120 минут и максимальная оценка за каждую работу – 20 баллов.

Список вопросов для подготовки к зачету

1. Определение операций над множествами (объединение, пересечение, дополнение, разность). Определение счетного множества, декартова произведения.
2. Доказать, что объединение счетного числа счетных множеств счетно. Доказать, что множество рациональных чисел счетно. Доказать бином Ньютона.
3. Определение функции, области значения и области определения. Определение инъекции, сюръекции и биекции. Определение образа и прообраза.
4. Определение числовой последовательности, ограниченной последовательности.

5. Определение предела последовательности, бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Доказать, что последовательность $(-1)^n$ расходится. Теорема о единственности предела последовательности.
6. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного последовательностей. Теорема о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.
7. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Теорема о произведении бесконечно малой на ограниченную. Доказать, что последовательность $\left\{\left(1+1/n\right)^n\right\}$ сходится.
8. Определение предела функции по Коши и по Гейне при $x \to x_0$. Доказать, что предела у функции $\sin\frac{1}{x}$ при $x \to 0$ не существует. Определение предела функции при $x \to \infty$. Определение бесконечно малой и большой функции.
9. Теорема о предельном переходе в неравенствах для функций. Теорема об арифметических операциях над функциями, имеющими предел. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой функции.
10. Первый и второй замечательные пределы. Определение эквивалентных бесконечно малых функций и «о-малого». Теорема о замене в пределе на эквивалентные бесконечно малые.
11. Определение односторонних пределов функции. Определение сложной функции. Определение непрерывности функции в точке. Определение непрерывности функции в точке слева и справа, непрерывности функции в интервале и на отрезке. Теорема о связи непрерывности функции в точке слева и справа с непрерывностью функции в точке.
12. Определение точки разрыва и их классификация. Теорема о непрерывности суммы, произведения, частного функций. Теорема о непрерывности сложной функции.
13. Определение элементарной функции и теорема об их непрерывности. Доказать, что функция $y = \sin x$ непрерывна на всей числовой прямой.
14. Глобальные свойства непрерывных функций: теорема Больцана-Коши и Вейерштрасса. Теорема о предельном переходе в сложной функции, если внешняя функция непрерывна. Определение обратной функции. Определение монотонной и строго монотонной функции. Теорема о непрерывности обратной функции.
15. Определение производной. Определение правой и левой производной. Определение дифференцируемой функции. Теорема о связи непрерывности и дифференцируемости.
16. Правила дифференцирования. Теорема о производной сложной функции.
17. Теоремы Ролля, Коши, Лагранжа.
18. 1-ое правило Лопиталя для бесконечно малых функций при x→a-0. 2-ое правило Лопиталя для бесконечно больших функций при x→a-0.
19. Определение дифференциала и свойство инвариантности.
20. Определение производной второго порядка и высших. Формулы дифференциалов 2-го и более высокого порядка.

21. Определение функции, заданной параметрически и формулы вычисления их производных.
22. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
23. Необходимый признак монотонности. Достаточный признакмонотонности.
24. Определение точек экстремума. Необходимый признак экстремума. Достаточные признаки экстремума.
25. Определение выпуклости вверх, вниз, точки перегиба. Достаточный признак нахождения интервалов выпуклости вверх, вниз. Достаточный признак нахождения точек перегиба.
26. Определение наклонной асимптоты. Критерий нахождения коэффициентов в уравнении наклонной асимптоты. Определение вертикальной асимптоты.
27. Определения: функции двух переменных, n-мерного евклидового пространства, евклидовой метрики, ε - окрестности, открытого множества, связного множества, последовательности и ее предела.
28. Определение предела функции нескольких переменных по одной переменной и по совокупности, предел функции по направлению вектора.
29. Непрерывность функции нескольких переменных по переменной и по совокупности переменных.
30. Определение частных производных. Связь существования у функции всех частных производных в точке с непрерывностью функции в точке.
31. Определение дифференцируемости функции нескольких переменных
32. Дифференциал функции в точке.
33. Условие дифференцируемости функции в точке.
34. Достаточное и необходимое условия дифференцируемости функции в точке.
35. Дифференцируемость сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
36. Геометрический смысл частных производных и дифференциала.
37. Касательная плоскость, уравнение нормали к поверхности.
38. Производная по направлению.
39. Градиент.
40. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
41. Частные производные функции, заданной неявно. Теорема о равенстве смешанных производных. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Список вопросов для подготовки к экзамену

1. Экстремум функции нескольких переменных. Определение. Необходимое условие экстремума. Критические точки. Достаточные условия локального экстремума функции нескольких переменных.
2. Принцип множителей. Лагранжа. Достаточные условия условного экстремума. Окаймленный гессиан.

3. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.
4. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.
5. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.
6. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.
7. Определение первообразной и неопределенного интеграла. Теорема о множестве всех первообразных. Свойства неопределенного интеграла.
8. Формула замены переменной в неопределенном интеграле и интегрирования по частям.
9. Определения разбиения, интегральной суммы Римана, определенного интеграла.
10. Теорема об интегрируемости непрерывной и «почти» непрерывной функции.
11. Свойства определенного интеграла, аддитивность интеграла.
12. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о непрерывности.
Теорема о дифференцируемости.
13. Формула Ньютона-Лейбница. Формула замены переменной в определенном интеграле.
14. Формулы вычисления площадей в прямоугольных и полярных координатах на плоскости (с выводами). Формулы вычисления объемов
15. Определение несобственных интегралов первого и второго рода. Признаки сравнения.
16. Двойной интеграл. Определение, интегрируемость, свойства. Вычисление кратных интегралов.
17. Замена переменных в двойном интеграле.
18. Двойной интеграл в полярных координатах.
19. Определение числового ряда, его суммы. Необходимое условие сходимости числового ряда, сходимость линейной комбинации сходящихся рядов.
20. Остаток ряда. Сходимость остатка ряда сходящегося ряда.
21. Интегральный и радикальный признак Коши сходимости положительного числового ряда.
22. Признаки сравнения и признак Даламбера для него.
23. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.
24. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Критерий Коши абсолютной сходимости, свойства абсолютно сходящихся рядов.
25. Теорема Римана.
26. Преобразование Абеля.
27. Признак Дирихле и Абеля сходимости числового ряда.
28. Функциональные последовательности и ряды (определение, сходящиеся последовательности, сумма ряда).
29. Определение степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда и формулы для его вычисления. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда.

30. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в ряд Тейлора. Сходимость ряда Тейлора.
31. Записи остаточного члена. Достаточное условие разложимости функцийв ряд Тейлора.
32. Основные разложения элементарных функций в степенные ряды.

Пример зачетной работы (1 семестр)

Вычислите пределы

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+1}{3n-1}\right)^{2n+3}$

3. Найдите все асимптоты графика функции $f(x)=x\sqrt{\frac{x}{x+4}}$.

4. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $ax^4-e^x=0$ имеет два решения.

5. Найдите все точки, в которых градиент функции $z=\ln\left(x+\dfrac{1}{y}\right)$ равен $2\boldsymbol{i}-\frac{1}{2}\boldsymbol{j}$.

6. Найдите все точки поверхности с уравнением $xy+z^2+xz=5$, касательная плоскость в которых параллельна плоскости с уравнением $x-y+2z=0$.

7. Существует ли дифференцируемое отображение, обратное для отображения $f:(x,y,z)\mapsto(u,v,w)$; $u=\ln\dfrac{x}{y}$, $v=\operatorname{arctg}\dfrac{z}{x}$, $w=yz$ в окрестности точки $(x,y,z)=(1,2,-1)$?

8. Является ли функция $z(x,y)$, заданная неявно уравнением $2x^2+y^2+z^2-2xz-4z-3=0$ и условием $z(-1,1)=2$, выпуклой в окрестности точки $M_0(-1,1)$?

9. Исследовать на экстремум функцию $z=e^{2x}(x+y^2+2y)$.

10. Найдите все экстремальные значения дифференцируемых функций $z(x,y)$, заданных неявно уравнением $2z^3+2xz+{}$ $+y^2+x^2-1=0$.

Критерии оценки экзаменационной (зачетной) работы

Оценка (максимум 20 баллов)	Требования
6-20 баллов «зачтено»	Студент выполнил контрольно-расчетную работу в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности этапов проведения работы. Объём выполненной части не менее 60 процентов заданий Допускаются арифметические ошибки, не нарушающие логику решения задачи
0-5 баллов «не зачтено»	Студент выполнил работу не полностью, объём выполненной части менее 60 процентов заданий, в ходе работы допущены грубые ошибки, которые студент не может исправить. Контрольно-расчетная работа не выполнена.

Пример экзаменационной работы (2 семестр)

1. Найдите интеграл $\int\limits_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4}\,dx$.

2. Найдите размеры прямоугольной картонной коробки без крышки, которая среди таких коробок объемом 32 имеет наименьшую полную поверхность.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \ln(x+2)$, $y = 2\ln x$, $y = 0$.

4. Укажите множество значений функции $f(x,y,z) = x+y+z$ на множестве $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \le z \le 1\}$.

5. Найдите массу пластинки плотности $\mu = y+1$, ограниченной линиями: $y = 3x, y = x, 2x+y = 15$.

6. Исследуйте сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

7. Какова область сходимости функционального ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$?

8. Вычислите предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int\limits_0^1 \sqrt{n^2x^4+1}\,dx$.

9. Исследуйте сходимость несобственного интеграла $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^3}}$.

10. Теорема Эйлера об однородных функциях