



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

филиал федерального государственного автономного образовательного  
учреждения высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет» в г. Уссурийске

(Школа педагогики)

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОП

Горностаева Т.Н.

(подпись)

(Ф.И.О. рук. ОП)

«11» декабря 2019 г.



Согласовано

Заведующий кафедрой математики, физики и методики преподавания

Синько В.Г.

(подпись)

(Ф.И.О.)

«11» декабря 2019 г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Геометрия

Направление подготовки 44.03.05 Педагогического образование

(Математика и информатика)

Форма подготовки очная

курс 1,2,3 семестр 1,2,3,4

лекции 108 час.

практические занятия 144 час.

лабораторные работы не предусмотрены

в том числе с использованием МАО лек 34 час. /пр. 44 час.

всего часов аудиторной нагрузки 252 час.

в том числе с использованием МАО 78 час.

самостоятельная работа 288 час.

в том числе на подготовку к экзамену 72 час.

контрольные работы (количество) 3

курсовая работа не предусмотрена

зачет 2,3 семестр

экзамены 1,4 семестры

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. № 125.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики, физики и методики преподавания протокол № 4 от «11» декабря 2019 г.

Заведующий кафедрой канд. физ.-мат. наук, доцент

Синько В.Г.

Составитель старший преподаватель

Танкевич Л.М.

Уссурийск

2019

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## 1. Цели освоения дисциплины:

Цели:

- формирование систематизированных знаний по дисциплине,
- формирование способности аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, пользоваться принятыми в математике обозначениями.
- формирование целостного представления о геометрии, как об одной из составных частей современной математики;
- изучение фундаментальных разделов геометрии и установление связи со школьным курсом.

Задачи:

- сформировать базовый понятийный аппарат, необходимый для применения математических методов в образовательной и профессиональной деятельности;
- развить способности к творчеству, в том числе к научно-исследовательской работе, и выработать потребность к самостоятельному приобретению знаний.
- дать представление о месте и значении геометрии в практической деятельности, искусстве, архитектуре, современной культуре.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются компетенции.

Универсальные компетенции освоивших дисциплину и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
---	---	--

Системное и критическое мышление	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК 1.1. Знает сущность, свойства, виды и источники информации, методы поиска и критического анализа информации, принципы системного подхода. УК 1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации; обобщать результаты анализа для решения поставленных задач УК 1.3. Владеет навыками применения системного подхода для решения поставленных задач
----------------------------------	---	---

Профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Задача профессиональной деятельности	Объекты или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ иных требований, предъявляемых к выпускникам)
<b>Тип задач профессиональной деятельности: педагогический</b>				
Знание преподаваемого предмета в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его историю и место в мировой культуре и науке		ПК-3 Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности	ПК 3.1 Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые научно-теоретические понятия изучаемого предмета, его концепции, историю и место в науке. ПК 3.2 Умеет анализировать изучаемые явления и процессы с использованием базовых научно-теоретических знаний, современных концепций, методов и приемов. ПК 3.3 Владеет навыками применения базовых научно-теоретических знаний и практических умений по изучаемому предмету в профессиональной деятельности.	01.001 Профессиональный стандарт «Педагог» (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 6 декабря 2013 г., регистрационный номер №30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты РФ от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 19 февраля 2015 г., регистрационный номер №36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 23 августа 2016 г., регистрационный номер №43326)

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках овладения учебной дисциплиной «Геометрия» используются следующие методы активного и интерактивного обучения: дискуссии, доклады, творческие задания, групповая и индивидуальная работа, презентации.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (108 ЧАС.)**

### **1 семестр (18 часов)**

#### **Раздел 1. Элементы векторной алгебры в пространстве. Метод координат. (18 час.)**

##### **Тема 1. Векторы. Линейные операции над векторами (6 час.)**

Понятие направленного отрезка и вектора. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на действительное число. Линейно зависимая и линейно независимая система векторов. Определение, свойства. Линейное векторное пространство. Базис, координаты вектора, свойства координат. Определение линейного векторного пространства.

##### **Тема 2.Аффинная и прямоугольная декартова система координат в пространстве (6 час.)**

Понятие аффинной системы координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Нахождение координат вектора. Деление отрезка в данном отношении. Понятие прямоугольной системы координат на плоскости и в пространстве. Вычисление длины отрезка.

##### **Тема 3.Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов (6 час.)**

Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Определение, свойства. Физический смысл скалярного и векторного произведения векторов. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений в ортонормированном базисе. Применение скалярного произведения для

вычисления длины отрезка и угла, векторного произведения для вычисления площади треугольника, смешанного произведения для вычисления объёмов параллелепипедов, треугольных призм и пирамид.

## **2 семестр (18 часов)**

### **Раздел 2. Прямые линии и плоскости (12 час.)**

#### **Тема 4. Прямая на плоскости. (6 час.)**

Способы задания и уравнения прямой на плоскости. Общее уравнение прямой, частные случаи. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Отклонение. Аналитическое задание полуплоскости. Расстояние между двумя параллельными прямыми.

#### **Тема 5. Прямая и плоскость в пространстве (6 час.)**

Способы задания и уравнения плоскости. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Вычисление угла между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между двумя параллельными плоскостями. Способы задания и уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми, прямой и плоскостью.

### **Раздел 3. Линии второго порядка (6 час.)**

#### **Тема 6. Линии второго порядка на плоскости (6 час.)**

Определение и вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы, параболы. Свойства. Построение в прямоугольной системе координат. Общая теория линий второго порядка. Классификация линий второго порядка на плоскости.

## **3 семестр (36 часов)**

### **Раздел 4. Квадрики в евклидовом и аффинном n-мерных пространствах (18 час.)**

## **Тема 7. Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве**

**(6 час.)**

Понятие алгебраической поверхности, определение поверхности второго порядка. Поверхности вращения. Цилиндрические и конические поверхности. Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Эллиптический и гиперболический параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

## **Тема 8. Аффинное и евклидово $n$ - мерные пространства (4 час.)**

Определения векторного  $n$ -мерного пространства и евклидова векторного  $n$ -мерного пространства. Определение аффинного  $n$ -мерного пространства. Координаты точки. Деление отрезка в данном отношении.  $K$ -мерные плоскости. Гиперплоскости пространства  $A_n$ . Евклидово  $n$ -мерное пространство. Вычисление длины отрезка и величины угла в  $E_n$ .

## **Тема 9. Квадратичные формы и квадрики (8 час.)**

Определение квадратичной формы и приведение её к каноническому и нормальному виду. Определение квадрики. Приведение квадрики к каноническому и нормальному виду в  $A_n$ . Классификация квадрик в  $A_2$  и  $A_3$ .

## **Раздел 5. Преобразования плоскости. (18 час.)**

### **Тема 9. Преобразования плоскости (18 час.)**

Определение отображения множества в множество. Инъекция, сюръекция, биекция. Композиция отображений. Преобразование множества. Группа всех преобразований множества, группа преобразований множества.

Движение плоскости. Определение, уравнение, свойства движения. Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и её подгруппы. Равенство фигур.

Тема: « Движение плоскости» в школьном курсе геометрии.

Гомотетия. Подобие плоскости. Определение, уравнение, свойства. Группа подобий плоскости и её подгруппы. Подобие фигур.

Сравнительный анализ введения основных понятий темы: «Подобие плоскости» в школьном курсе с изучаемыми в Вузе.

Аффинное преобразование плоскости. Определение, свойства, уравнения. Перспективно – аффинное преобразование плоскости. Построение родственных точек. Частные случаи родства. Эллипс как фигура, родственная окружности. Группа аффинных преобразований. Подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур.

Преобразования плоскости в школьном курсе геометрии.

#### **4 семестр (36 часов)**

**Раздел 5. Приложение преобразований плоскости к решению задач на построение (18 час.)**

**Тема 10. Геометрические построения на плоскости (18 час.).**

Задача на построение. Простейшие и основные построения, выполняемые циркулем и линейкой. Простейшие построения в школьном курсе геометрии. Схема и методы решения задач на построение. Метод пересечения фигур. Основные множества точек на плоскости. Метод геометрических преобразований (параллельный перенос, осевая и скользящая симметрия, центральная симметрия, поворот, подобие). Практическое применение задач на построение (теория игр, искусство, строительство, навигация и т.д.). Алгебраический метод решения задач на построение. Разрешимость задач на построение циркулем и линейкой. Классические задачи неразрешимые циркулем и линейкой (исторический обзор; задачи древности; задачи, связанные со школьным курсом). Задачи на построение в школьном курсе геометрии и заданиях ОГЭ.

**Раздел 6 . Методы изображения (10 час.)**

**Тема 11. Изображение фигур в параллельной проекции (4 час.)**

Понятие о параллельном проектировании. Аффинное отображение плоскости на плоскость. Изображение плоских фигур в параллельной проекции: треугольников, параллелограммов, трапеций,  $n$  – угольников, окружностей. Теорема Польке–Шварца. Изображение пространственных фигур в параллельной проекции: многогранников, пирамид, цилиндров, конусов, шара.

### **Тема 12. Позиционные и метрические задачи (6 час.)**

Понятие о полном и неполном изображении фигур. Коэффициенты неполноты изображения. Определение позиционной задачи. Методы построения сечений параллелепипедов, пирамид, цилиндров, конусов.

Сечения фигур в школьном курсе геометрии. Построение сечений фигур в школьном курсе геометрии и заданиях ЕГЭ.

Понятие о метрической задаче. Примеры метрических задач на плоскости и в пространстве. Метрические задачи геометрии в заданиях ОГЭ и ЕГЭ.

### **Раздел 7. Основания геометрии (8 час.)**

#### **Тема 13. Общие вопросы аксиоматического построения евклидовой геометрии. (2 час.)**

Понятие о математической структуре. Изоморфизм структур. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Система аксиом Гильберта. Непротиворечивость системы аксиом. Геометрия Евклида в схеме Вейля. Непротиворечивость и полнота аксиом Вейля.

#### **Тема 14. Длина. Площадь. Объём. (2 час.)**

Понятие длины отрезка. Основная теорема об измерении отрезков. Измерение площади многоугольников. Характеристика многоугольника. Теорема о существовании и единственности площади многоугольника. Равновеликость и равноставленность многоугольников. Измерение объёма многогранника. Исторический подход к вопросу о равновеликости и равноставленности многогранников.

#### **Тема 15. Неевклидовы геометрии. (4 час.)**

Аксиоматическое определение геометрии Лобачевского. Некоторые факты геометрии Лобачевского. Доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского. Модель геометрии Лобачевского. Научное и практическое применение геометрии Лобачевского. Понятие о геометрии Римана. Сферическая геометрия. Сферическая геометрия и картография.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (144 час.)**

**Раздел 1. Элементы векторной алгебры в пространстве. Метод координат. (18 час.)**

**Тема 1. Линейные операции над векторами. (8 час.)**

*Занятие 1. а) Введение. Некоторые определения и обозначения.*

*б) Направленные отрезки.*

*Содержание:*

1. Определение направленного отрезка. Основные понятия.
2. Эквиполлентные направленные отрезки. Лемма 1.
3. Определение вектора. Лемма 2.
4. Коллинеарные векторы.
5. Длина вектора.

*Занятия 2. Линейные операции над векторами.*

*Содержание:*

1. Сумма двух векторов.
2. Свойства сложения векторов.
3. Правила сложения двух векторов.
4. Правило многоугольника.
5. Определение разности двух векторов.
6. Теорема существования и единственности разности векторов.
7. Правила вычитания векторов.

8. Задача. Доказать, что: а)  $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ; б)  $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ .

9. Определение умножения вектора на действительное число.

10. Свойства умножения вектора на действительное число.

***Занятие 3. Теоремы о коллинеарных и компланарных векторах. Линейная зависимость векторов.***

*Содержание:*

1. Теорема о коллинеарности двух векторов.
2. Определение компланарных векторов. Свойства.
3. Теорема о компланарности трёх векторов.
4. Разложение вектора по трём некопланарным векторам.
5. Линейная комбинация векторов.
6. Определения линейно зависимой и независимой систем векторов.

Примеры.

7. Теорема о линейной зависимости одного вектора.
8. Линейная зависимость n-векторов.
9. Некоторые свойства линейно зависимых и независимых систем векторов.
10. Теорема о линейной зависимости двух векторов.

Теорема о линейной зависимости трёх векторов

***Занятие 4. Векторное пространство. Координаты вектора.***

*Содержание:*

1. Определение линейного векторного пространства. Примеры.
2. Базис линейного векторного пространства. Примеры. Размерность пространства.
3. Разложение вектора по векторам базиса. Координаты вектора.
4. Ортонормированный базис. Длина вектора.

**Тема 2. Аффинная прямоугольная система координат. (2 час.)**

***Занятие 5. Система координат. Деление отрезка в данном отношении.***

*Содержание:*

1. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.  
Примеры.
2. Координаты точки на плоскости и в пространстве.
3. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца.
4. Ортонормированная система координат.
5. Расстояние между двумя точками.
6. Определение деления отрезка в данном отношении. Примеры.
7. Нахождение координат делящей точки.
8. Решение задач школьного курса с использованием системы координат и деления отрезка в данном отношении.

### **Тема 3. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов (8 час.)**

#### ***Занятие 6. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение двух векторов.***

##### *Содержание:*

1. Векторная проекция вектора на прямую.
2. Единичный вектор. Ось.
3. Скалярная проекция вектора на ось.
4. Свойства скалярной проекции.
5. Угол между вектором и осью.
6. Свойство ортогональной проекции вектора на ось.
7. Определение скалярного произведения. Геометрический и физический смысл.
8. Свойства скалярного произведения.
9. Вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе.
10. Приложение скалярного произведения к вычислению длины вектора и угла между векторами.
11. Геометрический смысл координат вектора. Направляющие косинусы.

#### ***Занятия 7. Векторное произведение двух векторов.***

##### *Содержание:*

1. Ориентация пространства. Примеры.
  2. Определение векторного произведения двух векторов. Геометрический смысл длины векторного произведения. Физический смысл векторного произведения.
  3. Свойства векторного произведения.
  4. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе.
  5. Приложение векторного произведения к вычислению площади параллелограмма и треугольника.
- Коллинеарность векторов.

### ***Занятия 8. Смешанное произведение трёх векторов.***

#### *Содержание:*

1. Определение смешанного произведения трёх векторов. Геометрический смысл смешанного произведения.
2. Свойства смешанного произведения.
3. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе.
4. Приложение смешанного произведения к вычислению объёмов параллелепипеда, треугольной призмы, тетраэдра.
5. Условие принадлежности четырёх точек одной плоскости.

### ***Занятия 9. Приложение векторно-координатного метода к решению задач.***

#### *Содержание:*

1. Решение геометрических задач из заданий ОГЭ и ЕГЭ.
2. Решение задач с физическим содержанием из школьного курса геометрии.

## **Раздел 2. Прямые линии и плоскости. (30 час.)**

### **Тема 4. Прямая линия на плоскости.(16 час.)**

#### ***Занятия 10-11. Уравнение прямой на плоскости. Общее уравнение прямой на плоскости.***

#### *Содержание:*

1. Способы задания прямой на плоскости.

2. Уравнение прямой: а) заданной точкой и направляющим вектором; б) заданной двумя точками.
3. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой «в отрезках».
5. Уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором.
6. Алгебраическая линия первого порядка.
7. Общее уравнение прямой. Теорема.
8. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения прямой в ортонормированном репере.
9. Особенности расположения прямой относительно системы координат. Частные случаи общего уравнения прямой.

***Занятие 12. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.***

***Содержание:***

1. Случаи расположения двух прямых на плоскости.
2. Условие, при котором два уравнения определяют одну прямую.
3. Условия взаимного расположения двух прямых на плоскости.

***Занятие 13. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми на плоскости.***

***Содержание:***

1. Определение расстояния от точки до прямой.
2. Вычисление расстояния от точки до прямой.
3. Расстояние между двумя параллельными прямыми.
4. Отклонение точки от прямой.
5. Аналитическое задание полуплоскости.
6. Определение угла между двумя пересекающимися прямыми.
7. Вычисление косинуса угла между двумя прямыми. Условие перпендикулярности двух прямых.
8. Вычисление тангенса угла. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.

***Занятие 14-15. Прямая линия на плоскости.***

*Содержание:*

1. Смешанные задачи на прямую на плоскости.
2. Приложение теории прямой к решению задач элементарной геометрии.

### **Тема 5. Прямая и плоскость в пространстве. (12 час.)**

*Занятие 16. Уравнение плоскости.*

*Содержание:*

1. Способы задания плоскости.
2. Уравнения плоскости, заданной точкой и направляющим подпространством.
3. Уравнения плоскости, заданной тремя точками.
4. Уравнение плоскости «в отрезках».
5. Уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором.
6. Общее уравнение плоскости. Теорема.
7. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения плоскости в ортонормированном репере.
8. Лемма о параллельности вектора и плоскости .
9. Особенности расположения плоскости относительно системы координат. Частные случаи общего уравнения плоскости.

*Занятие 17. а) **Взаимное расположение двух плоскостей.***

*Содержание:*

1. Случаи взаимного расположения двух плоскостей в пространстве.
2. Условия взаимного расположения двух плоскостей.

**б) Угол между двумя плоскостями.**

*Содержание:*

1. Определение угла между двумя плоскостями.
2. Вычисление угла между двумя плоскостями.
3. Условие перпендикулярности двух плоскостей.

*Занятие 18. **Расстояние от точки до плоскости.***

*Содержание:*

1. Определение расстояния от точки до плоскости.

2. Нахождение расстояния от точки до плоскости.
3. Вычисление расстояния между двумя параллельными плоскостями.
4. Отклонение точки от плоскости.
5. Аналитическое задание полуплоскости.

***Занятие 19. Уравнения прямой в пространстве.***

*Содержание:*

1. Способы задания прямой в пространстве.
2. Уравнения прямой, заданной точкой и направляющим подпространством.
3. Уравнения прямой, проходящей через две точки.
4. Уравнения прямой, заданной двумя пересекающимися плоскостями. Общие уравнения прямой в пространстве. Лемма о параллельности вектора плоскости.
5. Переход от общих уравнений прямой в пространстве к каноническим и параметрическим.

***Занятие 20. а) Взаимное расположение двух прямых в пространстве.***

*Содержание:*

1. Исследование взаимного расположения двух прямых в пространстве.
2. Условие принадлежности двух прямых одной плоскости. Лемма.
3. Условия взаимного расположения двух прямых в пространстве.

***б) Взаимное расположение прямой и плоскости.***

*Содержание:*

1. Исследование взаимного расположения прямой и плоскости.
2. Условия взаимного расположения прямой и плоскости.

***Занятие 21. а) Угол между двумя прямыми.***

*Содержание:*

1. Определение угла между двумя прямыми в пространстве.
2. Вычисление угла между двумя прямыми.
3. Условия перпендикулярности двух прямых в пространстве.

***б) Угол между прямой и плоскостью.***

*Содержание:*

1. Определение угла между прямой и плоскостью
2. Вычисление угла между прямой и плоскостью.  
Условия перпендикулярности прямой и плоскости.

### **Раздел 3. Линии второго порядка (20 час.)**

#### **Тема 6. Линии второго порядка на плоскости (20 час.).**

##### *Занятие 22. Эллипс.*

*Содержание:*

1. Определение эллипса. Основные понятия.
2. Вывод канонического уравнения эллипса.
3. Изучение свойств эллипса по каноническому уравнению.
4. Эксцентриситет эллипса.
5. Параметрические уравнения эллипса.
6. Построение точек эллипса циркулем и линейкой.

##### *Занятие 23. Гипербола.*

*Содержание:*

1. Определение гиперболы. Основные понятия.
2. Вывод канонического уравнения гиперболы.
3. Изучение свойств гиперболы по каноническому уравнению.
4. Эксцентриситет гиперболы.
5. Равнобочная гипербола.

##### *Занятие 24 . Парабола.*

*Содержание:*

1. Определение параболы. Основные понятия.
2. Вывод канонического уравнения параболы.
3. Изучение свойств параболы по каноническому уравнению.
4. Частные случаи уравнения параболы.

##### *Занятие 25. Директрисы линий второго порядка.*

*Содержание:*

1. Определения директрис эллипса и гиперболы. Свойства.

2. Общие определяющие свойства эллипса, гиперболы и параболы.  
Теорема.

*Занятие 26. Некоторые геометрические свойства окружности, эллипса, гиперболы и параболы.*

*Содержание:*

1. Некоторые свойства окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
2. Некоторые множества точек, определяющие эллипс, гиперболу и параболу.

*Занятие 27. Общее уравнение линии второго порядка.*

*Содержание:*

1. Определение линии второго порядка.
2. Классификация линий второго порядка.

**Раздел 4. Квадрики в евклидовом и аффинном пространстве n-мерных пространствах (22час.)**

**Тема 7. Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве (16 час.)**

*Занятие 28. а). Поверхности второго порядка. Метод сечения.*

*Содержание:*

1. Алгебраическая поверхность. Общее уравнение поверхности. Примеры.
2. Определение поверхности второго порядка. Основные понятия.
3. Метод сечения. Теорема.

*б). Поверхности вращения.*

*Содержание:*

1. Определение поверхности вращения. Основные понятия. Примеры.
2. Уравнение поверхности вращения. Теорема.
3. Вывод уравнения сферы, круговой цилиндрической поверхности, круговой конической поверхности.

*Занятие 29. Цилиндрические поверхности.*

*Содержание:*

1. Определение и способ задания цилиндрической поверхности.
2. Уравнение цилиндрической поверхности. Теорема.
3. Цилиндрические поверхности второго порядка.
4. Практическое применение поверхности.

### *Занятие 30. а) Конические поверхности*

#### *Содержание:*

1. Определение и способ задания конической поверхности.
2. Каноническое уравнение конической поверхности второго порядка.
3. Конические сечения.
4. Практическое применение поверхности.

### *б) Эллипсоид*

#### *Содержание:*

1. Определение эллипсоида. Свойства.
2. Исследование эллипсоида методом сечения. Построение.
3. Эллипсоид вращения.
4. Практическое применение поверхности.

### *Занятие 31. Гиперболоиды.*

#### *Содержание:*

1. Виды гиперболоидов.
2. Однополостный гиперболоид. Определение и свойства.
3. Исследование однополостного гиперболоида методом сечения.  
Построение.
4. Однополостный гиперболоид вращения.
5. Двуполостный гиперболоид. Определение и свойства.
6. Исследование двуполостного гиперболоида методом сечения.  
Построение.
7. Двуполостный гиперболоид вращения.  
Практическое применение поверхностей.

### *Занятие 32. Параболоиды.*

#### *Содержание:*

1. Виды параболоидов.
2. Эллиптический параболоид. Определение и свойства. Параболоид вращения.
3. Исследование эллиптического параболоида методом сечения. Построение.
4. Гиперболический параболоид. Определение и свойства.
5. Исследование гиперболического параболоида методом сечения. Построение.
6. Практическое применение поверхностей.

***Занятие 33. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.***

***Содержание:***

1. Определение прямолинейной образующей. Прямолинейные образующие цилиндрических и конических поверхностей.
2. Поверхности второго порядка, не имеющие прямолинейных образующих (обосновать).
3. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида.
4. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида (исследовать самостоятельно).
5. Свойства прямолинейных образующих однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.
6. Практическое применение свойств прямолинейных образующих.

**Тема 8. Аффинное и евклидово  $n$ -мерные пространства (6час.)**

***Занятие 34. Векторное  $n$ -мерное и аффинное  $n$ -мерное пространства.***

***Содержание:***

1. Определение векторного  $n$ -мерного пространства. Базис. Координаты вектора.
2. Определение аффинного  $n$ -мерного пространства. Координаты точки.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Определение и уравнения  $k$ -плоскости.

***Занятие 35. Евклидово векторное  $n$ -мерное и евклидовое  $n$ -мерное пространства.***

*Содержание:*

1. Определение евклидова векторного  $n$ -мерного пространства.
2. Ортонормированный базис. Длина вектора.
3. Определение евклидова  $n$ -мерного пространства.
4. Нахождение расстояния между двумя точками.
5. Вычисление величины угла.

***Занятие 36. Квадрики***

*Содержание:*

1. Определение квадрики.
2. Приведение квадрики к каноническому и нормальному виду в аффинном  $n$ -мерном пространствах.
4. Квадрики в двумерном и трехмерном пространствах.
5. Практическое применение квадрик (презентация).

**Раздел 5. Преобразования плоскости. Приложение преобразований плоскости к решению задач на построение (62 час.)**

**Тема 9. Преобразования плоскости (18 час.)**

***Занятие 37. Отображение и преобразование множеств.***

*Содержание:*

1. Определение отображения множеств. Основные понятия. Примеры.
2. Частные случаи отображения.
3. Отображение, обратное данному отображению.
4. Определение отображений множеств.
5. Определение преобразования множества.
6. Тожественное преобразование.

***Занятие 38-39. Движения плоскости.***

*Содержание:*

1. Определение движения плоскости. Примеры движений.
2. Теорема о движении репера.

3. Основная теорема о движении реперов.
4. Свойства движения плоскости.
5. Флаг. Теорема о движении флагов (самостоятельно).
6. Определение рода движений.
7. Уравнения движения.
8. Частные случаи уравнений движения плоскости.

***Занятие 40. Классификация движений плоскости.***

*Содержание:*

1. Определение инвариантной точки и инвариантной прямой. Леммы 1 и 2.
2. Классификация движений первого рода.
3. Классификация движений второго рода.
4. Таблица классификации движений плоскости.
5. Представление движения через композицию осевых симметрий.

***Занятие 41. Преобразование подобия плоскости.***

*Содержание:*

1. Определение преобразования подобия. Примеры.
2. Гомотетия. а) Определение гомотетии; б) Теорема: «Гомотетия – подобие»; в) частные случаи гомотетии; г) уравнения гомотетии; д) свойства гомотетии; е) композиция двух гомотетий с общим центром, обратная гомотетия.
3. Основная теорема преобразования подобия плоскости.
4. Свойства подобия плоскости.
5. Два вида подобий плоскости. Уравнения подобия.

***Занятие 42. Классификация преобразований подобия плоскости.***

*Содержание:*

1. Теорема об инвариантных точках преобразования подобия.
2. Классификация подобий первого рода.
3. Классификация подобий второго рода.
4. Таблица классификаций подобий плоскости.

### *Занятия 43. Аффинные преобразования плоскости.*

#### *Содержание:*

1. Определение аффинного преобразования плоскости. Частные случаи. Лемма.
2. Основная теорема аффинного преобразования плоскости. Следствие.
3. Теорема об аффинном преобразовании реперов
4. Два рода аффинных преобразований.
5. Уравнения аффинного преобразования плоскости.

### *Занятие 44- 45. Перспективно-аффинные преобразования плоскости.*

#### *Содержание:*

1. Определение перспективно-аффинного преобразования плоскости. Его уравнения и свойства.
2. Построение родственных точек.
3. Частные случаи перспективно-аффинных преобразований: а) косое сжатие плоскости, косая симметрия; б) сжатие к прямой; в) сдвиг плоскости.
4. Эллипс как фигура, родственная окружности.

### **Тема 10. Геометрические построения на плоскости (38 час.)**

#### *Занятие 46. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки.*

#### *Содержание:*

1. Понятие конструктивной геометрии. Инструменты геометрических построений.
2. Основные фигуры и аксиомы построений циркулем и линейкой (простейшие построения).
3. Постановка задачи на построение.
4. Основные построения, выполняемые циркулем и линейкой (элементарные задачи на построение).
5. Схема решения задачи на построение.
6. Методы решения задач на построение.

#### *Занятия 47-50. Метод пересечений фигур.*

*Содержание:*

1. Основные множества точек на плоскости.
2. Сущность метода пересечений фигур.
3. Применение метода к решению задач на построение.

*Занятия 51-57. Метод геометрических преобразований.*

*Содержание:*

1. Сущность метода геометрических преобразований.
2. Метод параллельного переноса. Примеры.
3. Метод осевой симметрии. Примеры.
4. Метод центральной симметрии. Примеры.
5. Метод поворота. Примеры.
6. Метод подобия. Примеры.

*Занятия 58-60. Алгебраический метод. О разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.*

*Содержание:*

1. Сущность алгебраического метода.
2. Однородные выражения. Теорема об однородных выражениях первой степени.
3. Построение отрезков по простейшим формулам.
4. Классы однородных выражений первой степени.
5. Построение отрезков, длины которых не являются выражениями первой степени.
6. Признак разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Следствие.
7. Примеры задач, неразрешимых циркулем и линейкой.
8. Возможность построения некоторых правильных многоугольников циркулем и линейкой.
9. Классические задачи Древности, неразрешимые циркулем и линейкой (темы для докладов на семинарских занятиях).

**Раздел 6. Методы изображений (16 час.)**

## **Тема 11. Изображение фигур в параллельной проекции (8 час.)**

### ***Занятия 61. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.***

#### ***Содержание:***

1. Определение изображения. Основные понятия.
2. Основная теорема об изображении плоских фигур.
3. Изображение плоских  $n$ -угольников: треугольников, четырёхугольников, трапеций, параллелограммов, правильных 6 и 8-угольников.
4. Изображение окружности. Основные теоремы и способы построения.

### ***Занятия 62. Изображение пространственных фигур в параллельной проекции.***

#### ***Содержание:***

1. Лемма об изображении реперов в пространстве. Теорема Польке-Шварца. Следствие.
2. Изображение многогранников: параллелепипедов, пирамид.
3. Изображения цилиндра и конуса.
4. Изображение шара и его частей.

## **Тема 12. Позиционные метрические задачи (8 час.)**

### ***Занятия 63. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи.***

#### ***Содержание:***

1. Понятие о полных и неполных изображениях. Задание точек, прямых и плоскостей в полных изображениях.
2. Построение сечений простейших многогранников (призм, пирамид).
3. Построение сечений цилиндров и конусов.
4. Построение сечений в заданиях ЕГЭ.

#### **Задачи**

Задачи на построение сечений многогранников, цилиндров и конусов по различным способам задания секущей плоскости.

### III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

#### План – график выполнения самостоятельной работы

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1.	1-4 неделя 1 семестр	Индивидуальное задание: «Действия над векторами»	6 час.	ПР-11, УО-1 Собеседование, письменный отчет о проделанной работе
2.	5-6 неделя 1 семестр	Индивидуальное задание: «Линейно зависимая и линейно независимая система векторов»	6 час.	ПР-11 Письменный отчет о проделанной работе
3.	7-8 неделя 1 семестр	Подготовка к коллоквиуму «Линейно зависимая и линейно независимая система векторов»	6 час.	УО-2 Устный и письменный отчет
4.	9-12 неделя 1 семестр	Индивидуальное задание: «Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов»	6 час.	ПР-11, УО-1 Собеседование, письменный отчет о проделанной работе
5.	14 неделя 1 семестр	Контрольная работа «Элементы векторной алгебры»	6 час.	ПР-2Выполнение контрольной работы и письменный отчет
6.	16-17 неделя 1 семестр	Индивидуальное задание «Системы координат. Деление отрезка в данном отношении»	6 час.	ПР-11Письменный отчет о проделанной работе
7.	Сессия 1 семестр	Подготовка к экзамену за 1 семестр	36 часов	УО-1 Устный опрос по вопросам к экзамену
	<b>Итого за 1 семестр</b>	<b>Итого</b>	<b>72 часа</b>	
8.	1-5 недели 2 семестр	Индивидуальное задание: «Прямая на плоскости»	7час.	ПР-11Письменный отчет о проделанной работе
9.	6-8недели 2 семестр	Выполнение домашних практических работ по теме «Плоскость в пространстве»	6 час.	ПР-11, УО-1 Собеседование, письменный отчет
10.	9-12 недели 2 семестр	Подготовка к контрольной работе: «Прямая и плоскость в пространстве»	7 час.	ПР-2 Выполнение контрольной работы и письменный отчет.
11.	15-17- недели 2 семестр	Индивидуальное задание по теме: «Линии второго	7 час.	ПР-11Письменный отчет,

		порядка»		
12.	Сессия 2 семестр	Подготовка к экзамену за 2 семестр	36 часов	УО-1 Устный опрос по вопросам к экзамену
	<b>Итого за 2 семестр</b>	<b>Итого</b>	<b>72 часа</b>	
13.	1-3 недели 3 семестр	Индивидуальное задание: «Поверхности вращения. Сфера»	8 час.	ПР-11 Письменный отчёт о проделанной работе
14.	4 – 8 недели 3 семестр	Творческое индивидуальное задание: «Исследование поверхностей второго порядка методом сечения»	14 час.	ПР-13 Письменный и устный отчёты
15.	9-10 недели 3 семестр	Индивидуальное задание: «Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка»	8 час.	ПР-11, УО-1 Собеседование, письменный отчет
16.	11-12 недели 3 семестр	Разноуровневое индивидуальное задание: «к-мерные плоскости в $A_n$ и $E_n$ »	6 час.	ПР-11, УО-1 Письменный и устный отчёты
17.	13-14 недели 3 семестр	Индивидуальное задание: «Квадратичные формы»	8 час.	ПР-11 Письменный отчёт
18.	15-16 недели 3 семестр	Подготовка к контрольной работе «Квадратичные формы и квадратики»	10 час.	ПР-2 Выполнение контрольной работы, письменный отчёт
19.	Сессия	Подготовка к экзамену	36 час.	Устный опрос
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>Итого</b>	<b>90 часов</b>	
20.	1-3 недели 4 семестр	Подготовка к коллоквиуму «Отображение множества в множество. Преобразование множества»	6 час.	УО-2 Коллоквиум, устный опрос
21.	4-6 недели 4 семестр	Индивидуальное задание по теме: «Движение плоскости»	8 час.	ПР-11 Письменный отчет
22.	7-9 недели 4 семестр	Индивидуальное задание по теме: «Подобие плоскости»	8 час.	ПР-11 Письменная проверочная работа
23.	10-11 недели 4 семестр	Конструктивное задание: «Основные задачи на построение»	6 час.	ПР-13 Письменный и устный отчёты
24.	12-14 недели 4 семестр	Индивидуальное исследовательское задание: «Решение задач на построение на плоскости методом пересечения фигур»	14 час.	ПР-13 Письменный и устный отчёты
25.	15-17 недели 4 семестр	Индивидуальное исследовательское задание: «Решение задач на построение на плоскости методом геометрических преобразований»	12 час.	ПР-13 Письменная проверочная работа
26.	Сессия	Подготовка к экзамену	36 час.	Устный опрос
	<b>Итого за 4 семестр</b>	<b>Итого</b>	<b>90 часов</b>	

	<b>Итого за 1, 2, 3, 4 семестры</b>	<b>Итого</b>	<b>288 часов</b>	
--	---	--------------	------------------	--

### **Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

Самостоятельная работа студентов состоит из подготовки к практическим занятиям, работы над рекомендованной литературой, выполнения индивидуальных домашних заданий, подготовки к письменным контрольным работам, коллоквиумам, ответов на контрольные вопросы по изученной теме.

**При организации самостоятельной работы преподаватель** должен учитывать уровень подготовки каждого студента и предвидеть трудности, которые могут возникнуть при выполнении самостоятельной работы.

При изучении учебного материала рекомендуется вести отдельные конспекты: конспект лекций, конспект практических занятий и конспект самостоятельной работы над учебным материалом (учебной литературой). В конспектах рекомендуется выделять важные выводы и формулы, проделывать вычисления и выводы (доказательства) формул и теорем, предложенных для самостоятельного осуществления.

Необходимо в процессе изучения материала вести специальную тетрадь – справочник, содержащую основные определения, формулировки теорем, формулы, уравнения, примеры решения простейших (типовых) задач и т.п.

Рекомендуется составить лист, содержащий важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист помогает запомнить формулы и может служить постоянным справочником при решении задач.

Залогом успешного усвоения дисциплины является систематическое выполнение домашних заданий. Решение задач домашнего задания оформляется в тетрадях для практических занятий после соответствующего аудиторного практического занятия.

Самостоятельная работа с учебным материалом является важной частью изучения дисциплины. Чтение и проработка лекционного материала, разбор материалов практических занятий, чтение и проработка учебной литературы, рекомендованной преподавателем – все это составляющие самостоятельной работы.

### **Методические рекомендации по работе с литературой**

Важной составляющей самостоятельной внеаудиторной подготовки является работа с литературой ко всем занятиям: семинарским, практическим, при подготовке к зачетам, экзаменам, тестированию участию в научных конференциях.

Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками.

Существует несколько методов работы с литературой.

Один из них - самый известный - метод повторения: прочитанный текст можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются.

Наиболее эффективный метод - метод кодирования: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке. Чтобы основательно обработать информацию и закодировать ее для хранения, важно провести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения.

Изучение научной учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей.

Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

План - первооснова, каркас какой-либо письменной работы, определяющие последовательность изложения материала.

План является наиболее краткой и потому самой доступной и распространенной формой записей содержания исходного источника информации. По существу, это перечень основных вопросов, рассматриваемых в источнике. План может быть простым и развернутым. Их отличие состоит в степени детализации содержания и, соответственно, в объеме.

Преимущество плана состоит в следующем.

Во-первых, план позволяет наилучшим образом уяснить логику мысли автора, упрощает понимание главных моментов произведения.

Во-вторых, план позволяет быстро и глубоко проникнуть в сущность построения произведения и, следовательно, гораздо легче ориентироваться в его содержании.

В-третьих, план позволяет – при последующем возвращении к нему – быстрее обычного вспомнить прочитанное.

В-четвертых, с помощью плана гораздо удобнее отыскивать в источнике нужные места, факты, цитаты и т.д.

Выписки - небольшие фрагменты текста (неполные и полные предложения, отделы абзацы, а также дословные и близкие к дословной записи об излагаемых в нем фактах), содержащие в себе квинтэссенцию содержания прочитанного.

Выписки представляют собой более сложную форму записи содержания исходного источника информации. По сути, выписки – не что иное, как цитаты, заимствованные из текста. Выписки позволяют в концентрированной форме и с максимальной точностью воспроизвести в произвольном (чаще последовательном) порядке наиболее важные мысли автора, статистические и дата логические сведения. В отдельных случаях – когда это оправдано с точки зрения продолжения работы над текстом – вполне допустимо заменять цитирование изложением, близким дословному.

Тезисы – сжатое изложение содержания изученного материала в утвердительной (реже опровергающей) форме.

Отличие тезисов от обычных выписок состоит в следующем. Во-первых, тезисам присуща значительно более высокая степень концентрации материала. Во-вторых, в тезисах отмечается преобладание выводов над общими рассуждениями. В-третьих, чаще всего тезисы записываются близко к оригинальному тексту, т.е. без использования прямого цитирования.

Аннотация – краткое изложение основного содержания исходного источника информации, дающее о нем обобщенное представление. К написанию аннотаций прибегают в тех случаях, когда подлинная ценность и пригодность исходного источника информации исполнителю письменной работы окончательно неясна, но в то же время о нем необходимо оставить краткую запись с обобщающей характеристикой. Для указанной цели и используется аннотация.

Резюме – краткая оценка изученного содержания исходного источника информации, полученная, прежде всего, на основе содержащихся в нем выводов. Резюме весьма сходно по своей сути с аннотацией. Однако, в отличие от последней, текст резюме концентрирует в себе данные не из основного содержания исходного источника информации, а из его заключительной части, прежде всего выводов. Но, как и в случае с аннотацией, резюме излагается своими словами – выдержки из оригинального текста в нем практически не встречаются.

Конспект – сложная запись содержания исходного текста, включающая в себя заимствования (цитаты) наиболее примечательных мест в сочетании с планом источника, а также сжатый анализ записанного материала и выводы по нему.

**Требования к представлению и оформлению результатов  
самостоятельной работы  
Тематика заданий**

## 1. Индивидуальные задания (образцы) (ПР-11)

Структура задания:

- контрольные вопросы;
- литература;
- задачи разного уровня сложности.

По типу: задачи на вычисление, доказательство, построение.

*Индивидуальное задание №1.* Раздел 1. Тема: «**Понятие вектора. Линейные операции над векторами**»

*Контрольные вопросы:*

1. Определение направленного отрезка. Одинаково и противоположно направленные отрезки. Нулевые отрезки.
2. Эквивалентные направленные отрезки.
3. Определение вектора. Коллинеарные и компланарные векторы.
4. Правила сложения и вычитания векторов.
5. Свойства сложения векторов; доказательство. Место для формулы.
6. Теорема существования вектора разности.
7. Определение и свойства умножения вектора на действительное число; доказательство свойств.

### Вариант 1

1. ABCD - параллелограмм, O – точка пересечения его диагоналей, E, K – соответственно середины сторон BC и AD. Построить на чертеже следующие векторы:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{OE}$ .

2. От пристани к противоположному берегу реки отправляется катер с скоростью 40 км/час. Скорость течения реки 5 км/час. В каком направлении (показать на рисунке) следует плыть катеру, чтобы приплыть к ближайшему противоположному берегу?

3. Пользуясь параллелограммом, построенным на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  проверить на чертеже справедливость тождества:  $\frac{1}{4} \vec{a} + \frac{1}{4} \vec{b} = \frac{1}{4} (\vec{a} + \vec{b})$ .

4. По данным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  построить вектор  $\vec{c} = \sqrt{3}\vec{a} - \frac{5}{6}\vec{b}$ .

5. Две перпендикулярные прямые, проходящие через точку М, пересекают окружность в точках А, В, С, D. Доказать, что:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OM}.$$

6. При каких условиях для ненулевых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  возможно равенство:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|?$$

### Вариант 2

1. ABCD - параллелограмм, O – точка пересечения его диагоналей, E, K – соответственно середины сторон BC и AD. Построить на чертеже следующие векторы:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{OE}$ .

2. От пристани к противоположному берегу реки отправляется катер с скоростью 60 км/час. Скорость течения реки 6 км/час. В каком направлении (показать на рисунке) следует плыть катеру, чтобы приплыть к ближайшему противоположному берегу?

3. Пользуясь параллелограммом, построенным на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  проверить на чертеже справедливость тождества:  $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b})$ .

4. По данным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  построить вектор  $\vec{c} = \sqrt{2}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$ .

5. Дан параллелограмм ACBD и произвольная точка O пространства.

Доказать, что  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ .

6. При каких условиях для ненулевых векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$  возможно равенство:

$$|\vec{c} + \vec{d}| = |\vec{c} - \vec{d}|?$$

*Индивидуальное задание № 2. Раздел 4. Тема: «N -мерные пространства»*

*Контрольные вопросы:*

1. Определения n-мерного аффинного и n -мерного евклидова пространства.
2. Определение k –плоскости.
3. Параметрические уравнения k – плоскости.
4. Общие уравнения k –плоскости.

5. Уравнение гиперплоскости.
6. Взаимное расположение двух гиперплоскостей.

Вариант 1.

1. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(1,3,5,-2,-4,-6)$  пространства  $A_6$  с направляющим вектором  $\vec{p}(0,1,2,-1,-2,3)$ .
2. Выяснить, принадлежат ли одной прямой следующие точки:  $M_1(1,3,5,-2)$ ,  $M_2(4,1,2,-5,12)$ ,  $M_3(-5,11,-21,-18)$ .
3. В пространстве  $A_5$  задана плоскость, проходящая через точку  $M_0(-2,-5,0,-1,3)$  с направляющим подпространством, натянутым на векторы:  $\vec{a}(4,3,-1,5,2)$ ,  $\vec{b}(0,-2,3,-4,5)$ . Составить параметрические уравнения плоскости.
4. Составить общие уравнения плоскости пространства  $A_5$ , если известно, что она натянута на точки:  $K_1(1,3,4,1,-1)$ ,  $K_2(2,3,-2,6,8)$ ,  $K_3(1,2,-3,-4,0)$ ,  $K_4(3,5,7,10,5)$ .
5. Найти проекцию точки  $M_0(1,-3,2,-1,6,7)$  евклидова пространства  $E_6$  на гиперплоскость  $2x_1-3x_2+x_4-x_5+x_6+18=0$ .
6. Выяснить взаимное расположение двух гиперплоскостей, заданных уравнениями:  $2x_1-x_2-3x_3-x_4-1=0$ ,  $2x_1-x_2-3x_4-2=0$ .

*Индивидуальное задание №3. Раздел 4. Тема: «Квадратичные формы и квадрики в n-мерных аффинных и евклидовых пространствах»*

*Контрольные вопросы:*

1. Определение квадратичной формы.
2. Способы приведения квадратичной формы к каноническому виду.
3. Приведение квадратичной формы к нормальному виду.
4. Положительно-определенные формы.
5. Определение и уравнение квадрики.
6. Центр квадрики.
7. Классификация квадрик.

8. Приведение квадрики к каноническому и нормальному виду в аффинном пространстве.

9. Приведение квадрики к каноническому виду в евклидовом пространстве.

#### Вариант 1

1. Привести к каноническому виду квадратичную форму

$$f = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_1x_4 - 6x_3x_4$$

двумя способами: а) выделением полных квадратов; б) методом Лагранжа.

Записать формулы преобразования.

2. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной.

3. В пространстве  $E_3$  привести к нормальному виду квадрику

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 8x_1 - 8 = 0,$$

написать преобразования, указать ее вид и построить в аффинной системе координат.

4. Привести к каноническому виду уравнение квадрики в пространстве  $E_3$ , найти уравнения преобразования системы координат и построить ее.

$$\text{Уравнение квадрики: } x_1^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_2 - 4x_3 + 1 = 0$$

5. В пространстве  $E_4$  найти центр и радиус сферы, заданном уравнением:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 6x_2 + 8x_3 = 0.$$

*Индивидуальное задание №4. Раздел 5. Тема: «Движение плоскости.*

**Подобие»**

*Контрольные вопросы:*

1. Движение плоскости. Примеры, частные случаи.
2. Теорема об отображении реперов при движении.
3. Основная теорема движения. Уравнение и свойства движений плоскости.
  1. Два вида движений плоскости.
  2. Классификация движений плоскости.
  3. Группа движений плоскости.

4. Определение подобия плоскости.
5. Определение гомотетии. Доказать, что гомотетия есть подобие.
6. Представление подобия через произведение гомотетии и движения.  
Уравнение подобия. Свойства подобия.
7. Инвариантные точки подобия.
8. Классификация подобий плоскости.
13. Группа подобий плоскости. Подобие фигур.

#### Вариант 1

1. Написать формулы осевой симметрии плоскости по координатам двух симметричных точек : А (1, -2), В (3, 4).
2. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка М (3, 1) переходит в точку  $M'$  (1, -2).
3. Написать уравнение образа прямой  $\ell$  при повороте вокруг точки М на угол  $\varphi$  :  
М (0, 0),  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $\ell: x+y=0$ .
4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано уравнениями :  $x'=2x$ ,  $y'=2y$ .
5. Найти прообраз точки М (3, -2) при гомотетии с центром в точке С (2, -4) и коэффициентом  $k=3$ .
6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в начале координат, углом поворота  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  и коэффициентом  $k=2$ .
7. Найти образ прямой  $x-y+3=0$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $x=-3$  с центром в точке М (-3, 2) и коэффициентом  $k=5$ .
8. Показать, что данное преобразование  $f$  – подобие. Определить его род и неподвижную точку. Композицией таких преобразований является :

$$f: \begin{cases} x' = \frac{5\sqrt{3}}{2}x - \frac{5}{2}y \\ y' = \frac{5}{2}x + \frac{5\sqrt{3}}{2}y - 1 \end{cases}$$

## Вариант 2

1. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(2, 0)$  переходит в точку  $M'(-1, -1)$ .
2. Ось симметрии  $\ell$  задана своим уравнением. Написать уравнение прямой  $m'$ , симметричной прямой  $m$  относительно  $\ell$ , если :  
 $\ell : x+y+1=0$ ,  $m : 2x-y-2=0$ .

3. Вычислить координаты центра поворота, заданного формулами :

$$f: \begin{cases} x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 1 \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 2 \end{cases}$$

4. Выяснить характер преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано уравнением :

$$x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + 1, \quad y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y.$$

5. Найти образ точки при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом  $k = -2$ , точка  $K(0, -5)$ .
6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $M(-2, 3)$ , углом поворота  $\frac{\pi}{4}$  и коэффициентом  $k=6$ .
7. Найти прообраз окружности  $(x-2)^2 + y^2 = 9$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $OY$  с центром в точке  $C(0, 3)$  и коэффициентом  $k=2$ .
8. Доказать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является ?

$$f: \begin{cases} x' = 7x - y + 1 \\ y' = x + 7y \end{cases}.$$

## Вариант 3

1. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(0, -3)$  переходит в точку  $M'(-1, 2)$ .

2. Ось симметрии  $l$  задана своим уравнением. Написать уравнение прямой  $m'$ , симметричной прямой  $m$  относительно  $l$ , если:

$$l: -x+y=0, \quad m: x-2y+1=0.$$

3. Поворот вокруг точки  $M(2, 1)$  отображает точку  $A$  на точку  $B$ .

Вычислить координаты точки  $B$ , если  $\alpha=45^\circ$ ,  $A(1, -2)$ .

4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной системе координат оно дано уравнениями:

$$x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1, \quad y' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 15.$$

5. Написать уравнение образа прямой  $2x-3y=0$  при гомотетии с центром в точке  $A(-2, 5)$  и коэффициентом  $k = -4$ .

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $M(-3, 0)$ , углом поворота  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  и коэффициентом  $k = \frac{1}{2}$ .

4. Найти прообраз точки  $M(-10, 7)$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $x-2y=0$  с центром в начале координат и коэффициентом  $k=3$ .

5. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является?

$$f: \begin{cases} x' = -6x + y \\ y' = x + 6y - 2 \end{cases}.$$

#### Вариант 4

1. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(-1, -1)$  переходит в точку  $M'(0, 0)$ .

2. Написать формулы преобразования, представляющего собой композицию трёх осевых симметрий с осями  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $x-2y=0$ .

3. Написать уравнение прообраза прямой  $\varphi$  при повороте вокруг точки  $M$  на угол  $\varphi$ :  $M(-2, 1)$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ,  $l: x-y+1=0$ .

4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно задано уравнениями:  $x' = x + 3$ ,  $y' = -y$ .
5. Найти прообраз прямой  $3x - y + 5 = 0$  при гомотетии с центром гомотетии в точке  $M(-2, 0)$  и коэффициентом  $k = -3$ .
6. Найти образ точки  $M(-10, 7)$  при центрально-подобном вращении с центром в точке  $C(12, 3)$ , углом поворота  $\varphi = -\frac{\pi}{3}$  и коэффициентом подобия  $k = \frac{1}{4}$ .
7. Написать уравнение центрально-подобной симметрии относительно оси  $x - 3y + 2 = 0$  с центром в точке  $A(7, 3)$  и коэффициентом  $k = 7$ .
8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является?

$$f: \begin{cases} x' = \frac{12}{15}x + \frac{16}{5}y - 1 \\ y' = -\frac{16}{5}x + \frac{12}{5}y - 15 \end{cases}$$

#### Вариант 5

1. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(2, -2)$  переходит в точку  $M'(1, 4)$ .
2. Написать формулы преобразования осевой симметрии, если ось задана уравнением  $y = kx + b$ .
3. Написать уравнение прообраза прямой  $\ell$  при повороте вокруг точки  $M(0, -1)$  на угол  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ,  $\ell: x + 2y = 0$ .
4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано системой уравнений:  $x' = -3x - 6$ ,  $y' = 3y + 2$ .
5. Найти образ окружности  $x^2 + (y - 5)^2 = 4$  при гомотетии с центром в точке  $A(-2, 5)$  и коэффициентом  $k = -\frac{1}{3}$ .

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $C(3, \frac{1}{2})$ , углом поворота  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  и коэффициентом  $k=2$ .
7. Найти прообраз точки  $M(-2, 7)$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $OX$  с центром в точке  $S(-3, 0)$  и коэффициентом  $k=3$ .
8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является?

$$f: \begin{cases} x' = -4y - 5 \\ y' = 4x + 1 \end{cases} .$$

### Вариант 6

1. Докажите, что преобразование плоскости, заданное тремя парами точек и их образов:  $A(1, 2)$  и  $A'(2, 4)$ ,  $B(0, -3)$  и  $B'(1, -1)$ ,  $C(2, -1)$  и  $C'(3, 1)$  – это параллельный перенос  $t$ . Найти вектор  $\vec{t}$ .
2. Осевая симметрия задана формулами:  $x' = -x - 6$ ,  $y' = y$ . Найти уравнение оси симметрии.
3. Найти аналитическое задание симметрии с центром в точке  $(5, -2)$ .
4. Определить вид преобразования:
 
$$f: \begin{cases} x' = \frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y + \frac{2}{13} \\ y' = -\frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y - \frac{16}{13} \end{cases}$$
5. Найти образ эллипса с полуосями  $a = 5$ ,  $b = 3$  при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом  $k = -\frac{1}{2}$ .
6. Найти координаты прообраза точки  $A(4, 2)$  при центрально-подобном вращении с центром в точке  $C(0, -5)$ , углом поворота  $\varphi = 120^\circ$  и коэффициентом  $k=2$ .
7. Написать уравнение центрально-подобной симметрии с осью  $3x - 2y + 1 = 0$ , центром  $M(3, 5)$  и коэффициентом  $k=2$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти координаты инвариантной точки. Указать преобразования, композицией которых является:

$$f: \begin{cases} x' = -3y \\ y' = 3x \end{cases} .$$

#### Вариант 7

1. Написать уравнение прообраза прямой  $x-y=0$  при параллельном переносе на вектор  $\vec{p}(2, -1)$ .

2. Найти аналитическое задание симметрии с осью  $3x+2y-6=0$ .

3. Написать уравнение поворота, заданного центром в точке  $C(-3, -1)$  и углом  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

4. Определить вид преобразования:

$$f: \begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 1 \\ y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 2 \end{cases}$$

5. Найти прообраз параболы  $y^2=4x$  при гомотетии с центром в точке  $C(5, -4)$  и коэффициентом  $m = \frac{1}{4}$ .

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в начале координат, углом поворота  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  и коэффициентом подобия  $k=10$ .

7. Найти координаты образа точки  $A(7, -2)$  при центрально-подобной симметрии с осью  $x-y=0$ , центром  $(-2, -2)$  и коэффициентом  $k=3$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти неподвижную точку подобия. Указать преобразования, композицией которых является:

$$f: \begin{cases} x' = \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 1 \\ y' = \sqrt{2}x + \sqrt{2}y - 3 \end{cases}$$

### Вариант 8

1. Написать уравнение параллельного переноса, при котором точка  $M(-2, 10)$  переходит в точку  $M'(0, -2)$ .
2. Найти аналитическое задание симметрии с осью  $x=4$ .
3. Поворот вокруг точки  $M(2, 1)$  отображает точку  $A$  в  $B$ . Вычислить координаты точки  $B$ , если  $\alpha=120^\circ$ ,  $A(1, 1)$ .
4. Доказать, что преобразование  $f$  есть движение и определить его вид, где

$$f: \begin{cases} x' = 0,6x - 0,8y - 1 \\ y' = -0,8x - 0,6y - 2 \end{cases}.$$

5. Найти образ равнобочной гиперболы с полуосями равными 5 при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом  $m=2$ .
6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $M(-5, 2)$ , углом поворота  $\varphi=30^\circ$  и коэффициентом подобия  $k=4$ .
7. Найти координаты прообраза точки  $A(-4, 0)$  при центрально-подобной симметрии с осью  $2x+y=0$ , центром в точке  $C(1, -2)$  и коэффициентом  $k=\frac{1}{2}$ .
8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти неподвижную точку подобия. Указать преобразования, композицией которых является:

$$f: \begin{cases} x' = \sqrt{3}x + y \\ y' = -x + \sqrt{3} - 2 \end{cases}.$$

### Вариант 9

1. Написать уравнение параллельного переноса, при котором точка  $M(2, -2)$  переходит в точку  $M'(-7, -3)$ .
2. Осевая симметрия задана уравнениями :

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 1$$

$$y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 2.$$

Найти уравнение оси симметрии.

3. Поворот вокруг точки  $C(2, 1)$  отображает точку  $A$  в  $B$ . Вычислить координаты точки  $A$ , если  $\alpha=90^\circ$ ,  $B(3, -1)$ .

4. Определить вид преобразования  $f$ :

$$f: \begin{cases} x' = \frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y - 2 \\ y' = -\frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y \end{cases}$$

5. Написать уравнение гомотетии с центром в точке  $C(7, -8)$  и коэффициентом  $k = -\frac{1}{3}$ .

6. Найти координаты прообраза точки  $M(-2, 0)$  при центрально-подобном вращении с центром в точке  $A(-2, -5)$ , углом поворота  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  и коэффициентом  $k=3$ .

7. Найти образ прямой  $5x - y + 4 = 0$  при центрально-подобной симметрии с осью  $OY$ , центром в точке  $C(0, 4)$  и коэффициентом  $k=5$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти инвариантную точку этого преобразования. Указать преобразования, композицией которых является  $f$ :

$$f: \begin{cases} x' = 3y - 1 \\ y' = 3x - 2 \end{cases}$$

### Вариант 10

1. Докажите, что аффинное преобразование плоскости, заданное тремя парами точек и их образов:  $A(1, 2)$  и  $A'(2, 4)$ ,  $B(0, -3)$  и  $B'(1, -1)$ ,  $C(2, -1)$  и  $C'(3, 1)$  - это параллельный перенос  $t$ . Найти  $t$ .

2. Написать уравнение скользящей симметрии, заданной осью  $x-2=0$  и вектором  $a(0, 3)$

3. Написать уравнение образа прямой  $x+2y=0$  при повороте вокруг точки  $M(0, -1)$  на угол  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

4. Доказать, что преобразование  $f$  есть движение. Определить его вид.

$$f: \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 \\ y' = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

5. Найти образ оси  $OY$  при гомотетии с центром в точке  $C(4, -7)$  и коэффициентом

$$k = -\frac{2}{5}.$$

6. Найти координаты прообраз окружности  $x^2 + (y+3)^2 = 25$  при центрально-подобном вращении с центром в начале координат, углом поворота  $\frac{\pi}{2}$  и коэффициентом  $k=4$ .

7. Написать уравнение центрально-подобной симметрии в точке  $A(2, -2)$ , осью  $x+y=0$  и коэффициентом  $k=2$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти инвариантную точку этого преобразования.

Указать преобразования, композицией которых является  $f$ :

$$f: \begin{cases} x' = -3x + 4y + 8 \\ y' = 4x + 3y - 4 \end{cases}.$$

*Индивидуальное задание №5. Раздел 6. Тема: «Изображение фигур в параллельной проекции»*

*Контрольные вопросы:*

1. Понятие о параллельном проектировании.
2. Свойства параллельного проектирования.
3. Параллельное проектирование плоскости на плоскость. Частные случаи.
4. Определение изображения фигур. Основная теорема.

5. Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции.

#### Вариант 1

1. Построить изображения правильного треугольника, правильной треугольной пирамиды, правильной шестиугольной призмы в параллельной проекции.

2. Дано изображение окружности в параллельной проекции. Построить изображения квадрата и правильного восьмиугольника, вписанных в эту окружность.

3. Дано изображение равнобедренного прямоугольного треугольника в параллельной проекции. Построить изображение описанной около него окружности.

#### **Методические рекомендации по выполнению и оформлению индивидуальных заданий**

Для решения индивидуальных заданий надо изучить темы, по которым предложено задание. Для этого необходимо найти в литературе необходимый раздел, выписать из него формулы, выучить определения и проштудировать теоремы, которые используются в том и ли ином разделе.

Решение задач следует излагать подробно, вычисления должны располагаться в строгом порядке, при этом рекомендуется отделять вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки (карандашом), но аккуратно и в соответствии с данными условиями.

Решение каждой задачи должно доводиться до окончательного ответа, которого требует условие, и, по возможности, в общем виде с выводом формулы. В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней и т.п.

#### **Порядок сдачи ИДЗ и его оценка**

Задачи сдаются на проверку в указанные преподавателем сроки. Неверно решенные задания возвращаются на доработку с указанием

характера ошибки. Исправленное задание возвращается на проверку вместе с первоначальным вариантом решения.

По результатам проверки студенту выставляется определенное количество баллов, которое входит в общее количество баллов студента, набранных им в течение семестра.

### **Критерии оценки выполнения (защиты) индивидуального домашнего задания**

100-86- баллов выставляется, если студент верно решил все задачи, выбрал наиболее оптимальный способ решения, обосновал каждый этап решения задачи, сопроводил решение грамотной записью и речью (при защите в форме собеседования);

85 -76- баллов выставляется, если студент получил верный ответ во всех заданиях, но решение не было строго аргументировано;

75-61 балл- если при решении некоторых заданий возникли затруднения, или при верно полученном ответе нет аргументации, ссылок на соответствующие теоремы.

#### **Шкала оценивания индивидуального домашнего задания**

Менее 61%	Неудовлетворительно
От 61% до 75%	Удовлетворительно
От 76% до 85%	Хорошо
От 86% до 100%	Отлично

По результатам защиты индивидуальных заданий рекомендуется дать общую оценку результатов, как каждого студента, так и всей группы в целом, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний;
- положительные стороны и недостатки в работе студентов;
- задачи и пути устранения недостатков.

#### ***Творческие задания (ПР-13)***

#### Раздел 4. Тема: **Поверхности второго порядка в евклидовом пространстве**

##### *Содержание:*

1. Изучить определение, уравнения и классификацию поверхностей второго порядка.
2. Составить таблицу классификации поверхностей второго порядка.
3. Построить действительные поверхности второго порядка в кабинетной проекции.
4. Исследовать поверхности второго порядка на применение их в различных областях деятельности человека, использование в архитектуре, искусстве.
5. Составить презентацию практического применения поверхностей второго порядка.

#### **Методические рекомендации по выполнению и оформлению творческих индивидуальных заданий**

Помимо всех требований, которые предъявляются к выполнению обычного индивидуального задания, добавляются дополнительные. К выполнению задания студент должен подойти творчески. Рассмотреть научное и практическое применение исследуемых объектов и теорий. Составить письменный отчет о проделанной работе. Задание должно быть выполнено в отдельной тетради или альбоме. В ряде случаев подготовить презентацию и сделать сообщение на семинарском занятии. Творческое задание по геометрии, как правило, содержит большую конструктивную работу, требующую знаний изображения фигур и умения пользоваться чертежными инструментами.

#### **Критерии оценки индивидуального творческого задания**

1. 100-86 баллов выставляется, если студент/группа выразили своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировали его, точно определив ее содержание и составляющие. Продемонстрировано знание и владение навыком самостоятельной исследовательской работы по теме

исследования; методами и приемами анализа международно-политической практики. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

2. 85-76 - баллов - работа студента/группы характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

3. 75-61 балл - проведен достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимание базовых основ и теоретического обоснования выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы.

4. 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст, без каких бы, то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок, смыслового содержания, раскрываемой проблемы.

### **3. Доклады (УО-3)**

#### **Раздел 2. Тема: Исторический обзор развития геометрии**

1. Этапы развития древнегреческой геометрии.
2. Евклид и его «Начала».
3. Попытки доказательства пятого постулата Евклида.
4. Исследования Саккери, Ламберта, Лежандра.
5. Доказательство эквивалентности некоторых предложений пятому постулату.
6. Создание неевклидовой геометрии. Н. И. Лобачевский.
7. Аксиоматический подход к построению геометрии. Д. Гильберт.

8. Исторические этапы развития проективной геометрии.
9. Гаспар Монж и изображение фигур.
10. История появления и развития дифференциальной геометрии.
11. Гипотеза Пуанкаре и современная космология.
12. Топология как составная часть современной математики.

### **Методические рекомендации к подготовке доклада**

При подготовке к докладу студент должен подобрать соответствующий материал, в данной теме исторический, проанализировать его, составить историческую справку, содержащую автобиографии ученых, интересные исторические факты, установить связь с современными научными открытиями, теориями.

Доклад должен быть не большим, но содержать все необходимые сведения по рассматриваемому вопросу. С сообщением студент выступает на семинарском занятии. К докладу прилагается небольшая презентация.

### **Критерии оценки (письменного/устного доклада, реферата, сообщения, эссе, в том числе выполненных в форме презентаций):**

100-86 баллов - выставляется студенту, если студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Приведены данные отечественной и зарубежной литературы, статистические сведения, информация нормативно-правового характера. Студент знает и владеет навыком самостоятельной исследовательской работы по теме исследования; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно.

85-76 - баллов - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Для аргументации

приводятся данные отечественных и зарубежных авторов. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы.

75-61 балл - студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы.

60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст, без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства			
				текущий контроль	промежуточная аттестация		
1	Элементы векторной алгебры в пространстве	ПК-3.1	Знает	УО-1 (Собеседование), УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзаменам)		
				ПК-3.2	Умеет	УО-1 (Собеседование), УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзаменам)
						ПК-3.3	Владеет

2	Аффинная и прямоугольная декартова система координат в пространстве	УК-1.1	Знает.	УО-1 (Собеседование), ПР-13 (Творческое задание)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		УК-1.2	Умеет	УО-1 (Собеседование), ПР-13 (Творческое задание)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		УК-1.3	Владеет	УО-1 (Собеседование), ПР-13 (Творческое задание)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
3	Прямая на плоскости	ПК-3.1	Знает	УО-1 (Собеседование), УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	УО-1 (Собеседование), ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	УО-1 (Собеседование), ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
4	Прямая и плоскость в пространстве	ПК-3.1	Знает.	ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
5	Линии второго порядка	УК-1.1	Знает.	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		УК-1.2	Умеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		УК-1.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)

6	Поверхности второго порядка	УК-1.1	Знает.	УО-1 (Собеседование) ПР-13 (Творческое задание) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
		УК-1.2	Умеет	УО-1 (Собеседование) ПР-13 (Творческое задание) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
		УК-1.3	Владеет	УО-1 (Собеседование) ПР-13 (Творческое задание) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
7	k-плоскости и в n-аффинном евклидовом мерном пространстве	УК-1.1	Знает.	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
		УК-1.2	Умеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
		УК-1.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
8	Преобразования плоскости	ПК-3.1	Знает.	УО-1 (Собеседование) УО-2, (Коллоквиум) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	УО-2, (Коллоквиум) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
9	Элементы конструктивной геометрии на плоскости	ПК-3.1	Знает.	УО-1 (Собеседование) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	УО-1 (Собеседование) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	УО-1 (Собеседование) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

*(электронные и печатные издания)*

1. Ильин, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник для университетов и технических вузов / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – Москва: Проспект.: Изд-во Московского университета, 2012. – 393 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:665825&theme=FEFU>
2. Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие для технических специальностей вузов: в 4 ч. ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / [А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. - Минск: Вышэйшая школа, 2011. – 304с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:661943&theme=FEFU>
3. Остыловский, А. Н. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А. Н. Остыловский. - Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011. - 92 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=443221>
4. Бортаковский, А.С. Аналитическая геометрия в примерах и задачах: Учебное пособие / Бортаковский А.С., Пантелеев А.В. 2-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=515990>
5. Александров, А. Д. Геометрия: учебник / А. Д. Александров, Н. Ю. Нецветаев. — 2-е изд., исправленное. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010. — 612 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=350711>

### **Дополнительная литература**

*(печатные и электронные издания)*

1. Бахвалов, С. В. Аналитическая геометрия: учебник для педагогических институтов / Бахвалов, С. В., Бабушкин Л. И., Иваницкая В. П. под ред. С. В. Бахвалова. - Москва: Альянс, 2016. - 376 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:837537&theme=FEFU>
2. Александров, П.С. Лекции по аналитической геометрии / Александров П.С. -Санкт-Петербург: Лань, 2008. — 912 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=561](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=561)
3. Постников, М. М. Аналитическая геометрия / М. М. Постников. - Москва: Наука, 1973. - 751 с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:83419&theme=FEFU>
4. Погорелов, А. В. Геометрия: учебное пособие / А. В. Погорелов. - Москва: Наука, 1983. - 288 с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:267736&theme=FEFU>
5. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия: учебник / И. И. Привалов. - 26-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 1961. - 299с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:324363&theme=FEFU>
6. Авилова, Л.В.. Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии ( типовые расчеты) /Авилова Л.В., Болотюк В.А., Болотюк Л.А. -Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 288 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=37330](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=37330)
7. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры /Александров П.С. -Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 512 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=493](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493)

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Федеральный образовательный портал «Информационные и коммуникационные технологии в образовании». Режим доступа:  
<http://www.ict.edu.ru/>
2. Интернет - университет информационных технологий, в котором собраны электронные и видео-курсы по отраслям знаний. Режим доступа:  
<http://www/intuit.ru>

3. Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Режим доступа: <http://www.iqlib.ru>

4. Осин А.В. Электронные образовательные ресурсы нового поколения: открытые образовательные модульные мультимедиа системы (электронный ресурс). Режим доступа: [http://portal.gersen.ru/coiriponerit/option.coiri\\_intree/task.viewlink/link\\_id.705/Itemid.50/](http://portal.gersen.ru/coiriponerit/option.coiri_intree/task.viewlink/link_id.705/Itemid.50/)

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

#### **Информационные технологии:**

- сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- программирование компьютерных экспериментов;
- самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала, с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;
- использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

#### **Программное обеспечение:**

- операционная система WindowsXP;
- пакетприложений Windows – Microsoft Office.

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Методические указания студентам**

Курс «Геометрия» структурирован по тематическому и сравнительно-типологическому принципу, что позволяет, с одной стороны, систематизировать учебный материал, с другой – подчеркнуть связь с другими дисциплинами.

В процессе изучения материалов учебного курса предлагаются разнообразные формы работ: чтение лекций, практические занятия, самостоятельная работа студентов, включающая в себя такие виды деятельности, как подготовка к практическим занятиям, коллоквиумам, выполнение домашних практических работ, индивидуальных заданий, творческих заданий, подготовку докладов, презентаций.

*Лекционные занятия* ориентированы на освещение вводных тем в каждый раздел курса и призваны ориентировать студентов в предлагаемом материале, заложить научные и методологические основы для дальнейшей самостоятельной работы студентов.

*Практические занятия* направлены на усвоение и закрепление, лекционного материала, а также, на занятиях прорабатываются вопросы, вынесенные для самостоятельного изучения и вопросы, связанные со школьным курсом геометрии. Вся работа строится на решении разноуровневых задач с элементами творчества. Студентам так же предлагаются задачи из заданий ОГЭ и ЕГЭ.

При подготовке к практическим занятиям

**студенты должны:**

- проработать лекционный материал;
- изучить рекомендованную литературу;
- подготовить конспект по вопросам, вынесенным на самостоятельное изучение;
- ответить на контрольные вопросы, поставленные в начале лекции;
- выполнить практическое домашнее задание.

*Домашние задания* носят в основном индивидуальный характер и содержат разноуровневые задачи и задания. Для выполнения таких заданий

требуется основательно проработать лекционный материал, рекомендованную литературу, ответить на контрольные вопросы, которые прилагаются к каждому заданию. По каждому заданию обучающиеся предоставляют письменный и \ или устный отчет.

### **Методические рекомендации по подготовке к экзамену(зачету)**

В период подготовки к экзамену студенты вновь обращаются к пройденному учебному материалу. При этом они не только скрепляют полученные знания, но и получают новые. Подготовка студента к экзамену включает в себя три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету/экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на вопросы, содержащиеся в билетах.

Литература для подготовки к экзамену рекомендуется преподавателем либо указана в учебно-методическом комплексе. Для полноты учебной информации и ее сравнения лучше использовать не менее двух учебников. Студент вправе сам придерживаться любой из представленных в учебниках точек зрения по спорной проблеме (в том числе отличной от преподавателя), но при условии достаточной научной аргументации.

Основным источником подготовки к экзамену является конспект лекций, где учебный материал дается в систематизированном виде, основные положения его детализируются, подкрепляются современными фактами и информацией, которые в силу новизны не вошли в опубликованные печатные источники. В ходе подготовки к экзамену студентам необходимо обращать внимание не только на уровень запоминания, но и на степень понимания излагаемых проблем.

Экзамен проводится по рейтинговой системе. Студенты набравшие необходимое число баллов могут получить заработанную отметку. Студенты, желающие улучшить свой результат, сдают экзамен по билетам, охватывающим весь пройденный материал. По окончании ответа

экзаменатор может задать студенту дополнительные и уточняющие вопросы. На подготовку к ответу по вопросам билета студенту дается 30 минут с момента получения им билета.

Результаты экзамена объявляются студенту после окончания ответа в день сдачи.

### **Методические рекомендации по подготовке к контрольным работам**

При подготовке к контрольной работе по определенному разделу дисциплины полезно выписать отдельно все формулы, относящиеся к данному разделу, и все используемые в них обозначения.

При подготовке к контрольной работе следует просмотреть конспект практических занятий и выделить в практические задания, относящиеся к данному разделу. Если задания на какие-то темы не были разобраны на занятиях (или решения которых оказались непонятыми), следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений. Рекомендуется при подготовке к контрольной работе самостоятельно решить несколько типичных заданий по соответствующему разделу.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Реализация направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» предполагает наличие следующего материально-технического обеспечения по дисциплине «Геометрия»:

- лекционные аудитории (оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций, экраном, и имеющие выход в Интернет);
- помещения для проведения практических занятий (оборудованные необходимым образом);
- кабинет математики (содержащий все необходимые чертежные инструменты, трафареты, модели геометрических тел и т. д.)

№ п/п	Наименование предмета, дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий с перечнем основного оборудования	Адрес (местоположение) учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий, объектов физической культуры и спорта (с указанием номера помещения)
1	2	3	4
1	Геометрия	Кабинет математики. Учебная мебель на 68 рабочих мест (стол-23, стул-31), шкаф для документов-6, доска меловая-1	692508, Приморский край, г. Уссурийск, ул. Чичерина, 54, ауд. 17

### VIII. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства			
				текущий контроль	промежуточная аттестация		
1	Элементы векторной алгебры в пространстве	ПК-3.1	Знает	УО-1 (Собеседование), УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзаменам)		
				ПК-3.2	Умеет	УО-1 (Собеседование), УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзаменам)
						ПК-3.3	Владеет
2	Аффинная и прямоугольная декартова система координат в пространстве	УК-1.1	Знает.	УО-1 (Собеседование), ПР-13 (Творческое задание)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)		
				УК-1.2	Умеет	УО-1 (Собеседование), ПР-13 (Творческое задание)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
						УК-1.3	Владеет

3	Прямая плоскости на	ПК-3.1	Знает	УО-1 (Собеседование), УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	УО-1 (Собеседование), ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	УО-1 (Собеседование), ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 1 (УО-1 по вопросам к экзамену)
4	Прямая плоскость и в пространстве	ПК-3.1	Знает.	ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	ПР-2, (Контрольная работа) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
5	Линии второго порядка	УК-1.1	Знает.	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		УК-1.2	Умеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		УК-1.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет - семестр 2 (УО-1 по вопросам к экзамену)
6	Поверхности второго порядка	УК-1.1	Знает.	УО-1 (Собеседование) ПР-13 (Творческое задание) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)

		УК-1.2	Умеет	УО-1 (Собеседование) ПР-13 (Творческое задание) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
		УК-1.3	Владеет	УО-1 (Собеседование) ПР-13 (Творческое задание) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
7	k-плоскости и в и n-аффинном евклидовом мерном пространстве	УК-1.1	Знает.	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
		УК-1.2	Умеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
		УК-1.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум) ПР-2, (Контрольная работа)	зачет- семестр 3 (УО-1 по вопросам к зачету)
8	Преобразования плоскости	ПК-3.1	Знает.	УО-1 (Собеседование) УО-2, (Коллоквиум) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	УО-2, (Коллоквиум) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) УО-2, (Коллоквиум)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
9	Элементы конструктивной геометрии на плоскости	ПК-3.1	Знает.	УО-1 (Собеседование) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.2	Умеет	УО-1 (Собеседование) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)
		ПК-3.3	Владеет	УО-1 (Собеседование) ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)	экзамен- семестр 4 (УО-1 по вопросам к экзамену)

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		Критерии	Показатели
ПК – 3 – способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности	Знает (пороговый уровень)	- основные положения теории, изучаемой дисциплины, а именно: основы векторной алгебры, метод координат, основные этапы возникновения и развития геометрии, определения, уравнения прямых, плоскостей, линий и поверхностей второго порядка; определение и основные понятия квадратичных форм и квадрик; преобразования плоскости; элементы конструктивной геометрии на плоскости.	Знание основ векторной алгебры, метод координат, основные этапы возникновения и развития геометрии, определения, уравнения прямых, плоскостей, линий и поверхностей второго порядка; определение и основные понятия квадратичных форм и квадрик; преобразования плоскости; элементы конструктивной геометрии на плоскости. Знание научного и практического применения полученных знаний, их место в школьном курсе геометрии.	Способность полноценно использовать весь объем полученных научных знаний для осуществления качественной педагогической деятельности. Способность обосновать и доказать основные положения теории, изучаемых разделов геометрии, установить связь со школьным курсом геометрии.
	Умеет (продвинутый)	- применить изученную теорию к решению задач, построению верных чертежей и рисунков к ним; подготовить доклад, презентацию, найти связь, рассматриваемых теорий со школьным курсом математики.	Применение, изученной теории, к решению задач, построению верных чертежей и рисунков к ним; подготовке докладов, презентаций, творческих заданий. Умение выделить из изученной теории вопросы, тесно связанные с	Способность применить изученную теорию к решению задач, построению верных чертежей и рисунков к ним; найти научно и практическое применение, рассматриваемым теориям, объектам; установить связь

			школьным курсом геометрии и привести систему в соответствие со школьной программой.	со школьным курсом математики.
	Владеет (высокий)	- опытом отбора методов и приемов, позволяющих выбирать наиболее эффективные способы решения задач, приводить строго научное обоснования решения, проводить полное исследование линий и поверхностей, строить их изображения и находить их научное и практическое применение.	Владение эффективными методами и приемами, позволяющими выбирать наиболее рациональные способы решения задач, приводить строго научное обоснования решения, проводить полное исследование линий и поверхностей, строить их изображения и находить их научное и практическое применение.	Способность полноценно использовать весь объем полученных научных знаний для осуществления качественной педагогической деятельности.
УК-1 - способностью осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знает (пороговый уровень)	основные положения психологии и педагогики, специальные научные знания, способствующие критически анализировать и синтезировать информацию, полученную в процессе учебной деятельности.	Знание основных психолого-педагогических аспектов, определения всех основных понятий, доказательство главных теорем предметной области; знание классификаций задач и методы их решения.	Способность критически анализировать и синтезировать информацию, полученную в процессе учебной деятельности.
	Умеет (продвинутый)	применять научные методы и способы, позволяющие разрешить	Умение применять научные методы и способы, позволяющие	Способность осуществлять системный подход для решения поставленных

		проблемную ситуацию, возникающую в учебном процессе, в частности, при выборе метода или способа решения определенных задач, доказательстве теорем.	разрешать проблемные ситуации, осуществлять системный подход к решению поставленных задач, в частности, применять теорию к решению задач разной сложности, умение систематизировать их по классам.	задач.
Владеет (высокий)	инструментарием, позволяющим в полном объеме все имеющиеся знания применить в профессиональной деятельности для решения поставленных задач; вырабатывать стратегию действий, предоставляющую учащимся возможность критически анализировать и синтезировать, изучаемый материал, высказывать и отстаивать оригинальные идеи и решения, развивать их творческие способности.	Владение инструментарием, позволяющим в полном объеме использовать все имеющиеся знания для нахождения решения задач, классифицировать их, использовать различные методы и способы решения.	Способность вырабатывать стратегию действий, предоставляющую учащимся возможность критически анализировать и синтезировать, изучаемый материал, высказывать и отстаивать оригинальные идеи и решения, развивать их творческие способности.	

**Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины**

**Промежуточная аттестация студентов** проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине «Геометрия» предусмотрен следующий вид промежуточной аттестации: **зачет** – 2,3 семестр, **экзамен** в 1,4 семестре.

Выполнение контрольных работ, выполнение и защита индивидуальных работ, сдача коллоквиума являются необходимым условием положительной оценки итоговой аттестации студента по дисциплине.

Экзамен проводится в форме устного ответа на два вопроса экзаменационного билета, а также письменного решения практического задания, содержащегося в экзаменационном билете.

**Текущая аттестация студентов** по дисциплине «Геометрия» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине «Геометрия» проводится в форме **контрольных мероприятий:**

- выполнение контрольных работ (ПР-2);
- выполнение индивидуальных домашних заданий (ПР -11);
- подготовка доклада и выступление на практических занятиях (УО-3);
- коллоквиум (УО-3);
- творческое задание (ПР-13);
- собеседование по результатам, проделанной работы (УО-1);
- письменный отчет о выполненной работе (ПО).

**Объектами оценивания выступают:**

- учебная дисциплина (своевременность выполнения контрольных и индивидуальных домашних работ, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;

- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

### **Оценочные средства для промежуточной аттестации**

#### *Вопросы на зачет*

#### **(УО-1 – Устный опрос)**

#### **Семестр 2**

#### **Разделы № 2,3. «Прямая и плоскость», «Линии второго порядка»**

1. Уравнения прямой на плоскости, заданной точкой и направляющим вектором.
2. Уравнение прямой на плоскости, заданной двумя точками.
3. Уравнение с угловым коэффициентом прямой на плоскости. Геометрический смысл углового коэффициента.
4. Уравнение прямой на плоскости «в отрезках». Геометрический смысл коэффициентов.
5. Уравнение прямой на плоскости, заданной точкой и нормальным вектором.
6. Общее уравнение прямой на плоскости. Теорема об общем уравнении прямой. Геометрический смысл коэффициентов при переменных в общем уравнении.
7. Расположение прямой, заданной общим уравнением, относительно системы координат.
8. Взаимное расположение двух прямых, заданных общими уравнениями на плоскости.
9. Взаимное расположение двух прямых на плоскости, заданных уравнениями с угловыми коэффициентами.
10. Расстояние от точки до прямой. Отклонение точки от прямой. Расстояние между двумя параллельными прямыми на плоскости.

11. Вычисление угла между двумя прямыми на плоскости.
12. Уравнения плоскости заданной точкой и направляющим подпространством.
13. Уравнения плоскости, заданной тремя точками и «в отрезках».
14. Уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором.
15. Общее уравнение плоскости. Теорема об общем уравнении плоскости.
16. Лемма о параллельности вектора и плоскости.
17. Особенности расположения плоскости относительно системы координат, уравнения.
18. Взаимное расположение двух плоскостей.
19. Уравнения прямой, заданной точкой и вектором, в пространстве.
20. Общие уравнения прямой в пространстве, заданной двумя пересекающимися плоскостями. Переход от общих уравнений к каноническим и параметрическим.
21. Взаимное расположение прямой и плоскости. Условие перпендикулярности прямой и плоскости.
22. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Лемма о принадлежности прямых одной плоскости. Условия взаимного расположения двух прямых в пространстве.
23. Расстояние от точки до плоскости. Отклонение точки от плоскости. Вычисление расстояния между двумя параллельными плоскостями.
24. Вычисление угла между двумя прямыми в пространстве, между двумя плоскостями, между прямой и плоскостью.
25. Определение и вывод уравнения эллипса.
26. Изучение свойств эллипса по его каноническому уравнению.
27. Эксцентриситет эллипса.
28. Построения эллипса циркулем и линейкой. Параметрические уравнения эллипса.
29. Определение и вывод уравнения гиперболы.
30. Изучение свойств гиперболы по её каноническому уравнению.

31. Эксцентриситет гиперболы.
32. Равносторонняя гипербола. Гипербола сопряженная данной гиперболе.
33. Определение и вывод уравнения параболы.
34. Изучение параболы по её каноническому уравнению.
35. Различные случаи расположения параболы относительно системы координат. Уравнения.
36. Определение директрисы эллипса. Свойство. Теорема.
37. Определение директрисы гиперболы. Свойство. Теорема.
38. Определение и классификация линий второго порядка.

### **Семестр 3**

1. Понятие конструктивной геометрии. Инструменты геометрических построений. Аксиомы линейки и циркуля. Основные фигуры.
2. Задачи на построение. Простейшие построения, выполняемые циркулем и линейкой.
3. Основные построения, выполняемые циркулем и линейкой. Построения центра окружности.
4. Схема и методы решения задач на построение.
5. Сущность метода пересечения фигур. Примеры.
6. Множество точек, находящихся на данном расстоянии от данной фигуры (точки, прямой, окружности).
7. Множество точек, равноудалённых от двух данных фигур (двух точек, двух прямых).
8. Множество точек, из которых данный отрезок виден под данным углом.
9. Множество точек, сумма расстояний от каждой из которых есть величина постоянная.
10. Множество точек, разность расстояний от каждой из которых есть величина постоянная.
11. Окружность Аполлония.

12. Применение движения к решению задач на построение. Привести примеры.
13. Применение подобия к решению задач на построение. Привести примеры.
14. Однородные выражения. Теорема о построении отрезков, заданных однородными построениями первой степени.
15. Построение отрезков по простейшим формулам.
16. Построение отрезков, заданных однородными выражениями первой степени.
17. Построение отрезков, заданных формулой, не являющейся выражением первой степени.
18. Сущность алгебраического метода. Привести примеры.
19. Признак разрешимости задач на построение.
20. Задачи о спрямлении окружности и квадратуре круга.
21. Задача об удвоении куба.
22. Задача о трисекции угла.

**Зачет** студенты получают «автоматом» на основании рейтинга, сформированного по результатам всех контрольных мероприятий, входящих в рейтинг-план дисциплины. При этом выполняется условие, что контрольных мероприятий достаточно, чтобы выяснить степень усвоения студентами изучаемого материала и выставление зачета по результатам рейтинга.

### **Критерий выставления оценки студенту на зачете**

**по дисциплине «Геометрия»**

Количество баллов	Оценка
Менее 61%	Не зачтено
От 61% до 100%	Зачтено

## ***Вопросы на экзамен***

**(УО-1)**

### **Семестр 1**

#### **Раздел №1.«Элементы векторной алгебры. Метод координат».**

1. Понятие направленного отрезка, эквивалентные направленные отрезки; их свойства.
2. Определение вектора, лемма о равных векторах. Коллинеарные векторы. Длина вектора.
3. Сложение векторов. Свойства сложения.
4. Вычитание векторов (2 способа).
5. Произведение вектора на число. Свойства.
6. Теорема о коллинеарных векторах.
7. Компланарные векторы; свойства. Теорема о компланарных векторах.
8. Определения линейной комбинации векторов, линейной зависимой и линейно независимой системы векторов. Теорема о линейной зависимости  $n$  векторов.
9. Теорема о линейной зависимости двух векторов.
10. Теорема о линейной зависимости трех векторов.
11. Свойство о линейной зависимости системы векторов, содержащей нулевой вектор.
12. Некоторые свойства о линейно независимой системе векторов.
13. Определение линейного векторного пространства. Базис и размерность линейного векторного пространства. Ортонормированный базис.
14. Базис из векторов  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ . Координаты вектора и их свойства.

15. Теорема о линейной зависимости четырех векторов в трехмерном пространстве.
16. Векторная и скалярная проекция вектора на ось; их свойства.
17. Определение скалярного произведения двух векторов. Геометрический и физический смысл скалярного произведения двух векторов.
18. Вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе. Вычисление длины вектора и нахождение величины угла.
19. Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности двух векторов.
20. Правая и левая тройки векторов. Определение векторного произведения двух векторов. Физический смысл векторного произведения и геометрический смысл длины векторного произведения векторов.
21. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов.
22. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе.
23. Свойство координат коллинеарных векторов.
24. Смешанное произведение трех векторов. Геометрический смысл абсолютной величины смешанного произведения векторов.
25. Свойства смешанного произведения.
26. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе.
27. Условие компланарности трех векторов в координатах.
28. Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца.
29. Деление отрезка в данном отношении. Рассмотреть частные случаи.
30. Вычисление длины отрезка.

31. Вычисление площади треугольника и параллелограмма и объёмов параллелепипеда, призмы и тетраэдра с помощью векторной алгебры.
32. Расстояние от точки до прямой.
33. Уравнение прямой через 2 точки.
34. Уравнения прямой: параметрические и каноническое.
35. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
36. Общее уравнение прямой. Теорема об общем уравнении прямой.
37. Расположение прямой с общим уравнением относительно прямоугольной декартовой системы координат.
38. Взаимное расположение прямых, заданных общими уравнениями на плоскости.
39. Геометрический смысл знака трехчлена:  $Ax + By + C$ .
40. Взаимное расположение прямых, заданных уравнениями с угловыми коэффициентами.

## Семестр 4

### Раздел 4 «Квадрики в аффинном и евклидовом $n$ -мерном пространстве»

1. Алгебраическая поверхность. Определение поверхности второго порядка. Метод сечения. Определение и уравнение поверхности вращения.
2. Вывод уравнения сферы, круговой цилиндрической поверхности и круговой канонической поверхности.
3. Определения и уравнения цилиндрической поверхности.  
Цилиндрические поверхности второго порядка.
4. Определение конической поверхности. Исследование конической поверхности второго порядка методом сечения.

5. Определение и свойства трехосного эллипсоида; изучение формы эллипсоида методом сечения. Эллипсоид вращения.
6. Определение и свойства однополостного гиперboloида; изучение его формы методом сечения.
7. Определение и свойства двуполостного гиперboloида; изучение его формы методом сечения.
8. Определение и свойства эллиптического параболоида; изучение его формы методом сечения.
9. Определение и свойства гиперболического параболоида; изучение его формы методом сечения.
10. Определение прямолинейной образующей. Поверхности второго порядка имеющие и не имеющие прямолинейные образующие.
11. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида.
12. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
13. Определение векторного  $n$ -мерного пространства. Базис. Координаты вектора.
14. Определение аффинного  $n$ -мерного пространства. Аффинная система координат. Координаты точки. Деление отрезка в данном отношении.
15. Определение  $k$ -мерной плоскости. Уравнения  $k$ -плоскостей.
16. Гиперплоскость и её уравнение.
17. Взаимное расположение двух  $k$ -плоскостей.
18. Определение евклидова векторного  $n$ -мерного пространства. Длина вектора. Вычисление величины угла.
19. Определение евклидова  $n$ -мерного пространства. Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками. Гиперплоскость в евклидовом пространстве.
20. Определение квадратичной формы, её матрица и ранг.
21. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.
22. Определение и уравнение квадрики.

23. Приведение квадрики к каноническому и нормальному виду в аффинном  $n$ -мерном пространстве.
24. Классификация квадрик в  $A_2$  и  $A_3$ .

**Раздел №5. «Преобразования плоскости. Приложение преобразований плоскости к решению задач на построение»**

1. Определение отображения множеств. Частные случаи. Обратное отображение. Преобразования множества.
2. Группа преобразований множества. Подгруппа группы преобразований.
3. Определение движения плоскости. Доказать, что параллельный перенос – движения.
4. Доказать, что осевая и скользящая симметрия движения.
5. Доказать, что центральная симметрия и поворот – движения.
6. Теорема об отображении репера при движении.
7. Основная теорема движения плоскости.
8. Свойства движения плоскости.
9. Формулы преобразования аффинной системы координат. Частные случаи.
10. Формулы преобразования прямоугольной системы координат.
11. Два рода движений плоскости. Уравнения движения.
12. Инвариантные точки и прямые. Леммы.
13. Классификация движений 1 рода.
14. Классификация движений 2 рода.
15. Представления движений через осевые симметрии.
16. Группа движений плоскости и её подгруппы.
17. Равенство фигур. Равенство треугольников. Теорема.
18. Признаки равенства треугольников.
19. Группа симметрии геометрической фигуры.
20. Определение гомотетии. Доказать, что гомотетия есть подобие. Уравнение гомотетии.

21. Свойства гомотетии.
22. Основная теорема подобия, свойства подобия плоскости.
23. Уравнения подобия.
24. Теорема о неподвижных точках подобия.
25. Классификация подобий плоскости.
26. Группа подобий плоскости, её подгруппы.
27. Подобие фигур. Подобия треугольников. Признаки подобия треугольников.
28. Теорема о подобии эллипсов. Подобие гипербол и парабол.
29. Определение аффинного преобразования плоскости. Лемма. Основная теорема аффинного преобразования плоскости.
30. Теорема об аффинном преобразовании репера.
31. Свойства аффинного преобразования плоскости.
32. Два рода аффинных преобразований плоскости. Уравнение аффинного преобразования.
33. Определение, уравнения и свойства перспективно – аффинного преобразования плоскости.
34. Построение родственных точек.
35. Частные случаи перспективно – аффинного преобразования плоскости.
36. Преобразование эллипса при сжатии к оси.
37. Группа аффинных преобразований плоскости и её подгруппы.
38. Аффинно-эквивалентные фигуры. Аффинная эквивалентность треугольников и четырёхугольников.
39. Аффинная эквивалентность линий второго порядка. Теорема об аффинной эквивалентности эллипсов.

### **Примеры экзаменационных билетов**

Каждый билет состоит из двух теоретических вопросов, взятых из разных тем, и одной практической задачи, которая как может быть связана с

предыдущими двумя вопросами, так и принадлежать совершенно другой теме.

## Семестр 1

В первом семестре студенты изучают «Элементы векторной алгебры. Метод координат». Материал этого раздела очень важен студентам, как для изучения дисциплин всего математического цикла, так и в будущей педагогической деятельности. Поэтому на экзамене проверяется знание теории, но и умение применить ее к решению задач с практическим содержанием.

### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

Школа Педагогики  
ООП 44.03.05 Математика и информатика  
Дисциплина Геометрия  
Форма обучения очная  
Семестр осенний 20\_\_ – 20\_\_ учебного года

Реализующая кафедра математики, физики и методики преподавания

### Экзаменационный билет № 3

1. Определение и свойства сложения векторов.
2. Деление отрезка в данном отношении. Рассмотреть частные случаи.
3. Задача. Найти длину высоты АН тетраэдра ABCD, вершины которого находятся в точках  $A(2,-4,5)$ ,  $B(-1,-3,4)$ ,  $C(5,5,-1)$ ,  $D(1,-2,2)$ .

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## Семестр 4

В семестре 4 изучаются раздел 4 «Квадрики в аффинном и евклидовом  $n$ -мерном пространстве» и раздел 5 «Преобразования плоскости».

Материал, изучаемый студентами, является расширением и обобщением знаний, полученных учащимися в школьном курсе геометрии. При изучении существенное внимание уделяется не только теории, но и умению применить эти знания к решению задач. Поэтому каждый билет содержит задачу.

### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

#### «Дальневосточный федеральный университет»

Школа Педагогики  
ООП 44.03.05 Математика и информатика  
Дисциплина Геометрия  
Форма обучения очная  
Семестр 3 осенний 20\_\_ – 20\_\_ учебного года

Реализующая кафедра математики, физики и методики преподавания

#### Экзаменационный билет № 10

1. Определение и уравнение квадрики.
2. Группа движений плоскости и её подгруппы.

3. Задача. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно задано системой уравнений:

$$x' = -3x - 6, \quad y' = 3y + 2.$$

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

### **Критерии выставления оценки студенту на экзамене по дисциплине «Геометрия»**

Оценки ставятся по четырех балльной шкале («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»).

В критерии оценки, определяющей уровень и качество подготовки выпускника по специальности, его профессиональные компетенции, входят:

- уровень освоения студентом материала, предусмотренного учебной программой дисциплины;
- обоснованность, четкость, полнота изложения ответов;
- уровень информационной и коммуникативной культуры

<b>Баллы (рейтинговой оценки)</b>	<b>Оценка экзамена (стандартная)</b>	<b>Требования к сформированным компетенциям</b>
<b>86-100</b>	<b>«отлично»</b>	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, способен дать определения основных понятий предметной области дисциплины; способен бегло и точно применять терминологический аппарат предметной области дисциплины в устных ответах на вопросы; исчерпывающе и последовательно, четко и логически стройно отвечает на вопросы билет, дает исчерпывающее решение задач. Ответил правильно на более чем 86 % вопросов заданий.
<b>76-85</b>	<b>«хорошо»</b>	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при выполнении практических работ, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. Ответил правильно не менее чем на 65% вопросов заданий.

61-75	«удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он усвоил знания только основного материала, но не усвоил знания его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при решении задач. Ответил правильно не менее чем на 60% вопросов заданий.
-------	---------------------	---

## Оценочные средства текущей аттестации

### 1. Контрольные работы (ПР-2)

По учебному плану контрольные работы предусмотрены в 1,2 и 3-м семестрах.

#### Контрольная работа №1. Раздел 1. Векторная алгебра

##### «Сложение и умножение вектора на число».

##### Вариант № 1

1. По данным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  построить вектор  $\vec{p} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}$
2. Даны векторы  $\vec{a}(2;-3)$ ,  $\vec{b}(\frac{1}{2};2)$ . Существует ли  $\alpha$ , при котором векторы  $\vec{p} = \alpha\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{k} = \vec{a}$  коллинеарны ?
3. Точка М лежит на стороне ВС параллелограмма ABCD причем  $BM : MC = 2 : 1$ . Выразите векторы  $\overrightarrow{AM}$  и  $\overrightarrow{MD}$  через векторы  $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$  и  $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$ .
4. Доказать, что точки  $A(6;7;8)$ ,  $B(8;2;6)$ ,  $C(4;3;2)$ ,  $D(2;8;4)$  являются вершинами ромба и вычислить координаты точки пересечения диагоналей.

##### № 2

1. Заданы векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Построить вектор  $\vec{c} = \frac{2}{3}\vec{a} - \sqrt{3}\vec{b}$
2. Проверить будут ли компланарны следующие векторы:  
 $\vec{a}(5;-1;4)$ ,  $\vec{b}(3;-5;2)$ ,  $\vec{c}(-1;-13;-2)$

3. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, M – точка на стороне AD ( $AM = \frac{1}{2} MD$ ). Выразите через векторы  $\vec{x} = \vec{AD}$  и  $\vec{y} = \vec{AB}$  векторы  $\vec{BM}$  и  $\vec{OM}$
4. Даны вершины треугольника: A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5). Вычислите длину биссектрисы внутреннего угла при вершине B.

### № 3

1. Задать векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$  и построить вектор  $\vec{n} = -2\vec{c} + \frac{\sqrt{2}}{3}\vec{d}$
2. Найти линейную зависимость между векторами:  $\vec{a}(1;3;5)$ ,  $\vec{b}(0;4;5)$ ,  $\vec{c}(7;-8;4)$ ,  $\vec{d}(2;-1;3)$
3. Точка O – середина медианы AM треугольника ABC. Выразите вектор  $\vec{BO}$  через векторы  $\vec{a} = \vec{AB}$ ,  $\vec{b} = \vec{AC}$
4. Даны координаты трех вершин параллелограмма: A(2;3;2), B(0;2;4), C(4;1;0). Найти координаты четвертой вершины D и вычислить длины диагоналей.

### № 4

1. Задать векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{n}$  и построить вектор  $\vec{k} = \frac{1}{3}\vec{p} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{n}$
2. Даны векторы  $\vec{c}(3;-3)$ ,  $\vec{d}(1;2)$ . При каких  $\alpha$  векторы  $\vec{p} = \alpha\vec{c} - \vec{d}$  и  $\vec{k} = \vec{c} - \alpha\vec{d}$  коллинеарны? Определить их направление относительно друг друга.
3. Точки A и B симметричны относительно точки O. Докажите, что  $\vec{MB} = 2\vec{MO} - \vec{MA}$ , где M – произвольная точка плоскости.
4. Зная вершины треугольника A(1;-2), B(1;1), C(5;-2) найти длину медианы AM и центр тяжести этого треугольника.

### № 5

1. Задать векторы  $\vec{e}$  и  $\vec{n}$  и построить вектор  $\vec{k} = -\frac{3}{4}\vec{e} + \sqrt{3}\vec{n}$
2. Проверить, будут ли компланарны следующие векторы:  
 $\vec{a}(-2;1;5)$ ,  $\vec{b}(3;0;2)$ ,  $\vec{c}(-1;4;2)$
3. В параллелограмме ABCD точка E – середина стороны AD точка M – середина BC. Выразите векторы  $\overrightarrow{AM}$  и  $\overrightarrow{BE}$  через  $\overrightarrow{DC} = \vec{a}$  и  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$
4. Даны две смежные вершины параллелограмма A(-3;5), B(1;7) и точка пересечения диагоналей M(1;1). Определить две другие вершины и длины сторон параллелограмма.

### № 6

1. Задать векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и построить вектор  $\vec{c} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{\sqrt{2}}{3}\vec{b}$
2. Найти линейную зависимость между векторами  
 $\vec{m}(1;2;5)$ ,  $\vec{n}(-1;6;3)$ ,  $\vec{p}(0;0;2)$ ,  $\vec{k}(1;0;4)$
3. Дан параллелограмм ABCD, точка O – его центр. Докажите, что  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 4\overrightarrow{PO}$ , где P – произвольная точка плоскости.
4. Даны вершины треугольника: A(4;1;-2), B(2;0;0), C(-2;3;-5). Вычислить длину биссектрисы AF внешнего угла треугольника ABC.

### № 7

1. Задать векторы  $\vec{n}$  и  $\vec{k}$ . Построить вектор  $\vec{p} = \frac{2}{5}\vec{n} - \sqrt{2}\vec{k}$
2. Разложить вектор  $\vec{t} = \vec{d} + \vec{f} + \vec{e}$  по трем некопланарным векторам:  
 $\vec{k} = \vec{d} + \vec{f} - 2\vec{e}$ ,  $\vec{l} = \vec{d} - \vec{f}$ ,  $\vec{m} = 2\vec{f} + 3\vec{e}$
3. Точки M и K – середины диагоналей AC и BD четырехугольника ABCD. Докажите, что  $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$
4. Даны вершины треугольника: A(1;-1;3), B(2;1;-2), C(-5;2;-6). Вычислить длину медианы AM и центр тяжести D треугольника ABC.

Контрольная работа № 2. Раздел 1. Векторная алгебра

«Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов».

Вариант № 1

1. Вычислить  $[5\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}]^2$ , если  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ .
2. Дан тетраэдр, построенный на векторах  $\vec{AB}(-3;1;-1)$ ,  $\vec{AC}(3;9;-6)$ ,  $\vec{AD}(-1;2;-3)$  Найти:
  - а. объем тетраэдра,
  - б. площадь грани ABC,
  - в. высоту тетраэдра, опущенную из вершины D,
  - г.  $\cos(\vec{AD} \wedge \vec{AM})$ , где AM – медиана  $\Delta ABC$ ,
  - д. высоту АК грани ABC.
3. Даны три вершины параллелограмма  $A(3;-5)$ ,  $B(5;-3)$ ,  $C(-1;3)$ . Определить четвертую вершину.
4. При каких значениях  $m$  и  $n$  данные векторы  $\vec{a}(m,n,2)$  и  $\vec{b}(6,9,3)$  коллинеарны?

Вариант № 2

1. Вычислить  $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})(\vec{a} - 3\vec{b})$ , если  $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = -2$ .
2. Дан тетраэдр, построенный на векторах  $\vec{AB}(2;0;0)$ ,  $\vec{AC}(3;4;0)$ ,  $\vec{AD}(3;4;2)$ .  
Найти:
  - а. объем тетраэдра,
  - б. площадь грани ABC,
  - в. высоту тетраэдра, опущенную из вершины D,
  - г.  $\cos(\vec{BD} \wedge \vec{BC})$ ,
  - д. высоту АК грани ABC.
3. Даны вершины треугольника  $A(1;-1;-3)$ ,  $B(2;1;-2)$ ,  $C(-5;2;-6)$ . Вычислить биссектрису его внутреннего угла при вершине A.
4. При каком значении  $n$  данные векторы  $\vec{a}(2;-1;3)$  и  $\vec{b}(1;3;n)$  ортогональны?

### Вариант № 3

1. Вычислить  $[[3\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + 4\vec{b}]]$ , если  $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 3$ .
2. Дан параллелепипед  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , построенный на векторах  $\vec{AB}(4;3;0)$ ,  $\vec{AD}(2;1;2)$ ,  $\vec{AA_1}(-3;-2;5)$ . Найти:
  - а. объём параллелепипеда,
  - б. площадь грани  $ABCD$ ,
  - в. высоту параллелепипеда, опущенную из вершины  $A_1$ , на грань  $ABCD$ ,
  - г.  $\cos(\vec{AB} \wedge \vec{B_1D})$ ,
  - д. высоту  $AK$  грани  $ABCD$ .
3. Даны две смежные вершины параллелограмма  $A(-3;5)$ ,  $B(1;7)$  и точка пересечения диагоналей  $M(1;1)$ . Определить две другие вершины параллелограмма.
4. При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a}(2;3;-1)$ ,  $\vec{b}(1;-1;3)$  и  $\vec{c}(1;9;m)$  компланарны?

### Вариант №4

1. Вычислить  $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{b} - \vec{c})(\vec{c} + \vec{a})$ , если  $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 3$ .
2. В треугольной призме векторы  $\vec{AB}(0;1-1)$ ,  $\vec{AC}(2;-1;4)$  определяют основание, а вектор  $\vec{AA_1}(-3;2;2)$  направлен по боковому ребру. Найти:
  - а. объём призмы,
  - б. площадь грани  $ABC$ ,
  - в. высоту призмы,
  - г.  $\cos(\vec{B_1C_1} \wedge \vec{AA_1})$ ,
  - д. высоту  $AK$  грани  $ABC$ .
3. Даны три вершины треугольника  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$ ,  $C(-4;7;5)$ . Вычислить длину биссектрисы его внутреннего угла при вершине  $B$ .
4. При каких значениях  $m$  и  $n$  данные векторы  $\vec{a}(2, n, 3)$  и  $\vec{b}(3;2;m)$  коллинеарны?

Контрольная работа №3. Раздел 2. Прямая и плоскость

Вариант № 1

1. Установить взаимное расположение двух прямых:

$$\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+2t \\ z=4, \quad t \in R \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x-3y+z=0 \\ x+y-z+4=0 \end{cases}$$

2. При каком  $\lambda$  прямая  $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-5+3t, \quad t \in R \\ z=2+7t \end{cases}$  параллельна плоскости

$$2x-5y+\lambda z-1=0?$$

3. Вычислить острый угол между прямыми:

$$\begin{cases} x=-4t \\ y=5+2t, \quad t \in R \\ z=-2+4t \end{cases} \quad \text{и} \quad \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{-6}$$

4. Найти расстояние от точки P (1,-1,2) до прямой  $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{2}$

5. Вывести уравнение геометрического места точек, отклонения которых от плоскости  $6x+3y+2z-10=0$  равно -3

Вариант №2

1. Выяснить взаимное расположение прямых:

$$\frac{x+4}{3} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z}{4/9} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 4x+y-6z-2=0 \\ y-3z+2=0 \end{cases}$$

2. При каких значениях  $\lambda$  и  $\mu$  прямая  $\begin{cases} x=1 \\ y=-3-8t, \quad t \in R \\ z=\lambda+t \end{cases}$  лежит в плоскости

$$3x+\mu y+7z-2=0?$$

3. Найти угол между прямой  $\begin{cases} x=4-2t \\ y=3t, \quad t \in R \\ z=7+6t \end{cases}$  и плоскостью  $2x-2y+z-7=0$

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку p (2;3;-1) и

перпендикулярную прямой  $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+25}{-2}$

5. Доказать, что плоскость  $3x - 4y - 2z + 5 = 0$  пересекает отрезок, ограниченный точками  $M_1(3; -2; 1)$  и  $M_2(2; 5; 0)$

### Вариант № 3

1. Выяснить взаимное расположение прямых:

$$\begin{cases} 4x + z - 1 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = 4 - t \\ y = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}t \\ z = -3 + t \end{cases}$$

2. При каких значениях  $\lambda$  прямая  $\begin{cases} x = -6 - 2t \\ y = 1 + 3t, \quad t \in R \\ z = 3 + t \end{cases}$  пересекается с

плоскостью  $\lambda x - 5y + 6z - 1 = 0$ ?

3. Вычислить угол между прямой  $\frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{5}$  и осью  $Oy$

4. Найти проекцию точки  $p(4; 1; 6)$  на прямую  $\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0 \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$

5. Написать уравнения биссектральных плоскостей двугранных углов, образованных плоскостями  $\Pi_1: 5x - 5y - 2z - 3 = 0$  и  $\Pi_2: x + 7y - 2z + 1 = 0$

### Вариант № 4

1. Выяснить взаимное расположение двух прямых:

$$\begin{cases} 2x - 3z + 2 = 0 \\ 2y - z - 6 = 0 \end{cases} \text{ и } \frac{x+49}{48} = \frac{y+37}{37} = \frac{z}{4}$$

2. При каком значении  $m$  прямая  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + 3t, \quad t \in R \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  параллельна плоскости

$x + 2y + mz + 1 = 0$ ?

3. Вычислить угол между прямой  $\frac{x}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{-1}$  и плоскостью

$4x + 4y - 2z - 3 = 0$

4. Найти координаты точки Q симметричной точке P (2;-5;7) относительно

$$\text{прямой } \begin{cases} x = -5 + 6t \\ y = 7 - 6t, \quad t \in R \\ z = 3t \end{cases}$$

5. Составить уравнение плоскостей, параллельных плоскости  $2x - 2y - z - 3 = 0$  и отстоящих от нее на расстоянии  $d = 5$

### Вариант № 5

1. Выяснить взаимное расположение прямых:

$$\frac{x-1}{6} = \frac{y-7}{-4} = \frac{z-5}{2} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3x + y - z + 4 = 0 \\ y + 2z - 8 = 0 \end{cases}$$

2. При каких параметрах  $\lambda$  и  $\mu$  прямая  $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = \lambda - 6t, \quad t \in R \\ z = -5 + 3t \end{cases}$  принадлежит

плоскости  $3x + \mu y - z + 5 = 0$ ?

3. Доказать, что прямая  $\frac{x-5}{-4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{1}$  перпендикулярна плоскости

$$8x + 6y - 2z - 7 = 0$$

4. Найти точку симметричную точке p (5;2;-1) относительно плоскости  $2x - y + 3z + 23 = 0$

5. Составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от двух плоскостей  $\Pi_1 : 3x + 2y - z + 3 = 0$  и  $\Pi_2 : 6x + 4y - 2z - 1 = 0$

**Контрольная работа №4. Раздел 3. Тема: «Линии второго порядка».**

### Вариант № 1

1. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси ординат, зная, что  $2c = 10$ ,  $\varepsilon = 5/3$ .
2. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса  $9x^2 + 25y^2 = 225$ , а две другие совпадают с концами его малой оси.

3. Найти фокус и уравнение директрисы параболы  $y^2 = -12x$ . Построить график.

#### Вариант № 2

1. Написать уравнение гиперболы, проходящей через точку  $(1,2)$ , асимптотами которой служат прямые  $y = \pm 1/2x$ . Построить ее график.
2. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, если расстояние между ними равно 6, а расстояние между директрисами равно  $16\frac{2}{3}$ .
3. Составить уравнение параболы, симметричной относительно оси OX, если фокус имеет координаты  $(2,0)$ .

#### Вариант № 3

1. Составить уравнение гиперболы, если известны: координаты фокуса  $(5,0)$ , уравнение соответствующей директрисы  $5x - 16 = 0$ .
2. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса  $x^2 + 5y^2 = 20$ , а две другие совпадают с концами его малой оси. Построить этот эллипс.
3. На параболе найти точки,  $y^2 = -8x$ , фокальный радиус которых равен 20.

#### Вариант № 4

1. Составить уравнение гиперболы, если  $\varepsilon = \frac{13}{12}$ , фокус имеет координаты  $(0,13)$ . Построить эту гиперболу.
2. На эллипсе  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$  найти точку, расстояние которой от правого фокуса в четыре раза больше расстояния ее от левого фокуса.
3. Найти координаты фокуса, уравнение директрисы и фокальный параметр параболы  $x^2 = -4y$ .

#### Вариант № 5

1. Определить угол между асимптотами гиперболы, у которой расстояние между фокусами вдвое больше расстояния между директрисами.
2. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, расстояние между директрисами равно  $10\frac{2}{3}$ , эксцентриситет  $\varepsilon = \frac{3}{4}$ .
3. Составить уравнение параболы, если она проходит через точку (6,-2) и симметрична относительно отрицательной полуоси ОУ. Построить эту параболу.

#### Вариант № 6

9. Написать уравнение гиперболы, если асимптоты даны уравнениями  $y = \pm 2x$ , а фокусы находятся на расстоянии 5 от центра.
10. Прямые  $y = \pm 10$  служат директрисами эллипса, малая ось которого равна 8. Найти уравнение этого эллипса и построить его.
11. Составить уравнение параболы, которая имеет фокус F (0,-3) и ее осью служит ось ОУ.

#### Контрольная работа № 5

#### Раздел 4: «Квадрики в евклидовом и аффинном n-мерном пространстве».

##### Вариант № 1

1. Плоскость в пространстве  $A_5$  натянута на точки A(0;0;1;1;0), B(0;0;0;1;2), C (7;3;1;-2;0). Составить: а) параметрические уравнения плоскости; б) систему общих уравнений плоскости.

2. Привести к нормальному виду квадратичную форму  $f = x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2 - 2x_4^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_4$ , используя выделение полных квадратов, записать формулы преобразования переменных.

3. Привести к каноническому виду уравнение квадрики пространства  $E_3$ :  $x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_1 + 8x_2 + 12x_3 - 4 = 0$ . Как называется эта квадрика?

##### Вариант № 2

1. Плоскость в пространстве  $A_4$  натянута на точки  $A(0;1;1;3)$ ,  $B(-6;0;1;2)$ ,  $C(3;1;-2;0)$ . Составить: а) параметрические уравнения плоскости; б) систему общих уравнений плоскости.

2. Привести к нормальному виду квадратичную форму  $f=x_1^2+x_2^2-2x_3^2-2x_4^2+6x_1x_3-2x_1x_4+2x_2x_4$ , используя выделение полных квадратов, записать формулы преобразования переменных.

3. Привести к каноническому виду уравнение квадрики пространства  $E_3$ :  $x_1^2-x_2^2+4x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3+2x_2x_3+4x_1-6x_2+2x_3+8=0$ . Как называется эта квадрика?

### Вариант № 3

1. Плоскость в пространстве  $A_5$  натянута на точки  $A(0; 2;-1;1; 0)$ ,  $D(4;0;0;1;2)$ ,  $C(1;3;-1;-3;0)$ . Составить: а) параметрические уравнения плоскости; б) систему общих уравнений плоскости.

2. Привести к нормальному виду квадратичную форму  $f=x_1^2+2x_2^2-4x_3^2-2x_4^2+8x_1x_3-4x_1x_4+x_3x_4$ , используя выделение полных квадратов, записать формулы преобразования переменных.

3. Привести к каноническому виду уравнение квадрики пространства  $E_3$ :  $x_1^2+x_2^2+2x_1x_2+4x_1x_3+2x_2x_3+10x_2+2x_3-6=0$ . Как называется эта квадрика?

### Контрольная работа № 6

Раздел 5. Тема: «Геометрические преобразования плоскости»

#### Вариант № 1

Дано преобразование  $f$ . Найдите образ и прообраз точки  $M_0$ ; образ и прообраз прямой  $l$ . Определите вид преобразования  $f$ . Напишите уравнения неподвижных прямых и координат двойных точек, если такие прямые и точки имеются.

№ зад	Уравнения преобразования $f$	$M_0$	Уравнения прямой $l$
-------	------------------------------	-------	----------------------

1	$\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + 1 \\ y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y \end{cases}$	(1,0)	$x + y - 2 = 0$
2	$\begin{cases} x' = 5x - 4 \\ y' = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2\sqrt{3}y} \end{cases}$	(4,-3)	$2x - 3y + 5 = 0$

### Вариант № 2

Дано преобразование  $f$ . Найдите образ и прообраз точки  $M_0$ ; образ и прообраз прямой  $l$ . Определите вид преобразования  $f$ . Напишите уравнения неподвижных прямых и координат двойных точек, если такие прямые и точки имеются.

№ зад	Уравнения преобразования $f$	$M_0$	Уравнения прямой $l$
1	$\begin{cases} x' = 2x \\ y' = -2y \end{cases}$	(-2,2)	$3x + 5y - 1 = 0$
2	$\begin{cases} x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 1 \\ y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 2 \end{cases}$	(0,2)	$x + y = 0$

### Вариант № 3

Дано преобразование  $f$ . Найдите образ и прообраз точки  $M_0$ ; образ и прообраз прямой  $l$ . Определите вид преобразования  $f$ . Напишите уравнения неподвижных прямых и координат двойных точек, если такие прямые и точки имеются.

№ зад	Уравнения преобразования $f$	$M_0$	Уравнения прямой $l$
1	$\begin{cases} x' = -3y - 7 \\ y' = 3x + 1 \end{cases}$	(3,-3)	$2x + 4y + 3 = 0$

2	$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{1}{2} \\ y' = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{3}{2} \end{cases}$	(0,0)	$y = 0$
---	---	-------	---------

#### Вариант № 4

Дано преобразование  $f$ . Найдите образ и прообраз точки  $M_0$ ; образ и прообраз прямой  $l$ . Определите вид преобразования  $f$ . Напишите уравнения неподвижных прямых и координат двойных точек, если такие прямые и точки имеются.

№ зад	Уравнения преобразования $f$	$M_0$	Уравнения прямой $l$
1	$\begin{cases} x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1 \\ y' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 15 \end{cases}$	(0,0)	$x - y = 0$
2	$\begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{8}{5} \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{4}{5} \end{cases}$	(0,1)	$x = 0$

#### Вариант № 5

Дано преобразование  $f$ . Найдите образ и прообраз точки  $M_0$ ; образ и прообраз прямой  $l$ . Определите вид преобразования  $f$ . Напишите уравнения неподвижных прямых и координат двойных точек, если такие прямые и точки имеются.

№ зад	Уравнения преобразования $f$	$M_0$	Уравнения прямой $l$
1	$\begin{cases} x' = \frac{3}{2\sqrt{3}}x - \frac{3}{2}y \\ y' = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2\sqrt{3}}y \end{cases}$	(3,-2)	$x + y + 2 = 0$

2	$\begin{cases} x' = 3x - 2y - 2 \\ y' = 2x + 3y + 1 \end{cases}$	(-2,3)	$2x + 3y - 3 = 0$
---	--	--------	-------------------

*Контрольная работа № 7*

**Раздел 7. Основания геометрии. Неевклидовы геометрии.**

**Вариант № 1**

1. Определение математической структуры. Теория структур.
2. Требования, предъявляемые к системе аксиом.
3. Доказать, что предложение: «Через каждую точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная этой прямой» есть эквивалент пятого постулата Евклида.
4. Показать, что на евклидовой плоскости аксиома  $D_1$  не зависит от остальных аксиом Вейля.

**Вариант № 2**

1. Определение математической структуры. Теория структур.
2. Требования, предъявляемые к системе аксиом.
3. Доказать, что предложение: «Сумма углов каждого треугольника равна  $2d$ » есть эквивалент пятого постулата Евклида.
4. Показать, что на евклидовой плоскости аксиома  $D_2$  не зависит от остальных аксиом Вейля.

**Критерий оценки выполнения контрольной работы**

Баллы	Оценка зачета/ экзамена	Требования к сформированным компетенциям
100-86	«отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он верно решил все задачи, выбрал наиболее оптимальный способ решения, обосновал каждый этап решения задачи, сопроводил решение грамотной записью и речью (при защите в форме собеседования);
85-76	«хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он получил верный ответ во всех заданиях, но некоторые решения не были строго аргументированы;
61-75	«удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если при решении некоторых заданий допущены

		ошибки, или при верно полученном ответе нет аргументации, ссылок на соответствующие теоремы;
Менее 61	«неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент допустил ошибки при решении типовых заданий, не может аргументировать решение.

## 2. Индивидуальные задания (ПР-11)

Структура задания:

- контрольные вопросы;
- литература;
- задачи разного уровня сложности.

По типу: задачи на вычисление, доказательство, построение.

*Индивидуальное задание №1.* Раздел 1. Тема: **«Понятие вектора. Линейные операции над векторами»**

*Контрольные вопросы:*

1. Определение направленного отрезка. Одинаково и противоположно направленные отрезки. Нулевые отрезки.
2. Эквивалентные направленные отрезки.
3. Определение вектора. Коллинеарные и компланарные векторы.
4. Правила сложения и вычитания векторов.
5. Свойства сложения векторов; доказательство. Место для формулы.
6. Теорема существования вектора разности.
7. Определение и свойства умножения вектора на действительное число; доказательство свойств.

### Вариант 1

1. ABCD - параллелограмм, O – точка пересечения его диагоналей, E, K – соответственно середины сторон BC и AD. Построить на чертеже следующие векторы:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{OE}$ .

2. От пристани к противоположному берегу реки отправляется катер с скоростью 40 км/час. Скорость течения реки 5 км/час. В каком направлении

(показать на рисунке) следует плыть катеру, чтобы приплыть к ближайшему противоположному берегу?

3. Пользуясь параллелограммом, построенным на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  проверить на чертеже справедливость тождества:  $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b})$ .

4. По данным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  построить вектор  $\vec{c} = \sqrt{3}\vec{a} - \frac{5}{6}\vec{b}$ .

5. Две перпендикулярные прямые, проходящие через точку М, пересекают окружность в точках А, В, С, D. Доказать, что:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OM}.$$

6. При каких условиях для ненулевых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  возможно равенство:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|?$$

Вариант 2

1. ABCD - параллелограмм, O – точка пересечения его диагоналей, E, K – соответственно середины сторон BC и AD. Построить на чертеже следующие векторы:  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{OE}$ .

2. От пристани к противоположному берегу реки отправляется катер с скоростью 60 км/час. Скорость течения реки 6 км/час. В каком направлении (показать на рисунке) следует плыть катеру, чтобы приплыть к ближайшему противоположному берегу?

3. Пользуясь параллелограммом, построенным на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  проверить на чертеже справедливость тождества:  $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b})$ .

4. По данным векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  построить вектор  $\vec{c} = \sqrt{2}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$ .

5. Дан параллелограмм ACBD и произвольная точка O пространства.

$$\text{Доказать, что } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}.$$

6. При каких условиях для ненулевых векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$  возможно равенство:

$$|\vec{c} + \vec{d}| = |\vec{c} - \vec{d}|?$$

*Индивидуальное задание № 2. Раздел 4. Тема: «N -мерные пространства»*

*Контрольные вопросы:*

1. Определения  $n$ -мерного аффинного и  $n$ -мерного евклидова пространства.

2. Определение  $k$ -плоскости.

3. Параметрические уравнения  $k$ -плоскости.

4. Общие уравнения  $k$ -плоскости.

5. Уравнение гиперплоскости.

6. Взаимное расположение двух гиперплоскостей.

#### Вариант 2.

1. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(1,3,5,-2,-4,-6)$  пространства  $A_6$  с направляющим вектором  $\vec{p}(0,1,2,-1,-2,3)$ .

2. Выяснить, принадлежат ли одной прямой следующие точки:  $M_1(1,3,5,-2)$ ,  $M_2(4,1,2,-5,12)$ ,  $M_3(-5,11,-21,-18)$ .

3. В пространстве  $A_5$  задана плоскость, проходящая через точку  $M_0(-2,-5,0,-1,3)$  с направляющим подпространством, натянутым на векторы:  $\vec{p}(4,3,-1,5,2)$ ,  $\vec{b}(0,-2,3,-4,5)$ . Составить параметрические уравнения плоскости.

4. Составить общие уравнения плоскости пространства  $A_5$ , если известно, что она натянута на точки:  $K_1(1,3,4,1,-1)$ ,  $K_2(2,3,-2,6,8)$ ,  $K_3(1,2,-3,-4,0)$ ,  $K_4(3,5,7,10,5)$ .

5. Найти проекцию точки  $M_0(1,-3,2,-1,6,7)$  евклидова пространства  $E_6$  на гиперплоскость  $2x_1-3x_2+x_4-x_5+x_6+18=0$ .

6. Выяснить взаимное расположение двух гиперплоскостей, заданных уравнениями:  $2x_1-x_2-3x_3-x_4-1=0$ ,  $2x_1-x_2-3x_4-2=0$ .

*Индивидуальное задание №3. Раздел 4. Тема: «Квадратичные формы и квадрики в  $n$ -мерных аффинных и евклидовых пространствах»*

*Контрольные вопросы:*

1. Определение квадратичной формы.

2. Способы приведения квадратичной формы к каноническому виду.

3. Приведение квадратичной формы к нормальному виду.

4. Положительно- определенные формы.
5. Определение и уравнение квадрики.
6. Центр квадрики.
7. Классификация квадрик.
8. Приведение квадрики к каноническому и нормальному виду в аффинном пространстве.
9. Приведение квадрики к каноническому виду в евклидовом пространстве.

### Вариант 1

1. Привести к каноническому виду квадратичную форму  
 $f = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_1x_4 - 6x_3x_4$   
 двумя способами: а) выделением полных квадратов; б) методом Лагранжа.  
 Записать формулы преобразования.

2. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной.

3. В пространстве  $A_3$  привести к нормальному виду квадрику  
 $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 8x_1 - 8 = 0$ ,  
 написать преобразования, указать ее вид и построить в аффинной системе координат.

4. Привести к каноническому виду уравнение квадрики в пространстве  $E_3$ ,  
 найти уравнения преобразования системы координат и построить ее.  
 Уравнение квадрики:  $x_1^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_2 - 4x_3 + 1 = 0$

5. В пространстве  $E_4$  найти центр и радиус сферы, заданном уравнением:  
 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 6x_2 + 8x_3 = 0$ .

*Индивидуальное задание №4. Раздел 5. Тема: «Движение плоскости.*

**Подобие»**

*Контрольные вопросы:*

1. Движение плоскости. Примеры, частные случаи.
2. Теорема об отображении реперов при движении.

3. Основная теорема движения. Уравнение и свойства движений плоскости.

12. Два вида движений плоскости.

13. Классификация движений плоскости.

14. Группа движений плоскости.

15. Определение подобия плоскости.

16. Определение гомотетии. Доказать, что гомотетия есть подобие.

17. Представление подобия через произведение гомотетии и движения.

Уравнение подобия. Свойства подобия.

18. Инвариантные точки подобия.

19. Классификация подобий плоскости.

13. Группа подобий плоскости. Подобие фигур.

#### Вариант № 1

6. Написать формулы осевой симметрии плоскости по координатам двух симметричных точек : А (1, -2), В (3, 4).

7. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка М (3, 1) переходит в точку  $M'$  (1, -2).

8. Написать уравнение образа прямой  $\ell$  при повороте вокруг точки М на угол  $\varphi$  :

$$M(0, 0), \varphi = \frac{\pi}{2}, \ell: x+y=0.$$

4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано уравнениями :  $x'=2x, y'=2y$ .

5. Найти прообраз точки М (3, -2) при гомотетии с центром в точке С (2, -4) и коэффициентом  $k=3$ .

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в начале координат, углом поворота  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  и коэффициентом  $k=2$ .

7. Найти образ прямой  $x-y+3=0$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $x=-3$  с центром в точке М (-3, 2) и коэффициентом  $k=5$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  – подобие. Определить его род и неподвижную точку. Композицией таких преобразований является:

$$f: \begin{cases} x' = \frac{5\sqrt{3}}{2}x - \frac{5}{2}y \\ y' = \frac{5}{2}x + \frac{5\sqrt{3}}{2}y - 1 \end{cases}.$$

### Вариант № 2

3. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(2, 0)$  переходит в точку  $M'(-1, -1)$ .
4. Ось симметрии  $l$  задана своим уравнением. Написать уравнение прямой  $m'$ , симметричной прямой  $m$  относительно  $l$ , если :
- $$l: x+y+1=0, \quad m: 2x-y-2=0.$$

3. Вычислить координаты центра поворота, заданного формулами :

$$f: \begin{cases} x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 1 \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 2 \end{cases}$$

4. Выяснить характер преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано уравнением :

$$x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + 1, \quad y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y.$$

5. Найти образ точки при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом

$$K = -2, \text{ точка } K(0, -5).$$

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $M(-2, 3)$ , углом поворота  $\frac{\pi}{4}$  и коэффициентом  $k=6$ .

7. Найти прообраз окружности  $(x-2)^2 + y^2 = 9$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $OY$  с центром в точке  $C(0, 3)$  и коэффициентом  $k=2$ .

8. Доказать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является ?

$$f: \begin{cases} x' = 7x - y + 1 \\ y' = x + 7y \end{cases} .$$

### Вариант № 3

1. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(0, -3)$  переходит в точку  $M'(-1, 2)$ .

2. Ось симметрии  $\ell$  задана своим уравнением. Написать уравнение прямой  $m'$ , симметричной прямой  $m$  относительно  $\ell$ , если :

$$\ell : -x + y = 0, \quad m: x - 2y + 1 = 0.$$

3. Поворот вокруг точки  $M(2, 1)$  отображает точку  $A$  на точку  $B$ .

Вычислить координаты

точки  $B$ , если  $\alpha = 45^\circ$ ,  $A(1, -2)$ .

4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной системе координат оно дано

уравнениями :

$$x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1, \quad y' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 15.$$

5. Написать образ прямой  $2x - 3y = 0$  при гомотетии с центром в точке  $A(-2, 5)$  и коэффициентом  $k = -4$ .

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $M(-3, 0)$ , углом поворота  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  и коэффициентом  $k = \frac{1}{2}$ .

9. Найти прообраз точки  $M(-10, 7)$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $x - 2y = 0$  с центром в начале координат и коэффициентом  $k = 3$ .

10. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является?

$$f: \begin{cases} x' = -6x + y \\ y' = x + 6y - 2 \end{cases} .$$

#### Вариант № 4

1. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(-1, -1)$  переходит в точку  $M'(0, 0)$ .
2. Написать формулы преобразования, представляющего собой композицию трёх осевых симметрий с осями  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $x-2y=0$ .
3. Написать уравнение прообраза прямой  $\ell$  при повороте вокруг точки  $M$  на угол  $\varphi$ :  $M(-2, 1)$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ,  $\ell : x-y+1=0$ .
4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно задано уравнениями:  $x' = x+3$ ,  $y' = -y$ .
5. Найти прообраз прямой  $3x-y+5=0$  при гомотетии с центром гомотетии в точке  $M(-2, 0)$  и коэффициентом  $k = -3$ .
6. Найти образ точки  $M(-10, 7)$  при центрально-подобном вращении с центром в точке  $C(12, 3)$ , углом поворота  $\varphi = -\frac{\pi}{3}$  и коэффициентом подобия  $k = \frac{1}{4}$ .
7. Написать уравнение центрально-подобной симметрии относительно оси  $x-3y+2=0$  с центром в точке  $A(7, 3)$  и коэффициентом  $k=7$ .
8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является?

$$f : \begin{cases} x' = \frac{12}{15}x + \frac{16}{5}y - 1 \\ y' = -\frac{16}{5}x + \frac{12}{5}y - 15 \end{cases} .$$

#### Вариант № 5

1. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(2, -2)$  переходит в точку  $M'(1, 4)$ .

2. Написать формулы преобразования осевой симметрии, если ось задана уравнением  $y = kx + b$ .
3. Написать уравнение прообраза прямой  $l$  при повороте вокруг точки  $M(0, -1)$  на угол  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ,  $l: x+2y=0$ .
4. Определить вид преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано системой уравнений:  $x' = -3x - 6$ ,  $y' = 3y + 2$ .
5. Найти образ окружности  $x^2 + (y-5)^2 = 4$  при гомотетии с центром в точке  $A(-2, 5)$  и коэффициентом  $k = -\frac{1}{3}$ .
6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $C(3, \frac{1}{2})$ , углом поворота  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  и коэффициентом  $k=2$ .
7. Найти прообраз точки  $M(-2, 7)$  при центрально-подобной симметрии относительно оси  $Ox$  с центром в точке  $S(-3, 0)$  и коэффициентом  $k=3$ .
8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти его неподвижную точку. Композицией каких преобразований оно является?

$$f: \begin{cases} x' = -4y - 5 \\ y' = 4x + 1 \end{cases} .$$

### Вариант № 6

1. Докажите, что преобразование плоскости, заданное тремя парами точек и их образов:  $A(1, 2)$  и  $A'(2, 4)$ ,  $B(0, -3)$  и  $B'(1, -1)$ ,  $C(2, -1)$  и  $C'(3, 1)$  – это параллельный перенос  $t$ . Найти вектор  $\vec{t}$ .
2. Осевая симметрия задана формулами:  $x' = -x - 6$ ,  $y' = y$ . Найти уравнение оси симметрии.
3. Найти аналитическое задание симметрии с центром в точке  $(5, -2)$ .
4. Определить вид преобразования:

$$f: \begin{cases} x' = \frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y + \frac{2}{13} \\ y' = -\frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y - \frac{16}{13} \end{cases}.$$

5. Найти образ эллипса с полуосями  $a=5$ ,  $b=3$  при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом  $k = -\frac{1}{2}$ .

6. Найти координаты прообраза точки  $A(4, 2)$  при центрально-подобном вращении с центром в точке  $C(0, -5)$ , углом поворота  $\varphi = 120^\circ$  и коэффициентом  $k=2$ .

7. Написать уравнение центрально-подобной симметрии с осью  $3x-2y+1=0$ , центром  $M(3,5)$  и коэффициентом  $k=2$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти координаты инвариантной точки. Указать преобразования, композицией которых является:

$$f: \begin{cases} x' = -3y \\ y' = 3x \end{cases}$$

#### Вариант № 7

1. Написать уравнение прообраза прямой  $x-2y=0$  при параллельном переносе на вектор  $\vec{p}(2, -1)$ .

2. Найти аналитическое задание симметрии с осью  $3x+2y-6=0$ .

3. Написать уравнение поворота, заданного центром  $C(-3, -1)$  и углом поворота  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

4. Определить вид преобразования:

$$f: \begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + 1 \\ y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 2 \end{cases}.$$

5. Найти прообраз параболы  $y^2=4x$  при гомотетии с центром гомотетии в точке  $C(5, -4)$  и коэффициентом  $m = \frac{1}{4}$ .

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в начале координат, углом поворота  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  и коэффициентом подобия  $k=10$ .

7. Найти координаты образа точки  $A(7, -2)$  при центрально-подобной симметрии с осью  $x - y = 0$ , центром  $(-2, -2)$  и коэффициентом  $k=3$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти неподвижную точку подобия. Указать преобразования, композицией которых оно является:

$$f: \begin{cases} x' = \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 1 \\ y' = \sqrt{2}x + \sqrt{2}y - 3 \end{cases}.$$

#### Вариант № 8

1. Написать уравнение параллельного переноса, при котором точка  $M(-2, 10)$  переходит в точку  $M'(0, -2)$ .

2. Найти аналитическое задание симметрии с осью  $x=4$ .

3. Поворот вокруг точки  $M(2, 1)$  отображает точку  $A$  в  $B$ . Вычислить координаты точки  $B$ , если  $\alpha=120^\circ$ ,  $A(1, 1)$ .

4. Доказать, что преобразование  $f$  есть движение и определить его вид, где

$$f: \begin{cases} x' = 0,6x - 0,8y - 1 \\ y' = -0,8x - 0,6y - 2 \end{cases}.$$

5. Найти образ равнобочной гиперболы с полуосями равными 5 при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом  $m=2$ .

6. Написать уравнение центрально-подобного вращения с центром в точке  $M(-5, 2)$ , углом поворота  $\varphi=30^\circ$  и коэффициентом подобия  $k=4$ .

7. Найти координаты прообраза точки  $A(-4, 0)$  при центрально-подобной симметрии с осью  $2x+y=0$ , центром в точке  $C(1, -2)$  и коэффициентом подобия  $k = \frac{1}{2}$ .

8.. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти неподвижную точку подобия. Указать преобразования, композицией которых является:

$$f: \begin{cases} x' = \sqrt{3}x + y \\ y' = -x + \sqrt{3} - 2 \end{cases} .$$

#### Вариант № 9

1. Написать уравнение параллельного переноса, при котором точка  $M(2, -2)$  переходит в точку  $M'(-7, -3)$ .

2. Осевая симметрия задана уравнениями :

$$x' = \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 1$$

$$y' = -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 2.$$

Найти уравнение оси симметрии.

3. Поворот вокруг точки  $C(2, 1)$  отображает точку  $A$  в  $B$ . Вычислить координаты точки  $A$ , если  $\alpha = 90^\circ$ ,  $B(3, -1)$ .

4. Определить вид преобразования  $f$ :

$$f: \begin{cases} x' = \frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y - 2 \\ y' = -\frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y \end{cases} .$$

5. Написать уравнение гомотетии с центром в точке  $C(7, -8)$  и коэффициентом  $k = -\frac{1}{3}$ .

6. Найти координаты прообраза точки  $M(-2, 0)$  при центрально-подобном вращении с центром в точке  $A(-2, -5)$ , углом поворота  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  и коэффициентом  $k=3$ .

7. Найти образ прямой  $5x - y + 4 = 0$  при центрально-подобной симметрии с осью  $OY$ , центром в точке  $C(0, 4)$  и коэффициентом  $k=5$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти инвариантную точку этого преобразования. Указать преобразования, композицией которых является  $f$ :

$$f: \begin{cases} x' = 3y - 1 \\ y' = 3x - 2 \end{cases}.$$

### Вариант № 10

1. Докажите, что аффинное преобразование плоскости, заданное тремя парами точек и их образов:  $A(1, 2)$  и  $A'(2, 4)$ ,  $B(0, -3)$  и  $B'(1, -1)$ ,  $C(2, -1)$  и  $C'(3, 1)$  - это параллельный перенос  $t$ . Найти  $t$ .

2. Написать уравнение скользящей симметрии, заданной осью  $x-2=0$  и вектором  $a(0,3)$

3. Написать уравнение образа прямой  $x+2y=0$  при повороте вокруг точки  $M(0, -1)$  на угол  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

4. Доказать, что преобразование  $f$  есть движение. Определить его вид.

$$f: \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 \\ y' = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

5. Найти образ оси  $OY$  при гомотетии с центром в точке  $C(4, -7)$  и коэффициентом  $k = -\frac{2}{5}$

6. Найти координаты прообраз окружности  $x^2 + (y+3)^2 = 25$  при центрально-подобном вращении с центром в начале координат, углом поворота  $\frac{\pi}{2}$  и коэффициентом  $k=4$

7. Написать уравнение центрально-подобной симметрии в точке  $A(2, -2)$ , осью  $x+y=0$  и коэффициентом  $k=2$ .

8. Показать, что данное преобразование  $f$  есть подобие. Указать род подобия и найти инвариантную точку этого преобразования.

Указать преобразования, композицией которых является  $f$ :

$$f: \begin{cases} x' = -3x + 4y + 8 \\ y' = 4x + 3y - 4 \end{cases}.$$

**Индивидуальное задание №5. Раздел 1. Тема: «Изображение фигур в параллельной проекции»**

*Контрольные вопросы:*

1. Понятие о параллельном проектировании.
2. Свойства параллельного проектирования.
3. Параллельное проектирование плоскости на плоскость. Частные случаи.
4. Определение изображения фигур. Основная теорема.
5. Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции.

Вариант 1

1. Построить изображения правильного треугольника, правильной треугольной пирамиды, правильной шестиугольной призмы в параллельной проекции.
2. Дано изображение окружности в параллельной проекции. Построить изображения квадрата и правильного восьмиугольника, вписанных в эту окружность.
3. Дано изображение равнобедренного прямоугольного треугольника в параллельной проекции. Построить изображение описанной около него окружности.

**Критерий оценки выполнения (защиты)**

**индивидуального домашнего задания**

100-86- баллов выставляется, если студент верно решил все задачи, выбрал наиболее оптимальный способ решения, обосновал каждый этап решения задачи, сопровождал решение грамотной записью и речью (при защите в форме собеседования);

85 -76- баллов выставляется, если студент получил верный ответ во всех заданиях, но решение не было строго аргументировано;

75-61- баллов- если при решении некоторых заданий возникли затруднения, или при верно полученном ответе нет аргументации, ссылок на соответствующие теоремы.

## Шкала оценивания индивидуального домашнего задания

Менее 61%	Неудовлетворительно
От 61% до 75%	Удовлетворительно
От 76% до 85%	Хорошо
От 86% до 100%	Отлично

### 2. Доклады (УО-3)

#### Раздел 2. Тема: **Исторический обзор развития геометрии**

1. Этапы развития древнегреческой геометрии.
2. Евклид и его «Начала».
3. Попытки доказательства пятого постулата Евклида.
4. Исследования Саккери, Ламберта, Лежандра.
5. Доказательство эквивалентности некоторых предложений пятому постулату.
6. Создание неевклидовой геометрии. Н. И. Лобачевский.
7. Аксиоматический подход к построению геометрии. Д. Гильберт.
8. Исторические этапы развития проективной геометрии.
9. Гаспар Монж и изображение фигур.
10. История появления и развития дифференциальной геометрии.
11. Гипотеза Пуанкаре и современная космология.
12. Топология как составная часть современной математики.

#### **Критерии оценки (письменного/устного доклада, реферата, сообщения, эссе, в том числе выполненных в форме презентаций):**

100-86 баллов - выставляется студенту, если студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Приведены данные отечественной и зарубежной литературы, статистические сведения, информация нормативно-правового характера. Студент знает и владеет навыком самостоятельной исследовательской работы по теме исследования; методами

и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно.

85-76 - баллов - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Для аргументации приводятся данные отечественных и зарубежных авторов.

Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы.

75-61 балл - студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы.

60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст, без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

#### Шкала оценивания доклада

Менее 61%	Неудовлетворительно
От 61% до 75%	Удовлетворительно
От 76% до 85%	Хорошо
От 86% до 100%	Отлично

### **3.Коллоквиумы (УО-2)**

**Коллоквиум № 1. Раздел 1. Тема: «Линейная зависимость и независимость системы векторов».**

Вопросы к коллоквиуму:

1. Определение линейной комбинации векторов. Тривиальная комбинация векторов.
2. Определения линейной зависимой и линейно независимых систем векторов.
3. Теорема о линейной зависимости  $n$  векторов.
4. Теорема о линейной зависимости двух векторов.
5. Теорема о линейной зависимости трех векторов.
6. Свойство о линейной зависимости системы векторов, содержащей нулевой вектор.
7. Некоторые свойства о линейно независимой системе векторов.
8. Определение линейного векторного пространства. Базис и размерность линейного векторного пространства. Ортонормированный базис.
9. Базис из векторов  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ . Координаты вектора и их свойства.
10. Теорема о линейной зависимости четырех векторов в трехмерном пространстве.

*Коллоквиум № 2. Раздел 4. Тема: «Поверхности второго порядка»*

Вопросы к коллоквиуму:

1. Определение поверхности второго порядка метод сечения. Определение и уравнение поверхности вращения.
2. Вывод уравнения сферы, круговой цилиндрической поверхности и круговой канонической поверхности.
3. Определения и уравнения цилиндрической поверхности. Цилиндрические поверхности второго порядка.
4. Определение конической поверхности. Исследование конической поверхности второго порядка методом сечения.
5. Определение и свойства трехосного эллипсоида; изучение формы эллипсоида методом сечения. Эллипсоид вращения.

6. Определение и свойства однополостного гиперboloида; изучение его формы методом сечения.
7. Определение и свойства двуполостного гиперboloида; изучение его формы методом сечения.
8. Определение и свойства эллиптического параболоида; изучение его формы методом сечения.
9. Определение и свойства гиперболического параболоида; изучение его формы методом сечения.
10. Определение прямолинейной образующей. Поверхности второго порядка имеющие и не имеющие прямолинейные образующие.
11. Прямолинейные образующие однополостные гиперboloида.
12. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.

*Коллоквиум № 3. Раздел 5. Тема: «Отображение множества в множество»*

Вопросы к коллоквиуму:

1. Определение отображения множеств.
2. Частные случаи. Обратное отображение.
3. Преобразования множества.
4. Группа преобразований множества. Подгруппа группы преобразований.

*Коллоквиум № 4. Раздел 6. Тема: «Аксиоматический метод построения геометрии»*

1. Определение математической структуры. Примеры. Теория структур.
2. Интерпретация системы аксиом. Примеры. Изоморфизм структур.
3. Требования, предъявляемые к системе аксиом.
4. Структура евклидова пространства по Гильберту. Краткий обзор следствий из I группы аксиом.
5. Краткий обзор следствий из аксиом I, II групп Гильберта.
6. Краткий обзор следствий из аксиом I, II, III групп Гильберта.

7. Краткий обзор следствий из аксиом I, II, IV групп Гильберта.
8. Краткий обзор следствий из аксиом I-V групп Гильберта.
9. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта на плоскости.
10. Система аксиом Вейля евклидова пространства. Определения некоторых понятий в схеме Вейля.
11. Доказательство непротиворечивости системы аксиом Вейля евклидова пространства.
12. Полнота системы аксиом Вейля евклидова пространства.
13. Доказать независимость некоторых аксиом Вейля.
14. Об аксиомах школьного курса. Непротиворечивость системы аксиом школьного курса (на примере системы аксиом Погорелова или Атанасяна).

#### **Критерии оценки коллоквиума:**

100-85 баллов- ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

85-76 баллов - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и

последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

75-61 балл – оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

60-50 баллов – ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

#### Шкала оценивания коллоквиума

Менее 61%	Неудовлетворительно
От 61% до 75%	Удовлетворительно
От 76% до 85%	Хорошо
От 86% до 100%	Отлично