



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

**ШКОЛА БИМЕДИЦИНЫ**

«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП  
«Медицинская биофизика»

  
(подпись)

Туманова Е.С.

«10» июня 2019 г.



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Департамента  
Медицинской биохимии и биофизики

  
(подпись)

Момот Т.В.

«10» июня 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Высшая математика**

**Направление подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика»**

**Форма подготовки очная**

курс 1 семестр 1, 2  
лекции 72 (36/36) час.  
практические занятия 72 (36/36) час.  
лабораторные работы не предусмотрены.  
в том числе с использованием МАО лек. 4 (2/2) / пр. 20 (10/10) /лаб. час.  
всего часов аудиторной нагрузки 144 час.  
в том числе с использованием МАО 24 час.  
самостоятельная работа 72 (36/36) час.  
в том числе на подготовку к экзамену 54 (27/27) час.  
контрольные работы (количество) – не предусмотрены  
курсовая работа / курсовой проект – не предусмотрены  
зачет не предусмотрен  
экзамен 1, 2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 11 августа 2016 № 1012.

Рабочая программа обсуждена на заседании Департамента медицинской биохимии и биофизики протокол № 5 от «10» июня 2019 г.

Директор Департамента: к.м.н., доцент Момот Т.В.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Б.Н. Иванов

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании Департамента:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор Департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании Департамента:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор Департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Высшая математика» разработана для специалистов 1 курса по направлению подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика» в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данному направлению и положению о рабочих программах учебных дисциплин высшего профессионального образования (утверждено приказом ректора от 08.05.2015 №12-13-824).

Курс «Высшая математика» является дисциплиной математического и естественно-научного цикла (базовая часть). Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единицы 216 часов. Учебным планом предусмотрены лекционные (72 ч) и практические (72 ч) занятия, самостоятельная работа (72 ч). Дисциплина реализуется в первом и во втором семестрах.

В процессе обучения студенты специальности «Медицинская биофизика» изучают фундаментальные медицинские, инженерные и иные дисциплины, в соответствии с профилем подготовки и необходимые во врачебной практике. Программа включает все современные разделы биофизики, в которых отражены физические и физико-химические основы биологических процессов на разных уровнях организации живых систем. Дисциплина «Высшая математика» является базовой для изучения всех последующих дисциплин образовательной программы. Математический аппарат используется для описания и математического моделирования различного рода биофизических процессов. Врач-биофизик должен быть подготовлен для внедрения и эксплуатации современной электронной медицинской диагностической и вычислительной техники, для внедрения количественных методов диагностики для научно-исследовательской деятельности, с целью разработки и внедрения в медицинскую практику достижений медико-биологических наук, а также для педагогической деятельности.

Предлагаемая программа по дисциплине «Высшая математика» обеспечит слушателям хорошие теоретические и практические знания по математике, необходимых для изучения всех последующих дисциплин образовательной программы. Содержание дисциплины охватывает следующие разделы математики: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Комплексные числа», «Введение в математический анализ», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» «Интегральное исчисление функции одной переменной»,

«Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Функции многих переменных», «Числовые и функциональные ряды», «Элементы прикладной математики и математического моделирования», «Комбинаторные схемы», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическая логика», «Теория графов и алгоритмы на графах».

#### **Цель изучения дисциплины:**

1. Развитие у студента математической интуиции, воспитание достаточно высокой математической культуры для продолжения образования, научной работы или практической деятельности, развитие его интеллекта и способности к логическому и творческому мышлению.
2. Овладение логическими основами курса, необходимыми для решения теоретических и практических задач.
3. Формирование навыков использования математических методов и основ математического моделирования при изучении специальных дисциплин образовательной программы и в профессиональной деятельности.

#### **Задачи изучения дисциплины:**

1. Формирование представления о роли и месте математики.
2. Достижение достаточно высокого уровня фундаментальной математической подготовки, повысить математическую культуру.
3. Развитие умения оперировать с абстрактными объектами и корректно использовать математические понятия и символы для выражения количественных и качественных отношений.
4. Воспитание умения логически мыслить, умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, обучение использованию различного рода приемов логического суждения: дедукция и индукция, анализ и синтез, подобие, аналогия, обобщение и конкретизация.
5. Привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в профессиональной деятельности.
6. Сформировать у студентов систему понятий, связанных с получением и обработкой экспериментальных данных, интерпретацией полученных результатов.
7. Сформировать логические связи с другими предметами образовательного стандарта специальности.

В результате изучения данной дисциплины у студентов формируются следующие компетенции:

<b>Коды и формулировка компетенции</b>	<b>Этапы формирования компетенции</b>	
ОК-1 — способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	Знает	язык абстрактных символов математики, очищенных от конкретного содержания; логическую строгость математических методов, их универсальность, сочетание индуктивного и дедуктивного подходов, нацеленность на поиск различного рода закономерностей, четкость формулировок и определений.
	Умеет	мыслить математическими символами и излагать базовые определения и понятия основ разделов курса.
	Владеет	способностью мыслить математическими символами и способностью к быстрому и широкому обобщению математических объектов в рамках разделов курса и своей профессиональной деятельности.
ОПК-5 — готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов	Знает	на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса, практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса.
	Умеет	практически решать стандартные задачи курса, применять математические методы при решении профессиональных задач, содержательно интерпретировать математические конструкции, понятия, определения, различного рода объекты.

при решении профессиональных задач.	Владеет	методами построения математических моделей профессиональных задач и содержательной интерпретации результатов вычислений.
-------------------------------------	---------	--

Для формирования вышеуказанных компетенции в рамках дисциплины «Высшая математика» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения:

Лекционные занятия:

1. Лекция-конференция.
2. Лекция-дискуссия.

Практические занятия:

1. Метод научной дискуссии.
2. Конференция, или круглый стол.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

(72 час.)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часа. Трудоемкость теоретической части курса 72 часа.

### **★ Первый семестр (36 час.)**

#### **Векторная алгебра и аналитическая геометрия (18час.)**

##### **Раздел 1. Основы линейной алгебры (6 час.)**

##### **Тема 1. Матрицы. Свойства матриц. Определитель матрицы. Свойства определителя (2 час.)**

Понятие матрицы (примеры). Операции с матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц. Свойства операций. Специальные матрицы: нулевая, единичная, диагональная, треугольная, транспонированная. Свойства транспонирования матриц. Определение минора матрицы, алгебраического дополнения, определитель матрицы. Разложение определителя по строке и столбцу. Свойства определителей.

## **Тема 2. Обратная матрица. Крамеровские системы. Решение СЛАУ методом Гаусса (4 час.)**

Определение обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Теорема существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Крамеровские системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Теорема Крамера решения СЛАУ. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы. Определение базисного минора. Определение ранга матрицы. Расширенная матрица системы. Элементарные преобразования строк и столбцов системы уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Прямой и обратный ход метода Гаусса (приведение матрицы системы к диагональному виду) решения СЛАУ.

## **Раздел 2. Векторная алгебра (4 час.)**

### **Тема 1. Вектора. Линейные операции над векторами (2 час.)**

Понятие вектора: направленный отрезок (упорядоченная пара точек), длина вектора. Коллинеарные вектора. Равенство векторов. Линейные операции с векторами: сумма векторов, умножение вектора на число, единичный вектор. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Линейная комбинация векторов. Линейная независимость векторов. Базис. Разложение по базису. Декартова система координат. Радиус вектор. Замена базиса. Координаты вектора в новом базисе. Примеры преобразования координат: параллельный перенос, поворот осей координат, матрица поворота.

### **Тема 2. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов (2 час.)**

Скалярное произведение и координаты векторов. Расстояние между двумя точками. Определение векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Свойства векторного произведения. Правая и левая тройка векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение. Свойства смешанного произведения. Объем параллелепипеда как модуль смешанного произведения. Деление отрезка в заданном отношении.

## **Раздел 3. Аналитическая геометрия (8 час.)**

### **Тема 1. Активные методы обучения: «Лекция от студентов: Линии и плоскости» (2 час.)**



Рассматривается полный перечень типов уравнений прямой линии на плоскости. Параметрическое уравнение прямой линии. Разрешенное

уравнение прямой относительно ординаты. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой линии в отрезках. Общее уравнение прямой линии. Нормальное уравнение прямой линии. 2). 1). Рассматривается полный перечень типов уравнений плоскости в пространстве. Параметрическое уравнение плоскости. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Условие параллельности двух плоскостей. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке.

## **Тема 2. Уравнение прямой линии в пространстве. (2 час.)**

Прямая линия как пересечение двух плоскостей. Параметрическое уравнение прямой линии. Векторное уравнение прямой линии. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние от точки до прямой линии на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние между прямыми (скрещивающимися) линиями в пространстве. Условие пересечения трех плоскостей.

## **Тема 3. Кривые второго порядка на плоскости, поверхности второго порядка (2 час.)**

Общий вид уравнения второго порядка. Приведение к каноническому виду кривой второго порядка (поворот и параллельный перенос). Перечень кривых второго порядка. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Построение кривых, свойства кривых. Поверхности второго порядка: эллипсоид, однополосный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид.

## **Тема 4. Системы координат. Комплексные числа (2 час.)**

Полярная система координат, цилиндрическая система координат, сферическая система координат. Связь их с декартовой системой координат. Определение комплексного числа, сопряженное число. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Действия с комплексными числами. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел, свойства операций для указанных форм записи. Формула Эйлера. Формула Муавра-Лапласа. Извлечение корня  $n$ -й степени из числа. Корни многочлена. Теорема Безу. Алгоритм Евклида деления многочленов. Основная теорема алгебры: многочлен  $n$ -й степени имеет ровно  $n$  корней. Разложение многочленов на множители.



## **Введение в математический анализ (18 час.)**

### **Раздел 4. Предел последовательности (2 час.)**

#### **Тема 1. Множества. Последовательности. Предел последовательности (2 час.).**

Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами. Действительные числа, натуральные, целые, рациональные, иррациональные. Элементы математической логики: логические символы, кванторы. Промежутки действительных чисел: отрезок, интервал, окрестность. Неравенства для абсолютных величин. Счетное множество. Эквивалентные множества. Последовательность. Операции с числовыми последовательностями. Предел числовой последовательности. Свойства конечных пределов. Бесконечно малые (б.м.), бесконечно большие (б.б.) и ограниченные последовательности. Свойства б.м. и б.б. последовательностей. Неопределенные выражения, раскрытие неопределенностей. Стандартные случаи раскрытия неопределенностей (*ноль на ноль, бесконечность на бесконечность, бесконечность минус бесконечность, ноль на бесконечность*): деление многочленов, эквивалентные выражения, удаление корней. Монотонные последовательности, геометрическая прогрессия. Число  $E$ , второй замечательный предел, натуральные логарифмы. Логарифмирование. Факториалы. Арифметическая прогрессия.

### **Раздел 5. Функции. Предел, непрерывность функций. (4 час.)**

#### **Тема 1. Определение функции. Предел функций (2 час.)**

Определение функции. Способы задания функций: табличный, графический, аналитический. Ограниченные функции. Некоторые специальные способы задания функций: неявно заданные функции; сложные функции; функции, заданные функциями. Определение обратной функции. Элементарные функции. Основные элементарные функции. Классы элементарных функций. Гиперболические функции. Предел функции. Предел слева и предел справа. Свойства пределов функций. Замена переменных в пределах. Первый и второй замечательные пределы. Следствия пределов.

## **Тема 2. Бесконечно малые и большие. Эквивалентность и непрерывность функций. (2 час.)**

Определение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин. Сравнение функций. Эквивалентность функций (*бесконечно малых величин*). Эквивалентность элементарных функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых величин. Логарифмирование при раскрытии неопределенностей в пределах. Определение непрерывности функции в точке и в области. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва первого рода: точки устранимого разрыва, точки конечного скачка. Точки разрыва второго рода. Нахождение точек разрыва функции одной переменной. Свойства непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши.

## **Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (4 час.)**

### **Тема 1. Производная функции. Вектор функции (2 час.)**

Физическое содержание производной как предел средней скорости движения. Определение производной функции одной переменной. Принятые обозначения производной. Примеры вычисления производной, исходя из определения производной. Дифференциал функции как линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной к графику функции. Приложение дифференциала (приближенные вычисления), приложение производных. Понятие вектор функции, годограф. Производная вектор функции, геометрический и физический смысл ее. Свойства производных вектор функции. Разложение первой и второй производных вектор функции, касательная и нормальная составляющие. Кривизна.

### **Тема 2. Общие правила дифференцирования функций (2 час.)**

Общие правила дифференцирования: производная константы, производная суммы, производная произведения, производная частного двух функций. Производная сложной функции. Дифференциал сложной функции. Свойство инвариантности дифференциала первого порядка. Таблица производных основных элементарных функций. Производная обратной функции, заданной параметрически, заданной неявно. Логарифмическое дифференцирование. Производные

высших порядков. Вторая производная сложной функции, заданной параметрически, обратной функции. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Приведение различного рода неопределенностей к неопределенности правила Лопиталя.

## **Раздел 7. Исследование поведения функций (8 час.)**

### **Тема 1. Формула Тейлора. Теоремы о среднем (4 час.)**

Формула Тейлора, примеры разложения. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: теоремы М. Ферма, М. Роля, Л. Лагранжа, О. Коши.

### **Тема 2. Исследование поведения функций (4 час.)**

Признак монотонности функции. Отыскание наибольших и наименьших значений функции. Необходимое условие экстремума – подозрительные точки на экстремум (П. Ферма). Достаточные строгого экстремума с применением первой и второй производной функции. Выпуклость. Точки перегиба. Определение асимптоты: вертикальные и наклонные. Построение графиков функций.

## **★ Второй семестр (36 час.)**

### **Функции нескольких переменных (6 час.)**

## **Раздел 8. Функции нескольких переменных (ФНП) (6 час.)**

### **Тема 1. Основные понятия и определения. (4 час.)**

Определение ФНП, окрестность точки. Область определения функции. Линии уровня. Предел последовательности, предел функции. Частные производные. Полное приращение функции, полный дифференциал функции. Дифференциалы высших порядков, производная сложной функции, неявно заданной, производная по заданному направлению, градиент функции. Примеры вычисления частных производных. Геометрический смысл частных производных и дифференциала, касательная плоскость и нормаль. Формула Тейлора.

### **Тема 2. Экстремум функции. (2 час.)**

Экстремум функции многих переменных. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой ограниченной области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры нахождения условного экстремума.

## **Интегральное исчисление функции одной переменной (14 час.)**

### **Раздел 9. Неопределенный интеграл (6 час.)**

#### **Тема 1. Табличные интегралы. Свойства интеграла (4 час.)**

Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования). Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование подстановкой, приведение к табличным интегралам.

#### **Тема 2. Основные методы интегрирования. (2 час.)**

Формула интегрирования по частям. Основные подынтегральные функции, для которых используется метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби (метод неопределенных коэффициентов). Интегрирование некоторых иррациональных функций, некоторых трансцендентных функций (тригонометрических функций). Основные замены. Универсальная тригонометрическая подстановка.

### **Раздел 10. Определенный интеграл (8 час.)**

#### **Тема 1. Определенный интеграл. (4 час.)**

Определенный интеграл (Римана), его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Непосредственное интегрирование. Определенный интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Формула Ньютона Лейбница. Интегрирование заменой переменных. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Абсолютно сходящиеся интегралы.

#### **Тема 2. Приложения определенного интеграла. (2 час.)**

Теорема о среднем. Вычисление площади криволинейной трапеции, объема тела вращения, длины дуги, площади поверхности вращения. Численное интегрирование: формула прямоугольников, трапеций, Симпсона.

#### **Тема 3. Активные методы обучения: «Лекция от студентов: Приложения интеграла» (2 час.)**



Изучение свойств и приемов вычисления различного рода определенных интегралов. Геометрический смысл определенного интеграла.

Непосредственное интегрирование. Вычисление площади криволинейной трапеции, объема тела вращения, длины дуги, площади поверхности вращения.

## **Дифференциальные уравнения (8 час.)**

### **Раздел 11. Обыкновенные дифференциальные уравнения (8 час.)**

#### **Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. (6 час.)**

Основные понятия. ДУ первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности задачи Коши, геометрическое содержание теоремы. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Метод изоклин. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. ДУ, приводящиеся к однородным уравнениям. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Численные методы решения ДУ. Задача Коши. Одношаговые методы. Итерационная схема метода Эйлера. Геометрическая интерпретация решения. Схема метода Эйлера с пересчетом. Погрешность решения.

#### **Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. (2 час.)**

ДУ высших порядков. ДУ, допускающие понижения порядков. Линейные ДУ (ЛДУ) с постоянными коэффициентами. Системы ЛДУ с постоянными коэффициентами.

## **Числовые и функциональные ряды (8 час.)**

### **Раздел 12. Числовые и функциональные ряды (8 час.).**

#### **Тема 1. Числовые ряды, признаки сходимости. (2 час.)**

Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости: признаки сравнения (обобщенный гармонический ряд), интегральный признак сходимости Коши, выделение главной части, признак сходимости Даламбера, радикальный признак Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

#### **Тема 2. Функциональные и степенные ряды. (4 час.)**

Функциональные ряды, равномерная сходимость, мажорируемые ряды, почленный переход к пределу, почленное дифференцирование, интегрирование. Поня-

тие степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора, остаточный член формулы Тейлора. Обобщенный степенной ряд.

### **Тема 3. Ряды Фурье. (2 час.)**

Определение ряда Фурье функции, полная система функций, ортогональные системы функций, разложение функций в ряд Фурье, формулы разложения. Разложение по косинусам и по синусам, комплексная форма записи, Спектральные характеристики ряда Фурье.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (72 час.)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часа. Трудоемкость практической части курса 72 часа.

### **★ Первый семестр (36 час.)**

#### **Раздел 1. Векторная алгебра и аналитическая геометрия (18 час.)**

##### **Занятие 1. Матрицы. Определитель матрицы. Свойства определителя (2 час.)**

1. Матрицы. Операции с матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц. Специальные матрицы: нулевая, единичная, диагональная, треугольная, транспонированная.
2. Свойства транспонирования матриц. Вычисление миноров матрицы, алгебраических дополнений, определителя матрицы.
3. Разложение определителя по строке и столбцу. Свойства определителей. Вычисление определителей специальных матриц.

##### **Занятие 2. Обратная матрица. Крамеровские системы (2 час.)**

1. Вычисление обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Условия существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
2. Крамеровские системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение СЛАУ методом Крамера.
3. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы.

### **Занятие 3. Активные методы обучения: «Математические бои с матрицами» (2 час.)**



Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «Математического боя». Студенты группы делятся на две команды (подгруппы). Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а соперники их проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

*Вопросы и задачи, выносимые на занятие.*

1. Вычисление ранга матрицы. Поиск базисного минора.
2. Расширенная матрица системы. Элементарные преобразования строк и столбцов системы уравнений.
3. Условия теоремы Кронекера-Капелли – условие существования решения системы линейных уравнений.
4. Прямой и обратный ход метода Гаусса (приведение матрицы системы к диагональному виду) решения СЛАУ.

### **Занятие 4. Вектора. Линейные операции над векторами (2 час.)**

1. Определение вектора: направленный отрезок (упорядоченная пара точек), длина вектора. Коллинеарные вектора. Равенство векторов. Линейные операции с векторами: сумма векторов, умножение вектора на число, единичный вектор.
2. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Линейная комбинация векторов.

### **Занятие 5. Активные методы обучения: «Математические бои с векторами» (2 час.)**



Линейная независимость векторов.

1. Базис. Разложение по базису. Декартова система координат.
2. Радиус вектор. Замена базиса. Координаты вектора в новом базисе.
3. Преобразование координат: параллельный перенос, поворот осей координат.

## **Занятие 6. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов (2 час.)**

1. Скалярное произведение и координаты векторов. Расстояние между двумя точками
2. Определение векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Свойства векторного произведения. Правая и левая тройка векторов.
3. Площадь треугольника. Смешанное произведение. Свойства смешанного произведения. Объем параллелепипеда как модуль смешанного произведения.
4. Деление отрезка в заданном отношении.

## **Занятие 7. Уравнение прямой линии на плоскости. Уравнение плоскости (2 час.)**

1. Параметрическое уравнение прямой линии. Разрешенное уравнение прямой относительно ординаты.
2. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой линии в отрезках. Общее уравнение прямой линии. Нормальное уравнение прямой линии.
3. Параметрическое уравнение плоскости. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Общее уравнение плоскости.
4. Нормальное уравнение плоскости. Условие параллельности двух плоскостей. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке.

## **Занятие 8. Уравнение прямой линии в пространстве. Вычисление расстояний (2 час.)**

1. Прямая линия как пересечение двух плоскостей. Параметрическое уравнение прямой линии. Векторное уравнение прямой линии.
2. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние от точки до прямой линии на плоскости и в пространстве.
3. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние между прямыми (скрещивающимися) линиями в пространстве.
4. Полярная система координат, цилиндрическая система координат, сферическая система координат.



## **Занятие 9. Активные методы обучения: «Математические бои с кривыми второго порядка на плоскости» (2 час.)**



1. Общий вид уравнения второго порядка.
2. Приведение к каноническому виду кривой второго порядка (поворот и параллельный перенос).
3. Перечень кривых второго порядка. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Построение кривых, свойства кривых.
4. Теорема Безу. Алгоритм Евклида деления многочленов. Основная теорема алгебры: многочлен  $n$ -й степени имеет ровно  $n$  корней. Разложение многочленов на множители.

## **Раздел 2. Введение в математический анализ (18 час.)**

### **Занятие 1. Предел последовательности (2 час.)**

1. Предел числовой последовательности. Свойства конечных пределов. Бесконечно малые (б.м.), бесконечно большие (б.б.) и ограниченные последовательности. Свойства б.м. и б.б. последовательностей.
2. Неопределенные выражения, раскрытие неопределенностей. Стандартные случаи раскрытия неопределенностей (*ноль на ноль, бесконечность на бесконечность, бесконечность минус бесконечность, ноль на бесконечность*): деление многочленов, эквивалентные выражения, удаление корней.
3. Монотонные последовательности, геометрическая прогрессия, арифметическая прогрессия.
4. Второй замечательный предел, натуральные логарифмы. Логарифмирование. Факториалы.

### **Занятие 2. Определение функции. Предел функций. Непрерывность функций (2 час.)**

4. Способы задания функций: табличный, графический, аналитический. Ограниченные функции. Некоторые специальные способы задания функций: неявно заданные функции; сложные функции; функции, заданные функциями.
5. Определение обратной функции. Элементарные функции. Основные элементарные функции. Классы элементарных функций. Гиперболические функции.
6. Предел функции. Предел слева и предел справа. Свойства пределов функций. Замена переменных в пределах. Первый и второй замечательные пределы. Определение непрерывности функции в точке и в области.

7. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва первого рода: точки устранимого разрыва, точки конечного скачка. Точки разрыва второго рода. Нахождение точек разрыва функции одной переменной. Свойства непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши.

### **Занятие 3. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Эквивалентность (2 час.)**

1. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин. Сравнение функций. Эквивалентность функций (*бесконечно малых величин*). Эквивалентность элементарных функций.
2. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых величин.
3. Логарифмирование при раскрытии неопределенностей в пределах.

### **Занятие 4. Активные методы обучения: «Математические бои с пределами функций» (2 час.)**



Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «*Математического боя*».

Студенты делятся на две команды (подгруппы). Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а соперники их проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

### **Занятие 5. Производная функции (2 час.)**

1. Физическое содержание производной. Принятые обозначения производной. Вычисление производной, исходя из определения производной. Вычисление производных элементарных функций.
2. Дифференциал функции как линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции.
3. Уравнение касательной к кривой графика функции.
4. Приложение дифференциала (приближенные вычисления), приложение производных.

### **Занятие 6. Общие правила дифференцирования функций (2 час.)**

1. Общие правила дифференцирования: производная константы, производная суммы, производная произведения, производная частного двух функций. Производная сложной функции.
2. Дифференциал сложной функции. Инвариантность дифференциала первого порядка. Таблица производных основных элементарных функций. Производная обратной функции, заданной параметрически, заданной неявно. Логарифмическое дифференцирование.
3. Производные высших порядков. Вторая производная сложной функции, заданной параметрически, обратной функции.
4. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Приведение различного рода неопределенностей к неопределенности правила Лопиталя.

### **Занятие 7. Формула Тейлора. Теоремы о среднем (2 час.)**

1. Формула Тейлора, примеры разложения. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа.
2. Решение задач на основе теорем о среднем для дифференцируемых функций: теоремы М. Ферма, М. Роля, Л. Лагранжа, О. Коши.

### **Занятие 8. Исследование поведения функций (2 час.)**

1. Признак монотонности функции. Отыскание наибольших и наименьших значений функции.
2. Необходимое условие экстремума – подозрительные точки на экстремум (П. Ферма).
3. Достаточные строгого экстремума с применением первой и второй производной функции. Выпуклость. Точки перегиба.
4. Определение асимптоты: вертикальные и наклонные. Построение графиков функций.

### **Занятие 9. Активные методы обучения: «Математические бои с графиками функций» (2 час.)**



Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «Математического боя» с неопределенными интегралами. Студенты группы делятся на две команды (подгруппы). Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а их соперники проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов.

## **Второй семестр (36 час.)**

### **Раздел 3. Функции нескольких переменных (4 час.)**

#### **Занятие 1. Функции нескольких переменных (ФНП) (2 час.)**

1. Частные производные, полный дифференциал функции. Производная сложной функции, неявно заданной, производная по заданному направлению, градиент функции.
2. Геометрический смысл частных производных и дифференциала, касательная плоскость и нормаль. Линии уровня. Градиент.
3. Приложения в приближенных вычислениях.

#### **Занятие 2. Экстремум функции многих переменных (2 час.)**

1. Экстремум функции многих переменных. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой ограниченной области.
2. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

### **Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной (12 час.)**

#### **Занятие 1. Табличные интегралы. Свойства интеграла. (2 час.)**

1. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования). Таблица основных интегралов.
2. Непосредственное интегрирование.
3. Интегрирование подстановкой, приведение к табличным интегралам.

#### **Занятие 2. Основные методы интегрирования. (2 час.)**

1. Формула интегрирования по частям. Основные подынтегральные функции, для которых используется метод интегрирования по частям.
2. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби (метод неопределенных коэффициентов).

#### **Занятие 3. Активные методы обучения: «Математические бои с интегралами от иррациональных и трансцендентных функций» (2 час.)**



1. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
2. Интегрирование некоторых трансцендентных функций (тригонометрических функций).
3. Основные замены.

4. Универсальная тригонометрическая подстановка.

#### **Занятие 4. Определенный интеграл, приложения. (2 час.)**

1. Непосредственное интегрирование. Формула Ньютона Лейбница. Интегрирование заменой переменных.
2. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
3. Вычисление площади криволинейной трапеции, объема тела вращения.

#### **Занятие 5. Приложения определенного интеграла (2 час.)**

1. Вычисление длины дуги, площади поверхности вращения.
2. Численное интегрирование: формула прямоугольников, трапеций, Симпсона.
3. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.

#### **Занятие 6. Активные методы обучения: «Зачет по интегральному исчислению» (2 час.)**



Игра коллективной сдачи зачета по текущему разделу курса. Студентам группы коллективно сдают зачет по предварительно выданному перечню вопросов. Группа делится на две команды, каждая из которых сдает зачет (отвечает на вопросы) другой команды. Результаты сдачи фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

### **Раздел 5. Дифференциальные уравнения (12 час.)**

#### **Занятие 1. Метод изоклин. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ. (2 час.)**

1. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
2. Метод изоклин. ДУ с разделяющимися переменными.
3. Однородные уравнения первого порядка.

#### **Занятие 2. Однородные ДУ. Линейные ДУ первого порядка. (2 час.)**

1. Однородные уравнения первого порядка. ДУ, приводящиеся к однородным уравнениям.
2. Линейные уравнения первого порядка.

**Занятие 3. Активные методы обучения: «Математические бои с линейными уравнениями первого порядка. Уравнения Бернулли» (2 час.)**



1. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.
3. Уравнения в полных дифференциалах.

**Занятие 4. Дифференциальные уравнения высших порядков. (2 час.)**

1. ДУ высших порядков. ДУ, допускающие понижения порядков.
2. Линейные ДУ (ЛДУ) с постоянными коэффициентами.

**Занятие 5. Линейные дифференциальные уравнения. Численные методы решения ДУ (2 час.)**

1. Линейные ДУ (ЛДУ) с постоянными коэффициентами.
2. Системы ЛДУ с постоянными коэффициентами.
3. Численные методы решения ДУ.

**Занятие 6. Активные методы обучения: «Зачет по дифференциальным уравнениям» (2 часа).**



Игра коллективной сдачи зачета по текущему разделу курса. Студентам группы коллективно сдают зачет по предварительно выданному перечню вопросов. Группа делится на две команды, каждая из которых сдает зачет (отвечает на вопросы) другой команды. Результаты сдачи фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

**Раздел 6. Числовые и функциональные ряды (8 час.)**

**Занятие 1. Числовые ряды, признаки сходимости (2 час.)**

1. Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами. Свойства сходящихся рядов.
2. Признаки сходимости: признаки сравнения (обобщенный гармонический ряд), интегральный признак сходимости Коши, выделение главной части.
3. Признак сходимости Даламбера, радикальный признак Коши.

**Занятие 2. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. (2 час.)**

1. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

2. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

### **Занятие 3. Функциональные и степенные ряды. Ряды Фурье (2 час.)**

1. Функциональные ряды, равномерная сходимость, мажорируемые ряды, почленный переход к пределу, почленное дифференцирование, интегрирование.
2. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора, остаточный член формулы Тейлора. Обобщенный степенной ряд.
3. Определение ряда Фурье функции, полная система функций, ортогональные системы функций, разложение функций в ряд Фурье, формулы разложения.
4. Разложение по косинусам и по синусам, комплексная форма записи, Спектральные характеристики ряда Фурье.

### **Занятие 4. Активные методы обучения: «Зачет по рядам» (2 час.)**



Игра коллективной сдачи зачета по текущему разделу курса. Студентам группы коллективно сдают зачет по предварительно выданному перечню вопросов. Группа делится на две команды, каждая из которых сдает зачет (отвечает на вопросы) другой команды. Результаты сдачи фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Высшая математика» представлено в Приложении 1 и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы; критерии оценки выполнения самостоятельной работы (УО-1 Собеседование, ПР-2 Контрольная работа, ПР-7 Конспект).

## IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль		промежуточная аттестация
<b>Первый семестр (экзамен)</b>					
1.	Основы линейной алгебры (6 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 1-3
			Умеет	ИДЗ-1 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 1-3
			Владеет	КР-1 «Определители, матрицы, системы уравнений» (ПР-2)	Экз. вопросы 1-3
2.	Векторная алгебра (4 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 4-6
			Умеет	ИДЗ-2 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 4-6
			Владеет	КР-2 «Векторная алгебра» (ПР-2)	Экз. вопросы 4-6
3.	Аналитическая геометрия (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 7-11
			Умеет	ИДЗ-3, ИДЗ-4 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 7-11
			Владеет	КР-3, КР-4 «Плоскости и прямые,» «Линии и поверхности» (ПР-2)	Экз. вопросы 7-11
4.	Предел последовательности (2 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 12
			Умеет	ИДЗ-5 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 12
			Владеет	КР5 «Пределы числовых последовательностей» (ПР-2)	Экз. вопросы 12
5.	Функции. Предел функций. Непрерывность функций. (4 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 13-15
			Умеет	ИДЗ-6 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 13-15
			Владеет	КР-6 «Пределы функций» (ПР-2)	Экз. вопросы 13-15
6.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной (4 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 16-18
			Умеет	ИДЗ-7 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 16-18
			Владеет	КР-7 «Производные» (ПР-2)	Экз. вопросы 16-18
7.	Исследование поведения функций (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 19-22
			Умеет	ИДЗ-8 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 19-22
			Владеет	КР-8 «Исследование поведения функций» (ПР-2)	Экз. вопросы 19-22
<b>Второй семестр</b>					
8.	Функции нескольких переменных (ФНП) (6 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 23-25
			Умеет	Опрос знания теории (УО-1)	Экз. вопросы 23-25
			Владеет	Опрос знания теории (УО-1)	Экз. вопросы 23-25
9.	Неопределенный интеграл (6 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 26-28
			Умеет	ИДЗ-9 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 26-28
			Владеет	КР-9 «Неопределенный интеграл» (ПР-2)	Экз. вопросы 26-28



10.	Определенный интеграл (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 29-31
			Умеет	ИДЗ-10 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 29-31
			Владеет	КР-10 «Определенный интеграл, приложения» (ПР-2)	Экз. вопросы 29-31
11.	Обыкновенные дифференциальные уравнения (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 32-34
			Умеет	ИДЗ-11 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 32-34
			Владеет	КР-11 «Дифференциальные уравнения» (ПР-2)	Экз. вопросы 32-34
12.	Числовые и функциональные ряды (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	ИДЗ-12 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 38-44
			Умеет	ИДЗ-13 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 38-44
			Владеет	КР-12, КР-13 «Числовые ряды», «Степенные ряды и приложения» (ПР-2)	Экз. вопросы 38-44

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

1. Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.5. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика : учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск : Вышэйшая школа, 2018. — 336 с. — ISBN 978-985-06-2815-2 (ч. 5), 978-985-06-2764-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/90758.html>
2. Уткин, В. Б. Математика и информатика: Учебное пособие / Уткин В.Б., Балдин К.В., Рукосуев А.В., - 4-е изд. - Москва : Дашков и К, 2018. - 472 с.: ISBN 978-5-394-01925-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/305683>
3. Ржевский, С. В. Высшая математика I: линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019.

— 211 с. - ISBN 978-5-16-108269-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1065260>

4. Элементы высшей математики : учебное пособие для СПО / В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева [и др.] ; под редакцией Б. М. Веретенникова. — 2-е изд. — Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. — 296 с. — ISBN 978-5-4488-0395-6, 978-5-7996-2795-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/87794.html>

### **Теория вероятностей и математическая статистика.**

5. Теория вероятностей и математическая статистика: Шпаргалка. — Москва : РИОР. — 155 с. - ISBN 978-5-369-00283-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/614912>
6. Корчагин, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / В. В. Корчагин, С. В. Белокуров, Р. В. Кузьменко. - Воронеж : Воронежский институт ФСИН России, 2019. - 162 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1086219>
7. Терновая, Г. Н. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах : электронное учебное пособие / Г. Н. Терновая. — Астрахань : Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2019. — 92 с. — ISBN 978-5-93026-070-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93094.html>
8. Трофимова, Е. А. Математические методы анализа : учебное пособие для СПО / Е. А. Трофимова, С. В. Плотников, Д. В. Гилёв ; под редакцией Е. А. Трофимовой. — 2-е изд. — Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. — 271 с. — ISBN 978-5-4488-0513-4, 978-5-7996-2827-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/87823.html>
9. Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Б. Н. Иванов. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-3636-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113901>

## Дискретная математика

10. Ходаков, В. Е. Дискретная математика : учеб. пособие / В.Е. Ходаков, Н.А. Соколова. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 542 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). —  
www.dx.doi.org/10.12737/textbook\_5cee60a3a9d469.63098074. - ISBN 978-5-16-013184-9. - Текст : электронный. - URL:  
<https://znanium.com/catalog/product/917780>
11. Канцедал, С. А. Дискретная математика : учеб. пособие / С.А. Канцедал. — Москва : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2019. — 222 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0719-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/978416>
12. Хусаинов, А. А. Дискретная математика : учебное пособие для СПО / А. А. Хусаинов. — Саратов : Профобразование, 2019. — 77 с. — ISBN 978-5-4488-0281-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/86136.html>

### Дополнительная литература:

1. Редькин, Н.П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебник / Н.П. Редькин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 264 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2293>
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. том 2-й [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/411> .
3. Андреева И.Ю. Основы математического анализа. Функция нескольких переменных, дифференциальные уравнения, кратные интегралы [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Ю. Андреева, О.И. Вдовина, Н.В. Гредасов. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 99 с. — 978-5-7996-0999-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69869.html>
4. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М.: ООО "Издательство "Мир и Образование", 2011. - 592 с.: ил. - (Полный конспект лекций). <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>
5. Малахов А.Н. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Малахов, Н.И. Максюков, В.А. Никишкин. — Электрон. текстовые

- данные. — М. : Евразийский открытый институт, 2009. — 396 с. — 978-5-374-00194-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10643.html>
6. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование [Электронный ресурс] : учебник / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4550>
  7. Михеев, В.И. Высшая математика. Краткий курс [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 196 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59530>
  8. Гюнтер, Н.М. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.М. Гюнтер, Р.О. Кузьмин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2003. — 816 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/622>
  9. Махмеджанов Н.М. Сборник заданий по высшей математике [Электронный ресурс] / Н.М. Махмеджанов. — Электрон. текстовые данные. — Алматы: Казахский национальный университет им. аль-Фараби, 2013. — 120 с. — 978-601-04-0284-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70414.html>
  10. Петрушко, И.М. Сборник задач и типовых расчетов по высшей математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.М. Петрушко, А.И. Бараненков, Е.П. Богомолова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/310>

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети  
«Интернет»**

1. Учебники и другие книги по математике (EqWorld). [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> (Дата обращения 09.07.2017).
2. Учебники и другие книги по математике (каталог электронных ресурсов на сайте ДВФУ). [Электронный ресурс]: URL: <http://www.dvfu.ru/library> (Дата обращения 09.07.2017).
3. <http://window.edu.ru/resource/360/60360> Домнин Л.Н. Элементы теории графов: Учебное пособие. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2007. - 144 с.

4. <http://window.edu.ru/resource/379/65379> Булгакова И.Н., Федотенко Г.Ф. Дискретная математика. Элементы теории задачи и упражнения: Учебное пособие. Часть 1. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. - 61 с.
5. <http://window.edu.ru/resource/283/65283> Корнилов П.А., Никулина Н.И., Семенова О.Г. Элементы дискретной математики: Учебное пособие. - Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2005. - 91 с.
6. <http://window.edu.ru/resource/884/70884> Зыков А.А. Основы теории графов. - М: Вузовская книга, 2004. - 664 с. ISBN/ISSN:5-9502-0057-8
7. <http://window.edu.ru/resource/869/44869> Ерош И.Л., Сергеев М.Б., Соловьев Н.В. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов. - СПб.: ГУАП, 2005. - 142 с.

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методические указания для успешного освоения рассматриваемой дисциплины (как и любой другой) заключаются в следующем.

1. Стопроцентное (или близкое к нему) посещение лекционных и практических занятий.
2. Вести конспект лекций и практических занятий.
3. Своевременное (не откладывать и не собирать все в конец семестра) решение индивидуальных домашних заданий.
4. Посещение консультаций, в случае каких-либо сомнений в знании текущего материала.
5. Периодически (лучше перед предстоящими занятиями) пытаться читать лекционный материал (пересматривать практические занятия).

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Необходима аудитория с доской, достаточного размера, на которой можно писать маркером или мелом при чтении лекционного материала и проведения практических занятий.

<p>Аудитория для практических занятий</p> <p>г. Владивосток, о. Русский, п. Аякс д.10, ауд. М627, площадь 64,8 м<sup>2</sup></p>	<p>Моноблок Lenovo C360G-i34164G500UDK 19.5" Intel Core i3-4160T 4GB DDR3-1600 SODIMM (1x4GB)500GB Windows Seven Enterprise - 17 штук; Проводная сеть ЛВС – Cisco 800 series; беспроводные ЛВС для обучающихся обеспечены системой на базе точек доступа 802.11a/b/g/n 2x2 MIMO(2SS).</p>
<p>Читальные залы Научной библиотеки ДВФУ с открытым доступом к фонду (корпус А - уровень 10)</p>	<p>Моноблок HP ProOne 400 All-in-One 19,5 (1600x900), Core i3-4150T, 4GB DDR3-1600 (1x4GB), 1TB HDD 7200 SATA, DVD+/-RW,GigEth,Wi-Fi,BT,usb kbd/mse,Win7Pro (64-bit)+Win8.1Pro(64-bit),1-1-1 Wty Скорость доступа в Интернет 500 Мбит/сек.</p> <p>Рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованы: портативными устройствами для чтения плоскопечатных текстов, сканирующими и читающими машинами видеоувеличителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками</p>
<p>Аудитория для самостоятельной работы студентов</p> <p>г. Владивосток, о. Русский п. Аякс д.10, Корпус 25.1, ауд. М621</p> <p>Площадь 44.5 м<sup>2</sup></p>	<p>Моноблок Lenovo C360G-i34164G500UDK 19.5" Intel Core i3-4160T 4GB DDR3-1600 SODIMM (1x4GB)500GB Windows Seven Enterprise - 17 штук; Проводная сеть ЛВС – Cisco 800 series; беспроводные ЛВС для обучающихся обеспечены системой на базе точек доступа 802.11a/b/g/n 2x2 MIMO(2SS).</p>



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА БИОМЕДИЦИНЫ ДВФУ**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**  
по дисциплине «Высшая математика»  
Направление подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика»  
Форма подготовки очная

**Владивосток**

**2019**

В течение двух семестров студенты выполняют четырнадцать индивидуальных заданий (ИДЗ) по различным разделам курса.

### **В первом семестре**

1. Задание «Определители, матрицы, системы уравнений»
2. Задание «Векторная алгебра».
3. Задание «Плоскости и прямые»
4. Задание «Линии и поверхности»
5. Задание «Пределы числовых последовательностей»
6. Задание «Пределы функций»
7. Задание «Производные»
8. Задание «Исследование поведения функций»

### **Во втором семестре**

9. Задание «Неопределенный интеграл»
10. Задание «Определенный интеграл, приложения»
11. Задание «Дифференциальные уравнения»
12. Задание «Числовые ряды»
13. Задание «Степенные ряды и приложения»
14. Задание «Ряды Фурье»



## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Сроки выполнения (номера учебных недель)	Вид самостоятельной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
<b>Первый семестр</b>				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	4	Экспресс-опрос
2.	1-18	Подготовка к контрольным работам	2	Проведение контрольных работ
3.	1-2	ИДЗ «Определители, матрицы, системы уравнений»	4	Защита ИДЗ
4.	3-4	ИДЗ «Векторная алгебра».	4	Защита ИДЗ
5.	5-6	ИДЗ «Плоскости и прямые»	4	Защита ИДЗ
6.	7-8	ИДЗ «Линии и поверхности»	3	Защита ИДЗ
7.	10-11	ИДЗ «Пределы числовых последовательностей»	4	Защита ИДЗ
8.	12-13	ИДЗ «Пределы функций»	4	Защита ИДЗ
9.	14-15	ИДЗ «Производные»	3	Защита ИДЗ
10.	17-18	ИДЗ «Исследование поведения функций»	4	Защита ИДЗ
11.	Сессия	Подготовка к экзамену	27	Прием экзамена
<b>Второй семестр</b>				
12.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	4	Экспресс-опрос
13.	1-18	Подготовка к контрольным работам	2	Проведение контрольных работ
14.	1-3	ИДЗ «Неопределенный интеграл»	5	Защита ИДЗ
15.	4-6	ИДЗ «Определенный интеграл, приложения»	5	Защита ИДЗ
16.	7-9	ИДЗ «Дифференциальные уравнения»	5	Защита ИДЗ
17.	10-12	ИДЗ «Числовые ряды, приложения»	5	Защита ИДЗ
18.	13-15	ИДЗ «Степенные ряды и приложения»	5	Защита ИДЗ
19.	16-18	ИДЗ «Ряды Фурье»	5	Защита ИДЗ
20.	Сессия	Подготовка к экзамену	27	Прием экзамена

Сроки выдача индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) привязываются ко времени изучения соответствующего материала на лекциях и практических занятиях. Решения типовых задач и упражнений ИДЗ рассматриваются на практических занятиях. Решенные задачи ИДЗ (любое их количество) сдаются на проверку. Сдавать можно повторно и многократно. Важно, чтобы решить все задачи, так как каждая из них соответствует знанию определенного материала курса.

Защита ИДЗ состоит в проверке самостоятельности решенных задач. С этой целью предлагается решить 1-3 типовые задачи равносильные задачам ИДЗ (или объяснить способ, метод, прием и т.д., использованный для решения какой-либо из задач).

### Критерии оценки

Решение задач ИДЗ и его защита оцениваются по сто-бальной шкале. Без защиты оценка за ИДЗ не выставляется. Количество баллов за ИДЗ выставля-

ется пропорционально числу решенных и защищенных задач ИДЗ. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл оценки зачета/экзамена.

Приведенные ниже комплекты вариантов задач для самостоятельного решения охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения заданий необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.

# Комплект индивидуальных домашних заданий 1

## Тема: «Определители, матрицы, системы уравнений».

### Вариант 1.

**ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 1$$

2. Даны две матрицы А и В.  
Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

### Вариант 2.

**ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix} \quad i = 3, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.  
Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_3 = -2. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант 3.****ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 1$$

2. Даны две матрицы А и В.  
Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 06. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант 4.****ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix} \quad i = 1, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.  
Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 = 6. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант 5.****ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 4$$

2. Даны две матрицы А и В.  
Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1, \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант 6.****ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix} \quad i = 1, \quad j = 2$$

2. Даны две матрицы А и В.  
Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 2

### Тема: «Векторная алгебра».

#### Вариант 1.

**ИДЗ** Векторы, операции с векторами

1. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}} = \alpha\bar{\mathbf{m}} + \beta\bar{\mathbf{n}}$  и  $\bar{\mathbf{b}} = \gamma\bar{\mathbf{m}} + \delta\bar{\mathbf{n}}$ ,

где  $|\bar{\mathbf{m}}| = k$ ,  $|\bar{\mathbf{n}}| = l$ ,  $(\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}) = \varphi$ .

Найти: а)  $(\lambda\bar{\mathbf{a}} + \mu\bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$ ; б)  $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$ ; в)  $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau\bar{\mathbf{b}}})$ .

$\alpha = -5$ ,  $\beta = -4$ ,  $\gamma = 3$ ,  $\delta = 6$ ,

$k = 3$ ,  $l = 5$ ,  $\varphi = 5\pi$ ,

$\lambda = -2$ ,  $\mu = 1/3$ ,  $\nu = 1$ ,  $\tau = 2$ .

2. По координатам точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\bar{\mathbf{a}}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\bar{\mathbf{a}}$  и  $\bar{\mathbf{b}}$ ; в) проекцию вектора  $\bar{\mathbf{c}}$  на вектор  $\bar{\mathbf{d}}$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\alpha : \beta$ .

$A(4, 6, 3)$ ,  $B(-5, 2, 6)$ ,  $C(4, -4, -3)$ ,

$\bar{\mathbf{a}} = 4\overline{CB} - \overline{AC}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = \overline{AB}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = \overline{CB}$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = \overline{AC}$ ,

$l = AB$ ,  $\alpha = 5$ ,  $\beta = 4$ .

3. Доказать, что векторы  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\bar{\mathbf{d}}$  в этом базисе.

$\bar{\mathbf{a}} = (5, 4, 1)$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = (-3, 5, 2)$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = (2, -1, 3)$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = (7, 23, 4)$ .

4. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}}$ . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверить, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

$\bar{\mathbf{a}} = 2\bar{\mathbf{i}} - 3\bar{\mathbf{j}} + \bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{j}} + 4\bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = 5\bar{\mathbf{i}} + 2\bar{\mathbf{j}} - 3\bar{\mathbf{k}}$ ;

а)  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $3\bar{\mathbf{b}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}}$ ; б)  $3\bar{\mathbf{a}}$ ,  $2\bar{\mathbf{c}}$ ; в)  $\bar{\mathbf{b}}$ ,  $-4\bar{\mathbf{c}}$ ; г)  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}}$ ; д)  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $2\bar{\mathbf{b}}$ ,  $3\bar{\mathbf{c}}$ .

5. Вершины пирамиды находятся в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $l$  и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .

$A(3, 4, 5)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(-2, -3, 6)$ ,  $D(3, -6, -3)$ ;

а)  $ACD$ ; б)  $l = AB$ ,  $C$  и  $D$ .

## Вариант 2.

### ИДЗ Векторы, операции с векторами

1. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}} = \alpha\bar{\mathbf{m}} + \beta\bar{\mathbf{n}}$  и  $\bar{\mathbf{b}} = \gamma\bar{\mathbf{m}} + \delta\bar{\mathbf{n}}$ ,

где  $|\bar{\mathbf{m}}| = k$ ,  $|\bar{\mathbf{n}}| = l$ ,  $(\widehat{\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}}) = \varphi$ .

Найти: а)  $(\lambda\bar{\mathbf{a}} + \mu\bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$ ; б)  $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$ ; в)  $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau\bar{\mathbf{b}}})$ .

$$\alpha = -2, \quad \beta = 3, \quad \gamma = 4, \quad \delta = -1,$$

$$k = 1, \quad l = 3, \quad \varphi = \pi,$$

$$\lambda = 3, \quad \mu = 2, \quad \nu = -2, \quad \tau = 4.$$

2. По координатам точек  $A, B, C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\bar{\mathbf{a}}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\bar{\mathbf{a}}$  и  $\bar{\mathbf{b}}$ ; в) проекцию вектора  $\bar{\mathbf{c}}$  на вектор  $\bar{\mathbf{d}}$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\alpha : \beta$ .

$$A(4, 3, -2), \quad B(-3, -1, 4), \quad C(2, 2, 1),$$

$$\bar{\mathbf{a}} = -5\bar{AC} + 2\bar{CB}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \bar{AB}, \quad \bar{\mathbf{c}} = \bar{AC}, \quad \bar{\mathbf{d}} = \bar{CB},$$

$$l = BC, \quad \alpha = 2, \quad \beta = 3.$$

3. Доказать, что векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\bar{\mathbf{d}}$  в этом базисе.

$$\bar{\mathbf{a}} = (2, -1, 4), \quad \bar{\mathbf{b}} = (-3, 0, -2), \quad \bar{\mathbf{c}} = (4, 5, -3), \quad \bar{\mathbf{d}} = (0, 11, -14).$$

4. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

$$\bar{\mathbf{a}} = 3\bar{\mathbf{i}} + 4\bar{\mathbf{j}} + \bar{\mathbf{k}}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{i}} - 2\bar{\mathbf{j}} + 7\bar{\mathbf{k}}, \quad \bar{\mathbf{c}} = 3\bar{\mathbf{i}} - 6\bar{\mathbf{j}} + 21\bar{\mathbf{k}};$$

$$\text{а) } 5\bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{б) } 4\bar{\mathbf{b}}, 2\bar{\mathbf{c}}; \quad \text{в) } \bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{г) } \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{д) } 2\bar{\mathbf{a}}, -3\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}.$$

5. Вершины пирамиды находятся в точках  $A, B, C, D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $l$  и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .

$$A(-7, -5, 6), \quad B(-2, 5, -3), \quad C(3, -2, 4), \quad D(1, 2, 2);$$

$$\text{а) } BCD; \quad \text{б) } l = CD, \quad A \text{ и } B.$$

### Вариант 3.

#### ИДЗ Векторы, операции с векторами

1. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}} = \alpha \bar{\mathbf{m}} + \beta \bar{\mathbf{n}}$  и  $\bar{\mathbf{b}} = \gamma \bar{\mathbf{m}} + \delta \bar{\mathbf{n}}$ ,  
где  $|\bar{\mathbf{m}}| = k$ ,  $|\bar{\mathbf{n}}| = l$ ,  $(\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}) = \varphi$ .  
Найти: а)  $(\lambda \bar{\mathbf{a}} + \mu \bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu \bar{\mathbf{a}} + \tau \bar{\mathbf{b}})$ ; б)  $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu \bar{\mathbf{a}} + \tau \bar{\mathbf{b}})$ ; в)  $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau \bar{\mathbf{b}}})$ .  
 $\alpha = 5$ ,  $\beta = -2$ ,  $\gamma = -3$ ,  $\delta = -1$ ,  
 $k = 4$ ,  $l = 5$ ,  $\varphi = 4\pi/3$ ,  
 $\lambda = 2$ ,  $\mu = 3$ ,  $\nu = -1$ ,  $\tau = 5$ .
2. По координатам точек  $A, B, C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\bar{\mathbf{a}}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\bar{\mathbf{a}}$  и  $\bar{\mathbf{b}}$ ; в) проекцию вектора  $\bar{\mathbf{c}}$  на вектор  $\bar{\mathbf{d}}$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\alpha : \beta$ .  
 $A(-2, -2, 4)$ ,  $B(1, 3, -2)$ ,  $C(1, 4, 2)$ ,  
 $\bar{\mathbf{a}} = 2\overline{AC} - 3\overline{BA}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = \overline{BC}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = \overline{BC}$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = \overline{AC}$ ,  
 $l = BA$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 1$ .
3. Доказать, что векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\bar{\mathbf{d}}$  в этом базисе.  
 $\bar{\mathbf{a}} = (-1, 1, 2)$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = (2, -3, -5)$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = (-6, 3, -1)$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = (28, -19, -7)$ .
4. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.  
 $\bar{\mathbf{a}} = 2\bar{\mathbf{i}} - 4\bar{\mathbf{j}} - 2\bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = 7\bar{\mathbf{i}} + 3\bar{\mathbf{j}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = 3\bar{\mathbf{i}} + 5\bar{\mathbf{j}} - 7\bar{\mathbf{k}}$ ;  
а)  $\bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{b}}, 3\bar{\mathbf{c}}$ ; б)  $3\bar{\mathbf{a}}, -7\bar{\mathbf{b}}$ ; в)  $-2\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}$ ; г)  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}$ ; д)  $3\bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{b}}, 3\bar{\mathbf{c}}$ .
5. Вершины пирамиды находятся в точках  $A, B, C, D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $l$  и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .  
 $A(1, 3, 1)$ ,  $B(-1, 4, 6)$ ,  $C(-2, -3, 4)$ ,  $D(2, 4, -4)$ ;  
а)  $ACD$ ; б)  $l = BC$ ,  $A$  и  $D$ .



## Комплект индивидуальных домашних заданий 3

### Тема: «Плоскости и прямые»

#### Вариант 1.

#### ИДЗ Плоскости и прямые

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3, z_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4, z_4)$ .  
Составить уравнения:  
а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;  
в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;  
г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;  
д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .  
Вычислить:  
е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;  
ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ .  
 $A_1(3, 1, 4)$ ,  $A_2(-1, 6, 1)$ ,  $A_3(-1, 1, 6)$ ,  $A_4(0, 4, -1)$ .
2. Найти величины отрезков, отсекаемых на осях координат плоскостью, проходящей через точку  $M(-2, 7, 3)$  параллельно плоскости  $x - 4y + 5z - 1 = 0$ .
3. Доказать параллельность прямых  $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$  и  $x - 2y + 2z - 8 = 0$ ,  $x + 6z - 6 = 0$ .
4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .  
Найти:  
а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;  
в) уравнение медианы  $AM$ ;  
г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;  
д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;  
е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .  
 $A(-2, 4)$ ,  $B(3, 1)$ ,  $C(10, 7)$ .
5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $3x - 2y - 7 = 0$  и  $x + 3y - 6 = 0$  и отсекающей на оси абсцисс отрезок, равный 3.

## Вариант 2.

### ИДЗ Плоскости и прямые

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3, z_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4, z_4)$ .

Составить уравнения:

- а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;
- в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;
- г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;
- д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .

Вычислить:

- е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;
- ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ .

$$A_1(3, -1, 2), A_2(-1, 0, 1), A_3(1, 7, 3), A_4(8, 5, 8).$$

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через  $M_1M_2$  перпендикулярно к этому отрезку, если  $M_1(1, 5, 6)$ ,  $M_2(-1, 7, 10)$ .

3. Доказать, что прямая  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$  параллельна плоскости  $2x + y - z = 0$ , а прямая  $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{3}$  лежит в этой плоскости.

4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .

Найти:

- а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;
- в) уравнение медианы  $AM$ ;
- г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;
- д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;
- е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .

$$A(-3, -2), B(14, 4), C(6, 8).$$

5. Найти проекцию точки  $A(-8, 12)$  на прямую, проходящую через точки  $B(2, -3)$  и  $C(-5, 1)$ .

### Вариант 3.

#### ИДЗ Плоскости и прямые

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2, z_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3, z_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4, z_4)$ .

Составить уравнения:

- а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;
- в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;
- г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;
- д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .

Вычислить:

- е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;
- ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ .

$$A_1(3, 5, 4), A_2(5, 8, 3), A_3(1, 2, -2), A_4(-1, 0, 2).$$

2. Найти расстояние от точки  $M(2, 0, -0.5)$  до плоскости  $4x - 4y_2z + 17 = 0$ .

3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1, -3, 3)$  и образующей с осями координат углы, соответственно равные  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $120^\circ$ .

4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .

Найти:

- а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;
- в) уравнение медианы  $AM$ ;
- г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;
- д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;
- е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .

$$A(1, 7), B(-3, -1), C(11, -3).$$

5. Даны две вершины треугольника  $ABC$ :  $A(-4, 4)$ ,  $B(4, -12)$  и точка  $M(4, 2)$  пересечения его высот. Найти вершину  $C$ .

## Комплект индивидуальных домашних заданий 4

### Тема: «Линии и поверхности»

#### Вариант 1.

##### ИДЗ Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:  
**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**  
 $A, B$  — точки, лежащие на прямой,  
 $F$  — фокус,  
 $a$  — большая (действительная) полуось,  
 $b$  — малая (мнимая) полуось,  
 $\varepsilon$  — эксцентриситет,  
 $y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,  
 $D$  — директриса кривой,  
 $2c$  — фокусное расстояние.  
а)  $b = 15, F(-10, 0)$ ;  
б)  $a = 13, \varepsilon = 14/13$ ;  
в)  $D : x = -4$ .
2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.  
$$\rho = 2 \sin 4\varphi$$

#### Вариант 2.

##### ИДЗ Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:  
**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**  
 $A, B$  — точки, лежащие на прямой,  
 $F$  — фокус,  
 $a$  — большая (действительная) полуось,  
 $b$  — малая (мнимая) полуось,  
 $\varepsilon$  — эксцентриситет,  
 $y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,  
 $D$  — директриса кривой,  
 $2c$  — фокусное расстояние.  
а)  $b = 2, F(4\sqrt{2}, 0)$ ;  
б)  $a = 7, \varepsilon = \sqrt{85}/7$ ;  
в)  $D : x = 5$ .
2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.  
$$\rho = 2(1 - \sin 2\varphi).$$

### Вариант 3.

**ИДЗ** Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $A(3, 0), B(2, \sqrt{5}/3)$ ;

б)  $k = 3/4, \varepsilon = 5/4$ ;

в)  $D : y = -2$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением  
в полярной системе координат.

$$\rho = 2 \sin 2\varphi$$

### Вариант 4.

**ИДЗ** Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $\varepsilon = \sqrt{21}/5, A(-5, 0)$ ;

б)  $A(\sqrt{80}, 3), B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$ ;

в)  $D : y = 1$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением  
в полярной системе координат.

$$\rho = 3 \sin 6\varphi$$

### Вариант 5.

**ИДЗ** Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $2a = 22, \quad \varepsilon = \sqrt{57/11}$ ;

б)  $k = 2/3, \quad 2c = 10\sqrt{13}$ ;

в) ось симметрии  $Ox$  и  $A(27, 9)$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 2/(1 + \cos \varphi)$$

### Вариант 6.

**ИДЗ** Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $b = \sqrt{15}, \quad \varepsilon = \sqrt{10/25}$ ;

б)  $k = 3/4, \quad 2a = 16$ ;

в) ось симметрии  $Ox$  и  $A(4, -8)$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 3(1 + \sin \varphi)$$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 5

### Тема: «Пределы числовых последовательностей»

#### Вариант 1.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{2 - 2n}{3 + 4n}, \quad a = -\frac{1}{2}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^3}{(n + 1)^2 - (n + 1)^3}$$

3. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}$$

4. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$$

5. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$$

#### Вариант 2.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{2n + 3}{n + 5}, \quad a = 2$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 1)^3 + (n + 2)^3}{(n + 4)^3 + (n + 5)^3}$$

3. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}$$

4. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$$

5. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{10n - 3}{10n - 1} \right)^{5n}$$

**Вариант 3.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{2n+1}{3n-5}, \quad a = \frac{2}{3}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11 + n^2}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[3]{5 + n^3} - \sqrt[3]{3 + n^3})$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n$

**Вариант 4.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{5n+15}{6-n}, \quad a = -5$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (13+n)^4}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} + \sqrt{n-2}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right)$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^2}$



**Вариант 5.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{3n^2}{2 - n^2}, \quad a = -3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^4 - (2 - n)^4}{(1 - n)^3 - (1 + n)^3}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n + 1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt[3]{5 + 8n^3} - 2n)$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 21n - 7}{2n^2 + 18n + 9} \right)^{2n+1}$

**Вариант 6.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{3n^2}{n^2 - 1}, \quad a = 3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 + (3n + 2)^3}{(2n + 3)^3 - (n - 7)^3}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n - 4}}{\sqrt[6]{n^6 + 6} - \sqrt{n - 6}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n(n + 2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right)$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 6

### Тема: «Пределы функций»

#### Вариант 1.

Пределы функций — ИДЗ

1. Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$$

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 4}{x + 8} \right)^{-3x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

11.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + x^3))^{3/(x^2 \arcsin x)}$

#### Вариант 2.

Пределы функций — ИДЗ

1. Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 - x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 4}$

5.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x + 12} - \sqrt{4 - x}}{x^2 + 2x - 8}$

6.  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x + 1} \right)^{2x - 3}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^3 - 5x^2}$

11.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{1/x}$

**Вариант 3.***Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
- ), что

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 3}{x^4 + 2x^2 - 1}$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

7. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}$$

8. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$

10. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 2x}$$

11. 
$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$$

12. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + x^{2x}}{1 + x^{3x}} \right)^{1/x^2}$$

**Вариант 4.***Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
- ), что

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x + 2}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5}$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$$

7. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}$$

8. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$$

10. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x^3 + 27x}$$

11. 
$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$$

12. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - 3^{\arctg^2 \sqrt{x}} \right)^{2/\sin x}$$

**Вариант 5.***Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
- ), что

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 + x - 1}{x + 1/2} = -5$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x + 128}{5x^3 + 15x^2 - x - 1}$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + 2x} - \sqrt{x + 4}}{3x^2 - 4x + 1}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$$

7. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 5}{2x + 1} \right)^{5x}$$

8. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2 + x))}$$

10. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{2x^2 - 3x}$$

11. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos 3\pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$$

12. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x \cos \alpha x}{1 + \sin x \cos \beta x} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$$

**Вариант 6.***Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
- ), что

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 + x - x^2}{x^3 - 27}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 5x - 1}$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$$

7. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 3}{x} \right)^{-5x}$$

8. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x + 1)/2)}$$

10. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2x}$$

11. 
$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$$

12. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{1/\sin^2 3x}$$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 7

### Тема: «Производные»

#### Вариант 1.

Найти производные функций – ИДЗ

1. Найти производную  $y'_x$

$$y = \frac{8}{x^3} + \frac{3}{x} - 4\sqrt{x^3} + 2x^7$$

2.  $y = \sqrt[4]{(x-1)^5} + \frac{4}{7x^2 - 3x + 2}$

3.  $y = \sin^2 3x \cdot \operatorname{arccctg} 3x^5$

4.  $y = \frac{\operatorname{ctg} \sqrt{x-2}}{\ln(3x+5)}$

5.  $y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x}$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции

$$\operatorname{tg} y = 7y - 5x$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции

$$\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t \end{cases}$$

#### Вариант 2.

Найти производные функций – ИДЗ

1. Найти производную  $y'_x$

$$y = 8x - \frac{5}{x^4} + \frac{1}{x} - \sqrt[5]{x^4}$$

2.  $y = \sqrt{5x^2 - 4x + 3} + \frac{3}{(x-4)^7}$

3.  $y = \cos \sqrt[5]{x} \cdot \operatorname{arctg} x^4$

4.  $y = \frac{\operatorname{tg}^3 2x}{\ln(5x+1)}$

5.  $y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции

$$\operatorname{tg} = 6y - xy$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции

$$\begin{cases} x = (2t+3) \cos t, \\ y = 3t \end{cases}$$

**Вариант 3.**

Найти производные функций — ИДЗ

1. Найти производную  $y'_x$

$$y = 8x^3 - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^4} + \sqrt[7]{x^2}$$

2.  $y = \sqrt[7]{-7x^2 - 5x + 3} + \frac{3}{(x+2)^5}$

3.  $y = e^{-\sin x} \cdot \operatorname{tg} 7x^6$

4.  $y = \frac{\cos^2 x}{\ln(x^2 - 2x + 1)}$

5.  $y = (\operatorname{cth}(1/x))^{\operatorname{arcsin} 7x}$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции

$$x^2 y^2 = x + y \ln y$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции

$$\begin{cases} x = e^{2t}, \\ y = e^{4t} \end{cases}$$

**Вариант 4.**

Найти производные функций — ИДЗ

1. Найти производную  $y'_x$

$$y = 3x^5 - \frac{3}{x} - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$$

2.  $y = \sqrt{(x+1)^5} - \frac{3}{1+4x-3x^2}$

3.  $y = \arccos^2 4x \cdot \ln(x-3)$

4.  $y = \frac{\ln(x+2)}{\sin 2x^5}$

5.  $y = (\operatorname{ctg} 2x)^{\sin \sqrt{x}}$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции

$$y^2 = (x-y)/(x+y)$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$$

**Вариант 5.**

Найти производные функций — ИДЗ

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^3}$$

2. 
$$y = \sqrt[5]{(x+4)^6} - \frac{2}{2x^2 - 3x + 7}$$

3. 
$$y = \operatorname{ctg}^7 x \cdot \arccos 2x^3$$

4. 
$$y = \frac{\ln(4x+5)}{2\operatorname{ctg} \sqrt{x}}$$

5. 
$$y = (\sin 3x)^{\arccos x}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$\operatorname{ctg}^2(x+y) = 5x$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = 1/(1+t), \\ y = (t/(1+t))^2 \end{cases}$$

**Вариант 6.**

Найти производные функций — ИДЗ

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = \sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^5} - 5x^3$$

2. 
$$y = \sqrt{2x^2 - 5x + 8} - \frac{7}{(x+2)^5} \cdot 2$$

3. 
$$y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \arccos 2x^3$$

4. 
$$y = \frac{\sin^3(4x+3)}{\ln(7x+1)}$$

5. 
$$y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arcctg} 2x}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$3y = 7e^y + xy^5$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t \end{cases}$$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 8

### Тема: «Исследование поведения функций»

#### ИДЗ Вариант 1.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x^5}{x^4 - 1}$$

$$2. y = \frac{12x}{9 + x^2}$$

$$3. y = \frac{4x}{4 + x^2}$$

$$4. y = (3 - x)e^{x-2}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + x^2 - 3x - 1}{2x^2 - 2}$$

#### ИДЗ Вариант 2.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{(x - 2)^2}{x + 1}$$

$$2. y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$$

$$3. y = x^2 - 2 \ln x$$

$$4. y = \ln \frac{x}{x - 2} + 1$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}$$

#### ИДЗ Вариант 3.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$2. y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$$

$$3. y = \frac{2x^2 + 4x + 2}{2 - x}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$$

#### ИДЗ Вариант 4.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x^4 + 3}{x}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$$

$$3. y = x^2 e^{-x^2/2}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}$$

#### ИДЗ Вариант 5.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x}{4 - x^2}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

$$3. y = \frac{(1 - x)^3}{(x - 2)^2}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 9}{4x + 8}$$

#### ИДЗ Вариант 6.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x + 1}{(x - 1)^2}$$

$$2. y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$$

$$3. y = e^{1/(2-x)}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}$$



**ИДЗ Вариант 7.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \ln(x^2 + 1)$$

$$2. y = \frac{3x - 2}{x^3}$$

$$3. y = x^2 e^{1/x}$$

$$4. y = -(2x + 3)e^{2(x+2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$$

**ИДЗ Вариант 8.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$$

$$2. y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$$

$$3. y = \frac{x^3}{9 - x^3}$$

$$4. y = (2x - 1)e^{2(1-x)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + 3x^3 - 2x - 2}{2 - 3x^2}$$

**ИДЗ Вариант 9.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = x \ln x$$

$$2. y = \frac{4(x + 1)^2}{x^2 + 2x + 4}$$

$$3. y = x + \ln(x^2 - 4)$$

$$4. y = \ln \frac{x + 6}{x} - 1$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{3x^2 - 7}{2x + 1}$$

**ИДЗ Вариант 10.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = x^2 - 2 \ln x$$

$$2. y = \frac{2}{x^2 + 2x}$$

$$3. y = x e^{1/x}$$

$$4. y = (4 - x)e^{x-3}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$$

**ИДЗ Вариант 11.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}$$

$$2. y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$$

$$3. y = \frac{2 + x}{(x + 1)^2}$$

$$4. y = -\frac{e^{-2(x+2)}}{2(x + 2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}}$$

**ИДЗ Вариант 12.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{1}{3} \sqrt[3]{x^2} (x - 5)$$

$$2. y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$$

$$3. y = x^3 e^{x+1}$$

$$4. y = \frac{e^{x-3}}{x - 3}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 9x - 3}{2x^2 - 3}$$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 9

### Тема: «Неопределенный интеграл»

#### Вариант 1.

Неопределенный интеграл — ИДЗ

$$1. \int \left( x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} + \frac{2}{x} \right) dx$$

$$2. \int \sqrt[3]{5-2x} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{5-2x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{3-4x^2}}$$

$$5. \int \frac{x dx}{5x^2+1}$$

$$6. \int \sin^3 4x \cos 4x dx$$

$$7. \int \frac{5-x}{2+x^2} dx$$

$$8. \int \frac{2x^2+5}{x-7} dx$$

$$9. \int \cos 7x \sin^3 7x dx$$

$$10. \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx$$

$$11. \int x^2 \cos^2 x dx$$

$$12. \int \frac{x+2}{x^3+x^2} dx$$

$$13. \int \frac{dx}{5+4 \sin x}$$

$$14. \int \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x}-1} dx$$

#### Вариант 2.

Неопределенный интеграл — ИДЗ

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{x}-3x^5+12}{\sqrt{x}} dx$$

$$2. \int \sqrt[4]{8+x} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{5+4x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{3-5x^2}}$$

$$5. \int \frac{x dx}{\sqrt{5-3x^2}}$$

$$6. \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x+1}} dx$$

$$7. \int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2-6}} dx$$

$$8. \int \frac{x^3+3x+1}{2+x^2} dx$$

$$9. \int \cos 2x \cos 2x dx$$

$$10. \int \frac{\ln x \ln(\ln x)}{x} dx$$

$$11. \int (x^2+x)e^x dx$$

$$12. \int \frac{dx}{x^3+x^2}$$

$$13. \int \frac{dx}{4 \sin x - 6 \cos x}$$

$$14. \int \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt[3]{x}+1)\sqrt{x}} dx$$

**Вариант 3.***Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1.  $\int \left( 2x^3 - 3\sqrt[5]{x} + \frac{5}{x} \right) dx$

2.  $\int \sqrt[4]{7+2x} dx$

3.  $\int \frac{dx}{8+5x}$

4.  $\int \frac{dx}{8x^2-9}$

5.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-3x^2}}$

6.  $\int \sin^4 2x \cos 2x dx$

7.  $\int \frac{1+3x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

8.  $\int \frac{x^3-3}{x+5} dx$

9.  $\int \cos 2x \cos 5x dx$

10.  $\int \ln^2 x dx$

11.  $\int (x^2+1)e^{-x} dx$

12.  $\int \frac{4x}{(x^2-1)(x+1)} dx$

13.  $\int \frac{dx}{5+\sin x+3\cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt{x}}{3x+\sqrt[3]{x^2}} dx$

**Вариант 4.***Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1.  $\int \left( \frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx$

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}$

3.  $\int \frac{dx}{2-3x}$

4.  $\int \frac{dx}{4x^2+3}$

5.  $\int \frac{4x dx}{\sqrt{3-4x^2}}$

6.  $\int \frac{\cos x}{3-\sin x} dx$

7.  $\int \frac{5x-1}{\sqrt{x^2-3}} dx$

8.  $\int \frac{x^3+1}{x^2+1} dx$

9.  $\int \cos^{-3} 2x \sin 2x dx$

10.  $\int \ln(x+\sqrt{1+x^2}) dx$

11.  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$

12.  $\int \frac{6x-2x^2-1}{x^3-2x^2+x} dx$

13.  $\int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{2x+1}} dx$

**Вариант 5.***Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1.  $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2}x} dx$

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x)^3}}$

3.  $\int \frac{dx}{3x-2}$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-9}}$

5.  $\int \frac{x dx}{3x^2+8}$

6.  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$

7.  $\int \frac{x-5}{3-2x^2} dx$

8.  $\int \frac{x^5}{1-x^3} dx$

9.  $\int \sin 5x \cos^3 5x dx$

10.  $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$

11.  $\int (x^2+x)e^{-x} dx$

12.  $\int \frac{x^3-4x+5}{(x^2-1)(x-1)} dx$

13.  $\int \frac{dx}{10 \sin x + 5 \cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1} dx$

**Вариант 6.***Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1.  $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}$

3.  $\int \frac{dx}{4-7x}$

4.  $\int \frac{dx}{9x^2+3}$

5.  $\int \frac{5x dx}{\sqrt{5x^2-3}}$

6.  $\int \sin^4 2x \cos 2x dx$

7.  $\int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$

8.  $\int \frac{x^4+2}{x^2-4} dx$

9.  $\int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$

10.  $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$

11.  $\int x \operatorname{arctg} 2 dx$

12.  $\int \frac{3x^2+1}{(x-1)(x^2-1)} dx$

13.  $\int \frac{dx}{3 - \sin x + 2 \cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt[6]{x-1}}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}} dx$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 10

### Тема: «Определенный интеграл, приложения»

#### Вариант 1.

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

- $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$
- $\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$
- Площадь замкнутой фигуры  
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
- Вычислить длину дуги  
 $y^2 = (x+1)^3$ , отсеченной прямой  $x = 4$
- Вычислить объём тела вращения вокруг оси  
 $x^2/16 + y^2/1 = 1, Ox$
- Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси  
 $y = x^2/2$ , отсеченной прямой  $y = 3/2, Oy$
- Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx$
- $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$

#### Вариант 2.

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

- $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$
- $\int_2^3 x \ln(x-1) dx$
- Площадь замкнутой фигуры  
 $\rho = 4 \cos 3\varphi$
- Вычислить длину дуги  
 $y^2 = (x-1)^3$  от точки  $A(2, -1)$  до точки  $B(5, -8)$
- Вычислить объём тела вращения вокруг оси  
 $x = \sqrt{3} \cos t, y = 2 \sin t, Oy$
- Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси  
 $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi, Ox$
- Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}$
- $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

**Вариант 3.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$
2.  $\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
4. Вычислить длину дуги  
 $\rho = 3(1 - \cos \varphi)$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $y = x^2, 8x = y^2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси  
 $x^2 = y + 4, \text{отсеченной прямой } x = 2, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_1^{\infty} \frac{4 dx}{x(1 + \ln^2 x)}$
8.  $\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$

**Вариант 4.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$
2.  $\int_1^e x \ln^2 x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y^2 = x^3, x = 0, y = 4$
4. Вычислить длину дуги  
 $\rho = 2 \cos \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $x = 3 \cos^2 t, y = 4 \sin^2 t, 0 \leq t \leq \pi/2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси  
 $\rho = 2 \cos \varphi, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8.  $\int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9} x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}$

**Вариант 5.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2.  $\int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y = 1/(1+x^2), y = x^2/2$
4. Вычислить длину дуги  
 $\rho = 5 \sin \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $x^3 = (y-1)^2, x = 0, y = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси  
 $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_{-1}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4x + 5}$
8.  $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$

**Вариант 6.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$
2.  $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$
4. Вычислить длину дуги  
 $x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, 0 \leq t \leq \pi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси  
 $x = 3 \cos^3 t, y = 3 \sin^3 t, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8.  $\int_1^2 \frac{x dx}{\ln 2 \sqrt{(x^2-1)^3}}$

# Комплект индивидуальных домашних заданий 11

## Тема: «Дифференциальные уравнения»

### Вариант 1.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ  
 $\sin y \cos x \, dy = \cos y \sin x \, dx$
2. Найти общее решение ДУ  
 $(xy + x^3y)y' = 1 + y^2$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $(y^2 - 2xy) \, dx + x^2 \, dy = 0$
4. Решить линейное ДУ  
 $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $(x + 1)(y' + y^2) = -y$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $y'' + 2xy' = 0$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $y'' - 4y' + 4y = 0$   
 $y'' - 5y' + 4y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' + 5y' = -105 \sin 3x + 39 \cos 3x$   
 $y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x, \, y(0) = 0, \, y'(0) = 6$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
$$\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$$

### Вариант 2.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ  
 $3y^{2-x^2} = yy'/x$
2. Найти общее решение ДУ  
 $\sqrt{1-y^2} \, dx + y\sqrt{1-x^2} \, dy = 0$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $(2x - y) \, dx + (x + y) \, dy = 0$
4. Решить линейное ДУ  
 $y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \operatorname{ctg} x, \, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $y' + 2y = y^2 e^x$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $x^2 y'' + xy' = 1$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $y'' + 5y = 0$   
 $y'' + 6y' + 8y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' + 16y = 8 \cos 4x$   
 $y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}, \, y(0) = 0, \, y'(0) = 2$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
$$\begin{cases} x' = -2x, \\ y' = y \end{cases}$$



### Вариант 3.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ  
 $(\sin(2x+y) + \sin(2x-y))y' = \frac{1}{\sin y}$
2. Найти общее решение ДУ  
 $xy' - y = y^2$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $xy' = y \cos \ln(y/x)$
4. Решить линейное ДУ  
 $y = x(y' - x \cos x), y(\pi/2) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $y'' x \ln x = 2y'$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $6y'' + 7y' - 3y = 0$   
 $y'' + 16y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' - 3y' + 2y = 19 \sin x + 3 \cos x$   
 $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, y(0) = 2, y'(0) = 3$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
$$\begin{cases} x' = 4x - 8y, \\ y' = -8x + 4y \end{cases}$$

### Вариант 4.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ  
 $y' + \sin(x+y) = \sin(x-y)$
2. Найти общее решение ДУ  
 $(x^2 - 1)y' - xy = 0$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$
4. Решить линейное ДУ  
 $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $xy' - 2\sqrt{x^3} \cdot y = y$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $2x^2 y'' y' = y'^2 - 4$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $y'' - y' - 2y = 0$   
 $y'' + 4y' + 4y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' + 9y = 9x^4 + 12x^2 - 27$   
 $y'' - 9y' + 18y = 26 \cos x - 8 \sin x, y(0) = 0, y'(0) = 2$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
$$\begin{cases} x' = 2x + 8y, \\ y' = x + 4y \end{cases}$$

### Вариант 5.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ  
 $e^{x+3y} dy = x dx$
2. Найти общее решение ДУ  
 $(y+1)y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} + xy$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$
4. Решить линейное ДУ  
 $xy' + y = \sin x, y(\pi/2) = 2/\pi$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $x dx = (x^2/y - y^2) dy$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $(1+x^2)y'' = 2xy'$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $y'' - 3y' + 2y = 0$   
 $y'' - 4y' = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x$   
 $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8, y(0) = 1, y'(0) = 3$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
$$\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$$

### Вариант 6.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ  
 $y' = (2y+1) \operatorname{tg} x$
2. Найти общее решение ДУ  
 $y' - xy^2 = 2xy$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $(x-y)y dx - x^2 dy = 0$
4. Решить линейное ДУ  
 $x^2 y' = 2xy + 3, y(1) = -1$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $x(x-1)y' + y^3 = xy$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $xy'' = y'$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $2y'' + 3y' + y = 0$   
 $y'' - 6y' + 9y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x$   
 $y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3, y(0) = -1, y'(0) = 14$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
$$\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 12

### Тема: «Числовые ряды»

#### Вариант 1.

Сходимость числовых рядов — ИДЗ

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (6n - 5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n + 1)}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2 + 4n + 5}{6n^2 - 3n - 1} \right)^{n^2}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}$

#### Вариант 2.

Сходимость числовых рядов — ИДЗ

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+3)}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)3^n}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{12^n}$

**Вариант 3.***Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 - n + 1}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)!}$

**Вариант 4.***Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 5}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n3}}{\ln(n+1)}$$

6.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

**Вариант 5.***Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{24^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+3)}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n-1}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{6n}$

**Вариант 6.***Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^{2n}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+5)}{3^n}$$

6.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

## Комплект индивидуальных домашних заданий 13

### Тема: «Степенные ряды и приложения»

#### Вариант 1.

Степенные ряды и приложения — ИДЗ

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lg x)^n$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln(1+1/n)}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n$$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в точке  $x_0$  и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}, \quad x_0 = 2$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = 2x^2 - xy, \quad y(0) = 0$

#### Вариант 2.

Степенные ряды и приложения — ИДЗ

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{(n+1) \ln(n+1)}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = x^3 \operatorname{arctg} x$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = x - 2y^2, \quad y(0) = 0,5$

**Вариант 3.***Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+2}}{n+1} (x-2)^n$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n}$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \operatorname{ch}(2x^3)$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 \operatorname{arctg}(\sqrt{x}/2) dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = x^2 - y^2, \quad y(0) = 1/2$$

**Вариант 4.***Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n}$$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (2-x)^n \sin \frac{\pi}{2^n}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^2}$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = x \cos \sqrt{x}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2}/4 dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = xy + x^2 + y^2, \quad y(0) = 1$$

**Вариант 5.***Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2} x^n}{(n+1)!}$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{2}{1-3x^2}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 \sin x^2 dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = x^3 + y^3, \quad y(0) = 1/2$

**Вариант 6.***Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{2n-1}$$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n^2} (x+2)^{n^2}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n^n}$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в точке  $x_0$  и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}, \quad x_0 = 1$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \frac{1}{1+x^2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = x^2 y^2 + y \sin x, \quad y(0) = 1/2$



## Комплект индивидуальных домашних заданий 14

### Тема: «Ряды Фурье»

#### Вариант 1.

*Разложить в ряд Фурье — ИДЗ*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $T = 2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$   
Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 6x - 5, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x)$ , заданную в интервале  $(0, \pi)$ , продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = e^{4x}$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  в интервале длины  $2L$  с периодом  $T = 2L$ .  
Построить график.

$$f(x) = 3 - x, \quad -2 < x < 2, \quad L = 2$$

#### Вариант 2.

*Разложить в ряд Фурье — ИДЗ*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $T = 2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$   
Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3x - 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x)$ , заданную в интервале  $(0, \pi)$ , продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = e^{-x}$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  в интервале длины  $2L$  с периодом  $T = 2L$ .  
Построить график.

$$f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad L = 1$$

**Вариант 3.**

*Разложить в ряд Фурье — ИДЗ*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $T = 2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/5 - 2, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x)$ , заданную в интервале  $(0, \pi)$ , продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = \operatorname{sh}(x/5)$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  в интервале длины  $2L$  с периодом  $T = 2L$ .

Построить график.

$$f(x) = 2x, \quad -1 < x < 1, \quad L = 1$$

**Вариант 4.**

*Разложить в ряд Фурье — ИДЗ*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $T = 2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x)$ , заданную в интервале  $(0, \pi)$ , продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = x^2 + 1$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  в интервале длины  $2L$  с периодом  $T = 2L$ .

Построить график.

$$f(x) = 3 - |x|, \quad -5 < x < 5, \quad L = 5$$

**Вариант 5.**

*Разложить в ряд Фурье — ИДЗ*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $T = 2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4 - 2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x)$ , заданную в интервале  $(0, \pi)$ , продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = (2x - 1)^2$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  в интервале длины  $2L$  с периодом  $T = 2L$ .

Построить график.

$$f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad L = 1$$

**Вариант 6.**

*Разложить в ряд Фурье — ИДЗ*

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $T = 2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x)$ , заданную в интервале  $(0, \pi)$ , продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = e^{-2x/3}$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию  $f(x)$  в интервале длины  $2L$  с периодом  $T = 2L$ .

Построить график.

$$f(x) = 3 - x, \quad -2 < x < 2, \quad L = 2$$



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

---

**ШКОЛА БИОМЕДИЦИНЫ НАУК ДВФУ**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине «Математика»  
Направление подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика»  
Форма подготовки очная

**Владивосток**

**2019**

## Паспорт ФОС

Коды и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-1 — способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	Знает	язык абстрактных символов математики, очищенных от конкретного содержания; логическую строгость математических методов, их универсальность, сочетание индуктивного и дедуктивного подходов, нацеленность на поиск различного рода закономерностей, четкость формулировок и определений.
	Умеет	мыслить математическими символами и излагать базовые определения и понятия основ разделов курса.
	Владеет	способностью мыслить математическими символами и способностью к быстрому и широкому обобщению математических объектов в рамках разделов курса и своей профессиональной деятельности.
ОПК-5 — готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач.	Знает	на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса, практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса.
	Умеет	практически решать стандартные задачи курса, применять математические методы при решении профессиональных задач, содержательно интерпретировать математические конструкции, понятия, определения, различного рода объекты.
	Владеет	методами построения математических моделей профессиональных задач и содержательной интерпретации результатов вычислений.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль		промежуточная аттестация
<b>Первый семестр (экзамен)</b>					
1.	Основы линейной алгебры (6 час.)	ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 1-3
			Умеет	ИДЗ-1 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 1-3
			Владеет	КР-1 «Определители, матрицы, системы уравнений» (ПР-2)	Экз. вопросы 1-3
2.	Векторная алгебра (4 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 4-6
			Умеет	ИДЗ-2 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 4-6
			Владеет	КР-2 «Векторная алгебра» (ПР-2)	Экз. вопросы 4-6
3.	Аналитическая геометрия (8 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 7-11
			Умеет	ИДЗ-3, ИДЗ-4 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 7-11
			Владеет	КР-3, КР-4 «Плоскости и прямые, » «Линии и поверхности» (ПР-2)	Экз. вопросы 7-11
4.	Предел последовательности (2 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 12
			Умеет	ИДЗ-5 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 12
			Владеет	КР5 «Пределы числовых последовательностей» (ПР-2)	Экз. вопросы 12
5.	Функции. Предел функций. Непрерывность функций. (4 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 13-15
			Умеет	ИДЗ-6 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 13-15
			Владеет	КР-6 «Пределы функций» (ПР-2)	Экз. вопросы 13-15
6.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной (4 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 16-18
			Умеет	ИДЗ-7 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 16-18
			Владеет	КР-7 «Производные» (ПР-2)	Экз. вопросы 16-18
7.	Исследование поведения функций (8 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 19-22
			Умеет	ИДЗ-8 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 19-22
			Владеет	КР-8 «Исследование поведения функций» (ПР-2)	Экз. вопросы 19-22
<b>Второй семестр</b>					
8.	Функции нескольких переменных (ФНП) (6 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 23-25
			Умеет	Опрос знания теории (УО-1)	Экз. вопросы 23-25
			Владеет	Опрос знания теории (УО-1)	Экз. вопросы 23-25
9.	Неопределенный интеграл (6 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 26-28
			Умеет	ИДЗ-9 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 26-28
			Владеет	КР-9 «Неопределенный интеграл» (ПР-2)	Экз. вопросы 26-28
10.			Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 29-31

	Определенный интеграл (8 час.)	ОК-1 ОПК-5	Умеет	ИДЗ-10 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 29-31
			Владеет	КР-10 «Определенный интеграл, приложения» (ПР-2)	Экз. вопросы 29-31
11.	Обыкновенные дифференциальные уравнения (8 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 32-34
			Умеет	ИДЗ-11 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 32-34
			Владеет	КР-11 «Дифференциальные уравнения» (ПР-2)	Экз. вопросы 32-34
12.	Числовые и функциональные ряды (8 час.)	ОК-1 ОПК-5	Знает	ИДЗ-12 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 38-44
			Умеет	ИДЗ-13 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 38-44
			Владеет	КР-12, КР-13 «Числовые ряды», «Степенные ряды и приложения» (ПР-2)	Экз. вопросы 38-44

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1 и Приложении 2.

### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины**

#### **Оценочные средства для промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Высшая математика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Промежуточная аттестация и текущий контроль по дисциплине осуществляется с использованием бально-рейтинговой системы.

По дисциплине «Высшая математика» учебным планом предусмотрены экзамены в первом и втором семестрах.

#### **Перечень вопросов для подготовки к экзамену в первом семестре**

(лекций 36 часов, практических занятий 36 часа)

#### **Раздел «Векторная алгебра и аналитическая геометрия (18час.)»**

1. Матрицы, операции с матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц, транспонирование. Определение минора и алгебраического дополнения. Разложение определителей по строке или столбцу. Свойства определителя.

2. Определение обратной матрицы, ее свойства. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Решение системы уравнений матричным способом. Крамеровские системы. Теорема Крамера решения СЛАУ. Решение СЛАУ методом Крамера.
3. Определение базисного минора и ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Элементарные преобразования строк и столбцов. Решение СЛАУ методом Гаусса (прямой и обратный ход).
4. Линейные операции с векторами: сумма векторов, умножение вектора на число, единичный вектор. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Деление отрезка в заданном отношении.
5. Декартова система координат. Координаты векторов. Расстояние между двумя точками. Радиус вектор. Замена базиса. Координаты вектора в новом базисе. Матрицы замена базиса при параллельном переносе и повороте на определенный угол.
6. Определение векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Свойства векторного произведения. Правая и левая тройка векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение. Свойства смешанного произведения. Объем параллелепипеда как модуль смешанного произведения.
7. Параметрическое уравнение прямой линии. Разрешенное уравнение прямой относительно ординаты. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой линии в отрезках. Общее уравнение прямой линии. Нормальное уравнение прямой линии.
8. Параметрическое уравнение плоскости. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Условие параллельности двух плоскостей. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке.
9. Прямая линия как пересечение двух плоскостей. Параметрическое уравнение прямой линии. Векторное уравнение прямой линии. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние от точки до прямой линии на плоскости и в пространстве.
10. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние между прямыми (скрещивающимися) линиями в пространстве. Вычисление угла между прямыми линиями. Условия параллельности и перпендикулярности прямых линий.
11. Общий вид уравнения второго порядка. Приведение к каноническому виду кривой второго порядка (поворот и параллельный перенос). Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Построение кривых, свойства кривых.



## Раздел «Введение в математический анализ (18 час.)»

12. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые (б.м.), бесконечно большие (б.б.) и ограниченные последовательности. Свойства б.м. и б.б. последовательностей. Неопределенные выражения, раскрытие неопределенностей. Стандартные случаи раскрытия неопределенностей: деление многочленов, эквивалентные выражения, удаление корней. Второй замечательный предел.
13. Предел функции. Предел слева и предел справа. Замена переменных в пределах. Первый и второй замечательные пределы. Следствия пределов.
14. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентность функций (*бесконечно малых величин*). Эквивалентность элементарных функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых величин.
15. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва первого рода и второго рода. Нахождение точек разрыва функции одной переменной. Свойства непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши.
16. Определение производной функции одной переменной. Дифференциал функции как линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной к графику функции.
17. Общие правила дифференцирования. Производная сложной функции. Дифференциал сложной функции. Свойство инвариантности дифференциала первого порядка. Производная обратной функции; функции, заданной параметрически, заданной неявно. Логарифмическое дифференцирование.
18. Производные высших порядков. Вторая производная сложной функции, заданной параметрически, обратной функции. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья. Приведение различного рода неопределенностей к неопределенности правила Лопиталья.
19. Формула Тейлора, примеры разложения. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа.
20. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: теоремы М. Ферма, М. Роля, Л. Лагранжа, О. Коши.
21. Признак монотонности функции. Отыскание наибольших и наименьших значений функции. Необходимое условие экстремума – подозрительные точки на экстремум
22. Достаточные строгого экстремума с применением первой и второй производной функции. Выпуклость. Точки перегиба. Определение асимптоты: вертикальные и наклонные. Общая схема построения графиков функций.

**Перечень вопросов для подготовки к экзамену  
во втором семестре**

(лекций 36 часов, практических занятий 36 часов)

**Раздел «Функции нескольких переменных (6 час.)»**

23. Понятие функции нескольких переменных. Функция двух и трех независимых переменных. Область определения функции. Линии уровня. Поверхности уровня функции. Частные производные первого порядка. Полное приращение функции, полный дифференциал функции двух переменных.
24. Экстремум функции двух переменных. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в замкнутой ограниченной области.
25. Условный экстремум функции двух переменных. Функция Лагранжа.

**Раздел «Интегральное исчисление функций одной переменной (14 час.)»**

26. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования). Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование заменой переменной.
27. Формула интегрирования по частям. Основные подынтегральные функции, для которых используется метод интегрирования по частям. Простейшие дроби четырех типов. Правила интегрирования. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби (метод неопределенных коэффициентов).
28. Интегрирование простейших иррациональных функций (три основных случая). Интегралы от синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Универсальная тригонометрическая подстановка. Основные замены.
29. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Теорема существования определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона Лейбница. Интегрирование заменой переменных в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
30. Вычисление площади криволинейной трапеции. Вычисление объемов тел вращения.
31. Определение несобственных интегралов. Сходящийся и расходящийся несобственный интеграл. Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сравнения.

### **Раздел «Дифференциальные уравнения (8 час.)»**

32. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности задачи Коши. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений. Метод изоклин решения дифференциальных уравнений.
33. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Определение однородного дифференциального уравнения первого порядка. Метод решения.
34. Определение линейного уравнения первого порядка. Метод решения. Уравнение Бернулли, его решение.
35. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
36. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
37. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

### **Раздел «Числовые и функциональные ряды (8 час.)»**

38. Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами.
39. Ряды с положительными членами. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
40. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости: принцип сравнения, признак сходимости Даламбера, признак сходимости Коши, интегральный признак сходимости Коши.
41. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
42. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
43. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
44. Применение рядов к приближенным вычислениям значений функции.

## Пример экзаменационного билета в 1 семестре

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 30.05.01 — *Медицинская биохимия,*

30.05.02 — *Медицинская биофизика*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Высшая математика*

*Математика*

Семестр *весенний 2016/2017* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №7

1. Решить систему уравнений

$$(a) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22. \end{cases}$$

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3, 4, 0)$  и и прямую  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$ .

3. Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(3, 1)$  перпендикулярно с прямой  $BC$ , если  $B(2, 5)$ ,  $C(1, 0)$ .

4. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(5x/2) \cos x}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 9}{4x + 8}$$

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## Пример экзаменационного билета во 2 семестре

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: **Школа Естественных наук**

ООП: 30.05.01 — **Медицинская биохимия,**

30.05.02 — **Медицинская биофизика**

Форма обучения: **очная**

Дисциплина: **Математический анализ,**  
**Высшая математика**

Семестр **весенний 2016/2017** учебного года

Реализующая кафедра: **Кафедра алгебры, геометрии и анализа**

---

### Экзаменационный билет №7

1. Решить неопределенный интеграл

$$\int (x^2 - x + 1) \ln x \, dx$$

2. Решить линейное ДУ

$$xy' + y + xe^{-x^2} = 0, \quad y(1) = \frac{1}{2e}$$

3. Найти площадь замкнутой фигуры

$$\rho = 3 \sin 4\varphi$$

4. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}$$

5. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}$$

6. **(Теория)** Решение неоднородного ЛДУ  $L[y] = a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x)$  для специальных правых частей  $f(x)$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## Критерии оценки

100–86 баллов — если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

85–76 баллов — знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

75–61 балл — фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

60–50 баллов — незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

## Критерии выставления оценки студенту на зачете/экзамене

Баллы (рейтинговой оценки)	Оценка зачета/ экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
100-86	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

85-76	«зачтено»/ «хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61	«зачтено»/ «удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
60-50	«не зачтено»/ «неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## Оценочные средства для текущей аттестации

Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных мероприятий (контрольной работы, экспресс-контроль, домашнее задание) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная активность (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

**Контрольная работа** является формой контроля усвоения студентами практической части курса. Выполняется студентами во время практических занятий по завершению изучения практической части разделов курса. Контрольная работа сдается преподавателю на проверку и оценивается в форме дифференцированного зачета.

Контрольная работа считается выполненной успешно при получении оценок «отлично», выполнены задания с несущественными замечаниями, «хорошо», выполнено не менее 80% заданий, или «удовлетворительно», выполнено не менее 65% заданий. При получении оценки «неудовлетворительно» контрольная работа считается не сданной, а соответствующий раздел практикума неусвоенным.

Студенту предоставляется возможность пересдать контрольную работу один раз во время консультаций по дисциплине с получением оценки на один балл ниже.

В течение двух семестров студенты выполняют тринадцать контрольных заданий по различным разделам курса.



## Контрольные работы в 1-м семестре

1. Контрольная работа «Определители, матрицы, системы уравнений»
2. Контрольная работа «Векторная алгебра»
3. Контрольная работа «Плоскости и прямые»
4. Контрольная работа «Линии и поверхности»
5. Контрольная работа «Пределы числовых последовательностей»
6. Контрольная работа «Пределы функций»
7. Контрольная работа «Производные»
8. Контрольная работа «Исследование поведения функций»

## Контрольные работы во 2-м семестре

9. Контрольная работа «Неопределенный интеграл»
10. Контрольная работа «Определенный интеграл, приложения»
11. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения»
12. Контрольная работа «Числовые ряды»
13. Контрольная работа «Степенные ряды и приложения»

Варианты контрольных работ охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения контрольных работ студент должен изучить соответствующие материалы лекционного курса, материалы практических занятий и выполнить (в первую очередь) по данной теме соответствующее индивидуальное домашнее задание.

Контрольные работы по срокам проведения приурочены к защите (и выполнению) соответствующих индивидуальных домашних заданий. Наполнение задачами вариантов контрольных работ выполняется из общей базы перечня задач, предлагаемых студентам в качестве индивидуальных домашних заданий.

Решение контрольных задач оцениваются по сто-бальной шкале. Количество баллов за контрольную работу выставляется пропорционально числу решенных задач. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл экзаменационной оценки в соответствующем семестре.

## План-график проведения контрольных работ по дисциплине

№ п/п	Сроки проведения (номера учебных недель)	Вид контрольной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
<b>Первый семестр</b>				
1.	3	КР1 «Определители, матрицы, системы уравнений»	1	Проведение КР1
2.	6	КР2 «Векторная алгебра».	1	Проведение КР2

3.	8	КР3 «Плоскости и прямые»	1	Проведение КР3
4.	10	КР4 «Линии и поверхности»	1	Проведение КР4
5.	12	КР5 «Пределы числовых последовательностей»	1	Проведение КР5
6.	14	КР6 «Пределы функций»	1	Проведение КР6
7.	16	КР7 «Производные»	1	Проведение КР7
8.	17	КР8 «Исследование поведения функций»	1	Проведение КР8
9.	18	Сдача экзамена	11	Прием экзамена
<b>Второй семестр</b>				
10.	4	КР9 «Неопределенный интеграл»	1	Проведение КР9
11.	7	КР10 «Определенный интеграл, приложения»	1	Проведение КР10
12.	11	КР11 «Дифференциальные уравнения»	1	Проведение КР11
13.	14	КР12 «Числовые ряды»	1	Проведение КР12
14.	17	КР13 «Степенные ряды и приложения»	1	Проведение КР13
15.	18	Сдача экзамена	11	Прием экзамена

# Комплект заданий для контрольной работы 1

## Тема: «Определители, матрицы, системы уравнений»

### Вариант 1.

Определители, матрицы, системы уравнений — контрольная работа

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 06. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

### Вариант 2.

Определители, матрицы, системы уравнений — контрольная работа

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix} \quad i = 3, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 4x_1 - 9x_2 + 4x_3 = 1, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 11, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

### Вариант 3.

Определители, матрицы, системы уравнений — контрольная работа

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 1$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 - 9x_2 - 8x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

### Вариант 4.

Определители, матрицы, системы уравнений — контрольная работа

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 4$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант 5.**

Определители, матрицы, системы уравнений — **контрольная работа**

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

**Вариант 6.**

Определители, матрицы, системы уравнений — **контрольная работа**

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов  $a_{i2}$  и  $a_{3j}$ . Вычислить определитель, разложив его: а) по  $i$ -й строке; б) по  $j$ -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в)  $A^{-1}$ ; г)  $AA^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

## Комплект заданий для контрольной работы 2

### Тема: «Векторная алгебра»

#### Вариант 1.

Векторы, операции с векторами — контрольная работа

- Даны векторы  $\bar{a} = \alpha\bar{m} + \beta\bar{n}$  и  $\bar{b} = \gamma\bar{m} + \delta\bar{n}$ ,  
где  $|\bar{m}| = k$ ,  $|\bar{n}| = l$ ,  $(\widehat{\bar{m}, \bar{n}}) = \varphi$ .  
Найти: а)  $(\lambda\bar{a} + \mu\bar{b}) \cdot (\nu\bar{a} + \tau\bar{b})$ ; б)  $\text{пр}_{\bar{b}}(\nu\bar{a} + \tau\bar{b})$ ; в)  $\cos(\widehat{\bar{a}, \tau\bar{b}})$ .  
 $\alpha = 5$ ,  $\beta = 4$ ,  $\gamma = -6$ ,  $\delta = 2$ ,  
 $k = 2$ ,  $l = 9$ ,  $\varphi = 2\pi/3$ ,  
 $\lambda = 3$ ,  $\mu = 2$ ,  $\nu = 1$ ,  $\tau = -1/2$ .
- По координатам точек  $A, B, C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\bar{a}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ ; в) проекцию вектора  $\bar{c}$  на вектор  $\bar{d}$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\alpha : \beta$ .  
 $A(4, 3, -2)$ ,  $B(-3, -1, 4)$ ,  $C(2, 2, 1)$ ,  
 $\bar{a} = -5\overline{AC} + 2\overline{CB}$ ,  $\bar{b} = \overline{AB}$ ,  $\bar{c} = \overline{AC}$ ,  $\bar{d} = \overline{CB}$ ,  
 $l = BC$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 3$ .
- Доказать, что векторы  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\bar{d}$  в этом базисе.  
 $\bar{a} = (-1, 1, 2)$ ,  $\bar{b} = (2, -3, -5)$ ,  $\bar{c} = (-6, 3, -1)$ ,  $\bar{d} = (28, -19, -7)$ .
- Даны векторы  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарными три вектора.  
 $\bar{a} = -7\bar{i} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} - 6\bar{j} + 4\bar{k}$ ,  $\bar{c} = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$ ;  
а)  $\bar{a}, -2\bar{b}, -7\bar{c}$ ; б)  $4\bar{b}, 3\bar{c}$ ; в)  $2\bar{a}, -7\bar{c}$ ; г)  $\bar{b}, \bar{c}$ ; д)  $2\bar{a}, 4\bar{b}, 3\bar{c}$ .
- Вершины пирамиды находятся в точках  $A, B, C, D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $l$  и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .  
 $A(7, 4, 2)$ ,  $B(-5, 3, -9)$ ,  $C(1, -5, 3)$ ,  $D(7, -9, 1)$ ;  
а)  $ABD$ ; б)  $l = BD$ ,  $A$  и  $C$ .

## Вариант 2.

Векторы, операции с векторами — контрольная работа

1. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}} = \alpha \bar{\mathbf{m}} + \beta \bar{\mathbf{n}}$  и  $\bar{\mathbf{b}} = \gamma \bar{\mathbf{m}} + \delta \bar{\mathbf{n}}$ ,  
где  $|\bar{\mathbf{m}}| = k$ ,  $|\bar{\mathbf{n}}| = l$ ,  $(\widehat{\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}}) = \varphi$ .  
Найти: а)  $(\lambda \bar{\mathbf{a}} + \mu \bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu \bar{\mathbf{a}} + \tau \bar{\mathbf{b}})$ ; б)  $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu \bar{\mathbf{a}} + \tau \bar{\mathbf{b}})$ ; в)  $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau \bar{\mathbf{b}}})$ .  
 $\alpha = -5$ ,  $\beta = -7$ ,  $\gamma = -3$ ,  $\delta = 2$ ,  
 $k = 2$ ,  $l = 11$ ,  $\varphi = 3\pi/2$ ,  
 $\lambda = -3$ ,  $\mu = 4$ ,  $\nu = -1$ ,  $\tau = 2$ .
2. По координатам точек  $A, B, C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\bar{\mathbf{a}}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\bar{\mathbf{a}}$  и  $\bar{\mathbf{b}}$ ; в) проекцию вектора  $\bar{\mathbf{c}}$  на вектор  $\bar{\mathbf{d}}$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\alpha : \beta$ .  
 $A(1, 3, 2)$ ,  $B(-2, 4, -1)$ ,  $C(1, 3, -2)$ ,  
 $\bar{\mathbf{a}} = 2\overline{AB} + 5\overline{CB}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = \overline{AC}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = \overline{b}$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = \overline{AB}$ ,  
 $l = AB$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 4$ .
3. Доказать, что векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\bar{\mathbf{d}}$  в этом базисе.  
 $\bar{\mathbf{a}} = (4, 2, 3)$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = (-3, 1, -8)$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = (2, -4, 5)$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = (-12, 14, -31)$ .
4. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.  
 $\bar{\mathbf{a}} = 2\bar{\mathbf{i}} - 4\bar{\mathbf{j}} - 2\bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = -9\bar{\mathbf{i}} + 2\bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = 3\bar{\mathbf{i}} + 5\bar{\mathbf{j}} - 7\bar{\mathbf{k}}$ ;  
а)  $7\bar{\mathbf{a}}, 5\bar{\mathbf{b}}, -\bar{\mathbf{c}}$ ; б)  $-5\bar{\mathbf{a}}, 4\bar{\mathbf{b}}$ ; в)  $3\bar{\mathbf{b}}, -8\bar{\mathbf{c}}$ ; г)  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}$ ; д)  $7\bar{\mathbf{a}}, 5\bar{\mathbf{b}}, -\bar{\mathbf{c}}$ .
5. Вершины пирамиды находятся в точках  $A, B, C, D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $l$  и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .  
 $A(-9, -7, 4)$ ,  $B(-4, 3, -1)$ ,  $C(5, -4, 2)$ ,  $D(3, 4, 4)$ ;  
а)  $BCD$ ; б)  $l = CD$ ,  $A$  и  $B$ .

### Вариант 3.

Векторы, операции с векторами — контрольная работа

1. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}} = \alpha \bar{\mathbf{m}} + \beta \bar{\mathbf{n}}$  и  $\bar{\mathbf{b}} = \gamma \bar{\mathbf{m}} + \delta \bar{\mathbf{n}}$ ,  
где  $|\bar{\mathbf{m}}| = k$ ,  $|\bar{\mathbf{n}}| = l$ ,  $(\widehat{\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}}) = \varphi$ .  
Найти: а)  $(\lambda \bar{\mathbf{a}} + \mu \bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu \bar{\mathbf{a}} + \tau \bar{\mathbf{b}})$ ; б)  $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu \bar{\mathbf{a}} + \tau \bar{\mathbf{b}})$ ; в)  $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau \bar{\mathbf{b}}})$ .  
 $\alpha = -2$ ,  $\beta = -4$ ,  $\gamma = 3$ ,  $\delta = 1$ ,  
 $k = 3$ ,  $l = 2$ ,  $\varphi = 7\pi/3$ ,  
 $\lambda = -1/2$ ,  $\mu = 3$ ,  $\nu = 1$ ,  $\tau = 2$ .
2. По координатам точек  $A, B, C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\bar{\mathbf{a}}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\bar{\mathbf{a}}$  и  $\bar{\mathbf{b}}$ ; в) проекцию вектора  $\bar{\mathbf{c}}$  на вектор  $\bar{\mathbf{d}}$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\alpha : \beta$ .  
 $A(4, 6, 7)$ ,  $B(2, -4, 1)$ ,  $C(-3, -4, 2)$ ,  
 $\bar{\mathbf{a}} = 5\overline{AB} - 2\overline{AC}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = \overline{BC}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = \bar{\mathbf{b}}$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = \overline{AB}$ ,  
 $l = AB$ ,  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 4$ .
3. Доказать, что векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\bar{\mathbf{d}}$  в этом базисе.  
 $\bar{\mathbf{a}} = (9, 5, 3)$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = (-3, 2, 1)$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = (4, -7, 4)$ ,  $\bar{\mathbf{d}} = (-10, -13, 8)$ .
4. Даны векторы  $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.  
 $\bar{\mathbf{a}} = -9\bar{\mathbf{i}} + 4\bar{\mathbf{j}} - 5\bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{i}} - 2\bar{\mathbf{j}} + 4\bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{c}} = -5\bar{\mathbf{i}} + 10\bar{\mathbf{j}} - 20\bar{\mathbf{k}}$ ;  
а)  $-2\bar{\mathbf{a}}, 7\bar{\mathbf{b}}, 5\bar{\mathbf{c}}$ ; б)  $-6\bar{\mathbf{b}}, 7\bar{\mathbf{c}}$ ; в)  $9\bar{\mathbf{a}}, 4\bar{\mathbf{c}}$ ; г)  $\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ ; д)  $-2\bar{\mathbf{a}}, 7\bar{\mathbf{b}}, 4\bar{\mathbf{c}}$ .
5. Вершины пирамиды находятся в точках  $A, B, C, D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $l$  и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .  
 $A(-8, 2, 7)$ ,  $B(3, -5, 9)$ ,  $C(2, 4, -6)$ ,  $D(4, 6, -5)$ ;  
а)  $ACD$ ; б)  $l = AD$ ,  $A$  и  $C$ .



## Комплект заданий для контрольной работы 3

### Тема: «Плоскости и прямые»

#### Вариант 1.

#### Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4)$ .  
Составить уравнения:  
а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;  
в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;  
г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;  
д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .  
Вычислить:  
е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;  
ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ .  
 $A_1(4, 3, 5)$ ,  $A_2(1, 9, 7)$ ,  $A_3(0, 2, 0)$ ,  $A_4(5, 3, 10)$ .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2, 3, -1)$  и  $B(1, 1, 4)$  перпендикулярно плоскости  $x - 4y + 3z + 2 = 0$ .
3. Доказать параллельность прямых  $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$  и  $x - 2y + 2z - 8 = 0$ ,  $x + 6z - 6 = 0$ .
4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .  
Найти:  
а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;  
в) уравнение медианы  $AM$ ;  
г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;  
д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;  
е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .  
 $A(4, -4)$ ,  $B(8, 2)$ ,  $C(3, 8)$ .
5. Записать уравнения прямых, проходящих через точку  $A(-1, 1)$  под углом  $45^\circ$  к прямой  $2x + 3y = 6$ .

## Вариант 2.

### Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4)$ .  
Составить уравнения:
  - а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;
  - в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;
  - г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;
  - д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .Вычислить:
  - е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;
  - ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ . $A_1(1, -2, 7)$ ,  $A_2(4, 2, 10)$ ,  $A_3(2, 3, 5)$ ,  $A_4(5, 3, 7)$ .
2. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат перпендикулярно к плоскостям  $x + 5y - z + 7 = 0$  и  $3x - y + 2z - 3 = 0$
3. Доказать, что прямая  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{6}$  перпендикулярна к прямой  $\begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0, \\ 4x - y - 5z + 4 = 0. \end{cases}$
4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .  
Найти:
  - а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;
  - в) уравнение медианы  $AM$ ;
  - г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;
  - д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;
  - е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ . $A(4, -4)$ ,  $B(6, 2)$ ,  $C(-1, 8)$ .
5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $3x - 2y - 7 = 0$  и  $x + 3y - 6 = 0$  и отсекающей на оси абсцисс отрезок, равный 3.

### Вариант 3.

#### Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4)$ .  
Составить уравнения:  
а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;  
в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;  
г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;  
д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .  
Вычислить:  
е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;  
ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ .  
 $A_1(2, 4, 3)$ ,  $A_2(1, 1, 5)$ ,  $A_3(4, 9, 3)$ ,  $A_4(3, 6, 7)$ .
2. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку  $M(2, -3, -4)$  и отсекает на осях координат отличные от нуля отрезки одинаковой величины.
3. При каких значениях  $m$  и  $C$  прямая  $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$  перпендикулярна плоскости  $3x - 2y + z + 1 = 0$ .
4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .  
Найти:  
а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;  
в) уравнение медианы  $AM$ ;  
г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;  
д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;  
е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .  
 $A(1, 0)$ ,  $B(-1, 4)$ ,  $C(9, 5)$ .
5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2, -3)$  и точку пересечения прямых  $2x - y = 5$  и  $x + y = 1$ .

## Вариант 4.

### Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4)$ .  
Составить уравнения:  
а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;  
в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;  
г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;  
д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .  
Вычислить:  
е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;  
ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ .  
 $A_1(3, -1, 2)$ ,  $A_2(-1, 0, 1)$ ,  $A_3(1, 7, 3)$ ,  $A_4(8, 5, 8)$ .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(1, -1, 2)$  перпендикулярно отрезку  $M_1M_2$ , если  $M_1(2, 3, -4)$  и  $M_2(-1, 2, -3)$ .
3. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат параллельно прямой  $x = 2t + 5$ ,  $y = -3t + 1$ ,  $z = -7t - 4$ .
4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .  
Найти:  
а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;  
в) уравнение медианы  $AM$ ;  
г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;  
д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;  
е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .  
 $A(6, -9)$ ,  $B(10, -1)$ ,  $C(7, -3)$ .
5. Даны уравнения высот треугольника  $ABC$ :  $2x - 3y + 1 = 0$ ,  $x + 2y + 1 = 0$  и координаты его вершины  $A(2, 3)$ . Найти уравнения сторон  $AB$  и  $AC$  треугольника.

## Вариант 5.

### Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4)$ .  
Составить уравнения:
  - а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;
  - в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;
  - г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;
  - д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .Вычислить:
  - е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;
  - ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ . $A_1(3, 1, 4)$ ,  $A_2(-1, 6, 1)$ ,  $A_3(-1, 1, 6)$ ,  $A_4(0, 4, -1)$ .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через  $M_1M_2$  перпендикулярно к этому отрезку, если  $M_1(1, 5, 6)$ ,  $M_2(-1, 7, 10)$ .
3. Найти проекцию точки  $P(3, 1, -1)$  на плоскость  $x + 2y + 3z - 30 = 0$ .
4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .  
Найти:
  - а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;
  - в) уравнение медианы  $AM$ ;
  - г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;
  - д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;
  - е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ . $A(-4, 2)$ ,  $B(6, -4)$ ,  $C(4, 10)$ .
5. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника, вершинами которого служат точки  $A(2, 3)$ ,  $B(0, -3)$ ,  $C(6, -3)$ .

## Вариант 6.

### Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4)$ .  
Составить уравнения:
  - а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ; б) прямой  $A_1A_2$ ;
  - в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной плоскости  $A_1A_2A_3$ ;
  - г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;
  - д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .Вычислить:
  - е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;
  - ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ . $A_1(4, 6, 5)$ ,  $A_2(6, 9, 4)$ ,  $A_3(2, 10, 10)$ ,  $A_4(7, 5, 9)$ .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1, 1, 0)$  и  $B(2, -1, -1)$  перпендикулярно к плоскости  $5x + 2y + 3z - 7 = 0$ .
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2, -5, 3)$  параллельно прямой  $2x - y + 3z - 1 = 0$ ,  $5x + 4y - z - 7 = 0$ .
4. Даны вершины треугольника  $ABC$   $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ .  
Найти:
  - а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ;
  - в) уравнение медианы  $AM$ ;
  - г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ;
  - д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ;
  - е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ . $A(-3, -3)$ ,  $B(5, -7)$ ,  $C(7, 7)$ .
5. Дан треугольник с вершинами  $A(3, 1)$ ,  $B(-3, -1)$ ,  $C(5, 12)$ . Найти уравнение и вычислить длину его медианы, проведенной из вершины  $C$ .

## Комплект заданий для контрольной работы 4

### Тема: «Линии и поверхности»

#### Вариант 1.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $b = 2, F(4\sqrt{2}, 0)$ ;

б)  $a = 7, \varepsilon = \sqrt{85}/7$ ;

в)  $D : x = 5$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 4(1 + \cos 2\varphi)$$

#### Вариант 2.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $\varepsilon = 7/8, A(8, 0)$ ;

б)  $A(3, -\sqrt{3/5}), B(\sqrt{13/5}, 6)$ ;

в)  $D : y = 4$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 2(1 - \cos \varphi)$$

### Вариант 3.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $b = 7, F(5, 0)$ ;

б)  $a = 11, \varepsilon = 12/11$ ;

в)  $D : x = 10$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 4 \sin 3\varphi$$

### Вариант 4.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $a = 6, F(-4, 0)$ ;

б)  $b = 3, F(7, 0)$ ;

в)  $D : x = -7$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 6 \sin 4\varphi$$



### Вариант 5.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $b = \sqrt{15}$ ,  $\varepsilon = \sqrt{10}/25$ ;

б)  $k = 3/4$ ,  $2a = 16$ ;

в) ось симметрии  $Ox$  и  $A(4, -8)$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 2 \cos 4\varphi$$

### Вариант 6.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

**а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.**

$A, B$  — точки, лежащие на прямой,

$F$  — фокус,

$a$  — большая (действительная) полуось,

$b$  — малая (мнимая) полуось,

$\varepsilon$  — эксцентриситет,

$y = \pm kx$  — уравнения асимптот гиперболы,

$D$  — директриса кривой,

$2c$  — фокусное расстояние.

а)  $b = 15$ ,  $F(-10, 0)$ ;

б)  $a = 13$ ,  $\varepsilon = 14/13$ ;

в)  $D : x = -4$ .

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 1/(2 - \cos 2\varphi)$$

**Комплект заданий для контрольной работы 5**  
**Тема: «Пределы числовых последовательностей»**

**Вариант 1.**

*Предел числовой последовательности — ИДЗ*

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{2 - 2n}{3 + 4n}, \quad a = -\frac{1}{2}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^3}{(n + 1)^2 - (n + 1)^3}$$

3. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}$$

4. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$$

5. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$$

**Вариант 2.**

*Предел числовой последовательности — ИДЗ*

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{2n + 3}{n + 5}, \quad a = 2$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 1)^3 + (n + 2)^3}{(n + 4)^3 + (n + 5)^3}$$

3. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}$$

4. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$$

5. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{10n - 3}{10n - 1} \right)^{5n}$$

**Вариант 3.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{2n+1}{3n-5}, \quad a = \frac{2}{3}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11 + n^2}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[3]{5 + n^3} - \sqrt[3]{3 + n^3})$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n$

**Вариант 4.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{5n+15}{6-n}, \quad a = -5$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (13+n)^4}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} + \sqrt{n-2}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right)$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^2}$

**Вариант 5.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{3n^2}{2 - n^2}, \quad a = -3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^4 - (2 - n)^4}{(1 - n)^3 - (1 + n)^3}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n + 1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt[3]{5 + 8n^3} - 2n)$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 21n - 7}{2n^2 + 18n + 9} \right)^{2n+1}$

**Вариант 6.**

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{3n^2}{n^2 - 1}, \quad a = 3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 + (3n + 2)^3}{(2n + 3)^3 - (n - 7)^3}$$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n - 4}}{\sqrt[6]{n^6 + 6} - \sqrt{n - 6}}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{n(n + 2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right)$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}$

## Комплект заданий для контрольной работы 6

### Тема: «Пределы функций»

#### Вариант 1.

Пределы функций (контрольная)

- Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что  
$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3} = -1$$
- Вычислить предел функции  
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 7}{3x^2 - x - 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-3} \right)^{x-5}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{(\pi/2 - x)^2}$$
- Применить эквивалентности  
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1+x/2))}{\ln(x+1)}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} 3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}} \right)^{3/x}$$

#### Вариант 2.

Пределы функций (контрольная)

- Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что  
$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19$$
- Вычислить предел функции  
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + 5x}{9 - 3x - 9x^3}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-7}{x} \right)^{2x+1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{tg} 3x}$$
- Применить эквивалентности  
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\operatorname{tg} 5x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{x/\sin^4 \sqrt[3]{x}}$$

**Вариант 3.***Пределы функций (контрольная)*

- Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что  $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19$
- Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x + 2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x - 9}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{x\sqrt{7}}$
- $\lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16} - 1/4}{\sqrt{1/4 + x} - \sqrt{2x}}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$
- Применить эквивалентности  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1)/2)}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 2x}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2})}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\ln(1+\sin^2 x)}$

**Вариант 4.***Пределы функций (контрольная)*

- Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что  $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{6x^2 - x - 1}{3x + 1} = -5/3$
- Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x + 128}{5x^3 + 15x^2 - x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$
- $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{-5x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$
- Применить эквивалентности  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1)/2)}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}$
- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 - 5^{\arcsin x^3} \right)^{(\operatorname{cosec}^2 x)/x}$

**Вариант 5.***Пределы функций (контрольная)*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
- ), что

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 1/2} = -3$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 5x - 1}$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$

7. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 1}{2x - 1} \right)^{x+2}$$

8. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{4x^2}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)}$$

10. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\operatorname{tg} 5x}$$

11. 
$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(\pi - x)^4}$$

12. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{1/\ln \cos x}$$

**Вариант 6.***Пределы функций (контрольная)*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
- ), что

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - 75x - 39}{x + 1/2} = -81$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{3x^2 + x - 2}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2}{6x^3 - 4x - 8}$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$$

7. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{2x - 3} \right)^{3x}$$

8. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(\pi(x+1))}{\ln(1 + 2x)}$$

10. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{2x^2}$$

11. 
$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$$

12. 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - 4 \right) \right)^{\operatorname{ctg} x}$$

# Комплект заданий для контрольной работы 7

## Тема: «Производные»

### Вариант 1.

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3} - \frac{5}{x}$$

2. 
$$y = \sqrt{5x^2 - 4x + 3} + \frac{3}{(x-4)^7}$$

3. 
$$y = \sin^3 7x \cdot \operatorname{arctg} 5x^2$$

4. 
$$y = \frac{\ln^3 x}{\sin 5x^2}$$

5. 
$$y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arccctg} 2x}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$y^2 + x^2 = \sin y$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = 5 \cos^2 t, \\ y = 3 \sin^2 t \end{cases}$$

### Вариант 2.

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = 8x - \frac{5}{x^4} + \frac{1}{x} - \sqrt[5]{x^4}$$

2. 
$$y = \sqrt[3]{3x^3 + 2x - 5} + \frac{4}{(x-2)^2}$$

3. 
$$y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \operatorname{arcsin} 7x^4$$

4. 
$$y = \frac{\sin^3 5x}{\ln(2x-3)}$$

5. 
$$y = (\cos 5x)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$y = e^y + 4x$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ y = t + \ln t \end{cases}$$



**Вариант 3.**

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^3}$$

2. 
$$y = \frac{2}{(x-1)^3} + \frac{8}{6x^2 + 3x - 7}$$

3. 
$$y = \operatorname{tg}^6 2x \cdot \cos 7x^2$$

4. 
$$y = \frac{\ln(7x+2)}{5 \cos^4 x}$$

5. 
$$y = (\ln(x+7))^{\operatorname{ctg} 2x}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$3y = 7e^y + xy^5$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = 5 \sin^3 t, \\ y = 3 \cos^3 t \end{cases}$$

**Вариант 4.**

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = 4x^3 + \frac{3}{x} - \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x^4}$$

2. 
$$y = \sqrt[3]{(x-1)^5} + \frac{5}{2x^2 - 4x + 7}$$

3. 
$$y = \sin^4 3x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$$

4. 
$$y = \frac{\ln(5x-3)}{4 \operatorname{tg} 3x^4}$$

5. 
$$y = (\operatorname{cth} \sqrt{x})^{\sin(x+3)}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$3x + \sin x = 5y$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t \end{cases}$$

**Вариант 5.**

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$$

2. 
$$y = \sqrt[4]{3x^2 - x + 5} - \frac{3}{(x - 5)^4}$$

3. 
$$y = \cos^5 3x \cdot \operatorname{tg}(4x + 1)^3$$

4. 
$$y = \frac{\ln(7x - 9)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$$

5. 
$$y = (\operatorname{ctg} 7x)^{\operatorname{sh}(x+3)}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$xy^2 - y^3 = 4x - \cos y$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = (2t + 3) \cos t, \\ y = 3t \end{cases}$$

**Вариант 6.**

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную  $y'_x$   
$$y = \frac{7}{x} + \frac{4}{x^3} - \sqrt[5]{x^3} - 2x^6$$

2. 
$$y = \sqrt[3]{5x^2 - 2x - 15} + \frac{8}{(x - 5)^2}$$

3. 
$$y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x} \cdot \arccos x^4$$

4. 
$$y = \frac{\ln(4x + 5)}{2\operatorname{ctg} \sqrt{x}}$$

5. 
$$y = (\operatorname{sh}(x + 2))^{\arcsin 2x}$$

6. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  неявной функции  
$$x^2 y^2 = x + y \ln y$$

7. Найти  $y'_x$  и  $y''_x$  параметрической функции  
$$\begin{cases} x = 5 \cos t, \\ y = 4 \sin t \end{cases}$$

## Комплект заданий для контрольной работы 8

### Тема: «Исследование поведения функций»

#### ИДЗ Вариант 1.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x^5}{x^4 - 1}$$

$$2. y = \frac{12x}{9 + x^2}$$

$$3. y = \frac{4x}{4 + x^2}$$

$$4. y = (3 - x)e^{x-2}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + x^2 - 3x - 1}{2x^2 - 2}$$

#### ИДЗ Вариант 2.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{(x - 2)^2}{x + 1}$$

$$2. y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$$

$$3. y = x^2 - 2 \ln x$$

$$4. y = \ln \frac{x}{x - 2} + 1$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}$$

#### ИДЗ Вариант 3.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$2. y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$$

$$3. y = \frac{2x^2 + 4x + 2}{2 - x}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$$

#### ИДЗ Вариант 4.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x^4 + 3}{x}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$$

$$3. y = x^2 e^{-x^2/2}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}$$

#### ИДЗ Вариант 5.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x}{4 - x^2}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

$$3. y = \frac{(1 - x)^3}{(x - 2)^2}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 9}{4x + 8}$$

#### ИДЗ Вариант 6.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x + 1}{(x - 1)^2}$$

$$2. y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$$

$$3. y = e^{1/(2-x)}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}$$

**ИДЗ Вариант 7.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \ln(x^2 + 1)$$

$$2. y = \frac{3x - 2}{x^3}$$

$$3. y = x^2 e^{1/x}$$

$$4. y = -(2x + 3)e^{2(x+2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$$

**ИДЗ Вариант 8.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$$

$$2. y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$$

$$3. y = \frac{x^3}{9 - x^3}$$

$$4. y = (2x - 1)e^{2(1-x)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + 3x^3 - 2x - 2}{2 - 3x^2}$$

**ИДЗ Вариант 9.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = x \ln x$$

$$2. y = \frac{4(x + 1)^2}{x^2 + 2x + 4}$$

$$3. y = x + \ln(x^2 - 4)$$

$$4. y = \ln \frac{x + 6}{x} - 1$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{3x^2 - 7}{2x + 1}$$

**ИДЗ Вариант 10.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = x^2 - 2 \ln x$$

$$2. y = \frac{2}{x^2 + 2x}$$

$$3. y = x e^{1/x}$$

$$4. y = (4 - x)e^{x-3}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$$

**ИДЗ Вариант 11.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}$$

$$2. y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$$

$$3. y = \frac{2 + x}{(x + 1)^2}$$

$$4. y = -\frac{e^{-2(x+2)}}{2(x + 2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}}$$

**ИДЗ Вариант 12.**

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{1}{3} \sqrt[3]{x^2} (x - 5)$$

$$2. y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$$

$$3. y = x^3 e^{x+1}$$

$$4. y = \frac{e^{x-3}}{x - 3}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 9x - 3}{2x^2 - 3}$$

## Комплект заданий для контрольной работы 9

### Тема: «Неопределенный интеграл»

#### Вариант 1.

Неопределенный интеграл, контрольная работа

1.  $\int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 3 \right) dx$

2.  $\int \sqrt[4]{8+x} dx$

3.  $\int \frac{dx}{2x+7}$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-9}}$

5.  $\int \frac{x dx}{2x^2-7}$

6.  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$

7.  $\int \frac{5-3x}{\sqrt{4-39x^2}} dx$

8.  $\int \frac{x^3-1}{2x+1} dx$

9.  $\int \sin 2x \sin 3x dx$

10.  $\int x \ln(x^2+1) dx$

11.  $\int x^2 e^{-x} dx$

12.  $\int \frac{4x^2}{(x^2-x^2+1)(x+1)} dx$

13.  $\int \frac{dx}{5+\sin x+3\cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt[6]{x+3}}{\sqrt[3]{x+3}+\sqrt{x+3}} dx$

#### Вариант 2.

Неопределенный интеграл, контрольная работа

1.  $\int \frac{\sqrt[5]{x}-2x^3+21}{\sqrt{x^7}} dx$

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}$

3.  $\int \frac{dx}{3x-9}$

4.  $\int \frac{dx}{5x^2+3}$

5.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-3x^2}}$

6.  $\int \frac{\sin 3x}{\cos^2 3x} dx$

7.  $\int \frac{1+3x}{\sqrt{1+4x^2}} dx$

8.  $\int \frac{x^4+2}{x^2-4} dx$

9.  $\int \sin 5x \sin 7x dx$

10.  $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$

11.  $\int (x^2+2)e^{-x} dx$

12.  $\int \frac{4x^4+8x^3-3x-3}{x^3+2x^2+x} dx$

13.  $\int \frac{dx}{2+4\sin x+3\cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx$

**Вариант 3.***Неопределенный интеграл,***контрольная работа**

1.  $\int \frac{3x^2 + \sqrt[5]{x} + 7}{x} dx$

2.  $\int \sqrt{5 - 4x} dx$

3.  $\int \frac{dx}{4 - 7x}$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 3}}$

5.  $\int \frac{x dx}{5x^2 + 1}$

6.  $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x + 3}} dx$

7.  $\int \frac{1 + 3x}{\sqrt{1 + 4x^2}} dx$

8.  $\int \frac{6x^3 + x^2 + -2x + 1}{2x - 1} dx$

9.  $\int \cos 2x \cos 2x dx$

10.  $\int x^2 \ln x dx$

11.  $\int (x^2 + x) \sin x dx$

12.  $\int \frac{x^3 - 3}{(x - 1)(x^2 - 1)} dx$

13.  $\int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt{x + 3}}{1 + \sqrt[3]{x + 3}} dx$

**Вариант 4.***Неопределенный интеграл,***контрольная работа**

1.  $\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx$

2.  $\int \sqrt[3]{(1 + x)^2} dx$

3.  $\int \frac{dx}{2 + 9x}$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$

5.  $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}$

6.  $\int \frac{\sin 5x}{\sqrt{\cos^2 5x}} dx$

7.  $\int \frac{x - 2}{\sqrt{2 - x}} dx$

8.  $\int \frac{2x^4 - 3}{x^2 + 1} dx$

9.  $\int \cos^{-3} 2x \sin 2x dx$

10.  $\int x \ln(x + 1) dx$

11.  $\int x^2 \cos 2x dx$

12.  $\int \frac{x + 2}{x^3 - 2x^2 + x} dx$

13.  $\int \frac{dx}{4 \sin x - 6 \cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1} dx$

**Вариант 5.***Неопределенный интеграл,* **контрольная работа**

1.  $\int \frac{\sqrt[3]{x} - x + 4}{\sqrt[4]{x}} dx$

2.  $\int (1 - 8x)^3 dx$

3.  $\int \frac{dx}{2 - 3x}$

4.  $\int \frac{dx}{5x^2 - 3}$

5.  $\int \frac{2x dx}{\sqrt{5 - 4x^2}}$

6.  $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

7.  $\int \frac{3 - 5x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

8.  $\int \frac{x^2 + x}{2 - x} dx$

9.  $\int \cos 7x \sin 5x dx$

10.  $\int (x^2 - x + 1) \ln x dx$

11.  $\int x^2 \cos^2 x dx$

12.  $\int \frac{x + 2}{x^3 - x^2} dx$

13.  $\int \frac{dx}{8 + 4 \cos x}$

14.  $\int \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[6]{x})} dx$

**Вариант 6.***Неопределенный интеграл,* **контрольная работа**

1.  $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt{2 + x}}$

3.  $\int \frac{dx}{4 - 3x}$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 9x^2}}$

5.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2 + 8}}$

6.  $\int \sin 2x \cos^7 2x dx$

7.  $\int \frac{4 - 2x}{\sqrt{1 - 4x^2}} dx$

8.  $\int \frac{2x^3 - 3}{x - 2} dx$

9.  $\int \sin x \cos^3 x dx$

10.  $\int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^x} dx$

11.  $\int x 3^{-x} dx$

12.  $\int \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 2x^2 + x} dx$

13.  $\int \frac{dx}{7 \sin x - 3 \cos x}$

14.  $\int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$

## Комплект заданий для контрольной работы 10

### Тема: «Определенный интеграл, приложения»

#### Вариант 1.

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

- $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$
- $\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$
- Площадь замкнутой фигуры  
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
- Вычислить длину дуги  
 $y^2 = (x+1)^3$ , отсеченной прямой  $x = 4$
- Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $x^2/16 + y^2/1 = 1, Ox$
- Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $y = x^2/2$ , отсеченной прямой  $y = 3/2, Oy$
- Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$
- $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$

#### Вариант 2.

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

- $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$
- $\int_2^3 x \ln(x-1) dx$
- Площадь замкнутой фигуры  
 $\rho = 4 \cos 3\varphi$
- Вычислить длину дуги  
 $y^2 = (x-1)^3$  от точки  $A(2, -1)$  до точки  $B(5, -8)$
- Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $x = \sqrt{3} \cos t, y = 2 \sin t, Oy$
- Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi, Ox$
- Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}$
- $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$



**Вариант 3.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$
2.  $\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
4. Вычислить длину дуги  
 $\rho = 3(1 - \cos \varphi)$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $y = x^2, 8x = y^2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $x^2 = y + 4, \text{отсеченной прямой } x = 2, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_1^{\infty} \frac{4 dx}{x(1 + \ln^2 x)}$
8.  $\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$

**Вариант 4.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$
2.  $\int_1^e x \ln^2 x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y^2 = x^3, x = 0, y = 4$
4. Вычислить длину дуги  
 $\rho = 2 \cos \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $x = 3 \cos^2 t, y = 4 \sin^2 t, 0 \leq t \leq \pi/2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $\rho = 2 \cos \varphi, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8.  $\int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9} x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}$

**Вариант 5.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2.  $\int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y = 1/(1+x^2), y = x^2/2$
4. Вычислить длину дуги  
 $\rho = 5 \sin \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $x^3 = (y-1)^2, x = 0, y = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_{-1}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4x + 5}$
8.  $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$

**Вариант 6.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$
2.  $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$
4. Вычислить длину дуги  
 $x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, 0 \leq t \leq \pi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $x = 3 \cos^3 t, y = 3 \sin^3 t, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8.  $\int_1^2 \frac{x dx}{\ln 2 \sqrt{(x^2-1)^3}}$

**Вариант 7.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_3^8 \sqrt{x+1} dx$
2.  $\int_1^e x \ln^2 x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y^2 = (4 - x^3), x = 0$
4. Вычислить длину дуги  
 $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $x^2/9 + y^2/4 = 1, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $\rho = 4 \sin \varphi, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_{1/3}^{\infty} \frac{\pi dx}{(1 + 9x^2) \arctg^2 3x}$
8.  $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[9]{1-2x}}$

**Вариант 8.**

Определённый интеграл<sub>1</sub> и приложения — контрольная работа

1.  $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$
2.  $\int_0^1 \frac{\arcsin(x/2)}{\sqrt{2-x}} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры  
 $y^2 = x + 1, y^2 = 9 - x$
4. Вычислить длину дуги  
 $x = 4 \cos^3 t, y = 4 \sin^3 t$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси  
 $y = x^3, x = 0, y = 8, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения  
кривой вокруг оси  
 $3y = x^3, 0 \leq x \leq 1, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы  
 $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x) \ln^3 x}$
8.  $\int_0^{1/3} \frac{dx}{9x^2 - 9x + 2}$

# Комплект заданий для контрольной работы 11

## Тема: «Дифференциальные уравнения»

### Вариант 1.

Дифференциальные уравнения — контрольная

1. Найти общее решение ДУ  
 $3x^{2+y}dy + x dx = 0$
2. Найти общее решение ДУ  
 $y' = 2xy + x$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $xy' - y = (x + y) \ln((x + y)/x)$
4. Решить линейное ДУ  
 $y' - 3x^2y - x^2e^{x^3} = 0, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $y'' - 5y' + 4y = 0$   
 $y'' + 16y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' - 8y' + 12y = 36x^4 - 96x^3 + 24x^2 + 16x - 2$   
 $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12) \sin x - 36x \cos 3x, y(0) = 4, y'(0) = 0$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
 $\begin{cases} x' = 2x + 8y, \\ y' = x + 4y \end{cases}$

### Вариант 2.

Дифференциальные уравнения — контрольная

1. Найти общее решение ДУ  
 $(\sin(x + y) + \sin(x - y))dx + \frac{dy}{\cos y} = 0$
2. Найти общее решение ДУ  
 $(y + 1)y' = \frac{y}{\sqrt{1 - x^2}} + xy$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0$
4. Решить линейное ДУ  
 $(1 - 2xy)y' = y(y - 1), y(0) = 1$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $y' - xy = -y^3e^{-x^2}$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $y'' - \frac{y'}{x - 1} = x(x - 1)$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $9y'' - 6y' + y = 0$   
 $y'' + 12y' + 37y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x$   
 $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6, y(0) = 1, y'(0) = 4$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
 $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$

### Вариант 3.

Дифференциальные уравнения — контрольная

1. Найти общее решение ДУ  
 $y' = (2x - 1) \operatorname{ctg} y$
2. Найти общее решение ДУ  
 $\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$
3. Найти общее решение однородного ДУ  
 $(y - xy') = x \sec \frac{y}{x}$
4. Решить линейное ДУ  
 $(2e^y - x)y' = 1, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли  
 $(x + 1)(y' + y^2) = -y$
6. Решить ДУ понижением порядка  
 $2xy'y'' = y'^2 - 1$
7. Решить линейное однородное ДУ  
 $y'' - y = 0$   
 $4y'' + 8y' - 5y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ  
 $y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x$   
 $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8, y(0) = 1, y'(0) = 3$
9. Решить систему однородных ЛДУ  
 $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$

**Вариант 4.**

Дифференциальные уравнения — контрольная

- |  |   |
|--|---|
| 1. Найти общее решение ДУ<br>$\sin x \cdot y' = y \cos x + 2 \cos x$ | $x^3 y'' + x^2 y' = 1$  |
| 2. Найти общее решение ДУ<br>$(1 + y^2)y dx - (y + yx^2) dy = 0$     | 7. Решить линейное однородное ДУ<br>$y'' + 25y' = 0$<br>$y'' - 10y' + 16y = 0$    |
| 3. Найти общее решение однородного ДУ<br>$(x + 2y)dx - x dy = 0$     | 8. Решить неоднородное ЛДУ<br>$y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}$                       |
| 4. Решить линейное ДУ<br>$xy' - 2y + x^2 = 0, y(1) = 0$              | $y'' - 6y' + 25y = 9 \sin 4x - 24 \cos 4x, y(0) = 2, y'(0) = -2$                  |
| 5. Решить уравнение Бернулли<br>$xy' - 2\sqrt{x^3} \cdot y = y$      | 9. Решить систему однородных ЛДУ<br>$\begin{cases} x' = y, \\ y' = x \end{cases}$ |
| 6. Решить ДУ понижением порядка                                      |   |

**Вариант 5.**

Дифференциальные уравнения — контрольная

- |  |  |
|--|--|
| 1. Найти общее решение ДУ<br>$3y^{2-x^2} = yy'/x$                      | $2x^2 y'' y' = y'^2 - 4$   |
| 2. Найти общее решение ДУ<br>$(xy + x^3 y)y' = 1 + y^2$                | 7. Решить линейное однородное ДУ<br>$6y'' + 7y' - 3y = 0$<br>$y'' + 16y = 0$   |
| 3. Найти общее решение однородного ДУ<br>$(x - y) dx + (x + y) dy = 0$ | 8. Решить неоднородное ЛДУ<br>$y'' - 3y' + 2y = 19 \sin x + 3 \cos x$<br>$y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, y(0) = 2, y'(0) = 3$ |
| 4. Решить линейное ДУ<br>$xy' + y = \sin x, y(\pi/2) = 2/\pi$          | 9. Решить систему однородных ЛДУ<br>$\begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$                                  |
| 5. Решить уравнение Бернулли<br>$y' = x\sqrt{y} + \frac{xy}{x^2 - 1}$  |  |
| 6. Решить ДУ понижением порядка  |  |

**Вариант 6.**

Дифференциальные уравнения — контрольная

- |  |  |
|--|--|
| 1. Найти общее решение ДУ<br>$3y^{2-x^2} = yy'/x$  | 6. Решить ДУ понижением порядка<br>$y'' + 2xy' = 0$  |
| 2. Найти общее решение ДУ<br>$y' + y + y^2 = 0$  | 7. Решить линейное однородное ДУ<br>$y'' + y' - 6y = 0$<br>$y'' + 9y' = 0$                                       |
| 3. Найти общее решение однородного ДУ<br>$(4x^2 + 3xy + y^2) dx + (4y^2 + 3xy + x^2) dy = 0$ | 8. Решить неоднородное ЛДУ<br>$y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^2$<br>$y'' - 10y' + 25y = e^{5x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$ |
| 4. Решить линейное ДУ<br>$xy' - 2y = 2x^4, y(1) = 0$   | 9. Решить систему однородных ЛДУ<br>$\begin{cases} x' = -x + 8y, \\ y' = x + y \end{cases}$                      |
| 5. Решить уравнение Бернулли<br>$x dx = (x^2/y - y^2) dy$                                    |  |

## Комплект заданий для контрольной работы 12

### Тема: «Числовые ряды»

#### Вариант 1.

*Числовые ряды — контрольная работа*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n+1} \right)^n$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n\sqrt[3]{n}}$$

6.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

#### Вариант 2.

*Числовые ряды — контрольная работа*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{n^n}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1} \right)^n$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 - n + 1}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2 + 1}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$

### Вариант 3.

Числовые ряды — контрольная работа

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n - 1}{5^n(n+1)!}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2 + 1}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{6n}$

### Вариант 4.

Числовые ряды — контрольная работа

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n-1}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}$

**Вариант 5.***Числовые ряды — контрольная работа*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \dots \cdot (5n-3)}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{5^n} \right)^n$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{12^n}$

**Вариант 6.***Числовые ряды — контрольная работа*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{n^n}$$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+4}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}$



## Комплект заданий для контрольной работы 13

### Тема: «Степенные ряды и приложения»

#### Вариант 1.

*Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} n^n}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(nx)^n}$$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = e^{-x^2}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = e^{\sin x} + x, \quad y(0) = 0$

#### Вариант 2.

*Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{2n-1}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n$$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = e^{3x}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = xy - y^2, \quad y(0) = 0,2$

**Вариант 3.***Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \sqrt{2n+1}}$$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в точке  $x_0$  и найти его область сходимости

$$f(x) = \ln(5x+3) \frac{1}{x}, \quad x_0 = \frac{2}{5}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,4} \sqrt{x} e^{-x/4} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = xe^x + 2y^2, \quad y(0) = 0$

**Вариант 4.***Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-2x)^n}{n - \ln^2 n}$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \sqrt{2n+1}}$$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \frac{1}{1+x^2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)  
 $y' = x + e^y, \quad y(0) = 0$

**Вариант 5.***Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n(n^2 + 1)}$$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n^2}(x + 2)^{n^2}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{nx^n}}$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \operatorname{ch}(2x^3)$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = x^2 y^2 + y \sin x, \quad y(0) = 1/2$$

**Вариант 6.***Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x - 2)^n}{n^2}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x - 2)^n}$

4. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{25} \frac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = y \cos x + 2 \cos y, \quad y(0) = 0$$