




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)

«СОГЛАСОВАНО»
Руководитель ОП

 Пак Т.В.

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор департамента Математического
и компьютерного моделирования
и компьютерных технологий
(Школа)  Сущенко А.А.
«25» марта 2022г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

(Сквозные цифровые технологии)

Форма подготовки очная

курс 3 семестр 6

лекции 18 час.

практические занятия 00 час.

лабораторные работы 36 час.

в том числе с использованием МАО лек. 18 час./ пр. час./ лаб. 18 час

всего часов аудиторной нагрузки 54 час.

самостоятельная работа 72 час.

в том числе на подготовку к экзамену 54 час.

контрольные работы (количество) 2

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены

зачет не предусмотрены

экзамен 6 семестр.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 № 807 (с изменениями и дополнениями)

Рабочая программа обсуждена на заседании департамента математического и компьютерного моделирования, протокол № 6 от «05» марта 2022 г.

Директор департамента математического и компьютерного моделирования Сущенко А. А.
Составитель: доцент Пак Т. В.

Владивосток
2022

Оборотная сторона титульного листа РПД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

III. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

Цель: Приобретение у обучающихся необходимого для осуществления профессиональной деятельности уровня компетенций.

Задачи:

- освоение методов решения прикладных задач современной вычислительной математики и математической физики: численные
- методы решения интегральных уравнений, вариационные и проекционные методы решения задач математической физики, методы расщепления;
- фундаментальное изучение вопросов построения, исследования и применения численных методов решения задач математической физики, составляющих теоретический фундамент для описания и разработки математических моделей объектов различной физической природы;
- научно-исследовательская работа в области информационных технологий и математической физики, связанной с выбором необходимых методов и алгоритмов, используемых в различных технических системах;
- изучение новых научных результатов, научной литературы и непрерывному профессиональному самосовершенствованию.;

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции:

Тип задач	Код и наименование профессиональной компетенции (результат освоения)	Код и наименование индикатора достижения компетенции
научно-исследовательский	ПК-1 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	ПК-1.1 демонстрирует знание постановок классических задач математики
		ПК-1.2 самостоятельно и в составе научного коллектива ставит естественнонаучные задачи, на основе знания постановок классических задач математики
		ПК-1.3 использует методы проведения научных исследований и постановки математически корректных задач математики

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения:

- презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов,
- обратная связь с формированием общего представления об уровне владения знаниями студентов, актуальными для занятия,

разминка с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания), работа в малых группах (дает всем студентам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

II. ТРУДОЁМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачётных единиц (180 академических часа).

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Видами учебных занятий и работы обучающегося по дисциплине могут являться:

Обозначение	Виды учебных занятий и работы обучающегося
Лек	Лекции
Лаб	Лабораторные работы
Пр	Практические занятия
ОК	Онлайн курс
СР	Самостоятельная работа обучающегося в период теоретического обучения
Контроль	Самостоятельная работа обучающегося и контактная работа обучающегося с преподавателем в период промежуточной аттестации

Структура дисциплины:

Форма обучения – очная.

№	Наименование раздела дисциплины	Семестр	Количество часов по видам учебных занятий и работы обучающегося						Формы промежуточной аттестации
			Лек	Лаб	Пр	ОК	СР	Контроль	
1	РАЗДЕЛ 1. Вариационные и проекционные методы численного решения задач математической физики.	6	14	14					экзамен
2	РАЗДЕЛ 2. Методы расщепления решения многомерных нестационарных задач		10	10			72	36	
3	РАЗДЕЛ 3. Численные методы решения интегральных уравнений		12	12					
Итого:			36	36			72	36	

III. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

РАЗДЕЛ 1. Вариационные и проекционные методы численного решения задач математической физики.

Тема 1. Уравнение Эйлера. Пространства Соболева. Постановка задачи вариационного исчисления, ε -окрестность функции. Первая и вторая вариация функционала. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Первая краевая задача. Теорема об эквивалентности решения краевой задачи нахождению экстремума функционала. Доказательство необходимости и достаточности. Вторая краевая задача. Пространства Соболева, полнота. Нормы в пространствах Соболева. Энергетические пространства.

Тема 2. Метод Ритца. Метод Галеркина. Минимизирующая последовательность. Классический вариант метода Ритца. N -тое приближение к решению. Общая формулировка метода Ритца. Полнота последовательности конечномерных подпространств. Нахождение коэффициентов разложения по базису конечномерного подпространства (условия минимума функционала). Система Ритца. Определитель Грамма. Проекционный метод Бубного - Галеркина. Уравнение Галеркина (слабая форма). Нахождение коэффициентов разложения по базису конечномерного подпространства (условия ортогональности невязки элементам базиса). Отличие и сходство методов.

Тема 3. Метод конечных элементов решения краевой задачи 1. Различие между методом конечных элементов и методом Ритца-Галеркина. Локальные сплайны, их финитность. Разреженность и ленточная структура матрицы. Устойчивость процесса численного решения. Построение последовательности конечномерных подпространств (три основных аспекта). Конечные элементы. Постановка первой краевой задачи, эквивалентной ей вариационной задаче. Пространство сплайнов первой степени дефекта 1. В-сплайны первой степени, их свойства. Вычисление коэффициентов системы Ритца. Результирующая система линейных алгебраических уравнений.

Тема 4. Метод конечных элементов решения краевой задачи 2. Постановка второй краевой задачи, эквивалентной ей вариационной задаче. Разбиение области на конечное число элементарных ячеек (прямоугольные и треугольные элементы). Случай прямоугольных элементов. Пространство двумерных сплайнов первой степени, его базис. Вычисление коэффициентов системы Ритца. Результирующая система линейных алгебраических уравнений (девятиточечная разностная схема). Случай треугольных элементов. Пространство непрерывных кусочно-линейных функций двух переменных, его базис. Вычисление коэффициентов системы Ритца. Результирующая система линейных алгебраических уравнений (пятиточечная разностная схема). Методы решения соответствующих систем.

Тема 5. Сплайн-разностная схема. Определение метода коллокации. Определение метода сплайн-коллокации. Обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с краевыми условиями общего вида. Условия коллокации. Узлы коллокации. Ограничение на количество и расположение узлов коллокации. Случай совпадения узлов коллокации с узлами сплайна. Отсутствие в уравнении первой производной. Формула сплайна, построенного по моментам. Получение системы линейных алгебраических уравнений для нахождения значений решения в узлах. Получение первого и последнего уравнений системы. Условия диагонального преобладания в матрице системы. Теорема об оценке погрешности приближенного решения.

Тема 6. Метод сплайн-коллокации на основе В-сплайнов. Формула вычисления нормализованного кубического В-сплайна на интервале-носителе. Построение расширенной сетки. Получение системы линейных алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов разложения решения по базису из кубических В-сплайнов. Особенности матрицы данной системы, преобразование ее к трехдиагональной. Формулы вычисления В-сплайнов и их первых и вторых производных в узлах сетки. Условия диагонального преобладания в матрице системы. Теорема об оценке погрешности приближенного решения.

Тема 7. Построение схем повышенной точности метода сплайн-коллокации. Стратегия выбора узлов коллокации в случае несовпадения их с узлами сплайна. Структура матрицы системы. Построение схем повышенной точности метода сплайн-коллокации. Основные свойства схем, построенных на основе метода сплайн-коллокации.

РАЗДЕЛ 2. Методы расщепления решения многомерных нестационарных задач.

Тема 1. Устойчивость, лемма Келлога. Историческая справка по методам расщепления. Введение в проблему. Устойчивость разностных схем. Аппроксимация, сходимости. Леммы об ограниченности норм операторов, лемма Кэллога.

Тема 2. Схема Кранка – Николсона. Схема Кранка – Николсона для случая, когда оператор не зависит от времени. Редукция схемы к схеме расщепления. Доказательство аппроксимации схемы в общем случае. Доказательство устойчивости для однородной и неоднородной задачи.

Тема 3. Метод покомпонентного расщепления. Метод двуциклического покомпонентного расщепления. Метод покомпонентного расщепления в случае суммы двух положительно полуопределенных матриц. Оператор перехода. Доказательство аппроксимации. Коммутация операторов. Доказательство устойчивости. Реализация на компьютере. Метод

двумерного покомпонентного расщепления. Оператор перехода. Доказательство аппроксимации. Доказательство устойчивости. Реализация на компьютере.

Тема 4. Метод стабилизации. Метод предиктор - корректор. Метод стабилизации. Доказательство аппроксимации (сравнение со схемой Кранка – Николсона). Доказательство устойчивости в энергетической норме. Реализация на компьютере. Метод предиктор - корректор. Особенности использования устойчивых и неустойчивых схем. Аппроксимация схемы в целом.

Тема 5. Двумерное уравнение движения. Уравнение переноса субстанции вдоль траектории. Двумерное уравнение движения с переменными коэффициентами. Уравнение неразрывности. Кососимметричность оператора дифференцирования по пространству. Расщепление на элементарные операторы. Применение метода двумерного покомпонентного расщепления. Аппроксимация оператора по пространственным переменным. Дивергентная форма уравнения. Разностный аналог оператора. Потеря кососимметрической структуры. Преобразование к разностному оператору кососимметрической структуры.

РАЗДЕЛ 3. Численные методы решения интегральных уравнений.

Тема 1. Интегральные уравнения, классификация. Общая характеристика методов решения. Введение в проблему. Основные типы интегральных уравнений (Фредгольма, Вольтерры, 1 рода, 2 рода). Операторная запись уравнений. Области применения интегральных уравнений. Достоинства моделей, основанных на интегральных уравнениях. Неограниченность обратного оператора к вполне непрерывному, неустойчивость по правой части. Аппроксимационные методы. Проекционные методы. Итерационные методы.

Тема 2. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 2 рода, Фредгольма 2 рода. Применение квадратурных формул. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 2 рода, особенности метода, треугольная структура матрицы системы линейных алгебраических уравнений для нахождения решения в узлах сетки. Расчетные рекуррентные формулы. Пример применения формулы трапеций для замены интеграла конечной суммой. Метод квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода. Проблемы выбора квадратурной формулы. Нахождение характеристических чисел ядра. Метод простой итерации. Оценка приближения к точному.

Тема 3. Метод вырожденных ядер. Проекционные методы решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода. Определение вырожденного

ядра. Форма решения исходного интегрального уравнения. Получение системы линейных алгебраических уравнений. Аппроксимация произвольного ядра вырожденным. Невязка. Форма представления решения в линейном виде. Координатные функции. Метод наименьших квадратов. Отличительная особенность системы линейных алгебраических уравнений. Метод Бубнова-Галеркина. Получение системы линейных алгебраических уравнений. Метод коллокации. Определение коэффициентов разложения решения по координатным функциям.

Тема 4. Методы сведения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода к интегральному уравнению Вольтерра 2 рода. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода. Особенности дискретизации. Корректность задачи решения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода. Два метода сведения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода к интегральному уравнению Вольтерра 2 рода. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода. Особенности дискретизации. Определение значения решения в первом узле. Устойчивость решения, связь шага дискретизации с погрешностями исходных данных. Пример применения формулы трапеций. Использование формулы Лагранжа для нахождения решения в первом узле.

Тема 5. Интегральные уравнения Фредгольма 1 рода, общая характеристика, корректность по Адамару. Понятие корректности по Адамару. Причины неустойчивости решения. 4-я теорема Фредгольма. Повышение неустойчивости решения с уменьшением шага дискретизации.

Тема 6 Метод регуляризации Тихонова. Псевдорешение, нормальное решение, сглаживающий функционал. Условная корректность (корректность по Тихонову). Множество корректности. Существенно некорректные задачи. Регуляризирующий оператор (регуляризирующий алгоритм). Точное решение, псевдорешение, нормальное решение. Функционал Тихонова. Стабилизирующий функционал, Параметр регуляризации. Существование и единственность решения задачи минимизации функционала Тихонова.

Тема 7. Задача минимизации сглаживающего функционала. Уравнение Эйлера. Метод регуляризации Тихонова для решения интегрального уравнения Фредгольма 1 рода. Определение параметра регуляризации по невязке. Задача минимизации сглаживающего функционала. Уравнение Эйлера. Вид нормального решения. Метод регуляризации Тихонова для решения интегрального уравнения Фредгольма 1 рода. Сглаживающий, стабилизирующий функционал. Уравнение Тихонова. Определение параметра регуляризации по невязке. Вычислительная практика определения параметра регуляризации.

Тема 8. Метод подбора решения. Устойчивость метода, сходимость. Метод Иванова. Задача минимизации невязки. Эффективность метода подбора. Общезначимые требования, при которых метод подбора устойчив. Метод подбора решения для интегрального уравнения Фредгольма 1 рода. Метод Иванова. Понятие квазирешения. Проекция элемента на множество. Достаточные условия существования единственного квазирешения, непрерывно зависящего от правой части.

IV. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Лабораторная работа 1. Метод Рунге. Метод Гаусса.

Лабораторная работа 2. Метод конечных элементов.

Лабораторная работа 3. Сплайн-разностная схема.

Лабораторная работа 4. Метод сплайн-коллокации на основе В-сплайнов.

Лабораторная работа 5. Методы расщепления.

Лабораторная работа 6. Интегральные уравнения 2 рода.

Лабораторная работа 7. Интегральные уравнения 1 рода.

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ (И ОНЛАЙН КУРСА ПРИ НАЛИЧИИ)

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)» включает в себя:

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	2 недели	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Метод Рунге. Метод Гаусса.	4 часа	лабораторная работа
2	2 недели	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Метод конечных элементов.	4 часа	лабораторная работа
3	2 недели	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Сплайн-разностная схема.	4 часа	лабораторная работа
4	2 недели	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Метод сплайн-коллокации на основе В-сплайнов.	4 часа	лабораторная работа
5	2 недели	Подготовка к коллоквиуму «Вариационные и проекционные методы численного решения задач математической физики». Подготовка курсовой работы.	16 часов	Коллоквиум
6	2 недели	Работа над конспектом лекции,	4 часа	лабораторная работа

		подготовка к лабораторной работе: Методы расщепления		
7	2 недели	Подготовка к коллоквиуму «Методы расщепления решения многомерных нестационарных задач». Подготовка курсовой работы.	12 часов	Коллоквиум
8	2 недели	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Интегральные уравнения 2 рода.	4 часа	лабораторная работа
9	2 недели	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Интегральные уравнения 1 рода.	4 часа	лабораторная работа
10	2 недели	Подготовка к коллоквиуму «Численные методы решения интегральных уравнений». Подготовка курсовой работы.	16 часов	Коллоквиум
11	Сессия	Подготовка к экзамену	72 часа	Экзамен

Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

Самостоятельная работа студентов состоит из подготовки к лабораторным работам в компьютерном классе, работы над рекомендованной литературой и текстами лекций в процессе изучения теоретического материала, а также выполнение курсовой работы.

Темы заданий для самостоятельной работы представлены в плане-графике выполнения самостоятельной работы по дисциплине.

При подготовке к лабораторным занятиям необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Рекомендуется использовать методические указания и материалы по курсу «Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)», текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

При подготовке к коллоквиумам дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать.

При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

Курсовая работа преследует цель: научить студента владеть методикой самостоятельного научного исследования; закрепить и углубить полученные

знания, выработать навыки их применения в решении конкретных учебно-научных проблем.

Курсовая работа состоит из следующих структурных частей: введение, основная часть, заключение, список источников и литературы, приложений. Общий объем курсовой работы должен быть в пределах 25-30 стр.

Работа должна быть написана строго научным языком, не должна иметь грамматических, стилистических, пунктуационных ошибок и опечаток. Курсовая работа студента по выбранной теме включает следующие этапы:

- составление библиографии;
- определение круга опубликованных и архивных источников;
- выделение основных вопросов, составляющих тему;
- составление рабочего плана и структуры работы;
- систематизация и аналитическая обработка собранного материала;
- обобщение полученных результатов;
- оформление и защита работы.

Введение должно включать в себя обязательные составляющие части, расположенные в следующей последовательности:

1. Обоснование актуальности и значимости выбранной темы.

2. Анализ научной литературы — степень изученности темы отечественными и зарубежными исследователями, разработанные и нерешенные проблемы.

3. Определение цели, задач работы. Цель, как правило, совпадает с наименованием темы.

4. Характеристика источников, привлеченных для раскрытия темы.

В основной части работы решаются задачи, поставленные во введении. Структура основной части может быть различной: две-три-четыре главы без подглав или две-три главы с подглавами. Главы должны иметь заголовки, отражающие их содержание.

Заключение, которое является самостоятельной частью научной работы, не должно содержать пересказ содержания исследования или повтор выводов, которые были сделаны в главах. Здесь подводятся авторские итоги теоретической и практической разработки темы, отражается решение задач, заявленных во введении, даются обобщающие выводы по исследуемой теме. Заключение не должно содержать новых сведений, фактов, аргументов, а выводы должны логически вытекать из основного текста работы.

Приложения могут быть выполнены в виде таблиц, рисунков, графиков, карт, ксерокопий документов и т. д. В приложении надо указать на основе каких источников оно составлено. Но данный раздел работы не является обязательным.

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Результатом самостоятельной работы являются отчеты по лабораторным работам и защита курсовой работы.

В процессе подготовки отчетов к лабораторным работам у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Алгоритм метода;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание тестов, на которых программа проходила проверку;
- Результаты численного эксперимента.

Защита курсовой работы Курсовая работа должна быть защищена до начала зачетной недели сессии, Защиту курсовой работы проводит комиссия, составленная из преподавателей кафедры.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Отчет по лабораторной работе должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к экзамену.

Критерии выставления оценки на защите курсовой работы:

«отлично» выставляется студенту, если студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Студент знает и владеет навыком самостоятельной исследовательской работы по теме исследования; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно,

«хорошо» - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы,

«удовлетворительно»- студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы,

«неудовлетворительно»- если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

На экзамене оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценка по дисциплине может быть выставлена по результатам коллоквиумов. При этом критерии оценки те же, что и на экзамене.

Вопросы к экзамену

1. Вариационные методы математической физики. Уравнение Эйлера.
2. Пространства Соболева.

3. Метод Рунге.
4. Метод Галеркина.
5. Теорем об эквивалентности решения вариационной задачи и операторного уравнения.
6. Метод конечных элементов. Общие положения.
7. Метод конечных элементов решения краевой задачи 1.
8. Метод конечных элементов решения краевой задачи 2(Разбиение области на треугольники).
9. Метод конечных элементов решения краевой задачи 2(Разбиение области на прямоугольники).
10. Метод сплайн-коллокации. Общие положения.
11. Сплайн-разностная схема.
12. Метод сплайн-коллокации на основе В-сплайнов.
13. Построение схем повышенной точности метода сплайн-коллокации.
14. Методы расщепления, устойчивость, лемма Келлога.
15. Схема Кранка – Николсона, аппроксимация, устойчивость для однородной задачи.
16. Схема Кранка – Николсона, аппроксимация, устойчивость для неоднородной задачи.
17. Метод покомпонентного расщепления.
18. Метод двуциклического покомпонентного расщепления.
19. Метод стабилизации.
20. Метод предиктор - корректор.
21. Двумерное уравнение движения.
22. Интегральные уравнения, классификация. Общая характеристика методов решения.
23. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 2 рода.
24. Метод квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
25. Метод вырожденных ядер решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
26. Проекционные методы решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
27. Методы сведения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода к интегральному уравнению Вольтерра 2 рода.
28. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода. Особенности дискретизации.
29. Интегральные уравнения Фредгольма 1 рода, общая характеристика, корректность по Адамару.

30. Метод регуляризации Тихонова. Корректность по Тихонову, регуляризирующий оператор.
31. Метод регуляризации Тихонова. Псевдорешение, нормальное решение, сглаживающий функционал.
32. Задача минимизации сглаживающего функционала. Уравнение Эйлера.
33. Метод регуляризации Тихонова для решения интегрального уравнения Фредгольма 1 рода. Определение параметра регуляризации по невязке.
34. Метод подбора решения. Устойчивость метода, сходимость.
35. Метод Иванова.

Темы курсовых работ

1. Элементы теории обобщенных функций.
2. Пространства Соболева. Пространства следов.
3. Эквивалентность вариационной задачи и задачи минимизации квадратичного функционала.
4. Понятие сплайна. Свойства сплайнов.
5. Метод конечных элементов.
6. Триангуляция области и построение базисных функций в методе конечных элементов.
7. Пакет Free-FEM. Основные правила применения пакета Free Fem при решении эллиптических краевых задач.
8. Основные модели динамики идеальной жидкости.
9. Основные модели динамики вязкой жидкости.
10. Уравнение переноса в качестве модели адвекции (переноса) вещества. Модель адвекции-реакции.
11. Уравнение теплопроводности в качестве простейшей диффузионной модели распространения тепла.
12. Уравнение Пуассона в качестве простейшей модели стационарных процессов.
13. Волновое уравнение в качестве простейшей модели волновых процессов распространения акустических волн.
14. Сущность метода проекций дискретизации краевых задач. Основные проекционные методы.
15. Сущность метода коллокаций дискретизации краевых задач.
16. Сущность метода Галеркина дискретизации краевых задач. Сведение дифференциальной формулировки к вариационной формулировке.

17. Эквивалентность вариационных формулировок для простейшей одномерной краевой задачи Дирихле.
18. Понятие о сильном, полусильном, полуслабом и слабом решениях краевой задачи на примере одномерной задачи Дирихле.
19. Применение математического моделирования в динамике жидкости. Примеры гидродинамических моделей.
20. Применение пакетов прикладных программ для дискретизации и численного решения краевых задач.
21. Понятие обобщенной функции. Пространство обобщенных функций.
22. Элементы вариационного исчисления.
23. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.
24. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.
25. Основные понятия метода конечных разностей. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем.
26. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.
27. Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным.
28. Методы расщепления многомерных задач по физическим процессам.

VI. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Вариационные и проекционные методы численного решения задач математической физики	ПК-1	знает	коллоквиум (УО-2).	1 - 13
			умеет	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
2	Методы расщепления решения многомерных нестационарных задач	ПК-1	знает	коллоквиум (УО-2).	14 - 21
			умеет	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
3	Численные методы решения интегральных уравнений	ПК-1	знает	коллоквиум (УО-2).	22 - 35
			умеет	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе

VII. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература (электронные и печатные издания)

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. – 636с.
2. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397
3. Волков, Е.А. Численные методы / Е.А. Волков. – СПб.: Лань, 2008. – 256с.
4. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=54
5. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. – 240с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=56911
6. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов: [учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов "Прикладная математика"] / В. М. Вержбицкий — Изд. 2-е, перераб. — М.: Высшая школа, 2005 — 840 с.
7. Вержбицкий В. М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения: [учебное пособие для вузов, обучающихся по математическим специальностям и направлениям подготовки дипломированных специалистов в области техники и технологии] / В. М. Вержбицкий. - 2-е изд., испр. - М.: ОНИКС 21 век, 2005. - 400 с
8. Волков Е. А. Численные методы: учебное пособие / Е. А Волков — Изд. 3-е, испр. — СПб.: Лань, 2004 .— 248 с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература)
9. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – СПб: Лань, 2011. – 672с.
10. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2025
11. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений: [учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности (направлению) подготовки ВПО 010501 (010500.62) "Прикладная математика и информатика" (ОПД.Ф.09 - Численные методы)] / В. Е. Зализняк; Сибирский федеральный университет (СФУ) — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Юрайт, 2012 — 357 с.
12. Костомаров Д. П. Вводные лекции по численным методам: учебное пособие / Д. П. Костомаров, А. П. Фаворский; МГУ им. М. В. Ломоносова. - М.: Логос, 2004. - 184 с. (Классический университетский учебник).
13. Формалев В. Ф., Ревизников Д. Л. Численные методы. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 400 с.

14. Копчёнова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах, 2-е изд - Лань, 2008, 368 с
15. Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике: Учебное пособие - М: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 523 с: ил., табл.- (Серия «Основы информационных технологий»)
16. В. И. Киреев, А. В. Пантелеев Численные методы в примерах и задачах
17. Изд.: Высшая школа, 2008 г.

Дополнительная литература

(печатные и электронные издания)

1. Шевцов, Г. С., Крюкова О.Г., Мызникова Б. И. Численные методы линейной алгебры / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. – СПб.: Лань, 2011. – 496с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1800
2. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб / Н.Н. Калиткин. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 586с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350803>
3. Амосов А.А. Вычислительные методы / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. – СПб.: Лань, 2014. – 672с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42190
4. Верлань А.Ф. Интегральные уравнения. – Киев: Наукова думка, 1986 г.
5. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980 г.
6. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984
7. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы: В 2-х т.-М.: Наука, 1976-1977.
8. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
9. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1982.
10. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
11. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики, М.: Наука, 1970.
12. Ильин В.П., Кузнецов Ю.И. Алгебраические основы численного анализа. Новосибирск: Наука, АН СССР СО ВЦ, 1986.
13. Колобов А.Г. Метод сплайн-коллокации. Методические указания- Владивосток, 1998
14. Колобов А.Г. Сплайн-функции. Методические указания- Владивосток, 1999 г.
15. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы-М.: Наука, 1989. 432 с.
16. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Лабораторный практикум по курсу “Численные методы и методы вычислений и выч. практикум”. Владивосток: ДВГУ, 1991.

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

1. <http://window.edu.ru/resource/756/77756> Берков Н.А., Елисеева Н.Н. Математический практикум с применением пакета Mathcad: Учебное пособие. - М: МГИУ, 2006. - 135 с.
2. <http://window.edu.ru/resource/203/75203> Кузнецов, Г.В. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет; Томский политехнический университет. - Томск: Изд-во ТПУ, 2007. - 172 с.
3. <http://window.edu.ru/resource/041/74041> Фаддев М.А., Марков К.А. Численные методы: Учебное пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. - 158 с.
4. <http://window.edu.ru/resource/958/40958> Корнюшин П.Н. Численные методы: Учебное пособие. - Владивосток: ТИДОТ ДВГУ, 2002. - 104 с.
5. <http://window.edu.ru/resource/091/62091> Вычислительная математика. Часть первая: Учебное пособие для студентов дневного и заочного обучения технических и химико-технологических специальностей. - Ангарск: АГТА, 2003. - 82 с.
6. <http://window.edu.ru/resource/156/71156> Гладких О.Б., Прокуратова О.Н. Введение в численные методы: Учебно-методическое пособие. - Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2008. - 140 с.

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

1. Операционная система Windows.
2. Microsoft Office.
3. Компилятор с СИ++.
4. Пакет прикладных программ Mathematica.
5. Пакет прикладных программ Matlab.
6. Пакет прикладных программ Mathcad.
7. Пакет прикладных программ Maple.

VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины. Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины:

Изучение конспекта лекции в тот же день после лекции – 10–15 минут.

Повторение лекции за день перед следующей лекцией – 10–15 минут.

Изучение теоретического материала по учебнику и конспекту – 1 час в неделю.

Подготовка к лабораторному занятию и работе в компьютерном классе – 1 час.

Выполнение курсовой работы – 2 часа.

Тогда общие затраты времени на освоение курса «Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)» студентами составят около 4,5 часа в неделю.

2. Описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»). При изучении численных методов следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После окончания учебных занятий для закрепления материала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня, разобрать рассмотренные примеры (10–15 минут).

2. При подготовке к лекции следующего дня повторить текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть следующая тема (10–15 минут).

3. В течение недели выбрать время для работы со специальной литературой в библиотеке и для занятий на компьютере (по 3 часа).

4. При подготовке к лабораторным занятиям следующего дня необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и опробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса. Рекомендуется использовать методические указания и материалы по курсу «Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)», текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

4. Рекомендации по работе с литературой. Теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию

лекций изучаются и книги. Литературу по курсу желательно изучать в библиотеке. Полезно использовать несколько учебников, однако легче освоить курс, придерживаясь одного учебника и конспекта. Рекомендуется, кроме «заучивания» материала, добиться понимания изучаемой темы дисциплины. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе и попробовать ответить на следующие вопросы: о чем эта глава, какие новые понятия в ней введены.

5. Советы по подготовке к экзамену. Дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами. При подготовке к лабораторной работе или коллоквиуму необходимо сначала прочитать теорию по каждой теме. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать, наметить общий план решения.

7. Курсовая работа – вид самостоятельной учебной работы и контроля качества обучения студента на определенных этапах выполнения учебного плана по направлению подготовки. Курсовая работа должна носить творческий исследовательский характер и быть направленной на приобретение и развитие, во-первых, практических умений и навыков по дисциплине учебного плана, во-вторых, компетенций по избранной специальности.

Цели и задачи курсовой работы:

- углубленное изучение дисциплины, закрепление практических умений и навыков;
- овладение навыками самостоятельной учебной и научно-исследовательской работы;
- выработка умения логически строить и последовательно излагать материал по теме, формулировать суждения и убедительные выводы;
- формирование умения публичной защиты;

- определение собственных интересов в спектре предлагаемых практических проблем и задач социально-экономического развития общества;
- подготовка к выполнению дипломной работы.

IX. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Мультимедийная аудитория (мультимедийный проектор Optima EX542I – 1 шт.; аудио усилитель QVC RMX 850–1 шт.; колонки – 1 шт.; ноутбук; ИБП – 1 шт.; настенный экран; микрофон – 1 шт.) для проведения лекций в формате презентаций.

2. Учебный компьютерный класс и Мультимедийный класс с выходом в сеть Интернет.

X. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине созданы фонды оценочных средств:

Текущая аттестация студентов по дисциплине «Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в форме коллоквиумов и лабораторных работ по оцениванию фактических результатов обучения студентов. Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками;
- результаты самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods for differential equations)» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в виде экзамена в устной форме (ответы на вопросы экзаменационных билетов) и защиты курсовой работы.

**Критерии выставления оценки студенту на экзамене по дисциплине
«Численные методы дифференциальных уравнений (Numerical methods
for differential equations)»**

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по дисциплине.

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Вариационные методы математической физики. Уравнение Эйлера.
2. Пространства Соболева.
3. Метод Ритца.
4. Метод Галеркина.
5. Теорем об эквивалентности решения вариационной задачи и операторного уравнения.
6. Метод конечных элементов. Общие положения.
7. Метод конечных элементов решения краевой задачи 1.
8. Метод конечных элементов решения краевой задачи 2(Разбиение области на треугольники).
9. Метод конечных элементов решения краевой задачи 2(Разбиение области на прямоугольники).
10. Метод сплайн-коллокации. Общие положения.

11. Сплайн-разностная схема.
12. Метод сплайн-коллокации на основе В-сплайнов.
13. Построение схем повышенной точности метода сплайн-коллокации.
14. Методы расщепления, устойчивость, лемма Келлога.
15. Схема Кранка – Николсона, аппроксимация, устойчивость для однородной задачи.
16. Схема Кранка – Николсона, аппроксимация, устойчивость для неоднородной задачи.
17. Метод покомпонентного расщепления.
18. Метод двуциклического покомпонентного расщепления.
19. Метод стабилизации.
20. Метод предиктор - корректор.
21. Двумерное уравнение движения.
22. Интегральные уравнения, классификация. Общая характеристика методов решения.
23. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 2 рода.
24. Метод квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
25. Метод вырожденных ядер решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
26. Проекционные методы решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
27. Методы сведения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода к интегральному уравнению Вольтерра 2 рода.
28. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода. Особенности дискретизации.
29. Интегральные уравнения Фредгольма 1 рода, общая характеристика, корректность по Адамару.
30. Метод регуляризации Тихонова. Корректность по Тихонову, регуляризирующий оператор.
31. Метод регуляризации Тихонова. Псевдорешение, нормальное решение, сглаживающий функционал.
32. Задача минимизации сглаживающего функционала. Уравнение Эйлера.
33. Метод регуляризации Тихонова для решения интегрального уравнения Фредгольма 1 рода. Определение параметра регуляризации по невязке.
34. Метод подбора решения. Устойчивость метода, сходимость.
35. Метод Иванова.

Вопросы для коллоквиумов

Коллоквиум № 1 «Вариационные и проекционные методы численного решения задач математической физики»

1. Вариационные методы математической физики. Уравнение Эйлера.
2. Пространства Соболева.
3. Метод Рунге.
4. Метод Галеркина.
5. Теорем об эквивалентности решения вариационной задачи и операторного уравнения.
6. Метод конечных элементов. Общие положения.
7. Метод конечных элементов решения краевой задачи 1.
8. Метод конечных элементов решения краевой задачи 2(Разбиение области на треугольники).
9. Метод конечных элементов решения краевой задачи 2(Разбиение области на прямоугольники).
10. Метод сплайн-коллокации. Общие положения.
11. Сплайн-разностная схема.
12. Метод сплайн-коллокации на основе В-сплайнов.
13. Построение схем повышенной точности метода сплайн-коллокации.

Коллоквиум № 2 «Методы расщепления решения многомерных нестационарных задач»

1. Методы расщепления, устойчивость, лемма Келлога.
2. Схема Кранка – Николсона, аппроксимация, устойчивость для однородной задачи.
3. Схема Кранка – Николсона, аппроксимация, устойчивость для неоднородной задачи.
4. Метод покомпонентного расщепления.
5. Метод двуциклического покомпонентного расщепления.
6. Метод стабилизации.
7. Метод предиктор - корректор.
8. Двумерное уравнение движения.

Коллоквиум № 3 «Численные методы решения интегральных уравнений»

1. Интегральные уравнения, классификация. Общая характеристика методов решения.
2. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 2 рода.
3. Метод квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
4. Метод вырожденных ядер решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.
5. Проекционные методы решения интегрального уравнения Фредгольма 2 рода.

6. Методы сведения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода к интегральному уравнению Вольтерра 2 рода.
7. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра 1 рода. Особенности дискретизации.
8. Интегральные уравнения Фредгольма 1 рода, общая характеристика, корректность по Адамару.
9. Метод регуляризации Тихонова. Корректность по Тихонову, регуляризирующий оператор.
10. Метод регуляризации Тихонова. Псевдорешение, нормальное решение, сглаживающий функционал.
11. Задача минимизации сглаживающего функционала. Уравнение Эйлера.
12. Метод регуляризации Тихонова для решения интегрального уравнения Фредгольма 1 рода. Определение параметра регуляризации по невязке.
13. Метод подбора решения. Устойчивость метода, сходимость.
14. Метод Иванова.

Критерии выставления оценки по результатам коллоквиума:

«отлично» - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

«хорошо» - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна-две неточности в ответе.

«удовлетворительно» - оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько

ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

«неудовлетворительно» - ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

Типовые задания для лабораторных работ

Задание1.

1. Построить систему Рунца в методе Рунца.
2. Найти решение системы с использованием пакетов Mathematica или Maple.
3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученные результаты и погрешности решения.

Задание2.

1. Построить систему уравнений в методе Галеркина.
2. Найти решение системы с использованием пакетов Matlab или Mathcad.
3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученные результаты и погрешности решения.

Задание3.

1. Построить систему уравнений в методе конечных элементов.
2. Найти решение системы с использованием пакетов Matlab или Mathcad.
3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученные результаты и погрешности решения.

Задание4.

1. Построить систему уравнений в методе сплайн-коллокации (сплайн-разностная схема).
2. Найти решение системы с использованием пакетов Mathematica или Maple
3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученные результаты и погрешности решения.

Задание5.

1. Построить систему уравнений в методе сплайн-коллокации (на основе В-сплайнов).

2. Найти решение системы с использованием пакетов Matlab или Mathcad.

3. Вывести в файл результатов «rez.txt» полученные результаты и погрешности решения.

Этапы выполнения работы.

1. Провести исследование возможности применения вариационных методов к решению данной задачи. Выполнить необходимые преобразования.

2. Провести алгоритмизацию задачи и создать программу решения системы линейных алгебраических уравнений по методу, приложенному в задании. Программа должна учитывать структуру ввода и вывода исходных данных в соответствующий пакет программ лабораторной работы.

3. Запустить свою программу из программы лабораторной работы и сравнить результаты работы своей программы и программы, встроенной в пакет.

4. Сравнить полученные результаты с точным решением. Сделать вывод о полученных результатах.

5. Используя полученную численную и графическую информацию, ответить на контрольные вопросы.

6. Оформить отчет, содержащий основные результаты работы.

В письменном отчете должны содержаться:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Алгоритм метода;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание тестов, на которых программа проходила проверку;
- Результаты численного эксперимента.

Критерии оценивания лабораторной работы

Результатом лабораторной работы является отчет по лабораторной работе.

В процессе подготовки отчетов к лабораторным работам у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний.

Отчет по лабораторной работе должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и

свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к экзамену.

Темы курсовых работ

1. Элементы теории обобщенных функций.
2. Пространства Соболева. Пространства следов.
3. Эквивалентность вариационной задачи и задачи минимизации квадратичного функционала.
4. Понятие сплайна. Свойства сплайнов.
5. Метод конечных элементов.
6. Триангуляция области и построение базисных функций в методе конечных элементов.
7. Пакет Free-FEM. Основные правила применения пакета Free Fem при решении эллиптических краевых задач.
8. Основные модели динамики идеальной жидкости.
9. Основные модели динамики вязкой жидкости.
10. Уравнение переноса в качестве модели адвекции (переноса) вещества. Модель адвекции-реакции.
11. Уравнение теплопроводности в качестве простейшей диффузионной модели распространения тепла.
12. Уравнение Пуассона в качестве простейшей модели стационарных процессов.
13. Волновое уравнение в качестве простейшей модели волновых процессов распространения акустических волн.
14. Сущность метода проекций дискретизации краевых задач. Основные проекционные методы.
15. Сущность метода коллокаций дискретизации краевых задач.
16. Сущность метода Галеркина дискретизации краевых задач. Сведение дифференциальной формулировки к вариационной формулировке.
17. Эквивалентность вариационных формулировок для простейшей одномерной краевой задачи Дирихле.
18. Понятие о сильном, полусильном, полуслабом и слабом решениях краевой задачи на примере одномерной задачи Дирихле.
19. Применение математического моделирования в динамике жидкости. Примеры гидродинамических моделей.
20. Применение пакетов прикладных программ для дискретизации и численного решения краевых задач.
21. Понятие обобщенной функции. Пространство обобщенных функций.
22. Элементы вариационного исчисления.
23. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.

24. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.

25. Основные понятия метода конечных разностей. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем.

26. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.

27. Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным.

28. Методы расщепления многомерных задач по физическим процессам.

Критерии выставления оценки на защите курсовой работы

«отлично» выставляется студенту, если студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Студент знает и владеет навыком самостоятельной исследовательской работы по теме исследования; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно,

«хорошо» - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы,

«удовлетворительно»- студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы,

«неудовлетворительно»- если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.