



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП

 Пак Т.В.

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор департамента Математического  
и компьютерного моделирования

 Сущенко А.А.  
«25» марта 2022г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
Дополнительные главы математической физики  
Направление подготовки **02.03.01 Математика и компьютерные науки**  
(Сквозные цифровые технологии)  
**Форма подготовки очная**

курс 4 семестр 7  
лекции 16 час.  
практические занятия 00 час.  
лабораторные работы 32 час.  
в том числе с использованием МАО лек. час./ пр. час./ лаб. час  
всего часов аудиторной нагрузки 48 час.  
самостоятельная работа 96 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 00 час.  
контрольные работы (количество) не предусмотрены  
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены  
зачет 7 семестр  
экзамен не предусмотрены.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 № 807 (с изменениями и дополнениями)

Рабочая программа обсуждена на заседании департамента математического и компьютерного моделирования, протокол № 6 от «05» марта 2022 г.

Директор департамента математического и компьютерного моделирования Сущенко А. А.  
Составитель: д.ф.-м.н., профессор Г.В. Алексеев

Владивосток  
2022

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Учебно-методический комплекс дисциплины «Уравнения математической физики» разработан для студентов 4 курса по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данному направлению и положением об учебно-методических комплексах дисциплин образовательных программ высшего профессионального образования (утверждено приказом и.о. ректора ДВФУ от 17.04.2012 № 12-13-87).

Дисциплина «Дополнительные главы математической физики» базируется на «Математическом анализе», «Алгебре», «Дифференциальных уравнениях», служит основой для дальнейшего более углубленного изучения классических и современных методов математической физики и выработки практических рекомендаций по их применению при решении прикладных задач, возникающих в различных областях знаний, а также для проведения научно-исследовательских работ.

В настоящем курсе «Дополнительные главы математической физики» выводятся дифференциальные уравнения в частных производных, моделирующие различные физические процессы, обсуждаются общие вопросы теории уравнений в частных производных первого и второго порядков, а также излагаются классические методы решения начально-краевых и краевых задач для основных уравнений математической физики: уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Программа курса составлена на основе методологии математического моделирования. Большое внимание при чтении данного курса уделяется не только изложению строгих математических методов решения задач математической физики, но и физическому анализу полученных решений.

Вторая половина 20-го века охарактеризовалась появлением большого количества задач высшей сложности, возникших в естественных, политических и социальных науках так же, как и в практической

деятельности человечества. Это обстоятельство вместе с бурным развитием математических и вычислительных наук привело к созданию новой технологии научного познания естественных и общественных явлений. Указанная технология, которая особенно интенсивно развивалась учеными всего мира в течение последних 50 лет, основана на триаде: методе математического моделирования, вычислительных алгоритмах и компьютерно-информационных технологиях. Сущность этой технологии заключается в сведении задачи изучения конкретного объекта, процесса или явления к задаче изучения его «образа» – математической модели и применении для исследования последней задачи хорошо развитых к настоящему времени абстрактных математических методов, современных численных алгоритмов, ориентированных на использование ЭВМ, и новейших информационных технологий.

Использование метода математического моделирования при изучении различного рода процессов, безусловно, имеет ряд преимуществ по сравнению, например, с методом натурального эксперимента. К числу основных преимуществ метода относятся его безопасность, экологичность, относительная быстрота, универсальность, экономичность. Более того, исследование некоторых актуальных в настоящее время проблем возможно только на основе метода математического моделирования ввиду губительных последствий проведения натурального эксперимента.

К настоящему времени также стало ясно, что ряд традиционных курсов, читаемых в университетах, можно рассматривать с единых позиций метода математического моделирования. Особенно это относится к курсу «Уравнения математической физики», входящему в обязательную программу ряда физико-математических специальностей. В этом можно убедиться из оглавления практически любого учебника по уравнениям математической физики, где можно найти как вывод основных уравнений математической физики, так и применение абстрактных математических методов для нахождения решений краевых и начально-краевых задач для этих уравнений,

а также физическую интерпретацию построенных решений. И то, и другое, и третье составляет основы методологии математического моделирования.

Именно на основе методологии математического моделирования составлена настоящая программа. С учетом этого одна из первых лекций посвящена изложению сущности метода математического моделирования и применения указанного метода для изучения физических процессов. Еще одной особенностью настоящей программы курса «Уравнения математической физики» является то, что, наряду с изложением ряда строгих математических методов решения основных уравнений математической физики, в ней большое внимание уделяется изложению вопросов, связанных с физическим анализом полученных решений.

В результате освоения данной дисциплины обучающийся должен:

- 1) Знать: сущность метода математического моделирования (МММ), правила применения МММ при исследовании различных физических процессов и основные методы решения краевых задач и начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных математической физики.
- 2) Уметь: формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно-исследовательской деятельности при изучении физических и других естественных процессов и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать конкретные методы, необходимые для решения той или иной задачи математической физики, исходя из задач конкретного исследования; обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных в области математической физики и смежных областей; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, рефератов, статей, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати; и делать на основе

проведенных исследований правильные выводы о свойствах изучаемых физических процессов.

3) Владеть: фундаментальными знаниями в области метода математического моделирования и методов математической физики, навыками самостоятельной научно-исследовательской деятельности, требующей широкого образования в соответствующем направлении, способностью использовать полученные знания в профессиональной деятельности.

**Целью** дисциплины является изучение принципов построения математических моделей физических процессов в виде дифференциальных уравнений математической физики, изучение постановок начально-краевых задач для основных уравнений математической физики и нахождение их решений с помощью основных методов: метода Фурье, метода распространяющихся волн, метода характеристик, метода интегральных преобразований, методов теории потенциала, метода граничных интегральных уравнений, метода функций Грина.

По завершении освоения данной дисциплины студент должен обладать:

способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1);

способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3);

**Задачи:**

- познакомить студентов с классическими уравнениями математической физики: уравнением теплопроводности, волновым уравнением, уравнением Пуассона и уравнением переноса

- познакомить студентов с основными принципами применения основных методов математической физики для решения начально-краевых задач математической физики;

- научить студентов основным методам решения краевых задач математической физики и качественному анализу свойств их решений.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общекультурные/ общепрофессиональные/ профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Категория (группа) общепрофессиональных компетенций	Категория (группа) общепрофессиональных компетенций	Категория (группа) общепрофессиональных компетенций
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 знает основы в области математических и (или) естественных наук.  ОПК-1.2 умеет использовать их в профессиональной деятельности.  ОПК-1.3 владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

Профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Задача профессиональной деятельности	Объекты или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ иных требований, предъявляемых к выпускникам)
Тип задач профессиональной деятельности: научно-исследовательский				
-анализ рынка новых решений в области наукоемких технологий и пакетов программ для решения прикладных задач; -применение методов математического и алгоритмического моделирования при	Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях,	ПК-1 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	ПК-1.1 Знает постановки классических задач математики  ПК-1.2 Умеет корректно ставить естественнонаучные задачи, на основе знания постановок классических задач математики	<b>Профессиональный стандарт "Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования»</b>  <b>Профессиональный стандарт "Программист"</b>

<p>анализе прикладных проблем; -использование базовых математических задач и математических методов в научных исследованиях; -использование технологий и компьютерных систем управления объектами; -применение математических методов экономики, актуарно-финансового анализа и защиты информации;</p>	<p>в том числе в междисциплинарных. Объектами профессиональной деятельности могут быть имитационные модели сложных процессов управления, программные средства, администрирование вычислительных, информационных процессов, а также других процессов цифровой экономики.</p>		<p>ПК-1.3 Владеет навыками постановки математически корректных задач математики</p>	<p><b>Профессиональный стандарт "Системный аналитик"</b></p> <p><b>Профессиональный стандарт "Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам"</b></p> <p><b>Профессиональный стандарт «Руководитель разработки программного обеспечения»</b></p> <p><b>Профессиональный стандарт "Специалист по тестированию в области информационных технологий"</b></p>
--	---	--	---	--

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Дополнительные главы математической физики» применяются следующие методы интерактивного обучения: лекция-беседа, метод автоматизированного обучения.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Раздел 1. Метод разделения переменных (метод Фурье) и волновые процессы на прямой. (3 час.)**

Спектральная задача для простейшего одномерного дифференциального оператора 2-го порядка. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Применение метода Фурье для уравнения свободных колебаний струны. Обоснование метода Фурье для уравнения свободных колебаний струны. Метод Фурье для вынужденных колебаний струны (с подвижными границами). Спектральная задача для одномерного дифференциального оператора с переменными коэффициентами. Формулировка теоремы существования и свойства решения спектральной

задачи (собственных значений и функций). Применение метода Фурье для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.

## **Раздел 2. Метод разделения переменных (метод Фурье) и волновые процессы в пространстве. (3 час.)**

Многомерная спектральная задача. Формулировка теоремы существования и свойства решения (собственных значений и функций). Применение метода Фурье для двумерного волнового уравнения. Колебания прямоугольной мембраны. Физический анализ решения. Применение метода Фурье для уравнения колебаний круглой мембраны. Цилиндрические функции Бесселя, Неймана и Ханкеля.

## **Раздел 3. Параболические уравнения и тепловые процессы. (4 час.)**

Принцип максимума для трехмерного однородного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи. Принцип максимума для уравнения параболического типа с переменными коэффициентами. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи. Решение первой краевой задачи для одномерного однородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Обоснование метода Фурье. Решение первой краевой задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Постановка задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения. Применение метода Фурье для решения одномерной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение и его свойства. Обоснование метода Фурье для задачи Коши для уравнения теплопроводности. Физический анализ решения. Сущность метода интегральных преобразований. Применение для решения задачи Коши для неоднородного одномерного уравнения теплопроводности.

#### **Раздел 4. Элементы теории эллиптических уравнений и гармонических функций. (4 час.)**

Понятие гармонической функции. Понятие сингулярного, регулярного и фундаментального решений для уравнений Пуассона и Гельмгольца. Их свойства и физический смысл. Элементы теории обобщенных функций.  $\delta$ -функция и ее физический смысл. Интегральные формулы Грина. Интегральное представление гладких функций. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и следствия к нему. Теоремы о единственности и устойчивости решений первой краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона. Теоремы о единственности решений второй и третьей краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в круге, кольце, прямоугольнике методом Фурье. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в круге. Поведение гармонической функции на бесконечности. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре.

#### **Раздел 5. Элементы теории объемного потенциала. (3 час.)**

Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Теорема о непрерывности равномерно сходящегося интеграла. Понятие и физический смысл потенциала (объемного, простого и двойного слоя). Объемный потенциал. Теорема о непрерывной дифференцируемости объемного потенциала в пространстве. Вторые производные объемного потенциала. Дифференциальное уравнение для объемного потенциала.

#### **Раздел 6. Элементы теории потенциалов простого и двойного слоя. (2 час.)**

Потенциал простого слоя и его свойства. Формулы для скачка его нормальных производных на границе. Потенциал двойного слоя и его свойства. Формулы для скачка предельных значений на границе. Метод функций Грина решения краевой задачи для уравнения Пуассона.

Элементы теории интегральных уравнений. Альтернатива Фредгольма. Формулировка теорем Фредгольма. Сущность метода граничных интегральных уравнений. Сведение задачи Дирихле для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению. Сведение задачи Неймана для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

На практических занятиях студенты решают задачи на избранные темы. В рамках самостоятельной работы студентов запланирована одна индивидуальная домашняя письменная контрольная работа в 6-ом семестре. Цель её – закрепление пройденного теоретического и практического материала.

**Занятие 1.** Применение метода Фурье для неоднородного уравнения колебания струны. Физический анализ решения. (2 час.)

**Занятие 2.** Применение метода Фурье для однородного уравнения колебания мембраны. Физический анализ решения. (2 час.)

**Занятие 3.** Применение метода Фурье для однородного одномерного уравнения теплопроводности. Физический анализ решения. (2 час.)

**Занятие 4.** Применение метода Фурье для неоднородного уравнения теплопроводности. Физический анализ решения. (2 час.)

**Занятие 5.** Решение задачи Коши для неоднородного уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований. Физический анализ решения. (2 час.)

**Занятие 6.** Основные свойства гармонических функций. (2 час.)

**Занятие 7.** Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике. (2 час.)

**Занятие 8.** Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольном параллелепипеде. (2 час.)

**Занятие 9.** Свойства объемного потенциала и потенциалов простого и двойного слоя. (2 час.)

### **III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

**Самостоятельная работа** включает подготовку к выполнению индивидуальных заданий, подготовку к экзамену.

Для текущего контроля успеваемости используется устный опрос.

Аттестация по дисциплине – экзамен.

Оценка за освоение дисциплины определяется как оценка на экзамене, включающая оценку реферата.

В приложение к диплому вносится оценка за 6 семестр.

#### **Вопросы к экзамену**

1. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.
2. Многомерная спектральная задача. Формулировка теоремы существования и свойства решения (собственных значений и функций).
3. Применение метода Фурье для двумерного волнового уравнения. Колебания прямоугольной мембраны. Физический анализ решения.
4. Применение метода Фурье для уравнения колебаний круглой мембраны. Цилиндрические функции Бесселя, Неймана и Ханкеля.
5. Принцип максимума для трехмерного однородного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи.

6. Принцип максимума для уравнения параболического типа с переменными коэффициентами. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи.
7. Решение первой краевой задачи для одномерного однородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Обоснование метода Фурье.
8. Решение первой краевой задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности методом Фурье.
9. Постановка задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения.
10. Применение метода Фурье для решения одномерной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение и его свойства.
11. Обоснование метода Фурье для задачи Коши для уравнения теплопроводности. Физический анализ решения.
12. Сущность метода интегральных преобразований. Применение метода для решения задачи Коши для неоднородного одномерного уравнения теплопроводности.
13. Понятие гармонической функции. Понятие сингулярного, регулярного и фундаментального решений для уравнений Пуассона и Гельмгольца. Их свойства и физический смысл.
14. Элементы теории обобщенных функций.  $\delta$ -функция и ее физический смысл.
15. Интегральные формулы Грина.
16. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и следствия к нему.

17. Теоремы о единственности и устойчивости решений первой краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона.
18. Теоремы о единственности решений второй и третьей краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона.
19. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в круге методом Фурье.
20. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в круге. Поведение гармонической функции на бесконечности.
21. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре.
22. Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимости. Теорема о непрерывности равномерно сходящегося интеграла. Понятие и физический смысл потенциала (объемного, простого и двойного слоя).
23. Объемный потенциал. Теорема о непрерывной дифференцируемости объемного потенциала в пространстве.
24. Вторые производные объемного потенциала. Дифференциальное уравнение для объемного потенциала.
25. Потенциал простого слоя и его свойства. Формулы для скачка его нормальных производных на границе.
26. Потенциал двойного слоя и его свойства. Формулы для скачка предельных значений на границе.
27. Метод функций Грина решения краевой задачи для уравнения Пуассона.
28. Элементы теории интегральных уравнений. Альтернатива Фредгольма. Формулировка теорем Фредгольма.

29. Сущность метода граничных интегральных уравнений. Сведение задачи Дирихле для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.

30. Сведение задачи Неймана для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.

#### **IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Уравнения математической физики» включает в себя:

##### **План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине**

<b>№ п/п</b>	<b>Дата/сроки выполнения</b>	<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Примерные нормы времени на выполнение</b>	<b>Форма контроля</b>
1	В течение семестра	Подготовка рефератов по обязательным разделам курса с использованием материалов учебника Г.В. Алексеева «Классические модели и методы математической физики»	Написание одного реферата отводится не менее двух недель. Требования к оформлению рефератов стандартные.	Защита рефератов проводится как в виде устного опроса (УО-1), в ходе коллоквиума (УО-2), так и в виде доклада (УО-3).
2		Подготовка рефератов по дополнительным разделам курса с использованием дополнительной учебной и	Написание одного реферата отводится не менее двух недель.	Защита рефератов проводится как в виде устного опроса (УО-1), в ходе коллоквиума (УО-2), так и в виде доклада

		научной литературы.	Требования к оформлению рефератов стандартные.	(УО-3).
--	--	---------------------	--	---------

## V. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства - наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация (вопросы к экзамену из Прил. 2)	
6	Раздел 6. Метод разделения переменных (метод Фурье) и волновые процессы на прямой	ОПК-1	Знает	УО-2 (коллоквиум)	26-31
		ПК-1	Умеет		
			Владеет		
7	Раздел 7. Метод разделения переменных (метод Фурье) и волновые процессы в пространстве	ОПК-1	Знает	УО-2	32-34
		ПК-1	Умеет	УО-1	
			Владеет		
8	Раздел 8. Параболические уравнения и тепловые процессы	ОПК-1	Знает		35-42
		ПК-1	Умеет		
			Владеет		
9	Раздел 9. Элементы теории эллиптических уравнений	ОПК-1	Знает	УО-2	43-51
		ПК-1	Умеет	УО-3 (доклад, сообщение)	

	гармонических функций		Владеет		
10	Раздел 10. Элементы теории объемного потенциала	ОПК-1 ПК-1	Знает Умеет Владеет	УО-2 УО-3, (дискуссия)	52- 54 УО-4
11	Раздел 11. Элементы теории потенциалов простого и двойного слоя	ОПК-1 ПК-1	Знает Умеет Владеет	УО-2 УО-3, УО-4	55, 56

Вопросы к экзамену представлены в ФОС.

## VI. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

*(электронные и печатные издания)*

1. Ильин А.М. Уравнения математической физики. Издательство Физматлит. 2010. 192 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2181](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181)
2. Емельянова В.М., Рабыкина В.А. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач. М.: Изд-во Лань. 2010. 224 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=140](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=140)
3. Абдурахманов В.Г., Булгакова Г.Т. Уравнения математической физики. Теория и практика. Издательство ФЛИНТА. 2014. 338 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=51962](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=51962)
4. Блинова И.В., Попова И.Ю. Простейшие уравнения математической физики. Издательство. НИУ ИТМО (Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики). 2010. 60 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=43439](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=43439)
5. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. Издательство Физматлит. 2013. 352 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59660](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660)

6. Прокудин Д.А., Глухарева Т.В., Казаченко И.В. Уравнения математической физики: учебное пособие. Издательство КемГУ. 2014. 163 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=58343](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=58343)

7. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. Издательство Физматлит. 2010. 592 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48190](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48190)

### **Дополнительная литература** (печатные и электронные издания)

1. Алексеев Г.В. Классические модели и методы математической физики: Учебное пособие для вузов. Владивосток: Изд-во. Дальнаука. 2011. 456 с.
2. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М: Наука, 1974. 432 с.
3. Бабич В.М., Григорьева Н.С. Ортогональные разложения и метод Фурье. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та., 1983. 240 с.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М: Наука, 1981. 512 с.
5. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971. 416 с.
6. Коробейников В.П. Принципы математического моделирования. Владивосток, ДальНаука, 1997. 240 с.
7. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977. 432 с.
8. Михлин С.Н. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М.: Физматгиз, 1959. 232 с.
9. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматгиз, 1961. 400 с.

10. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Наука, 1997. 320 с.
11. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. М: Наука, 1974. 210 с.
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М: Изд-во Моск. ун-та. 1999. 800 с.
9. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике: Учебник для вузов. Москва: Изд-во МГУ. Наука. 2004. 416 с.
10. Владимиров В.В., Жариков В.С. Уравнения математической физики: Учебник для вузов. Москва: Изд-во Физико-математическая литература. 2004. 400 с.
11. Краснопевцев Е.А. Математические методы физики. Избранные вопросы: Учебник для вузов. Новосибирск: Изд-во НГТУ. 2003. 244 с.
12. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики: Учебное пособие для вузов. Москва: Изд-во МНЦМО. 2004. 208 с.
13. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики: Учебное пособие для вузов. Москва: Изд-во Высшая школа. 2003. 255с.
14. <http://window.edu.ru/resource/433/24433> Попов И.Ю. Лекции по математической физике. - СПб.: СПбГИТМО(ТУ), 2004. - 104 с.
15. <http://window.edu.ru/resource/183/79183> Жидков А.А., Калинин А.В., Тюхтина А.А. Математические основы современной теории краевых задач для уравнений с частными производными: Электронное учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. - 82 с.
16. <http://window.edu.ru/resource/224/79224> Жислин Г.М. Интегральные преобразования в задачах математической физики. Электронное учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. - 80 с.

17. Алексеев Г.В. Классические методы математической физики: Учебное пособие. Часть 1. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. – 224 с.  
<http://window.edu.ru/resource/008/63008>

18. Алексеев Г.В. Классические методы математической физики: Учебное пособие. Часть 2. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. - 195 с.  
<http://window.edu.ru/resource/009/63009>

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Российское образование <http://www.edu.ru/> (Портал содержит каталог образовательных web - ресурсов по многим учебным дисциплинам, тексты законодательных и нормативных документов по образованию, федеральные программы и стандарты развития образования, информацию о конкурсах на получения грантов, сведения об образовательных учреждениях всех видов, глоссарий образовательных терминов)

2. Электронная каталог библиотеки ДВФУ: <http://lib.dvfu.ru/>

3. Exponenta.Ru <http://www.exponenta.ru/> (Сайт показывает возможности популярных математических пакетов (Mathcad, Matlab, Maple, Mathematica, Statistica) для решения учебных и практических задач; содержит рекомендации, руководства по работе с математическими пакетами. Ссылки на основные ресурсы российского Интернета, посвященные использованию математических пакетов в образовании и в науке, опыт использования компьютера в математическом образовании. Математика – онлайн)

4. Интернет-библиотека по математике <http://ilib.mccme.ru/> (Сайт Московского Центра непрерывного математического образования)

5. Издательство «Лань»: <http://e.lanbook.com>, к ресурсам которого есть доступ с ДВФУ

6. Math.ru - библиотека <http://www.math.ru/lib/formats> (В библиотеке представлены книги, которые многие годы пользуются популярностью у студентов, преподавателей и просто любителей математики. Также содержит книги по физике)

## VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

На вводной лекции даются рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины; рекомендации по работе с литературой. Большинство вопросов из лекционного материала подробно представлено в учебном пособии Алексеева Г.В. «Классические модели и методы математической физики», изданном в издательстве Дальнаука в 2011 г.

## VIII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения освоения дисциплины необходима стандартная учебная аудитория.

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемыми результатами обучения по дисциплине созданы фонды оценочных средств:

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции/планируемые результаты обучения		Наименование оценочного средства
1.	Теоретическая часть	ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической	ОПК-1.1 знает основы в области математических и (или) естественных наук.  ОПК-1.2 умеет использовать их в профессиональной деятельности.  ОПК-1.3 владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Реферат, доклад, презентация

		статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности			
2.	Практическая часть	ПК-1 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	ПК-1.1 Знает постановки классических задач математики  ПК-1.2 Умеет корректно ставить естественнонаучные задачи, на основе знания постановок классических задач математики  ПК-1.3 Владеет навыками постановки математически корректных задач математики	<b>Профессиональный стандарт</b> "Педагог профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования"  <b>Профессиональный стандарт</b> "Программист"  <b>Профессиональный стандарт</b> "Системный аналитик"  <b>Профессиональный стандарт</b> "Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам"  <b>Профессиональный стандарт</b> «Руководитель разработки программного обеспечения»  <b>Профессиональный стандарт</b> "Специалист по тестированию в области информационных технологий"	лабораторные работы

### Вопросы к экзамену

1. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.

2. Многомерная спектральная задача. Формулировка теоремы существования и свойства решения (собственных значений и функций).
3. Применение метода Фурье для двумерного волнового уравнения. Колебания прямоугольной мембраны. Физический анализ решения.
4. Применение метода Фурье для уравнения колебаний круглой мембраны. Цилиндрические функции Бесселя, Неймана и Ханкеля.
5. Принцип максимума для трехмерного однородного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи.
6. Принцип максимума для уравнения параболического типа с переменными коэффициентами. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи.
7. Решение первой краевой задачи для одномерного однородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Обоснование метода Фурье.
8. Решение первой краевой задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности методом Фурье.
9. Постановка задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения.
10. Применение метода Фурье для решения одномерной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение и его свойства.
11. Обоснование метода Фурье для задачи Коши для уравнения теплопроводности. Физический анализ решения.

12. Сущность метода интегральных преобразований. Применение метода для решения задачи Коши для неоднородного одномерного уравнения теплопроводности.
13. Понятие гармонической функции. Понятие сингулярного, регулярного и фундаментального решений для уравнений Пуассона и Гельмгольца. Их свойства и физический смысл.
14. Элементы теории обобщенных функций.  $\delta$ -функция и ее физический смысл.
15. Интегральные формулы Грина.
16. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и следствия к нему.
17. Теоремы о единственности и устойчивости решений первой краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона.
18. Теоремы о единственности решений второй и третьей краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона.
19. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в круге методом Фурье.
20. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в круге. Поведение гармонической функции на бесконечности.
21. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре.
22. Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Теорема о непрерывности равномерно сходящегося интеграла. Понятие и физический смысл потенциала (объемного, простого и двойного слоя).

23. Объемный потенциал. Теорема о непрерывной дифференцируемости объемного потенциала в пространстве.
24. Вторые производные объемного потенциала. Дифференциальное уравнение для объемного потенциала.
25. Потенциал простого слоя и его свойства. Формулы для скачка его нормальных производных на границе.
26. Потенциал двойного слоя и его свойства. Формулы для скачка предельных значений на границе. Метод функций Грина решения краевой задачи для уравнения Пуассона.
27. Элементы теории интегральных уравнений. Альтернатива Фредгольма. Формулировка теорем Фредгольма.
28. Сущность метода граничных интегральных уравнений. Сведение задачи Дирихле для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.
29. Сведение задачи Неймана для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.