МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОП
_____________ Гузев М.А.
(подпись) (ФИО)

«УТВЕРЖДАЮ»
Заведующий кафедрой
информатики, математического и компьютерного моделирования
_____________ Чеботарев А.Ю.
(подпись) (Ф.И.О. зав. каф.)
« 28 » января 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Алгоритмы и структуры данных
Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика
«Прикладная информатика в компьютерном дизайне»
Форма подготовки очная

курс 1 семестр 2
лекции 18 час.
практические занятия 18 час.
лабораторные работы час.
в том числе с использованием МАО лек. / пр., лаб.
всего часов аудиторной нагрузки час.
в том числе с использованием МАО
самостоятельная работа 72 час.
в том числе на подготовку к экзамену час.
контрольные работы (количество)
курсовая работа/курсовой проект семестр
зачет 2 семестры
экзамен семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 19 сентября 2017 г. № 922.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 5 от «18» января 2020 г.

Заведующий кафедрой профессор Чеботарев А.Ю.

Оборотная сторона титульного листа РПД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _________________ 20 г. № ______

Заведующий кафедрой _______________________   __________________

(подпись)   (А.С. Чеботарев)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _________________ 200 г. № ______

Заведующий кафедрой _______________________   __________________

(подпись)   (А.С. Чеботарев)

АННОТАЦИЯ

Программа по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» для направления ООП «09.03.03 – прикладная информатика».

Изучаемая дисциплина формирует у студентов положительную мотивацию на использование современных методов в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Изучаемая дисциплина формирует основные компетенции специалиста в области математической логики и теории алгоритмов.

УМКД, предназначенный для организации учебной работы по дисциплине, содержит основной теоретический материал, маршрутную схему изучения и путеводитель по темам дисциплины, задания для самостоятельной работы и рекомендации по их выполнению, описание контрольных работ с методическими указаниями, глоссарий, каталог образовательных ресурсов в сети Интернет, средства педагогического контроля.

Целью изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» является развитие теоретико-множественного, комбинаторного, и алгоритмического мышления. Привить навыки математического исследования социальных, технических, экономических и других проблем науки и производства, умение мыслить научными категориями в области науки, техники, экономики и социальной сферы.

Студент должен овладеть основными вычислительными навыками, необходимыми для решения задач исчисления высказываний,логики предикатов, машины Тьюринга, ознакомиться с современным языком математики; изучить основы исчисления высказываний, логики предикатов и машин Тьюринга и использовать эти знания при знакомстве с задачами математического и компьютерного моделирования. Применять полученные знания при изучении явлений природы и общества и исследовании простейших моделей с помощью методов математической логики и теории алгоритмов.

По результатам выполненных самостоятельно каждым студентом работ и активности студента на занятиях выставляется итоговая отметка.

При подготовке к практическим занятиям следует пользоваться настоящими указаниями, лекционным материалом, представленным студентам в электронном виде и рекомендуемой литературой.

Полученные навыкипо курсу«Математическая логика и теория алгоритмов» в дальнейшем будут использоваться при изучении таких дисциплин,какинформационные системы, программирование, информационное и компьютерное моделирование, экономика и управление производством.

ОПК-7 Способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	знает	принципы теорий, связанных с теоретические системные основы математической логикой и теорией алгоритмов формализации проблемных ситуаций; принципы, методы математического моделирования; этапы формализации прикладных задач.
	умеет	проводить системный анализ прикладной области; применять математические методы для формализации и решения прикладных задач; строить модели экономических процессов, исследовать их и вырабатывать рекомендации по их практическому применению;
	владеет	навыками использования базовых знаний математической логикой и теорией алгоритмов использовать для анализа проблемной ситуации методы и принципы системного подхода, соответствующие методы измерений и оценки информационных ресурсов в конкретной предметной области; обрабатывать статистическую информацию.

Пояснительная записка

Программа учебного курса «Математическая логика и теория алгоритмов» разработана на основе требований государственного образовательного стандартапо соответствующей дисциплине.

Цель настоящего курса дать студентамтеоретическое представлениео математической логике и теории алгоритмов применительно кполучаемой ими квлификации.

Курс позволит студентам подготовитьсяк практическому использованию конкретных методов математической логики и теории алгоритмов, оценить их значение для математика и программистас точки зрения практических исследований.

Основными задачами курса выступают:

— освоениестудентами методованализа с помощью булевых функций, методов исчисления высказываний, логики предикатов, теории алгоритмов;

— повышение уровня математической культуры;

— формирование базовых навыков самостоятельной практической работыс программными продуктами и информационными сервисами при знакомстве с задачами машин Тьюринга;

— знакомство студентов с общими принципами работы машины Тьюринга;

— приобретение базы, необходимой для дальнейшего изучения специальных дисциплин.

Преподавание дисциплины связано с курсами математического анализа, геометрии, функционального анализа, дифференциальных уравнений, информатики, прикладными дисциплинами.

Знать:

основные понятия теории математической логики и теории алгоритмов.

Уметь:

- формировать и реализовывать программы и технологии, направленные на решение прикладных и информационных задач;
- применять методы математической логики и дискретной математики при решении задач и проблем науки и производства;
- ориентироваться в справочной научной литературе;
- приобретать новые прикладные знания, используя современные методы математической логики;
- использовать математическую логику для формирования суждений по профессиональным проблемам.

Владеть:

- приемами комплексногопрофессионального воздействия на уровень развития и функционирования познавательной и мотивационно-волевой сферы, самосознания, способностей, функциональных состояний;
- приемами пропаганды математических знанийс целью повышения уровня математической культуры общества

Данный курс предполагает значительный объем самостоятельной работы студентов, особенностью которой является поиск и использование необходимой для выполнения заданий практического практикума информации, найденной в ресурсах глобальной компьютерной сети Интернет.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Исчисление высказываний

1. **Исчисление высказываний- аксиоматическая логическая система.** Общий обзор курса. Анализ специфики задач, требующих от обучаемых использования аппарата математической логики. Понятие формулы исчисления высказываний. Система аксиом исчисления высказываний. Правила вывода. Определение доказуемой формулы. Получение доказуемых формул.
2. **Производные правила вывода.**
   Правило одновременной подстановки. Правило сложного заключения. Правило силлогизма. Правило контрпозиции. Правило снятия двойного отрицания.
3. **Понятие выводимости формулы из совокупности формул.**
   Определение формулы, выводимой из совокупности. Пример вывода формулы из совокупности. Понятие вывода. Правила выводимости.
4. **Правила выводимости.**
   Теорема индукции. Обобщенная теорема индукции. Правило введения конъюнкции. Правило введения дизъюнкции.
5. **Доказательство законов логики.**
   Закон перестановки посылок. Закон соединения посылок. Закон разъединения посылок. Закон исключенного третьего. Законы де Моргана.
6. **Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний.**
7. **Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.**
   Проблемы разрешимости, непротиворечивости, полноты и независимости.

Логика предикатов

8. **Основные понятия, связанные с предикатами.**
   Понятие предиката. Классификация предикатов. Множество истинности предиката. Равносильность и следование предикатов.
9. **Логические операции над предикатами.**
   Отрицание предиката. Конъюнкция двух предикатов. Дизъюнкция двух предикатов. Импликация и эквиваленция двух предикатов. Свойства операций.
10. **Кванторные операции над предикатами.**
    Квантор общности. Квантор существования. Численные кванторы. Ограниченные кванторы.
11. **Формулы логики предикатов.**
    Определение формулы логики предикатов. Классификация формул логики предикатов. Тавтологии логики предикатов. Законы де Моргана для кванторов. Законы пронесния

кванторов через конъюнкцию и дизъюнкцию. Законы пронесния кванторов через импликацию. Законы удаления квантора общности и введения квантора существования.Законы коммутативности для кванторов.

12. **Равносильные преобразования формул.**

    Понятие равносильности формул. Приведенная форма для формул логики предикатов. Предваренная нормальная форма для формул логики предикатов.

13. **Проблемы разрешения для общезначимостии и выполнимости формул.**

14. **Применение логики предикатов в математике.**

    Логика предикатов и алгебра множеств. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений. Построение противоположных утверждений. Прямая, обратная и противоположная теоремы.

Алгоритмы. Машины Тьюринга.

15. **Понятие алгоритма.**

    Свойства алгоритма. Разрешимые и перечислимые множества. Вычислимые функции.

16. **Машины Тьюринга**

    Устройство машины Тьюринга. Программа машины Тьюринга. Реализация алгоритма в машине Тьюринга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герасимов, А.С. Курс математической логики и теории вычислимости [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.С. Герасимов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 416 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/50159. — Загл. с экрана.
2. Лихтарников, Л.М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.М. Лихтарников, Т.Г. Сукачева. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/231. — Загл. с экрана.
3. Синюк В.Г. Алгоритмы и структуры данных [Электронный ресурс] : лабораторный практикум. Учебное пособие / В.Г. Синюк, Ю.Д. Рязанов. — Электрон. текстовые данные. — Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2013. — 204 с. — 978-5-361-00194-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28363.html

4.
5. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М. : Физматлит, 2005, 416 с.
6. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.– М. : Физматлит, 2004, 384 с.
7. Лихтарников Л. М., Сукачева Т. Г. Математическая логика: курс лекций : задачник-практикум и решения. – СПб. : Лань, 2009, 288 с.
8. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2004. – 336 с.
9. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Академия, 2007. - 304 с.
10. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. – М.: КомКнига, 2006. - 240 с.
11. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. – СПб.: Лань, 1999. - 288 с.
12. Тимофеева И.Л. Математическая логика в вопросах и задачах. Учебное пособие для студентов математических факультетов педвузов. – М.: Прометей, 2002. - 112 с.
13. Тимофеева И.Л. Математическая логика. Курс лекций. Часть 1. – М.: Прометей, 2003. - 144 с.
14. Тимофеева И.Л. Математическая логика. Курс лекций. Часть 2. – М.: Прометей, 2003. - 164 с.
15. http://window.edu.ru/resource/271/75271Дурнев, В.Г. Элементы теории алгоритмов: учебное пособие / В.Г. Дурнев; Яросл. гос. ун-т. - Ярославль: ЯрГУ, 2008. - 248 с.
16. http://window.edu.ru/resource/345/27345Моисеев В.И. Математическая логика: Учебные материалы. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 1999.
17. http://www.telesys.pfu.edu.ru/Зарипова Э.Р., Кокотчикова М.Г., Севастьянов Л.А. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие. Математическая логика. - М.: РУДН, 2011. - 79 с.

Дополнительная литература

18. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов.– Саратов: Издательство Саратовского университета,1991.
19. Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. – М.: Просвещение, 1986.
20. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – 5-е изд. – М. : Физматлит, 2004, 256 с.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»
09.03.03Прикладная информатика

Форма подготовки очная

Владивосток
2020

Контрольно-измерительные материалы

5. Найти области истинности предикатов:

1) $\frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+2}=0;$

2) $\sqrt{x^2-1}=-3;$

3) $\begin{cases} x^2-13x+4 \geq 0 \\ 2x^2+x-30 < 0 \end{cases};$

4) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x-3}=0.$

5) $\frac{(x^2-9)(x-2)}{x^2+2x-3} \geq 0$

6) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-10+20} < 0$

7) $\frac{x+1}{1-x}+\frac{x-1}{x} < 2$

8) $\frac{x^4-3x^2+2x^2}{x^3-5x^2} < 2$

9) $\frac{2x^2-7x+8}{x^2+2} > 1$

10) $\frac{3x^2+10x+3}{(3-x)^2(4-x)^2}$

11) $\frac{(1-2x)^3(3-2x)^4}{(2x-5)^5}$

12) $\begin{cases} x^2+3x+2 > 0 \\ \frac{x}{x+1} \leq 0 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 4x^2 > 1 \\ -2x^2+5x-3 > 0 \end{cases}$

14) $\begin{cases} x^2-x-6 \geq 0 \\ x^2-4x < 0 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x^2 \leq 4 \\ x^2-4x < 0 \end{cases}$

16) $\begin{cases} \frac{2x-3}{x^2-x+2} > 0 \\ x^2-14x+45 < 0 \\ x^2-11x+30 > 0 \end{cases}$

17) $\begin{cases} x^2+2x-3 \geq 0 \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases}$

18) $\begin{cases} 3x^2-4x+1 > 0 \\ 3x^2-5x+2 \leq 0 \end{cases}$

19) $\sqrt{2x-3} > x$

20) $\sqrt{4x+5} < x$

21) $\sqrt{5-2x} < 6x-1$

22) $\sqrt{x+18} < 2+x$

23) $\sqrt{2x-x^2} < 5-x$

24) $\sqrt{x^2+3x+2} < 2x+1$

25) $\sqrt{(x+4)(x+3)} > 6-x$

26) $|x^2+2x| \geq 3$

27) $|2x^2+5x-4| < 3$

28) $x^2-5|x|+6 < 0$

29) $x^2-|x|-12 \geq 0$

30) $7|x|-x^2-12 \geq 0$

6. Изобразите на декартовой плоскости области истинности предикатов:

1) $x+y=1;$

2) $x+3y=3;$

3) $x-y^2 \geq 0;$

4) $\sin x=\sin y;$

5) $(x-2)^2+(y+3)^2=0;$

6) $lgx=lgy.$

7) $|y|=2-x$

8) $|y+1|=2-x$

9) $|y|=3x-4$

10) $|y-2|=3x-4$

11) $|y+x|=3$

12) $|y-x|=x$

13) $(y-2)^2+(x+1)^2=1$

14) $(y+2)^2+(x-1)^2=0$

15) $|y|=9-x^2$

16) $|y|=x^2-4x$

17) $y > 3|x|-2$

18) $|y| > 3x-2$

19) $y \leq |3x-2|$

20) $|x| + |y| \leq 3$

21) $|y| + |x| \geq 2$

22) $xy \leq 2$

7. На множестве *M* = {1, 2, 3, …, 20} заданы предикаты:

A **(*x*): «*x* не делится на 5»;**

***B*(*x*): «*x* - четное число»;**

***C*(*x*): «*x* - число простое»;**

***D*(*x*): «*x*кратно 3».**

Найдите множества истинности следующих предикатов:

1) $A(x)\,\&B(x)$;
2) $C(x)\,\&B(x)$;
3) $C(x)\,\&D(x)$;
4) $B(x)\,\&D(x)$;
5) $\overline{B(x)}\&D(x)$
6) $A(x)\,\&\overline{D(x)}$;
7) $\overline{B(x)}\&\overline{D(x)}$
8) $A(x)\,\&B(x)\,\&D(x)$;
9) $A(x) \vee B(x)$
10) $B(x) \vee C(x)$;
11) $C(x) \vee D(x)$;
12) $B(x) \vee D(x)$;
13) $\overline{B(x)} \vee D(x)$
14) $B(x) \vee \overline{D(x)}$;
15) $A(x) \vee B(x) \vee D(x)$
16) $C(x) \to A(x)$;
17) $D(x) \to \overline{C(x)}$;
18) $A(x) \to B(x)$;
19) $(A(x)\ \&C(x)) \to \overline{D(x)}$.
20) $(A(x)\&D(x)) \to \overline{C(x)}$.

8. Изобразите на диаграммах Эйлера-Венна области истинности для следующих предикатов:

1) $\overline{P(x)}$;&$\overline{Q(x)}$;);
2) $\overline{P(x)} \leftrightarrow \overline{Q(x)}$;
3) $(P(x) \ \to Q(x)) \vee R(x)$ &$\overline{Q(x)})$;
4) $P(x) \to \left(Q(x) \vee \overline{Q(x)}\right)$;
5) $P(x)$ &$Q(x) \to \overline{R(x)}$.

9. Изобразите на координатной плоскости области истинности предикатов:

1) $\overline{x > 2}$& $(x$<y);
2) $(x \leq$ y$) \vee (|x| \leq 1)$;
3) $(x \geq 3) \to$ (y< 5);
4) $\big((x > 2)$&$(y \geq 1)\big)$&$\big((x < -1) \vee (y < -2)\big)$
5) $\big((x > 2) \vee (y > 1)\big)$&$\big((x < -1) \vee (y < -2)\big)$

10. Записать предикаты, полученные в результате логических операций над предикатами $P(x)$,$Q(x)$, $R(x)$, области истинности которых заштрихованы на следующих рисунках:

11. Установить, какие из следующих высказываний истинны, а какие ложны, при условии, что область определения предикатов M совпадает с R:

1) $\exists x(c + 5 = x + 3)$;
2) $x\left(x^2 \ + x + \frac{1}{2} = 0\right)$;
3) $\forall x(x^2 \ + x + 1 > 0)$;
4) $\forall x(x^2 - 5x + 6 \geq 0)$;
5) $\exists x \ ((x^2 - 5x + 6 \geq 0) \ \& \ (x^2 - 2x + 1 > 0))$;
6) $\exists x((x^2 - 5x + 6 \geq 0) \ \& \ (x^2 - 6x + 8 \leq 0))$;
7) $\exists x\big((x^2 - 6x + 8 \geq 0) \vee (x^2 - 6x + 8 < 0)\big)$;
8) $\exists x\big((x \in \{2{,}5\}) \to (x^2 - 6x + 8 = 0)\big)$
9) $\forall x\big((x \in \{3{,}5\}) \to \ (x^2 - 6x + 8 < 0)\big)$

12. Приведите примеры таких значений a, для которых данное высказывание: а) истинно; б) ложно.(M=R).

1) $\exists x < 0 \ (x^2 + \ ax + a = 0)$;
2) $\forall x \in [0, 1](x^2 + \ x + a < 0)$;
3) $\forall x > 7 \ (x^2 + \ ax + 1 > 0)$;
4) $\exists x \in [a, a + 1](x^2 - x - 2 < 0)$

13. Укажите, какие из следующих выражений являются формулами логики предикатов. В каждой формуле выделите свободные и связанные переменные:

14. **Даны утверждения**

***A*(*n*): « число n делится на 3 »,**

***B*(*n*): « число n делится на 2 »,**

***C*(n): « число n делится на 4 »,**

***D*(*n*): « число n делится на 6 »,**

***E*(*n*): « число *n* делится на 12 ».**

Укажите, какие из следующих утверждений истинны, какие ложны:

1) $\forall n(A(n)\&B(n) \to E(n))$;
2) $\forall n(B(n)\& D(n) \to E(n))$;
3) $\forall n(C(n)\&\mathrm{D}(n) \to E(n))$;
4) $\forall n(E(n) \to \mathrm{C}(n)\&D(n))$;
5) $\forall n\ (\overline{E(n)} \to \mathrm{B}(n)\ \ \&D(n))$;
6) $\exists n\ (B(n)\&\mathrm{C}(n)\ \ \to \overline{D(n)})$;
7) $\forall n\ (\overline{A(n)} \to \overline{E(n)})$.

15. **Пусть предикат *P*(x,y) определен на множестве *M* = *N*×*N* и означает «*x*<*y*».**

1) Какие из следующих предикатов тождественно истинные и какие тождественно ложные:
   a) $\exists xP(x,y)$
   b) $\forall xP(x,y)$
   c) $\exists \mathrm{y}\ P(x,y)$
   d) $\forall yP(x,y)$
2) Для тех предикатов из 1), которые не являются ни тождественно истинными, ни тождественно ложными, указать область истинности и область ложности.
3) Какие из следующих предложений истинны и какие ложны:
   a) $\exists x\forall yP(x,y)$
   b) $\forall x\exists yP(x,y)$
   c) $\forall y\exists xP(x,y)$
   d) $\forall x\forall y\ P(x,y)$
   e)) $\forall y\forall xP(x,y)$
   f) $\exists y\forall x\ P(x,y)$
   g) $\exists x\exists yP(x,y)$
   h) $\exists y\exists x\ P(x,y)$

16. **Показать, что кванторы общности и существования не перестановочны, то-есть высказывания $\forall x \exists y F(x,y)$ и $\exists y \forall x\ F(x,y)$ могут, вообще говоря, иметь различные значения.**

17. **Среди следующих пар предикатов выберите те, в которых предикаты являются отрицаниями друг друга:**

1) «$a<b$» и «$b<a$»;
2) «Треугольник *ABC* прямоугольный» и «Треугольник *ABC* тупоугольный»;
3) «Целое число k четно» и «Целое число kнечетно»;
4)) «Функцияf нечетна» и «Функция f четна»;
5) «Натуральное число n – простое» и «Натуральное число n – составное»

18. **Доказать следующие равносильности:**

1) $\forall x A(x) \equiv \overline{\exists x\ \overline{A(x)}}$
2) $\exists x A(x) \equiv \overline{\forall x \overline{A(x)}}$
3) $c \& \forall x A(x) \equiv \forall x\big(c \& A(x)\big)$
4) $c \vee \forall x A(x) \equiv \forall x(c \vee A(x))$
5) $\exists x\big(A(x) \vee B(x)\big) \equiv \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$
6) $\exists x\big(c \vee A(x)\big) \equiv c \vee \exists x A(x)$
7) $\exists x\big(c \& A(x)\big) \equiv c \& \exists x A(x)$
8) $\exists x A(x) \& \exists y B(y) \equiv \exists x \exists y\big(A(x) \& B(y)\big)$
9) $\forall x(A(x) \to c) \equiv \exists x A(x) \to c$
10) $\exists x\big(c \to A(x)\big) \equiv c \to \exists x A(x)$
11) $\exists x(A(x) \to c) \equiv \forall x A(x) \to c$

19. **Найти отрицания следующих формул:**

1) $\exists x\big(A(x) \& B(x) \& C(x)\big)$
2) $\forall x\big(A(x) \to \forall y B(y)\big)$
3) $\forall x(A(x) \vee \exists y B(y))$
4) $\forall x\big(A(x) \to B(x)\big) \& \exists x(S(x) \& \overline{R(x)})$
5) $\exists x\big(R(x) \leftrightarrow Q(x)\big)$
6) $\forall x \exists y \forall z\big(P(x,y,z) \to Q(x,y,z)\big)$

20. **Пусть $A(x)$ и $B(x)$ – любые предикаты. Какие из следующих формул равносильны формуле $A(x) \to \overline{B(x)}$(*)?**

1) $A(x) \vee B(x)$

2) $\overline{A(x)} \vee \overline{B(x)}$;

3) $\overline{A(x)} \rightarrow B(x)$;

4) $\overline{B(x)} \rightarrow A(x)$;

5) $\overline{\overline{A(x)} \& B(x)}$;

6) $\overline{A(x) \& \overline{B(x)}}$;

7) $B(x) \rightarrow \overline{A(x)}$.

21. Доказать, что для любой формулы логики предикатов можно построить ей равносильную формулу, не содержащую:

1) кванторов существования;

2) кванторов общности.

22. Доказать, что формулы $\exists x\big(P(x) \& Q(x)\big)$ и $\exists x\, P(x) \& \exists x\, Q(x)$ не равносильны.

23. Доказать, что формулы $\forall x\, \big(P(x) \vee Q(x)\big)$ и $\forall x\, P(x) \vee \forall x\, Q(x)$ не равносильны.

24. Доказать что:

1) $\exists x \forall y \big(F(x) \& G(y)\big) \equiv \forall y \exists x \big(F(x) \& G(y)\big)$;

2) $\exists x \forall y \big(F(x) \vee G(y)\big) \equiv \forall y \exists x \big(F(x) \vee G(y)\big)$;

3) **Можно ли в 1) и 2) заменить $F(x)$и$G(y)$ двухместными предикатами, зависящими от x и y?**

25. Пусть $A(x)$ и $B(x)$ два одноместных предиката, определенных на множестве M таких, что высказывание $\exists x \left(A(x) \rightarrow \left(\overline{A(x)} \vee \overline{\left(\overline{B(x)} \rightarrow A(x)\right)} \right) \right)$ истинно.

Доказать, что высказывание $\forall x A(x)$ ложно.

26. Даны два предиката $Q(x, y)$ и $R(y, z)$, определенные на множестве $M \times M$, где $M = \{a, b, c\}$. Для следующих предложений записать их выражения без использования кванторных операций:

1) $\exists x Q(x, y) \& \forall z\, R(y, z)$

2) $\forall x \exists y \big(Q(x, y) \vee R(y, z)\big)$

3) $\forall x \exists y Q(x, y) \rightarrow \exists y \forall x\, R(x, y)$

4) $\forall x \forall y Q(x, y) \leftrightarrow \forall y \forall x R(x, y)$

27. Каким условиям будут удовлетворять области истинности предикатов $A(x)$ и $B(x)$, определенных на множествеM, если истинны высказывания:

1) $\forall x\big(A(x) \rightarrow B(x)\big) \& \exists x \left(\overline{A(x)} \& B(x)\right)$;

2) $\overline{\exists x\big(A(x) \& B(x)\big)} \& \Big(\forall x\big(A(x) \rightarrow B(x)\big)\Big)$;

3) $\exists x\big(A(x)\& B(x)\big) \to \Big(\forall x\big(A(x) \ \to \ B(x)\big)\Big)$?

28. **Выполнимы ли следующие формулы:**

1) $F \equiv \ \exists x P(x)$

2) $F \equiv \ \forall x P(x)$

29. **Можно ли привести пример формулы** $A(x)$**, такой, что выполнима формула:**

1) $F \equiv \ \overline{\forall x\, A(x) \ \to \ A(t)}$;

2) $F \equiv \ \overline{A(t) \ \to \ \forall x\, A(x)}$.

30. Доказать, что формула

$$\exists x\big(P(x)\&(r \to Q(x))\big) \to \big(\forall x\big(P(x) \to \overline{Q(x)}\big) \to \overline{r}\big)$$

является общезначимой.

31. **Какие из нижеприведенных формул являются общезначимыми**:

1) $\exists x\big(P_1(x)\&P_2(x)\big) \to \big(\exists x P_1(x)\& \exists x P_2(x)\big)$;

2) $\exists x\big(P_1(x)\&P_2(x)\big) \leftrightarrow \big(\exists x P_1(x)\& \exists x P_2(x)\big)$;

3) $\big(\forall x P_1(x) \ \vee \ \exists x P_2(x)\big) \to \forall x\big(P_1(x) \ \vee \ P_2(x)\big)$;

4) $\big(\forall x P_1(x) \ \vee \ \exists x P_2(x)\big) \leftrightarrow \forall x\big(P_1(x) \ \vee \ P_2(x)\big)$

32. **Доказать тождественную ложность формулы**

$\exists x \exists y \Big((F(x) \to F(y))\&\big(F(x) \to \overline{F(y)}\big)\&F(x)\Big)$.

33. **Привести к приведенной нормальной форме следующие формулы логики предикатов:**

1) $F \equiv \exists x \forall y P(x,y) \to \exists x \forall y Q(x,y)$;

2) $F \equiv \exists x \forall y P(x,y) \ \vee \ \exists x \forall y Q(x,y)$;

3) $F \equiv \exists x \forall y P(x,y)\& \ \exists x \forall y Q(x,y)$;

4) $F \equiv \forall x \ \big(A(x) \to \exists y B(y)\big)$;

5) $F \equiv \ \overline{\forall x \exists y\big(A(x) \leftrightarrow \exists y A(y)\big)}$;

6) $F \equiv \overline{p \to \exists x\, R(x)}$;

7) $F \equiv \overline{\forall x\, R(x)} \ \vee \ \exists x Q(x,y)$;

8) $F \equiv \overline{\exists x \forall y \exists z\, \forall u P(x,y,z,u)}$.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Математическая логика и теория алгоритмов
Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика
профиль «Прикладная информатика в компьютерном дизайне»
Форма подготовки очная

Владивосток
2020