




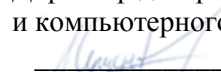
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП

 Пак Т.В.

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор департамента Математического  
и компьютерного моделирования  
 Сущенко А.А.

« 15 » июля 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Комплексный и Функциональный анализ

**Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика**

(Математическое и информационное обеспечение производственной деятельности)

**Форма подготовки очная**

курс 3 семестр 5

лекции 16 час.

практические занятия не предусмотрены

лабораторные работы 34 час.

в том числе с использованием МАО лек. 10 / пр. - / лаб.        час.

всего часов аудиторной нагрузки 50 час.

в том числе с использованием МАО        час.

самостоятельная работа 94 час.

в том числе на подготовку к экзамену 36 час.

контрольные работы (количество) 2

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены

зачет не предусмотрен

экзамен 3 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 9 (с изменениями и дополнениями).

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования протокол № 6 от «28» января 2020 г.

Директор департамента Математического и компьютерного моделирования Сущенко А.А.

Составители: д.ф.-м.н., профессор Чеботарев А.Ю.

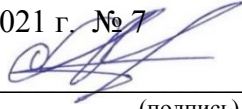
Владивосток  
2021

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования:**

Протокол от «09» июля 2021 г. № 7

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_



(подпись)

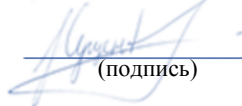
Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента Математического и компьютерного моделирования:**

Протокол от «27» сентября 2021 г. № 1

Директор департамента \_\_\_\_\_



(подпись)

Сущенко А.А.

(И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_

(подпись)

(И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_

(подпись)

(И.О. Фамилия)

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины:

Цель: в результате освоения данной дисциплины бакалавр приобретает знания, умения и навыки, обеспечивающие достижение целей основной образовательной программы «Прикладная математика и информатика».

Задачи:

- освоение методов решения задач современной прикладной математики с использованием методов функционального анализа;
- фундаментальное изучение предусмотренных программой определений, теорем, их доказательств, связей между ними, составляющих теоретический фундамент для описания и разработки математических моделей объектов различной природы;
- научно-исследовательская работа в области информационных технологий и математического моделирования, связанной с выбором необходимых методов и алгоритмов, используемых в различных технических системах;
- изучение новых научных результатов, научной литературы и непрерывному профессиональному самосовершенствованию.

Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные положения теории множеств, теории пределов, теории рядов, дифференциального, интегрального исчисления, методы исследования функций. ОПК-1.2 Умеет проводить исследование функций, вычислять пределы, производные и интегралы от элементарных функций. ОПК-1.3 Владеет методами построения простейших математических моделей типовых профессиональных задач.
	ОПК-3 способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знает современные математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. ОПК-3.2 Умеет применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. ОПК-3.3 Владеет навыками использования математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения, соответствующие видам профессиональной деятельности, на которые ориентирована программа бакалавриата:

Задача профессиональной деятельности	Объекты или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ иных требований, предъявляемых к выпускникам)
Тип задач профессиональной деятельности: <b>научно-исследовательский</b>				
изучение новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности; составление научных обзоров, рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований; участие в работе научных семинаров, научно-тематических конференций, симпозиумов; подготовка научных и научно-технических публикаций	математические модели, составляющие содержание фундаментальной и прикладной математики и других естественных наук, допускающие применение аналитических и численных методов оптимизации, задачи анализа данных и программные модули, компьютерные сети, системы информационных технологий, архитектура, системное и прикладное программное обеспечение	ПК-1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1 Знает методы обработки и интерпретации данных современных научных исследований. ПК-1.2 Умеет собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований. ПК-1.3 Владеет навыками применения, интерпретирования данных современных научных исследований.	06.001 Программист  06.015 Специалист по информационным системам  06.016 Руководитель проектов в области информационных технологий  06.022 Системный аналитик

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Комплексный и Функциональный анализ» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения:

- мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания,
- презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов,
- обратная связь с формированием общего представления об уровне владения знаниями студентов, актуальными для занятия,
- разминка с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания),
- коллективные решения творческих задач, которые требуют от студентов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов,

- работа в малых группах (дает всем студентам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Раздел 1. Метрические пространства.**

**Тема 1.** Метрика. Примеры пространств. Множества в метрических пространствах. Сходимость и полнота.

**Тема 2.** Принцип сжимающих отображений и его приложения.

**Тема 3.** Компактность в метрических пространствах.

### **Раздел 2. Нормированные пространства.**

**Тема 1.** Норма. Примеры пространств. Подпространства. Ряды.

**Тема 2.** Вложения пространств. Компактность в ЛНП.

### **Раздел 3. Гильбертовы пространства.**

**Тема 1.** Скалярные произведения. Проекции. Теорема об ортогональном разложении.

**Тема 2.** Ортогональные системы

### **Раздел 4. Линейные операторы.**

**Тема 1.** Пространство линейных непрерывных операторов

**Тема 2.** Обратимость операторов. Замкнутые операторы. Приложения.

**Тема 3.** Принципы линейного анализа: теорема Банаха о гомеоморфизме, теорема о замкнутом графике, принцип открытых отображений.

### **Раздел 5. Линейные функционалы и сопряженные пространства.**

**Тема 1.** Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха.

**Тема 2.** Сопряженные пространства. Слабая сходимость.

**Тема 3.** Сопряженные операторы.

### **Раздел 6. Уравнения с компактными операторами.**

**Тема 1.** Спектр оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.

**Тема 2.** Уравнения Фредгольма

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

1. Пространства (18 часов)

1. Аксиомы метрики. Примеры метрических пространств. Сходимость. Шары в метрических пространствах.

Сходимость последовательностей в конкретных метрических пространствах. Полные метрические пространства. Примеры пополнений.

2. Непрерывность отображений в конкретных метрических пространствах.

3. Принцип сжимающих отображений. Применение к системам алгебраических уравнений и к интегральным уравнениям.

4. Компактность в метрических пространствах. Исследование конкретных систем функций.

5. Гильбертово пространство. Процесс ортогонализации и построение систем ортогональных многочленов.

6. Контрольная работа

2. Операторы (18 часов)

1. Примеры ограниченных операторов. Норма оператора. Вычисление нормы оператора. Равномерная и сильная сходимости последовательностей операторов.

2. Исследование обратимости операторов.

3. Линейные ограниченные функционалы. Исследование слабой сходимости последовательностей элементов и функционалов.

4. Вполне непрерывные операторы. Примеры вполне непрерывных операторов.

5. Сопряженные и гильбертово сопряженные операторы. Примеры.

6. Исследование уравнений с вполне непрерывными операторами.

7. Контрольная работа

### **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- методические рекомендации по выполнению заданий для самостоятельной работы;

- требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### **план-график выполнения самостоятельной работы**

<b>№ п/п</b>	<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Примерные нормы времени на выполнение</b>	<b>Форма контроля</b>
1	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	1 час	
2	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	1 час	
3	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	1 час	
4	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	1 час	Контрольная работа
5	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	1 час	
6	Подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	8 часов	
7	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	1 час	
8	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	1 час	Контрольная работа
9	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	1 час	
10	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	1 час	
11	Подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	8 часов	
12	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	1 час	Контрольная работа
13	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Уравнения с компактным оператором	1 час	
14	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Уравнения с компактным оператором	1 час	
15	Подготовка к контрольной работе: Уравнения с компактным оператором	8 часов	Контрольная работа
16	Подготовка к экзамену	36 часов	Экзамен

### **Методические рекомендации по выполнению заданий для самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов состоит из подготовки к практическим работам, работы над рекомендованной литературой и текстами лекций в процессе изучения теоретического материала.

Темы заданий для самостоятельной работы представлены в плане-графике выполнения самостоятельной работы по дисциплине.

При подготовке к практическим занятиям необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Рекомендуется использовать методические указания и материалы по курсу, текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

При подготовке к контрольным работам дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать.

При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Результатом самостоятельной работы являются отчеты по контрольным работам.

В процессе подготовки отчетов у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание решения конкретных заданий.

### **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Отчет должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к экзамену.

На экзамене оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой,



свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Код и наименование индикатора достижения	Оценочные средства		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1.	Разделы 1-3. Метрические пространства. Нормированные пространства. Гильбертовы пространства	ОПК-1 ОПК-3 ПК-1	знает	Контрольная работа (ПР-6)	Защита контрольной работы
			умеет		
			владеет		
2.	Разделы 4-6 Линейные операторы. Линейные функционалы. Уравнения с компактными операторами	ОПК-1 ОПК-3 ПК-1	знает	Контрольная работа (ПР-6)	Защита контрольной работы
			умеет		
			владеет		

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

*(электронные и печатные издания)*

1. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения, СПб: Лань, 2010 г. - 160 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42)
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 1, СПб: Лань, 2012 г. - 608 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=407](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=407)
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 2, СПб: Лань, 2012 г. - 800 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=408](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=408)
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 3, СПб: Лань, 2012 г. - 656 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=409](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=409)
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа, М: Физматлит, 2010 г. - 572 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206)
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, СПб: Лань, 2013 г. - 432 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=30198](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=30198)
7. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М: МЦНМО, 2012 г. – 341 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=56392](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=56392)
8. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М: Физматлит, 2015 г. – 208 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59554](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59554)
9. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными, М: Физматлит, 2010 г. – 404 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59551](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59551)
10. Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу, СПб: Лань, 2012 г. - 192 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3175](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3175)
11. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц, М: Физматлит, 2010 г. - 560 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2155](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2155)

### **Дополнительная литература**

*(печатные и электронные издания)*

1. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966.
2. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Общая теория. М.: Мир, 1962.

3. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Спектральная теория. М.: Мир, 1966.
4. Вайнберг М.М. Функциональный анализ. М.: Просвещение, 1979.
5. Иосида К. Функциональный анализ. М.: Мир, 1967.
6. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984.
7. Люстерник Л.А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965.
8. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977.
9. Рудин У. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975.
10. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.
11. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.
12. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа, СПб: Лань, 2009 г. - 272 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=245](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245)
13. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика, М: Физматлит, 2005 г. – 296 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59277](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59277)
14. Садовничий В. А. Теория операторов. 5-е изд. Дрофа, 2004. 384 стр.
15. Кириллов А. А., Гвишиани А. Д. Теоремы и задачи функционального анализа. 2-е изд., перераб. и доп. Москва "Наука", 1988. 400 стр.

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

<http://libgen.io/> - книги

<http://sci-hub.io/> - статьи

<http://www.twirpx.com/> - книги и методические указания

<http://window.edu.ru/> - методические указания

<http://alexandr4784.narod.ru/> - книги

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

<http://eqworld.ipmnet.ru/en/library/mathematics.htm>

Ссылки на электронные библиотеки: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/otherlibs.htm>

<http://w.ict.nsc.ru/books/textbooks/akhmerov/> - методические указания

[http://ph4s.ru/books\\_mat.html](http://ph4s.ru/books_mat.html)

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

1. Операционная система Windows.
2. Microsoft Office.
3. Компилятор с СИ++.
4. Пакет прикладных программ Mathematica.

5. Пакет прикладных программ Matlab.
6. Пакет прикладных программ Mathcad.
7. Пакет прикладных программ Maple.

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**1. Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины.** Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины:

Изучение конспекта лекции в тот же день после лекции – 10-15 минут.

Повторение лекции за день перед следующей лекцией – 10-15 минут.

Изучение теоретического материала по учебнику и конспекту – 1 час в неделю.

Подготовка к практическому занятию и решение домашнего задания – 1 час.

Тогда общие затраты времени на освоение курса «Комплексный и Функциональный анализ» студентами составят около 2,5 часа в неделю.

**2. Описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»).** При изучении курса следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После окончания учебных занятий для закрепления материала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня, разобрать рассмотренные примеры (10-15 минут).

2. При подготовке к лекции следующего дня повторить текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть следующая тема (10-15 минут).

3. В течение недели выбрать время для работы со специальной литературой в библиотеке и для занятий на компьютере (по 1 часу).

4. При подготовке к практическим занятиям следующего дня необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и опробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

**3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса.** Рекомендуется использовать методические указания и материалы

по курсу «Функциональный и комплексный анализ», текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

**4. Рекомендации по работе с литературой.** Теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекций изучаются и книги. Полезно использовать несколько учебников, однако легче освоить курс, придерживаясь одного учебника и конспекта. Рекомендуется, кроме «заучивания» материала, добиться понимания изучаемой темы дисциплины. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе и попробовать ответить на следующие вопросы: о чем эта глава, какие новые понятия в ней введены.

**5. Советы по подготовке к экзамену.** Дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

**6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами.** При подготовке к контрольной работе или экзамену необходимо сначала прочитать теорию по каждой теме. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать, наметить общий план решения.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Лекционная аудитория: мультимедийный проектор Optima EX542I – 1 шт.; аудио усилитель QVC RMX 850 – 1 шт.; колонки – 1 шт.; ноутбук; ИБП – 1 шт.; настенный экран; микрофон – 1 шт.
2. Компьютерные классы ДВФУ (кампус на о. Русском, Аякс 10, корпус D, ауд. 733, 733а) по 15 персональных компьютеров Extreme DOU E 8500/500 GB/DVD+RW.
3. Системное и прикладное обеспечение ПЭВМ.

## **VIII. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине созданы фонды оценочных средств:

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции/планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	Теоретическая часть	<p><b>ОПК-1/ Знать</b> основные положения теории множеств, теории пределов, теории рядов, дифференциального, интегрального исчисления, методы исследования функций.</p> <p><b>Уметь</b> проводить исследование функций, вычислять пределы, производные и интегралы от элементарных функций.</p> <p><b>Владеть</b> методами построения простейших математических моделей типовых профессиональных задач.</p> <p><b>ОПК-3/ Знать</b> современные математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь</b> применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть</b> навыками использования математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p><b>ПК-1/ Знать</b> методы обработки и интерпретации данных современных научных исследований.</p> <p><b>Уметь</b> собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований.</p> <p><b>Владеть</b> навыками применения, интерпретирования данных современных научных исследований.</p>	Реферат, доклад, презентация экзамен
2	Практическая часть.	<p><b>ОПК-1/ Знать</b> основные положения теории множеств, теории пределов, теории рядов, дифференциального, интегрального исчисления, методы исследования функций.</p> <p><b>Уметь</b> проводить исследование функций, вычислять пределы, производные и интегралы от элементарных функций.</p> <p><b>Владеть</b> методами построения простейших математических моделей типовых профессиональных задач.</p> <p><b>ОПК-3/ Знать</b> современные математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь</b> применять и модифицировать</p>	контрольные работы экзамен

	<p>математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть</b> навыками использования математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности.</p> <p><b>ПК-1/ Знать</b> методы обработки и интерпретации данных современных научных исследований.</p> <p><b>Уметь</b> собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований.</p> <p><b>Владеть</b> навыками применения, интерпретирования данных современных научных исследований.</p>	
--	---	--

**Текущая аттестация** студентов по дисциплине «Функциональный и комплексный анализ» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в форме контрольных работ по оцениванию фактических результатов обучения студентов. Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками;
- результаты самостоятельной работы.

**Промежуточная аттестация** студентов по дисциплине «Функциональный и комплексный анализ» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в виде экзамена в устной форме (ответы на вопросы экзаменационных билетов).

#### **Критерии выставления оценки студенту на экзамене по дисциплине «Функциональный и комплексный анализ»**

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении

практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по дисциплине.

### **Вопросы для подготовки к экзамену**

1. Неравенства Гельдера и Минковского. Примеры метрических пространств.
2. Сходимость. Непрерывность метрики.
3. Открытые и замкнутые множества и их свойства.
4. Принцип сжимающих отображений.
5. Приложение принципа сжимающих отображений к задаче Коши.
6. Компактность в метрических пространствах. Теоремы о непрерывных функциях на компактных множествах.
7. Критерий компактности Хаусдорфа.
8. Критерий Арцела относительной компактности множеств в пространстве непрерывных функций.
9. Линейные нормированные пространства. Непрерывность алгебраических операций и нормы. Примеры ЛНП. Ряды в банаховых пространствах.
10. Свойства скалярного произведения. Ортогональность. Процесс ортогонализации.
11. Теорема об ортогональном разложении.
12. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора.
13. Теорема о продолжении оператора по непрерывности.
14. Обратимые операторы. Общий критерий обратимости.
15. Теорема об обратимости оператора, близкого к единичному.
16. Теорема об обратимости оператора, близкого к обратимому.
17. Приложение теорем об обратимости к интегральным уравнениям.
18. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала.
19. Следствия теоремы Хана – Банаха.



20. Общий вид функционалов в конкретных пространствах. Теорема Рисса об общем виде функционала в гильбертовом пространстве.
21. Сопряженный оператор и теорема о его ограниченности.
22. Слабая сходимость последовательности элементов. Единственность предела. Связь со сходимостью по норме.
23. Компактные операторы. Компактность сопряженного оператора.
24. Теория Фредгольма.
25. Теорема Гильберта – Шмидта.

### Типовые задания для контрольных работ

#### Задание 1.

1. Определите, является ли данное множество замкнутым, открытым в пространстве  $C[a,b], CL[a,b]$ . Найдите его замыкание, внутренние и граничные точки в каждом указанном пространстве.

- 1.1.  $M = \{x(t) \mid x(a)x(b) = 0\}$ ;
- 1.2.  $M = \{x(t) \mid x(a) = x(b)\}$ ;
- 1.3.  $M = \{x(t) \mid |x(t)| < 1, \forall t \in [a,b]\}$ ;
- 1.4.  $M = \{x(t) \mid x(a) > 0\}$ ;
- 1.5.  $M = \{x(t) \in C^1[a,b] \mid x(a) = 0\}$ ;

2. Для данного множества  $M$  выяснить, является ли множество  $B = M \cap l_p$  открытым, замкнутым, ограниченным в  $l_p$ .

- 2.1.  $M = \left\{x: x_k \leq \frac{1}{k}, k = 1, 2, \dots\right\}, \quad p = 1$ ;
- 2.2.  $M = \{x: 0 < x_k < 1, k = 1, 2, \dots\}, \quad p = \infty$ ;
- 2.3.  $M = \{x: x_k > 0, k = 1, 2, \dots\}, \quad p = 2$ ;
- 2.4.  $M = \left\{x: \sum_{k=1}^{\infty} x_k < 1, k = 1, 2, \dots\right\}, \quad p = 2$ ;
- 2.5.  $M = \{x: x_1 = \dots = x_n = 0, k = 1, 2, \dots\}, \quad p = 2$ ;

3. Является ли последовательность  $x_n$  последовательностью Коши в пространстве  $E$ . Найти ее предел, если он существует.

$$3.1. \quad x_n(t) = \begin{cases} e^{-t/n}, & t \notin Q, \\ 0, & t \in Q. \end{cases}, \quad E = L_2[0,1];$$

$$3.2. \quad x_n(t) = \begin{cases} \sin nt, & t \in Q \cap [-1,2], \\ \sqrt{t^2 + \frac{1}{n^3}}, & t \in [-1,2] \setminus Q. \end{cases}, \quad E = L_1[-1,2];$$

$$3.3. \quad x_n(t) = \begin{cases} ne^{nt}, & t \in K, \\ \frac{t^3}{n}, & t \in [0,1] \setminus K. \end{cases}, \quad E = L_{\frac{3}{2}}[0,1];$$

$$3.4. \quad x_n(t) = \begin{cases} nt, & t \in [-2,0] \cap Q, \\ ne^{nt}, & t \in [-2,0] \setminus Q. \end{cases}, \quad E = L_4[-2,0];$$

$$3.5. \quad x_n(t) = \begin{cases} \sqrt{t^2 + \frac{1}{n^4}}, & t \in [-1,1] \setminus K, \\ \cos(n+t), & t \in [-1,1] \cap K. \end{cases}, \quad E = L_2[-1,1];$$

## Задание 2.

1. Определите, являются ли две нормы  $\|x\|_1$  и  $\|x\|_2$  эквивалентными в нормированном пространстве  $C^2[a,b]$  два раза непрерывно-дифференцируемых на отрезке  $[a,b]$  функций.

$$1.1. \quad \|x\|_{C^2[a,b]} \text{ и } \|x\| = |x(a)| + |x'(a)| + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.2. \quad \|x\|_{C^2[a,b]} \text{ и } \|x\| = |x(a)| + \|x'\|_{C[a,b]} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.3. \quad \|x\|_{C^2[a,b]} \text{ и } \|x\| = \left( \int_a^b |x(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.4. \quad \|x\|_1 = |x(a)| + |x'(a)| + \|x''\|_{C[a,b]} \text{ и } \|x\|_2 = |x(a)| + \|x'\|_{C[a,b]} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.5. \quad \|x\|_1 = |x(a)| + |x'(a)| + \|x''\|_{C[a,b]} \text{ и } \|x\|_2 = \left( \int_a^b |x(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

2. Проверить, сходится ли ряд  $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$  в нормированном пространстве  $E$ .

$$2.1. \quad x_k(t) = \frac{4^k t^k - t^{2k}}{4^{2k}}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.2. \quad x_k(t) = \frac{t^k}{k} - \frac{t^{k+1}}{k+1}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.3. \quad x_k(t) = \frac{1}{t^2 + n^2}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.4. \quad x_k(t) = t^2 e^{-kt}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.5. \quad x_k(t) = \frac{t}{1 + n^4 t^2}, \quad E = C[0,1];$$

3. В гильбертовом пространстве  $L_2$  найти проекцию элемента  $x_0$  на подпространство  $L$ .

$$3.1. \quad x_0 = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \dots, \frac{1}{3^k}, \dots \right), \quad L = \left\{ \alpha x + \beta y : \alpha, \beta \in R; x_k = \frac{1}{5^k}, y_k = \frac{1}{6^k} \right\};$$

$$3.2. x_0 = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{k}, \dots \right), L = \{ \alpha x + \beta y : \alpha, \beta \in \mathbb{R}; x = (1, 1, 0, \dots), y = (1, 0, 0, \dots) \};$$

$$3.3. x_0 = (0, 1, 1, 2, 0, \dots), L = \left\{ x : \sum_{k=2}^{\infty} \frac{x_k}{2^k} = 0 \quad x_2 = 0 \right\};$$

$$3.4. x_0 = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \dots, \frac{1}{3^k}, \dots \right), L = \{ \alpha x + \beta y : \alpha, \beta \in \mathbb{R}; x = (1, 0, 1, 0, \dots), y = (1, 1, 1, 0, \dots) \}$$

$$3.5. x_0 = \left( 1, 0, \frac{1}{2}, 0, 1, 0, \dots \right), L = \left\{ x : \sum_{k=3}^{\infty} \frac{x_k}{k} = 0 \quad x_1 - x_3 = 0 \right\};$$

### Задание 3.

1. Являются ли относительно компактными следующие множества в пространстве  $C[0,1]$ ?

$$1.1. M = \{t^n : n \in \mathbb{N}\};$$

$$1.2. M = \{\sin(nt) : n \in \mathbb{N}\};$$

$$1.3. M = \{\sin(n+t) : n \in \mathbb{N}\};$$

$$1.4. M = \{\cos(n+t) : n \in \mathbb{N}\};$$

$$1.5. M = \{\sin(\alpha t) : \alpha \in (0,1)\};$$

2. Является ли множество  $M$  относительно компактным в пространстве  $l_p$ ? В случае положительного ответа построить для множества конечную  $\varepsilon$ -сеть для  $\varepsilon=0,1$ .

$$2.1. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{k}, k \in \mathbb{N} \right\}, \quad p = 2;$$

$$2.2. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{\sqrt[3]{k^2}}, k \in \mathbb{N} \right\}, \quad p = 1;$$

$$2.3. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{k^2}, k \in \mathbb{N} \right\}, \quad p = 1;$$

$$2.4. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{\sqrt[5]{k^2}}, k \in \mathbb{N} \right\}, \quad p = 1;$$

$$2.5. M = \left\{ x : |x_1| = 1, |x_{2k}| < \frac{1}{2^k}, |x_{2k+1}| < \frac{1}{3^{2k}}, k \in \mathbb{N} \right\}, \quad p = 1;$$

3. Доказать, что интегральный оператор с вырожденным ядром является линейным и ограниченным оператором, если  $A : C[a, b] \rightarrow C[\alpha, \beta]$ . Вычислить норму оператора.

$$3.1. A : C[-1,1] \rightarrow C[0,1], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 s(1+t)x(s)ds;$$

$$3.2. A: C[-2,2] \rightarrow C[3,5], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 (ts + s^2 t^2)x(s)ds;$$

$$3.3. A: C[0,1] \rightarrow C[-1,2], \quad Ax(t) = \int_0^{\frac{1}{3}} (1+t^2 + s)x(s)ds;$$

$$3.4. A: C[-1,2] \rightarrow C[-2,1], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 (1+t)s^3 x(s)ds;$$

$$3.5. A: C[-2,1] \rightarrow C[1,3], \quad Ax(t) = \int_{-2}^1 te^{t+s} sx(s)ds;$$

#### Задание 4.

1. Вычислить норму оператора  $A$ , действующего из  $X$  в  $Y$ .

$$1.1. X = L_3[0,1], \quad Y = L_{\frac{3}{2}}[0,1], \quad Ax(t) = \int_0^1 s(1+t)x(s)ds;$$

$$1.2. X = L_4[-1,1], \quad Y = L_{\frac{5}{2}}[-1,2], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 s^2 t^3 x(s)ds;$$

$$1.3. X = l_6, \quad Y = l_6, \quad Ax = \left( 0, \frac{x_1}{\sqrt{3}}, \frac{x_2}{\sqrt{4}}, \dots, \frac{x_k}{\sqrt{k+2}}, \dots \right);$$

$$1.4. X = l_5, \quad Y = l_5, \quad Ax = \left( \frac{x_1}{\sqrt{5}}, \frac{x_2}{\sqrt{5^2}}, \dots, \frac{x_k}{\sqrt{5^k}}, \dots \right);$$

$$1.5. X = L_3[0,1], \quad Y = C[-1,1], \quad Ax(t) = \int_0^{\frac{1}{2}} ts^2 x\left(s^{\frac{3}{2}}\right)ds;$$

2. Найти сопряженный оператор  $A^*$  к оператору  $A: l_2 \rightarrow l_2$ , действующему по следующим формулам. Будет ли  $A$  само сопряженным?

$$2.1. Ax = (x_2, x_3, \dots), \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.2. Ax = (0, x_1, x_2, \dots), \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.3. Ax = (0, 0, \alpha_1 x_1, \dots), \quad \alpha_i \in C, \quad i = 1, 2, \dots, \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.4. Ax = (x_1, \dots, x_n, 0, \dots), \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.5. Ax = \left( \underbrace{0, \dots, 0}_{n-1}, x_1, \dots \right), \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

3. Являются ли вполне непрерывными следующие операторы как отображение  $E$  в  $E$ ?

$$3.1. E = C[0,1], \quad Ax(t) = x(0) + tx\left(\frac{1}{2}\right) + t^2 x(1);$$

$$3.2. E = C[0,1], \quad Ax(t) = x(t^2);$$

$$3.3. \quad E = C[-1,1], \quad Ax(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t));$$

$$3.4. \quad E = C[0,1], \quad Ax(t) = \int_0^t \tau x(\tau) d\tau;$$

$$3.5. \quad E = C[0,1], \quad Ax(t) = \int_0^1 e^{ts} \tau x(s) ds;$$

4. Найти все решения следующих интегральных уравнений при всех значениях  $\lambda \neq 0$  и при всех значениях параметров  $a, b, c$ , входящих в свободный член этих уравнений.

$$4.1. \quad x(t) - \lambda \int_0^{\pi} \cos(t+s)x(s) ds = a \sin t + b;$$

$$4.2. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 (ts+1)x(s) ds = at^2 + bt + c;$$

$$4.3. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 (t^2s + s^2t)x(s) ds = at + bt^3;$$

$$4.4. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(ts + s^2t^2)x(s) ds = at + b;$$

$$4.5. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 \left(5(ts)^{1/3} + 7(st)^{2/3}\right)x(s) ds = at + bt^{1/3};$$

### **Критерии оценивания контрольной работы**

Результатом работы является отчет.

В процессе подготовки отчетов у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание решения конкретных заданий.

Отчет по работе должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к экзамену.

