



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

---

**ШКОЛА ЭКОНОМИКИ И МЕНЕДЖМЕНТА**

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОП

Заведующий кафедрой бизнес-информатики и  
экономико-математических методов

Е.Г. Юрченко

Ю.Д. Шмидт

« 29 » октября 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Математический анализ

**Направление подготовки 38.03.01 Экономика**

(Бизнес-информатика)

**Форма подготовки очная**

курс 1 семестр 1,2

лекции – 72 час.

практические занятия – 144 час.

лабораторные работы – 00 час.

в том числе с использованием МАО лек. 0 / пр. 0 / лаб. 00 час.

всего часов аудиторной нагрузки – 216 час.

в том числе с использованием МАО – 0 час.

самостоятельная работа – 216 час.

в том числе на подготовку к экзамену – 72 час.

контрольные работы (количество) – не предусмотрены

курсовая работа / курсовой проект – не предусмотрены

зачет – не предусмотрен

экзамен – 1,2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДФУ, утвержденного приказом ректора от 04.04.2016 № 12-13-592 .

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры бизнес-информатики и экономико-математических методов, протокол № 2 от « 29 » октября 2019 г.

Заведующий кафедрой: д-р экон. наук, проф. Ю.Д. Шмидт

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Д.Б. Карп

канд. физ.-мат. наук, доцент Е.Г. Прилепкина

**Владивосток**  
**2019**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## **ABSTRACT**

**Bachelor's degree in** 38.03.01 Economy

**Educational program:** «Business Informatics»

**Course title:** «Mathematical analysis»

**Basic part of Block 1, 12 credits**

**Instructor:** D. B. Carp Candidate of Physics and Mathematic Sciences, Associate Professor; E.G. Prilepkina, Candidate of Physics and Mathematic Sciences, Associate Professor.

**At the beginning of the course a student should be able to:**

- the ability to carry out oral and written communication in Russian, logically true, and clear arguments to build oral and written language;
- the ability to work with different sources of information, information resources and technologies to apply the basic techniques, ways and means of obtaining, storing, retrieving, organizing, processing and transmission of information used in professional activity automated information systems used in the economy, workstations, spending information retrieval work and then using data to solve professional problems.

**Learning outcomes:**

- the ability to creatively perceive and use the achievements of science, technology in the professional field in accordance with the needs of the regional and global labor market (GC-4);
- the ability to use modern methods and technologies (including information) in professional activities (GC-5).

**Course description:**

The content of the course “Mathematical analysis” consists of three sections and covers the following range of issues:

1. Functions of several variables: concept of function of several independent variables; limit and continuity of function of several variables; partial derivatives of function of several variables; differentiability of function of several variables; differential; derivative in the direction and gradient of function of several

variables; partial derivatives and differentials of higher orders; local extremums of function of several variables; the smallest and greatest values of function in the closed area; differentiation of implicit functions; unconditional and conditional extremum of function of several variables; application of functions in the economy: production functions, utility functions. Lagrange multiplier method.

2. Differential equations: classes of differential equations and their characteristics; equations with variables separable; homogeneous equations; linear differential equations; method variations; Bernoulli's equation; equation in total differentials; equations not solved with respect to the derivative; equations of Lagrange and Clairaut; economic and mathematical methods, leading to differential equations: the dynamic market model, the Solow model of economic growth; higher-order equations, reduction of order; homogeneous linear equations with variable coefficients; linear inhomogeneous equations with variable coefficients; linear homogeneous equations with constant coefficients; linear inhomogeneous equations with constant coefficients; systems of differential equations, methods of solutions.

3. Series: numerical series (determination of the number series; partial sum of the series; the concept and properties of a convergent numerical series; sufficient conditions of convergence of positive numerical series; alternating series; Leibnitz sign; alternating series; absolute, conditional convergence); power series (the concept of functional series; convergent, absolutely convergent series; interval and region of convergence; power series; Abel's theorem; radius of convergence; absolute convergence of the power series inside the interval of convergence; properties of power series; term differentiation and integration of the power series; decomposition of functions into power series; Taylor and Maclaurin series; approximate calculations).

### **Main course literature:**

1. Mathematical analysis: textbook / VG Shershnev. - M.: SIC INFRA-M, 2014.

- 288 pp.: 60x90 1/16. - (Higher education: Undergraduate). (binding) ISBN

978-5-16-005488-9 - Access Mode:

<http://znanium.com/catalog/product/342089>

2. Mathematical analysis: a collection of problems with solutions: Tutorial / VG Shershnev. - M.: SIC INFRA-M, 2013. - 164 pp.: 60x88 1/16. - (Higher education: Undergraduate). (cover) ISBN 978-5-16-005487-2 - Access Mode: <http://znanium.com/catalog/product/342088>

3. Tuganbaev, A. A. Mathematical analysis: series [Electronic resource]: studies. manual / A. A. Tuganbaev. - 2nd ed., Stereotype. - M.: FLINT, 2011. - 40 p. - ISBN 978-5-9765-1307-5 - Access mode:

<http://znanium.com/catalog/product/454663>

4. Mathematical analysis for economists: workshop: textbook / T.I. Demina, O.P. Shevyakova - M.: SIC INFRA-M, 2016. - 365 pp.: 60x90 1/16. - (Higher Education: Undergraduate) (Binding) ISBN 978-5-16-010388-4 - Access Mode: <http://znanium.com/catalog/product/486418>

5. Mathematical analysis: N-dimensional space. Functions. Extremes: the Textbook / Barbaumov V.E., Popova N.V. - M.: SIC INFRA-M, 2016. - 341 pp.: 60x90 1/16. - (Higher Education: Undergraduate) (Binding 7BC) ISBN 978-5-16-011829-1 - Access Mode:

<http://znanium.com/catalog/product/544101>

6. Fundamentals of mathematical analysis. The function of several variables, differential equations, multiple integrals: Textbook / Andreeva I.Yu., Vdovina OI, Gredasova N.V., - 2nd ed., Sr. - M.: Flint, 2018. - 99 pp.: ISBN 978-5-9765-3522-0 - Access mode:

<http://znanium.com/catalog/product/965099>

**Form of final control:** exam

## **Аннотация к рабочей программе дисциплины «Математический анализ»**

Учебный курс «Математический анализ» предназначен для студентов направления подготовки 38.03.01 Экономика, образовательная программа «Бизнес-информатика».

Дисциплина «Математический анализ» входит в состав базовой части блока «Дисциплины (модули)»

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 часа. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (72 часа), практические занятия (144 часа), самостоятельная работа студента (216 часов, в том числе 72 часа на подготовку к экзамену). Дисциплина реализуется на 1 курсе в 1-ом и 2-ом семестрах.

Дисциплина «Математический анализ» основывается на знаниях, умениях и навыках, полученных на курсе «Линейная алгебра» и позволяет подготовить студента к освоению ряда таких дисциплин, как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Эконометрика», «Эконометрика 2», «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Теория игр».

Содержание дисциплины охватывает классические разделы математики, связанные с исследованием функций, включая функции дискретного аргумента (последовательности). Функциональные зависимости являются основным инструментом моделирования как в экономических так во ряде других дисциплин. Функции образуют основной язык всех математических дисциплин, включая теорию вероятностей и математическую статистику, которые в свою очередь служат основой эконометрики. В рамках данного курса изучаются основные свойства функций, такие как непрерывность, дифференцируемость, монотонность, выпуклость и вогнутость, а также манипуляции с функциями, такие как арифметические операции, композиция, переход к пределу, производная, интеграл, функциональные последовательности и ряды. Свойства экстремумов функций, в особенности

функций многих переменных служат теоретической базой для поиска равновесия в микроэкономике, оптимальных стратегий в теории игр и метода максимального правдоподобия в статистике. Кроме того есть множество экономических моделей применение которых сводится к оптимизации тех или иных функционалов, для чего необходимо применять методы математического анализа.

**Цель** – изучение основных теоретических положений математического анализа, понимание доказательств большинства из них и применение изученной теории к решению задач, включая модельные экономические задачи. Изучение курса поможет в формировании логического и аналитического стиля мышления, в более строгом рассмотрении социально-экономических закономерностей.

**Задачи:**

- овладеть основными понятиями математического анализа, такими как множества и операции над ними, логика высказываний, системы чисел, включая теории действительных чисел, последовательности и вычисление пределов, функции и их свойства, включая непрерывность и дифференцируемость, числовые и функциональные ряды, свойства и вычисление интегралов;
- ознакомиться с основными идеями и методами теории функции нескольких действительных переменных, включая условия экстремума, интегрирование, а также с применением этих методов к решению задач экономического моделирования;
- приобрести навыки практического решения задач математического анализа, включая навыки проведения рассуждений и доказательства утверждений.

Для успешного изучения дисциплины «Математический анализ» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные элементы компетенций:

- способностью осуществлять письменную и устную коммуникацию на русском языке, логически верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь;

- способностью работать с различными источниками информации, информационными ресурсами и технологиями, применять основные методы, способы и средства получения, хранения, поиска, систематизации, обработки и передачи информации, применять в профессиональной деятельности автоматизированные информационные системы, используемые в экономике, автоматизированные рабочие места, проводить информационно-поисковую работу с последующим использованием данных при решении профессиональных задач.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общекультурные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-4 – способность творчески воспринимать и использовать достижения науки, техники в профессиональной сфере в соответствии с потребностями регионального и мирового рынка труда	Знает	Классические методы математического анализа и современные направления экономические задачи, где применяются такие методы
	Умеет	Применять методы математического анализа для исследования функций возникающих в экономических приложениях и анализа экономических процессов
	Владеет	Аналитическими методами решения экономических задач
ОК-5 – способность использовать современные методы и технологии (в том числе информационные) в профессиональной деятельности	Знает	Основные приложения математического анализа к профессиональной деятельности
	Умеет	Применять методы математического анализа для моделирования экономических зависимостей и анализа экономической информации
	Владеет	Навыками применения методов математического анализа для моделирования экономических зависимостей и обработки экономической информации

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Математический анализ» применяются следующие методы активного/



интерактивного обучения: лекция-презентация, мозговой штурм, работа в малых группах, решение ситуационных задач.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА** **СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

*I семестр (36 часов)*

### **Раздел 1. Введение в математический анализ (8 часов)**

#### **Тема 1. Вводные математические понятия**

Высказывания и действия над ними. Таблицы истинности. Логические законы. Закон исключенного третьего. Законы двойственности. Логические парадоксы. Парадокс Рассела. Аксиомы теории множеств. Операции над множествами. Теорема об объединении дополнений. Понятие отношения. Определения отношений эквивалентности, порядка, функционального отношения. Классификация функций. Прямоугольная и полярная системы координат. Различные способы задания вещественных функций. Определение образа и прообраза. Теорема о прообразе объединения. Мощность множества. Определение счетного множества. Теорема о существовании несчетного бесконечного множества.

#### **Тема 2. Действительные числа**

Аксиомы действительных чисел. Модели действительных чисел. Лемма о вложенных отрезках. Теорема о стягивающихся отрезках. Определения ограниченных (ограниченных сверху, снизу) множеств. Определения точной верхней и точной нижней граней (супремум и инфимум). Теорема о существовании точных верхних и нижних граней. Рациональные числа. Иррациональность корня из двух. Теорема о счетности рациональных чисел. Метод математической индукции. Бином Ньютона.

### **Раздел 2. Теория предела (10 часов)**

#### **Тема 3. Предел последовательности**

Предел числовой последовательности. Примеры. Теоремы о пределах (арифметические операции, предельный переход в неравенствах). Монотонные последовательности. Существование предела у монотонных последовательностей. Число  $\varepsilon$ . Критерий Коши существования конечного предела у последовательности. Предельные точки. Лемма Больцано – Вейерштрасса. Теорема Кантора о вложенных отрезках.

#### **Тема 4. Предел функции**

Определение базы. Примеры баз. Различные определения предела функций. Определения предела по базе, определение предела по Гейне и по Коши, их эквивалентность. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Связь предела и конечности. Теорема о сохранении знака предела. Предельный переход в неравенствах. Теорема о зажатой переменной. Критерий Коши существования предела по базе. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Таблица эквивалентности. Теорема о использовании таблицы в вычислении предела. Основные неопределенности. Техника вычисления предела.  $O$ -символика. Понятие асимптотического равенства.

### **Раздел 3. Непрерывность (4 часа)**

#### **Тема 5. Непрерывность функции. Классификация разрывов**

Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Классификация разрывов. Примеры. Функция Дирихле, ее свойства. Определение функций-целая часть числа, дробная часть числа, их графики и свойства. Теорема о разрывах монотонной функции.

#### **Тема 6. Свойства функций, непрерывных на отрезке**

Теорема о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции. Теорема о нуле непрерывной на отрезке функции. Первая теорема Вейерштрасса для непрерывной на отрезке функции. Вторая теорема Вейерштрасса для непрерывной на отрезке функции. Определение равномерной непрерывности функции. Связь с непрерывностью. Теорема Кантора. Теорема

о пределе сложной функции.

#### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной (14 часов)**

##### **Тема 7 . Дифференцируемость.**

Производная; геометрический, экономический и механический смысл. Теоремы о вычислении производных. Производные высших порядков. Формула Лейбница

Дифференциал функции, его вычисление. Инвариантность формы I- го дифференциала. Дифференциалы высших порядков. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы Дарбу, Ролля, Лагранжа и Коши. Вычисление пределов функций. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций. Исследование графиков функций. Условия монотонности, выпуклости. Точки экстремума и перегиба. Асимптоты.

*II семестр (36 часов)*

#### **Раздел 5. Интегрирование функции одной переменной (10 часов)**

##### **Тема 8 . Неопределенный интеграл**

Неопределенный интеграл. Теорема о множестве первообразных. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование элементарных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование дифференциальных биномов. Подстановки Эйлера.

##### **Тема 9 . Определенный интеграл**

Определенный интеграл Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости Дарбу Свойства определенного интеграла. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона – Лейбница. Приложения определенного интеграла. Длина дуги, площадь фигуры, объем тела. Приближенное вычисление интегралов Римана: формулы

прямоугольников, трапеций, Симпсона.

### **Тема 10 . Несобственный интеграл**

Несобственные интегралы Римана первого рода. Критерий и признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Главное значение несобственного интеграла. Несобственные интегралы второго рода.

## **Раздел 6. Функции многих переменных (18 часов)**

### **Тема 11 . Предел и непрерывность функции многих переменных**

Пространство  $\mathbb{R}^n$ ; метрика, множества. Сходимость последовательности в  $\mathbb{R}^n$ , их свойства. Критерий Коши существования предела. Предельные точки множеств в  $\mathbb{R}^n$ . Открытые и замкнутые множества. Теорема Больцано – Вейерштрасса. Предел функции многих переменных. Теоремы о пределах. Двойные и повторные пределы Непрерывность функции многих переменных. Непрерывные функции на компакте. Теоремы Вейерштрасса и Кантора о равномерной непрерывности.

### **Тема 12 . Дифференцируемость функции многих переменных**

Частные производные и их вычисление. Дифференциал функции многих переменных, его инвариантность. Производная по направлению, градиент функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о смешанных производных. Формулы Тейлора для функций многих переменных и ее следствия. Неявные функции. Теорема существования и дифференцируемости неявной функции.

### **Тема 13 . Исследование на экстремум ФМП**

Теорема об обратной функции. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Понятие об условном экстремуме функции многих переменных. Теория неявных функций. Теорема существования и дифференцирования неявной функции. Неявные функции, заданные системой уравнений. Зависимость функций. Достаточное условие независимости функций. Условный экстремум функций.

Метод множителей Лагранжа. Замена переменных в дифференциальных выражениях.

#### **Тема 14 . Кратные и криволинейные интегралы**

Двойной интеграл Римана, его свойства, вычисление. Тройной интеграл Римана, его свойства, вычисление. Понятие о кратном интеграле. Формула Кривые на плоскости и пространстве. Длина кривой. Касательная и нормаль, кривизна и радиус кривизны. Криволинейные интегралы I и II рода, определение, свойства, вычисление. Независимость Поверхности в трехмерном пространстве. Касательная и нормаль. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Поверхностные интегралы I и II рода, определение, свойства, вычисление.

#### **Раздел 7. Ряды (8 часов)**

**Тема 15 .Числовые ряды** Сходимость числовых рядов. Критерий Коши, необходимый признак сходимости. Признаки сходимости знакопостоянных рядов. Абсолютная и условная сходимость. Ряд Лейбница. Оценка остатка ряда. Признаки Абеля и Дирихле.

#### **Тема 16 . Функциональные ряды**

Функциональные последовательности. Основные признаки равномерной сходимости. Теорема о непрерывности предельной функции, о почленном интегрировании и дифференцировании. Функциональные ряды. Основные признаки равномерной сходимости. Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.

## II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

### Программа практических занятий

#### Занятие 1. Вводные математические понятия.

1. Предмет математического анализа.
2. Элементы теории множеств.
3. Операции над множествами.
4. Счетные и несчетные множества.
5. Логические законы. Логические парадоксы.

#### Занятие 2. Действительные числа.

1. Действительные числа.
2. Аксиомы действительных чисел.
3. Множества на числовой прямой.
4. Ограниченные множества в  $\mathbb{R}$ .
5. Существование точных границ.

#### Занятие 3. Предел последовательности.

1. Предел числовой последовательности. Примеры.
2. Теоремы о пределах.
3. Монотонные последовательности.
4. Существование предела у монотонных последовательностей. Число  $e$ .

Критерий Коши о существовании конечного предела у последовательности.

5. Предельные точки. Лемма Больцано – Вейерштрасса. Теорема Кантора о вложенных отрезках.

#### Занятие 4. Предел функции.

1. Отображения множеств.
2. Функции действительной переменной.
3. Обзор элементарных функций.
4. Предел функции по Коши, по Гейне.
5. Существование односторонних пределов у монотонных функций.

Теоремы о пределах.

6. Определение верхнего и нижнего пределов.
7. Понятие предела функции по базе.
8. Эквивалентные функции.  $O$ -символика. Основные неопределенности.

Техника вычисления пределов.

### **Занятие 5 . Непрерывность .**

1. Непрерывность функций.
2. Различные определения.
3. Классификация точек разрыва.
4. Теоремы о непрерывных функциях.
5. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность функций на множестве. Теоремы Вейерштрасса.
6. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

### **Занятие 6 . Дифференцируемость .**

1. Производная; геометрический и механический смысл.
2. Теоремы о вычислении производных.
3. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциал функции, его вычисление.
4. Инвариантность формы I- го дифференциала. Дифференциалы высших порядков.
5. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы Дарбу, Ролля, Лагранжа и Коши.
6. Вычисление пределов функций. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.
7. Исследование графиков функций.
8. Условия монотонности, выпуклости. Точки экстремума и перегиба.

Асимптоты.

### **Занятие 7 . Неопределенный интеграл .**

1. Неопределенный интеграл.
2. Теорема о множестве первообразных.
3. Таблица интегралов.

4. Основные методы интегрирования. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование элементарных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

5. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование дифференциальных биномов. Подстановки Эйлера.

### **Занятие 8 . Определенный интеграл .**

1. Определенный интеграл Римана.
2. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости Дарбу. Свойства определенного интеграла.
3. Существование первообразной у непрерывной функции.
4. Формула Ньютона – Лейбница. Приложения определенного интеграла. Длина дуги, площадь фигуры, объем тела. Приближенное вычисление интегралов Римана: формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.

### **Занятие 9 . Несобственный интеграл.**

1. Несобственные интегралы Римана первого рода.
2. Критерий и признаки сходимости.
3. Абсолютная и условная сходимость. Главное значение несобственного интеграла. Несобственные интегралы второго рода.

### **Занятие 10 . Предел функции многих переменных .**

1. Пространство  $\mathbb{R}^n$ ; метрика, множества.
2. Сходимость последовательности в  $\mathbb{R}^n$ , их свойства.
3. Критерий Коши существования предела. Предельные точки множеств в  $\mathbb{R}^n$ . Открытые и замкнутые множества.
4. Теорема Больцано – Вейерштрасса. Предел функции многих переменных. Теоремы о пределах. Двойные и повторные пределы.

### **Занятие 11 . Непрерывность функции многих переменных .**

1. Непрерывность функции многих переменных.
2. Непрерывные функции на компакте.
3. Теоремы Вейерштрасса и Кантора о равномерной непрерывности.

### **Занятие 12 . Дифференцируемость функции многих переменных .**



1. Частные производные и их вычисление.
2. Дифференциал функции многих переменных, его инвариантность. Производная по направлению, градиент функции.
3. Производные и дифференциалы высших порядков.
4. Теоремы о смешанных производных. Формулы Тейлора для функций многих переменных и ее следствия.
5. неявные функции. Теорема существования и дифференцируемости неявной функции.

### **Занятие 13 . Исследование на экстремум ФМП .**

1. Теорема об обратной функции.
2. Экстремум функции многих переменных.
3. Необходимые условия экстремума.
4. Достаточные условия экстремума.
5. Понятие об условном экстремуме функции многих переменных. Теория неявных функций.
6. Теорема существования и дифференцирования неявной функции. Неявные функции, заданные системой уравнений. Зависимость функций. Достаточное условие независимости функций.
7. Условный экстремум функций. Метод множителей Лагранжа.
8. Замена переменных в дифференциальных выражениях.

### **Занятие 14 .Числовые ряды.**

1. Сходимость числовых рядов. Критерий Коши, необходимый признак сходимости.
2. Признаки сходимости знакопостоянных рядов.
3. Абсолютная и условная сходимость.
4. Ряд Лейбница. Оценка остатка ряда. Признаки Абеля и Дирихле.

### **Занятие 15 . Функциональные ряды.**

1. Функциональные последовательности.
2. Основные признаки равномерной сходимости. Теорема о непрерывности предельной функции, о почленном интегрировании и

дифференцировании.

3. Функциональные ряды.

4. Основные признаки равномерной сходимости. Степенные ряды. Радиус сходимости.

5. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора.

6. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.

### **Занятие 18 . Кратные и криволинейные интегралы.**

1. Двойной интеграл Римана, его свойства, вычисление.

2. Тройной интеграл Римана, его свойства, вычисление.

3. Понятие о кратном интеграле. Формула замены переменной.

4. Криволинейные интегралы.

5. Формула Грина.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

### **План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине**

<b>№ п/п</b>	<b>Дата/ сроки выполнения</b>	<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Примерные нормы времени на выполнение</b>	<b>Форма контроля</b>
1	Индивидуальное задание 1 (сентябрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам: операции с матрицами, вычисление определителей и обратной матрицы, решение систем линейных уравнений методом Крамера и Гаусса	8 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий
2	Индивидуальное задание 2 (октябрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам: ранг матрицы, базис системы векторов, общее решение системы линейных уравнений, нахождение ФСР однородной системы линейных уравнений	8 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.

3	Индивидуальное задание 3 (ноябрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам Раздела 8 и Раздела 9.	10 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и
4	Индивидуальное задание 4 (декабрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам: линейные операторы и их матрицы, нахождение ядра и образа линейного оператора, собственные вектора, приведение матриц линейного оператора к диагональному	10 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.
5	Подготовка к экзамену и выполнению контрольных работ	Изучение теоретической части курса, выполнение практических заданий по темам курса	36 часов	Проверка контрольных работ, текущий опрос
6	ИТОГО 1 семестр	-	72 часа	-
7	Индивидуальное задание 1 семестр 2 (март)	Изучение теоретической части темы, выполнение индивидуальных заданий и практических заданий	5 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания
8	Индивидуальное задание 2, семестр 2 (март)	Изучение теоретической части темы, выполнение индивидуальных заданий и практических заданий	5 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания.
9	Индивидуальное задание 3, семестр 2 (апрель)	Изучение теоретической части темы, выполнение индивидуальных заданий и практических заданий	5 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания.
10	Индивидуальное задание 4, семестр 2 (апрель)	Изучение теоретической части темы, выполнение индивидуальных заданий и практических заданий	5 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания,..

11	Индивидуальное задание 5, семестр 2 (май)	Изучение теоретической части темы, выполнение индивидуальных заданий и практических заданий	5 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.
12	Индивидуальное задание 6, семестр 2 (май)	Изучение теоретической части темы, выполнение индивидуальных заданий и практических заданий	5 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.
13	Индивидуальное задание 7, семестр 2 (июнь)	Изучение теоретической части темы, выполнение индивидуальных заданий и практических заданий	6 часов	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания.
14	Подготовка к экзамену и выполнению контрольных	Изучение теоретической части курса, выполнение практических заданий по темам курса	36 часов	Проверка контрольных работ, текущий опрос
15	ИТОГО 2 семестр		72 часа	

**Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

**Темы и ориентировочное содержание аналитических, научно-исследовательских и творческих заданий**

**Примеры индивидуальных домашних заданий.**

**Индивидуальное домашнее задание №1, «Введение в математический анализ», 1 семестр**

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $A \times (B \setminus C)$ , если  $A = [0; 3]$ ,  $B = [0; 4]$ ,  $C = [1; 2]$
2. Доказать по индукции, что  $n \leq 2^n$ .

3. Определить ОДЗ  $y = \arccos \frac{2x}{3x-1}$ .

4. Построить график с помощью преобразования  $y = 2^{3x+2}$ .

5. Построить график в полярной системе координат

$$r = 2(1 + \sin \varphi)$$

6. Построить график 
$$\begin{cases} x = 5^t + 5^{-t} \\ y = 5^t - 5^{-t} \end{cases}$$

**Индивидуальное домашнее задание №2, «Предел последовательности», 1 семестр**

1. Найти область определения последовательности  $f(n) = \sqrt{n-4} + \sqrt{n-5}$ .

2. Дана последовательность  $f(n) = \frac{1+n}{1-n}$ . Найдите  $f[f(n)]$ . Вычислите  $2f[f(2)]$ .

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4 - n + 5}{2n^4 + 5n - 1}$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^4 + 2n} - n^2)n^2}{3n + 4}$ .

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n^5 + n^2 - 4}{6n^5 + n + 1} \right)^{2n}$ .

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 - 6n + 9} - n)$ .

**Индивидуальное домашнее задание №3, «Предел функции. Непрерывность», 1 семестр**

Найти пределы функций:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 1) \sin \frac{5}{x+1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\frac{1}{x}} - 1}{4^{\frac{1}{x}} - 1}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \right)^{3x+1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5^x + 5}{(x^2 - 1) \ln 5}$

5. Выделить главную часть вида  $c(x+1)^k$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{\sin^2(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}$  при

$x \rightarrow -1$ . В ответ ввести сначала  $c$ , затем  $k$ .

6. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

а)  $f_1(x) = \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} + \operatorname{arctg} \frac{2}{x}$ ;

б)  $f_2(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x^2-9} & x < 0 \\ \frac{x-1}{x^2-4} & x > 0 \end{cases}$  при .

### Индивидуальное домашнее задание №4, «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», 1 семестр

1. Найти производную  $f'(x)$

а)  $f(x) = x^3 + 2\sqrt[3]{x^2 - 1}$

б)  $f(x) = \frac{\sin^2(3x+5)}{4x+1}$

в)  $f(x) = e^{3x+5} \operatorname{tg}(7x^2 + 5)$

г)  $f(x) = \arcsin 4x + \sqrt{x^5 + \cos 4x}$  в точке  $x=0$

д)  $f(x) = x^{\operatorname{tg} x}$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2+13} \text{ на } [-5;5]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба  $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2}$

4. Провести полное исследование функции  $y = \frac{12}{x^2-4}$  и начертить ее график.

### Индивидуальное домашнее задание №1, «Неопределенный интеграл», 2 семестр.

1.  $\int x^4 \sqrt{7-5x^5} dx$

2.  $\int x \cos(x^2) \sqrt{\sin(x^2)} dx$

3.  $\int \cos^2(3x) \sin(6x) dx$

4.  $\int \frac{\operatorname{arctg}^5(7x)}{1+49x^2} dx$

5.  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}} dx$

6.  $\int \frac{x}{x^2-3x+2} dx$

7.  $\int \frac{x-3}{x^3-3x^2+2x} dx$
8.  $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-8}} dx$
9.  $\int \frac{x^4-3x}{x^2-3x+2} dx$
10.  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} dx$

**Индивидуальное домашнее задание №2, «Определенный и несобственный интеграл», 2 семестр**

1.  $\int \cos^4(4x) dx$
2.  $\int \frac{1}{\sin(x)+\cos(x)-2} dx$
3. Вычислить  $\int_0^2 \frac{1}{9-x^2} dx$
4.  $\int x^2 \ln x dx$
5.  $\int \operatorname{tg}^4(5x) dx$
6.  $\int \sin(3x)\sin(2x) dx$
7.  $\int_9^{16} \frac{1}{x^2-4} dx$
8. Вычислить несобственный интеграл  $\int_{-5}^0 \frac{1}{x+5} dx$  (или установить его расходимость).
9. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями  $y = 4 - x^2$  и  $y = x^2 - 2x$ .
10. Определить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x$  и  $0 \leq x \leq \ln 4$ .
11. Вычислить несобственный интеграл  $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2+4} dx$  (или установить его расходимость).
12. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями  $y = \sqrt{e^x - 1}$ ,  $y = 0$  и  $x = \ln(3)$ .
13. Определить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями  $y = 3 \sin x$ ,  $y = \sin x$  и  $0 \leq x \leq \pi$ .

**Индивидуальное домашнее задание №3,  
«Функции многих переменных», 2 семестр.**

1. Найти производные от данных функций:

а)  $y = 3\left(\frac{2-x}{x^2} + 4\sqrt{5x+4}\right), y'(1).$

б)  $y = \sqrt{15} \arccos \frac{1}{x^2} + \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{10} + \frac{\operatorname{ctg} 10}{\sin^2 10}, y'(2).$

в)  $y = 3[e^{3x} \ln(4x+6) + \operatorname{tg} 8x - (3 \ln 6)x], y'(0)$

2. Дана функция  $u = xy^2 - z^3$ . Найти
- координаты вектора  $\text{grad } u$  в точке  $M(1,2,1)$ ;
  - $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $M$  в направлении вектора  $a(2,3,6)$ .
3. Дана функция  $y = \sqrt{5} \left[ \frac{x}{2} \sqrt{4+x^2} + 2 \ln(x + \sqrt{4+x^2}) \right]$ . Найти  $y''(1)$ .
4. Доказать, что функция  $z = \sin(x+ay)$  удовлетворяет уравнению  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ .
5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{3}$ .
6. Функция  $z = z(x,y)$  задана неявно уравнением  $xz^2 - x^2y + y^2z + 2x - y = 0$ .  
Вычислить:
- $\frac{\partial z}{\partial x}(0,1)$ ;
  - $\frac{\partial z}{\partial y}(0,1)$ .
7. К графику функции  $y = \sqrt{x}$  в точке с абсциссой  $x=7$  проведена касательная. Найти абсциссу точки пересечения касательной с осью  $OX$ .
8. Найти  $dy$ , если  $y = \frac{x + 3\sqrt{5+x^2}}{2}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x=2$ ,  $\Delta x=0,02$ .
9. Дана функция  $z = x^2 + xy + y^2$  и точки  $M_0(1;2), M_1(1,02;1,96)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
10. Дана функция  $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[1;4]$ .
11. Дана функция  $z = (x - y^2) \sqrt[3]{(x-1)^2}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном кривыми  $y^2 = x, x = 2$ .

**Индивидуальное домашнее задание №4,  
«Числовые ряды», 2 семестр**

1. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n+3}$$

2. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 2}$$

3. Найти сумму числового ряда



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+3)}$$

4. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n+4}$$

5. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln(n)}$$

6. Для ряда найти наименьший номер  $n$ , при котором разность между суммой ряда и  $n$ -ой частичной суммой не превосходит 0,01

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n}$$

### Индивидуальное домашнее задание №5,

#### «Функциональные ряды», 2 семестр

1. Найти область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 (x+2)^n}$$

2. Исследовать на равномерную сходимость на указанных промежутках данные функциональные ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{x^{2n} + n}, \quad (-\infty; +\infty)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n, \quad (-1; +1);$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}, \quad (-\infty; +\infty).$$

3. Найти область сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n;$$

4. Разложить в степенной ряд функции:

$$f(x) = e^{-2x}; \quad f(x) = \sin 2x;$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}};$$

$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$$

### Индивидуальное домашнее задание №6,

### «Кратные интегралы», 2 семестр.

1. . Вычислить площадь области  $D$ , ограниченной данными линиями, с помощью двойного интеграла:

$$D: y = x, y = 5x, x = 1$$

1. Найти двойным интегрированием объемы тел, ограниченных указанными поверхностями: координатными плоскостями, плоскостью  $x+y=1$  и параболоидом вращения

$$z = x^2 + y^2$$

3. Найти координаты центра масс однородных фигур, ограниченных данными линиями:

1)  $y = 0, x = 1, 2x = 1, xy = 1$ ; 2)  $x^2 + y^2 = 4, x + y = 2 \quad (x + y \geq 2)$ ;

3)  $y = \ln x, x = e, y = 0$ ; 4)  $y^2 = x^3, x = 1$ .

4. Найти моменты инерции плоских фигур, ограниченных заданными функциями, относительно осей координат и начала координат:

1)  $x + y = 2, x = 2, y = 2, \rho(x, y) = 1$ ;

2)  $x^2 + y^2 - 2x = 0, \rho(x, y) = 3,5$ ;

3)  $x + y = 1, x + 2y = 2, y = 0, \rho(x, y) = 1$ .

5. С помощью тройных интегралов вычислить объем параболоида вращения, срезанного плоскостями  $x+y=1, x=0, y=0$ .

### Индивидуальное домашнее задание №7, «Криволинейные интегралы», 2 семестр

1. Вычислить криволинейные интегралы первого рода:

$$\int_L (x^2 + y^2) dl$$

Где  $L$  – дуга логарифмической спирали  $\rho = ae^{3\phi}$  от точки  $A(a; 0)$  до точки  $O(0; 0)$ .

2. Вычислить криволинейные интегралы второго рода:

$$\int_L (x^2 - y^2) dx$$

где  $L$  – дуга параболы  $y=x^2$  от точки  $O(0; 0)$  до точки  $A(2; 4)$ ;

3. Вычислить криволинейные интегралы второго рода по замкнутым положительно ориентированным контурам  $L$  по формуле Грина:

$$\oint_L (x + y) dx - 2x dy$$

где  $L$  – контур треугольника с вершинами  $A(1; 1), B(2; 1)$  и  $C(2; 2)$

4. Вычислить криволинейные интегралы второго рода по замкнутым положительно ориентированным контурам  $L$  по формуле Грина:

$$\oint_L xy^2 dy - x^2 y dx$$

где  $L$  – окружность с центром в начале координат радиуса 2.

Самостоятельная работа студентов состоит из выполнения индивидуальных домашних заданий, работы над рекомендованной литературой и текстами лекций в процессе изучения теоретического материала.

Темы заданий для самостоятельной работы представлены в плане-графике выполнения самостоятельной работы по дисциплине.

При выполнении индивидуальных домашних заданий необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Рекомендуется использовать методические указания и материалы по курсу «Математический анализ», текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

При подготовке к коллоквиумам дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать.

При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Результатом самостоятельной работы являются отчеты по индивидуальным домашним заданиям, выполненные контрольные работы и коллоквиумы.

В процессе выполнения индивидуальных домашних заданий у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Формулировка задачи;
- Краткий теоретический материал, используемый при решении (формулировки теорем, применяемые формулы);
- Развернутое решение;

- Ответ.

В процессе выполнения индивидуальных домашних заданий происходит закрепление пройденного материала, усвоение практических навыков решения задач. Полученные умения проверяются выполнением контрольной работы по теме.

### **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Отчет по индивидуальному домашнему заданию должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к экзамену.

На экзамене оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценка по дисциплине может быть выставлена по результатам коллоквиумов. При этом критерии оценки те же, что и на экзамене.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел 1. Введение в математический анализ	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №1, семестр 1, ПР-12	Экзамен, 1 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №1, 1, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №1, 1 семестр, УО-1	
2	Раздел 2. Теория предела/Предел последовательности	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №2, семестр 1, ПР-12	Экзамен, 1 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №2, 1, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №2, 1 семестр, УО-1	
3	Раздел 2.. Теория предела/Предел функции Раздел 3 Непрерывность	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №3, семестр 1, ПР-12	Экзамен, 1 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №3, 1, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №3, 1 семестр, УО-1	
4	Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №4, семестр 2, ПР-12	Экзамен, 1 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №4, 2, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №1, 2 семестр, УО-1	
5	Раздел 5.	ОК-4	Знания	ИДЗ №1,	Экзамен, 2

	Интегрирование функции одной переменной/Неопределенный интеграл.	ОК-51		семестр 2, ПР-2	семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №1, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №2, 2 семестр, УО-1	
6	Раздел 5. Интегрирование функции одной переменной/Определенный интеграл. Несобственный интеграл	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №2, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1 1
			Умения	Контрольная работа №3, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №3, 2 семестр, УО-1	
7	Раздел 6. Функции многих переменных	ОК-4 ОК-51	Знания	ИДЗ №3, семестр 3, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №3, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №1, 2 семестр, УО-1	
8	Раздел 7. Ряды/Числовые ряды	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №4, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №2, 3, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №2, 2 семестр, УО-1	
9	Раздел 7. Ряды/Функциональные ряды	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №5, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №3, 2, семестр, ПР-	

				12	
			Владения	Коллоквиум №3, 2 семестр, УО-1	
10	Раздел 8. Интегрирование функций многих переменных/Кратные интегралы	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №6, 4, семестр ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №6, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №1, 2 семестр, УО-1	
11	Раздел 8. Интегрирование функций многих переменных. Криволинейные интегралы	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №7, 2, семестр ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №6, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №2, 2 семестр, УО-1	

Типовые варианты расчетно-графических заданий, вопросы на экзамен и зачет представлены в Разделе VIII.

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

*(печатные и электронные издания)*

1. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. том 2-й [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/411>.
2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. —

- Москва : Физматлит, 2008. — 400 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2224>. — Загл. с экрана.
3. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 424 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2225>. — Загл. с экрана.
  4. Ильин, В.А. Основы математического анализа: Часть II [Электронный ресурс] : учеб. / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2736>. — Загл. с экрана.
  5. Львовский, С.М. Лекции по математическому анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2008. — 296 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9366>. — Загл. с экрана.
  6. Родина, Т.В. Курс лекций по математическому анализу - I (для направлений - Прикладная математика и информатика) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т.В. Родина, Е.С. Трифанова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2010. — 183 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/43406>. — Загл. с экрана.
  7. Родина, Т.В. Курс лекций по математическому анализу – II, для направления Прикладная математика и информатика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т.В. Родина, Е.С. Трифанова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2013. — 153 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/43416>. — Загл. с экрана.

### **Дополнительная литература**

*(печатные и электронные издания)*

1. А.А. Гусак. Высшая математика. В 2-х томах. Мн.: ТетраСистемс, 2002.
2. В.С. Шипачев. Высшая математика : учебник для вузов. М.: Высшая школа. 2005. 479 с.



3. Пергунов, В.В. Математический анализ: экспресс-курс для подготовки к государственному экзамену [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : ФЛИНТА, 2014. — 203 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/51966>. — Загл. с экрана.
4. Арнольд, В.И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук. Первые шаги математического анализа и теории катастроф, от эвольвент до квазикристаллов [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2013. — 100 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56390>. — Загл. с экрана.
5. Быкова, О.Н. Практикум по математическому анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие / О.Н. Быкова, С.Ю. Колягин, Б.Н. Кукушкин. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Прометей", 2014. — 276 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/64214>. — Загл. с экрана.
6. Родина, Т.В. Задачи и упражнения по математическому анализу I (для спец. «Прикладная математика и информатика») [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т.В. Родина, Е.С. Трифанова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2011. — 208 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70847>. — Загл. с экрана.

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети**

#### **«Интернет»**

1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам-  
<http://window.edu.ru/library>
2. Электронно - библиотечная система образовательных и просветительских изданий - <http://www.iqlib.ru/>
3. Электронная библиотека издательства «Юрайт» [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru)
4. Научная библиотека ДВФУ. Электронный каталог <http://lib.dvfu.ru:8080/>
5. Электронно-библиотечная система. Электронные версии учебной литературы по естественным, техническим и гуманитарным

наукам Математический анализ <http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/analysis/>

6. Электронно-библиотечная система. Электронные версии учебной литературы по естественным, техническим и гуманитарным наукам Дифференциальное и интегральное исчисление <http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/analysis/dicalc/>
7. Электронно-библиотечная система. Электронные версии учебной литературы по естественным, техническим и гуманитарным наукам Высшая математика <http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/> Электронно-библиотечная система. Электронные версии учебной литературы по естественным, техническим и гуманитарным наукам
8. Задачники по математическом у анализу [http://www.twirpx.com/ files/mathematics](http://www.twirpx.com/files/mathematics)
9. Электронная образовательная среда ДВФУ Black Board.
10. Системы компьютерной алгебры maxima, maple, mathematica(wolfram)

## VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Успешное освоение дисциплины достигается за счет следующих обязательных мероприятий:

- учебные занятия;
- самостоятельная работа;
- промежуточная аттестация.

### Учебные занятия

В рамках реализации учебной дисциплины «Математический анализ» предусмотрены учебные занятия двух типов: лекции и практические занятия. Посещение учебных занятий является необходимым для успешного освоения дисциплины.

На учебных занятиях студенту необходимо вести конспект в любой удобной для него форме. Рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий в отдельных тетрадях. Ведение конспекта преподавателем не контролируется, однако, максимально полный конспект, записанный аккуратно и разборчиво, позволит упростить организацию самостоятельной работы.

### Самостоятельная работа

Самостоятельная работа организована следующим образом:

- изучение теоретического материала,
- решение типовых задач по каждой теме в форме индивидуальных домашних заданий (ИДЗ),
- подготовка к контрольным работам (КР),
- подготовка к экзамену.

Первым этапом изучения отдельных тем дисциплины является изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебной литературе.

К каждому практическому занятию студент должен изучить соответствующий раздел теоретического материала, знать основные положения, формулы, утверждения.

В разделе V настоящей рабочей учебной программы приведен перечень учебников и учебных пособий, рекомендуемых для изучения студентами в рамках самостоятельной работы. В блоке «Основная литература» отмечены те издания, изучение которых является достаточным для успешного освоения дисциплины, это, как правило, учебные пособия, адаптированные для современного студенчества либо классические учебники и учебные пособия. Некоторые издания из перечня являются взаимозаменяемыми. Изучение литературы из блока «Дополнительная литература» является факультативным, может помочь получить более глубокие теоретические знания в области высшей математики и ее разделов.

Изучение дисциплины рекомендуется проводить поэтапно: рассматривая поочередно логически завершенные разделы курса, как правило, в литературе – это отдельные главы или параграфы.

При работе с конспектом и литературой важно начать с базовой теоретической подготовки, внимательно и вдумчиво изучив основные понятия рассматриваемого раздела. Далее необходимо рассмотреть решение типовых задач, рассмотренных на практических занятиях и приведенных в задачниках.

Следующим этапом самостоятельной работы студента является выполнение ИДЗ, соответствующего изученной теме. Данная форма самостоятельной работы контролируется преподавателем.

Подготовка к контрольным работам по разделу дисциплины состоит в систематизации полученных знаний и умений, повторяя основные теоретические вопросы, методы решения задач с рассмотрением типовых заданий изученного раздела. Данная форма самостоятельной работы контролируется преподавателем.

### **Промежуточная аттестация**

Подготовка к промежуточной аттестации осуществляется в форме самостоятельной работы, описанной в предыдущем разделе, но затрагивает весь материал учебного семестра. При подготовке к экзамену стоит обратить внимание на тренировку способности устного изложения сути вопроса, доказательств основных утверждений.

Для успешного освоения дисциплиной студентам необходимо посещать лекции и практические занятия, фиксируя изучаемый на них материал и выполнять требуемые задания. Если в процессе обучения возникают вопросы, то студенты могут получить консультацию в выделенное время на каждой учебной недели или воспользоваться математической литературой, ресурсами Интернета.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации (200 посадочных мест, автоматизированное рабочее место преподавателя, переносная магнитно-маркерная доска, WI-FI; Ноутбук Acer ExtensaE2511- 30BO; Экран с электроприводом 236\*147 см Trim Screen Line; Проектор DLP, 3000 ANSI Lm, WXGA 1280x800, 2000:1 EW330U Mitsubishi; Подсистема специализированных креплений оборудования CORSA-2007 Tuarex; Подсистема видеокоммутации;

Подсистема аудиокоммутации и звукоусиления; акустическая система для потолочного монтажа SI 3CT LP Extron; цифровой аудиопроцессор DMP 44 LC Extron).

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа (практических занятий); учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ); учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации автоматизированное рабочее место преподавателя, переносная магнитно- маркерная доска, Wi-Fi; Ноутбук Acer ExtensaE2511-30BO; Экран с электроприводом 236\*147 см Trim Screen Line; Проектор DLP, 3000 ANSI Lm, WXGA 1280x800, 2000:1 EW330U Mitsubishi; Подсистема специализированных креплений оборудования CORSA-2007 Tuarex; Подсистема видеокоммутации; Подсистема аудиокоммутации и звукоусиления; акустическая система для потолочного монтажа SI 3CT LP Extron; цифровой аудиопроцессор DMP 44 LC Extron).

В читальных залах Научной библиотеки ДВФУ предусмотрены рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья, оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованные портативными устройствами для чтения плоскочечатных текстов, сканирующими и читающими машинами, видеоувелечителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками.

В целях обеспечения специальных условий обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ДВФУ все здания оборудованы пандусами, лифтами, подъемниками, специализированными местами, оснащенными туалетными комнатами, табличками информационно-навигационной системы.

## **VIII. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**Паспорт  
фонда оценочных средств  
по дисциплине «Математический анализ»**

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-4 способностью творчески воспринимать и использовать достижения науки, техники в профессиональной сфере в соответствии с потребностями регионального и мирового рынка труда	Знает	Классические методы математического анализа и современные направления экономические задачи, где применяются такие методы
	Умеет	Применять методы математического анализа для исследования функций возникающих в экономических приложениях и анализа экономических процессов
	Владеет	Аналитическими методами решения экономических задач
ОК-5 способностью использовать современные методы и технологии (в том числе информационные) в профессиональной деятельности	Знает	Основные приложения математического анализа к профессиональной деятельности
	Умеет	Применять методы математического анализа для моделирования экономических зависимостей и анализа экономической информации
	Владеет	Навыками применения методов математического анализа для моделирования экономических зависимостей и обработки экономической информации

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Раздел 1. Введение в математический анализ	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №1, семестр 1, ПР-12	Экзамен, 1 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №1, 1, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №1, 1 семестр, УО-1	
2	Раздел 2. Теория предела/Предел последовательности	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №2, семестр 1, ПР-12	Экзамен, 1 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №2, 1, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №2, 1 семестр, УО-1	
3	Раздел 2.. Теория	ОК-4	Знания	ИДЗ №3,	Экзамен, 1

	предела/Предел функции Раздел 3 Непрерывность	ОК-5		семестр 1, ПР-12	семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №3, 1, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №3, 1 семестр, УО-1	
4	Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №4, семестр 2, ПР-12	Экзамен, 1 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №4, 2, семестр, ПР-2	
			Владения	Коллоквиум №1, 2 семестр, УО-1	
5	Раздел 5. Интегрирование функции одной переменной/Неопре- деленный интеграл.	ОК-4 ОК-51	Знания	ИДЗ №1, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №1, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №2, 2 семестр, УО-1	
6	Раздел 5. Интегрирование функции одной переменной/Опреде- ленный интеграл. Несобственный интеграл	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №2, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1 1
			Умения	Контрольная работа №3, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №3, 2 семестр, УО-1	
7	Раздел 6. Функции многих переменных	ОК-4 ОК-51	Знания	ИДЗ №3, семестр 3, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №3, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №1, 2 семестр, УО-1	
8	Раздел 7. Ряды/Числовые ряды	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №4, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №2, 3, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №2, 2 семестр, УО-1	
9	Раздел 7. Ряды/Функциональ	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №5, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1

	ные ряды		Умения	Контрольная работа №3, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №3, 2 семестр, УО-1	
10	Раздел 8. Интегрирование функций многих переменных/Кратные интегралы	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №6, семестр 4, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №6, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №1, 2 семестр, УО-1	
11	Раздел 8. Интегрирование функций многих переменных. Криволинейные интегралы	ОК-4 ОК-5	Знания	ИДЗ №7, семестр 2, ПР-2	Экзамен, 2 семестр, УО-1
			Умения	Контрольная работа №6, 2, семестр, ПР-12	
			Владения	Коллоквиум №2, 2 семестр, УО-1	

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций по дисциплине «Математический анализ»

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		Критерии	Показатели
ОК-4 способностью творчески воспринимать и использовать достижения науки, техники в профессиональной сфере в соответствии с потребностями регионального и мирового рынка труда	Знает	Классические методы математического анализа и современные направления экономические задачи, где применяются такие методы	Определения основных понятий, формулировки теорем	-способность охарактеризовать выбранный метод решения к конкретной экономической задаче
	Умеет	Применять методы математического анализа для исследования функций возникающих в экономических приложениях и анализа экономических процессов	Применять методы решения для конкретных задач	-способность решать задачи, связанные с экономическими исследованиями
	Владеет	Аналитическими методами решения	Методами решения задач	-способность выбирать и обосновывать метод



		экономических задач		решения задач; - способность анализировать данные для проведения экономических расчетов
ОК-5 способностью использовать современные методы и технологии (в том числе информационные) в профессиональной деятельности	знает	Основные приложения математического анализа к профессиональной деятельности	Знание концептуальных основ математики и ее экономических приложений	– способность охарактеризовать место математических методов и моделей в экономических приложениях; – способность обосновать применение математических методов к конкретной экономической задаче
	Умеет	Применять методы математического анализа для моделирования экономических зависимостей и анализа экономической информации	Умеет решать конкретные экономические задачи с использованием математических методов	– способность проводить экономические расчеты с использованием математических методов
	владеет	Навыками применения методов математического анализа для моделирования экономических зависимостей и обработки экономической информации	Владение устойчивыми навыками решения конкретных экономических задач математическим и методами	– способность выбирать и обосновывать метод решения задачи; – способность осуществлять сбор и анализ данных, необходимых для проведения конкретных экономических расчетов – способность проводить экономические расчеты с использованием математических методов

### Оценочные средства для проверки сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Задание
ОК-4 способностью творчески воспринимать и использовать достижения науки, техники в профессиональной сфере в соответствии с потребностями регионального и мирового рынка труда	Ситуационная задача: Найти значения величин используемых ресурсов $(x, y)$ , при которых фирма-производитель получит максимальную прибыль, если заданы производственная функция $K(x, y)$ и цены $p_1$ и $p_2$ на единицу первого и второго ресурсов: $K(x, y) = 30\sqrt{x^3}\sqrt[3]{y}$ , $p_1=4$ , $p_2=1/48$
ОК-5 способностью использовать современные методы и технологии (в том числе информационные) в профессиональной деятельности	Ситуационная задача: Издержки предприятия на изготовление единицы некоторого вида продукции определяются формулой $z = x + y - x^{2y} + 5$ ; где $x$ – затраты капитала, тыс. руб., ( $x > 0$ ), $y$ – расходы на оплату рабочей силы, тыс. руб., ( $y > 0$ ). При каких значениях $x$ и $y$ издержки производства будут минимальными, если затраты $x+y$ на единицу продукции составляют 3 тыс. руб.?

### Оценочные средства для промежуточной аттестации

## Вопросы к экзамену

### *1 семестр.*

1. Определение высказывания
2. Парадокс Брадобрея
3. Операции над высказываниями
4. Операции над множествами
5. Логические законы
6. Определение отношения. Отношение эквивалентности (рефлексивность, симметричность, транзитивность)
7. Определение функции. Классификация.
8. Равномощные множества. Счетные множества.
9. Утверждение о счетности объединения счетных множеств (док-во)
10. Доказательство неэквивалентности булеана и самого множества.
11. Доказательство иррациональности корня из двух.
12. Определение вещественных чисел и их свойства.
13. Аксиома Архимеда
14. Утверждение о представлении натуральных чисел.
15. Неравенство треугольника (док-во)
16. Утверждение о представлении вещественного числа в виде десятичной дроби.
17. Определение целой и дробной части числа. Неравенство для них.
18. Правило сравнения действительных чисел.
19. Определение окрестностей
20. Определение ограниченных множеств
21. Определение супремума и инфимума. Запись в математической форме.
22. Теорема о существовании супремума и инфимума.
23. Доказательство теоремы о плотности рациональных чисел.
24. Определения системы вложенных отрезков, стягивающихся отрезков.
25. Лемма об отделимости множеств (док-во)
26. Лемма о вложенных отрезках (док-во)
27. Лемма о стягивающихся отрезках (док-во)
28. Определение предела функции по Гейне.
29. Свойства пределов функции. Единственность, арифметические операции, предельный переход в неравенствах, теорема о двух милиционерах.
30. Определение предела по Коши.
31. Эквивалентность предела по Коши по Гейне.
32. Определение базы. Примеры баз. Определение предела по базе.
33. Критерий Коши существования предела.

34. Теорема о пределе сложной функции.
35. Определение непрерывности в точке.
36. Классификация разрывов. Примеры.
37. Арифметические операции над непрерывными функциями.
38. Функция Дирихле.
39. Непрерывность сложной функции.
40. Первый замечательный предел.
41. Второй замечательный предел.
42. Теорема о точках разрыва монотонной функции.
43. Теорема о нуле непрерывной функции.
44. Теорема о промежуточном значении.
45. Первая теорема Вейерштрасса.
46. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.
47. В чем заключается метод Больцано доказательства теорем?
48. Вторая теорема Вейерштрасса.
49. Определение равномерной непрерывности.
50. Теорема Кантора.
51. О символика. Определение  $\epsilon$ -малой, ее свойства .
52. Определение  $\delta$ -большой.
53. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.
54. Вычисление пределов по таблице.
55. Техника вычисления пределов, виды неопределенностей. Приемы:  
умножение на сопряженное, таблица эквивалентностей, сведение одной неопределенности к другой, замена переменной. “Скорость возрастания”  $L_n$   
 $n$ ,  $p(n)$ ,  $a^n$ ,  $n!$ .
56. Определение производной, ее геометрический и физический смысл.
57. Уравнение касательной и нормали. Вывод.
58. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.
59. Дифференцирование сложной функции.
60. Правила дифференцирования.
61. Таблица производных.
62. Производная параметрически заданной функции (док-во)
63. Определение возрастания, убывания в точке. Теорема о связи монотонности и производной.
64. Определение локального максимума и минимума.
65. Необходимое условие экстремума. Доказательство. Геометрический смысл.
66. Теорема Ролля. Док-во
67. Теорема Коши. Док-во
68. Теорема Лагранжа. Док-во

69. Первое правило Лопиталя. Доказательство.
70. Второе правило Лопиталя.
71. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано. Док-во.
72. Производные и дифференциалы высших порядков.
73. Формула Лейбница. Док-во
74. Инвариантность формы первого дифференциала и неинвариантность высших дифференциалов. Частный случай инвариантности высших дифференциалов.
75. Формула Тейлора в дифференциальной форме
76. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа и в форме Коши.
77. Основные разложения элементарных функций по формуле Тейлора
78. Первое достаточное условие экстремума. Доказательство
79. Второе достаточное условие экстремума. Доказательство.
80. Третье достаточное условие экстремума. Доказательство
81. Первое определение выпуклости вверх (вниз). Геометрическое пояснение.
82. Второе определение выпуклости вверх (вниз). Геометрическое пояснение.
83. Определение точки перегиба.
84. Необходимое и достаточное условие выпуклости. Док-во.
85. Необходимое условие точки перегиба. Док-во
86. Достаточное условие точки перегиба. Док-во
87. Асимптоты к графику функции. Правила нахождения.
88. Общая схема исследования функций.

## *2 семестр.*

1. Определение точной первообразной. Теорема о множестве точных первообразных
2. Определение первообразной. Теорема о множестве первообразных.
3. Определение неопределенного интеграла Свойства неопределенного интеграла.
4. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле
5. Формула интегрирования по частям
6. Таблица интегралов.
7. Определения определенного интеграла, разбиения, размеченного разбиения, интегральной суммы Римана, верхней и нижней суммы Дарбу.
8. Интеграл Римана как предел по базе. Пример неинтегрируемой функции
9. Необходимое условие интегрируемости по Риману
10. Свойства сумм Дарбу

11. Определение верхнего и нижнего интеграла. Критерий интегрируемости по Риману.
12. Формулировка трех эквивалентных условий критерия интегрируемости по Риману
13. Теорема об интегрируемости непрерывной функции
14. Теорема об интегрируемости "почти" непрерывной функции
15. Свойства определенного интеграла: интеграл от константы, линейность, интегральный переход в неравенстве
16. Аддитивность интеграла по множеству
17. Следствие (о независимости формулы аддитивности интеграла по множеству от расположения точек).
18. Следствие (о положительности интеграла от неотрицательной функции при наличии точки непрерывности)
19. Неравенства для интегралов, содержащие модуль.
20. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о непрерывности.
21. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о дифференцируемости
22. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Формула замены переменной в определенном интеграле.
24. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
25. Первая теорема о среднем значении.
26. Первая теорема о среднем значении для непрерывных функций.
27. Первая теорема о среднем значении, записанная для одной непрерывной функций ( $g(x)=1$ ). Ее геометрический смысл.
28. Вторая теорема о среднем для интегралов.
29. Неравенство Юнга.
30. Неравенство Гельдера.
31. Неравенство Минковского.
32. Определение несобственных интегралов первого и второго рода. Главное значение.
33. Критерий Коши для сходимости интеграла 1-го рода.
34. Признак сравнения для несобственных интегралов 1-го рода
35. Сходимость интегралов  $\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$  и  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p}$ .
36. Первая модификация второй теоремы о среднем
37. Вторая модификация второй теоремы о среднем
38. Признак Абеля
39. Признак Дирихле
40. Признак сравнения в предельной форме

41. Признак Коши для сходимости интеграла 2-го рода.
42. Признаки сходимости для несобственного интеграла второго рода
43. Определение кривой, ее носителя и длины
44. Теорема о вычислении длины кривой.
45. Лемма (неравенство для интегралов, используемое для доказательства теоремы о вычислении длины кривой)
46. Определение евклидова пространства. Операции в евклидовом пространстве. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника.
47. Два определения предела последовательности в евклидовом пространстве. Утверждение об их эквивалентности.
48. Определение функции многих переменных. Понятия предела функции многих переменных и непрерывности.
49. Приложения определенного интеграла для функции одной переменной. Формулы вычисления площадей и длин дуг в прямоугольных и полярных координатах на плоскости. Формулы вычисления объемов.
50. Определение общего предела и повторных пределов.
51. Определение функции Дирихле через повторные пределы.
52. Теорема о связи общего предела и повторных пределов.
53. Определение дифференцируемости, матрицы Якоби и Якобиана.
54. Пример функции, имеющей разные смешанные производные.
55. Теорема Шварца.
56. Определение дифференциала для функции многих переменных (ФМП). Геометрический смысл дифференцируемости для функции двух переменных.
57. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
58. Связь между дифференцируемостью и существованием частных производных.
59. Дифференцирование сложной функции.
60. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
61. Дифференциал 2-го порядка. Дифференциал высшего порядка. Изменение его формы.
62. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано.
63. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа.
64. Необходимое условие экстремума.
65. Достаточное условие экстремума. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
66. Теорема о неявной функции.
67. Теорема о системе неявных функций.
68. Теорема об обратном отображении.

69. Условный экстремум ФМП. Определения многообразия, невырожденного многообразия и т.д.
70. Функция Лагранжа. Необходимое условие условного экстремума.
71. Определение ряда, частичной суммы, сходимости, отрезка ряда, остатка.
72. Сумма геометрической прогрессии.
73. Необходимый признак сходимости.
74. Критерий Коши сходимости ряда.
75. Утверждение об остатке сходящегося ряда.
76. Общие свойства сходящихся рядов.
77. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения (обычный, обобщенный, в предельной форме).
78. Признак Даламбера (обычный и предельный).
79. Признак Коши (обычный и предельный).
80. Интегральный признак Коши.
81. Сходимость обобщенного гармонического ряда.
82. Преобразование Абеля.
83. Признак Дирихле.
84. Признак Абеля.
85. Признак Лейбница.
86. Абсолютная и условная сходимость.
87. Связь между сходимостью и абсолютной сходимостью.
88. Теорема Римана о перестановке условно сходящегося ряда.
89. Перестановка абсолютно сходящихся рядов.
90. Оценка остатка ряда Лейбница.
91. Определение функциональной последовательности, функ. ряда, области сходимости.
92. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Признаки Абеля и Дирихле для равномерной сходимости (формулировка).
93. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.
94. Почленное интегрирование ряда.
95. Дифференцирование ряда.
96. Определение степенного ряда.
97. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости. Формулы вычисления радиуса сходимости.
98. Теорема о равномерной и абсолютной сходимости степенных рядов.
99. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
100. Теорема о единственности разложения в степенной ряд.
101. Теорема Абеля.
102. Пять основных разложений в степенные ряды.

103. Несобственные интегралы (обзор). Несобственные интегралы, зависящие от параметра
104. Основные признаки равномерной сходимости. Интегрирование и дифференцирование по параметру
105. Определение двойного интеграла
106. Определение внутренней, внешней меры Жордана, измеримого множества, пример неизмеримого множества
107. Определение двойного интеграла по измеримому множеству, суммы Дарбу и их свойства, критерий интегрируемости (формулировка)
108. Свойства двойных интегралов: линейность, интеграл от константы, интеграл по множеству площади (меры) нуль
109. Неравенства для интегралов, теорема о среднем
110. Критерий измеримости по Жордану (без доказательства), аддитивность интеграла по множеству
111. Определение равенства почти всюду, утверждение о равенстве интегралов.
112. Аддитивность интеграла по множеству, улучшенный вариант.
113. Теорема Фубини
114. Следствие из теоремы Фубини
115. Определение Якобиана. Якобиан в полярных координатах.
116. Аналог теоремы Лагранжа для функций многих переменных
117. Аналог теоремы Лагранжа для вектор функций многих переменных
118. Определение дифференциала для вектор-функции. Теорема об оценке отклонения дифференциала от приращения вектор-функции
119. Тройные и кратные интегралы. Эквивалентность двух определений. Сферическая и цилиндрическая системы координат.
120. Критерий интегрируемости (без доказательства).
121. Свойства кратных интегралов 1-5.
122. Формулировка теоремы о сведении  $n$ -кратного интеграла к  $(n-1)$ -кратному.
123. Свойства гладких отображений на выпуклом множестве. Теоремы 1-3.



124. Формула замены переменной в кратном интеграле. Леммы 1-4.
125. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Определения.
126. Физический смысл криволинейных интегралов.
127. Изменение криволинейных интегралов при направлении обхода кривой.
128. Свойства криволинейных интегралов.
129. Формулы вычисления криволинейных интегралов.
130. Формула Грина. При каких условиях она справедлива?
131. Теорема о независимости криволинейного интеграла от пути обхода кривой.
132. Определения двумерной поверхности, невырожденной, гладкой.
133. Связь криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
134. Формула Грина в дифференциальной форме.
135. Определение границы поверхности. Кусочно-гладкой поверхности.

### **Пример экзаменационного билета.**

#### **Часть 1. “Введение в математический анализ”**

**1.1. Запишите формулировки и определения.** Понятие отношения. Определения отношений эквивалентности, порядка, функционального отношения. Классификация функций. Определение образа и прообраза. Определение счетного множества.

**1.2.** Теорема о прообразе объединения. Доказательство.

#### **Часть 2. «Предел последовательности».**

**2.1. Запишите формулировки и определения.** Определение числа  $\epsilon$ . Определение подпоследовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы. Теорема о связи предела и частичного предела. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши существования предела.

**2.2.** Предельный переход в неравенствах. Доказательство.

#### **Часть 3. “Предел и непрерывность функции».**

**3.1. Запишите формулировки и определения.** Второй замечательный предел. Таблица эквивалентности. Теорема о использовании таблицы в вычислении предела. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Классификация разрывов. Теорема о промежуточном значении непрерывной на отрезке функции. Теорема о нуле непрерывной на отрезке функции.

**3.2.** Теорема о разрывах монотонной функции. Доказательство.

#### **Часть 4. Практическое задание. Найти пределы.**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n - 5)\sqrt[3]{n^3 + 3}}{3n^2 + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{(1/\sin x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0.2} \frac{\ln 5x}{\sin(x - 0.2)}$$

### **Принципы составления экзаменационных билетов.**

Экзаменационный билет состоит из четырех частей. Первые три части соответствуют трем коллоквиумам, которые студенты сдают во время обучения в семестре. Целью первого вопроса каждой части является проверка уровня сформированности компетенции ОК-1 (способность к самосовершенствованию и саморазвитию в профессиональной сфере, к повышению общекультурного уровня). Целью второго вопроса каждой части является проверка уровня сформированности компетенции ОПК-1 (способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные акты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой). Четвертая часть проверяет практические навыки применения теоретического материала к решению задач в области математического анализа.

### **Проведение экзамена**

На экзамене разрешено использовать ручку с чернилами синего, фиолетового или черного цвета, листы бумаги формата А4 или А5. Использование мобильных средств связи, справочной литературы и других пособий на экзамене не разрешается.

Студенты по одному заходят в аудиторию, передают зачетную книжку экзаменатору и берут экзаменационный билет. Студент занимает место в аудитории, указанное экзаменатором.

По завершении времени, отведенного на подготовку, студенты отвечают экзаменатору на вопросы экзаменационного билета.

Студент в ходе ответа на вопросы экзаменационного билета должен

полностью раскрыть содержание поставленных теоретических вопросов, доказать требуемое математическое утверждение или вывести формулу, верно и обоснованно решить практические задания.

После ответа студента по билету преподаватель вправе задать дополнительные теоретические вопросы и дать для решения практические задачи по программе дисциплины.

На основе полученных ответов на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы по программе дисциплины, преподаватель ставит оценку за экзамен в соответствии с критериями оценивания.

### **Критерии оценки к экзамену**

На экзамене оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценка по дисциплине может быть выставлена по результатам коллоквиумов.

При этом критерии оценки те же, что и на экзамене

### **Процедура оценивания КР**

Сданная на проверку студентом КР проверяется преподавателем. Проверяется каждое задание КР. Должно быть приведено полное решение задания и дан верный ответ. Задания контрольной работы повторяют задания ИДЗ по теме.

По окончании проверки всех заданий КР, преподаватель на первой странице ставит итоговую оценку от 0 до 5. Оценки выставляются пропорционально доле верно решенных заданий.

Минимально допустимой оценкой, свидетельствующей о сформированности у студента требуемых умений, является оценка «3».

В случае получения оценки менее «3», студент обязан переписать контрольную работу, выполнив другой вариант, предложенный преподавателем, в часы консультаций по дисциплине. При этом максимальная оценка, которая может быть выставлена - «5».

### **Оценочные средства для текущей аттестации Расчетно-графические (индивидуальные домашние) задания (ПР-12).**

#### **Критерии оценки:**

Преподавателем проверяется каждое задание ИДЗ. Если приведено полное решение задания и дан верный ответ, задание помечается решенным верно, в противном случае ставится пометка о неверном решении.

По окончании проверки всех заданий ИДЗ, преподаватель на титульном листе ставит итоговую оценку в виде десятичной дроби от 0 до 1, что соответствует доли верно решенных заданий ИДЗ.

Минимально допустимой долей, свидетельствующей о сформированности у студента минимальных умений, является доля 0,6.

В случае получения суммарной оценки доли верно решенных заданий менее 0,6, студент обязан исправить допущенные ошибки и сдать ИДЗ на повторную проверку преподавателю.

В результате повторной проверки или первичной проверки ИДЗ, сданного не в срок (позднее установленного срока, соответствующего первому аудиторному занятию после окончания изучения раздела дисциплины) максимально возможная итоговая оценка, выставляемая на титульный лист, составляет 0,6.

Студенты, получившие итоговую оценку не менее 0,6, обязаны защитить ИДЗ, ответив верно на три заданных по решению заданий вопроса преподавателем или решив три аналогичных задания в присутствии

преподавателя. Защита ИДЗ осуществляется в часы практических занятий или консультаций по учебной дисциплине.

В случае неуспеха при защите ИДЗ, оно считается не зачтенным и требует повторной защиты.