



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНСТИТУТ НАУКОЕМКИХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПЕРЕДОВЫХ МАТЕРИАЛОВ (ШКОЛА)

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП, директор
Департамента теоретической физики
и интеллектуальных технологий

Нефедев К.В.
(Ф.И.О. рук. ОП)
«15» апреля 2022 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. зам. директора по учебной и
методической работе



Красицкая С.Г.
(Ф.И.О.)
«15» апреля 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы математической физики

Направление подготовки 03.03.02 Физика

Цифровые технологии в физике

Форма подготовки очная

курс 2 семестр 4
лекции 54 час.
практические занятия 54 час.
лабораторные работы час.
в том числе с использованием МАО лек. 0 / пр. 18 час.
всего часов аудиторной нагрузки 108 час.
в том числе с использованием МАО 18 час.
самостоятельная работа 72 час.
в том числе на подготовку к экзамену 45 час.
контрольные работы 1
курсовая работа не предусмотрены
зачет не предусмотрен
экзамен 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 03.03.02 **Физика**, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от «07» августа 2020 г. № 891.

Рабочая программа обсуждена на заседании Департамента теоретической физики и интеллектуальных технологий, протокол № 4 от «25» ноября 2021 г.

Директор Департамента теоретической физики и интеллектуальных технологий Нефедев К.В.
Составитель к. ф.-м. н., доцент Департамента теоретической физики и интеллектуальных технологий Московченко Л.Г.

Владивосток
2022

Оборотная сторона титульного листа РПД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры/департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Заведующий департаментом _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры/департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Заведующий департаментом _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры/департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Заведующий департаментом _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры/департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № _____

Заведующий департаментом _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

Дисциплина «Методы математической физики» разработана для студентов 2 курса направления подготовки 03.03.02 «Физика», в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по данному направлению.

Дисциплина «Методы математической физики» относится к разделу Б1.О.14 обязательной части учебного плана.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (54 час.) и практические занятия (54 час.) с использованием методов интерактивного обучения (18 час.), самостоятельная работа (72 час., из них 45 час. отведены на подготовку к экзамену). Дисциплина реализуется в 4 семестре 2 курса.

Изучение данной дисциплины базируется на материале курсов: «Математический анализ», «Алгебра и аналитическая геометрия», «Векторный и тензорный анализ», «Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление».

Целью курса является изложение основ построения математических моделей физических явлений и решения получающихся при этом математических задач, в том числе с использованием информационных и «сквозных» технологий.

Задачи:

1. Изучить методы решения различных типов дифференциальных уравнений с частными производными и приобрести практические навыки их решения;
2. Научиться использовать специальные функции при решении задач математической физики;
3. Научиться интерпретировать полученные решения;
4. Приобрести навыки построения математических моделей при решении ряда физических задач.
5. Приобрести навыки использования различных информационных и «сквозных» технологий для решения задач математической физики.

Для успешного изучения дисциплины «Методы математической физики» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- ОК-1 - способность к самосовершенствованию и саморазвитию в профессиональной сфере, к повышению общекультурного уровня;

- ОПК-1 – способность использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке).

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции:

Тип задач	Код и наименование профессиональной компетенции (результат освоения)	Код и наименование индикатора достижения компетенции
научно-исследовательский	ОПК-1 Способен использовать специализированные знания в области физики, а также стандартные программные средства компьютерного моделирования для освоения профильных физических дисциплин	ОПК -1.1 Использует в профессиональной деятельности основы физико-математических и (или) естественных наук
		ОПК -1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением физико-математических и (или) естественнонаучных знаний, методов математического анализа

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания (результата обучения по дисциплине)
ОПК-1.1 Использует в профессиональной деятельности основы физико-математических и (или) естественных наук	Знает - методы решения различных типов краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных; - возможности систем компьютерной математики для выполнения научных исследований в области математической физики.
	Умеет - применять методы решения краевых задач для различных типов дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных; - выбирать и использовать функционал систем компьютерной математики для выполнения научных исследований в области математической физики.
	Владеет - навыками определения типа краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка в

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания (результата обучения по дисциплине)
	частных производных и выбрать соответствующий метод решения; - навыками оптимального применения функционала систем компьютерной математики для решения задач математической физики.
ОПК -1.2 Решает стандартные профессиональные задачи с применением физико-математических и (или) естественнонаучных знаний, методов математического анализа	Знает - методы решения различных типов дифференциальных уравнений в том числе с использованием специальных функций; - основы использования нейронных сетей для решения задач математической физики; - облачные технологии для организации совместной работы и доступа к информации.
	Умеет - Использовать специальные математические функции при решении физических задач; - Подбирать алгоритмы и реализации для работы с нейронными сетями при решении задач математической физики; - Ориентироваться в возможностях облачных сервисов и выбирать необходимые инструменты для организации совместной работы и доступа к информации.
	Владеет - Навыками построения математических моделей физических явлений, формулирования краевых задач, применения специальных функций для решения краевых задач; - Начальными навыками использования нейронных сетей для решения задач математической физики; - Навыками групповой работы с использованием облачных сервисов и инструментов.

2. Трудоёмкость дисциплины и видов учебных занятий по дисциплине

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачётных единиц (180 академических часов).

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Видами учебных занятий и работы обучающегося по дисциплине являются:

Обозначение	Виды учебных занятий и работы обучающегося
Лек	Лекции
Пр	Практические занятия
СР	Самостоятельная работа обучающегося в период теоретического обучения

Контроль	Самостоятельная работа обучающегося и контактная работа обучающегося с преподавателем в период промежуточной аттестации
----------	---

Структура дисциплины:

Форма обучения – очная.

№	Наименование раздела дисциплины	Семестр	Количество часов по видам учебных занятий и работы обучающегося						Формы промежуточной аттестации
			Лек	Лаб	Пр	ОК	СР	Контроль	
1	Раздел I. Методы решения одномерных задач.	4	24	-	30	-	27	45	ПР-1; ПР-2; ПР-11
2	Раздел 2. Дву- и трехмерные задачи. Специальные функции.	4	30	-	24	-	27	45	
Итого:			54	-	54	-	27	45	

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Методы теоретической физики» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения: коллективное обсуждение методов решения задачи; коллективное построение моделей, описывающих физические задачи.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Лекционные занятия (54 час.)

Раздел I. Методы решения одномерных задач. (24 час.)

Тема 1. Дифференциальные уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными (4 час.)

Определение дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными, их классификация, приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с двумя неизвестными.

Обзор сквозных технологий с точки зрения возможности их применения в научных исследованиях вообще и в математических расчётах в частности. Обзор программных средств и сервисов, используемых для научных исследований в области теоретической физики и в учебном процессе (системы

компьютерной математики MATLAB (GNU Octave), Mathematica, Maple, Mathcad; программа для визуализации научных данных gnuplot).

Тема 2. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа (4 час.)

Уравнения малых поперечных колебаний стержней и струн. Энергия колебаний струны. Поперечные колебания мембраны. Граничные и начальные условия. Редукция общей задачи. Постановка краевых задач для случая многих переменных.

Тема 3. Метод распространяющихся волн (2 час.)

Формула Даламбера. Физическая интерпретация. Неоднородное уравнение. Полуограниченная прямая и метод продолжений.

Тема 4. Метод разделения переменных (6 час.)

Уравнение свободных колебаний струны, интерпретация решения. Неоднородные уравнения. Общая первая краевая задача. Общая схема метода разделения переменных.

Тема 5. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа (4 час.)

Линейная задача о распространении тепла. Уравнение диффузии. Распространение тепла в пространстве. Постановка краевых задач. Метод разделения переменных. Однородная краевая задача. Функция источника. Общая первая краевая задача.

Тема 6. Распространение тепла для неограниченной области. (4 час.)

Распространение тепла на бесконечной прямой. Функция источника для неограниченной области. Интеграл Пуассона. Распространения тепла на полубесконечной прямой. Метод Дюамеля.

Раздел II. Дву- и трехмерные задачи (30 час.)

Тема 1. Задачи, приводящиеся к уравнению Лапласа. Краевые задачи на плоскости (4 час.)

Физические задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Формулы Грина, интегральное представление решения. Внешние краевые задачи. Первая краевая задача для круга, интеграл Пуассона.

Особенности нейросетевого подхода к решению дифференциальных уравнений в частных производных. Понятие об обучении нейронных сетей методом градиентного спуска. Обзор открытой программной библиотеки для машинного обучения TensorFlow.

Тема 2. Уравнение колебаний в пространстве(4 час.)

Колебания ограниченных объемов. Колебания прямоугольной мембраны. Колебания круглой мембраны.

Тема 3. Функции Бесселя (6 час.)

Функции Бесселя. Степенные ряды. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Краевые задачи для функции Бесселя. Графики функций Бесселя и Неймана. Колебания круглой мембраны.

Тема 4. Функции Ханкеля, Неймана (2 час.)

Определение функций Ханкеля, Неймана. Асимптотики функций.

Тема 5. Цилиндрические функции мнимого аргумента. Эллиптические интегралы (4 час.)

Функции Бесселя мнимого аргумента и функции Макдональда. Уравнение мнимого аргумента. Свойства функций мнимого аргумента. Гамма-функция. Бета-функция. Их свойства.

Тема 6. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра (4 час.)

Уравнение Лежандра. Полиномы Лежандра. Рекуррентные формулы и свойства полиномов Лежандра. Графики полиномов Лежандра. Уравнение присоединенных функций Лежандра. Свойства присоединенных функций Лежандра. Задачи, приводящие к присоединенным функциям Лежандра.

Тема 7. Гармонические полиномы и сферические функции (2 час.)

Уравнение сферических функций. Свойства сферических функций.

Тема 8. Полиномы Чебышева-Эрмита. Полиномы Чебышева-Лагерра (4 час.)

Полиномы Чебышева-Эрмита. Дифференциальная формула, рекуррентные соотношения, свойства. Полиномы Чебышева-Лагерра. Дифференциальная формула, рекуррентные соотношения, свойства. Обобщенные полиномы Чебышева-Лагерра.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Интерактивный метод: коллективное обсуждение методов решения задачи, *Интерактивный метод:* коллективное построение моделей, описывающих физические задачи.

Практические занятия (54 час.)

Занятие 1-2. Приведение к каноническому виду уравнений с частными производными второго порядка с двумя неизвестными (4 час.)

1. Приведение к каноническому виду уравнений с частными производными второго порядка гиперболического и параболического типов.
2. Приведение к каноническому виду уравнений с частными

производными второго порядка параболического и эллиптического типов.

Занятие 3-4. Метод распространяющихся волн для уравнений гиперболического типа. Задачи Коши (4 час.)

Интерактивный метод: коллективное построение моделей, описывающих физические задачи

1. Общее решение уравнения гиперболического типа.
2. Метод распространяющихся волн. Задача о свободных колебаниях бесконечной струны с неоднородными начальными условиями.
3. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 5. Контрольная работа по приведению к каноническому виду уравнений с частными производными второго порядка с двумя неизвестными (2 час.)

Занятие 6. Неоднородное уравнение. Задачи Коши (2 час.)

1. Решение неоднородных задач на бесконечной прямой.
2. Задача о вынужденных колебаниях бесконечной струны.
3. Задача о колебаниях полубесконечной струны с неоднородными начальными условиями.
4. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 7-8. Метод разделения переменных (4 час.)

Интерактивный метод: коллективное обсуждение методов решения задачи

1. Метод разделения переменных для однородных одномерных уравнений гиперболического типа. Первая краевая задача.
2. Колебания ограниченной струны.
3. Численное решение задач с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave).
4. Визуализация решений.

Занятие 9. Неоднородные уравнения колебаний ограниченной струны (2 час.)

1. Решение задач со стационарной неоднородностью.
2. Задача о вынужденных колебаниях ограниченной струны.
3. Численное решение задач с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave).
4. Визуализация решений.

Занятие 10. Общая первая краевая задача (2 час.)

1. Решение общей первой краевой задачи для волнового уравнения.
2. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 11-12. Общая вторая краевая задача для волнового уравнения (4 час.)

Интерактивный метод: коллективное обсуждение методов решения задачи

1. Волновое уравнение.
2. Решение задач аналитическим способом.
3. Численное решение задач с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave).
4. Визуализация решений.

Занятие 13. Однородная краевая задача для уравнения теплопроводности (2 час.)

Интерактивный метод: коллективное обсуждение методов решения задачи

1. Задача о теплопроводности стержня с однородными граничными условиями.
2. Поиск реализации алгоритмов численного решения дифференциальных уравнений в частных производных на веб-сервисе GitHub.
3. Численное решение задач с использованием найденных алгоритмов по группам, визуализация решений, сравнение результатов.

Занятие 14-15. Общая первая краевая задача для уравнения теплопроводности (4 час.)

1. Метод разделения переменных для однородных одномерных уравнений параболического типа.
2. Вторая краевая задача.
3. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 16. Контрольная работа по решению краевых задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности (2 час.)

Занятие 17. Колебания прямоугольной мембраны (2 час.)

1. Задача о свободных колебаниях прямоугольной мембраны.
2. Задача о вынужденных колебаниях прямоугольной мембраны.
3. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 18. Цилиндрические функции и их свойства (2 час.)

Интерактивный метод: коллективное обсуждение методов решения задачи

1. Цилиндрические функции. Свойства цилиндрических функций.
2. Задача о вынужденных колебаниях прямоугольной мембраны.
3. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 19-20. Колебания круглой мембраны (4 час.)

1. Задача о свободных колебаниях круглой мембраны. Первая краевая задача.
2. Вынужденные колебания круглой мембраны.
3. Численное решение задач с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave).
4. Визуализация решений.

Занятие 21-22. Распространение тепла в цилиндре (4 час.)

1. Стационарное распределение тепла в цилиндре.
2. Стационарное распределение концентрации газа в цилиндре.
3. Распространение тепла в цилиндре.
4. Численное решение задач с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave).
5. Визуализация решений.

Занятие 23-24. Колебания ограниченных объемов (4 час.)

Интерактивный метод: коллективное обсуждение методов решения задачи

1. Уравнение Шредингера.
2. Гармонический осциллятор.
3. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 25-26. Распространение тепла в ограниченных средах. (4 час.)

1. Стационарное распределение тепла в шаре, часть шара нагревается плоскопараллельным потоком тепла.
2. Стационарное распределение тепла в шаре, в объеме шара происходит тепловыделение, на поверхности - конвективный обмен со средой.
3. Визуализация решения с помощью любого графического пакета, работающего с аналитическими выражениями (Wolfram|Alpha, MATLAB (GNU Octave), Mathematica, gnuplot).

Занятие 27. Решение краевых задач для уравнения Лапласа. (2 час.)

1. Решение краевых задач для уравнения Лапласа с использованием нейронных сетей (с использованием готовых реализаций алгоритмов машинного обучения из библиотеки TensorFlow).
2. Визуализация решения и сравнение с аналитическим решением.

Задания для самостоятельной работы

Тема 1. Средства визуализации функций.

1. Изучить возможности визуализации функций одной и более переменных в системах компьютерной математики MATLAB (GNU Octave), Mathematica, Maple, Mathcad; в программе для визуализации научных данных gnuplot.
2. Исследовать поведение решения при изменении входных параметров для одной из краевых задач, решение которой выражается через функции Бесселя.

Тема 2. Применение нейросетевого подхода к решению дифференциальных уравнений в частных производных.

1. Изучить литературу по теме.
2. Выделить недостатки и преимущества использования нейронных сетей при решении краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных.
3. Ознакомиться с открытой программной библиотекой для машинного обучения TensorFlow.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Методы математической физики» включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	1-2 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	2	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)
2	3 неделя	Подготовка к контрольной работе.	1	ПР-2 (Контрольная работа)
3	4-5 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	2	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-1 (Тест)
4	6 неделя	Подготовка к контрольной работе.	1	ПР-2 (Контрольная работа)
5	7-8 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	3	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)
6	9-10 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	3	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)
7	11 неделя	Подготовка к контрольной работе.	1	ПР-2 (Контрольная работа)
8	12-13 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	3	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) ПР-1 (Тест)
9	14-15 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	3	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)
10	16 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	2	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)
11	17 неделя	Подготовка к семинарским занятиям	3	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания)
12	18 неделя	Подготовка к тесту	3	ПР-1 (Тест)
13		Подготовка к экзамену	45	Экзамен
Итого:			72 часа	

Рекомендации по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа помогает студентам:

1. овладеть знаниями:

- чтение текста (учебника, дополнительной литературы и т.д.);
- составление плана текста, графическое изображение структуры текста, конспектирование текста, выписки из текста и т.д.;
- работа со справочниками и др. справочной литературой;
- использование компьютерной техники и Интернета и др.;

2. закреплять и систематизировать знания:

- работа с конспектом лекции;
- обработка текста, повторная работа над учебным материалом учебника, дополнительной литературы, аудио и видеозаписей;
- подготовка плана.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности и уровня умений студентов.

Контроль результатов самостоятельной работы студентов должен осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и внеаудиторную самостоятельную работу студентов по дисциплине, может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Самостоятельная работа на лекции

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую

дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Требования к конспекту для практических занятий:

1. Должен быть в отдельной тетради, подписанный.
2. Обязательно писать план занятия с указанием темы, вопросов, списка литературы и источников.
3. Отражать проблематику всех поставленных вопросов (анализ источника, литературы).
4. Иметь по ним аргументированные выводы. Слово «аргументированные» является ключевым. Главное - доказуемость выводов.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Критериями оценок результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентами учебного материала;
- сформированность общеучебных умений;
- умения студента активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями;
- умение ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
- умение четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
- умение показать, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация

1	Раздел I. Методы решения одномерных задач.	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Знает	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) Контрольная работа (ПР-2) ПР-1 (Тест)	Экзамен, вопросы № 1-12
			Умеет		
			Владеет		
2	Раздел II. Дву- и трехмерные задачи	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Знает	ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) Контрольная работа (ПР-2) ПР-1 (Тест)	Экзамен, вопросы № 13-28
			Умеет		
			Владеет		

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в разделе VIII.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литературы

1. Степучев, В. Г. Дифференциальные уравнения в частных производных : учебник для вузов / В. Г. Степучев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 144 с. — ISBN 978-5-8114-7562-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/169798> (дата обращения: 10.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей..
2. Треногин, В. А. Уравнения в частных производных : учебное пособие / В. А. Треногин, И. С. Недосекина. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 228 с. — ISBN 978-5-9221-1448-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59744> (дата обращения: 10.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Соболева, Е.С. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 96 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5295>. — Загл. с экрана.

4. Коткин, Г. Л. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием Matlab : учебное пособие для вузов / Г. Л. Коткин, Л. К. Попов, В. С. Черкасский. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 202 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10512-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/494583> (дата обращения: 30.03.2022).
5. Деревич, И. В. Практикум по уравнениям математической физики : учебное пособие / И. В. Деревич. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 428 с. — ISBN 978-5-8114-2601-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212843> (дата обращения: 30.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Александрова, Н. Я. Сборник задач по методам математической физики. / Н.Я. Александрова. – Владивосток : Изд-во ДВФУ, 2014. - 34 с.
ЭБС ДВФУ:
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?aid=6Fq21FEg71j7MНecftcWJdwqT7EWti%2B0TYdcoPbkUfY%3D%3BTTyizeW5RhXqXq8V/DZWhA%3D%3D%3BDZQ2%2BAqlFhu9i6kCds/FczyVzHQl241GQxUsKjVfIKrCGS27og4jGjIh1WA%2B7ZZEKd1zjmalYKLMpnmNWLxhGqmBY1xdTNz0bLyoIA/m/k%3D&id=chamo:275442>;
7. Александрова Н. Я. Сборник задач по методам математической физики. В 2 ч. Ч. 1 / Н.Я. Александрова. - Владивосток: Изд-во ДВФУ, 2014. - 36 с.
ЭБС ДВФУ:
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?aid=6Fq21FEg71j7MНecftcWJdwqT7EWti%2B0TYdcoPbkUfY%3D%3BTTyizeW5RhXqXq8V/DZWhA%3D%3D%3BDZQ2%2BAqlFhu9i6kCds/FczyVzHQl241GQxUsKjVfIKrCGS27og4jGjIh1WA%2B7ZZEKd1zjmalYKLMpnmNWLxhGqmBY1xdTNz0bLyoIA/m/k%3D&id=chamo:275445>.

Дополнительная литература

1. Голоскоков, Д. П. Курс математической физики с использованием пакета Maple : учебное пособие / Д. П. Голоскоков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 576 с. — ISBN 978-5-8114-1854-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212132> (дата обращения: 30.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Розендорн, Э. Р. Уравнения с частными производными : учебник / Э. Р. Розендорн, Е. С. Соболева, Г. М. Фатеева. — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2017. — 336 с. — ISBN 978-5-9221-1756-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/104991> (дата обращения: 10.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Тарасенко, А. В. Дифференциальные уравнения с частными производными : учебно-методическое пособие / А. В. Тарасенко, И. П. Егорова, В. Г. Гумеров. — Самара : АСИ СамГТУ, 2018. — 98 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/127747> (дата обращения: 10.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики : учебное пособие для вузов / М. М. Карчевский. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 164 с. — ISBN 978-5-8114-9481-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195495> (дата обращения: 30.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-pde.htm> - Линейные и нелинейные уравнения математической физики и другие уравнения с частными производными - методы решения.
2. <https://www.youtube.com/watch?v=ilkBj7Jkny8> – курс «Уравнения математической физики» МГППУ.
3. Балакин А.Б. Три лекции по теории функций Бесселя: Учебно-методическое пособие. - Казань: Казанский государственный университет, 2009. - 39 с. Режим доступа : <http://window.edu.ru/resource/705/69705>
4. https://dspace.spbu.ru/bitstream/11701/32448/1/VKR_final_1.pdf - Применение методов машинного обучения для решения дифференциальных уравнений.

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

1. <https://github.com/> - веб-сервис для хостинга и совместной разработки IT-проектов.

2. <https://www.tensorflow.org/> - Открытая программная библиотека для машинного обучения.
3. <http://www.gnuplot.info/> - Программа для визуализации научных данных.
4. <https://www.wolframalpha.com/> - База знаний и набор вычислительных алгоритмов.

При осуществлении образовательного процесса студентами и профессорско-преподавательским составом используются следующие цифровые инструменты и программное обеспечение:

- Сервисы *Яндекс 360 – Документы, Диск* (или *Microsoft 365*)
- *Microsoft Teams* и интегрированные с ним приложения (*Miro* или *Whiteboard, OneNote Class Notebook, Draw.io*)
- *Microsoft Office* (*Excel, PowerPoint, Word* и т. д), *Open Office*, программное обеспечение электронного ресурса сайта ДВФУ, включая ЭБС ДВФУ.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение каждой темы курса предполагает следующие действия:

- 1) Посещение лекционных занятий;
- 2) Самостоятельная проработка изученного на лекции материала по конспекту и рекомендованной литературе;
- 3) Решение задач и работа на практических занятиях.

Лекционные занятия ориентированы на освещение основных тем курса и призваны сориентировать студентов в предлагаемом материале, заложить научные и методологические основы для дальнейшей самостоятельной работы студентов. Работа на лекционных занятиях предполагает активное участие обучающегося в процессе освоения материала, ведение конспекта.

Практические занятия акцентированы на наиболее принципиальных и проблемных вопросах курса и призваны стимулировать выработку практических умений.

Самостоятельная работа является важнейшей компонентой изучения дисциплины «Методы математической физики» и включает работу с конспектами лекций и рекомендованной литературой, решение задач, знакомство с цифровыми технологиями и инструментами, необходимыми для изучения основного содержания курса. В ходе этой работы студенты отбирают необходимый материал по изучаемому вопросу и анализируют его. Студентам

необходимо ознакомиться с основными источниками, без которых невозможно полноценное понимание проблематики курса.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень материально-технического и программного обеспечения дисциплины приведен в таблице.

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L 607. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Помещение укомплектовано специализированной учебной мебелью (посадочных мест – 30) Оборудование: ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA – 1 шт. Доска аудиторная.	Microsoft Teams и интегрированные с ним приложения (Miro или Whiteboard, OneNote Class Notebook, Draw.io) Microsoft Office (Excel, PowerPoint, Word и т. д), Open Office

VIII. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Для дисциплины «Методы математической физики» используются следующие оценочные средства:

Письменные работы:

1. Тест (ПР-1).
2. Контрольная работа (ПР-2).
3. Разноуровневые задачи и задания (ПР-11).

Письменные работы:

Тест (ПР-1) - Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Контрольная работа (ПР-2) - Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Разноуровневые задачи и задания (ПР-11) - Различают задачи и задания:

а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины;

б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;

в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов по дисциплине «Методы математической физики» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме контрольных мероприятий: устного опроса, ведения конспекта, решения задач, контрольной работы.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);

- степень усвоения теоретических знаний;

- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;

- результаты самостоятельной работы.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе повседневной учебной работы по курсу дисциплины. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины, овладению общими компетенциями.

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Методы математической физики» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Промежуточная аттестация обучающихся по учебной дисциплине осуществляется в рамках завершения изучения данной дисциплины и позволяет определить качество и уровень ее освоения. Предметом оценки освоения являются умения и знания.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена (устный опрос в форме ответов на вопросы экзаменационных билетов) и позволяет определить развитие общих компетенций, предусмотренных для ОПОП. Условием допуска к экзамену является успешное освоение обучающимися всех элементов дисциплины.

Методы контроля:

- Проведение контрольных работ.
- Тестирование.
- Экзамен.

Интерактивные формы проведения занятий:

- коллективное обсуждение методов решения задачи.
- коллективное построение моделей, описывающих физические задачи.

Оценочные средства для промежуточной аттестации

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.
2. Канонические формы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
3. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа.
4. Уравнения гиперболического типа. Постановка краевых задач. Граничные и начальные условия. Редукция общей задачи.
5. Возможности программных средств и сервисов для выполнения научных исследований в области математической физики. Сквозные технологии в научных исследованиях.
6. Уравнения гиперболического типа. Метод распространяющихся волн.
7. Уравнения гиперболического типа. Метод разделения переменных. Однородные уравнения.
8. Уравнения гиперболического типа. Метод разделения переменных. Неоднородные уравнения. Общая первая краевая задача.
9. Общая схема метода разделения переменных. Свойства собственных функций и собственных значений.
10. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа.
11. Уравнения параболического типа. Постановка краевых задач. Граничные и начальные условия.
12. Уравнения параболического типа. Метод разделения переменных.
13. Колебания ограниченных объемов. Общая схема метода разделения переменных. Стоячие волны. Колебания прямоугольной мембраны.

14. Колебания круглой мембраны: разделение переменных и решение задачи.
15. Уравнение Бесселя. Представление решения степенными рядами. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя.
16. Различные типы цилиндрических функций. Функции Бесселя полуцелого порядка. Ортогональность и нормировка функций Бесселя. Сферические функции Бесселя и Неймана.
17. Полиномы Лежандра. Производящая функция. Дифференциальная формула. Рекуррентные соотношения. Уравнение Лежандра. Свойства полиномов Лежандра.
18. Присоединенные функции Лежандра. Свойства присоединенных полиномов Лежандра.
19. Гармонические полиномы. Сферические функции. Свойства сферических функций.
20. Задача Дирихле для сферы. Проводящая сфера в поле точечного заряда.
21. Поляризация шара в однородном поле.
22. Особенности нейросетевого подхода к решению дифференциальных уравнений в частных производных. Понятие об обучении нейронных сетей методом градиентного спуска.
23. Собственные колебания сферы.
24. Внешняя краевая задача для сферы.
25. Полиномы Чебышева-Эрмита. Производящая функция. Дифференциальная формула. Рекуррентные соотношения. Уравнение Чебышева-Эрмита. Свойства полиномов Чебышева-Эрмита.
26. Полиномы Чебышева-Лагерра. Производящая функция. Дифференциальная формула. Рекуррентные соотношения. Уравнение Чебышева-Лагерра. Свойства полиномов Чебышева-Лагерра.
27. Обобщенные полиномы Чебышева-Лагерра.
28. Дельта-функция. Гамма- и бета-функции.

Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Дальневосточный федеральный университет»

Институт наукоемких материалов и передовых технологий

ООП 03.03.02-Физика

Дисциплина Методы математической физики

Форма обучения очная

Семестр 4 2022 - 2023 учебного года

Реализующий департамент Теоретической физики и интеллектуальных технологий

Экзаменационный билет № 1

1. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.
2. Уравнение Бесселя. Представление решения степенными рядами. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя.

Директор департамента

Нефедев К. В.

Критерии оценки на экзамене по дисциплине «Методы математической физики»

Оценка **«отлично»** ставится, если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

Оценка **«хорошо»** ставится, если ответ обнаруживает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится, если ответ свидетельствует в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличается недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится, если ответ обнаруживает незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные

ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

Оценочные средства для текущей аттестации

Примеры задач и заданий.

1. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение:

$$U_{xx} + 4U_{xy} + 5U_{yy} + U_x + 2U_y = 0.$$

2. Найти решение задачи Коши:

$$3U_{xx} - 4U_{xy} + U_{yy} - 3U_x + U_y = 0$$

$$U(x, 0) = 2x, U_y(x, 0) = -3x$$

Построить функцию $U(x, y)$ с помощью любого графического пакета.

3. В области

$$0 < x < L, t > 0$$

для уравнения

$$U_{tt} = a^2 U_{xx} \text{ решить смешанную задачу со следующими условиями:}$$

$$U(0, t) = U_x(L, t) = 0,$$

$$U(x, 0) = x, U_t(x, 0) = \sin\left(\frac{\pi}{2L}\right)x + \sin\left(\frac{3\pi}{2L}\right)x.$$

Построить функцию $U(x, t)$ с помощью любого графического пакета. Решить задачу численным методом с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave). Сравнить результаты аналитического решения и численного эксперимента.

4. В области

$$0 < x < L, t > 0$$

для уравнения

$$U_t = a^2 U_{xx} \text{ решить смешанную задачу со следующими условиями:}$$

$$U_x(0, t) = U(L, t) = 0,$$

$$U(x, 0) = B \sin\left(\frac{5\pi}{2L}\right)x$$

Найти одну из реализаций алгоритмов численного решения дифференциальных уравнений в частных производных на веб-сервисе GitHub.

Численно решить задачу с использованием найденных алгоритмов, построить функцию $U(x, t)$. Задание выполняется в группах по 2-3 человека.

Провести сравнение результатов работы разных алгоритмов.

5. В однородной прямоугольной мембране $0 \leq x \leq s, 0 \leq y \leq p$ часть границы $x = s, 0 \leq y < p$ и $y = p, 0 \leq x < s$ свободна, а остальная часть закреплена жестко. Пренебрегая реакцией окружающей среды, найти поперечные колебания мембраны, вызванные начальным отклонением Ax .

Построить функцию $U(x, y, t)$ с помощью любого графического пакета.

6. Определить поперечные колебания однородной круглой мембраны радиуса r_0 , вызванные непрерывно распределенной по мембране поперечной силой плотности $qw \sin wt$, действующей с момента $t = 0$, если:

- край мембраны закреплен жестко;
- край мембраны закреплен упруго.

Построить функцию $U(M,t)$ с помощью любого графического пакета. Решить задачу численным методом с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave). Сравнить результаты аналитического решения и численного эксперимента.

7. В начальный момент времени $t = 0$ температура бесконечной однородной трубы $b \leq r \leq d$ равна U . Найти распределение температуры в трубе при $t > 0$, если внутренняя поверхность трубы теплоизолирована, а внешняя поддерживается при температуре T .

Построить функцию температуры $U(r,t)$ с помощью любого графического пакета. Исследовать функцию изменения температуры от времени в некоторой точке r_0 трубы. Исследовать изменение вида функции $U(r,t)$ в зависимости от параметров b и d .

8. Уравнение Лапласа

$$\Delta u = 4 \text{ на области } D = [0,1] \times [0,1]$$

$$y|_{\partial D} = (x_0^2 + x_1^2)|_{\partial D}$$

Решить краевую задачу для уравнения Лапласа с помощью нейронных сетей (использовать готовую реализацию алгоритмов машинного обучения методом градиентного спуска из библиотеки Tensorflow).

Решить задачу численным методом с использованием встроенных функций системы компьютерной математики MATLAB (GNU Octave). Сравнить результаты численных экспериментов.

Для решения задачи можно пользоваться [материалами](#).

Контрольная работа 1

1. Дифференциальным уравнением в частных производных является

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 + y^2} \quad 2. x^2 dx + z^2 = 0 \quad 3. x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

2. Уравнение колебания струны

$$1. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 2. \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 3. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial u}{\partial x}$$

3. Указать дифференциальное уравнение второго порядка

$$1. u^2 + x^2 = 4 \quad 2. u^2 + \frac{\partial u}{\partial x} = x^2 \quad 3. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

4. Какие условия для функции $u(x,t)$ являются начальными

$$1. u(l; t) = f(t) \quad 2. u(x, 0) = f(x) \quad 3. \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = f(t)$$

5. Найти функцию $u(x, y)$, удовлетворяющую уравнению $\frac{\partial u}{\partial y} = 3$

$$1. u(x, y) = 3y + \varphi(x) \quad 2. u(x, y) = 3x + \varphi(y) \quad 3. u(x, y) = 3y + C$$

6. Согласно методу Фурье решение дифференциального уравнения теплопроводности находят в виде

$$1. u(x, t) = \frac{X(x)}{T(t)} \quad 2. u(x, t) = X(x)T(t) \quad 3. u(x, t) = xt$$

7. Найти решение задачи Коши:

$$U_{xx} + 2U_{xy} - 3U_{yy} = 0$$

$$U(x, 0) = 3x^2, U_y(x, 0) = 0$$

Построить функцию $U(x, y)$ с помощью любого графического пакета.

Контрольная работа 2

1. Решение задачи о собственных значениях (задачи Штурма-Лиувилля)

$$x'' + \lambda x = 0, x(0) = 0, x(l) = 0:$$

$$1. X(x) = A \cos \sqrt{\lambda} x + B \sin \sqrt{\lambda} x$$

$$2. X(x) = A + B e^{-\sqrt{\lambda} x}$$

$$3. \lambda_n = \frac{\pi^2 n^2}{l^2}, X_n(x) = B \sin \frac{\pi n}{l} x, n = 1, 2, \dots$$

2. Уравнение теплопроводности для стационарного случая

$$1. \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 2. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad 3. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

3. Уравнение гиперболического типа

$$1. u_{xx} - u_{yy} = F$$

$$2. u_{xx} + u_{yy} = F$$

$$3. u_{xx} = F$$

4. В области

$$0 < x < L, t > 0$$

для уравнения

$$U_{tt} = a^2 U_{xx} \text{ решить смешанную задачу со следующими условиями:}$$

$$U_x(0, t) = U_x(L, t) = 0,$$

$$U(x, 0) = 0, U_t(x, 0) = \cos\left(\frac{\pi}{L}\right)x.$$

Построить функцию $U(x, t)$ с помощью любого графического пакета.

Критерии оценки контрольной работы

Отметка "Отлично"

1. В решении и объяснении нет ошибок.
2. Ход решения рациональный.

3. Если необходимо, решение произведено несколькими способами.
4. Допущены ошибки по невнимательности (оговорки, описки).

Отметка "Хорошо"

1. Существенных ошибок нет.
2. Допущены 1-2 несущественные ошибки или неполное объяснение, или использование 1 способа при заданных нескольких.

Отметка "Удовлетворительно"

1. Допущено не более одной существенной ошибки, записи неполны, неточности.
2. Решение выполнено с ошибками в математических расчетах.

Отметка "Неудовлетворительно"

1. Решение осуществлено только с помощью учителя.
2. Допущены существенные ошибки.
3. Решение и объяснение построены не верно.

Тест 1

1.(80%)ОПРЕДЕЛИТЕ ВИД УРАВНЕНИЯ, КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА ЗАПИСИ КОТОРОГО ИМЕЕТ ВИД $u_{\eta\eta} = -f/\bar{a}_{22}$.

- 1) параболическое
- 2) гиперболическое
- 3) эллиптическое
- 4) ультрагиперболический

2. (80%)Если дискриминант характеристического уравнения $D = a_{12}^2 - a_{11} a_{22}$ больше нуля, то уравнение $a_{11} u_{xx} + 2 a_{12} u_{xy} + u_{yy} = f(u_x, u_y, u, x, y)$ является уравнением

- 1) параболического типа
- 2) эллиптического типа
- 3) гиперболического типа
- 4) ультрагиперболический

3. (80%)УКАЖИТЕ НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

- 1) $u_x(x,0)=0$
- 2) $u(0,t)=0$
- 3) $u(x,0)=\varphi(x)$,
- 4) $u_t(x,0)=\psi(x)$

4. (80%)УКАЖИТЕ УРАВНЕНИЕ ЛАПЛАСА

- 1) $u_{tt}=a^2\Delta u$
- 2) $\rho u_t=k\Delta u$
- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\rho u_t=ku_{xx}$

5. (80%)УРАВНЕНИЕ МАЛЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕМБРАНЫ ИМЕЕТ ВИД:

- 1) $u_{tt}=a^2(u_{xx} + u_{yy}) + f(x,t)$
- 2) $\rho u_t=k\Delta u$

- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\rho u_t = k u_{xx}$
6. (80%) НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧЕЙ КОШИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ЯВЛЯЕТСЯ
- 1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $-\infty < x < \infty$
- 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $0 < x < \infty$
- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$
7. (60%) ОБЩАЯ ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ:
- 1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$; $0 < x < 1$ $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $u(0,t) = \mu_1(t)$; $u(1,t) = \mu_2(t)$.
- 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $0 < x < 1$; $u(0,t) = \mu_1(t)$ $u(1,t) = \mu_2(t)$.
- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$
8. (20%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ ОРТОГОНАЛЬНЫ МЕЖДУ СОБОЙ С ВЕСОМ
- 1) a^2
- 2) 1
- 3) r
9. (60%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ И НЕЙМАНА НУЛЕВОГО ПОРЯДКА ПРИ СТРЕМЛЕНИИ АРГУМЕНТА К НУЛЮ ВЕДУТ СЕБЯ ТАК
- 1) $J_0 \rightarrow 0$; $N_0 \rightarrow 0$
- 2) $J_0 \rightarrow 0$; $N_0 \rightarrow 1$
- 3) $J_0 \rightarrow 1$; $N_0 \rightarrow -\infty$
- 4) $J_0 \rightarrow 1$; $N_0 \rightarrow 0$
10. (50%) НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧЕЙ КОШИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ЯВЛЯЕТСЯ ЗАДАЧА:
- 1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$; $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $-\infty < x < \infty$
- 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $u_t(x,0) = \psi(x)$; $0 < x < \infty$
- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$
11. (30%) ОБЩИЙ ИНТЕГРАЛ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ $U_{\xi\eta}(\xi,\eta) = 0$ ИМЕЕТ ВИД:
- 1) $U(\xi,\eta) = f_1(\xi) + f_2(\eta)$.
- 2) $U(\xi,\eta) = f_1(\xi\eta) + f_2(\eta)$.
- 3) $U(\xi,\eta) = f_1(\xi^2) + f_2(\eta^2)$.
- 4) $U(\xi,\eta) = f(\xi + \eta)$
12. (80%) СОБСТВЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ НАЗЫВАЮТ
- 1) те значения параметра λ , при которых существуют нетривиальные решения задачи
- 2) значения параметра λ
- 2) соответствующие собственным значения нетривиальные решения задачи.
- 3) любые решения уравнения.

13. (20%) СОБСТВЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ $X''(x) + \lambda X(x) = 0$; $X'(0) = X'(L) = 0$ ЯВЛЯЮТСЯ

- 1) $X(x) = \sin(n\pi x/L)$
- 2) $X(x) = \cos(n\pi x/L)$
- 3) $X(x) = \operatorname{tg}(n\pi x/L)$
- 4) $X(x) = \operatorname{ctg}(n\pi x/L)$

ВЫБЕРИТЕ ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ

1. (30%) ПОЛИНОМЫ ЛЕЖАНДРА $P_n(x)$ ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ:

- 1) обращаются в нуль только при $x=0$;
- 2) являются собственными функциями уравнения Лежандра;
- 3) на отрезке $[-1, 1]$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) неограниченно возрастают при стремлении x к 0
- 6) ортогональны между собой на отрезке $[-1, 1]$ с весом равным 1;

2. (30%) ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ n -ГО ПОРЯДКА ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

- 1) обращаются в нуль в точке $r=0$;
- 2) являются собственными функциями уравнения $r[rR']' + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0$; $R(r_0) = 0$; $|R(0)| < \infty$; $0 \leq r < r_0$;
- 3) на промежутке $0 < x < \infty$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) возрастают при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем конечная степень x ;
- 6) ортогональны между собой на отрезке $(0, r_0)$ с весом равным r ;

3. (50%) ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ НЕОБХОДИМО:

- (5) получить уравнение для временной части решения;
- (2) получить задачу Штурма-Лиувилля;
- (1) представить решение в виде произведения двух функций, одна из которых зависит от координат, а другая от времени;
- (3) получить собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля ;
- (4) решение уравнения и неоднородность разложить в ряд по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля;
- (6) решить полученное неоднородное дифференциальное уравнение;

Тест 2

1. (80%) ОПРЕДЕЛИТЕ ВИД УРАВНЕНИЯ, КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА ЗАПИСИ КОТОРОГО ИМЕЕТ ВИД: $u_{\alpha\alpha} - u_{\beta\beta} = -f/\bar{a}$

- 1) параболическое
- 2) гиперболическое
- 3) эллиптическое
- 4) ультрагиперболический

2. (80%)УКАЖИТЕ ОДНОРОДНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПЕРВОГО РОДА

1) $u_x(0,t)=0$

2) $u(0,t)=0$

3) $u_t(0,t)=0$

4) $u_t(x,0)=0$

3. (80%)УКАЖИТЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

1) $u_{tt}=a^2\Delta u$

2) $\rho u_t=k\Delta u$

3) $\Delta u=0$

4) $\rho u_{tt}=k u_{xx}$

4. (80%)УРАВНЕНИЕ МАЛЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ ИМЕЕТ ВИД:

1) $u_{tt}=a^2 u_{xx} + f(x,t)$

2) $\rho u_t=k\Delta u$

3) $\Delta u=0$

4) $\rho u_t=k u_{xx}$

3) $x y''(x) + (1-x) y'(x) + \lambda y(x) = 0$

4) $y''(x) - 2x y'(x) + [\lambda - m^2/(1-x^2)] y(x) = 0$

5. (80%)НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕБЫШЕВА-ЭРМИТА $y''(x) - 2x y'(x) + \lambda y(x) = 0$; $-\infty < x < \infty$ СУЩЕСТВУЮТ

1) при $\lambda=2n$; $y(x)=H_n(x)$

2) при $\lambda=n$; $y(x)=L_n(x)$

3) при $\lambda=n(n+1)$; $y(x)=P_n(x)$

4) при $\lambda=n(n+1)$; $y(x)=P_n^{(m)}(x)$

6. (50%)СФЕРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ЯВЛЯЮТСЯ ФУНКЦИИ:

1) $Y_n^{(m)}(\theta, \varphi) = P_n^{(m)}(\cos\theta) \sin m\varphi$; $Y_n^{(-m)}(\theta, \varphi) = P_n^{(m)}(\cos\theta) \cos m\varphi$

2) $Y_n^{(-m)}(\theta, \varphi) = P_n^{(m)}(\cos\theta)$

3) $Y_n^{(-m)}(\theta, \varphi) = \sin m\varphi$; $Y_n^{(m)}(\theta, \varphi) = \cos m\varphi$

4) $Y_n^{(m)}(\theta, \varphi) = \cos m\varphi$

ВЫБЕРИТЕ ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ

1. (30%)ПОЛИНОМЫ ЛЕЖАНДРА $P_n(x)$ ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ:

1) обращаются в нуль только при $x=0$;

2) являются собственными функциями уравнения Лежандра;

3) на отрезке $[-1, 1]$ имеют n нулей

4) являются ограниченными функциями

5) неограниченно возрастают при стремлении x к 0

6) ортогональны между собой на отрезке $[-1, 1]$ с весом равным 1;

2. (30%)ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ n -го ПОРЯДКА ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

1) обращаются в нуль в точке $r=0$;

2) являются собственными функциями уравнения

$$r[rR'] + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0; \quad R(r_0) = 0; \quad |R(0)| < \infty; \quad 0 \leq r < r_0;$$

- 3) на промежутке $0 < x < \infty$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) возрастают при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем конечная степень x ;
- 6) ортогональны между собой на отрезке $(0, r_0)$ с весом равным r ;

УПОРЯДОЧИТЕ ПО ПОРЯДКУ ВЫПОЛНЕНИЯ

1. (50%) ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ НЕОБХОДИМО:
 - (5) получить уравнение для временной части решения;
 - (2) получить задачу Штурма-Лиувилля;
 - (1) представить решение в виде произведения двух функций, одна из которых зависит от координат, а другая от времени;
 - (3) получить собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля;
 - (4) решение уравнения и неоднородность разложить в ряд по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля;
 - (6) решить полученное неоднородное дифференциальное уравнение;

Критерии оценки тестовых работ

Отметка "Отлично"

Выполнено 86-100 % заданий

Отметка "Хорошо"

Выполнено 75-85 % заданий

Отметка "Удовлетворительно"

Выполнено 61-74 % заданий

Отметка "Неудовлетворительно"

Выполнено менее 61% заданий