



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)

СОГЛАСОВАНО
Руководитель ОП

(подпись) Величко А.С.
(ФИО)

УТВЕРЖДАЮ
И.о. директора департамента

(подпись) Заболоцкий В.С.
(ФИО)
«_28_» декабря 2021 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Линейное программирование и методы оптимизации
Направление подготовки 01.04.04 Прикладная математика
(Аналитические, социальные и экономические сети)
Форма подготовки: очная

курс 2 семестр 3
лекции 36 час.
практические занятия 18 час.
лабораторные работы 18 час.
в том числе с использованием МАО лек. 0 час. / пр. 18 час. / лаб. 18 час.
всего часов аудиторной нагрузки 72 час.
в том числе с использованием МАО 36 час.
самостоятельная работа 180 час.
в том числе на подготовку к экзамену 36 час.
контрольные работы (количество) 3
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены
зачет не предусмотрен
экзамен 3 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 01.04.04 Прикладная математика, утвержденного приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 15.

Рабочая программа обсуждена на заседании департамента математики, протокол № 6 от 28 декабря 2021 г.

И.о. директора департамента математики Заболоцкий В.С.

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Величко А.С.

Владивосток
2021

Оборотная сторона титульного листа РПД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № ____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № ____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

III. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № ____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:

Протокол от « ____ » _____ 20__ г. № ____

Директор департамента _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Линейное программирование и методы оптимизации» предназначена для студентов направления подготовки 01.04.04 «Прикладная математика», магистерская программа «Аналитические, социальные и экономические сети».

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 часа). Дисциплина реализуется на 2 курсе в 3-м семестре. Дисциплина входит в обязательную часть блока «Дисциплины (модули)».

Особенности построения курса: лекции (36 часов), практические занятия (18 часов), лабораторные работы (18 часов), самостоятельная работа (144 часа), подготовка к экзамену (36 часов).

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов: математическая теория определения наилучших планов действий в определенных экономических ситуациях.

Цель – ознакомить студентов с постановками задач линейного программирования (ЗЛП), их свойствами и методами их решения, осветить современные системы моделирования и решения экономических проблем на ЭВМ, развить у учащихся стиль мышления, построенный на системном, объективном анализе, присущий высококвалифицированному эксперту математических методов в экономике.

Задачи:

- развитие способности знать свойства и методы решения ЗЛП;
- развитие способности знать теорию двойственности и чувствительности для ЗЛП;
- развитие способности иметь навыки моделирования и решения ЗЛП на ЭВМ при помощи специально разработанного программного обеспечения;
- развитие готовности владеть теорией и методами линейного программирования.

Для успешного изучения дисциплины «Линейное программирование и методы оптимизации» у обучающихся желательны следующие предварительные компетенции:

- способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования;
- способностью использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на электронных вычислительных машинах, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение;
- способностью определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решений.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие универсальные, общепрофессиональные, профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций (при наличии)	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Индикаторы достижения компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области прикладной математики	ОПК-1.1. Формулирует актуальные проблемы в области прикладной математики с использованием современных достижений научных исследований ОПК-1.2. Применяет навыки решения актуальных задач прикладной математики
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-2. Способен разрабатывать и развивать математические методы моделирования объектов, процессов и систем в области профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Формулирует и модифицирует математические модели объектов и процессов и систем ОПК-2.2. Анализирует и применяет математические модели и методы в задачах профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания (результата обучения по дисциплине)
ОПК-1.1. Формулирует актуальные проблемы в области прикладной математики с использованием современных достижений научных исследований	Знает теорию и понятия линейного программирования и оптимизации
	Умеет классифицировать тип прикладной задачи в виде математической модели и выбирать способ ее решения
	Владеет методикой поиска решения в теории линейного программирования и оптимизации
ОПК-1.2. Применяет навыки решения актуальных задач прикладной математики	Знать алгоритмы решения задач линейного программирования и оптимизации
	Уметь поставить задачу поиска оптимального решения для соответствующей прикладной проблемы
	Владеть алгоритмами и методами решения прикладной задачи
ОПК-2.1. Формулирует и модифицирует математические модели объектов и процессов и систем	Знает модели прикладных задач линейного программирования и оптимизации
	Умеет формализовать экономические проблемы в виде задач линейного программирования и оптимизации
	Владеет навыками обработки и анализа полученных результатов
ОПК-2.2. Анализирует и применяет математические модели и методы в задачах профессиональной деятельности	Знает свойства решений задач линейного программирования и оптимизации
	Умеет анализировать оптимальные решения и проводить многовариантные расчеты
	Владеет пакетами прикладных программ для описания и решения задач принятия оптимальных решений

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Линейное программирование и методы оптимизации» применяются неимитационные методы активного/интерактивного обучения: выполнение проектов с использованием компьютерных технологий и специализированного программного обеспечения.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Раздел I. Теоретические основы линейного программирования (10 часов)

Тема 1. Введение

Примеры содержательных постановок экономических проблем, которые формализуются в виде ЗЛП. Этапы моделирования задачи. Общая постановка ЗЛП. Основные определения и термины. Геометрическая интерпретация ЗЛП. Унификация ЗЛП. Каноническая форма ЗЛП.

Тема 2. Симплекс-метод

Базисные решения ЗЛП. Основная идея симплекс-метода. Алгоритм симплекс-метода. Сходимость симплекс-метода для невырожденных ЗЛП. Вспомогательная ЗЛП. Построение начального допустимого базисного решения ЗЛП.

Тема 3. Теория двойственности и анализ чувствительности

Построение двойственной ЗЛП. Свойства двойственных задач. Теорема разрешимости ЗЛП. Первая теорема двойственности. Вторая теорема двойственности. Критерии разрешимости пары взаимодвойственных ЗЛП. Экономическая интерпретация двойственной задачи. Экономический смысл двойственных переменных.

Тема 4. Языки описания и системы моделирования для оптимизационных задач

Язык MPL и система моделирования AMPL. Пакет GAMS. Программные модули в Maple/Octave. Солверы.

Раздел II. Основные понятия теории экстремальных задач (6 часов).

Тема 5. Необходимые и достаточные условия экстремума в задачах безусловной оптимизации

Правило множителей Лагранжа в задачах с ограничениями-равенствами. Теория экстремальных задач с ограничениями типа неравенств. Теорема Куна-Таккера.

Раздел III. Численные методы решения задач безусловной оптимизации

Тема 6. Облачные инструменты оптимизации

Форматы данных и языки описания экстремальных задач. Сетевые и облачные технологии решения оптимизационных задач.

Тема 7. Методы одномерной минимизации

Метод дихотомии, поиск Фибоначчи. Метод «золотого сечения».

Тема 8. Методы первого порядка для решения задач безусловной

оптимизации

Градиентные методы. Скорость сходимости градиентного метода.

Тема 9. Методы второго порядка

Метод Ньютона и его вариации. Метод Ньютона для решения систем уравнений. Метод Ньютона для решения экстремальных задач. Метод Ньютона с регулировкой шага. Метод доверительных областей.

Тема 10. Метод сопряженных градиентов и направлений

Системы сопряженных векторов, метод сопряженных градиентов. Пример использования метода сопряженных градиентов. Варианты метода сопряженных градиентов.

Раздел IV. Теория и численные методы решения условных экстремальных задач

Тема 11. Методы штрафных и барьерных функций

Точные штрафные функции.

Тема 12. Методы прямого учета ограничений

Метод условного градиента. Метод возможных направлений. Метод проекций градиента. Метод модифицированной функции Лагранжа. Метод линеаризации.

Тема 13. Двойственные алгоритмы

Квадратичное программирование с двойственной точки зрения.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия

Занятие 1. Основы линейного программирования

1. Примеры содержательных постановок экономических проблем, которые формализуются в виде ЗЛП.
2. Графический метод решения ЗЛП.

Занятие 2. Симплекс-метод

1. Построение начального допустимого базисного решения ЗЛП.

2. Базисные решения ЗЛП.
3. Алгоритм симплекс-метода.

Занятие 3. Теория двойственности и анализ чувствительности

1. Построение двойственной ЗЛП.
2. Свойства двойственных задач.
3. Критерии разрешимости пары взаимодвойственных ЗЛП.
4. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
5. Экономический смысл двойственных переменных.

Занятие 4. Методы одномерной минимизации

1. Метод дихотомии.
2. Метод «золотого сечения».
3. Метод Фибоначчи.

Занятие 5. Методы первого порядка для решения задач безусловной оптимизации

1. Градиентные методы.

Занятие 6. Методы второго порядка

1. Метод Ньютона для решения экстремальных задач.
2. Метод Ньютона с регулировкой шага.

Занятие 7. Метод сопряженных градиентов и направлений

1. Пример использования метода сопряженных градиентов.
2. Варианты метода сопряженных градиентов.

Занятие 8. Методы условной оптимизации

1. Точные штрафные функции.
2. Метод условного градиента.
3. Метод возможных направлений.
4. Метод проекций градиента.
5. Метод модифицированной функции Лагранжа.
6. Метод линеаризации.
7. Квадратичное программирование с двойственной точки зрения.

Лабораторные работы

Лабораторная работа №1. Язык MPL и система моделирования AMPL.

Лабораторная работа №2. Использование сетевых оптимизационных сервисов на примере оптимизационного комплекса NEOS.

Лабораторная работа №3. Пакет GAMS. Программные модули в Maple/Octave. Солверы.

Лабораторная работа №4. Реализация методов дихотомии, «золотого сечения», Фибоначчи.

Лабораторная работа №5. Реализация градиентных методов.

Лабораторная работа №6. Реализация метода проекции градиента.

Лабораторная работа №7. Реализация прямо-двойственного метода модифицированной функции Лагранжа.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Линейное программирование и методы оптимизации» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

Контролируемые разделы дисциплины, этапы формирования компетенций, виды оценочных средств, зачетно-экзаменационные материалы, комплекты оценочных средств для текущей аттестации, описание показателей и критериев

оценивания компетенций на различных этапах их формирования, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Палий, И. А. Линейное программирование : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 175 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04716-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/472883>.

2. Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будаков, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 375 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6157-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450435>.

Дополнительная литература

1. Губарь, Ю. В. Введение в математическое программирование : учебное пособие / Ю. В. Губарь. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 225 с. — ISBN 978-5-4497-0872-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/101994.html>.

2. Кудрявцев, К. Я. Методы оптимизации : учебное пособие для вузов / К. Я. Кудрявцев, А. М. Прудников. — 2-е изд. — Москва : Издательство

Юрайт, 2020. — 140 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08523-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/455825>.

3. Методы оптимизации. Задачник : учебное пособие для вузов / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/456290>.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.ict.edu.ru/>
2. Электронный ресурс «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». Форма доступа: <http://window.edu.ru>
3. Электронный ресурс «Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов». Форма доступа: <http://fcior.edu.ru>

Перечень дополнительных информационно-методических материалов

1. AMPL [Электронный источник] Формат доступа: <http://www.ampl.com>
2. GNU Linear Programming Kit [Электронный источник] Формат доступа: <http://www.gnu.org/software/glpk/>
3. Stanford Business Software Inc/ [Электронный источник] Формат доступа: <http://www.sbsi-sol-optimize.com>
4. Ашманов С.А. Линейное программирование: учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1981.
5. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М. : Мир, 1982
6. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование, М.:Изд. «Факториал Пресс», 2003.

7. Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование: Справочное руководство. – М.: Наука, 1967.
8. Карманов В.Г. Математическое программирование: Учеб. пособие. М.: Наука, 1986.
9. Муртаф Б., Современное линейное программирование, М: Мир, 1984.
10. Шамрай Н.Б. Практическое линейное программирование для экономистов: учебное пособие. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та. 2009.
11. Шмырев В.И. Лекции по математическому программированию : учебное пособие. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-т, 2000.

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется свободно распространяемое программное обеспечение Octave, MINOS, AMPL, GNU LPK.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины, описание последовательности действий обучающихся

Освоение дисциплины следует начинать с изучения рабочей учебной программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам. Обязательно следует учитывать рекомендации преподавателя, данные в ходе установочных занятий. Затем – приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью рекомендуемой основной литературы. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и

включенных в него тем. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовку к началу обучения включает несколько необходимых пунктов:

1) Необходимо создать для себя рациональный и эмоционально достаточный уровень мотивации к последовательному и планомерному изучению дисциплины.

2) Необходимо изучить список рекомендованной основной и дополнительной литературы и убедиться в её наличии у себя дома или в библиотеке в бумажном или электронном виде.

3) Необходимо иметь «под рукой» специальные и универсальные словари, справочники и энциклопедии, для того, чтобы постоянно уточнять значения используемых терминов и понятий. Пользование словарями и справочниками необходимо сделать привычкой. Опыт показывает, что неудовлетворительное усвоение предмета зачастую коренится в неточном, смутном или неправильном понимании и употреблении понятийного аппарата учебной дисциплины.

4) Желательно в самом начале периода обучения возможно тщательнее спланировать время, отводимое на работу с источниками и литературой по дисциплине, представить этот план в наглядной форме (график работы с датами) и в дальнейшем его придерживаться, не допуская срывов графика индивидуальной работы и «аврала» в предсессионный период. Пренебрежение этим пунктом приводит к переутомлению и резкому снижению качества усвоения учебного материала.

Рекомендации по работе с литературой

1) Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект». Чтение литературы, не сопровождаемое конспектированием, даже пусть самым кратким – бесполезная работа. Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного

материала. Эти навыки обязательны для любого специалиста с высшим образованием независимо от выбранной специальности.

2) Написание конспекта должно быть творческим – нужно не переписывать текст из источников, но пытаться кратко излагать своими словами содержание ответа, при этом максимально структурируя конспект, используя символы и условные обозначения. Копирование и «заучивание» неосмысленного текста трудоемко и по большому счету не имеет большой познавательной и практической ценности.

3) При написании конспекта используется тетрадь, поля в которой обязательны. Страницы нумеруются, каждый новый вопрос начинается с нового листа, для каждого экзаменационного вопроса отводится 1-2 страницы конспекта. На полях размещается вся вспомогательная информация – ссылки, вопросы, условные обозначения и т.д.

4) В итоге данной работы «идеальным» является полный конспект по программе дисциплины, с выделенными определениями, узловыми пунктами, примерами, неясными моментами, проставленными на полях вопросами.

5) При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении установочных лекций и консультаций, либо в индивидуальном порядке.

6) При чтении учебной и научной литературы всегда следить за точным и полным пониманием значения терминов и содержания понятий, используемых в тексте. Всегда следует уточнять значения по словарям или энциклопедиям, при необходимости записывать.

7) При написании учебного конспекта обязательно указывать все прорабатываемые источники, автор, название, дата и место издания, с указанием использованных страниц.

**Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине: экзамену
(зачету)**

К аттестации допускаются студенты, которые систематически в течение всего семестра посещали и работали на занятиях и показали уверенные знания в ходе выполнении практических заданий и лабораторных работ.

Непосредственная подготовка к аттестации осуществляется по вопросам, представленным в рабочей учебной программе. Тщательно изучите формулировку каждого вопроса, вникните в его суть, составьте план ответа. Обычно план включает в себя:

- определение сущности рассматриваемого вопроса, основных положений, утверждений, определение необходимости их доказательства;
- запись обозначений, формул, необходимых для полного раскрытия вопроса;
- графический материал (таблицы, рисунки, графики), необходимые для раскрытия сущности вопроса;
- роль и значение рассматриваемого материала для практической деятельности, примеры использования в практической деятельности.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине желательна учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и практических занятий: компьютерный класс.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**
по дисциплине «Линейное программирование и методы оптимизации»
Направление подготовки 01.04.04 Прикладная математика
магистерская программа «Аналитические, социальные и экономические сети»
Форма подготовки очная

Владивосток
2021

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	4 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины,	30 часов	Собеседование
2	6 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	17 часов	Проект
3	10 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций	30 часов	Собеседование
4	12 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях; самостоятельный повтор действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ, в том числе при работе со специальным программным обеспечением	17 часов	Проект
5	16 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение	31 час	Собеседование

		основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций		
6	18 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях; самостоятельный повтор действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ, в том числе при работе со специальным программным обеспечением	19 часов	Проект
7	Сессия	Экзамен	36 часов	

Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

1. Решить задачу линейного программирования табличным симплексным методом.

$$L = x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 + x_5 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 9, \\ x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 6, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Решение. Для использования симплексного метода приведем ЗЛП к единичному базису, выразив базисные переменные и целевую функцию через свободные переменные. Для этого воспользуемся методом Жордана-Гаусса.

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
	1	1	0	2	1	5
	1	1	1	3	2	9
	0	1	1	2	1	6
L	-1	-2	-1	-3	-1	0

Выберем в качестве базисной переменной x_2 . Тогда столбец при этой переменной будет разрешающим. Выберем разрешающий элемент как наименьшее отношение между элементами столбца свободных членов и соответствующими положительными элементами разрешающего столбца. Таким элементом будет 1 в первой строке. Для получения новой таблицы разрешающую строку делим на разрешающий элемент, разрешающий столбец заполняем нулями, за исключением разрешающего элемента (получаем единичный вектор). Остальные элементы получаем методом Жордана-Гаусса ($a'_{ik} = a_{ik} - \frac{a_{qk} \cdot a_{ip}}{a_{qp}}$ где a_{qp} – разрешающий элемент).

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
x_2	1	1	0	2	1	5
	0	0	1	1	1	4
	-1	0	1	0	0	1
L	1	0	-1	1	1	10

Теперь в качестве базисной переменной выберем x_3 . Разрешающий элемент 1 в третьей строке, получим таблицу:

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
x_2	1	1	0	2	1	5
	1	0	0	1	1	3
x_3	-1	0	1	0	0	1
L	0	0	0	1	1	11

Теперь в качестве базисной переменной выберем x_5 . Разрешающий элемент 1 во второй строке, получим таблицу:

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
x_2	0	1	0	1	0	2
x_5	1	0	0	1	1	3
x_3	-1	0	1	0	0	1
L	-1	0	0	0	0	8

Отсутствие в строке L положительных оценок свидетельствует об оптимальности исходного решения при нахождении минимума. $X_{min} = (0; 2; 1; 0; 3), F(X_{min}) = 8$.

Найдем максимум данной задачи. Улучшим данное решение, используя алгоритм симплексного метода. Столбец с отрицательной оценкой выберем в качестве разрешающего столбца. Разрешающим элементом выбираем наименьшее отношение между свободными членами и соответствующими положительными элементами разрешающего столбца. В результате разрешающим элементом будет число 1 во второй строке симплексной таблицы при переменной x_1 . Получим новую таблицу:

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
x_2	0	1	0	1	0	2
x_1	1	0	0	1	1	3
x_3	0	0	1	1	1	4
L	0	0	0	1	1	11

Отсутствие в строке L отрицательных оценок свидетельствует об оптимальности исходного решения при нахождении максимума. $X_{max} = (3; 2; 4; 0; 0), F(X_{max}) = 11$.

2. Решить графическим методом

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$F = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

Решение. Найдем область допустимых решений, т.е. точки x_1 и x_2 , которые удовлетворяют системе ограничений. По условию задачи $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, т.е. рассматриваем только те точки, которые принадлежат первой четверти.

Запишем уравнения граничных прямых и построим их на плоскости $x_1 O x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 10, (L_1) \\ -x_1 + x_2 = 1, (L_2) \\ x_1 = 4, (L_3) \\ x_1 = 0, x_2 = 0 \end{cases}$$

Построим каждую прямую. Прямая проходит через две точки.

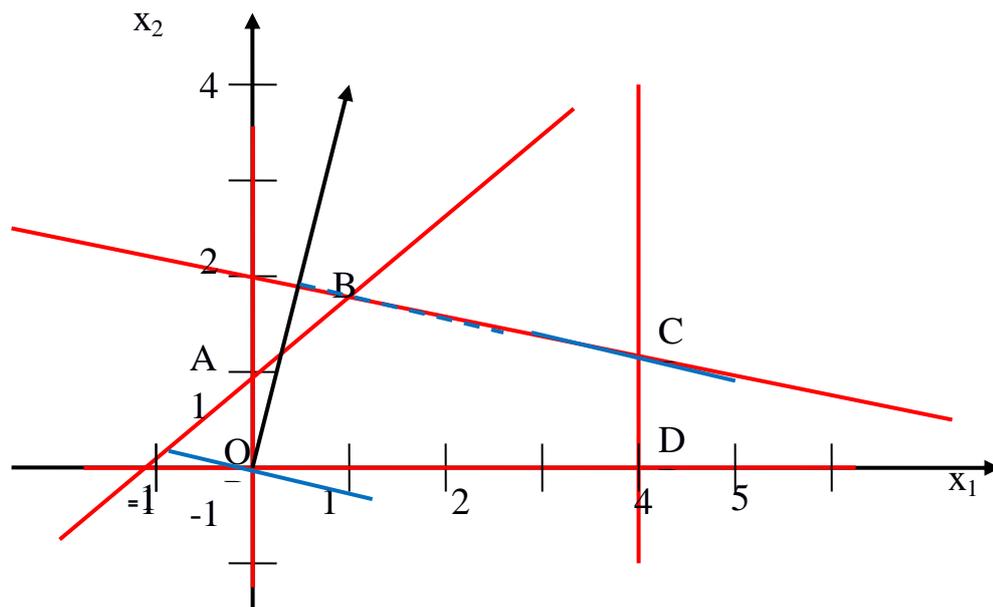
L_1 : $x_1 + 5x_2 = 10$ проходит через точки: (0,2), (5,1)

L_2 : $-x_1 + x_2 = 1$ проходит через точки: (0,1), (-1,0)

L_3 : $x_1 = 4$ прямая, параллельная оси ординат

L_4 : $x_1 = 0$ – ось ординат

L_5 : $x_2 = 0$ – ось абсцисс



Выделим область решения для каждого неравенства. В качестве ориентира выберем точку $(0;0)$. Из рисунка видно, что областью допустимых решений системы ограничений является многоугольник $OABCD$.

Построим основную прямую $F = 0$, т.е. $x_1 + 4x_2 = 0$, проходящую через начало координат $(0,0)$ перпендикулярно вектору $\bar{n} = (1;4)$. В направлении \bar{n} функция возрастает. Поэтому, перемещая линию нулевого уровня $x_1 + 4x_2 = 0$ в направлении \bar{n} , находим точку последней встречи линии уровня с областью, в которой функция и будет принимать наибольшее значение. В нашем примере это точка C , точка пересечения прямых (L_1) и (L_3) . Найдем ее координаты:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 10, \\ x_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + 5x_2 = 10, \\ x_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x_2 = 6, \\ x_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 1,2, \\ x_1 = 4 \end{cases}$$

Следовательно, $C(4;1,2)$. $F_{max} = 4 + 4 \cdot 1,2 = 8,8$

3. Для исходной задачи составить двойственную. Решить обе задачи симплексным методом и по решению каждой из них найти решение другой. Одну из задач решить графическим методом.

$$L = 6x_1 + 5x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 \geq 1, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \geq 3, \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, 3. \end{cases}$$

Решение. Для исходной задачи линейного программирования двойственная задача имеет вид:

$$\bar{L} = y_1 + 3y_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3y_1 - 2y_2 \leq 6, \\ y_1 + y_2 \leq 5, \\ -y_1 + y_2 \leq 1, \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0. \end{cases}$$

Установим связь между переменными прямой и двойственной задачами:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow
y_3	y_4	y_5	y_1	y_2

Исходную задачу решим двойственным симплексным методом, а двойственную задачу решим табличным симплекс-методом и графическим методом и сравним решения.

Для решения исходной задачи двойственным симплексным методом приведем ее к виду:

$$L - 6x_1 - 5x_2 - x_3 = 0$$

$$\begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 3, \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5. \end{cases}$$

Используя алгоритм двойственного симплекс-метода, найдем решение исходной ЗЛП.

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
x_4	-3	-1	1	1	0	-1
x_5	2	-1	-1	0	1	-3
L	-6	-5	-1	0	0	0

Согласно алгоритму двойственного симплекс-метода выбираем разрешающую строку по наибольшему по абсолютной величине отрицательному элементу столбца свободных членов – вторая строка. Разрешающий столбец выбираем по наименьшему по абсолютной величине отношению элементов L-строки к отрицательным элементам разрешающей строки. Разрешающий элемент равен (-1) при переменной x_3 . После перерасчета получаем следующую таблицу:

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
x_4	-1	-2	0	1	1	-4
x_3	-2	1	1	0	-1	3
L	-8	-4	0	0	-1	3

Разрешающая строка – первая, разрешающий элемент равен (-2), получаем таблицу:

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободные члены
x_2	0,5	1	0	-0,5	-0,5	2
x_3	-2,5	0	1	0,5	-0,5	1
L	-6	0	0	-2	-3	11

Результирующая таблица определяет допустимое оптимальное решение, поскольку в строке L нет положительных оценок. Итак, $\bar{X}_{\min} = (0; 2; 1; 0; 0)$, $L_{\min} = 11$.

Решение двойственной задачи получим из строки \bar{L} результирующей таблицы с учетом соответствия между переменными исходной и двойственной задач: $\bar{Y}_{\max} = (2; 3; 6; 0; 0)$, $\bar{L}_{\max} = 11$.

Для решения двойственной задачи табличным симплекс-методом приведем ее к виду:

$$\bar{L} - y_1 - 3y_2 = 0,$$

$$\begin{cases} 3y_1 - 2y_2 + y_3 = 6, \\ y_1 + y_2 + y_4 = 5, \\ -y_1 + y_2 + y_5 = 1, \\ y_j \geq 0, j = 1, \dots, 5. \end{cases}$$

Используя алгоритм табличного симплекс-метода, найдем решение двойственной задачи:

Базис	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	Свободные члены
y_3	3	-2	1	0	0	6
y_4	1	1	0	1	0	5
y_5	-1	1	0	0	1	1
\bar{L}	-1	-3	0	0	0	0

Результирующая таблица Жордана-Гаусса совпадает и исходной симплекс таблицей, определяющей первое допустимое решение $\bar{Y}_1 = (0; 0; 6; 5; 1)$, $\bar{L}_1 = 0$. Это решение не является оптимальным, поскольку в строке \bar{L} есть отрицательные оценки. Улучшим данное решение, используя алгоритм симплексного метода. Столбец с отрицательной оценкой выберем в качестве разрешающего столбца. Так как в строке \bar{L} имеется две отрицательные оценки, выберем наибольшую оценку по абсолютной величине. Разрешающим элементом выбираем наименьшее отношение между свободными членами и соответствующими положительными элементами разрешающего столбца. В результате разрешающим элементом будет число 1 в третьей строке симплексной таблицы при переменной y_2 . Получим новую таблицу:

Базис	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	Свободные члены
y_3	1	0	1	0	2	8
y_4	2	0	0	1	-1	4
y_2	-1	1	0	0	1	1

\bar{L}	-4	0	0	0	3	3
-----------	----	---	---	---	---	---

Получим новое допустимое решение $\bar{Y}_2 = (0; 1; 8; 4; 0)$, $\bar{L}_2 = 3$. Это решение не является оптимальным, поскольку в строке \bar{L} есть отрицательная оценка. Выбираем разрешающим столбцом первый столбец симплексной таблицы, а разрешающим элементом число 2 во второй строке таблицы. Получим новую таблицу:

Базис	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	Свободные члены
y_3	0	0	1	-0,5	2,5	6
y_1	1	0	0	0,5	-0,5	2
y_2	0	1	0	0,5	0,5	3
\bar{L}	0	0	0	2	1	11

Получили оптимальное решение двойственной ЗЛП: $\bar{Y}_{\max} = (2; 3; 6; 0; 0)$, $\bar{L}_{\max} = 11$. Из последней симплексной таблицы из строки \bar{L} получим решение исходной ЗЛП: $\bar{X}_{\min} = (0; 2; 1; 0; 0)$, $L_{\min} = 11$.

Двойственную задачу решим графическим методом. Запишем уравнения граничных прямых и построим их на плоскости $y_1 O y_2$:

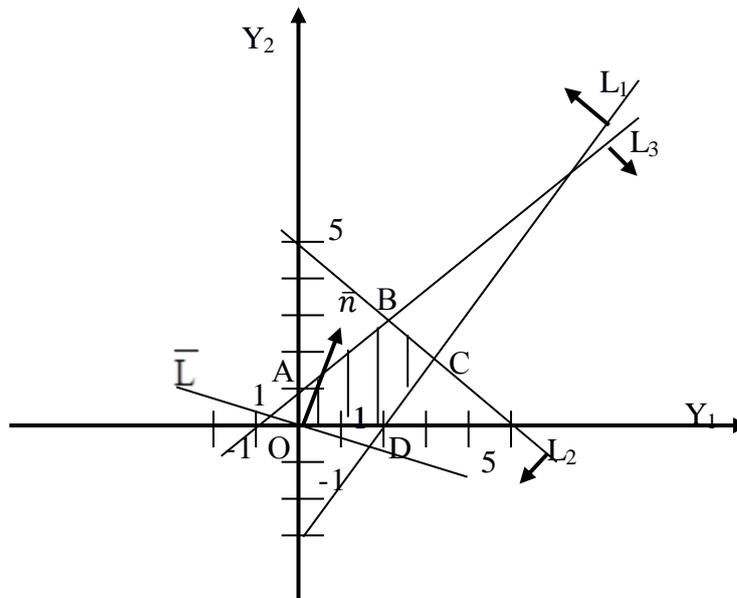
$$\begin{cases} 3y_1 - 2y_2 = 6, & (L_1) \\ y_1 + y_2 = 5, & (L_2) \\ -y_1 + y_2 = 1, & (L_3) \\ y_1 = 0, y_2 = 0. \end{cases}$$

Построим каждую прямую. Прямая проходит через две точки.

L_1 : $3y_1 - 2y_2 = 6$ проходит через точки: $(0, -3)$, $(2, 0)$

L_2 : $y_1 + y_2 = 5$ проходит через точки: $(0, 5)$, $(5, 0)$

L_3 : $-y_1 + y_2 = 1$ проходит через точки: $(0, 1)$, $(-1, 0)$



Построим основную прямую $\bar{L} = 0$, т.е. $y_1 + 3y_2 = 0$, проходящую через начало координат $(0,0)$ перпендикулярно вектору $\bar{n} = (1; 3)$. Перемещая прямую $\bar{L} = 0$ в направлении вектора \bar{n} , находим максимальную точку В, в которой пересекаются прямая L_2 и L_3 . Найдем координаты точки B_{max} , решив систему уравнений

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 5, \\ -y_1 + y_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{|складываем уравнения|} \Rightarrow \begin{cases} 2y_2 = 6, \\ y_1 = y_2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2, \\ y_2 = 3 \end{cases}$$

Итак, $B_{max}(2; 3), \bar{L}_{max} = 11$.

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Самостоятельная работа включает в себя повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам занятий; самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях; самостоятельный повтор действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ, в том числе при работе со специальным программным обеспечением.

Результаты самостоятельной работы представляются и оформляются в виде ответов на основные положения теоретического и практического материала дисциплины по темам; письменного разбора процесса решения практических заданий и задач; собственных действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ.

В случае подготовки слайдов для защиты проекта, они должны быть контрастными (рекомендуется черный цвет шрифта на светлом фоне), кегль текста слайдов – не менее 22pt, заголовков – 32pt. Основная цель использования слайдов - служить вспомогательным инструментом к подготовленному выступлению, цитирование больших фрагментов текста на слайдах не допускается. Приветствуется использование рисунков, графиков, таблиц, интерактивного материала, однако, следует предусмотреть выбор цвета и толщину линий.

Слайды должны содержать титульный лист, цели и задачи (не более 2-х слайдов с обзором актуальности, новизны, теоретической и практической значимости работы), основные публикации с их кратким обзором (1-2 слайда), формальную постановку задачи и формулировку моделей (1-2 слайда), краткое тезисное (!) изложение ключевых положений работы (разумное количество слайдов с учетом общего времени выступления), заключение (с изложением результатов работы, подведением выводов, обсуждением практического использования работы, возможностей проведения дальнейших исследований и разработок в данной области).

Как правило, 12-15 слайдов оказывается достаточным для полного представления работы.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Общие критерии оценки выполнения самостоятельной работы – правильность ответов на вопросы по темам теоретической части дисциплины, верность получаемых ответов в ходе решения практических заданий и задач,

достижение правильного результата при осуществлении собственных действий по лабораторным работам.

Оценивание знаний в форме собеседования проводится по критериям:

- логичность изложения, знание и понимание основных аспектов и дискуссионных проблем по теме;
- владение методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов по теме.

Оценивание знаний в форме проекта проводится по критериям:

- завершенность и полнота выполненных заданий в рамках проекта;
- владение методами и приемами решения конкретных задач и самостоятельность использования специализированного программного обеспечения;
- качество оформления письменного отчета в соответствии с правилами и стандартами оформления.