



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОП  
\_\_\_\_\_ Величко А.С.  
(подпись) (ФИО)

УТВЕРЖДАЮ  
И.о. директора департамента  
\_\_\_\_\_ Заболоцкий В.С.  
(подпись) (ФИО)



«\_28\_» декабря 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Гиперграфы и сети

**Направление подготовки 01.04.04 Прикладная математика**

(Аналитические, социальные и экономические сети)

Форма подготовки: очная

курс 1 семестр 1  
лекции 36 час.  
практические занятия 36 час.  
лабораторные работы 0 час.  
в том числе с использованием МАО лек. 0 час. / пр. 0 час. / лаб. 0 час.  
всего часов аудиторной нагрузки 72 час.  
в том числе с использованием МАО 0 час.  
самостоятельная работа 144 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 36 час.  
контрольные работы (количество) 3  
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрен  
зачет не предусмотрен  
экзамен 1 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 01.04.04 Прикладная математика, утвержденного приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 15.

Рабочая программа обсуждена на заседании департамента математики, протокол № 6 от 28 декабря 2021 г.

И.о. директора департамента математики Заболоцкий В.С.

Составитель: профессор, канд. техн. наук, доцент А.Л. Абрамов

Владивосток  
2021

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Гиперграфы и сети» предназначена для студентов направления подготовки 01.04.04 «Прикладная математика», магистерская программа «Аналитические, социальные и экономические сети».

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов). Дисциплина реализуется на 1 курсе в 1-м семестре. Дисциплина входит в обязательные дисциплины базовой части блока «Дисциплины (модули)».

Особенности построения курса: лекции (36 часов), практические занятия (36 часов), самостоятельная работа (108 часов), подготовка к экзамену (36 часов).

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов: основы теории графов и сетей.

**Цель** – ознакомить с математическими основами теории сетей, графов; сформировать практические навыки построения и исследования графовых моделей, способностей к анализу систем и процессов, представленных в виде графов и сетей, а также практических умений моделировать сложные экономические системы и процессы

### **Задачи:**

- развитие способности моделирования реальных объектов и процессов с использованием математического аппарата теории сетей;
- развитие способности применять полученные теоретические знания к решению актуальных практических задач;
- развитие способности знать специальные модели и методы решения задач в теории сетей;
- развитие способности иметь навыки решения комбинаторных задач пересчета и перечисления; разработки алгоритмов решения поставленных задач; привлечения математической теории для решения прикладных задач в области построения экономических моделей;

- развитие готовности владеть навыками решения практических задач.

Для успешного изучения дисциплины «Гиперграфы и сети» у обучающихся желательны следующие предварительные компетенции:

- готовность к самостоятельной работе;
- способностью определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решений;
- способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие универсальные, общепрофессиональные, профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций (при наличии)	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Индикаторы достижения компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области прикладной математики	ОПК-1.1. Формулирует актуальные проблемы в области прикладной математики с использованием современных достижений научных исследований ОПК-1.2. Применяет навыки решения актуальных задач прикладной математики
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-2. Способен разрабатывать и развивать математические методы моделирования объектов, процессов и систем в области профессиональной деятельности	ОПК-2.1. Формулирует и модифицирует математические модели объектов и процессов и систем ОПК-2.2. Анализирует и применяет математические модели и методы в задачах профессиональной деятельности

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания (результата обучения по дисциплине)
ОПК-1.1. Формулирует актуальные проблемы в области прикладной математики с использованием современных достижений научных исследований	Знает важнейшие принципы, функции задач на сетях и графах
	Умеет формализовать прикладную задачу в виде математической модели на сетях и графах, классифицировать ее и выбирать способ ее решения
	Владеет методиками расчета базовых характеристик для сетей и графов
ОПК-1.2. Применяет навыки	Знает методы и модели экстремальных задач на сетях и

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Наименование показателя оценивания (результата обучения по дисциплине)
решения актуальных задач прикладной математики	графах
	Умеет анализировать решения, получаемые в моделях экстремальных задач на сетях и графах
	Владеет методами решения экстремальных задач на сетях и графах
ОПК-2.1. Формулирует и модифицирует математические модели объектов и процессов и систем	Знает основные модели и методы для экстремальных задач на сетях и графах
	Умеет получать решения задач в моделях на сетях и графах
	Владеет навыками описания решения экстремальных задач на сетях и графах и представления полученных результатов
ОПК-2.2. Анализирует и применяет математические модели и методы в задачах профессиональной деятельности	Знает основные модели принятия оптимальных решений экстремальных задач на сетях и графах
	Умеет применять технику моделирования прикладных задач на сетях и графах
	Владеет навыками принятия решений и анализа при использовании экстремальных задач на сетях и графах

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Раздел I. Элементы теории графов и ее приложения**

#### **Тема 1. Основные понятия и определения графов. Виды графов**

Способы задания графов: геометрический, алгебраический, матричный. Матрица смежности и матрица инцидентности. Степень вершины графа. Путь в графе. Подграф и часть графа. Однородные графы. Неориентированные и ориентированные графы. Изоморфизм графов. Изоморфное вложение и изоморфное пересечение графов. Плоские и планарные графы. Теорема Понтрягина-Куратовского. Двудольные графы. Мультиграфы. Взвешенные графы. Гиперграфы. Матрица инцидентности гиперграфа.

#### **Тема 2. Связность графов**

Понятие связности. Компоненты связности. Маршрут, длина маршрута. Цепи. Простые цепи. Контур. Цикл. Простые и элементарные циклы. Ациклический граф. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера о существовании Эйлера цикла. Гамильтоновы графы. Достаточные условия существования

гамильтонова цикла в графе.

### **Тема 3. Деревья и сети**

Определение дерева. Характерные свойства деревьев. Сеть. Транспортная сеть. Поток транспортной сети. Разрез сети. Пропускная способность разреза. Задача о наибольшем потоке.

### **Тема 4. Операции над графами**

Сумма, пересечение, композиция графов. Декартово произведение графов. Операция суммирования графов. Операция суммирования в матричной форме. Транзитивное замыкание графов.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия**

#### **Занятие 1. Основные понятия и определения графов. Виды графов**

1. Способы задания графов: геометрический, алгебраический, матричный. Матрица смежности и матрица инцидентности. Степень вершины графа.

2. Путь в графе. Подграф и часть графа.

3. Однородные графы. Неориентированные и ориентированные графы.

4. Изоморфизм графов. Изоморфное вложение и изоморфное пересечение графов.

5. Плоские и планарные графы. Теорема Понтрягина-Куратовского. Двудольные графы. Мультиграфы. Взвешенные графы. Гиперграфы. Матрица инцидентности гиперграфа.

#### **Занятие 2. Связность графов**

1. Понятие связности. Компоненты связности.

2. Маршрут, длина маршрута. Цепи. Простые цепи. Контур. Цикл.

3. Простые и элементарные циклы. Ациклический граф.

4. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера о существовании Эйлера цикла.

5. Гамильтоновы графы. Достаточные условия существования гамильтонова цикла в графе.

### **Занятие 3. Деревья и сети)**

1. Определение дерева. Характерные свойства деревьев.
2. Сеть. Транспортная сеть. Поток транспортной сети.
3. Разрез сети. Пропускная способность разреза.
4. Задача о наибольшем потоке.

### **Занятие 4. Операции над графами**

1. Сумма, пересечение, композиция графов.
2. Декартово произведение графов.
3. Операция суммирования графов. Операция суммирования в матричной форме.
4. Транзитивное замыкание графов.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Гиперграфы и сети» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

## **IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

Контролируемые разделы дисциплины, этапы формирования компетенций, виды оценочных средств, зачетно-экзаменационные

материалы, комплекты оценочных средств для текущей аттестации, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

1. Князьков, В. С. Введение в теорию графов : учебное пособие / В. С. Князьков, Т. В. Волченская. — 3-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 76 с. — ISBN 978-5-4497-0917-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/102006.html>.

2. Клековкин, Г. А. Геометрическая теория графов : учебное пособие для вузов / Г. А. Клековкин, Л. П. Коннова, В. В. Коннов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 240 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04812-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/472746>.

### **Дополнительная литература**

1. Клековкин, Г. А. Теория графов. Среда Maxima : учебное пособие для вузов / Г. А. Клековкин. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 133 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10084-6. —



Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453884>.

2. Алексеев, В. Е. Графы и алгоритмы : учебное пособие / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 153 с. — ISBN 978-5-4497-0366-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/89434.html>.

3. Костюкова, Н. И. Графы и их применение : учебное пособие / Н. И. Костюкова. — 3-е изд. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 147 с. — ISBN 978-5-4497-0367-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/89435.html>.

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://www.ict.edu.ru/>
2. Электронный ресурс «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». Форма доступа: <http://window.edu.ru>
3. Электронный ресурс «Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов». Форма доступа: <http://fcior.edu.ru>

### **Перечень дополнительных информационно-методических материалов**

1. Амбарцумов Л. Г. Задачи по теории графов и комбинаторике. Казань: Казанский авиационный институт, 1984. -40 с.
2. Баранов В. И., Стечкин Б. С. Экстремальные комбинаторные задачи и их приложения. М: Физматлит, 2006. -237 с.

- 3.Верников Б. М. Элементы теории графов: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2005.- 191 с.
- 4.Берж К. Теория графов и ее применения. - М.: Иностранная литература, 1962.
- 5.В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. Лекции по теории графов. - М.: Ленанд, 2015.
- 6.Вороненко А. А., Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями: учебно-метод. пособие для студентов вузов / А. А. Вороненко, В. С. Федорова. - М.: ИНФРА-М, 2015. - 104 с.
- 7.Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. - М.: Мир, 1978.
- 8.Куликов В.В. Дискретная математика: учебное пособие для студентов вузов / В. В. Куликов. - М.: РИОР, 2010. - 174 с.
- 9.Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. - М.: Мир, 1981.
- 10.Филиппс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей. - М.: Мир, 1984.
- 11.Харари Ф. Теория графов. М: URSS: Либроком, 2009. – 300 с.

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины, описание последовательности действий обучающихся**

Освоение дисциплины следует начинать с изучения рабочей учебной программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам. Обязательно следует учитывать рекомендации преподавателя, данные в ходе установочных занятий. Затем – приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью рекомендуемой основной

литературы. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и включенных в него тем. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовку к началу обучения включает несколько необходимых пунктов:

1) Необходимо создать для себя рациональный и эмоционально достаточный уровень мотивации к последовательному и планомерному изучению дисциплины.

2) Необходимо изучить список рекомендованной основной и дополнительной литературы и убедиться в её наличии у себя дома или в библиотеке в бумажном или электронном виде.

3) Необходимо иметь «под рукой» специальные и универсальные словари, справочники и энциклопедии, для того, чтобы постоянно уточнять значения используемых терминов и понятий. Пользование словарями и справочниками необходимо сделать привычкой. Опыт показывает, что неудовлетворительное усвоение предмета зачастую коренится в неточном, смутном или неправильном понимании и употреблении понятийного аппарата учебной дисциплины.

4) Желательно в самом начале периода обучения возможно тщательнее спланировать время, отводимое на работу с источниками и литературой по дисциплине, представить этот план в наглядной форме (график работы с датами) и в дальнейшем его придерживаться, не допуская срывов графика индивидуальной работы и «аврала» в предсессионный период. Пренебрежение этим пунктом приводит к переутомлению и резкому снижению качества усвоения учебного материала.

### **Рекомендации по работе с литературой**

1) Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект». Чтение литературы, не сопровождаемое конспектированием, даже пусть

самым кратким – бесполезная работа. Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала. Эти навыки обязательны для любого специалиста с высшим образованием независимо от выбранной специальности.

2) Написание конспекта должно быть творческим – нужно не переписывать текст из источников, но пытаться кратко излагать своими словами содержание ответа, при этом максимально структурируя конспект, используя символы и условные обозначения. Копирование и «заучивание» неосмысленного текста трудоемко и по большому счету не имеет большой познавательной и практической ценности.

3) При написании конспекта используется тетрадь, поля в которой обязательны. Страницы нумеруются, каждый новый вопрос начинается с нового листа, для каждого экзаменационного вопроса отводится 1-2 страницы конспекта. На полях размещается вся вспомогательная информация – ссылки, вопросы, условные обозначения и т.д.

4) В итоге данной работы «идеальным» является полный конспект по программе дисциплины, с выделенными определениями, узловыми пунктами, примерами, неясными моментами, проставленными на полях вопросами.

5) При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении установочных лекций и консультаций, либо в индивидуальном порядке.

6) При чтении учебной и научной литературы всегда следить за точным и полным пониманием значения терминов и содержания понятий, используемых в тексте. Всегда следует уточнять значения по словарям или энциклопедиям, при необходимости записывать.

7) При написании учебного конспекта обязательно указывать все прорабатываемые источники, автор, название, дата и место издания, с указанием использованных страниц.

### **Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине: экзамену (зачету)**

К аттестации допускаются студенты, которые систематически в течение всего семестра посещали и работали на занятиях и показали уверенные знания в ходе выполнения практических заданий и лабораторных работ.

Непосредственная подготовка к аттестации осуществляется по вопросам, представленным в рабочей учебной программе. Тщательно изучите формулировку каждого вопроса, вникните в его суть, составьте план ответа. Обычно план включает в себя:

- определение сущности рассматриваемого вопроса, основных положений, утверждений, определение необходимости их доказательства;
- запись обозначений, формул, необходимых для полного раскрытия вопроса;
- графический материал (таблицы, рисунки, графики), необходимые для раскрытия сущности вопроса;
- роль и значение рассматриваемого материала для практической деятельности, примеры использования в практической деятельности.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине желательна учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

---

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Гиперграфы и сети»**

**Направление подготовки 01.04.04 Прикладная математика**

**магистерская программа «Аналитические, социальные и экономические  
сети»**

**Форма подготовки очная**

**Владивосток  
2021**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

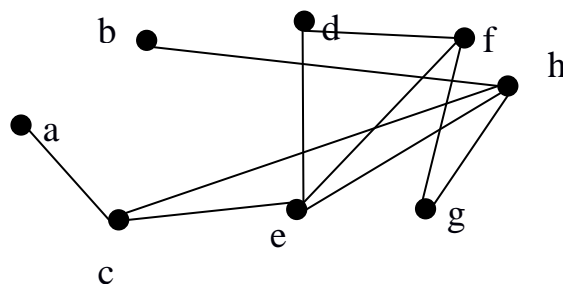
№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	4 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины,	22 час	Собеседование
2	6 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	14 часов	Проект
3	10 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций	21 час	Собеседование
4	12 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях	14 часов	Проект
5	16 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций	23 часа	Собеседование

6	18 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях	14 часов	Проект
		Экзамен	36 часов	Экзамен

### Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

1. Нарисовать граф по заданному множеству вершин  $V=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  и множеству ребер  $E=\{ac, bh, ce, ch, de, df, ef, eh, fg, gh\}$ . а) Найти степени вершин  $b, e$  и по одному простому циклу длины 3 или 4. б) Составить матрицу смежности графа.

Решение. Нарисуем исходный граф



а. Степенью вершины называется число всех ребер графа инцидентных этой вершине. Степени вершин исходного графа

$$\deg(b) = 1$$

$$\deg(e) = 4$$

Простой цикл длины 3 для вершины  $e$ :  $ed \rightarrow df \rightarrow fe$ .

б) *Матрица смежности* представляет собой квадратную матрицу размером  $n \times n$ , где  $n$  – количество вершин *графа*. Обозначается матрица смежности  $A=\{a_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,n$ . Каждый элемент матрицы определяется следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершина } v_i \text{ смежна с вершиной } v_j \\ 0, & \text{если вершина } v_i \text{ и } v_j \text{ несмежны} \end{cases}$$

Таким образом, матрица смежности исходного графа имеет вид

	a	b	c	d	e	f	g	h
a	0	0	1	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	1



c	1	0	0	0	1	0	0	1
d	0	0	0	0	1	1	0	0
e	0	0	1	1	0	1	0	1
f	0	0	0	1	1	0	1	0
g	0	0	0	0	0	1	0	1
h	0	1	1	0	1	0	1	0

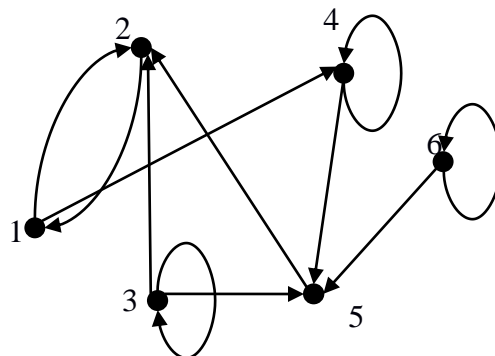
2. Орграф задан своей матрицей смежности. Следует: а) нарисовать орграф; б) найти полустепени и степени вершин; в) записать матрицу инцидентности;

$$A(\overline{G}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Решение. Матрица смежности представляет собой квадратную матрицу размером  $n \times n$ , где  $n$  – количество вершин графа. Обозначается матрица смежности  $A = \{a_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,n$ . Каждый элемент матрицы определяется следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершина } v_i \text{ смежна с вершиной } v_j \\ 0, & \text{если вершина } v_i \text{ и } v_j \text{ несмежны} \end{cases}$$

Построим ортограф по матрице смежности.



Полустепенью исхода вершины орграфа  $\deg_+(v)$  называется число дуг этого графа включая и петли, для которых данная вершина является началом. Полустепенью захода вершины орграфа  $\deg_-(v)$  называется число дуг этого графа включая и петли, для которых данная вершина является концом.

Полустепени вершин исходного ортографа. Из вершины 1 выходят две дуги, а входит одна, таким образом  $deg_+(v_1) = 2; deg_-(v_1) = 1$ .

Из вершины 2 выходит одна дугу, а входят три, таким образом  $deg_+(v_2) = 1; deg_-(v_1) = 3$ . Из вершины 3 выходят три дуги, а входит одна, таким образом  $deg_+(v_3) = 3; deg_-(v_1) = 1$ . Из вершины 4 выходят и входят две дуги, таким образом  $deg_+(v_4) = 2; deg_-(v_4) = 2$ . Из вершины 5 выходит одна дугу, а входят три, таким образом  $deg_+(v_5) = 1; deg_-(v_5) = 3$ . Из вершины 6 выходят две дуги, а входит одна, таким образом  $deg_+(v_6) = 2; deg_-(v_6) = 1$ .

Степенью вершины называется число всех ребер графа инцидентных этой вершине. Степень вершины равна сумме полустепени исхода и полустепени захода  $deg(v) = deg_+(v) + deg_-(v)$

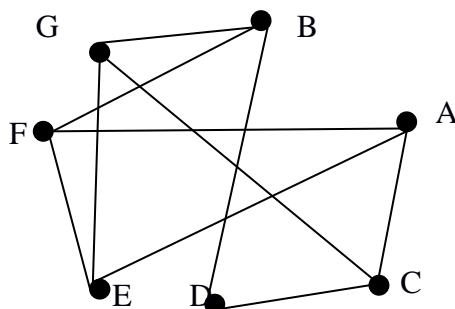
Степени вершин исходного ортографа  $deg(v_1) = 3, deg(v_2) = 4, deg(v_3) = 4, deg(v_4) = 4, deg(v_5) = 4, deg(v_6) = 3$ .

Матрица инцидентности представляет собой прямоугольную матрицу размером  $n \times m$ , где  $n$  – количество вершин графа, а  $m$  – количество дуг графа. Обозначается матрица инцидентности  $B = \{b_{ij}\}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ . Каждый элемент матрицы определяется следующим образом:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \text{ является начальной вершиной дуги } a_j, \\ -1, & \text{если } x_i \text{ является конечной вершиной дуги } a_j, \\ 0, & \text{если } x_i \text{ не является концевой вершиной дуги } a_j \end{cases}$$

Матрица инцидентности

3. Транспортная компания осуществляет грузовые перевозки в города А, В, С, D, E, F, G. На рисунке приведена диаграмма графа рейсов компании.



Графами, изоморфными графу перевозок и представленными матрицами смежности и инцидентности, являются...

1.

0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0

2.

1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

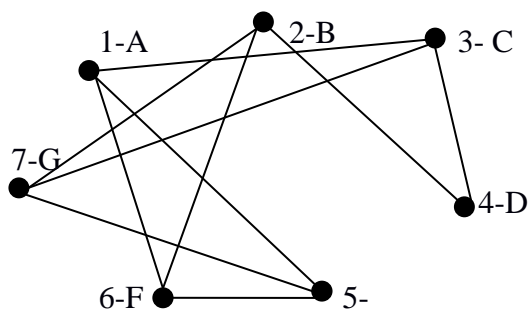
3.

0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0

4.

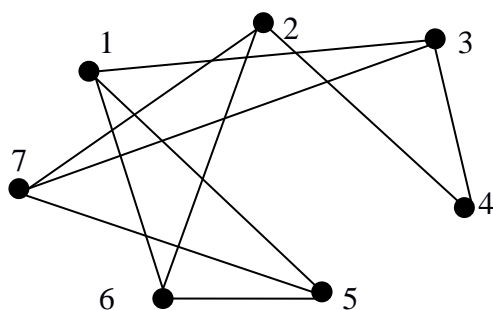
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Решение. 1) По первой матрице смежности строим граф:



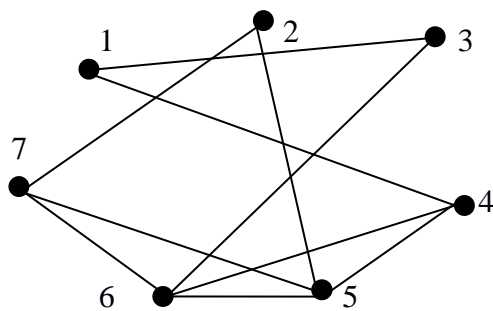
Сопоставим вершинам буквы, получим тот же граф. Следовательно, полученный граф и граф с условия изоморфны.

2) По матрице инцидентности строим граф:



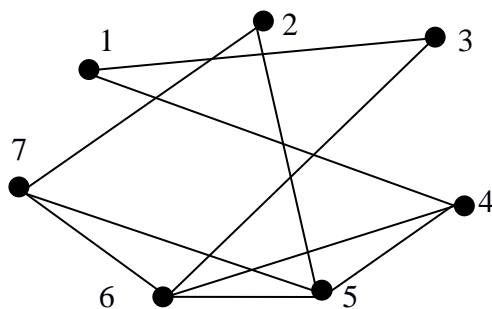
Получили аналогичный граф, он так же изоморфен исходному.

3) По матрице смежности строим граф:



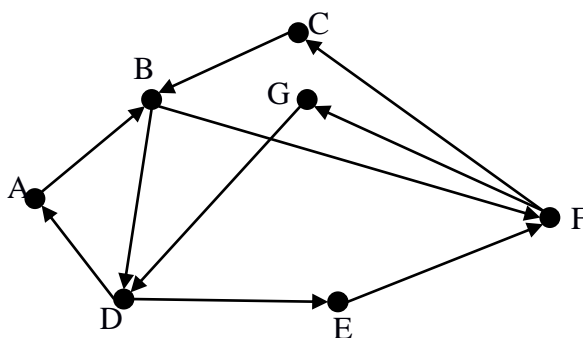
В этом графе есть вершины степени 4 – это вершины 5 и 6. А в исходном графе таких вершин нет. Следовательно, графы не изоморфны.

4) По матрице инцидентности строим граф:



Получили граф из пункта 3. А он не изоморфен исходному.

4. На рисунке представлена схема односторонних дорог, связывающих пункты А, В, С, D, E, F, G.



Из пункта G можно совершить переход только в пункт D. Установите **дальнейшую** последовательность дорог, проходящую **по всем** дорогам приводящую обратно в пункт G (эйлеров цикл), если известно, что пункт E был посещен ранее всех остальных пунктов

Решение. GD – начало пути по условию; DE – следующее по условию; EF – единственный путь. Из F в G нельзя, так как потом должны второй раз пройти по GD. Значит из F в C; из C в B – единственный путь. Из B в F нельзя, так как потом опять FC или FG, а потом GD второй раз. Значит из B в D; из D в A – единственный (DE было); из A в B – единственный; из B в F (BD было) и из F в G – конец пути.

*Ответ:* 2 - EF; 5 - BD; 8 - BF; 1 - DE; 9 - FG; 6 - DA; 3 -FC; 4 - CB; 7 - AB.

### Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Самостоятельная работа включает в себя повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы,

указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам занятий; самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях; самостоятельный повтор действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ, в том числе при работе со специальным программным обеспечением.

Результаты самостоятельной работы представляются и оформляются в виде ответов на основные положения теоретического и практического материала дисциплины по темам; письменного разбора процесса решения практических заданий и задач; собственных действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ.

В случае подготовки слайдов для защиты проекта, они должны быть контрастными (рекомендуется черный цвет шрифта на светлом фоне), кегль текста слайдов – не менее 22pt, заголовков – 32pt. Основная цель использования слайдов - служить вспомогательным инструментом к подготовленному выступлению, цитирование больших фрагментов текста на слайдах не допускается. Приветствуется использование рисунков, графиков, таблиц, интерактивного материала, однако, следует предусмотреть выбор цвета и толщину линий.

Слайды должны содержать титульный лист, цели и задачи (не более 2-х слайдов с обзором актуальности, новизны, теоретической и практической значимости работы), основные публикации с их кратким обзором (1-2 слайда), формальную постановку задачи и формулировку моделей (1-2 слайда), краткое тезисное (!) изложение ключевых положений работы (разумное количество слайдов с учетом общего времени выступления), заключение (с изложением результатов работы, подведением выводов, обсуждением практического использования работы, возможностей проведения дальнейших исследований и разработок в данной области).

Как правило, 12-15 слайдов оказывается достаточным для полного представления работы.

### **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Общие критерии оценки выполнения самостоятельной работы – правильность ответов на вопросы по темам теоретической части дисциплины, верность получаемых ответов в ходе решения практических заданий и задач, достижение правильного результата при осуществлении собственных действий по лабораторным работам.

Оценивание знаний в форме собеседования проводится по критериям:

- логичность изложения, знание и понимание основных аспектов и дискуссионных проблем по теме;

- владение методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов по теме.

Оценивание знаний в форме проекта проводится по критериям:

- завершенность и полнота выполненных заданий в рамках проекта;
- владение методами и приемами решения конкретных задач и самостоятельность использования специализированного программного обеспечения;
- качество оформления письменного отчета в соответствии с правилами и стандартами оформления.