



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП

Артемяева И.Л.

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. директора департамента

Смагин С.В.

«15» июля 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Статистические и вероятностные модели в программировании  
Направление подготовки – **09.03.04 «Программная инженерия»**  
Форма подготовки (очная)

курс 3 семестр 5,6  
лекции 34 час.  
практические занятия 34 час.  
лабораторные работы 0 час.  
в том числе с использованием МАО лек. 0 / пр. 18 / 0  
всего часов аудиторной нагрузки – 68 час.  
в том числе с использованием МАО – 18 час.  
самостоятельная работа 148 час.  
контрольные работы ( 6 семестр)  
курсовая работа / курсовой проект – не предусмотрен  
зачет 5 семестр  
экзамен 6 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 19 сентября 2017 г. № 920 (с изменениями и дополнениями)

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения, протокол № 12.1 от «25» декабря 2019 г

И.о. директора департамента программной инженерии и искусственного интеллекта Смагин С.В.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения ШЕН ДВФУ Лиховидов В.Н.

**Владивосток  
2021**

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения:**

Протокол от «09» июля 2021 г. № 7.1

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Артемяева И.Л.  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента программной инженерии и искусственного интеллекта:**

Протокол от «17» сентября 2021 г. № 9.1

И.о. директора департамента \_\_\_\_\_ Смагин С.В.  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании департамента:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Директор департамента \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**Цель** дисциплины – ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории вероятностей и математической статистики, необходимыми для изучения фундаментальных дисциплин, связанных с вероятностными моделями в естествознании и технике, а также для применения статистических методов обработки информации в научных и технических приложениях.

**Задачи дисциплины:**

1. Понимание логических особенностей и взаимосвязей в стохастических явлениях и процессах, описываемых на языке теории вероятностей.
2. Умение создать или подобрать адекватную математическую модель и обосновать численные алгоритмы, необходимые для принятия статистически обоснованных решений, построения оценок параметров и проверки статистических гипотез.
3. Умение использовать и разрабатывать программные средства для сбора и анализа статистических данных, автоматизации процедур обработки информации.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общекультурные/ общепрофессиональные/ профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Знает	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования
	Умеет	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования.
	Владеет	Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и	Знает	Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации

синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Умеет	Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.
	Владеет	Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов
ПК-4 Готовность к использованию методов и инструментальных средств исследования объектов профессиональной деятельности	Знает	Знает современные инструментальные средства программного обеспечения
	Умеет	Умеет анализировать и выбирать инструментальные средства программного обеспечения
	Владеет	Владеет навыками использования методов и инструментальных средств исследования программного обеспечения
ПК-10 Владение навыками использования различных технологий разработки программного обеспечения	Знает	Знает современные технологии разработки ПО (структурное, объектно-ориентированное программирование)
	Умеет	Умеет использовать современные технологии разработки ПО
	Владеет	Имеет навыки использования современных технологий разработки ПО

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Статистические и вероятностные модели в программировании» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения: метод круглого стола и метод проектов, дискуссия, дебаты, анализ конкретных ситуаций, ситуационный анализ.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

Трудоемкость теоретической части курса 34 часа

### **Тема 1. Случайные события и вероятности (3 час.)**

Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Задача Бюффона. Случайные события и операции над ними. Общее определение вероятности. Основные свойства вероятности. Вероятностное пространство.

Общее определение вероятности, аксиоматика теории вероятностей.

Условные вероятности, независимые события. Формула полной вероятности, формула Байеса

Схема последовательных испытаний Бернулли, предельная теорема Пуассона. Предельная теорема Муавра-Лапласа.

**Тема 2.** Случайные величины, распределения вероятностей. (4 час.)

Дискретные случайные величины; примеры: распределения Пуассона и геометрическое.

Непрерывные распределения, функция распределения и плотности; примеры: равномерное и экспоненциальное распределения. Функции от случайных величин, их распределения.

Гауссовское (нормальное) распределение, его свойства.

**Тема 3.** Математическое ожидание, моменты случайных величин (4 час.)

Математическое ожидание для дискретных случайных величин. Свойства, примеры вычисления.

Математическое ожидание для непрерывных случайных величин. Свойства математических ожиданий, примеры вычисления.

Дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин, свойства, вычисление. Моменты, числовые характеристики случайных величин

Характеристические функции, их свойства.

**Тема 4.** Совместные распределения, случайные векторы. (4 час.)

Совместные распределения случайных величин, случайные векторы, ковариация и корреляция.

Независимые случайные величины. Суммирование независимых случайных величин.

Двумерное нормальное распределение. Многомерное нормальное распределение, его свойства.

**Тема 5.** Предельные теоремы теории вероятностей. (4 час.)

Схема серий в предельных теоремах теории вероятностей.

Закон больших чисел Чебышева. Закон больших чисел в схеме Бернулли.

Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), его приложения для моделирования систем и численного интегрирования.

Свойства непрерывности характеристических функций.

Центральная предельная теорема. Применение к схеме Бернулли (вывод теоремы Муавра-Лапласа как следствие центральной предельной теоремы).

Применение в анализе точности статистических моделей.

**Тема 6.** Распределения функций от случайных величин, точные выборочные распределения. (3 час.)

Гамма-распределение, бета-распределение, их свойства и применения.

Методы и примеры построения распределений некоторых функций от случайных величин. Распределение Коши.

Распределение хи-квадрат, распределение Стьюдента, распределение Фишера.

Лемма Фишера, свойства оценок параметров нормального распределения.

Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.

**Тема 7.** Методы построения оценок параметров распределений. (4 час.)

Статистический эксперимент, повторная выборка, выборочные моменты, асимптотические свойства.

Свойства статистических оценок, состоятельность и несмещенность.

Методы построения оценок параметров: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Примеры вычисления оценок для основных распределений. Задача разделения смеси распределений.

Задача регрессии, метод наименьших квадратов, оптимальность оценок метода наименьших квадратов.

Численные методы в задачах оценивания параметров и регрессии.

### **Тема 8. Проверка статистических гипотез. (4 час.)**

О непараметрических методах статистики. Эмпирическая функция распределения, гистограмма; их свойства и применение в анализе наблюдений.

Основные понятия проверки статистических гипотез, примеры задач, применения статистических выводов.

Критерий согласия Пирсона хи-квадрат. Примеры приложений; применение критерия при оценивании параметров по выборке.

Проверка статистических гипотез для параметров нормальных распределений.

Непараметрический критерий Колмогорова; двухвыборочный критерий Колмогорова-Смирнова.

### **Тема 9. Статистическая информация и энтропия. (4 час.)**

Статистическая информация, свойства, применения.

Экстремальные информационные свойства некоторых распределений.

Информация Фишера, свойства, примеры вычисления.

Неравенство Крамера-Рао. Эффективность статистических оценок.

Условные математические ожидания, их свойства, примеры вычисления. Оптимальные статистические оценки, гауссовская регрессия. Достаточные статистики.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (34 час., 5, 6 семестр)**

**1. Решение задач по теме «Случайные события и вероятности» (3 час.)**

2. Решение задач по теме «Случайные величины, распределения вероятностей». (4 час.)
3. Решение задач по теме «Математическое ожидание, моменты случайных величин» (4 час.)
4. Решение задач по теме «Совместные распределения, случайные векторы». (4 час.)
5. Решение задач по теме «Предельные теоремы теории вероятностей». (4 час.)
6. Решение задач по теме «Точные выборочные распределения». (3 час.)
7. Решение задач по теме «Методы построения оценок параметров распределений». (4 час.)
8. Решение задач по теме «Проверка статистических гипотез». (4 час.)
9. Решение задач по теме «Статистическая информация и энтропия». (4 час.)

### **Ш. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Статистические и вероятностные модели в программировании» представлено в Приложении 1 и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы; критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### **IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

№ п/п	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства -	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Тема 1. Случайные события и вероятности	ОПК-1	Знает	ПР-7 конспект	Зачет



		УК-1 ПК-4 ПК-10			экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 2. Случайные величины, распределения вероятностей	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	Зачет экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 3. Математическое ожидание, моменты случайных величин	ОПК-1 ПК-14	Знает	ПР-7 конспект	Зачет экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 4. Совместные распределения, случайные векторы	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	Зачет экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 5. Предельные теоремы теории вероятностей	ОПК-1 УК-1	Знает	ПР-7 конспект	экзамен

		ПК-4 ПК-10	Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 6. Распределения функций от случайных величин, точные выборочные распределения	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 7. Методы построения оценок параметров распределений	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 8. Проверка статистических гипотез	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 9. Статистическая информация и энтропия	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11	

				решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

1. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. Москва : Юрайт, 2014. 479 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:796357&theme=FEFU>
2. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. Москва: КноРус, 2016. 658 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:817191&theme=FEFU>
3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с.: 70x100 1/32. - (Карманное учебное пособие). (обложка, карм. формат) ISBN 978-5-369-00679-5/ <http://znanium.com/go.php?id=217167>
4. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: Учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2010. - 473 с. - ISBN 978-5-394-00617-3. <http://znanium.com/go.php?id=414902>
5. Математическая статистика: Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 205 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-009520-2, 500 экз. <http://znanium.com/go.php?id=445667>

### **Дополнительная литература**

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- М., Высшее образование, 2008. 404 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:384056&theme=FEFU>

2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. - М.: Высшая школа, 2007. - 491 с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:384488&theme=FEFU>
3. Емельянов Г.В., Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Лань, 2007. - 336с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:281951&theme=FEFU>
4. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - Спб.: Лань, 2003. 272 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:357223&theme=FEFU>
5. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. 2-е изд., исправл. и доп. - М., Физматлит, 2002. - 479 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:2589&theme=FEFU>
6. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. Изд. 8-е, испр. и доп. - М.:Едиториал УРСС, 2005 - 448 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:260469&theme=FEFU>
7. Золотаревская Д.И. Теория вероятностей: Задачи с решениями: Учебное пособие. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.:Едиториал УРСС, 2003- 168 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:5803&theme=FEFU>
8. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов по экономическим специальностям / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина. Москва: ЮНИТИ, 2003.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:5806&theme=FEFU>
9. Теория случайных процессов / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. М.: Физматлит, 2003. 399 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:301909&theme=FEFU>
10. Коршунов Д.А. и др. Сборник задач и упражнений по теории вероятностей. - СПб.: Лань. - 2004. 192 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:247856&theme=FEFU>
11. Крамер Г. Математические методы статистики. - М., Мир, 1975.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:59233&theme=FEFU>
12. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. - М., Наука, 1968.
13. Хастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям. - М., Статистика, 1980. 95 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:42930&theme=FEFU>

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <https://e.lanbook.com/book/59747> Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: Физматлит, 2012.- 816 с.
2. [http://www.matbuuro.ru/tvart\\_sub.php?p=art\\_tvims](http://www.matbuuro.ru/tvart_sub.php?p=art_tvims) Статьи по теории вероятности

3. [http://mathprofi.ru/teorija\\_verojatnostei.html](http://mathprofi.ru/teorija_verojatnostei.html) Сайт по высшей математике
4. <http://www.nsu.ru/mmfm/tvims/lotov/tvims.pdf> Лотов В.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Семестровый курс лекций для студентов факультета информационных технологий.
5. <http://statistica.ru/theory/> Портал знаний. Теория вероятностей

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Лекции проводятся с использованием проектора и мультимедийного комплекса для проведения лекций внутренней системы портала ДВФУ. Лабораторные занятия проводятся в специализированном компьютерном классе. Для составления документации используется текстовый процессор (LibreOffice или MicrosoftWord).

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина изучается в следующих организационных формах: лекционное занятие; лабораторное занятие; самостоятельное изучение теоретического материала; самостоятельное выполнение индивидуального проекта; индивидуальные и групповые консультации.

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение рекомендованной литературой, выполнение проекта, а также активная работа на лабораторных занятиях.

К прослушиванию лекции следует готовиться, для этого необходимо знать программу курса и рекомендованную литературу. Тогда в процессе лекции легче отделить главное от второстепенного, легче сориентироваться: что записать, что самостоятельно проработать, что является трудным для понимания, а что легко усвоить.

Контроль за выполнением самостоятельной работы студента производится в виде контроля каждого этапа работы, отраженного в документации и защиты проекта.

Студент должен планировать график самостоятельной работы по дисциплине и придерживаться его.

### **Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины**

Освоение дисциплины следует начинать с изучения рабочей учебной программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам. Обязательно следует учитывать рекомендации преподавателя, данные в ходе установочных занятий. Затем – приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью рекомендуемой основной литературы. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и включенных в него тем. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовку к началу обучения включает несколько необходимых пунктов:

1) Необходимо создать для себя рациональный и эмоционально достаточный уровень мотивации к последовательному и планомерному изучению дисциплины.

2) Необходимо изучить список рекомендованной основной и дополнительной литературы и убедиться в её наличии у себя дома или в библиотеке в бумажном или электронном виде.

3) Желательно в самом начале периода обучения возможно тщательнее спланировать время, отводимое на работу с источниками и литературой по дисциплине, представить этот план в наглядной форме (график работы с датами) и в дальнейшем его придерживаться, не допуская срывов графика индивидуальной работы и «аврала» в предсессионный период. Пренебрежение этим пунктом приводит к переутомлению и резкому снижению качества усвоения учебного материала.

### **Рекомендации по работе с литературой**

1) Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект». Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

2) Написание конспекта должно быть творческим – нужно не переписывать текст из источников, но пытаться кратко излагать своими словами содержание ответа, при этом максимально структурируя конспект, используя символы и условные обозначения.

3) При написании конспекта каждый новый вопрос начинается с нового листа, для каждого экзаменационного вопроса отводится 1-2 страницы конспекта.

5) При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении установочных лекций и консультаций, либо в индивидуальном порядке.

б) При чтении учебной и научной литературы всегда следить за точным и полным пониманием значения терминов и содержания понятий, используемых в тексте.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Лекции проводятся с использованием проектора и внутренней системы портала ДВФУ. Лабораторные занятия проводятся в компьютерном классе.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Статистические и вероятностные модели в программировании»

**Направление подготовки – 09.03.04 «Программная инженерия»**

**Форма подготовки (очная)**

**Владивосток  
2020**



## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Вид самостоятельной работы	Дата/сроки выполнения	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
	Чтение конспекта лекций	1-36 неделя обучения	27 часов	ПР-7
	Решение задач	1-18 неделя обучения	12 часов	ПР-11

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Самостоятельная работа включает в себя повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам занятий, самостоятельный повтор действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ, в том числе при работе со специальным программным обеспечением.

Результаты самостоятельной работы представляются и оформляются в виде документации, по теме лабораторной работы.

### **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы – правильность ответов на вопросы по темам теоретической части дисциплины, достижение правильного результата при осуществлении собственных действий по лабораторным работам.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «Статистические и вероятностные модели в программировании»  
**Направление подготовки – 09.03.04 «Программная инженерия»**  
**Форма подготовки (очная)**

**Владивосток**  
**2020**

## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
	Знает	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Умеет	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.
	Владеет	Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
	Знает	Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Умеет	Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.
	Владеет	Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов
	Знает	Знает современные инструментальные средства программного обеспечения
ПК-4 Готовность к использованию методов и инструментальных средств исследования объектов профессиональной деятельности	Умеет	Умеет анализировать и выбирать инструментальные средства программного обеспечения
	Владеет	Владеет навыками использования методов и инструментальных средств исследования программного обеспечения
	Знает	Знает современные технологии разработки ПО (структурное, объектно-ориентированное программирование)
ПК-10 Владение навыками использования различных технологий разработки программного обеспечения	Умеет	Умеет использовать современные технологии разработки ПО
	Владеет	Имеет навыки использования современных технологий разработки ПО
	Знает	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

№ п/п	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Тема 1. Случайные события и вероятности	ОПК-1 УК-1	Знает	Зачет экзамен

		ПК-4 ПК-10	Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 2. Случайные величины, распределения вероятностей	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	Зачет экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 3. Математическое ожидание, моменты случайных величин	ОПК-1 ПК-14	Знает	ПР-7 конспект	Зачет экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 4. Совместные распределения, случайные векторы	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	Зачет экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 5. Предельные теоремы теории вероятностей	ОПК-1 УК-1 ПК-4	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11	

		ПК-10		решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 6. Распределения функций от случайных величин, точные выборочные распределения	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 7. Методы построения оценок параметров распределений	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 8. Проверка статистических гипотез	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11 решение задач	
			владеет	Пр-6 лабораторная работа	
	Тема 9. Статистическая информация и энтропия	ОПК-1 УК-1 ПК-4 ПК-10	Знает	ПР-7 конспект	экзамен
			Умеет	ПР-11 решение	

			задач	
		владеет	Пр-6 лабораторная работа	

### Текущий контроль

Состоит в проверке правильности выполнения заданий по самостоятельной работе. Задание зачтено, если нет ошибок. По текущим ошибкам даются пояснения.

### Тесты для текущего контроля

**Примечание.** В задачах, связанных со случайными событиями, значок  $^c$  над событием  $A$  обозначает противоположное событие  $A^c$  ( $A^c$  есть дополнение множества  $A$ ),  $A+B$  обозначает объединение множеств  $A$  и  $B$ ,  $AB$  обозначает пересечение множеств  $A$  и  $B$  (совместное наступление событий  $A$  и  $B$ ).

Если  $A, B, X$  - случайные события, то при каких  $x$  справедливо следующее равенство

$$(A + B)(A^c + X)(AX)^c = A^{cB}.$$

Определить, какому из событий 1)  $A^cB$  2)  $AB^c$  3)  $AB$  4)  $A^cB^c$  равносильно событие

$$(A + B)(A + B^c)(A^c + B).$$

Если  $A \setminus B$  обозначает  $AB^c$ , то какому из событий 1)  $A^cB$  2)  $AB^c$  3)  $A^cB^c$  4)  $AB$  равносильно событие  $A \setminus (A \setminus B)$ .

Пусть  $A, B$  – произвольные события,  $\emptyset$  – невозможное событие,  $\Omega$  - достоверное событие.

Проверить образуют ли полную группу следующие пять событий:  $A, A^cB, (A + B)^c, \emptyset, \Omega$ .

Если  $A$  и  $B$  – два случайных события, для которых известны вероятности  $p(AB) = 0.75$  и  $p(AB^c) = 0.15$ , то найти вероятность  $p(A)$  события  $A$ .

На отрезке  $[0,1]$  случайным образом выбираются два числа:  $x, y$ . Найти вероятность  $P\{x + y \geq 1, x - y \leq 0\}$ .

Двое студентов подбрасывают монету, загадывая: “Если (А) выпадет орел, то пойдем в кино, если (В) выпадет решка, то в интернет-кафе, а если (С) упадет на ребро, то пойдем на лекцию”. Найти, при каком отношении толщины монеты к ее диаметру все три события А, В, С будут равновероятны.

Найти вероятность того, при независимых подбрасываниях симметричной монеты, первый раз орел выпадет в четной попытке.

В группе 10 человек: 10 отличников, 7 хорошистов, 5 удовл., 3 плохо подготовленных. Отличники знают все 25 вопросов, хорошисты – 20, удовл. – 15, плохо – 10. Случайно выбранный студент ответил на два заданных вопроса. Найти вероятности того, что этот студент относится к каждой из упомянутых групп.

Если один бомбардировщик уничтожает цель с вероятностью  $1/7$ , то с какой вероятностью три бомбардировщика уничтожат цель? Сколько бомбардировщиков необходимо использовать, чтобы цель была уничтожена с вероятностью  $0,999$ ?

Если вероятность успеха в отдельном испытании схемы Бернулли равна  $p$ , то найти вероятность того, что  $k$ -й по порядку успех произойдет в  $n$ -м испытании ( $n \geq k$ ).

Из ящика, содержащего три белых и два черных шара, переложено два шара в ящик, содержащий четыре белых и четыре черных шара. Найти вероятность вынуть после этого из второго ящика белый шар. С какой вероятностью при этом из первого ящика во второй было переложено два белых шара?

Предположим, в ящике находятся 5 шаров белого и черного цвета; количество тех и других неизвестно, но все возможные наборы цветов можно считать равновероятными. Если из ящика вынуты два шара, то найти вероятность того, что оба они окажутся белыми.

Если случайная величина  $X$  есть число очков, выпадающее при бросании правильной игральной кости, то найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $Y = \sin(\pi X/3)$ .

Плотность распределения случайной величины имеет вид  $p(x) = a \cdot \cos(x)$ , где  $x$  изменяется в промежутке  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Найти константу  $a$ , математическое ожидание и дисперсию для случайной величины  $X$ .

Случайная величина  $X$  распределена по закону  $P\{x = -1\} = 0.2$ ,  $P\{x = 0\} = 0.3$ ,  $P\{x = 1\} = 0.5$ . Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X^2$ .

Случайная величина  $X$  имеет показательное распределение,  $P\{X > x\} = e^{-x}$ ,  $x \geq 0$ . Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X(1 - \exp(-aX))$ .

Через данную остановку проходят маршруты двух автобусов. Среднее время ожидания первого автобуса составляет 5 минут, второго – 7 минут. Считая время ожидания экспоненциально распределенной случайной величиной и предполагая движение автобусов независимыми друг от друга, найти среднее время ожидания автобуса на этой остановке.

Пусть случайные величины  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимы и имеют распределение  $P\{X_k = 0\} = 1/2$ ,  $P\{X_k = 1\} = P\{X_k = -1\} = 1/4$ . Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ .

Если дискретная случайная величина  $x$  имеет распределение  $P\{x = -2\} = P\{x = 2\} = p$ ,  $P\{x = -1\} = P\{x = 1\} = p/2$ ,  $P\{x = 0\} = q$ , а также известно, что  $E|\cos(\pi X/2)| = 6/7$ , то найти, чему равны  $p$  и  $q$ .

Если случайная величина  $X$  равномерно распределена на  $[-\pi, \pi]$ , то найти дисперсию и математическое ожидание случайной величины  $y = \sin(x)$ .

Дискретная случайная величина  $X$  имеет распределение  $P\{x = k\} = c/k(k+1)(k+2)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Найти константу  $c$  и вычислить математическое ожидание  $X$ .



Известно, что если независимые случайные величины  $X$  и  $Y$  имеют плотности распределения  $p(x)$  и  $q(y)$ , то сумма  $X + Y$  распределена с плотностью

$$p(x) = \int p(x-y) q(y) dy.$$

Найти распределение суммы  $X + Y$ , когда и  $p(x)$  и  $q(y)$  есть плотность распределения Коши,  $p(x) = 1/\pi(1+x^2)$ .

Если случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и одинаково распределены с функцией распределения  $f(x)$ , то найти функции распределения случайных величин  $Z = \max \{X, Y\}$  и  $U = \min \{X, Y\}$ .

Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  связаны соотношением  $Y = aX + b$ , причем математическое ожидание  $EX = 1$ , а дисперсия  $D(X) = 4$ , и  $EY = 8$ ,  $D(Y) = 16$ . Найти числа  $a$  и  $b$ .

Найти дисперсию определителя  $X = \begin{vmatrix} Y & Z \\ U & V \end{vmatrix}$ ,  $2D^4$  элементов которого  $Y, Z, U, V$

являются случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $D$ .

Пусть случайные величины  $X, Y$  независимы и одинаково распределены с показательным распределением (его плотность равна  $e^{-x}$ ,  $x \geq 0$ ). Найти плотности распределения для случайных величин  $X + Y$  и  $X/Y$ .

Устройство содержит  $n$  одинаковых блоков, работающих независимо друг от друга. Время, в течение которого блок остается работоспособным – это случайная величина, имеющая экспоненциальное распределение с параметром  $\lambda$ . Устройство остается работоспособным, пока остаются работоспособными хотя бы  $k$  блоков,  $k < n$ , и становится неработоспособным в противном случае. Построить функцию распределения для времени, в течение которого устройство остается работоспособным.

Пусть  $F(x)$  – функция распределения. Существуют ли такие значения  $\lambda$ , при которых  $1 - (1 - F(x))^\lambda$  также является функцией распределения?

Случайные величины  $\xi, \eta$  независимы и каждая имеет нормальное распределение с математическим ожиданием  $a$  и дисперсией  $\sigma^2$ . Построить ковариационную матрицу для двумерного случайного вектора с компонентами  $\alpha\xi + \beta\eta$ ,  $\alpha\xi - \beta\eta$ .

Доказать, что если последовательность случайных величин сходится по распределению к константе, то данная последовательность случайных величин сходится и по вероятности к той же константе.

Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что при 1000 бросаниях монеты число выпадений герба будет заключено между 450 и 550.

Пусть случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$  независимы и равномерно распределены на отрезке  $[0, 1]$ . С помощью центральной предельной теоремы оценить вероятность события

$$\prod_{k=1}^{100} \xi_k \leq \frac{10}{2^{100}}.$$

Найти вероятность того, что случайная величина, имеющая распределение Стьюдента с 5 степенями свободы, принимает значение большее 1.96. Сравнить эту вероятность с вероятностью того, что случайная величина, имеющая стандартное нормальное распределение, принимает значение большее 1.96. Чему равна дисперсия каждой из этих случайных величин? Связано ли различие вероятностей с различием дисперсий?

Случайная величина  $\xi$  (характеризующая срок службы элементов электронной аппаратуры) имеет распределение Релея,  $F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{\theta}\right)$ ,  $x \geq 0$ .  
Найти оценку максимального правдоподобия для параметра  $\theta$ .

Предполагается, что  $n$  наблюдений  $x_1, \dots, x_n$  являются значениями независимых одинаково распределенных случайных величин  $X_1, \dots, X_n$ , имеющих распределение с функцией плотности, равной 0 при  $x \leq 0$  и равной  $\theta \exp(-\theta x)$  при  $x > 0$ . Методом моментов оценить  $\theta$ .

Пусть случайная величина  $\xi$  имеет гамма-распределение, т.е. плотность распределения  $\xi$  имеет вид  $p(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} x^{\alpha} \exp(-\frac{x}{\beta})$ , где  $\Gamma(u)$  - гамма-функция,  $\Gamma(u) = \int_0^{\infty} x^{u-1} e^{-x} dx$ .

- А) Найти математическое ожидание и дисперсию для случайной величины  $\xi$ .  
Б) Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  - повторная выборка (последовательность независимых

одинаково распределенных реализаций случайной величины  $\xi$ ). Найти по методу моментов оценки параметров  $\alpha$  и  $\beta$ .

Случайная величина  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[\theta, \theta + 1]$ , причем  $\theta$  неизвестно. Имеется выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимых реализаций  $\xi$ . В качестве оценки параметра  $\theta$  предлагается использовать две статистики:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \hat{\theta}_2 = \max\{X_k\} - \frac{1}{n+1}$$

Доказать, что  $E\hat{\theta}_1 = E\hat{\theta}_2 = \theta$ , то есть оценки несмещенные. Найти дисперсии  $D\hat{\theta}_1$  и  $D\hat{\theta}_2$  и показать, что при  $n \rightarrow \infty$   $D\hat{\theta}_2 = o(D\hat{\theta}_1)$ .

Найти информационное количество Фишера относительно параметра  $\theta$ , содержащееся  $n$  наблюдениях, если наблюдения являются значениями независимых одинаково распределенных случайных величин  $X_1, \dots, X_n$ , имеющих распределение с функцией плотности, равной 0 при  $x \leq 0$  и равной  $\theta^{-1} \exp(-x/\theta)$  при  $x > 0$ .

Случайная величина принимает значения  $n = 0, 1, 2, \dots$  с вероятностями  $p_n = ap^n$ . Найти энтропию распределения этой случайной величины. Построить график зависимости энтропии от  $p$  ( $0 < p < 1$ ).

Энтропия дискретного распределения равна  $H = -\sum_{k=1}^n p_k \ln(p_k)$ . Найти энтропию, соответствующую следующему прогнозу: "то ли дождик, то ли снег, то ли будет, то ли нет...". Известно, что в данное время года с осадками бывает 75% всех дней, причем одновременно идти дождик и снег не могут. Предположим также, что в день с осадками снег и дождик равновероятны.

Энтропия непрерывного распределения равна  $H = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \ln(p(x)) dx$ . Как изменится энтропия, соответствующая случайной величине  $\xi$ , в результате линейного преобразования  $\eta = a + b\xi$ ?

### Вопросы к зачету

1. Случайные события, операции над ними, вычисления, связанные с нормальным распределением.

2. Геометрические вероятности. Задача Бюффона. Моделирование случайных событий на компьютере.
3. Схема последовательных испытаний Бернулли, предельная теорема Пуассона.
4. Моделирование случайных последовательностей. Построение распределений для функции от случайных величин.
5. Эмпирическая функция распределения и гистограмма, их построение.
6. Совместные распределения случайных величин, случайные векторы, ковариация и корреляция. Вычисление коэффициентов корреляции, проверка значимости.
7. Двумерное нормальное распределение, его свойства. Моделирование двумерного нормального распределения на компьютере.
8. Применение центральной предельной теоремы, закона больших чисел Чебышева к схеме Бернулли, оценивание необходимого объема экспериментальных данных.
9. Лемма Фишера, доверительные интервалы для параметров нормального распределения, применение в анализе экспериментальных данных.
10. Метод моментов, метод максимального правдоподобия, примеры построения оценок.
11. Задача регрессии, метод наименьших квадратов, оптимальность оценок МНК.
12. Непараметрические критерий согласия Пирсона и Колмогорова-Смирнова, их применение.
13. Численное построение оценок максимального правдоподобия на основе метода Ньютона.
14. Методы экспериментальной проверки точности моделей регрессии и прогнозов.

### **Вопросы к экзамену**

1. Случайные события, операции над ними. Классическое определение вероятности.
2. Геометрические вероятности. Задача Бюффона.
3. Условные вероятности, независимые события.
4. Формула полной вероятности, формула Байеса
5. Схема последовательных испытаний Бернулли, предельная теорема Пуассона.

6. Дискретные случайные величины; примеры: распределения Пуассона и геометрическое.
7. Непрерывные распределения, функция распределения и плотность; примеры: равномерное и экспоненциальное распределения.
8. Функции от случайных величин, их распределения, примеры.
9. Гауссовское (нормальное) распределение, его свойства; вычисления вероятностей.
10. Математическое ожидание для дискретных случайных величин. Математическое ожидание для непрерывных случайных величин.
11. Дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Моменты.
12. Характеристические функции, их свойства.
13. Совместные распределения случайных величин, случайные векторы, ковариация и корреляция.
14. Независимые случайные величины. Суммирование независимых случайных величин.
15. Двумерное нормальное распределение, его свойства.
16. Закон больших чисел Чебышева, применение к схеме Бернулли.
17. Центральная предельная теорема, применение к схеме Бернулли (вывод распределения Пуассона).
18. Распределение Стюдента. Лемма Фишера.
19. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
20. Метод моментов, примеры построения оценок.
21. Метод максимального правдоподобия, примеры построения оценок.
22. Задача регрессии, метод наименьших квадратов, оптимальность оценок МНК.
23. Критерий согласия Пирсона хи-квадрат, его применение.
24. Проверка гипотез для параметров нормальных распределений.
25. Критерий Колмогорова-Смирнова.
26. Информация Фишера. Неравенство Крамера-Рао. Эффективность оценок.

**Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине: экзамену  
(зачету)**

К аттестации допускаются студенты, которые систематически в течение всего семестра посещали и работали на занятиях и показали уверенные знания в ходе выполнении лабораторных работ.

Непосредственная подготовка к аттестации осуществляется по вопросам, представленным в рабочей учебной программе. Тщательно

изучите формулировку каждого вопроса, вникните в его суть, составьте план ответа. Обычно план включает в себя:

- определение сущности рассматриваемого вопроса, основных положений, утверждений, определение необходимости их доказательства;
- запись обозначений, формул, необходимых для полного раскрытия вопроса;
- графический материал (таблицы, рисунки, графики), необходимые для раскрытия сущности вопроса;
- роль и значение рассматриваемого материала для практической деятельности, примеры использования в практической деятельности.

### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины**

**Текущая аттестация студентов.** Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме защиты проекта и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- степень усвоения теоретических знаний - оценивается в форме собеседования;
- уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты проекта.

**Промежуточная аттестация студентов.** Промежуточная аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Зачет проводится в устной форме, экзамен - в письменной форме с использованием защиты проекта.

### **Критерии выставления оценки студенту**

<b>Баллы</b> (рейтингово й оценки)	<b>Оценка зачета/ экзамена</b> (стандартная)	<b>Требования к сформированным компетенциям</b>
--	---	---

86-100	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
76-85	«зачтено»/ «хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
61-75	«зачтено»/ «удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
0-60	«не зачтено»/ «неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.