



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»
Руководитель ОП

А.И. Сухомлинов

«УТВЕРЖДАЮ»
Заведующий кафедрой
«Информационные системы управления»

А.И. Сухомлинов

« 13 » февраля 2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Линейная алгебра и аналитическая геометрия
Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика
профиль Прикладная информатика в управлении предприятием
Форма подготовки: очная

Курс 1 семестр 1
лекции 18 (час.)
лабораторные работы 0 час.
практические занятия 34 час.
в том числе с использованием МАО лекц. / пр. 34 час.
всего часов аудиторной нагрузки 54 (час.)
в том числе с использованием МАО 34 час.
самостоятельная работа 92 (час.)
в том числе на подготовку к экзамену 36 час.
Курсовая работа / курсовой проект – не предусмотрено
Контрольные работы 1 семестры
зачет семестр
экзамен 1 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12 октября 2017 г. № 922

Рабочая учебная программа обсуждена на заседании кафедры «Информационные системы управления», протокол № 6 от «13» февраля 2020 г.

Заведующий кафедрой ИСУ А.И. Сухомлинов

Составитель (ли): доцент кафедры алгебры, геометрии и анализа Чеканов С.Г.

Владивосток
2020

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « ____ » _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « ____ » _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

Цель изучения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» - обеспечить студентов математическими знаниями, необходимыми для освоения дисциплин, предусмотренных учебным планом для специальности «Прикладная информатика»; выработать умения, позволяющие успешно осваивать специальные курсы, а также самостоятельно осваивать необходимые дополнительные разделы математики.

Задачами освоения данной дисциплины являются:

- дать студентам необходимые теоретические знания по следующим разделам дисциплины: теория определителей, теория матриц, системы линейных алгебраических уравнений, комплексные числа и многочлены, векторная алгебра, аналитическая геометрия, линейная алгебра;
- научить студентов решать типовые примеры по указанным разделам дисциплины;
- развитие у студентов логического и алгоритмического мышления;
- выработка навыков самостоятельного углубления и расширения математических знаний и проведения математического моделирования прикладных задач.

В результате изучения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» у обучающихся формируются следующие универсальные:

Наименование категории (группы)	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Системное и критическое мышление	ОПК-1.Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает глубоко и прочно основные понятия и теоремы курса. ОПК-1.2. Умеет используя соответствующий математический аппарат решать типовые задачи. ОПК-1.3. Владеет способностью выбирать оптимальное решение, поставленной задачи.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

1 семестр (18 час.)

Тема 1. (2 час.) «Системы линейных уравнений. Метод Гаусса».

Общее и частное решение системы линейных уравнений. Свободные и связанные переменные. Фундаментальная система решений.

Тема 2. (2 час.) «Подстановки на конечных множествах».

Подстановки и способы их представления. Четность подстановок. Теорема о числе четных подстановок.

Тема 3. (4 час.) «Алгебра матриц».

Операции на множестве матриц. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Теорема о произведении определителей. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы.

Тема 4. (2 час.) «Линейные пространства».

Базис и размерность линейного пространства. Теорема о базисе. Матрица перехода.

Тема 5. (2 час.) «Подпространства линейного пространства».

Сумма подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств. Прямая сумма подпространств. Линейные многообразия.

Тема 6. (2 час.) «Линейные операторы».

Представление линейного оператора матрицей. Зависимость матрицы оператора от базиса.

Тема 7. (4 час.) «Собственные векторы линейных операторов».

Собственные векторы. Характеристическое уравнение линейного оператора. Инвариантные подпространства.

Тема 8. (2 час.) «Евклидовы пространства».

Скалярное произведение и ортогональные базисы. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение. Ортогональные операторы.

Тема 9. (4 час.) «Векторная алгебра».

Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Ориентация базиса. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Трудоемкость практической части курса 36 час.

1 семестр (34 час.)

Занятие 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Нахождение фундаментальной системы решений. Представление общего решения системы.

Занятие 2. Подстановки на конечных множествах (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты,

готовые разяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Операция умножения подстановок. Определение четности подстановок. Решение уравнений на множестве подстановок.

Алгебра матриц (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Действия с матрицами. Проверка свойств операций над матрицами. Вычисление обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы.

Линейные пространства (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается

сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение базисов в различных линейных пространствах. Вычисление координат векторов в базисе. Переход от одного базиса к другому с помощью матрицы перехода.

Занятие 3. Подпространства линейных пространств (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение базисов суммы и пересечения подпространств. Вычисление размерности суммы подпространств.

Линейные операторы (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой

своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Вычисление матрицы линейного оператора в различных базисах.
Определение ядра линейного оператора.

Занятие 4. Собственные векторы линейных операторов (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Собственные векторы и характеристические уравнения линейных операторов. Инвариантные подпространства. Базис из собственных векторов.

Занятие 5. Евклидовы пространства (2 час.)

Занятие 6. Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация».

Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение ортогонального базиса. Нахождение ортогонального дополнения линейного подпространства.

Векторная алгебра (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она

позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучающихся, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведения. Вычисление площадей и объемов с помощью векторной алгебры.

Уравнения прямой на плоскости (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучающихся, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Параметрическое, каноническое и общее уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.

Занятие 11. Уравнение прямой в пространстве (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты,

готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Уравнение прямой в различных системах координат. Взаимное расположение прямых.

Занятие 12. Уравнения плоскости. (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Составление уравнений плоскости в различных системах координат. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.

Занятие 13. Каноническое уравнение эллипса, гиперболы и параболы. (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех

практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Составление канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы. Вычисление координат фокусов, эксцентриситета.

Занятие 14. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах (4 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение уравнений кривых в полярных координатах. Определение касательных к кривым второго порядка.

Занятие 15. Классификация кривых второго порядка. (4 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Распознавание кривых второго порядка по общему уравнению.
Определение положения кривой на плоскости.

Занятие 16. Поверхности второго порядка(2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени

индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Распознавание поверхностей второго порядка. Определение положения поверхности в пространстве.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Системы линейных уравнений	ОПК3	знает	Теоретические диктанты	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 1-3
2	Подстановки на конечных множествах	ОПК3	знает	Теоретические диктанты	
			умеет	Решение задач по	

				изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 4-6
3	Алгебра матриц	ОПКЗ	знает	Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 7-12
4	Линейные операторы	ОПКЗ	знает	Теоретические диктанты	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 1-4
5	Уравнения прямых	ОПКЗ	знает	Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому	

				материалу	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 5-11
6	Кривые второго порядка	ОПКЗ	знает	Теоретические диктанты	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 12-14

Типовые контрольные задания и экзаменационные вопросы представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

(электронные и печатные издания)

1. Д. К. Фаддеев. Лекции по алгебре – СПб.: Лань, 2007. – 416 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=397
2. Д. В. Беклемишев. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 2005, <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:275482&theme=FEFU> 1 экз.

3. Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. Задачи по высшей алгебре. – Санкт-Петербург, «Лань», 2008, - 288
с.<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:251141&theme=FEFU> 3 экз.
4. А. Г. Курош, Курс высшей алгебры – Санкт-Петербург, «Лань», 2013.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=30198
5. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2009. – 176 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46
6. Кострикин А.И. и др. Сборник задач по алгебре. – МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2009. – 450 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9360

Дополнительная литература

(печатные и электронные издания)

1. 1.А. Г. Курош, Курс высшей алгебры. – Санкт-Петербург, «Лань», 2011, - 462 с.<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:410558&theme=FEFU>
2. 2.А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. – Санкт-Петербург, «Лань», 2008, – 303
с.<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:281458&theme=FEFU> 7 эк.
3. 3.А.И. Мальцев. Основы линейной алгебры. – Санкт-Петербург, «Лань», 2005, - 470
с.<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:239638&theme=FEFU> 1 эк.
4. 4.М.М. Постников. Линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, - 400 с.<http://e.lanbook.com/view/book/319/>
5. 3.И. Борович. Определители и матрицы. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, - 192 с.<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:281936&theme=FEFU> 1 экз.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://e.lanbook.com/>
2. <http://www.studentlibrary.ru/>
3. <http://znanium.com/>
4. <http://www.nelbook.ru/>

VI. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

На изучение дисциплины отводится 72 часа аудиторных занятий. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию. После выполнения задания, студент отправляет его на проверку преподавателю. Работа должна быть отослана в формате PDF одним документом. По данному курсу разработаны методические указания.

По данному курсу разработаны методические указания:

1. Чеканов С.Г., Степанова А.А. Строение конечных полей. Учебно-методическое пособие. Изд. ДВФУ. Владивосток, 2013, 30 с.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории кампуса ДВФУ.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

**Направление подготовки: 09.03.03 Прикладная информатика / Прикладная
информатика в экономике**

Форма подготовки очная

**Владивосток
2017**

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1.	1.09 - 28.09	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	проверка выполнения ИДЗ
2.	28.09 - 28.10	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	проверка выполнения ИДЗ
3.	28.10 - 28.11	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	проверка выполнения ИДЗ

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю. Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения лабораторного занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»
Направление подготовки: 09.03.03 Прикладная информатика / Прикладная
информатика в экономике

Форма подготовки очная

Владивосток
2017

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК3- Способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	Знает	примеры практического использования геометрических теорем
	Умеет	применять методы линейной алгебры различать эквивалентные многообразия в многомерных пространствах
	Владеет	алгоритмами расчета характеристик линейных алгебраических многообразий

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Системы линейных уравнений	ОПК3	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 1-16
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	
2	Алгебра матриц	ОПК3	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	экзамен, вопросы 17-19

			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	
3	Линейные пространства	ОПК3	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 20-24
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	
4	Уравнения прямых	ОПК3	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 25-26
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	
5	Уравнения плоскостей	ОПК3	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 27-39
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на	

				практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
6	Кривые второго порядка	ОПК3	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 40-42
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК3-использует Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	знает (пороговый уровень)	основные теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии; основные алгоритмы дисциплины	Знание теоретического материала по дисциплине	Способность отвечать на вопросы по теории
	умеет (продвинутый)	оценивать вычислительную сложность самостоятельно разработанных алгоритмов; строить тестовые примеры для верификации алгоритмов и программ	Умение выбирать требуемые формулы при выполнении практических заданий	Наличие выполненных практических заданий, способность обосновать выбор формул
	владеет (высокий)	методами оценивания вычислительной сложности самостоятельно разработанных алгоритмов и построения тестовых	Владение методами построения вывода формул при выполнении практических заданий	Наличие выполненных заданий, способность дать пояснения процесса вывода

		примеров для верификации алгоритмов и программ		
--	--	--	--	--

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме собеседования (устного опроса) для проверки теоретических знаний, а также в форме защиты выполненных практических заданий.

Объектами оценивания выступают:

- степень усвоения теоретических знаний - оценивается в форме собеседования и контрольных работ;
- уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты задания.

Критерии оценки устного ответа

– **100-85 баллов** - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

– **85-76 баллов** - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

– **75-61 балл** - оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений,

процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

– **60-50** баллов - ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области

Критерии оценки практических заданий

100-86 баллов выставляется, если содержание и составляющие части соответствуют выданному заданию. Продемонстрировано владение навыками выбора необходимых формул и построений выводов.

85-76 - баллов выставляется, если при выполнении задания допущено не более одной ошибки.

75-61 балл выставляется, если при выполнении задания допущено не более двух ошибок.

60-50 баллов - если структура и содержание задания не соответствуют требуемым

Шкала оценивания

Менее 60 баллов	незачтено	неудовлетворительно
От 61 до 75 баллов	зачтено	удовлетворительно
От 76 до 85 баллов	зачтено	хорошо
От 86 до 100 баллов	зачтено	отлично

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрен экзамен.

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
2. Теорема о числе четных подстановок
3. Элементарные свойства определителей
4. Теорема Лапласа для определителей
5. Теорема о произведении определителей
6. Критерий обратимости матриц
7. Теорема о ранге матриц
8. Теорема о базисе линейного пространства.
9. Теорема о размерности суммы подпространств.
10. Линейные многообразия.
11. Теорема Кронекера-Капелли
12. Представление линейного оператора матрицей
13. Собственные векторы линейного оператора
14. Теорема Лагранжа для квадратичных форм
15. Закон инерции квадратичных форм.
16. Критерий Сильвестра.
17. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
18. Уравнения прямой на плоскости
19. Уравнения прямой в пространстве
20. Расстояние от точки до прямой
21. Уравнения плоскости
22. Расстояние от точки до плоскости
23. Взаимное расположение прямых.
24. Взаимное расположение плоскостей
25. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
26. Эллипс его уравнения и свойства.
27. Гипербола, уравнения и свойства
28. Парабола, уравнения и свойства
29. Классификация кривых второго порядка

Оценочные средства для текущей аттестации

Примеры вариантов контрольных работ

Тема: Системы линейных уравнений

Задача 1. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы.

$$3.1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} \frac{3}{2}x_1 + \frac{5}{4}x_2 + \frac{5}{7}x_3 + x_4 = 0, \\ \frac{3}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{2}{7}x_3 + \frac{2}{5}x_4 = 0, \\ \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{6}x_2 + \frac{2}{21}x_3 + \frac{2}{15}x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.16. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.17. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.18. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.19. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.20. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.21. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.22. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.23. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 \quad \quad - 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.24. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.25. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.26. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.27. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.28. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.29. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.30. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.31. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Тема: Алгебра матриц

Контрольная работа №5 по теме «Матрицы и определители»

1 вариант

1. Входит ли в определитель соответствующего порядка произведение и, если входит, то с каким знаком: а) $a_{34}a_{25}a_{51}a_{66}a_{13}a_{42}$; б) $a_{51}a_{12}a_{23}a_{34}a_{45}$?

2. Выполните умножение подстановок: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

4. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 7 & -3 & 9 & 5 & -4 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ -6 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 8 & -2 & -9 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Вычислите определители:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$$

6. Вычислите определитель, применяя метод рекуррентных соотношений:

$$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b \\ 0 & a & 0 & \dots & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a & \dots & b & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & b & \dots & a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & \dots & 0 & a & 0 \\ b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a \end{vmatrix}, \text{ (порядка } 2n \text{).}$$

7. Пусть X – матрица второго порядка. Решите уравнение: $X^2 = X$.

8. Вычислите: а) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$; в) $\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & \dots & a^n \\ 0 & 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & a & \dots & a^{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^{-1}$.
9. Решите матричное уравнение: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

2 вариант

1. Входит ли в определитель соответствующего порядка произведение и, если входит, то с каким знаком: а) $a_{27}a_{36}a_{51}a_{74}a_{25}a_{43}a_{62}$; б) $a_{33}a_{16}a_{72}a_{27}a_{55}a_{61}a_{44}$?
2. Выполните умножение подстановок: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Вычислите определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{2} & \frac{2}{5} & \frac{3}{2} \\ 3 & -12 & \frac{21}{5} & 15 \\ \frac{2}{3} & -\frac{9}{2} & \frac{4}{5} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

4. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \\ -3 & 2 & 7 & 2 & 9 & -8 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 8 & 5 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Вычислите определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} a & a+b & a+2b & \dots & a+(n-1)b \\ -a & a & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -a & a & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2 & 1 & y & y & \dots & y \\ 3 & 2 & 1 & y & \dots & y \\ 4 & 3 & 2 & 1 & \dots & y \\ 5 & 4 & 3 & 2 & \dots & y \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n-1 & n-2 & n-3 & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

6. Вычислите определитель, применяя метод рекуррентных соотношений:

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 5 \end{vmatrix}, \text{ (порядка } n \text{)}.$$

7. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$, где $a, b, c \in R$. Найдите все такие a, b, c , чтобы $A^n = E$ при каком-нибудь натуральном n .

8. Вычислите: а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}^2$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; в)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^{-1}.$$

9. Решите матричное уравнение: $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

3 вариант

1. Входит ли в определитель соответствующего порядка произведение и, если входит, то с каким знаком: а) $a_{43}a_{21}a_{35}a_{12}a_{54}$; б) $a_{61}a_{23}a_{45}a_{36}a_{12}a_{54}$?

2. Выполните умножение подстановок: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{3} \\ \sqrt{6} & \sqrt{21} & \sqrt{10} & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{10} & 2\sqrt{15} & 5 & \sqrt{6} \\ 2 & 2\sqrt{6} & \sqrt{10} & \sqrt{15} \end{vmatrix}$

4. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 9 & -8 & 7 & -6 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислите определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ a_2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2-x & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 3-x & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n+1-x \end{vmatrix}.$$

6. Вычислите определитель, применяя метод рекуррентных соотношений:

$$\begin{vmatrix} x_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & x_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & x_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \end{vmatrix}.$$

7. Найдите все матрицы, перестановочные с матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

8. Вычислите: а) $\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 1 & b & b \\ 1 & c & a \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 2 \ 3)$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 1 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}^{-1}$.

Решите матричное уравнение: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 11 & 7 \\ 7 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

Тема: Линейные операторы

Вариант 1

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}$,

$$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти ABx .

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_1 - 4x_2 + x_3, 2x_1, 3x_2 - 2x_3\}$,

$$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти $(3B + 2A^2)x$.

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 3

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{-3x_1 - 2x_2 + x_3, 2x_1, x_2 - 2x_3\}$,

$$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти $(A + BA - B)x$.

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 4

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_1 - 3x_2 + 3x_3, 2x_1, 2x_2 - 2x_3\}$,

$$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти $(B(A + B))x$.

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Примеры индивидуальных домашних заданий

Задача 1. Представить вектор \mathbf{x} линейной комбинацией векторов \mathbf{p} , \mathbf{q} , \mathbf{r} .

1.1.

$$\mathbf{x} = \{-2, 4, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 2, 4\}.$$

1.2.

$$\mathbf{x} = \{6, 12, -1\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 3, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{2, -1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{0, -1, 2\}.$$

1.3.

$$\mathbf{x} = \{1, -4, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 1, -1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, -1, 1\}.$$

1.4.

$$\mathbf{x} = \{-9, 5, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{4, 1, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{2, 0, -3\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 2, 1\}.$$

1.5.

$$\mathbf{x} = \{-5, -5, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{-2, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 3, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{0, 4, 1\}.$$

1.6.

$$\mathbf{x} = \{13, 2, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{5, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{2, -1, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, -1\}.$$

1.7.

$$\mathbf{x} = \{-19, -1, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{-2, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{3, 1, 0\}.$$

1.8.

$$\mathbf{x} = \{3, -3, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, -1, 4\}.$$

1.9.

$$\mathbf{x} = \{3, 3, -1\}, \quad \mathbf{p} = \{3, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 2, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 0, 2\}.$$

1.10.

$$\mathbf{x} = \{-1, 7, -4\}, \quad \mathbf{p} = \{-1, 2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{2, 0, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 1, -1\}.$$

1.11.

$$\mathbf{x} = \{6, 5, -14\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 1, 4\}, \quad \mathbf{q} = \{0, -3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 1, -1\}.$$

1.12.

$$\mathbf{x} = \{6, -1, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{1, -2, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 1, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, 4\}.$$

1.13.

$$\mathbf{x} = \{5, 15, 0\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 5\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{0, -1, 1\}.$$

1.14.

$$\mathbf{x} = \{2, -1, 11\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, -2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, 3\}.$$

1.15.

$$\mathbf{x} = \{11, 5, -3\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 5, -3\}.$$

1.16.

$$\mathbf{x} = \{8, 0, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 1, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 1, 2\}.$$

1.17.

$$\mathbf{x} = \{3, 1, 8\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 3\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 2, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 0, -1\}.$$

1.18.

$$\mathbf{x} = \{8, 1, 12\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 2, -1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 0, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 1\}.$$

1.19.

$$\mathbf{x} = \{-9, -8, -3\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 4, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{-3, 2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{1, -1, 2\}.$$

1.20.

$$\mathbf{x} = \{-5, 9, -13\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, -2\}, \quad \mathbf{q} = \{3, -1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 1, 0\}.$$

1.21.

$$\mathbf{x} = \{-15, 5, 6\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 5, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 2, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 0\}.$$

1.22.

$$\mathbf{x} = \{8, 9, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, -2, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 3, 0\}.$$

1.23.

$$\mathbf{x} = \{23, -14, -30\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -1, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{-3, 2, 5\}.$$

1.24.

$$\mathbf{x} = \{3, 1, 3\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 2, 1\}.$$

1.25.

$$\mathbf{x} = \{-1, 7, 0\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 3, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -1, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{2, -1, 0\}.$$

1.26.

$$\mathbf{x} = \{11, -1, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{1, -1, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 1\}.$$

1.27.

$$\mathbf{x} = \{-13, 2, 18\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 1, 4\}, \quad \mathbf{q} = \{-3, 0, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 2, -1\}.$$

1.28.

$$\mathbf{x} = \{0, -8, 9\}, \quad \mathbf{p} = \{0, -2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 1, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 0, 1\}.$$

1.29.

$$\mathbf{x} = \{8, -7, -13\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 5\}, \quad \mathbf{q} = \{3, -1, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 0, 1\}.$$

1.30.

$$\mathbf{x} = \{2, 7, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{0, 3, 1\}.$$

1.31.

$$\mathbf{x} = \{15, -20, -1\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{5, -3, 2\}.$$

Задача 2. Коллинеарны ли векторы \mathbf{c}_1 и \mathbf{c}_2 , построенные по векторам \mathbf{a} и \mathbf{b} ?

2.1. $\mathbf{a} = \{1, -2, 3\}, \quad \mathbf{b} = \{3, 0, -1\}, \quad \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} + 4\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - \mathbf{a}.$

2.2. $\mathbf{a} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{b} = \{-2, 3, 5\}, \quad \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}.$

2.3. $\mathbf{a} = \{-2, 4, 1\}, \quad \mathbf{b} = \{1, -2, 7\}, \quad \mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}.$

2.4. $\mathbf{a} = \{1, 2, -3\}, \quad \mathbf{b} = \{2, -1, -1\}, \quad \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 8\mathbf{a} - \mathbf{b}.$

2.5. $\mathbf{a} = \{3, 5, 4\}, \quad \mathbf{b} = \{5, 9, 7\}, \quad \mathbf{c}_1 = -2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$

2.6. $\mathbf{a} = \{1, 4, -2\}, \quad \mathbf{b} = \{1, 1, -1\}, \quad \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{a} + 2\mathbf{b}.$

2.7. $\mathbf{a} = \{1, -2, 5\}, \quad \mathbf{b} = \{3, -1, 0\}, \quad \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$

2.8. $\mathbf{a} = \{3, 4, -1\}, \quad \mathbf{b} = \{2, -1, 1\}, \quad \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$

2.9. $\mathbf{a} = \{-2, -3, -2\}, \quad \mathbf{b} = \{1, 0, 5\}, \quad \mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} + 9\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = -\mathbf{a} - 3\mathbf{b}.$

- 2.10. $\mathbf{a} = \{-1, 4, 2\}$, $\mathbf{b} = \{3, -2, 6\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - 6\mathbf{a}$.
- 2.11. $\mathbf{a} = \{5, 0, -1\}$, $\mathbf{b} = \{7, 2, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - 6\mathbf{a}$.
- 2.12. $\mathbf{a} = \{0, 3, -2\}$, $\mathbf{b} = \{1, -2, 1\}$, $\mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$.
- 2.13. $\mathbf{a} = \{-2, 7, -1\}$, $\mathbf{b} = \{-3, 5, 2\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$.
- 2.14. $\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}$, $\mathbf{b} = \{1, -3, 4\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}$.
- 2.15. $\mathbf{a} = \{-1, 2, -1\}$, $\mathbf{b} = \{2, -7, 1\}$, $\mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}$.
- 2.16. $\mathbf{a} = \{7, 9, -2\}$, $\mathbf{b} = \{5, 4, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 4\mathbf{b} - \mathbf{a}$.
- 2.17. $\mathbf{a} = \{5, 0, -2\}$, $\mathbf{b} = \{6, 4, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 6\mathbf{b} - 10\mathbf{a}$.
- 2.18. $\mathbf{a} = \{8, 3, -1\}$, $\mathbf{b} = \{4, 1, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 2\mathbf{b} - 4\mathbf{a}$.
- 2.19. $\mathbf{a} = \{3, -1, 6\}$, $\mathbf{b} = \{5, 7, 10\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}$.
- 2.20. $\mathbf{a} = \{1, -2, 4\}$, $\mathbf{b} = \{7, 3, 5\}$, $\mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}$.
- 2.21. $\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}$, $\mathbf{b} = \{4, 6, -1\}$, $\mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 5\mathbf{a} - 7\mathbf{b}$.
- 2.22. $\mathbf{a} = \{2, -1, 4\}$, $\mathbf{b} = \{3, -7, -6\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$.
- 2.23. $\mathbf{a} = \{5, -1, -2\}$, $\mathbf{b} = \{6, 0, 7\}$, $\mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 4\mathbf{b} - 6\mathbf{a}$.
- 2.24. $\mathbf{a} = \{-9, 5, 3\}$, $\mathbf{b} = \{7, 1, -2\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$.
- 2.25. $\mathbf{a} = \{4, 2, 9\}$, $\mathbf{b} = \{0, -1, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{b} - 3\mathbf{a}$, $\mathbf{c}_2 = 4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$.
- 2.26. $\mathbf{a} = \{2, -1, 6\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 3, 8\}$, $\mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 2\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$.
- 2.27. $\mathbf{a} = \{5, 0, 8\}$, $\mathbf{b} = \{-3, 1, 7\}$, $\mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 12\mathbf{b} - 9\mathbf{a}$.

$$2.28. \mathbf{a} = \{-1, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{2, -1, 0\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}.$$

$$2.29. \mathbf{a} = \{4, 2, -7\}, \mathbf{b} = \{5, 0, -3\}, \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 6\mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

$$2.30. \mathbf{a} = \{2, 0, -5\}, \mathbf{b} = \{1, -3, 4\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - 5\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

$$2.31. \mathbf{a} = \{-1, 2, 8\}, \mathbf{b} = \{3, 7, -1\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 9\mathbf{b} - 12\mathbf{a}.$$

Задача 3. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

$$3.1. A(1, -2, 3), B(0, -1, 2), C(3, -4, 5).$$

$$3.2. A(0, -3, 6), B(-12, -3, -3), C(-9, -3, -6).$$

$$3.3. A(3, 3, -1), B(5, 5, -2), C(4, 1, 1).$$

$$3.4. A(-1, 2, -3), B(3, 4, -6), C(1, 1, -1).$$

$$3.5. A(-4, -2, 0), B(-1, -2, 4), C(3, -2, 1).$$

$$3.6. A(5, 3, -1), B(5, 2, 0), C(6, 4, -1).$$

$$3.7. A(-3, -7, -5), B(0, -1, -2), C(2, 3, 0).$$

$$3.8. A(2, -4, 6), B(0, -2, 4), C(6, -8, 10).$$

$$3.9. A(0, 1, -2), B(3, 1, 2), C(4, 1, 1).$$

$$3.10. A(3, 3, -1), B(1, 5, -2), C(4, 1, 1).$$

$$3.11. A(2, 1, -1), B(6, -1, -4), C(4, 2, 1).$$

$$3.12. A(-1, -2, 1), B(-4, -2, 5), C(-8, -2, 2).$$

$$3.13. A(6, 2, -3), B(6, 3, -2), C(7, 3, -3).$$

- 3.14. $A(0, 0, 4)$, $B(-3, -6, 1)$, $C(-5, -10, -1)$.
- 3.15. $A(2, -8, -1)$, $B(4, -6, 0)$, $C(-2, -5, -1)$.
- 3.16. $A(3, -6, 9)$, $B(0, -3, 6)$, $C(9, -12, 15)$.
- 3.17. $A(0, 2, -4)$, $B(8, 2, 2)$, $C(6, 2, 4)$.
- 3.18. $A(3, 3, -1)$, $B(5, 1, -2)$, $C(4, 1, 1)$.
- 3.19. $A(-4, 3, 0)$, $B(0, 1, 3)$, $C(-2, 4, -2)$.
- 3.20. $A(1, -1, 0)$, $B(-2, -1, 4)$, $C(8, -1, -1)$.
- 3.21. $A(7, 0, 2)$, $B(7, 1, 3)$, $C(8, -1, 2)$.
- 3.22. $A(2, 3, 2)$, $B(-1, -3, -1)$, $C(-3, -7, -3)$.
- 3.23. $A(2, 2, 7)$, $B(0, 0, 6)$, $C(-2, 5, 7)$.
- 3.24. $A(-1, 2, -3)$, $B(0, 1, -2)$, $C(-3, 4, -5)$.
- 3.25. $A(0, 3, -6)$, $B(9, 3, 6)$, $C(12, 3, 3)$.
- 3.26. $A(3, 3, -1)$, $B(5, 1, -2)$, $C(4, 1, -3)$.
- 3.27. $A(-2, 1, 1)$, $B(2, 3, -2)$, $C(0, 0, 3)$.
- 3.28. $A(1, 4, -1)$, $B(-2, 4, -5)$, $C(8, 4, 0)$.
- 3.29. $A(0, 1, 0)$, $B(0, 2, 1)$, $C(1, 2, 0)$.
- 3.30. $A(-4, 0, 4)$, $B(-1, 6, 7)$, $C(1, 10, 9)$.
- 3.31. $A(-2, 4, -6)$, $B(0, 2, -4)$, $C(-6, 8, -10)$.

Задача 4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах **a** и **b**.

4.1. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.

4.2. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

4.3. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1/5$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

4.4. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 5\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1/2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 5\pi/6$.

4.5. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4$.

4.6. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

4.7. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

4.8. $\mathbf{a} = 4\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 7$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

4.9. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.

4.10. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 7$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

4.11. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 10$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

4.12. $\mathbf{a} = 4\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 5$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

4.13. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 6$, $|\mathbf{q}| = 7$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

4.14. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

4.15. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

- 4.16. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.
- 4.17. $\mathbf{a} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.
- 4.18. $\mathbf{a} = 7\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1/2$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.
- 4.19. $\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.
- 4.20. $\mathbf{a} = 10\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.
- 4.21. $\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 8$, $|\mathbf{q}| = 1/2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.
- 4.22. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{q} - \mathbf{p}$; $|\mathbf{p}| = 2,5$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.
- 4.23. $\mathbf{a} = 7\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4$.
- 4.24. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 5$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 2\pi/3$.
- 4.25. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 7$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.
- 4.26. $\mathbf{a} = 5\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 5$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 5\pi/6$.
- 4.27. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.
- 4.28. $\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 5\mathbf{q} + \mathbf{p}$; $|\mathbf{p}| = 1/2$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 5\pi/6$.
- 4.29. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.
- 4.30. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.
- 4.31. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4$.

Задача 5. Компланарны ли векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{c} ?

5.1. $\mathbf{a} = \{2, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 0, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 2, 2\}$.

5.2. $\mathbf{a} = \{3, 2, 1\}$, $\mathbf{b} = \{2, 3, 4\}$, $\mathbf{c} = \{3, 1, -1\}$.

5.3. $\mathbf{a} = \{1, 5, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 1, -1\}$, $\mathbf{c} = \{1, 1, 1\}$.

5.4. $\mathbf{a} = \{1, -1, -3\}$, $\mathbf{b} = \{3, 2, 1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 3, 4\}$.

5.5. $\mathbf{a} = \{3, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, -2, 1\}$, $\mathbf{c} = \{1, 1, 1\}$.

5.6. $\mathbf{a} = \{3, 1, -1\}$, $\mathbf{b} = \{-2, -1, 0\}$, $\mathbf{c} = \{5, 2, -1\}$.

5.7. $\mathbf{a} = \{4, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, -2, 1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 2, 2\}$.

5.8. $\mathbf{a} = \{4, 3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{6, 7, 4\}$, $\mathbf{c} = \{2, 0, -1\}$.

5.9. $\mathbf{a} = \{3, 2, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, -3, -7\}$, $\mathbf{c} = \{1, 2, 3\}$.

5.10. $\mathbf{a} = \{3, 7, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-2, 0, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 2, 1\}$.

5.11. $\mathbf{a} = \{1, -2, 6\}$, $\mathbf{b} = \{1, 0, 1\}$, $\mathbf{c} = \{2, -6, 17\}$.

5.12. $\mathbf{a} = \{6, 3, 4\}$, $\mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 1, 2\}$.

5.13. $\mathbf{a} = \{7, 3, 4\}$, $\mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}$, $\mathbf{c} = \{4, 2, 4\}$.

5.14. $\mathbf{a} = \{2, 3, 2\}$, $\mathbf{b} = \{4, 7, 5\}$, $\mathbf{c} = \{2, 0, -1\}$.

5.15. $\mathbf{a} = \{5, 3, 4\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 0, -1\}$, $\mathbf{c} = \{4, 2, 4\}$.

5.16. $\mathbf{a} = \{3, 10, 5\}$, $\mathbf{b} = \{-2, -2, -3\}$, $\mathbf{c} = \{2, 4, 3\}$.

5.17. $\mathbf{a} = \{-2, -4, -3\}$, $\mathbf{b} = \{4, 3, 1\}$, $\mathbf{c} = \{6, 7, 4\}$.

$$5.18. \mathbf{a} = \{3, 1, -1\}, \mathbf{b} = \{1, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{8, 3, -2\}.$$

$$5.19. \mathbf{a} = \{4, 2, 2\}, \mathbf{b} = \{-3, -3, -3\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

$$5.20. \mathbf{a} = \{4, 1, 2\}, \mathbf{b} = \{9, 2, 5\}, \mathbf{c} = \{1, 1, -1\}.$$

$$5.21. \mathbf{a} = \{5, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{4, 3, 3\}, \mathbf{c} = \{9, 5, 8\}.$$

$$5.22. \mathbf{a} = \{3, 4, 2\}, \mathbf{b} = \{1, 1, 0\}, \mathbf{c} = \{8, 11, 6\}.$$

$$5.23. \mathbf{a} = \{4, -1, -6\}, \mathbf{b} = \{1, -3, -7\}, \mathbf{c} = \{2, -1, -4\}.$$

$$5.24. \mathbf{a} = \{3, 1, 0\}, \mathbf{b} = \{-5, -4, -5\}, \mathbf{c} = \{4, 2, 4\}.$$

$$5.25. \mathbf{a} = \{3, 0, 3\}, \mathbf{b} = \{8, 1, 6\}, \mathbf{c} = \{1, 1, -1\}.$$

$$5.26. \mathbf{a} = \{1, -1, 4\}, \mathbf{b} = \{1, 0, 3\}, \mathbf{c} = \{1, -3, 8\}.$$

$$5.27. \mathbf{a} = \{6, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

$$5.28. \mathbf{a} = \{4, 1, 1\}, \mathbf{b} = \{-9, -4, -9\}, \mathbf{c} = \{6, 2, 6\}.$$

$$5.29. \mathbf{a} = \{-3, 3, 3\}, \mathbf{b} = \{-4, 7, 6\}, \mathbf{c} = \{3, 0, -1\}.$$

$$5.30. \mathbf{a} = \{-7, 10, -5\}, \mathbf{b} = \{0, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{-2, 4, -1\}.$$

$$5.31. \mathbf{a} = \{7, 4, 6\}, \mathbf{b} = \{2, 1, 1\}, \mathbf{c} = \{19, 11, 17\}.$$

Задача 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках

A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

$$6.1. A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1), A_4(-4, 6, -3).$$

6.2.

$$A_1(-4, 2, 6), A_2(2, -3, 0), A_3(-10, 5, 8), A_4(-5, 2, -4).$$

6.3. $A_1(7, 2, 4), A_2(7, -1, -2), A_3(3, 3, 1), A_4(-4, 2, 1).$

6.4.

$$A_1(2, 1, 4), A_2(-1, 5, -2), A_3(-7, -3, 2), A_4(-6, -3, 6).$$

6.5.

$$A_1(-1, -5, 2), A_2(-6, 0, -3), A_3(3, 6, -3), A_4(-10, 6, 7).$$

6.6.

$$A_1(0, -1, -1), A_2(-2, 3, 5), A_3(1, -5, -9), A_4(-1, -6, 3).$$

6.7. $A_1(5, 2, 0), A_2(2, 5, 0), A_3(1, 2, 4), A_4(-1, 1, 1).$

6.8.

$$A_1(2, -1, -2), A_2(1, 2, 1), A_3(5, 0, -6), A_4(-10, 9, -7).$$

6.9.

$$A_1(-2, 0, -4), A_2(-1, 7, 1), A_3(4, -8, -4), A_4(1, -4, 6).$$

6.10.

$$A_1(14, 4, 5), A_2(-5, -3, 2), A_3(-2, -6, -3), A_4(-2, 2, -1).$$

6.11. $A_1(1, 2, 0), A_2(3, 0, -3), A_3(5, 2, 6), A_4(8, 4, -9).$

6.12.

$$A_1(2, -1, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(3, 2, 1), A_4(-4, 2, 5).$$

6.13.

$$A_1(1, 1, 2), A_2(-1, 1, 3), A_3(2, -2, 4), A_4(-1, 0, -2).$$

6.14. $A_1(2, 3, 1), A_2(4, 1, -2), A_3(6, 3, 7), A_4(7, 5, -3).$

6.15. $A_1(1, 1, -1), A_2(2, 3, 1), A_3(3, 2, 1), A_4(5, 9, -8).$

6.16.

$$A_1(1, 5, -7), A_2(-3, 6, 3), A_3(-2, 7, 3), A_4(-4, 8, -12).$$

6.17.

$$A_1(-3, 4, -7), A_2(1, 5, -4), A_3(-5, -2, 0), A_4(2, 5, 4).$$

6.18.

$$A_1(-1, 2, -3), A_2(4, -1, 0), A_3(2, 1, -2), A_4(3, 4, 5).$$

6.19.

$$A_1(4, -1, 3), A_2(-2, 1, 0), A_3(0, -5, 1), A_4(3, 2, -6).$$

6.20.

$$A_1(1, -1, 1), A_2(-2, 0, 3), A_3(2, 1, -1), A_4(2, -2, -4).$$

6.21. $A_1(1, 2, 0), A_2(1, -1, 2), A_3(0, 1, -1), A_4(-3, 0, 1).$

6.22. $A_1(1, 0, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(2, -2, 1), A_4(2, 1, 0).$

6.23.

$$A_1(1, 2, -3), A_2(1, 0, 1), A_3(-2, -1, 6), A_4(0, -5, -4).$$

6.24.

$$A_1(3, 10, -1), A_2(-2, 3, -5), A_3(-6, 0, -3), A_4(1, -1, 2).$$

6.25.

$$A_1(-1, 2, 4), A_2(-1, -2, -4), A_3(3, 0, -1), A_4(7, -3, 1).$$

6.26.

$$A_1(0, -3, 1), A_2(-4, 1, 2), A_3(2, -1, 5), A_4(3, 1, -4).$$

6.27. $A_1(1, 3, 0), A_2(4, -1, 2), A_3(3, 0, 1), A_4(-4, 3, 5).$

6.28.

$$A_1(-2, -1, -1), A_2(0, 3, 2), A_3(3, 1, -4), A_4(-4, 7, 3).$$

6.29.

$$A_1(-3, -5, 6), A_2(2, 1, -4), A_3(0, -3, -1), A_4(-5, 2, -8).$$

6.30.

$$A_1(2, -4, -3), A_2(5, -6, 0), A_3(-1, 3, -3), A_4(-10, -8, 7).$$

6.31. $A_1(1, -1, 2), A_2(2, 1, 2), A_3(1, 1, 4), A_4(6, -3, 8).$