



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП

И.Л. Артемьева

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующая кафедрой прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения

И.Л. Артемьева

«10» июля 2019 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Дискретная математика

**Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем**

(Технология программирования)

**Форма подготовки очная**

курс 1 семестр 1, 2

лекции 36 (18/18) час.

практические занятия 72 (36/36) час.

лабораторные работы 0 час.

в том числе с использованием МАО лек. 0 /пр. 0 /лаб. 0 час.

в том числе в электронной форме лек. 0 /пр. 0 /лаб. 0 час.

всего часов аудиторной нагрузки 108 час.

в том числе с использованием МАО 0 час.

в том числе в электронной форме 0 час.

самостоятельная работа 108 час.

в том числе на подготовку к экзамену 63 час.

курсовая работа / курсовой проект    семестр

зачет    семестр

экзамен 1, 2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 г. № 809

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения, протокол № 7.1 от «04» июля 2019 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения д.т.н., профессор Артемьева И.Л.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры, геометрии и анализа Иванов Б.Н.

Владивосток  
2019

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## **ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Изучить теоретические и алгоритмические основы базовых разделов современной дискретной математики. Показать роль дискретной математики в современных компьютерных технологиях.

### **Цель дисциплины:**

1. Познакомить студентов с основными разделами дискретной математики, методы которых могут использоваться при решении задач, связанных с математическим обеспечением проектирования, разработки и сопровождения программных продуктов.
2. Овладеть основными понятиями, идеями и методами дискретной математики, которые в настоящее время являются важнейшими инструментальными средствами информатики.
3. Формирование навыков использования методов дискретной математики при изучении специальных дисциплин образовательной программы и в профессиональной деятельности.
4. Развитие у студента математической интуиции, воспитание достаточно высокой математической культуры для продолжения образования, научной деятельности.

### **Задачи дисциплины:**

1. Формирование представления о роли и месте дискретной математики.
2. Достижение достаточно высокого уровня фундаментальной математической подготовки, повысить математическую культуру.
3. Формирование навыков использования методов дискретной математики для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.
4. Формирование навыков моделирования реальных объектов и процессов с использованием математического аппарата дискретной математики.
5. Формирование логических связей разделов дискретной математики с другими дисциплинами образовательного стандарта специальности.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Универсальные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление.	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК-1.2. - Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.

**Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения**

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
<p>Теоретические и практические основы профессиональной деятельности.</p>	<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса; практические подходы и приемы решения задач; взаимосвязь разделов курса с другими дисциплинами.</p> <p>ОПК-1.2. Умеет практически решать стандартные задачи курса, применять методы дискретной математики при решении профессиональных задач; доказывать утверждения, строить модели объектов, понятий, определений и содержательно их интерпретировать; применять полученные знания в других дисциплинах.</p> <p>ОПК-1.3. Имеет навыки использования современного математического аппарата и инструментария дискретной математики для решения математических задач в своей предметной области, в том числе, реализуемыми с помощью компьютерной техники; владеет навыками алгоритмизации и моделированием прикладных задач с привлечением методов дискретной математики.</p>

Профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Задачи профессиональной деятельности	Объекты или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ иных требований, предъявляемых к выпускникам)
Тип задач профессиональной деятельности: научно-исследовательский.				
<p>Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. Создание, анализ и реализация новых компьютерных моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении.</p>	<p>Математические и алгоритмические модели, программы, программные системы и комплексы, методы их проектирования и реализации, способы производства, сопровождения, эксплуатации и администрирования в различных областях цифровой экономики</p>	<p>ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.</p>	<p>ПК-1.1. Знает в полном объеме теоретические основы базовых разделов курса дискретной математики для выявления сущности проблем в профессиональной деятельности.                      ПК-1.2. Умеет в полной мере самостоятельно изучить новые развиваемые актуальные и значимые методы дискретной математики, адаптировать их к решению своих профессиональных практических задач.                      ПК-1.3. Имеет навыки к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов дискретной</p>	<p>Архитектор программного обеспечения; 06.015                      Специалист по информационным системам; 06.016                      Руководитель проектов в области информационных технологий; 06.019                      Технический писатель (специалист по технической документации в области информационных технологий); 06.022                      Системный аналитик; 40.011                      Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам; 40.057                      Специалист по автоматизированным системам управления производством; 06.004                      Специалист по</p>

			<p>математики в современных программных комплексах; самостоятельно создавать прикладные программные средства, владея базовыми знаниями курса дискретной математики.</p>	<p>тестированию в области информационных технологий; 06.011 Администратор баз данных; 06.001 Программист;</p>
--	--	--	---	---

# I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часа.

Трудоемкость теоретической части курса  $36=18/18$  часов.

## **Первый семестр (18 час.)**

### **Раздел 1. Множества и отношения (2 час.)**

#### **Тема 1. Множества, операции над множествами, отношения (2 час.)**

Множества, операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Кванторы всеобщности и существования. Прямое произведение множеств. Бинарные (или двуместные) отношения. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность, трихотомия. Специальные бинарные отношения. Определение функции как бинарного отношения. Определение инъективной функции, сюръективной функции, биективной (взаимно однозначное отображение) функции.

### **Раздел 2. Булевы функции (10 час.)**

#### **Тема 1. Введение в булеву алгебру (2 час.)**

Переключательные — булевы функции. Способы задания булевых функций. Булевы функций двух переменных. Аналитический способ задания. Таблицы истинности. Операции замены переменных и суперпозиции. Порядок выполнения операций в логических выражениях.

#### **Тема 2. Интерпретация булевых функций (2 час.)**

Интерпретация булевых функций: релейно – контактными схемами, элементами вычислительных машин, смысловая интерпретация.

#### **Тема 3. Алгебра Буля (2 час.)**

Определение алгебры Буля. Операции алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Элементарные произведения, конституенты 1 и конституенты 0 наборов значений булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к



СДНФ и СКНФ. Способы приведения к стандартным формам булевых функций.

#### **Тема 4. Минимизация булевых функций (2 час.)**

Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно.

#### **Тема 5. Метод Куайна минимизации булевых функций (2 час.)**

Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ.

### **Раздел 3. Функциональная полнота булевых функций (6 час.)**

#### **Тема 1. Алгебра Жегалкина (2 час.)**

Определение функционально полных наборов. Примеры полных наборов на основе конъюнкции, дизъюнкции и отрицания. Алгебра Жегалкина. Аксиомы алгебры. Полиномы Жегалкина. Теорема Жегалкина о представлении булевых функций полиномами Жегалкина. Функционально полный набор операций алгебры Жегалкина.

#### **Тема 2. Классы Поста (2 час.)**

Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Доказательство теорем о замкнутости классов Поста относительно операций замены переменных и суперпозиции.

#### **Тема 3. Функциональная полнота (2 час.)**

Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Фиксированные и переменные функции в полных наборах. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Классы Поста в функционально полных наборах. Примеры формирования функционально полных наборов. Шефферовые функции.

## **Второй семестр (18 час.)**

### **Раздел 4. Теория графов (18 час.)**

#### **Тема 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Дерево, лес. Объединение и пересечение графов. Расстояние на графе, диаметр, радиус и центр графа. Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности.

#### **Тема 2. Пути на графе (2 час.)**

Кратчайшие пути на графе. Алгоритмы определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Формальное описание алгоритм Дейкстра и обоснование алгоритма. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма. Практическое решение в задачах поиска минимального пути.

#### **Тема 3. Остовные деревья (2 час.)**

Определение остовного дерева. Связь числа вершин и ребер в дереве. Практическая значимость нахождения остовного дерева. Задача Кэли как задача построения минимального остовного дерева графа. Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева (алгоритм Краскала). Алгоритм ближайшего соседа построения минимального остовного дерева (алгоритм Прима). Множественное описание алгоритмов. Обоснование справедливости алгоритмов. Сложность алгоритмов построения минимального остовного дерева.

#### **Тема 4. Транспортные сети (2 час.)**

Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза. Теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке по транспортной сети. Алгоритм пометок для построения максимального потока. Сложность алгоритма построения максимального потока.

#### **Тема 5. Хроматические графы (2 час.)**

Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Теорема Брукса о величине хроматического числа графа. Теорема об оптимальной раскраске графа. Метод Магу оптимальной

раскраски графа (алгоритм). Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски.

## **Тема 6. Двудольные графы (2 час.)**

Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа (теорема Кенига). Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания, множественное описание алгоритма. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе. Теорема Ф. Холла о существовании различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом. Теорема – алгоритм решения задачи о назначениях, сложность алгоритма.

## **Тема 7. Поиск в глубину на графе, DFS-базис циклов (2 час.)**

Метод поиска в глубину (множественное описание алгоритма), как основной метод систематического исследования вершин графа. Циклическая структура графа, множество циклов графа. Фундаментальное множество циклов, DFS-базис пространства циклов. Получение фундаментального множества циклов графа относительно остовного дерева графа. Множественное описание алгоритма построения DFS-базиса циклов, сложность алгоритма.

## **Тема 8. Листы и блоки (2 час.)**

Циклические ребра графа, разделяющие ребра (мосты) графа. Связь циклических и разделяющих ребер. Циклически–реберно связанные вершины. Листовое множество вершин, листы. Свойства листового множества вершин. Разложение графа на листовые множества и мосты. Блоки, определение. Сильно циклически связанные ребра. Свойства блокового множества. Поиск блоков в глубину. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.

## **Тема 9. Клики, независимые множества, связность графа (2 час.)**

Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер. Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество. Алгоритм порождения клик графа, множественное описание, сложность алгоритма. Определение отношения эквивалентности на множестве вершин. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности (множественное описание), матрица связности и достижимости.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

Трудоемкость практической части курса  $72=36/36$  часа.

### **Первый семестр (36 час.)**

#### **Раздел 1. Множества и бинарные отношения (4 час.)**

##### **Занятие 1. Множества, операции над множествами (2 час.)**

1. Определение множества Способы задания множеств. Примеры множеств. Операции над множествами (способы получения новых множеств): объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна).
2. Алгебра подмножеств. Свойства операций над множествами. Представление множеств: смежное, характеристическими векторами, связанное размещение. Алгоритм генерации подмножеств множества.

##### **Занятие 2. Отношения, бинарные отношения (2 час.)**

1. Определение отношения, прямое произведение множеств, бинарные отношения. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность, трихотомия. Примеры отношений. Специальные бинарные отношения: отношение эквивалентности, отношение частичного порядка, отношение полного порядка (линейный порядок), изоморфизм частично упорядоченных множеств.
2. Алгоритмы вычисления объединения (слияния) множеств, пересечения множеств и др. для различных представлений множеств.

#### **Раздел 2. Комбинаторные схемы (6 час.)**

##### **Занятие 1. Основные комбинаторные формулы. (2 час.)**

Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями (мультимножества), сочетания, сочетания с повторениями. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множеств. Применение комбинаторных формул в практических (качественных) задачах.

## **Занятие 2. Основные комбинаторные формулы. (2 час.)**

Бином Ньютона, полиномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов, вычисление значений различных сумм биномиальных коэффициентов. Инверсии, обратные перестановки. Примеры использования формул в практических (качественных) задачах.

## **Занятие 3. Принцип включения и исключения (2 час.)**

Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие. Определение принципа включения и исключения в общем случае, что позволяет перейти к подсчету не единичных элементов, а весовых коэффициентов элементов множества. Решение различных задач на применение принципа включения и исключения.

## **Раздел 3. Булевы функции (16 час.)**

### **Занятие 1. Системы счисления. Введение в булеву алгебру (2 час.)**

1. Позиционные и непозиционные системы счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Связь 2, 8 и 16 систем счисления.
2. Булевы функций двух переменных. Таблицы истинности. Операции замены переменных и суперпозиции. Порядок выполнения операций в логических выражениях. Вычисление логических выражений.

### **Занятие 2. Задача оптимального кодирования (2 час.)**

1. Поиск системы счисления, в которой наиболее оптимально хранить информацию.
2. Смешанные системы счисления. Формальный алгоритм перевода чисел из одной системы счисления в другую.

### **Занятие 3. СДНФ и СКНФ булевых функций (2 час.)**

1. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Приведение булевых функций к СДНФ и СКНФ.
2. Интерпретация булевых функций: релейно-контактными схемами, элементами вычислительных машин.

### **Занятие 4. Смысловая интерпретация булевых функций (2 час.)**

1. Смысловая интерпретация (формализация) булевых функций. Задача Кислера смысловой интерпретации. Решение разнообразных задач смысловой интерпретации.

### **Занятие 5.   Смысловая интерпретация булевых функций (2 час.)**

1. Смысловая интерпретация (формализация) булевых функций. Задача 1) Мегрэ, задача 2) о шахматном турнире смысловой интерпретации. Решение разнообразных задач смысловой интерпретации.

### **Занятие 6.   Минимизация булевых функций 3-х переменных (2 час.)**

1. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных.
2. Качественные задачи минимизации булевых функций.

### **Занятие 7.   Минимизация булевых 4-х переменных функций (2 час.)**

1. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных, геометрическая интерпретация задачи минимизации. Структура карты Карно, основные правила минимизации в геометрической интерпретации

### **Занятие 8.   Минимизация методом Куайна (2 час.)**

1. Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций произвольного числа переменных. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна.
2. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ. Импликативная матрица Куайна

## **Раздел 4.   Функциональная полнота (10 час.)**

### **Занятие 1.   Алгебра Жегалкина. (2 час.)**

1. Алгебра Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами Жегалкина.
2. Алгоритм понижения степени полинома Жегалкина, используя операции замены переменных и суперпозиции.

### **Занятие 2.   Классы Поста. (2 час.)**

1. Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Определение указанных свойств функций у различных наборов.

### **Занятие 3. Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте (2 час.)**

1. Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Формирование функционально полных наборов.
2. Получение булевых функций: отрицания, конъюнкции и дизъюнкции.

### **Занятие 4. Основная теорема Поста о функциональной полноте (2 час.)**

1. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Формирование функционально полных наборов.
2. Получение булевых функций констант 0, 1 и отрицания из функций не сохраняющих 0 и 1, получение константы 0 или 1 из не самодвойственной функции.

### **Занятие 5. Функциональная полнота (2 час.)**

1. Решение задачи о функциональной полноте для произвольных наборов. Получение булевых функций отрицания, конъюнкции и дизъюнкции и других функций.

## **Второй семестр (36 час.)**

### **Раздел 1. Теория графов (36 час.)**

#### **Занятие 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

1. Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф.
2. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Дерево, лес. Расстояние на графе, диаметр, радиус и центр графа.

#### **Занятие 2. Представления графов (2 час.)**

1. Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности.
2. Эйлеровы графы.

### **Занятие 3. Эйлеровы графы, гамильтоновы цепи (2 час.)**

1. История задачи поиска эйлеровой цепи на графе. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании эйлерова пути на графе (необходимые и достаточные условия). Гамильтоновы цепи и циклы.

### **Занятие 4. Пути на графе (2 час.)**

1. Кратчайшие пути на графе. Алгоритмы определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами (алгоритм Дейкстры).
2. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.

### **Занятие 5. Остовные деревья, алгоритм Краскала (2 час.)**

1. Практическая значимость нахождения остовного дерева. Задача Кэли. Жадный алгоритм (алгоритм Краскала). Построения минимального остовного дерева. Формальное описание алгоритма. Решение задач.

### **Занятие 6. Остовные деревья, алгоритм Прима (2 час.)**

1. Алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима) построения минимального остовного дерева. Формальное описание алгоритма. Решение задач.

### **Занятие 7. Транспортные сети (2 час.)**

1. Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза.
2. Алгоритм пометок Форда и Фалкерсона для построения максимального потока.

### **Занятие 8. Хроматические графы, раскраска графа (2 час.)**

1. Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски.

### **Занятие 9. Хроматические графы, оптимальная раскраска. (2 час.)**

1. Оптимальная раскраска графа, алгоритм раскраски методом Магу.

### **Занятие 10. Двудольные графы, паросочетания (2 час.)**

1. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном



графе. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.

2. Теорема Ф. Холла о существовании различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом.

### **Занятие 11. Компоненты связности графа (2 час.)**

1. Определение отношения эквивалентности на множестве вершин. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности (множественное описание), матрица связности и достижимости

### **Занятие 12. Листы – двусвязные компоненты графа (2 час.)**

1. Циклические ребра графа, разделяющие ребра (мосты). Листовое множество вершин, листы. Изучение формального алгоритма поиска листов графа.

### **Занятие 13. Блоки – структуры связности графа без разделяющих вершин (2 час.)**

1. Блоки, сильно циклически связанные ребра. Разделяющие вершины графа. Изучение формального алгоритма поиска блоков в глубину.

### **Занятие 14. Поиск в глубину на графе (2 час.)**

1. Поиск в глубину на графе, как основной метод систематического исследования вершин графа. Формальный алгоритм обхода вершин графа.

### **Занятие 15. Циклы, фундаментальное множество циклов (2 час.)**

1. Квазициклы. Базис циклов, DFS-базис циклов, построение DFS-базис.
2. Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер. Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество.

### **Занятие 16. Двоичные корневые деревья (2 час.)**

1. Двоичные корневые деревья. Обход двоичного корневого дерева: сверху-вниз, снизу-вверх, слева-направо, справа-налево.
2. Двоичные деревья сравнений. Сортировка данных на основе дерева сравнений.
3. Перечисление корневых двоичных деревьев.

### **Занятие 17. Сортировка Флойда (2 час.)**

1. Определение упорядоченного двоичного корневого дерева и почти упорядоченного двоичного корневого дерева. Высота двоичного корневого дерева
2. Процедура всплытия Флойда сложности  $O(\log n)$ . Сортировка Флойда сложности  $O(n \log n)$

### **Занятие 18. Хеширование (2 час.)**

1. Таблицы с непосредственным доступом.
2. Перемешанные таблицы. Выбор хеш-функции. Разрешение коллизий. Эффективность перемешанных таблиц.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дискретная математика» представлено в Приложении 1 и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы; критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль		промежуточная аттестация
<b>Первый семестр, экзамен (18/36)</b>					
1.	Множества, отношения. Комбинаторные схемы. Булевы функции. (18/36 час.)	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 1,2 вопросы 1-15
			Умеет	ИДЗ-1,2. Проверка домашних заданий (УО-1)	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-15
			Владеет	КР-1 «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы» (ПР-2). КР-2 «Минимизация и полнота булевых функций» (ПР-2).	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-15
<b>Второй семестр, экзамен (18/36)</b>					
2.	Теория графов. (18/36 час.)	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 3,4 вопросы 1-11
			Умеет	ИДЗ-3,4. Проверка домашнего задания (УО-1).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-11
			Владеет	КР-3 «Маршруты по графу, потоки в сетях, остовные деревья, поиск по графу» (ПР-2). КР-4 «Паросочетания, хроматические графы, компоненты связности, корневые деревья» (ПР-2).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-11

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

В случае невыполнения студентом учебного графика и контрольных мероприятий, предусмотренных рабочей программой дисциплины и учебным планом, преподаватель по данной дисциплине в графе ведомости «оценка» пишет «не допущен».

#### Перечень оценочных средств (ОС)

Код ОС	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
УО-1	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
ПР-2	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
ПР-7	Конспект	Продукт самостоятельной работы обучающегося, отражающий основные идеи заслушанной лекции, сообщения и т.д.	Темы/разделы дисциплины

## V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2009. – 176 с. (ISBN. 978-5-8114-0535-0)  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:234381&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)
2. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с.  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)
3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2011. – 302 с.  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:6671&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)
4. Кузнецов В.П. Дискретная математика. – М.: Лань, 2009. – 400 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220)  
(Дата обращения 10.05.2019).
5. Редькин Н.П. Дискретная математика. – М.: Физматлит, 2009. – 264 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2293](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2293) (Дата обращения 10.05.2019).

### Дополнительная литература:

1. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика. Группы. Графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 376 с.  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:3698&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019).
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1972 – 176 с.. [Электронный ресурс]: URL:  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Vinogradov1972ru.djvu> (Дата обращения 10.05.2019).
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: Физматлит, 2009. – 416 с. (ISBN 978-5-9221-0477-7)

- URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:299316&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)
4. Горбатов В.А. Дискретная математика. – М.: Издательская группа АСТ, 2003. – 447 с.  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:410829&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)
5. Иванов Б.Н. Дискретная математика. – М.: Физматлит, 2007. – 407 с.  
[Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59461](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59461)  
(Дата обращения 10.05.2019).
6. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Задачи на графах [Электронный ресурс]: учебно-методич. пособие по выполнению курсовой работы / Б.Н. Иванов. — Электрон. дан. — Владивосток : Изд-во Дальневост. федерал. ун-та, 2019. — [56 с.]. — Режим доступа: Computer university network. — Загл. с экрана.  
URL: <http://elib.dvfu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000874882>  
(Дата обращения 10.05.2019)
7. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. – М.: МАИ, 1992. – 262 с.  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:376479&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)
8. Сборник задач по дискретной математике //Алексеев В. Е., Киселева Л. Г., Смирнова Т. Г. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. –80 с.
9. Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1980. – 336 с.  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:43012&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)
10. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Высшая школа, 2003. – 384 с.  
URL: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:275963&theme=FEFU>  
(Дата обращения 10.05.2019)

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети  
«Интернет»**

1. <http://window.edu.ru/resource/360/60360> Домнин Л.Н. Элементы теории графов: Учебное пособие. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2007. - 144 с.

2. <http://window.edu.ru/resource/379/65379> Булгакова И.Н., Федотенко Г.Ф. Дискретная математика. Элементы теории задачи и упражнения: Учебное пособие. Часть 1. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. - 61 с.
3. <http://window.edu.ru/resource/283/65283> Корнилов П.А., Никулина Н.И., Семенова О.Г. Элементы дискретной математики: Учебное пособие. - Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2005. - 91 с.
4. <http://window.edu.ru/resource/884/70884> Зыков А.А. Основы теории графов. - М: Вузовская книга, 2004. - 664 с. ISBN/ISSN:5-9502-0057-8
5. <http://window.edu.ru/resource/869/44869> Ерош И.Л., Сергеев М.Б., Соловьев Н.В. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов. - СПб.: ГУАП, 2005. - 142 с.
6. Учебники и другие книги по математике (EqWorld). [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> (Дата обращения 10.05.2019).
7. Яблонский С.В., Гаврилов Г.П., Кудрявцев В.Б. Функции алгебры логики и классы Поста. – М.: Наука, 1966 . – 120 с. [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/YablonskijGavrilovKudryavcev.pdf> (Дата обращения 10.05.2019).
8. Оре О. Графы и их применение. – М.: Мир, 1965. – 175 с. [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ore1965ru.djvu> (Дата обращения 10.05.2019).

#### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Для данного курса «Дискретная математика» создан полный ЭУК в интегрированной платформе электронного обучения LMS Blackboard ДВФУ — идентификатора курса [FU50708-02.03.03-DM-01: Дискретная математика.](#)

### **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методические указания для успешного освоения рассматриваемой дисциплины (как и любой другой) заключаются в следующем.

1. Стопроцентное (или близкое к нему) посещение лекционных и практических занятий.

2. Вести конспект лекций и практических занятий.
3. Своевременное (не откладывать и не собирать все в конец семестра) решение индивидуальных домашних заданий.
4. Посещение консультаций, в случае каких-либо сомнений в знании текущего материала.
5. Периодически (лучше перед предстоящими занятиями) пытаться читать лекционный материал, пересматривать практические занятия.

**В случае невыполнения студентом учебного графика и контрольных мероприятий, предусмотренных рабочей программой дисциплины и учебным планом, преподаватель по данной дисциплине в графе ведомости «оценка» пишет «не допущен».**

**По данному курсу изданы пособия:**

1. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с. [[Иванов, 2011](#)] (пособие в печатном виде в свободном доступе в библиотеке ДВФУ, 25 экземпляров)  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>.
2. Иванов Б.Н. Материалы для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дискретная математика». Разделы «Математическая логика и Комбинаторные схемы» // Учебное электронное издание для студентов направления подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» г. Владивосток, Дальневосточный федеральный университет, 2014. – 48 с. (зарегистрировано 23.12.2014 года)  
[https://bb.dvfu.ru/webapps/blackboard/execute/content/file?cmd=view&mode=designer&content\\_id=126770\\_1&course\\_id=4327\\_1](https://bb.dvfu.ru/webapps/blackboard/execute/content/file?cmd=view&mode=designer&content_id=126770_1&course_id=4327_1)
3. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Задачи на графах [Электронный ресурс]: учебно-методич. пособие по выполнению курсовой работы / Б.Н. Иванов. — Электрон. дан. — Владивосток : Изд-во Дальневост. федерал. ун-та, 2019. — [56 с.]. — Режим доступа: Computer university network. — Загл. с экрана.  
URL: <http://elib.dvfu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000874882>

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Лекции проводятся с использованием проектора и внутренней системы портала ДВФУ. Лабораторные занятия проходят в аудиториях, оборудованных компьютерами типа Lenovo C360G-i34164G500UDK с лицензионными программами MicrosoftOffice 2013 и аудио-визуальными средствами проектор Panasonic DLPProjectorPT-D2110XE, плазма LG FLATRON M4716ССВАМ4716СJ. Для выполнения самостоятельной работы студенты в жилых корпусах ДВФУ обеспечены Wi-Fi.

## **VIII. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

В течение двух семестров студенты выполняют следующие индивидуальные задания по различным разделам курса.

### **Первый семестр**

#### **Индивидуальное домашнее задание №1**

1. Множества, операции с множествами
2. Системы счисления, 2,8,16 системы счисления, их связь
3. Комбинаторные схемы, решение качественных задач
4. Булевы функции: таблицы истинности, стандартные формы: СДНФ, СКНФ, многочлены Жегалкина.

#### **Индивидуальное домашнее задание №2**

1. Смысловая интерпретация булевых функции, формализация различного рода высказываний, рассуждений.
2. Методы минимизация булевых функций трех, четырех и произвольного числа переменных
3. Полнота булевых функций — классы Поста и теоремы Поста о функциональной полноте.

### **Второй семестр**

#### **Индивидуальное домашнее задание №3**

1. Маршруты на графе, оптимальные алгоритмы (Дейкстра) поиска маршрутов.
2. Остовные деревья. Изучение алгоритмов жадной схемы (Краскала) и ближайшего соседа (Прима) построения минимального остовного дерева.
3. Потоки в сетях. Изучение алгоритмов определения максимального потока в сети (алгоритм Форда и Фалкерсона).
4. Методы поиска на графе в глубину и ширину.



## Индивидуальное домашнее задание №4

1. Хроматические графы. Изучение приближенных (неявная схема) и точных методов (метод Магу) хроматического разложения графов.
2. Двудольные графы, паросочетания, алгоритмы вычисления максимальных паросочетаний.
3. Связность графа, двусвязные компоненты листы, блоки, мосты.
4. Двоичные корневые деревья, их практические приложения.
5. Сортировка данных Флойда сложности  $O(n \log n)$ .

### План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Сроки выполнения (номера учебных недель)	Вид самостоятельной работы	Нормы времени на выполнении (в часах)	Форма контроля
<b>Первый семестр (27/27 – СР/ЭКЗ)</b>				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	5	Экспресс-опрос
2.	1-8	ИДЗ 1 «Множества, системы счисления, таблицы истинности булевых функций, комбинаторные схемы»	11	Защита ИДЗ 1
3.	9-18	ИДЗ 2 «Смысловая интерпретация, минимизация и полнота булевых функций».	11	Защита ИДЗ 2
4.	Сессия	Подготовка к экзамену	27	Прием экзамена
<b>Второй семестр (18/36 – СР/ЭКЗ)</b>				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	4	Экспресс-опрос
2.	1-8	ИДЗ 3 «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, методы обхода графа»	7	Защита ИДЗ 3
3.	9-18	ИДЗ 4 «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, способы обхода графа»	7	Защита ИДЗ 4
4.	Сессия	Подготовка к экзамену	36	Прием экзамена

Сроки выдача индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) привязываются ко времени изучения соответствующего материала на лекциях и практических занятиях. Решения типовых задач и упражнений ИДЗ рассматриваются на практических занятиях. Решенные задачи ИДЗ (любое их количество) сдаются на проверку. Сдавать можно повторно и многократно. Важно решить все задачи, так как каждая из них соответствует знанию определенного материала курса.

Защита ИДЗ состоит в проверке самостоятельности решенных задач. С этой целью предлагается решить 1-3 типовые задачи равносильные задачам ИДЗ (или объяснить способ, метод, прием и т.д., использованный для решения какой-либо из задач).

## **Критерии оценки**

Решение задач ИДЗ и его защита оцениваются по стобалльной шкале. Без защиты оценка за ИДЗ не выставляется. Количество баллов за ИДЗ выставляется пропорционально числу решенных и защищенных задач ИДЗ. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл оценки зачета/экзамена.

Приведенные ниже комплекты вариантов задач для самостоятельного решения охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения заданий необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.

В случае невыполнения студентом учебного графика и контрольных мероприятий, предусмотренных рабочей программой дисциплины и учебным планом, преподаватель по данной дисциплине в графе ведомости «оценка» пишет «не допущен».

## Комплект индивидуальных домашних заданий №1

### Темы: «Множества, системы счисления, таблицы истинности булевых функций, комбинаторные схемы».

Вариант 1.

**ИДЗ №1 по дискретной математике**

Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.

1. На рис. 1 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

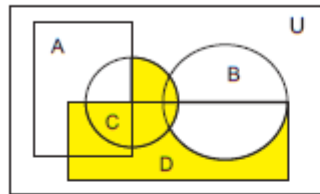


Рис. 1

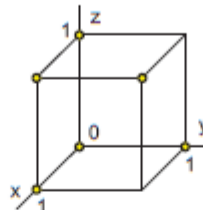


Рис. 2

2. Выполнить перевод чисел  
 $861_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ ,  $0.279_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
3. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина  
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$ .
4. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 2.
5. Доказать, что следующие числа:  $\frac{(2n)!}{2^n}$ ,  $\frac{(3n)!}{2^n 3^n}$ ,  $\frac{(n^2)!}{n^n}$  являются целыми?
6. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
7. Найти число векторов  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , координаты которых удовлетворяют условию  $a_i \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i = r$ .
8. Сколькими способами можно расставить белые фигуры: 2 коня, 2 слона, 2 ладьи, ферзя и короля на первой линии шахматной доски?
9. Сколькими способами 3 человека могут разделить между собой 6 одинаковых яблок, 1 апельсин, 1 сливу, 1 лимон, 1 грушу, 1 айву и 1 финик?
10. Сколько делителей имеет число  $q = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ , где  $p_i$  — простые числа, не равные единице,  $\alpha_i$  — некоторые натуральные числа? Чему равна сумма этих делителей?
11. В учреждении 25 сотрудников. Доказать, что из них нельзя составить больше 30 комиссий по 5 человек в каждой так, чтобы никакие две комиссии не имели более одного общего сотрудника.
12. Бросают  $m$  игральных костей, помеченных числами 1,2,3,4,5,6. Сколько может получиться различных результатов (результаты, отличающиеся порядком очков, считаются одинаковыми)?

Вариант 2.

**ИДЗ №1 по дискретной математике**

Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.

1. На рис. 1 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

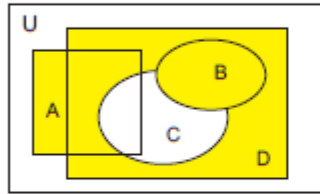


Рис. 1

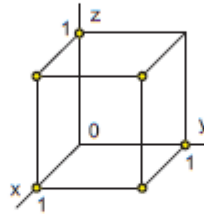


Рис. 2

2. Выполнить перевод чисел  
 $769_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  $0.492_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
3. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина  
 $f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y$ .
4. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 2.
5. Доказать, что  $\sum_k C_n^{2k} = \sum_k C_n^{2k+1} = 2^{n-1}$ .
6. Надо послать 6 срочных писем. Сколькими способами это можно сделать, если любое письмо можно передать любым из 3 курьеров?
7. Сколькими способами можно посадить  $n$  мужчин и  $n$  женщин за круглый стол так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом? Та же задача, но стол может вращаться и способы, переходящие при вращении друг в друга, считаются одинаковыми?
8. Хор состоит из 10 участников. Сколькими способами можно в течение трех дней выбирать по 6 участников, так, чтобы каждый день были различные составы хора?
9. Сколькими способами можно раскрасить квадрат, разделенный на девять частей, четырьмя цветами таким образом, чтобы в первый цвет были окрашены 3 части, во второй — 2, в третий — 3, в четвертый — 1 часть?
10. Сколько можно составить перестановок из  $n$  элементов, в которых данные  $m$  элементов не стоят рядом в любом порядке?
11. Сколько существует чисел от 0 до  $10^n$ , которые не содержат две идущие друг за другом одинаковые цифры?
12. Имеем  $m$  различных шаров и  $k$  различных корзин. Сколькими способами можно разместить предметы по корзинам, допускаются пустые корзины?

Вариант 3.

**ИДЗ №1 по дискретной математике**

*Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.*

1. На рис. 1 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

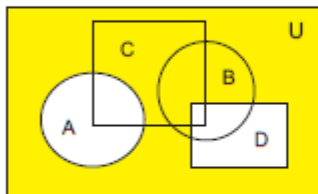


Рис. 1

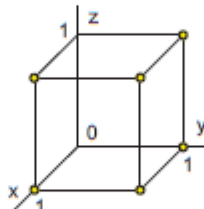


Рис. 2

2. Выполнить перевод чисел  
 $318_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  $0.991_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
3. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина  
 $f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y$ .
4. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 2.
5. Доказать, что  $\sum_{r=0}^k C_m^r C_n^{k-r} = C_{n+m}^k$  и  $\sum_{r=0}^n (C_n^k)^2 = C_{2n}^n$  (теорема сложения).
6. Какое количество матриц из  $n$  строк и  $m$  столбцов с элементами из множества  $\{0, 1\}$  можно составить?
7. В правление избрано  $m$  человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя председателя, секретаря и казначея. Сколькими способами можно это сделать?
8. Сколькими способами можно составить три пары из  $n$  шахматистов?
9. Найти число способов раскладки  $n$  одинаковых шаров по  $m$  различным корзинам?
10. На шахматную доску  $n \times n$  произвольным образом поставили две ладьи — черную и белую. Что вероятнее: ладьи бьют друг друга или нет?
11. Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых встречается 1, или тех, в записи которых ее нет?
12. В лифт сели 8 человек. Сколькими способами они могут выйти на четырех этажах так, чтобы на каждом этаже вышел, по крайней мере, один человек?



## Комплект индивидуальных домашних заданий №2

### Темы: «Смысловая интерпретация, минимизация и полнота булевых функций».

Вариант 1.

*ИДЗ по дискретной математике*

*Формализация высказываний. Минимизация и полнота булевых функций.*

1. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите к ДНФ.  
«Если светит солнце, то для того, чтобы не было дождя, достаточно, чтобы дул ветер.»
2. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите к ДНФ.  
«Погода будет не только пасмурной, но и дождливой, несмотря на ветер. Значит, солнечной погоды не будет, разве что прекратится дождь.»
3. Переведите высказывание на язык формальной логики.  
Найдите его отрицание и приведите к ДНФ.  
«Петя будет купаться только при солнечной погоде, если будет жарко.»
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
  - 2).  $\bar{x}y\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z}$ .
5. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w} \vee xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
6.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, x \vee y, 1\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, x \rightarrow \bar{y}z\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ . б).  $f = xy(x \oplus y)$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y) \rightarrow \bar{x} \cdot \bar{z} \rightarrow (y \rightarrow z)$ . б).  $f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{2n+1} \oplus 1$ .

Вариант 2.

**ИДЗ по дискретной математике**

*Формализация высказываний. Минимизация и полнота булевых функций.*

1. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите к ДНФ.  
«Неверно, что если дует ветер, то солнце светит только тогда, когда нет дождя.»
2. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите к ДНФ.  
«Пойдет дождь, разве что поднимется ветер. Значит, погода будет либо солнечной, либо пасмурной и ветреной.»
3. Переведите высказывание на язык формальной логики.  
Найдите его отрицание и приведите к ДНФ.  
«Погода будет пасмурной, и Ваня пойдет в лес тогда и только тогда, когда в лес пойдет Коля.»
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z$ .
  - 2).  $\bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
5. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w}$ .
  - 2).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee xy\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
6.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z$ . б).  $f = x \leftrightarrow (y \leftrightarrow x)$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \rightarrow z$ . б).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_{2n} \oplus 1$ .

Вариант 3.

**ИДЗ по дискретной математике**

*Формализация высказываний. Минимизация и полнота булевых функций.*

1. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите к ДНФ.  
«Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя.»
2. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите к ДНФ.  
«Погода не только солнечная, но и безветренная. Значит, дождя не будет, если не поднимется ветер.»
3. Переведите высказывание на язык формальной логики.  
Найдите его отрицание и приведите к ДНФ.  
«Учитель рассказал смешную историю, но никто из учеников — Петя и Ваня — не засмеялся.»
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$ .
  - 2).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
5. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}zw \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee xy\bar{z}w \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
6.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \sim y, x \vee y, 0\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, \neg(x \oplus y \oplus z)\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = x \rightarrow (x \rightarrow y)$ . б).  $f = xy \vee yz \vee zx \rightarrow z$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \sim z$ . б).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_n \oplus 1$ .



## Комплект индивидуальных домашних заданий № 3

### Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, методы обхода графа».

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №3 — Теория графов*

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

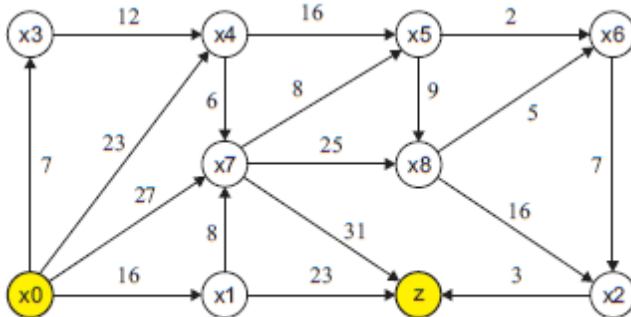


Рис. 1

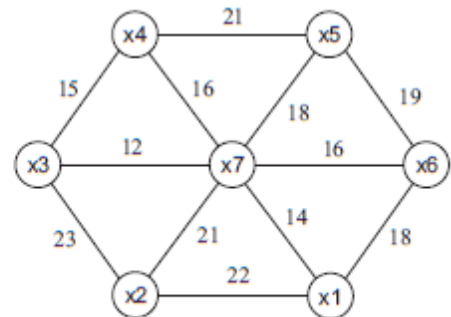


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

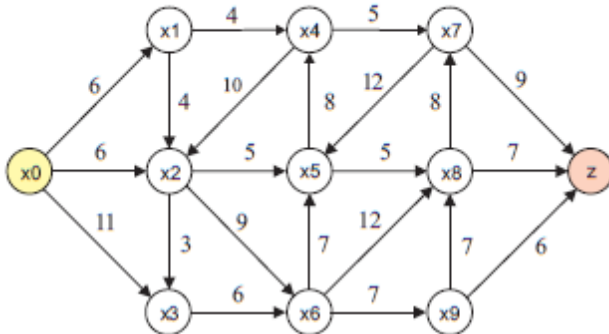


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. **(1)** Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №3 — Теория графов*

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

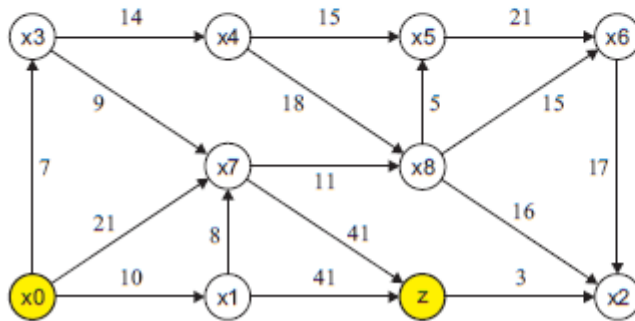


Рис. 1

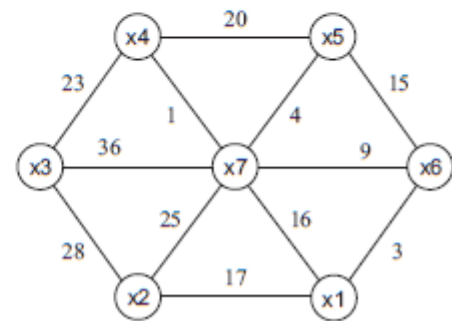


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

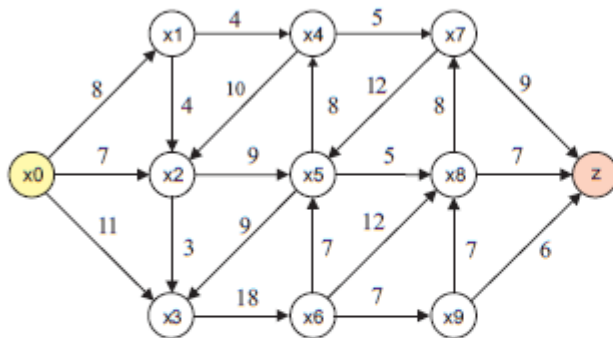


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. **(1)** Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ №3 — Теория графов

Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

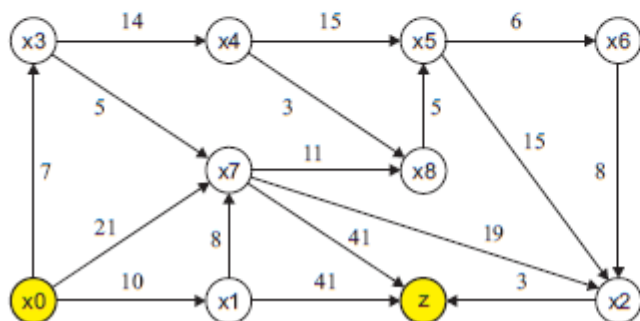


Рис. 1

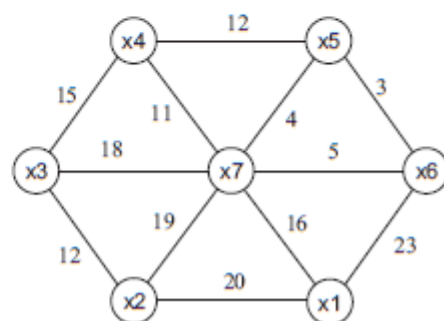


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

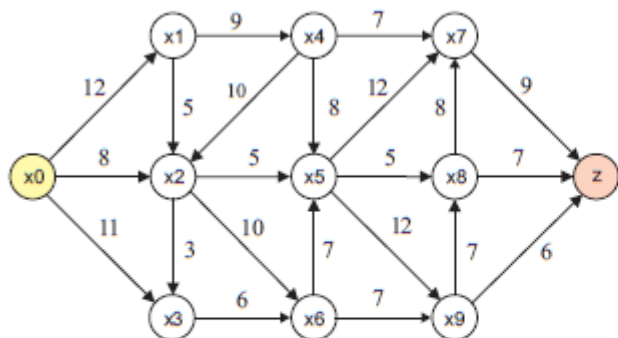


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. (1) Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

## Комплект индивидуальных домашних заданий № 4

Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, способы обхода графа».

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №4 – Теория графов*

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис.2), алгоритм Магу (полный перебор).

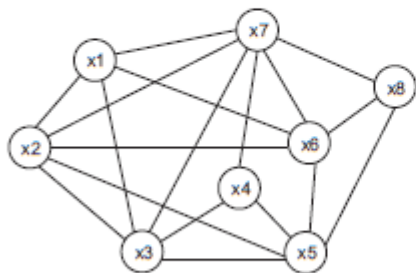


Рис. 1

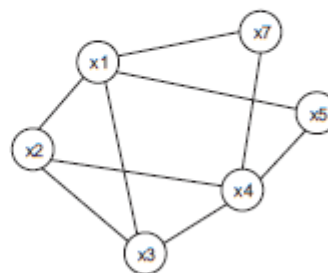


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис.3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис.3).

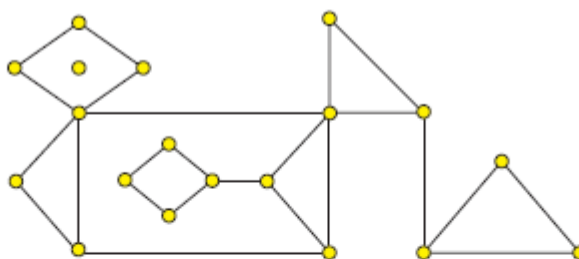


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $s_2 - \{1, 2, 4, 7\}$ ,  $s_3 - \{2, 5\}$ ,  $s_4 - \{3, 5\}$ ,  $s_5 - \{1, 2\}$ ,  $s_6 - \{1, 2, 3\}$ ,  $s_7 - \{2, 3, 5\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 1), (s_2, 2), (s_3, 5), (s_4, 3)\}$ .
4. Исходные данные: 3, 8, 7, 6, 4, 9, 2, 5, 1 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ №4 — Теория графов

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

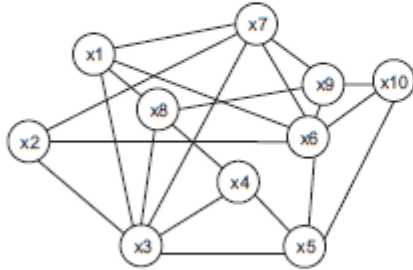


Рис. 1

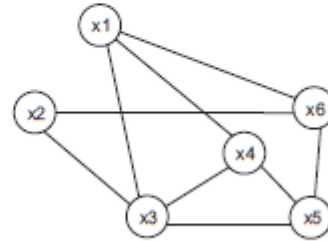


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

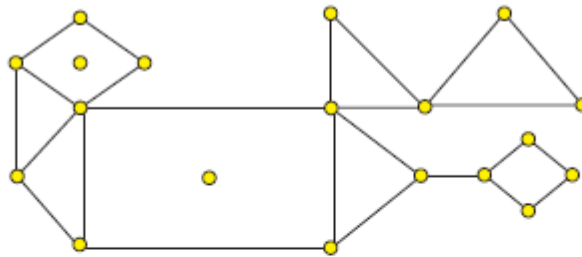


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{3, 2, 7, 6\}$ ,  $s_2 - \{3, 2, 1, 5\}$ ,  $s_3 - \{2, 4\}$ ,  $s_4 - \{7, 4\}$ ,  $s_5 - \{3, 2\}$ ,  $s_6 - \{3, 2, 7\}$ ,  $s_7 - \{2, 7, 4\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 3), (s_2, 2), (s_3, 4), (s_4, 7)\}$ .
4. Исходные данные: 8, 7, 2, 1, 4, 9, 6, 3, 5 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.



### Вариант 3. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ №4 — Теория графов

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

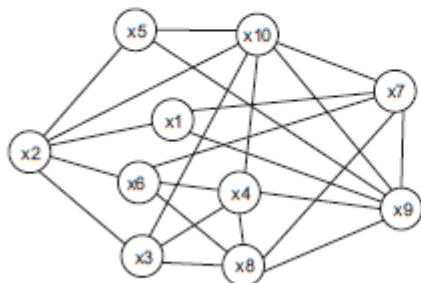


Рис. 1

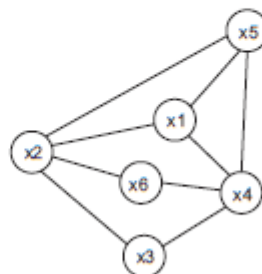


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листьев (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

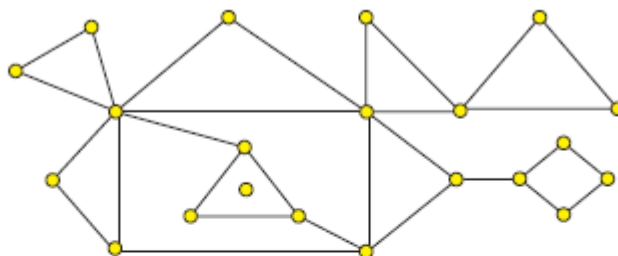


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{4, 5, 2, 1\}$ ,  $s_2 - \{4, 5, 7, 3\}$ ,  $s_3 - \{5, 6\}$ ,  $s_4 - \{2, 6\}$ ,  $s_5 - \{4, 5\}$ ,  $s_6 - \{4, 5, 2\}$ ,  $s_7 - \{5, 2, 6\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 4), (s_2, 5), (s_3, 6), (s_4, 2)\}$ .
4. Исходные данные: 6, 8, 5, 7, 9, 4, 2, 3, 1 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.

## IX. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

В результате изучения данной дисциплины у студентов формируются следующие компетенции: УК-1 — способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач; ОПК-1 — способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности; ПК-1 — способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
<b>Первый семестр, экзамен (18/36)</b>					
1.	Множества, отношения. Комбинаторные схемы. Булевы функции. (18/36 час.)	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 1,2 вопросы 1-15
			Умеет	ИДЗ-1,2. Проверка домашних заданий (УО-1)	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-15
			Владеет	КР-1 «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы» (ПР-2). КР-2 «Минимизация и полнота булевых функций» (ПР-2).	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-15
<b>Второй семестр, экзамен (18/36)</b>					
2.	Теория графов. (18/36 час.)	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 3,4 вопросы 1-11
			Умеет	ИДЗ-3,4. Проверка домашнего задания (УО-1).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-11
			Владеет	КР-3 «Маршруты по графу, потоки в сетях, остовные деревья, поиск по графу» (ПР-2). КР-4 «Паросочетания, хроматические графы, компоненты связности, корневые деревья» (ПР-2).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-11

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	критерии	показатели
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знание названий разделов курса дискретной математики.	Способен охарактеризовать базовые разделы курса дискретной математики
	УК-1.2. - Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Умение логически обосновать последовательность изучения основных разделов курса дискретной математики	Способен увидеть в материалах курса базовые практические модели для использования в профессиональной

			деятельности.
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, научного создания текстов. Опыт поиска, научных	Владение современной терминологией дискретной математики в своей профессиональной деятельности.	Способен прочесть научную статью по дискретной математике.
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса; практические подходы и приемы решения задач; взаимосвязь разделов курса с другими дисциплинами.	Знание всех определений и основных понятий, знание основных теорем	Способность дать формулировки определений, теорем, способность провести доказательства теорем
	ОПК-1.2. Умеет практически решать стандартные задачи курса, применять методы дискретной математики при решении профессиональных задач; доказывать утверждения, строить модели объектов, понятий, определений и содержательно их интерпретировать; применять полученные знания в других дисциплинах.	Умение использовать необходимые формулы при решении задач, умение использовать необходимые теоремы при доказательстве, умение применять необходимый математический аппарат при построении моделей	Способность применить необходимые математические знания, способность пояснить полученные результаты
	ОПК-1.3. Имеет навыки использования современным математическим аппаратом и инструментарием дискретной математики для решения математических задач в своей предметной области, в том числе, реализуемыми с помощью компьютерной техники; владеет навыками алгоритмизации и	Владение математическим аппаратом при построении моделей в своей предметной области	Способность обосновать используемый аппарат в своей предметной области



	моделированием прикладных задач с привлечением методов дискретной математики.		
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	ПК-1.1. Знает в полном объеме теоретические основы базовых разделов курса дискретной математики для выявления сущности проблем в профессиональной деятельности.	Знание содержания базовых разделов курса их связь и последовательность изложения.	Способность отразить взаимосвязь базовых разделов курса дискретной математики.
	ПК-1.2. Умеет в полной мере самостоятельно изучить новые развиваемые актуальные и значимые методы дискретной математики, адаптировать их к решению своих профессиональных практических задач.	Умение видеть в изучаемых методах дискретной математики решение практических задач.	Способность формализовать различного рода задач в рамках инструментария дискретной математики.
	ПК-1.3. Имеет навыки к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов дискретной математики в современных программных комплексах; самостоятельно создавать прикладные программные средства, владея базовыми знаниями курса дискретной математики.	Имеет практический навык создания прикладных программных средств в рамках базовых моделей курса дискретной математики	Способность к использованию базовых моделей дискретной математики в профессиональных практических задачах.

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1 и Приложении 2.

**Методические рекомендации, определяющие процедуры  
оценивания результатов освоения дисциплины  
Оценочные средства для промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Дискретная математика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Промежуточная аттестация и текущий контроль по дисциплине осуществляется с использованием балльно-рейтинговой системы.

По дисциплине «Дискретная математика» учебным планом предусмотрен зачет с оценкой.

**Перечень вопросов для подготовки к экзамену  
в первом семестре**

(лекций 18 часов, практических занятий 36 часов)

**Раздел «Множества и отношения»**

1. Операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Покрытия и разбиения множества. Алгоритм генерации подмножеств множества.
2. Задача оптимального кодирования как критерий эффективности использования систем счисления в ЭВМ. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Связь 2, 8 и 16 систем счисления.

**Раздел «Булевы функции»**

3. Таблицы истинности булевых функции. Операции замены переменных и суперпозиции. Приоритет операций (булевых функций) в логических выражениях. Интерпретация булевых функций: релейно–контактными схемами, элементами вычислительных машин, смысловая интерпретация.
4. Алгебра Буля. Операции алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций.
5. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к СДНФ и СКНФ. Способы приведения к стандартным формам булевых функций.
6. Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных.
7. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно.

8. Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ.

### **Раздел «Функциональная полнота булевых функций»**

9. Определение функционально полных наборов. Алгебра Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Теорема Жегалкина о представлении булевых функций полиномами Жегалкина. Функционально полный набор операций алгебры Жегалкина.
10. Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Доказательство теорем о замкнутости классов Поста относительно операций замены переменных и суперпозиции. Определение количества функций в каждом классе.
11. Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Фиксированные и переменные функции в полных наборах.
12. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Классы Поста в функционально полных наборах. Примеры формирования функционально полных наборов.

### **Раздел «Комбинаторные схемы»**

13. Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.
14. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов, вычисление значений различных сумм биномиальных коэффициентов.
15. Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие.

### **Перечень вопросов для подготовки к экзамену во втором семестре**

(лекций 18 часов, практических занятий 36 часов)

### **Раздел «Теория графов»**

1. *(Основные определения)* Представления графов: матрица смежности, матрица инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнительный граф, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл, гамильтоновы цепи и циклы. Дерево, лес.

2. Понятие отношения эквивалентности. Компоненты связности. Алгоритм выделения компонент связности (множественное описание).
3. Определение остовного дерева. Жадный алгоритм (Краскала) и алгоритм (Прима) ближайшего соседа построения минимального остовного дерева. Множественное описание алгоритмов. Сложность алгоритма построения минимального остовного дерева.
4. Кратчайшие пути на графе. Алгоритм определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.
5. Транспортные сети. Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза. Теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке по транспортной сети. Алгоритм пометок для построения максимального потока. Сложность алгоритма построения максимального потока.
6. Двудольные графы. Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа (теорема Кенига). Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
7. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе.
8. Система различных представителей. Теорема Ф.Холла о существовании различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом.
9. Теорема-алгоритм решения задачи о назначениях, сложность алгоритма.
10. Клики, независимые множества, листы, блоки, мосты. Хроматические графы. Неявная раскраска вершин графа. Оптимальная раскраска – метод Магу.
11. Эйлеровы графы. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании Эйлера пути на графе.

## Примеры экзаменационных билетов в первом семестре

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №1

1. (*Теория*) Задача оптимального кодирования (оптимальная система счисления). Перевод целых чисел из 10-й системы счисления в  $q$ -ю (обоснование перевода). Связь систем счисления с основаниями 2,8,16.
2. (*Задача*) Выполнить минимизацию методом Карно.  
 $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw$ .
3. (*Задача*) Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, x \rightarrow \bar{y}z\}$ . Получить функции  $\bar{x}$ ,  $x \cdot y$ ,  $x \vee y$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №2

1. (*Теория*) Теоремы о СДНФ и СКНФ (доказательство).
2. (*Задача*) *Задача о беспорядках.* Имеем  $m$  различных шаров  $a_1, a_2, \dots, a_m$  и столько же различных корзин  $k_1, k_2, \dots, k_m$ . Сколькими способами можно разместить предметы по корзинам так, чтобы никакой предмет  $a_i$  не попал в свою корзину  $k_i$ , пустые корзины не допускаются? *Указание: воспользоваться принципом включения и исключения.*
3. (*Задача*) Проверить, что набор булевых функций  $\sigma = \{x \rightarrow y, x \leftrightarrow y\}$  — полный.  
Получить функции:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №3

1. (*Теория*) Теорема Жегалкина — полнота булевых функций  $\sigma = \{1, \wedge \oplus\}$ . Доказательство единственности представления булевых функций полиномами Жегалкина.
2. (*Задача*) Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а)  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ ,    б)  $f = xy(x \oplus y)$ .
3. (*Задача*) Имеется  $n$  одинаковых вещей и еще  $n$  различных вещей. Сколькими способами можно выбрать из них  $n$  вещей? Сколькими способами можно упорядочить все  $2n$  вещей?

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

#### Экзаменационный билет №4

1. (*Теория*) Теорема Поста 1 (ослабленная) — доказательство.
2. (*Задача*) Город имеет вид прямоугольника, разделенного улицами на квадраты. Таких улиц в направлении с севера на юг равно  $n$ , а в направлении с востока на запад —  $k$ . Сколько имеется кратчайших дорог от одной из вершин прямоугольника до противоположной?
3. (*Задача*) Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y) \rightarrow \overline{x \cdot z} \rightarrow (y \rightarrow z)$ . б).  $f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{2n+1} \oplus 1$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №5

1. (*Теория*) Теоремы о СДНФ и СКНФ (доказательство).
2. (*Задача*) *Задача о беспорядках.* Имеем  $m$  различных шаров  $a_1, a_2, \dots, a_m$  и столько же различных корзин  $k_1, k_2, \dots, k_m$ . Сколькими способами можно разместить предметы по корзинам так, чтобы никакой предмет  $a_i$  не попал в свою корзину  $k_i$ , пустые корзины не допускаются? *Указание: воспользоваться принципом включения и исключения.*
3. (*Задача*) Проверить, что набор булевых функций  $\sigma = \{x \rightarrow y, x \nrightarrow y\}$  — полный.  
Получить функции:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №6

1. (*Теория*) Теорема Поста 1 (ослабленная) — доказательство.
2. (*Задача*) Город имеет вид прямоугольника, разделенного улицами на квадраты. Таких улиц в направлении с севера на юг равно  $n$ , а в направлении с востока на запад —  $k$ . Сколько имеется кратчайших дорог от одной из вершин прямоугольника до противоположной?
3. (*Задача*) Выполнить минимизацию методом Карно.  
$$\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x y z \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee y z w \vee x z \bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z w \vee \bar{x} y z \bar{w}.$$

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## Примеры экзаменационных билетов во втором семестре

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

### Экзаменационный билет № 1

1. (*Теория*) Определение листа в графе (циклически-реберная связность), определение моста. *Теорема*. Доказать, что два листа могут связываться не более, чем одним мостом (доказательство).
2. (*Задача*) Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры. Результаты вычислений представить в табличной форме.

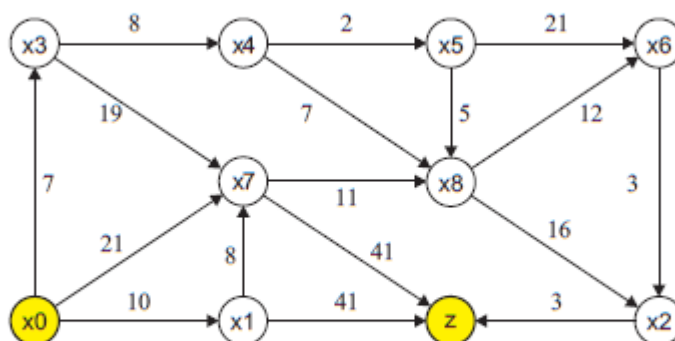


Рис. 1

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

Экзаменационный билет № 2

1. (*Теория*) Двудольные графы. Определение двудольного графа. *Теорема*. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа (доказательство). Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
2. (*Задача*) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 1), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) или алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов (DFS-базис) графа относительно найденного минимального остовного дерева. Составить какой-либо цикл графа, который не вошёл в DFS-базис, как линейную комбинацию циклов DFS-базиса.

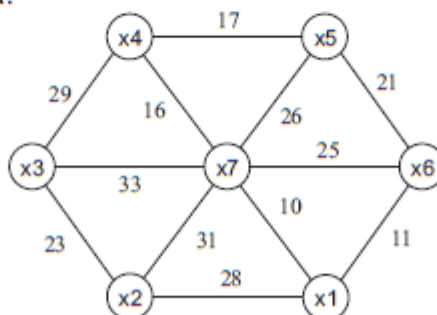


Рис. 1

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

Экзаменационный билет №3

1. (Теория) Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Теорема о классах эквивалентности (доказательство).
2. (Задача) Выполнить хроматическое разложение графа (рис. 1). Найти все клики, листы, блоки и мосты. Определить центры, радиус и диаметр графа.

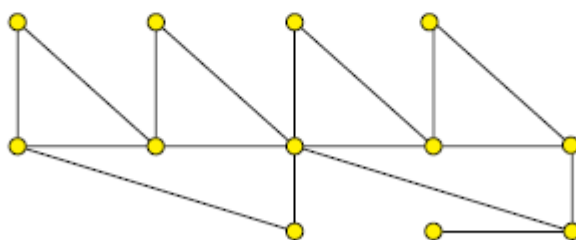


Рис. 1

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

**Экзаменационный билет №4**

1. (*Теория*) Кратчайшие пути на графе. Алгоритм Дейкстра определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. *Теорема* о минимальности пути, построенного по алгоритму Дейкстра (доказательство).
2. (*Задача*) Исходные данные:  
**7, 8, 9, 1, 3, 10, 12, 4, 5, 11, 6, 2, 13, 14, 15**
  - (1) Сортировать исходные данные методом всплытия Флойда.
  - (2) Составить по исходным данным двоичное дерево сравнений (ДДС). Выполнить обход снизу-вверх полученного ДДС.

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 – *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №5

1. (*Теория*) Дать определение эйлеровой цепи и цикла графа.  
*Теорема Эйлера* о существовании эйлеровой цепи (цикла) в графе (доказательство).
2. (*Задача*) Выполнить хроматическое разложение графа по неявной схеме (рис. 1). Дать определения моста, листа и блока графа. Найти все листы, блоки и мосты графа. Определить любой из параметров графа: центры графа, радиус графа или диаметр графа.

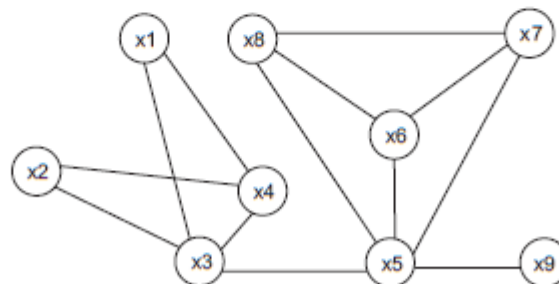


Рис. 1

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.03 — *Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №6

1. (*Теория*) *Теорема*. Доказать, что в дереве с  $n$  вершинами  $n-1$  ребро. Определение остовного дерева графа.
2. (*Задача*) Используя алгоритм чередующихся цепей, расширить заданное начальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U, \Phi)$  до максимального паросочетания, где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , смежные вершины в графе:  $s_1 - \{1, 2, 3\}$ ,  $s_2 - \{1, 2\}$ ,  $s_3 - \{1, 2\}$ ,  $s_4 - \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $s_5 - \{1, 2, 4, 5\}$ ,  $s_6 - \{1, 2, 3, 5, 6\}$ , и начальное паросочетание  $\pi = \{(s_1, 1), (s_2, 2), (s_4, 3), (s_5, 4), (s_6, 5)\}$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_



## Критерии оценки

100–86 баллов — если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

85–76 баллов — знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

75–61 балл — фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

60–50 баллов — незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

## Критерии выставления оценки студенту на зачете/ экзамене

Баллы (рейтинго- вой оценки)	Оценка зачета/ экзамена (стандартна я)	Требования к сформированным компетенциям
100-86	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
85-76	«зачтено»/ «хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач,

		владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61	<i>«зачтено»/ «удовлетво- - рительно»</i>	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
60-50	<i>«не зачтено»/ «неудовлет- во- рительно»</i>	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## Оценочные средства для текущей аттестации

Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных мероприятий (контрольной работы, экспресс-контроль, домашнее задание) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная активность (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

**Контрольная работа** является формой контроля усвоения студентами практической части курса. Выполняется студентами во время практических занятий по завершению изучения практической части разделов курса. Контрольная работа сдается преподавателю на проверку и оценивается в форме дифференцированного зачета.

Контрольная работа считается выполненной успешно при получении оценок «отлично», выполнены задания с несущественными замечаниями, «хорошо», выполнено не менее 80% заданий, или «удовлетворительно», выполнено не менее 65% заданий. При получении оценки «неудовлетворительно» контрольная работа считается не сданной, а соответствующий раздел практикума неусвоенным.

Студенту предоставляется возможность пересдать контрольную работу один раз во время консультаций по дисциплине с получением оценки на один балл ниже.

В течение двух семестров студенты выполняют четыре контрольные работы по различным разделам курса.

## **Первый семестр**

### **Контрольная работа № 1**

1. Множества, операции с множествами.
2. Булевы функции, стандартные формы.
3. Комбинаторные схемы.

### **Контрольная работа № 2**

1. Минимизация булевых функций.
2. Полнота булевых функций.

## **Второй семестр**

### **Контрольная работа № 3**

1. Маршруты на графе.
2. Остовные деревья.
3. Потоки в сетях.
4. Поиск на графе в глубину и ширину.

### **Контрольная работа № 4**

1. Хроматические графы, раскраска графов.
2. Двудольные графы, паросочетания.
3. Выделение двусвязных компонент графа листов и блоков.
4. Сортировка данных Флойда сложности  $O(n \log n)$ .
5. Двоичные корневые деревья, их практические приложения

Варианты контрольных заданий охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения контрольных заданий студент должен изучить соответствующие материалы лекционного курса, материалы практических занятий и выполнить (в первую очередь) по данной теме соответствующее индивидуальное домашнее задание.

Контрольные работы по срокам проведения приурочены к защите (и выполнению) соответствующих индивидуальных домашних заданий. Наполнение задачами вариантов контрольных заданий выполняется из общей базы перечня задач, предлагаемых студентам в качестве индивидуальных домашних заданий.

Решение контрольных задач оцениваются по сто-бальной шкале. Количество баллов за контрольную работу выставляется пропорционально числу решенных задач. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами

вносятся в общий суммарный балл экзаменационной оценки в соответствующем семестре.

### План-график проведения контрольных работ по дисциплине

№ п/п	Сроки проведения (номера учебных недель)	Вид контрольной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
<b>Первый семестр 18/36</b>				
1.	11	КР1 «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы»	2	Проведение КР1
2.	17	КР2 «Минимизация и полнота булевых функций»	2	Проведение КР2
3.	Сессия	Сдача экзамена	11	Прием экзамена
<b>Второй семестр 18/36</b>				
1.	11	КР3 «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, поиск на графе в глубину и ширину»	2	Проведение КР3
2.	17	КР4 «Хроматические графы, листовые множества, мосты, блоковые множества, паросочетания, приложения двоичных деревьев»	2	Проведение КР4
3.	Сессия	Сдача экзамена	11	Прием экзамена

## Комплект заданий для контрольной работы №1

Темы: «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы».

### Вариант 1.

#### Контрольная работа №1 по дискретной математике

Множества, булевы функции, комбинаторные схемы

1. На рис.1 и рис.2 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

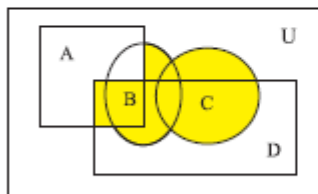


Рис. 1

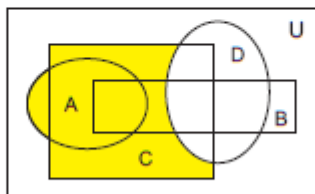


Рис. 2

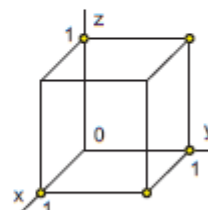


Рис. 3

2. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 3.
3. Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых встречается 1, или тех, в записи которых её нет?
4. В скольких случаях при игре в «Спортлото» угадывание 5 номеров из 36 будут правильно выбраны: а) ровно 3 номера; б) не менее 3 номеров?
5. В лифт сели 8 человек. Сколькими способами они могут выйти на четырёх этажах так, чтобы на каждом этаже вышел, по крайней мере, один человек? *Указание: воспользоваться правилом включения и исключения.*
6. Сколькими способами можно составить трёхцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
7. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (7k^2 + 3)C_n^k$ .

## Вариант 2.

### Контрольная работа №1 по дискретной математике

#### Множества, булевы функции, комбинаторные схемы

1. На рис.1 и рис.2 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

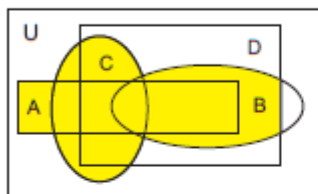


Рис. 1

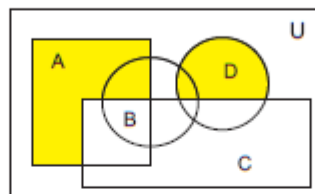


Рис. 2

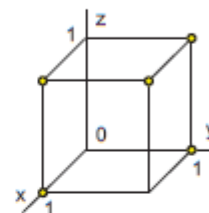


Рис. 3

2. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 3.
3. Сколькими способами можно составить три пары из  $n$  шахматистов?
4. Показать, что если  $n = 42t$ , то число целых, не превосходящих  $n$  и не делящихся ни на одно из чисел 6, 14, 21, равно  $32t$ . *Указание: воспользоваться правилом включения и исключения.*
5. Сколько существует натуральных  $n$ -значных чисел, у которых цифры расположены в неубывающем порядке?
6. Сколькими способами число  $11^n$  можно представить в виде трёх сомножителей (представления, отличающиеся порядком сомножителей, считаются различными;  $11^0$  — сомножитель)?
7. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (3k - 5)(-1)^k C_n^k$ .

### Вариант 3.

#### Контрольная работа №1 по дискретной математике

#### Множества, булевы функции, комбинаторные схемы

1. На рис.1 и рис.2 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

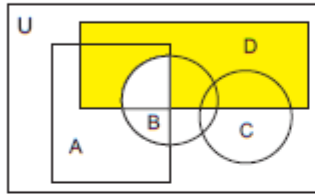


Рис. 1

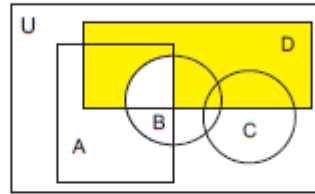


Рис. 2

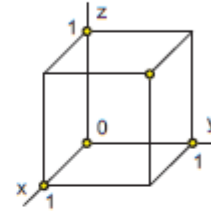


Рис. 3

2. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 3.
3. Имеется  $n$  одинаковых вещей и ещё  $n$  различных вещей. Сколькими способами можно выбрать из них  $n$  вещей?
4. В скольких случаях при игре в «Спортлото» угадывание 5 номеров из 36 будут правильно выбраны: а) ровно 3 номера; б) не менее 3 номеров?
5. Определить количество целочисленных решений системы  $x_1 + x_2 + x_3 = 40, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$ .
6. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них 4 пары?
7. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (k^2 + 1)C_n^k$ .



## Комплект заданий для контрольной работы №2

### Темы: «Минимизация и полнота булевых функций».

#### Вариант 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

##### Контрольная работа №2 по дискретной математике

##### Минимизация и полнота булевых функций

1. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$ .
  - 2).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
2. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w} \vee xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
3. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z$ . б).  $f = x \leftrightarrow (y \leftrightarrow x)$ .
4. Если набор  $\sigma = \{f(x, y, z)\}$  полный, то получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z}$

#### Вариант 2. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

##### Контрольная работа №2 по дискретной математике

##### Минимизация и полнота булевых функций

1. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xyz$ .
  - 2).  $x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz$ .
2. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 2).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee xy\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
3. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \sim y, xy, 0\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \leftrightarrow y, x \leftrightarrow \bar{y}z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy(x \oplus y)$ . б).  $f = x \leftrightarrow (x \leftrightarrow y)$ .
4. Если набор  $\sigma = \{f(x, y, z)\}$  полный, то получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$

## Комплект заданий для контрольной работ №3

**Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, поиск на графе в глубину и ширину».**

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа №3 по дискретной математике**

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

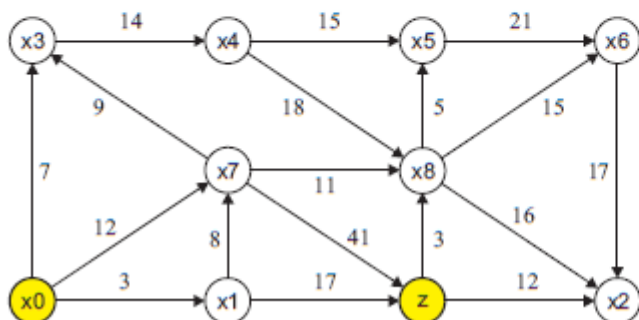


Рис. 1

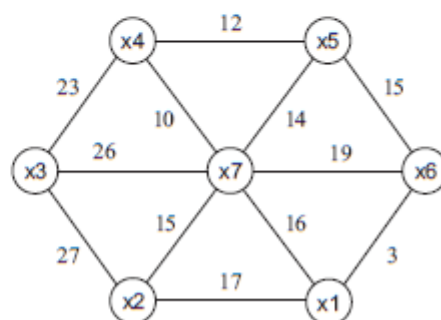


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

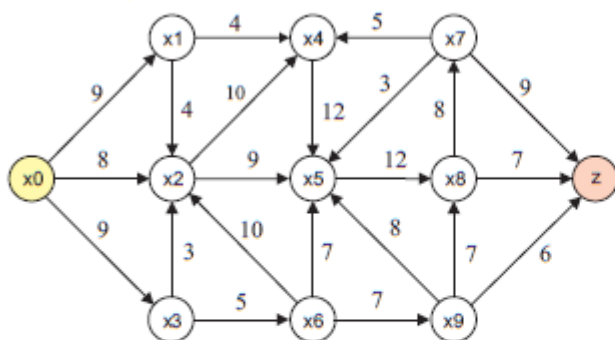


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. **(1)** Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа № 3 по дискретной математике**

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

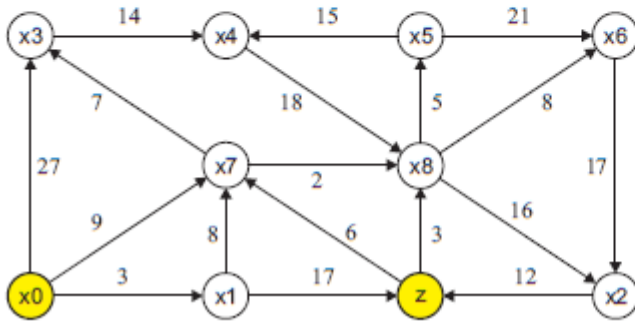


Рис. 1

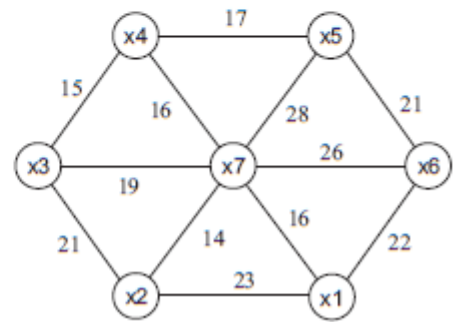


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

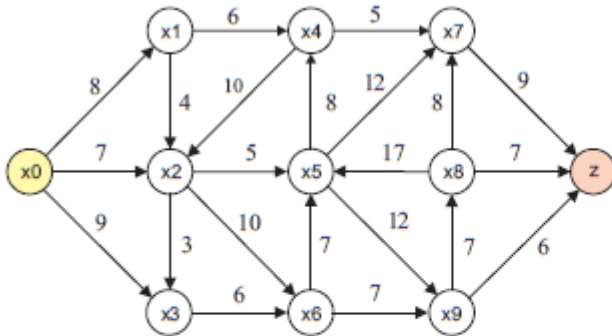


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. (1) Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 3. Иванов Б.Н. (ДВФУ)**

**Контрольная работа № 3 по дискретной математике**

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

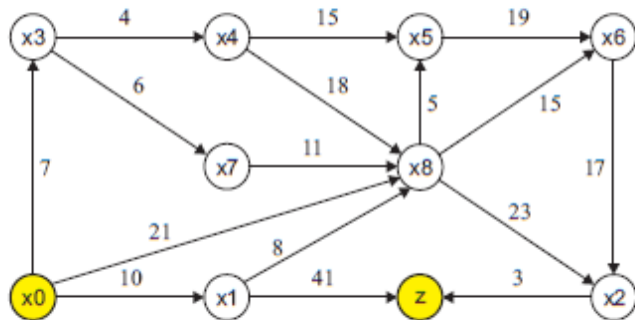


Рис. 1

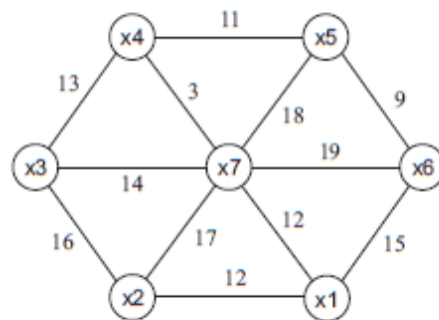


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

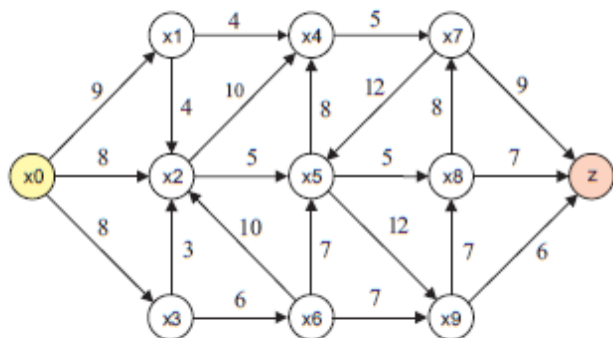


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. (1) Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

## Комплект заданий для контрольной работ №4

### Темы: «Хроматические графы, листовые множества, мосты, блокочные множества, паросочетания, приложения двоичных деревьев».

Вариант 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

Контрольная работа №4 по дискретной математике

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис.2), алгоритм Магу (полный перебор).

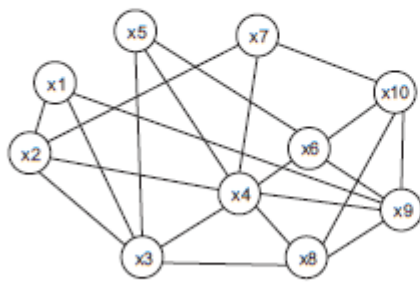


Рис. 1

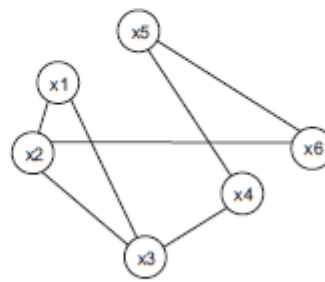


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис.3), выделить блокочные множества (блоки) графа (рис.3).

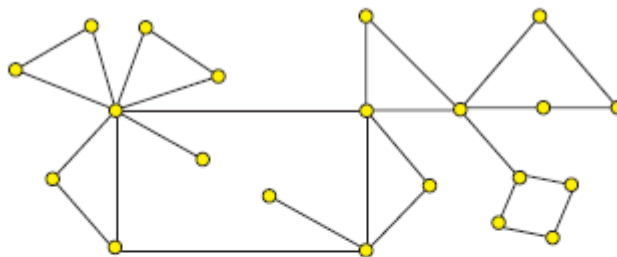


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{1, 5, 4, 7\}$ ,  $s_2 - \{1, 5, 3, 2\}$ ,  $s_3 - \{5, 6\}$ ,  $s_4 - \{4, 6\}$ ,  $s_5 - \{1, 5\}$ ,  $s_6 - \{1, 5, 4\}$ ,  $s_7 - \{5, 4, 6\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 1), (s_2, 5), (s_3, 6), (s_4, 4)\}$ .
4. Исходные данные: 7, 3, 8, 9, 2, 5, 1, 6, 4, (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.



**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа №4 по дискретной математике**

*Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья*

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис.2), алгоритм Магу (полный перебор).

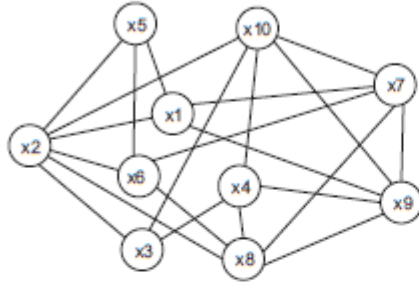


Рис. 1

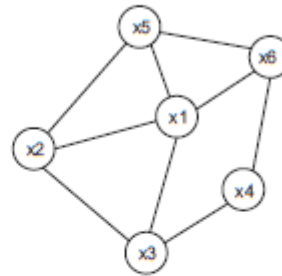


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис.3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис.3).

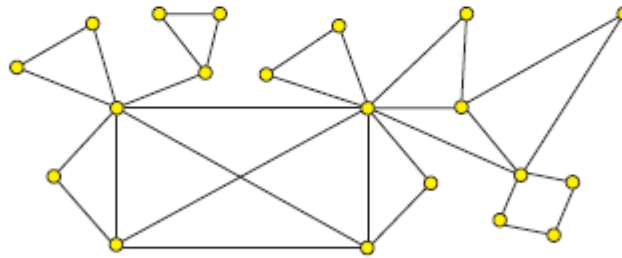


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{3, 2, 7, 6\}$ ,  $s_2 - \{3, 2, 1, 5\}$ ,  $s_3 - \{2, 4\}$ ,  $s_4 - \{7, 4\}$ ,  $s_5 - \{3, 2\}$ ,  $s_6 - \{3, 2, 7\}$ ,  $s_7 - \{2, 7, 4\}$ . Начальное парасочетание:  $\pi = \{(s_1, 3), (s_2, 2), (s_3, 4), (s_4, 7)\}$ .
4. Исходные данные: 8, 7, 2, 1, 4, 9, 6, 3, 5 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа № 4 по дискретной математике**

*Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья*

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

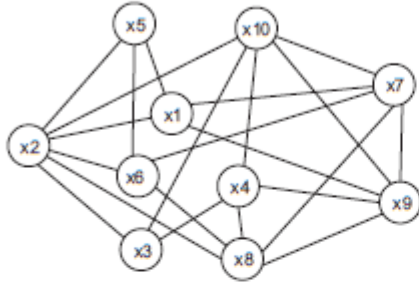


Рис. 1

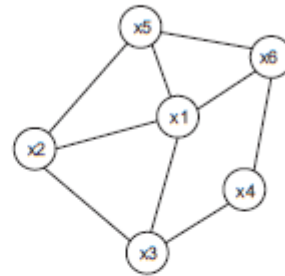


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

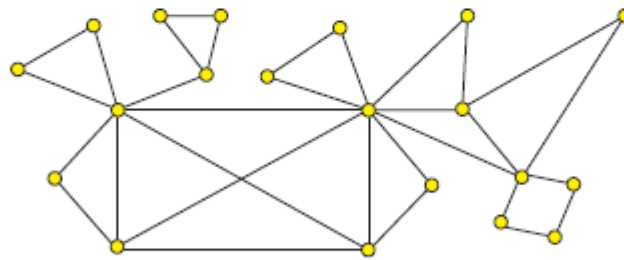


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{7, 4, 3, 2\}$ ,  $s_2 - \{7, 4, 4, 1\}$ ,  $s_3 - \{4, 6\}$ ,  $s_4 - \{3, 6\}$ ,  $s_5 - \{7, 4\}$ ,  $s_6 - \{7, 4, 3\}$ ,  $s_7 - \{4, 3, 5\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 7), (s_2, 4), (s_3, 6), (s_4, 3)\}$ .
4. Исходные данные: 2, 1, 4, 9, 8, 7, 6, 3, 5 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа №4 по дискретной математике**

*Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья*

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

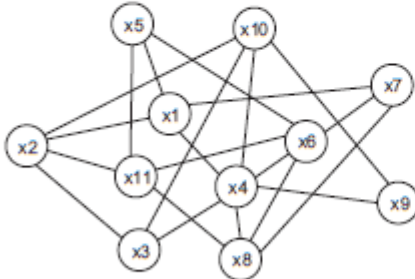


Рис. 1

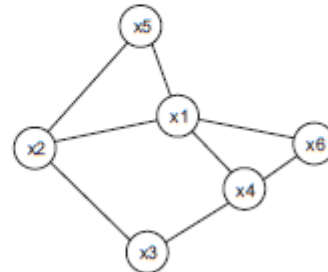


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листьев (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

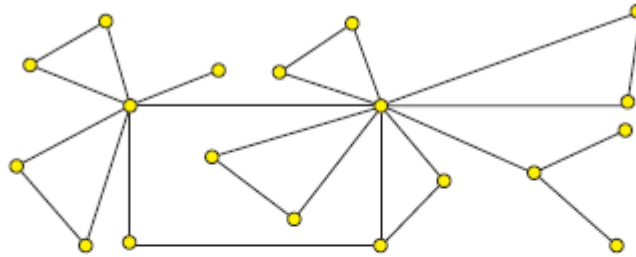


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{5, 3, 7, 4\}$ ,  $s_2 - \{5, 3, 1, 6\}$ ,  $s_3 - \{3, 2\}$ ,  $s_4 - \{7, 2\}$ ,  $s_5 - \{5, 3\}$ ,  $s_6 - \{5, 3, 7\}$ ,  $s_7 - \{3, 7, 2\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 5), (s_2, 3), (s_3, 2), (s_4, 7)\}$ .
4. Исходные данные: 7, 9, 4, 2, 6, 3, 1, 8, 5 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.