



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП

подпись

Пак Т.В.  
ФИО

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования  
протокол

подпись

Чеботарев А.Ю.  
ФИО

«11» июля 2019 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Дискретная математика и математическая логика

**Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки**

(Сквозные цифровые технологии)

**Форма подготовки очная**

курс 2 семестр 3, 4

лекции 72 (36/36) час.

практические занятия 62 (26/36) час.

лабораторные работы 28(-/28) час.

в том числе с использованием МАО лек. /пр. /лаб. час – не предусмотрены.

всего часов аудиторной нагрузки 162 (62/100) час.

в том числе с использованием МАО – не предусмотрены.

самостоятельная работа 54 (10/44) час.

в том числе на подготовку к экзамену 36 (36/0) час.

контрольные работы (количество) 4(2/2)

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены

экзамен 3 семестр

зачет 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 № 807

Рабочая учебная программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 18 от «09» июля 2019 г.

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования протокол  
Чеботарев А.Ю.

Составитель: к.ф.-м.н. Б.Н. Иванов

Владивосток  
2019

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## **Цели и задачи изучения дисциплины:**

### **Цель:**

1. Изучить теоретические и алгоритмические основы базовых разделов современной дискретной математики и математической логики. Показать роль дискретной математики и математической логики в современных компьютерных технологиях.
2. Познакомить студентов с основными разделами дискретной математики и математической логики, методы которых могут использоваться при решении задач, связанных с математическим обеспечением проектирования, разработки и сопровождения программных продуктов.
3. Овладеть основными понятиями, идеями и методами дискретной математики и математической логики, которые в настоящее время являются важнейшими инструментальными средствами информатики.
4. Формирование навыков использования методов дискретной математики и математической логики при изучении специальных дисциплин образовательной программы и в профессиональной деятельности.
5. Развитие у студента математической интуиции, воспитание достаточно высокой математической культуры для продолжения образования, научной деятельности.

### **Задачи:**

1. Формирование представления о роли и месте дискретной математики и математической логики.
2. Достижение достаточно высокого уровня фундаментальной математической подготовки, повысить математическую культуру.
3. Формирование навыков использования методов дискретной математики и математической логики для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.
4. Формирование навыков моделирования реальных объектов и процессов с использованием математического аппарата дискретной математики и математической логики.
5. Формирование логических связей разделов дискретной математики и математической логики с другими дисциплинами образовательного стандарта специальности.

В результате изучения данной дисциплины формируются следующие общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности.	ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1 знает основы в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>ОПК-1.2 умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.3 владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>

## СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

**(72 час.)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа. Трудоемкость теоретической части курса 72(36/36) часов.

## **★ Третий семестр (36 час.)**

### **Раздел 1. Множества, комбинаторные схемы (6 час.)**

#### **Тема 1. Множества, операции с множествами (2 час.)**

Множества, операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями (мультимножества).

#### **Тема 2. Основные комбинаторные формулы (2 час.)**

Сочетания, сочетания с повторениями. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множеств. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Инверсии, обратные перестановки.

#### **Тема 3. Принцип включения и исключения (2 час.)**

Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие. Использование формул в задачах.

### **Раздел 2. Булевы функции (10 час.)**

#### **Тема 1. Введение в булеву алгебру (2 час.)**

Переключательные — булевы функции. Способы задания булевых функций. Булевы функций двух переменных. Аналитический способ задания. Таблицы истинности. Операции замены переменных и суперпозиции. Порядок выполнения операций в логических выражениях.

#### **Тема 2. Алгебра Буля (2 час.)**

Определение алгебры Буля. Операции алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Элементарные произведения, конституенты 1 и конституенты 0 наборов значений булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к СДНФ и СКНФ. Способы приведения к стандартным формам булевых функций.

#### **Тема 3. Минимизация булевых функций (2 час.)**

Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых

функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно.

#### **Тема 4. Метод Куайна минимизации булевых функций (2 час.)**

Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ.

#### **Тема 5. Интерпретация булевых функций (2 час.)**

Интерпретация булевых функций: релейно – контактными схемами, элементами вычислительных машин, *смысловая интерпретация*.

### **Раздел 3. Функциональная полнота булевых функций (6 час.)**

#### **Тема 1. Алгебра Жегалкина (2 час.)**

Определение функционально полных наборов. Примеры полных наборов на основе конъюнкции, дизъюнкции и отрицания. Алгебра Жегалкина. Аксиомы алгебры. Полиномы Жегалкина. Теорема Жегалкина о представлении булевых функций полиномами Жегалкина. Функционально полный набор операций алгебры Жегалкина.

#### **Тема 2. Классы Поста (2 час.)**

Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Доказательство теорем о замкнутости классов Поста относительно операций замены переменных и суперпозиции.

#### **Тема 3. Функциональная полнота (2 час.)**

Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Фиксированные и переменные функции в полных наборах. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Классы Поста в функционально полных наборах. Примеры формирования функционально полных наборов. Шефферовы функции.

## **Раздел 4. Исчисление высказываний (8 час.)**

### **Тема 1. Задачи исчисления высказываний (2 час.)**

Формализация высказываний, установление истинности высказываний. Содержательный аспект тождественно истинных формул. Схемы правильного логического вывода. Законы формальной логики.

### **Тема 2. Формальное введение в исчисление высказываний (2 час.)**

Формальные объекты и правило их образования. Системы аксиом расширенного исчисления высказываний. Система аксиом Клини. Формальные операции, правила вывода: правило подстановки, правило заключения по импликации, правило подстановки и замены по эквивалентности.

### **Тема 3. Формализация доказательства и вывода (2 час.)**

Понятие доказательства и вывода. Схема формализации доказательства и вывода. Теорема о дедукции (Эрбран, 1930). Характерные выводимости, сравнения с явными выводами. Общие внешние оценки исчисления высказываний: непротиворечивость, полнота системы аксиом, независимость системы аксиом, разрешимость исчисления высказываний.

### **Тема 4. Метод резолюций в исчисления высказываний (2 час.)**

Основные определения метода резолюций. Правило резолюции. Метод резолюций. Основной набор аксиом расширенного исчисления высказываний в методе резолюций. Схема доказательства в методе резолюций. Полнота метода резолюций.

## **Раздел 5. Исчисление предикатов (6 час.)**

### **Тема 1. Понятие предиката (2 час.)**

Примеры предикатов., примеры. Операции над предикатами. Определение кванторов. Свободные и связанные переменные. Область действия кванторов. Строение исчисления предикатов. Классификация предикатов.

### **Тема 2. Исчисление одноместных предикатов, исчисление классов (2 час.)**

Предикаты свойств. Определение одноместного предиката, класс истинности – характеристическое множество предиката. Четыре основных вида категорических суждений, геометрическая интерпретация. Примеры категорических

суждений. Закон отрицания и закон обращения. Структура категорических силлогизмов.

### **Тема 3. Техника преобразования формул в исчислении предикатов (2 час.)**

Квантификация многомерных предикатов. Перестановка кванторов, законы де Моргана, вынесение кванторов за скобки, вынесение кванторов за знак отрицания, приведение формул к предваренной нормальной форме. Формализация некоторых отношений средствами узкого исчисления предикатов. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность, трихотомия. Специальные бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Отношение частичного порядка. Отношение полного порядка, линейный порядок.

## **★ Четвертый семестр (36 час.)**

### **Раздел 1. Теория графов (28 час.)**

#### **Тема 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Выделение из цепей (циклов) простых цепей (циклов). Дерево, лес. Объединение и пересечение графов. Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности.

#### **Тема 2. Пути на графе (2 час.)**

Кратчайшие пути на графе. Алгоритм Дейкстра определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Формальное описание алгоритма Дейкстра и обоснование алгоритма. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма. Практическое решение задачи поиска минимального пути.

#### **Тема 3. Остовные деревья, жадная схема (2 час.)**

Определение остовного дерева. Связь числа вершин и ребер в дереве. Практическая значимость нахождения остовного дерева. Задача Кэли как задача построения минимального остовного дерева графа. Жадный алгоритм построе-



ния минимального остовного дерева (алгоритм Краскала). Множественное описание алгоритма.

#### **Тема 4. Остовные деревья, алгоритм ближайшего соседа (2 час.)**

Алгоритм ближайшего соседа построения минимального остовного дерева (алгоритм Прима). Множественное описание алгоритмов. Обоснование справедливости алгоритмов. Сложность алгоритма построения минимального остовного дерева.

#### **Тема 5. Транспортные сети, потоки в сетях (2 час.)**

Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза. Теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке по транспортной сети. Алгоритм пометок для построения максимального потока. Сложность алгоритма построения максимального потока.

#### **Тема 6. Хроматические графы (2 час.)**

Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Теорема Брукса о величине хроматического числа графа. Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски. Множественное описание алгоритма. Сложность алгоритма.

#### **Тема 7. Хроматические графы, метод Магу (2 час.)**

Хроматическое разложение вершин простого графа. Теорема об оптимальной раскраске графа — обоснование метода Магу. Метод Магу оптимальной раскраски графа (алгоритм).

#### **Тема 8. Двудольные графы (2 час.)**

Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа (теорема Кенига). Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания, множественное описание алгоритма. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе.

#### **Тема 9. Задача о назначениях (2 час.)**

Теорема Ф. Холла о существовании системы различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом. Теорема — алгоритм решения задачи о назначениях, сложность алгоритма.

### **Тема 10. Поиск в глубину и ширину на графе, DFS-базис циклов (2 час.)**

Метод поиска в глубину (множественное описание алгоритма), как основной метод систематического исследования вершин графа. Циклическая структура графа, множество циклов графа. Определение фундаментального множества циклов, DFS-базис пространства циклов. Метод поиска в ширину по графу, как метод перебора вершин графа, равноудаленных от стартовой начальной вершины исследования графа. Понятие очереди в алгоритме. Множественное описание алгоритма построения поиска в ширину.

### **Тема 11. Компоненты связности графа. Листы графа (2 час.)**

Определение отношения эквивалентности на множестве вершин. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности (множественное описание).

Циклические ребра графа, разделяющие ребра (мосты) графа. Связь циклических и разделяющих ребер. Циклически–реберно связанные вершины. Листовое множество вершин, листы и мосты. Свойства листового множества вершин. Разложение графа на листовые множества и мосты

### **Тема 12. Блоки, выделение блоков графа (2 час.)**

Блоки, определение. Сильно циклически связанные ребра. Свойства блокового множества. Алгоритм поиска блоков в глубину. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.

### **Тема 13. Циклы, фундаментальное множество циклов (2 час.)**

Пространство остовных подграфов. Замкнутость остовных подграфов относительно операции симметрической разности. Квазициклы, замкнутость квазициклов. Разложение квазициклов в объединение простых попарно не пересекающихся простых циклов. Фундаментальное множество циклов — базис линейного пространства циклов (DFS – базис). Построение фундаментального множества циклов графа относительно остовного дерева графа. Множественное описание алгоритма построения DFS-базиса циклов.

### **Тема 14. Эйлеровы графы, клики, независимые множества (2 час.)**

Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании эйлерова пути на графе (необходимые и достаточные условия). История задачи поиска эйлеровой цепи на графе. Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер.

Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество. Алгоритм порождения клик графа, множественное описание, сложность алгоритма.

## **Раздел 2. Алгебраические структуры (8 час.)**

### **Тема 1. Общее строение группы (2 час.)**

Определение алгебраической операции, группоида, группы, подгруппы, примеры групп. Гомоморфизм групп, свойства гомоморфизма. Смежные левые (правые) классы. Теорема Лагранжа. Разложение группы на непересекающиеся левые смежные классы. Нормальный делитель, фактор группа.

### **Тема 2. Циклические подгруппы (2 час.)**

Циклические группы. Порядок элемента. Структура циклической подгруппы, образующий элемент группы. Коммутативность циклической группы. Кратность порядка элемента циклической группы порядку группы. Подгруппа циклической группы является циклической. Число образующих циклической группы. Группы подстановок (перестановок). Прямое произведение групп. Структура коммутативной группы Теорема о разложении коммутативной группы в прямое произведение своих подгрупп.

### **Тема 3. Элементы теории чисел (2 час.)**

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Простые числа, свойства простых чисел. Решето Эратосфена – алгоритм составления таблицы простых чисел. Сравнения, свойства сравнений. Определение вычетов. Группа полной системы вычетов. Группа приведенной системы вычетов.

### **Тема 4. Функция Эйлера, теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона (2 час.)**

Приложения полной и приведенной системы вычетов в практическом программировании. Определение функции Эйлера. Свойства функции Эйлера. Теорема Эйлера для функции Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.

# СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(62 час)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часов. Трудоемкость практической части курса 62(36/26) часа.

## ★ Третий семестр (26 час.)

### Раздел 1. Множества, комбинаторные схемы (4 час.)

#### Занятие 1. Основные комбинаторные формулы. (2 час.)

1. Определение множества. Операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна).
2. Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями (мультимножества),
3. Сочетания, сочетания с повторениями. Применение комбинаторных формул в практических (качественных) задачах.

#### Занятие 2. Принцип включения и исключения (2 час.)

1. Обобщенный принцип включения и исключения. Решение различных задач на применение принципа включения и исключения.
2. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов, вычисление значений различных сумм биномиальных коэффициентов.

### Раздел 2. Булевы функции (10 час.)

#### Занятие 1. Системы счисления. Введение в булеву алгебру (2 час.)

1. Позиционные и непозиционные системы счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Связь 2, 8 и 16 систем счисления. Формальный алгоритм перевода чисел из одной системы счисления в другую.
2. Задача оптимального кодирования (поиск системы счисления, в которой наиболее оптимально хранить информацию.)
3. Булевы функций двух переменных. Таблицы истинности. Операции замечены переменных и суперпозиции. Порядок выполнения операций в логических выражениях. Вычисление логических выражений.

## **Занятие 2. СДНФ и СКНФ булевых функций (2 час.)**

1. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Приведение булевых функций к СДНФ и СКНФ.
2. Интерпретация булевых функций: релейно-контактными схемами, элементами вычислительных машин.

## **Занятие 3. Смысловая интерпретация булевых функций (2 час.)**

1. Смысловая интерпретация (формализация) булевых функций. Задача Кислера смысловой интерпретации. Задача Мегрэ, задача о шахматном турнире смысловой интерпретации. Решение разнообразных задач смысловой интерпретации.

## **Занятие 4. Минимизация булевых функций 3-х и 4-х переменных (2 час.)**

1. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных.
2. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных, геометрическая интерпретация задачи минимизации. Структура карты Карно, основные правила минимизации в геометрической интерпретации.

## **Занятие 5. Минимизация методом Куайна (2 час.)**

1. Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций произвольного числа переменных. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна.
2. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ. Импликативная матрица Куайна

## **Раздел 3. Функциональная полнота (4 час.)**

### **Занятие 1. Функциональная полнота, ослабленная теорема Поста (2 час.)**

1. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами Жегалкина. Алгоритм понижения степени полинома Жегалкина.
2. Классы Поста. Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Определение указанных свойств функций у различных наборов.

3. Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Формирование функционально полных наборов.
4. Получение булевых функций: отрицания, конъюнкции и дизъюнкции.

### **Занятие 2. Функциональная полнота, основная теорема Поста (2 час.)**

1. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Формирование функционально полных наборов.
2. Получение булевых функций констант 0, 1 и отрицания из функций, не сохраняющих 0 и 1, получение константы 0 или 1 из не самодвойственной функции.
3. Решение задачи о функциональной полноте для произвольных наборов. Получение булевых функций отрицания, конъюнкции, дизъюнкции и других функций.

## **Раздел 4. Исчисление высказываний (4 час.)**

### **Занятие 1. Формальное введение в исчисление высказываний (2 час.)**

1. Системы аксиом расширенного исчисления высказываний. Система аксиом Клини. Схемы правильного логического вывода. Законы формальной логики. Схема построения (доказательства) явных (формальных) выводов тождественно-истинных формул. Формальные операции, правила вывода: правило подстановки, правило заключения по импликации, правило подстановки и замены по эквивалентности.

### **Занятие 2. Метод резолюций в исчислении высказываний (2 час.)**

1. Понятие доказательства и вывода. Схема формализации доказательства и вывода. Теорема о дедукции (Эрбран, 1930). Характерные выводимости, сравнения с явными выводами.
2. Применение теоремы о дедукции в задачах доказательства логических формул.
3. Основные определения метода резолюций. Правило резолюции. Метод резолюций. Основной набор аксиом расширенного исчисления высказываний в методе резолюций. Схема доказательства в методе резолюций. Доказательство формул.

## **Раздел 5. Исчисление предикатов (4 час.)**

### **Занятие 1. Одноместные предикаты. Техника преобразования формул в исчислении предикатов (2 час.)**

1. Предикаты свойств. Определение одноместного предиката, класс истинности – характеристическое множество предиката. Четыре основных вида категорических суждений, геометрическая интерпретация. Структура категорических силлогизмов.
2. Квантификация многомерных предикатов. Перестановка кванторов, законы де Моргана, вынесение кванторов за скобки, вынесение кванторов за знак отрицания, приведение формул к предваренной нормальной форме. Формализация некоторых отношений средствами узкого исчисления предикатов.

### **Занятие 2. Метод резолюций в исчислении предикатов (2 час.)**

1. Основные определения метода резолюций в исчислении предикатов. Основной набор аксиом исчисления предикатов. Схема доказательства в методе резолюций в исчислении *предикатов*. Доказательство формул.

## **★ Четвертый семестр (36 час.)**

## **Раздел 6. Теория графов (30 час.)**

### **Занятие 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

1. Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф.
2. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Дерево, лес. Расстояние на графе, диаметр, радиус и центр графа.

### **Занятие 2. Пути на графе (2 час.)**

1. Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности.
2. Кратчайшие пути на графе. Алгоритмы определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами (алгоритм Дейкстры).
3. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.

### **Занятие 3. Остовные деревья, алгоритм Краскала (2 час.)**

1. Практическая значимость нахождения остовного дерева. Задача Кэли. Жадный алгоритм (алгоритм Краскала), построения минимального остовного дерева. Формальное описание алгоритма. Решение задач.

### **Занятие 4. Остовные деревья, алгоритм Прима (2 час.)**

1. Алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима), построения минимального остовного дерева. Формальное описание алгоритма. Решение задач.

### **Занятие 5. Транспортные сети, потоки в сетях (2 час.)**

1. Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза.
2. Алгоритм пометок Форда и Фалкерсона для построения максимального потока.

### **Занятие 6. Хроматические графы, раскраска графа (2 час.)**

1. Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски.

### **Занятие 7. Хроматические графы, оптимальная раскраска. (2 час.)**

1. Оптимальная раскраска графа, алгоритм раскраски методом Магу.

### **Занятие 8. Двудольные графы, паросочетания (2 час.)**

1. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
2. Теорема Ф. Холла о существовании различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом.

### **Занятие 9. Задача о назначениях (2 час.)**

1. Теорема Ф. Холла о существовании системы различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом.
2. Теорема – алгоритм решения задачи о назначениях, решение задач.

### **Занятие 10. Поиск в глубину на графе, DFS – базис циклов. (2 час.)**

1. Поиск в глубину на графе, как основной метод систематического исследования вершин графа. Формальный алгоритм обхода вершин графа.
2. Квазициклы. Базис циклов, DFS-базис циклов, построение DFS-базис.



3. Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер. Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество.

### **Занятие 11. Поиск в ширину на графе, очередь и стек вершин (2 час.)**

1. Поиск в глубину на графе, как основной метод систематического исследования вершин графа. Формальный алгоритм обхода вершин графа.
2. Квазициклы. Базис циклов, DFS-базис циклов, построение DFS-базиса.
3. Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер. Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество.

### **Занятие 12. Компоненты связности графа (2 час.)**

1. Определение отношения эквивалентности на множестве вершин. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности (множественное описание), матрица связности и достижимости (теория).

### **Занятие 13. Листы, блоки, мосты, разделяющие вершины (2 час.)**

1. Циклические ребра графа, разделяющие ребра (мосты). Листовое множество вершин, листы. Изучение формального алгоритма поиска листов графа.
2. Блоки, сильно циклически связанные ребра. Разделяющие вершины графа. Изучение формального алгоритма поиска блоков в глубину.

### **Занятие 14. Циклы, фундаментальное множество циклов (2 час.)**

1. Квазициклы, замкнутость квазициклов. Разложение квазициклов в объединение простых попарно не пересекающихся простых циклов.
2. Фундаментальное множество циклов (базис линейного пространства). Алгоритм построения DFS-базиса относительно остовного дерева графа.

### **Занятие 15. Эйлеровы графы, клики (2 час.)**

1. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании эйлерова пути на графе (необходимые и достаточные условия). Алгоритм поиска эйлеровых цепей.
2. Клики, алгоритм выделения клики. Диаметр, радиус и центры графов.

## **Раздел 7. Группы. Элементы теории чисел (6 час.)**

### **Занятие 1. Структура абелевых групп (2 час.)**

1. Смежные левые (правые) классы. Теорема Лагранжа — разложение на смежные классы.
2. Циклические группы. Структура циклической подгруппы, образующий элемент группы. Число образующих циклической группы. Прямое произведение групп. Структура коммутативной группы. Примарные подгруппы.
3. Полная системы вычетов — группа с операцией сложения по модулю.

### **Занятие 2. Элементы теории чисел (2 час.)**

1. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Простые числа, свойства простых чисел. Решето Эратосфена – алгоритм составления таблицы простых чисел.
2. Функция Эйлера в задаче кодирования с открытым ключом.

### **Занятие 3. Полная и приведенная системы вычетов (2 час.)**

1. Полная система вычетов — группа с операцией сложения по модулю. Использование поной системы в задаче разрешения коллизий в хеш-таблицах.
2. Приведенная система вычетов — группа с операцией умножения по модулю. Использование поной системы в задаче разрешения коллизий в хеш-таблицах.

# СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ ЧАСТИ КУРСА

(28 час)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часов. Трудоемкость лабораторной части курса 28 часов — четвертый семестр.

## ★ Четвертый семестр (28 час.)

### Занятие 1. Сортировка всплытием Флойда. (4 час.)

1. Разбор алгоритмов. Разбор метода сортировки Флойда, сложность  $O(n \log_2 n)$ . Реализация алгоритма сортировки Флойда, пузырьковой сортировки и других методов сложности  $O(n^2)$ . Практическая проверка временной сложности работы алгоритмов на больших данных. Решение задачи объединения отрезков.
2. Решение задачи. Выполнить программную реализацию алгоритмов сортировки Флойда и другого предложенного метода сортировки на случайной перестановке целых чисел. Построить временные диаграммы в зависимости объема исходных данных  $n$  для сортировки Флойда и предложенного метода сложности  $O(n^2)$ . Сравнить диаграммы (временные графики).

### Занятие 2. Линейные рекуррентные соотношения. (4 час.)

1. Изучение методов аналитического решения линейных однородных и неоднородных рекуррентных соотношений (ЛРС) с использованием производящих функций. Производящие функции, свойства производящих функций: линейные операции, сдвиг начала, частичные суммы, изменение масштаба, свертка.
2. Решение ЛРС. Решение предложенных ЛРС аналитическим методом и алгоритмическим, составив программную реализацию. Сравнить результаты вычислений аналитическим и алгоритмическим способами для различных размерностей. Подобрать кривую решения ЛРС методом наименьших квадратов по нескольким вычислениям.

### Занятие 3. Сбалансированные деревья сравнений. (4 час.)

1. Разбор алгоритма. Двоичные деревья сравнений (ДДС). Операции с двоичными деревьями сравнений: включить новый элемент, удалить элемент из дерева. Сортировка элементов на основе ДДС, средней сложности

$O(n \log_2 n)$ . Формирование регулярного двоичного дерева сравнение, AVL-дерева, высоты  $O(\log_2 n)$ . Балансировка ДДС сложности  $O(\log_2 n)$  при включении и удалении элементов, сложность  $O(n \log_2 n)$ . Формирование AVL-дерева на случайной перестановке массива целых чисел.

2. Решение задачи. Сформировать AVL-дерево для заданной случайной перестановки последовательности целых чисел и AVL-дерево для сортированной последовательности. Выполнить операцию удаления из AVL-дерева трех элементов: с последнего уровня, из середины дерева и корня дерева.
3. Решение задачи. Построение корневого дерева арифметического выражения, формирование обратной (инверсной, постфиксной) польской (Ян Лукаевич, 1878-1956) записи арифметического выражения. Стековый алгоритм вычисления выражений по обратной польской записи.

#### **Занятие 4. Хеширование. (4 час.)**

1. Разбор метода. Таблицы с непосредственным доступом. Перемешанные таблицы. Выбор хеш-функции. Разрешение коллизий. Эффективность перемешанных таблиц. Перемешанные таблицы на примере таблицы-словаря текстовых строк.
2. Решение задачи. Сформировать перемешанную таблицу текстовых строк для заданной хеш-функции. В качестве алгоритма разрешения коллизий применить разобранный (стандартный) алгоритм.

#### **Занятие 5. Кодирование Хаффмена (4 час.)**

1. Разбор метода. Понятие префиксного алфавитного кода. Разделимость префиксного алфавитного кода. Неравенство Крафта-Макмиллана. Кодирование Хаффмена. Двоичное дерево Хаффмена. Оптимальность дерева Хаффмена. Оптимальный префиксный код Хаффмена. Сжатие данных методом Хаффмена.
2. Решение задачи. Найти оптимальную префиксную схему алфавитного кодирования Хаффмена для заданного множества алфавита сообщений и распределения вероятностей.

## **Занятие 6. Сжатие данных на основе словаря. (4 час.)**

1. Разбор метода. Рассматривается класс методов сжатия данных, в основе которых лежит схема ведения словаря-таблицы фрагментов, встречающихся во входном потоке несжатых данных. Фрагмент — это последовательность смежных байт водного потока данных. Разбор схемы сжатия LZ и LZW, описанные А.Лемпелем, Я.Зивом (1977 и 1978) и Т.Велшом (1984). Перемешанный словарь LZ сжатия.
2. Решение задачи. Для заданной последовательности байт текстового файла выполнить сжатие LZ методом. Перемешанный словарь LZ сжатия. Распаковка LZ методом. Дерево словаря LZ распаковки.

## **Занятие 7. Генерация комбинаторных объектов (4 час.)**

1. Разбор алгоритмов. Порождение подмножеств множества (двоичных наборов). Генерация размещений с повторениями. Порождение сочетаний. Генерация перестановок (эффективный алгоритм). Генерация случайных перестановок.
2. Решение задачи с применением генерации комбинаторных объектов — задача полного перебора.

## **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» представлено в [Приложении 1](#) и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы; критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

## КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль		промежуточная аттестация
<b>Третий семестр, экзамен (36/36)</b>					
1.	Множества, комбинаторные схемы. Булевы функции, полнота. Исчисление высказываний и предикатов (36/36 час.)	ОПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 1,2 вопросы 1-11
			Умеет	ИДЗ-1,2. Проверка домашних заданий (УО-1)	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-15
			Владеет	КР-1 «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы» (ПР-2). КР-2 «Минимизация и полнота булевых функций, исчисление высказываний и предикатов» (ПР-2).	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-20
<b>Четвертый семестр, зачет (36/26)</b>					
2.	Теория графов. Теория групп, свойство целых чисел (36/26 час.)	ОПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 3,4 вопросы 1-11
			Умеет	ИДЗ-3,4. Проверка домашнего задания (УО-1).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-11
			Владеет	КР-3 «Маршруты по графу, потоки в сетях, остовные деревья, поиск по графу» (ПР-2). КР-4 «Паросочетания, хроматические графы, компоненты связности, корневые деревья» (ПР-2).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-20

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в [Приложении 2](#).

**В случае невыполнения студентом учебного графика и контрольных мероприятий, предусмотренных рабочей программой дисциплины и учебным планом, преподаватель по данной дисциплине в графе ведомости «оценка» пишет «не допущен».**

### Перечень оценочных средств (ОС)

Код ОС	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
УО-1	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
ПР-2	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
ПР-7	Конспект	Продукт самостоятельной работы обучающегося, отражающий основные идеи заслушанной лекции, сообщения и т.д.	Темы/разделы дисциплины

# СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## Основная литература

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2009. – 176 с. (ISBN. 978-5-8114-0535-0)  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=Lan:Lan-115195&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
2. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с.  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2011. – 302 с.  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:6671&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
4. Кузнецов В.П. Дискретная математика. – М.: Лань, 2009. – 400 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220)  
(Дата обращения 07.09.2020).
5. Редькин Н.П. Дискретная математика. – М.: Физматлит, 2009. – 264 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2293](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2293) (Дата обращения 07.09.2020).
6. Учебники и другие книги по математике (EqWorld). [Электронный ресурс]:  
URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> (Дата обращения 07.09.2020).

## Дополнительная литература:

1. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика. Группы. Графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 376 с.  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:3698&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020).
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1972 – 176 с.. [Электронный ресурс]: URL:  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Vinogradov1972ru.djvu> (Дата обращения 07.09.2020).

3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: Физматлит, 2009. – 416 с. (ISBN 978-5-9221-0477-7)  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:675449&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
4. Горбатов В.А. Дискретная математика. – М.: Издательская группа АСТ, 2003. – 447 с.  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:11009&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
5. Иванов Б.Н. Дискретная математика. – М.: Физматлит, 2007. – 407 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59461](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59461)  
(Дата обращения 07.09.2020).
6. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Задачи на графах [Электронный ресурс]: учебно-методич. пособие по выполнению курсовой работы / Б.Н. Иванов. — Электрон. дан. — Владивосток : Изд-во Дальневост. федерал. ун-та, 2020. — [56 с.]. — Режим доступа: Computer university network. — Загл. с экрана.  
URL: <http://elib.dvfu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000874882>  
(Дата обращения 07.09.2020)
7. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. – М.: МАИ, 1992. – 262 с.  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:376479&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
8. Сборник задач по дискретной математике //Алексеев В. Е., Киселева Л. Г., Смирнова Т. Г. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. –80 с.
9. Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1980. – 336 с.  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:43012&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
10. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Высшая школа, 2003. – 384 с.  
URL: <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:246131&theme=FEFU>  
(Дата обращения 07.09.2020)
11. Яблонский С.В., Гаврилов Г.П., Кудрявцев В.Б. Функции алгебры логики и классы Поста. – М.: Наука, 1966 . – 120 с. [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/YablonskijGavrilovKudryavcev.pdf>  
(Дата обращения 07.09.2020).



- 12.Оре О. Графы и их применение. – М.: Мир, 1965. – 175 с. [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ore1965ru.djvu> (Дата обращения 07.09.2020).

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://window.edu.ru/resource/360/60360> Домнин Л.Н. Элементы теории графов: Учебное пособие. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2007. - 144 с.
2. <http://window.edu.ru/resource/379/65379> Булгакова И.Н., Федотенко Г.Ф. Дискретная математика. Элементы теории задачи и упражнения: Учебное пособие. Часть 1. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. - 61 с.
3. <http://window.edu.ru/resource/283/65283> Корнилов П.А., Никулина Н.И., Семенова О.Г. Элементы дискретной математики: Учебное пособие. - Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2005. - 91 с.
4. <http://window.edu.ru/resource/884/70884> Зыков А.А. Основы теории графов. - М: Вузовская книга, 2004. - 664 с. ISBN/ISSN:5-9502-0057-8
5. <http://window.edu.ru/resource/869/44869> Ерош И.Л., Сергеев М.Б., Соловьев Н.В. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов. - СПб.: ГУАП, 2005. - 142 с.

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Для данного курса «Дискретная математика» создан полный ЭУК в интегрированной платформе электронного обучения LMS Blackboard ДВФУ — идентификатора курса [FU50708-02.03.03-DM-01: Дискретная математика.](#)

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методические указания для успешного освоения рассматриваемой дисциплины (как и любой другой) заключаются в следующем.

1. Стопроцентное (или близкое к нему) посещение лекционных и практических занятий.
2. Вести конспект лекций и практических занятий.

3. Своевременное (не откладывать и не собирать все в конец семестра) решение индивидуальных домашних заданий.
4. Посещение консультаций, в случае каких-либо сомнений в знании текущего материала.
5. Периодически (лучше перед предстоящими занятиями) пытаться читать лекционный материал, пересматривать практические занятия.

**В случае невыполнения студентом учебного графика и контрольных мероприятий, предусмотренных рабочей программой дисциплины и учебным планом, преподаватель по данной дисциплине в графе ведомости «оценка» пишет «не допущен».**

**По данному курсу изданы пособия:**

1. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с. [[Иванов, 2011](#)] (пособие в печатном виде в свободном доступе в библиотеке ДВФУ, 25 экземпляров)  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>.
2. Иванов Б.Н. Материалы для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дискретная математика». Разделы «Математическая логика и Комбинаторные схемы» // Учебное электронное издание для студентов направления подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» г. Владивосток, Дальневосточный федеральный университет, 2014. – 48 с. (зарегистрировано 23.12.2014 года)  
[https://bb.dvfu.ru/webapps/blackboard/execute/content/file?cmd=view&mode=designer&content\\_id=126770\\_1&course\\_id=4327\\_1](https://bb.dvfu.ru/webapps/blackboard/execute/content/file?cmd=view&mode=designer&content_id=126770_1&course_id=4327_1)
3. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Задачи на графах [Электронный ресурс]: учебно-методич. пособие по выполнению курсовой работы / Б.Н. Иванов. — Электрон. дан. — Владивосток : Изд-во Дальневост. федерал. ун-та, 2020. — [56 с.]. — Режим доступа: Computer university network. — Загл. с экрана.  
URL: <http://elib.dvfu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000874882>

## **МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Необходима аудитория с доской, достаточного размера, на которой можно писать маркером или мелом при чтении лекционного материала и проведения практических занятий.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика»  
Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
профиль: «Сквозные цифровые технологии»  
Форма подготовки: очная

Владивосток

2020

В течение третьего и четвертого семестров студенты выполняют следующие индивидуальные задания по различным разделам курса.

### **Третий семестр**

#### **Индивидуальное домашнее задание №1**

1. Множества, операции с множествами
2. Системы счисления, 2,8,16 системы счисления, их связь
3. Комбинаторные схемы, решение качественных задач
4. Булевы функции: таблицы истинности, стандартные формы: СДНФ, СКНФ, многочлены Жегалкина.

#### **Индивидуальное домашнее задание №2**

1. Смысловая интерпретация булевых функции, формализация различного рода высказываний, рассуждений.
2. Методы минимизация булевых функций трех, четырех и произвольного числа переменных
3. Полнота булевых функций — классы Поста и теоремы Поста о функциональной полноте.
4. Исчисление высказываний и предикатов — доказательство логических выражений прямым методом и методом резолюций.

### **Четвертый семестр**

#### **Индивидуальное домашнее задание №3**

1. Маршруты на графе, оптимальные алгоритмы (Дейкстра) поиска маршрутов.
2. Остовные деревья. Изучение алгоритмов жадной схемы (Краскала) и ближайшего соседа (Прима) построения минимального остовного дерева.
3. Поток в сетях. Изучение алгоритмов определения максимального потока в сети (алгоритм Форда и Фалкерсона).
4. Методы поиска на графе в глубину и ширину.

#### **Индивидуальное домашнее задание №4**

1. Хроматические графы. Изучение приближенных (неявная схема) и точных методов (метод Магу) хроматического разложения графов.
2. Двудольные графы, паросочетания, алгоритмы вычисления максимальных паросочетаний.
3. Связность графа, двусвязные компоненты листы, блоки, мосты.
4. Двоичные корневые деревья, их практические приложения.
5. Сортировка данных метод Флойда сложности  $O(n \log n)$ .

#### **Индивидуальное домашнее задание №5**

## *Групповые свойства целых чисел, применение в программировании*

1. Группы, подгруппы, циклические группы.
2. Порядки элементов.
3. Примарные подгруппы, разложение их.
4. Разложение абелевой группы.
5. Полная система вычетов — абелева группа.
6. Приведенная система вычетов — абелева группа.

### **План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине**

№ п/п	Сроки выполнения (номера учебных недель)	Вид самостоятельной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
<b>Третий семестр (36/36)</b>				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	2	Экспресс-опрос
2.	1-8	ИДЗ 1 «Множества, системы счисления, таблицы истинности булевых функций, комбинаторные схемы»	4	Защита ИДЗ 1
3.	9-18	ИДЗ 2 «Смысловая интерпретация, минимизация и полнота булевых функций».	4	Защита ИДЗ 2
4.	Сессия	Подготовка к экзамену	36	Прием экзамена
<b>Четвертый семестр (36/26)</b>				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	4	Экспресс-опрос
2.	1-18	Подготовка к лабораторным работам, 7 лабораторных работ	24	Допуск к лабораторным работам
3.	1-6	ИДЗ 3 «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, методы обхода графа»	6	Защита ИДЗ 3
4.	7-12	ИДЗ 4 «Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья»	6	Защита ИДЗ 4
5.	13-18	ИДЗ 5 «Теория групп. Групповые свойства целых чисел»	4	Защита ИДЗ 5
6.	18	Сдача зачёта	2	Прием зачета

Сроки выдача индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) привязываются ко времени изучения соответствующего материала на лекциях и практических занятиях. Решения типовых задач и упражнений ИДЗ рассматриваются на практических занятиях. Решенные задачи ИДЗ (любое их количество) сдаются на проверку. Сдавать можно повторно и многократно. Важно решить все задачи, так как каждая из них соответствует знанию определенного материала курса.

Защита ИДЗ состоит в проверке самостоятельности решенных задач. С этой целью предлагается решить 1-3 типовые задачи равносильные задачам

ИДЗ (или объяснить способ, метод, прием и т.д., использованный для решения какой-либо из задач).

### **Критерии оценки**

Решение задач ИДЗ и его защита оцениваются по сто-балльной шкале. Без защиты оценка за ИДЗ не выставляется. Количество баллов за ИДЗ выставляется пропорционально числу решенных и защищенных задач ИДЗ. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл оценки зачета/экзамена.

Приведенные ниже комплекты вариантов задач для самостоятельного решения охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения заданий необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.

**В случае невыполнения студентом учебного графика и контрольных мероприятий, предусмотренных рабочей программой дисциплины и учебным планом, преподаватель по данной дисциплине в графе ведомости «оценка» пишет «не допущен».**

## Комплект индивидуальных домашних заданий №1

### Темы: «Множества, системы счисления, таблицы истинности булевых функций, комбинаторные схемы».

Вариант 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №1 по дискретной математике*

*Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.*

1. На рис. 1 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

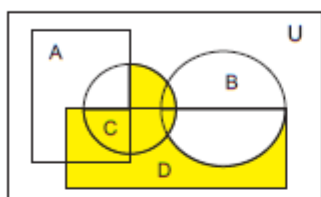


Рис. 1

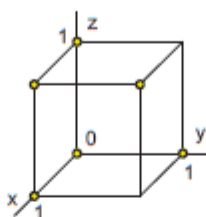


Рис. 2

2. Выполнить перевод чисел  
 $861_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ ,  $0.279_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
3. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина  
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$ .
4. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 2.
5. (5) Доказать, что следующие числа:  $\frac{(2n)!}{2^n}$ ,  $\frac{(3n)!}{2^n 3^n}$ ,  $\frac{(n^2)!}{n^n}$ ,  $\frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$  являются целыми?
6. (20) Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
7. (27) Найти число векторов  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , координаты которых удовлетворяют условию  $a_i \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i = r$ .
8. (29) Сколькими способами можно расставить белые фигуры: 2 коня, 2 слона, 2 ладьи, ферзя и короля на первой линии шахматной доски?
9. (49) Сколькими способами 3 человека могут разделить между собой 6 одинаковых яблок, 1 апельсин, 1 сливу, 1 лимон, 1 грушу, 1 айву и 1 финик?
10. (57) Сколько делителей имеет число  $q = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$ , где  $p_i$  — простые числа, не равные единице,  $\alpha_i$  — некоторые натуральные числа? Чему равна сумма этих делителей?
11. (94) Бросают  $m$  игральных костей, помеченных числами 1, 2, 3, 4, 5, 6. Сколько может получиться различных результатов (результаты, отличающиеся порядком очков, считаются одинаковыми)?



Вариант 2. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**ИДЗ №1 по дискретной математике**

Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.

1. На рис. 1 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

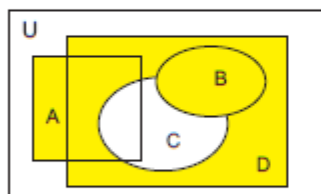


Рис. 1

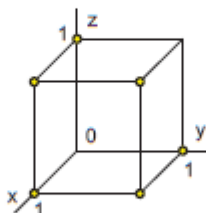


Рис. 2

2. Выполнить перевод чисел  
 $769_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  $0.492_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
3. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина  
 $f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y$ .
4. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 2.
5. (8) Доказать, что  $\sum_k C_n^{2k} = \sum_k C_n^{2k+1} = 2^{n-1}$ .
6. (21) Надо послать 6 срочных писем. Сколькими способами это можно сделать, если любое письмо можно передать любым из 3 курьеров?
7. (27) Найти число векторов  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , координаты которых удовлетворяют условию  $a_i \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i = r$ .
8. (29) Сколькими способами можно расставить белые фигуры: 2 коня, 2 слона, 2 ладьи, ферзя и короля на первой линии шахматной доски?
9. (31) Сколькими способами можно посадить  $n$  мужчин и  $n$  женщин за круглый стол так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом? Та же задача, но стол может вращаться и способы, переходящие при вращении друг в друга, считаются одинаковыми?
10. (34) Хор состоит из 10 участников. Сколькими способами можно в течение трех дней выбирать по 6 участников, так, чтобы каждый день были различные составы хора?
11. (60) Сколько можно составить перестановок из  $n$  элементов, в которых данные  $t$  элементов не стоят рядом в любом порядке?

Вариант 3. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**ИДЗ №1 по дискретной математике**

Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.

1. На рис. 1 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

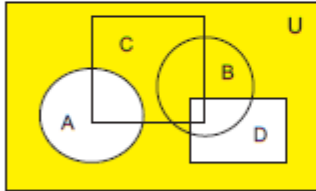


Рис. 1

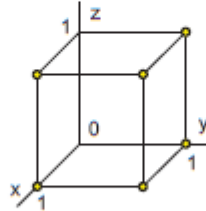


Рис. 2

2. Выполнить перевод чисел  
 $318_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  $0.991_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
3. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина  
 $f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y$ .
4. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 2.
5. (19) Какое количество матриц из  $n$  строк и  $m$  столбцов с элементами из множества  $\{0, 1\}$  можно составить?
6. (24) В правление избрано  $m$  человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя председателя, секретаря и казначея. Сколькими способами можно это сделать?
7. (37) Сколькими способами можно составить три пары из  $n$  шахматистов?
8. (45) Найти число способов раскладки  $n$  различных шаров по  $m$  различным корзинам?
9. (69) Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых встречается 1, или тех, в записи которых ее нет?
10. (76) Сколькими способами можно распределить  $3n$  различных книг между тремя лицами так, чтобы числа книг образовывали арифметическую прогрессию?
11. (85) В лифт сели 8 человек. Сколькими способами они могут выйти на четырех этажах так, чтобы на каждом этаже вышел, по крайней мере, один человек?

## Комплект индивидуальных домашних заданий №2

### Темы: «Смысловая интерпретация, минимизация и полнота булевых функций, исчисление высказываний и предикатов».

Вариант 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №2 по дискретной математике*

*Формализация высказываний. Минимизация и полнота булевых функций.*

1. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите его к ДНФ: (1) «Если светит солнце, то для того, чтобы не было дождя, достаточно, чтобы дул ветер».
2. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите его к ДНФ: (2) «Неверно, что если дует ветер, то солнце светит только тогда, когда нет дождя».
3. Переведите высказывание на язык формальной логики. Найдите его отрицание и приведите к ДНФ: (1) «Если пойдет дождь, Ваня и Петя останутся дома».
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\overline{x}\overline{y}\overline{z} \vee xyz \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee x\overline{y}z \vee x\overline{y}\overline{z} \vee xy\overline{z}$ .
  - 2).  $\overline{x}y\overline{z} \vee xyz \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee x\overline{y}z \vee x\overline{y}\overline{z}$ .
5. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\overline{x}\overline{y}z\overline{w} \vee \overline{x}yzw \vee \overline{x}\overline{y}zw \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z}w \vee x\overline{y}\overline{z}w \vee xy\overline{z}w \vee \overline{x}y\overline{z}w \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z}w$ .
  - 2).  $x\overline{y}z\overline{w} \vee xyz\overline{w} \vee \overline{x}yz\overline{w} \vee \overline{x}\overline{y}z\overline{w} \vee x\overline{y}\overline{z}w \vee xy\overline{z}w \vee \overline{x}y\overline{z}w \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z}w$ .
  - 3).  $y\overline{z}\overline{w} \vee xy\overline{z} \vee \overline{y}\overline{z}w \vee x\overline{y}w \vee \overline{x}yz\overline{w} \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z}w$ .
6.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\overline{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, x \vee y, 1\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, x \rightarrow \overline{y}z\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ . б).  $f = xy(x \oplus y)$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y) \rightarrow \overline{x} \cdot \overline{z} \rightarrow (y \rightarrow z)$ . б).  $f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{2n+1} \oplus 1$ .
7. Доказать формулы: 1) и 2) доказательства выполнить в рамках системы аксиом Клини; 3) доказать методом резолюций.
  - 1).  $A \supset B \vdash \neg B \supset \neg A$
  - 2).  $\vdash ((A \supset B) \wedge \neg B) \supset \neg A$ .
  - 3).  $B \supset \neg A, A, B \vee C, C \sim D \vdash B \supset D$ .

Вариант 2. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №2 по дискретной математике*

*Формализация высказываний. Минимизация и полнота булевых функций.*

1. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите его к ДНФ: (3) «Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя».
2. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите его к ДНФ: (4) «Если ветра нет, то для дождя необходима пасмурная погода».
3. Переведите высказывание на язык формальной логики. Найдите его отрицание и приведите к ДНФ: (2) «Коля решит задачу, если он вспомнит нужную теорему».
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z$ .
  - 2).  $\bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xyz$ .
5. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}zw \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 2).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}zw \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee xyz\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee \bar{x}z\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
6.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z$ . б).  $f = x \leftrightarrow (y \leftrightarrow x)$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \rightarrow z$ . б).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_{2n} \oplus 1$ .
7. Доказать формулы: 1) и 2) доказательства выполнить в рамках системы аксиом Клини; 3) доказать методом резолюций.
  - 1).  $\neg C \supset \neg D, \neg B \supset \neg C, D \vdash B$ .
  - 2).  $\vdash (A \supset (\neg B \supset C)) \supset (\neg B \supset (A \supset C))$ .
  - 3).  $\neg(C \supset B) \supset \neg A, D \supset A \vdash C \supset (\neg B \supset \neg D)$ .

Вариант 3. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**ИДЗ №2 по дискретной математике**

*Формализация высказываний. Минимизация и полнота булевых функций.*

1. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите его к ДНФ: (5) «Если погода пасмурная и дует ветер, то дождя нет. Но дождь идет. Значит, нет ветра».
2. Переведите высказывание на язык формальной логики и приведите его к ДНФ: (6) «Неверно, что если погода пасмурная, то дождь идет тогда и только тогда, когда нет ветра».
3. Переведите высказывание на язык формальной логики. Найдите его отрицание и приведите к ДНФ: (3) «Хотя бы один из мальчиков (Ваня, Петя, Коля) — ошибается».
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z}$ .
  - 2).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
5. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}zw \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee xy\bar{z}w \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
6.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \sim y, x \vee y, 0\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, \neg(x \oplus y \oplus z)\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?
    - a).  $f = x \rightarrow (x \rightarrow y)$ . b).  $f = xy \vee yz \vee zx \rightarrow z$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?
    - a).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \sim z$ . b).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_n \oplus 1$ .
7. Доказать формулы: 1) и 2) доказательства выполнить в рамках системы аксиом Клини; 3) доказать методом резолюций.
  - 1).  $A \supset (B \supset C) \vdash B \supset (A \supset C)$ .
  - 2).  $\vdash ((A \supset B) \wedge \neg B) \supset \neg A$ .
  - 3).  $\neg A \supset C, C \supset B, \neg D \vee A, \vdash (A \supset B) \supset ((B \supset D) \supset B)$ .

## Комплект индивидуальных домашних заданий № 3

**Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, методы обхода графа».**

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №3 — Теория графов*

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

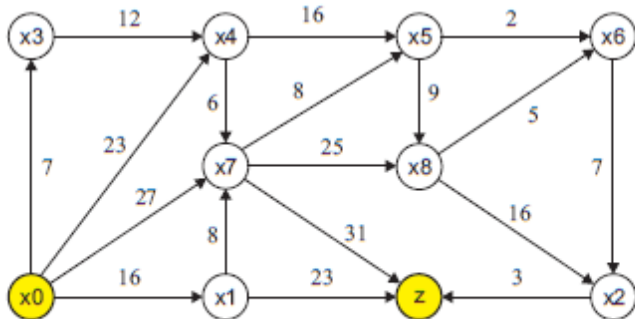


Рис. 1

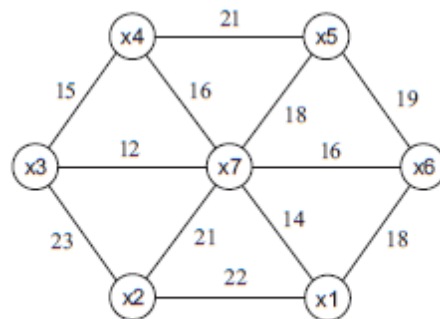


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

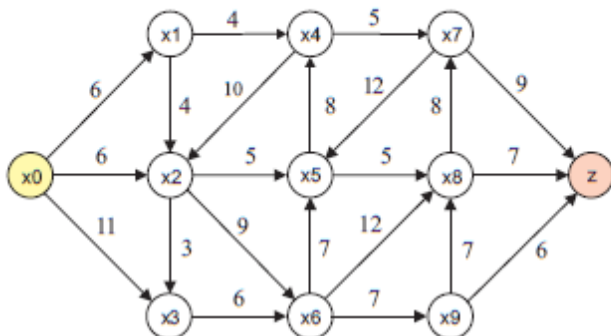


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. **(1)** Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ №3 — Теория графов

Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.  
Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

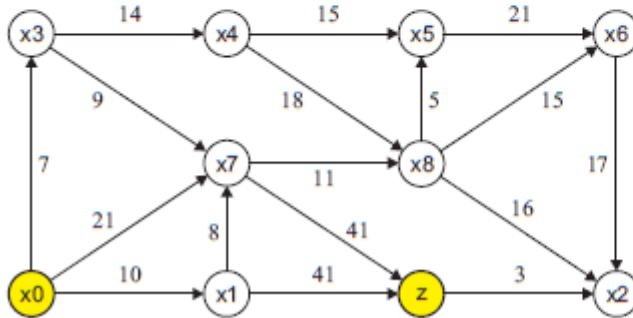


Рис. 1

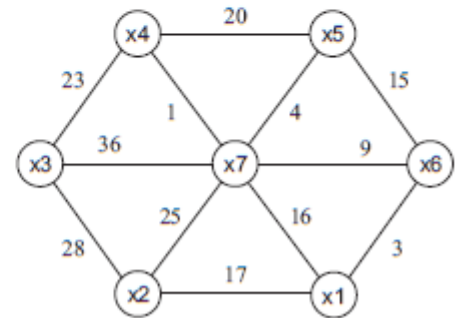


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

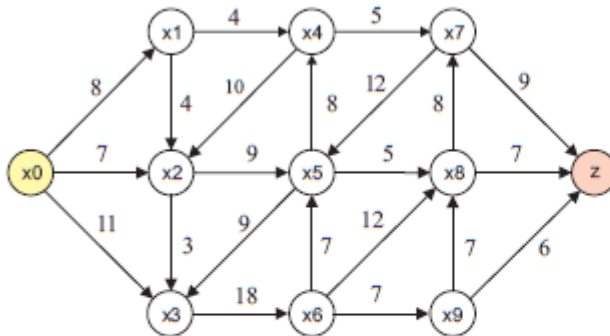


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. **(1)** Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ №3 — Теория графов

Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

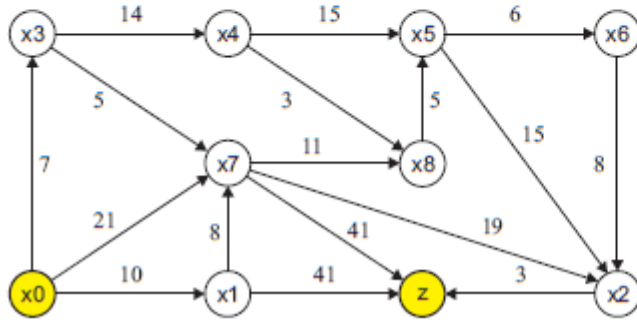


Рис. 1

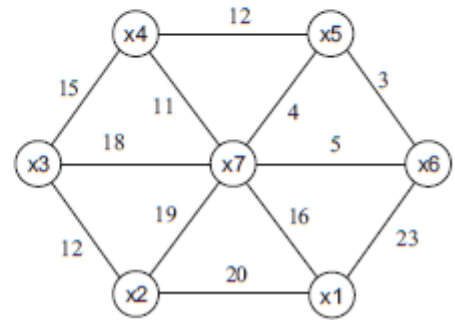


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

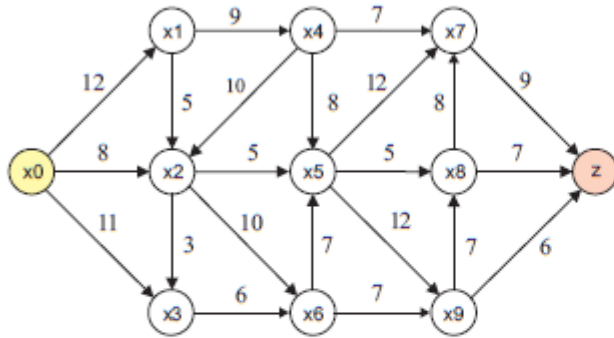


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. (1) Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.



## Комплект индивидуальных домашних заданий № 4

**Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, способы обхода графа».**

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №4 — Теория графов*

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис. 1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

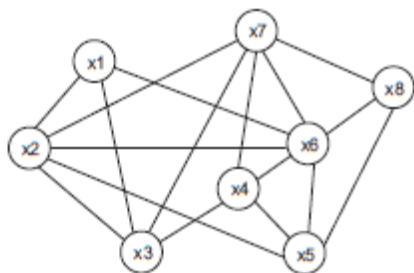


Рис. 1

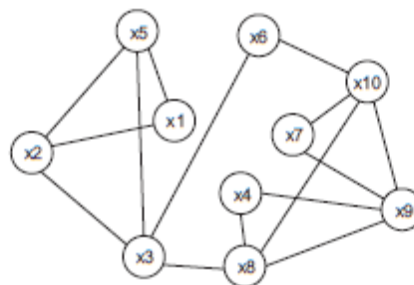


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

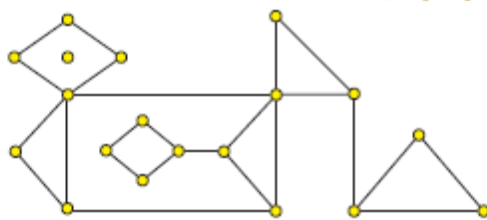


Рис. 3

$$A = \begin{pmatrix} 23 & 24 & 5 & 9 & 10 \\ 22 & 23 & 4 & 8 & 9 \\ 15 & 16 & 23 & 3 & 4 \\ 11 & 12 & 17 & 21 & 22 \\ 10 & 11 & 18 & 20 & 21 \end{pmatrix}$$

Рис. 4. Найти минимум

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $s_2 - \{1, 2, 4, 7\}$ ,  $s_3 - \{2, 5\}$ ,  $s_4 - \{3, 5\}$ ,  $s_5 - \{1, 2\}$ ,  $s_6 - \{1, 2, 3\}$ ,  $s_7 - \{2, 3, 5\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 1), (s_2, 2), (s_3, 5), (s_4, 3)\}$ .

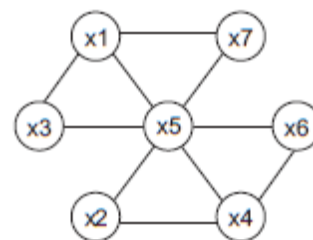


Рис. 5

4. Решить задачу о назначениях для матрицы назначений на рис. 4.
5. Определите структуру смежности графа на рис. 5. (1) Поиском в глубину с учётом структуры смежности графа получите фундаментальное множество циклов (ФМЦ) — базис циклов графа. (2) Запишите все остальные циклы графа в виде линейной комбинации ФМЦ графа.
6. Исходные данные: 3, 8, 7, 6, 4, 9, 2, 5, 1 (1). Сортировать методом Флойда. (2). Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх. 3). Удалить из ДДС элементы 1, 3, 5, 7, 9.

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ №4 — Теория графов

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис. 1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

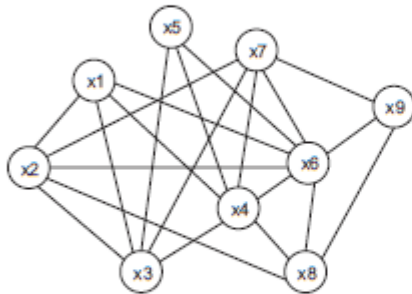


Рис. 1

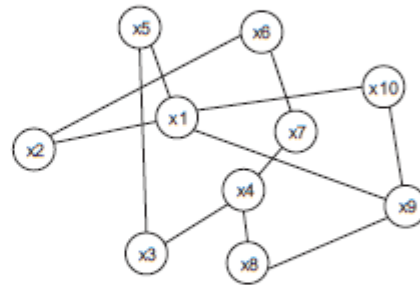


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

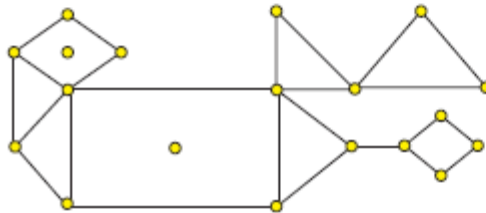


Рис. 3

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 20 & 60 & 15 & 21 \\ 38 & 71 & 69 & 49 & 60 \\ 28 & 13 & 80 & 28 & 34 \\ 58 & 34 & 13 & 37 & 25 \\ 30 & 3 & 53 & 20 & 21 \end{pmatrix}$$

Рис. 4. Найти минимум

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{3, 2, 7, 6\}$ ,  $s_2 - \{3, 2, 1, 5\}$ ,  $s_3 - \{2, 4\}$ ,  $s_4 - \{7, 4\}$ ,  $s_5 - \{3, 2\}$ ,  $s_6 - \{3, 2, 7\}$ ,  $s_7 - \{2, 7, 4\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 3), (s_2, 2), (s_3, 4), (s_4, 7)\}$ .

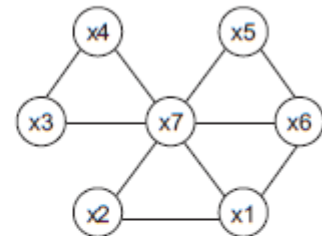


Рис. 5

4. Решить задачу о назначениях для матрицы назначений на рис. 4.
5. Определите структуру смежности графа на рис. 5. (1) Поиском в глубину с учётом структуры смежности графа получите фундаментальное множество циклов (ФМЦ) — базис циклов графа. (2) Запишите все остальные циклы графа в виде линейной комбинации ФМЦ графа.
6. Исходные данные: 8, 7, 2, 1, 4, 9, 6, 3, 5 (1). Сортировать методом Флойда. (2). Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх. 3). Удалить из ДДС элементы 1, 3, 5, 7, 9.

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №4 — Теория графов*

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис. 1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

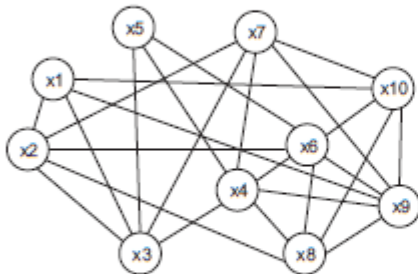


Рис. 1

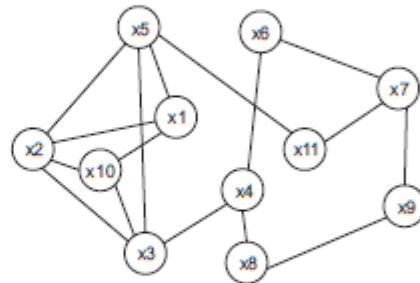


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

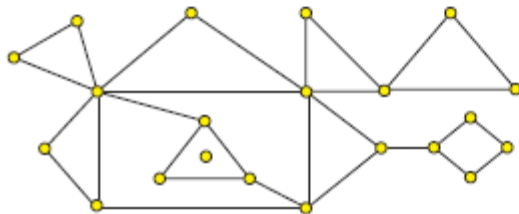


Рис. 3

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 20 & 57 & 15 & 21 \\ 38 & 69 & 65 & 49 & 55 \\ 28 & 13 & 82 & 28 & 35 \\ 48 & 34 & 12 & 37 & 25 \\ 30 & 3 & 53 & 17 & 22 \end{pmatrix}$$

Рис. 4. Найти минимум

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{4, 5, 2, 1\}$ ,  $s_2 - \{4, 5, 7, 3\}$ ,  $s_3 - \{5, 6\}$ ,  $s_4 - \{2, 6\}$ ,  $s_5 - \{4, 5\}$ ,  $s_6 - \{4, 5, 2\}$ ,  $s_7 - \{5, 2, 6\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 4), (s_2, 5), (s_3, 6), (s_4, 2)\}$ .

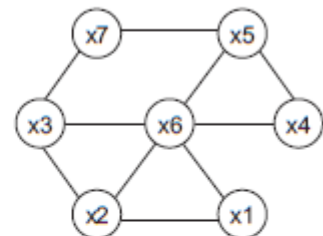


Рис. 5

4. Решить задачу о назначениях для матрицы назначений на рис. 4.
5. Определите структуру смежности графа на рис. 5. (1) Поиском в глубину с учётом структуры смежности графа получите фундаментальное множество циклов (ФМЦ) — базис циклов графа. (2) Запишите все остальные циклы графа в виде линейной комбинации ФМЦ графа.
6. Исходные данные: 6, 8, 5, 7, 9, 4, 2, 3, 1 (1). Сортировать методом Флойда. (2). Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх. 3). Удалить из ДДС элементы 1, 3, 5, 7, 9.

## Комплект индивидуальных домашних заданий № 5

### Темы: «Теория групп. Групповые свойства целых чисел»

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №5 — Теория групп. Групповые свойства целых чисел*

**Задача 1.** Пусть дана абелева группа  $G = \{0, 1, 2, \dots, m - 1\}$  с операцией сложения  $a + b = c \pmod{m}$ , по модулю  $m$ .

Необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Проверить, что  $G$  является циклической группой.
2. Найти все образующие элементы группы. Для максимального её образующего элемента  $r \in G$  записать все элементы группы в порядке  $G = \{r^{(1)}, r^{(2)}, \dots, r^{(m-1)}, r^{(m)} = 0\}$ , где  $r^{(k)} = \underbrace{r + r + \dots + r}_k$ .
3. Найти порядки всех элементов группы  $G$ .
4. Составить все примарные подгруппы  $A(p)$  группы  $G$ , и записать  $G$  как прямое произведение своих примарных подгрупп  $A(p)$ .
5. Найти все циклические подгруппы  $C(p^\alpha)$  каждой примарной подгруппы  $A(p)$ , и выполнить разложение каждой примарной подгруппы  $A(p)$  в прямое произведение своих циклических подгрупп  $A(p) = C_1(p^{\alpha_1}) \times C_2(p^{\alpha_2}) \times \dots \times C_n(p^{\alpha_n})$ .
6. Значение модуля равно  $m = 15$ .

**Задача 2.** Пусть дана приведённая система вычетов  $M_\pi(m)$  — группа с операцией умножения по модулю  $m$ , операция  $a \cdot b = c \pmod{m}$ .

Необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Выписать все элементы группы  $M_\pi(m)$ .
2. Найти порядки всех элементов группы  $M_\pi(m)$ .
3. Составить все примарные подгруппы  $A(p)$  группы  $M_\pi(m)$ , и записать  $M_\pi(m)$  как прямое произведение своих примарных подгрупп  $A(p)$ .
4. Найти все циклические подгруппы  $C(p^\alpha)$  каждой примарной подгруппы  $A(p)$ , и выполнить разложение каждой примарной подгруппы  $A(p)$  в прямое произведение своих циклических подгрупп  $A(p) = C_1(p^{\alpha_1}) \times C_2(p^{\alpha_2}) \times \dots \times C_n(p^{\alpha_n})$ .
5. Значение модуля равно  $m = 24$ .

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ №5 — Теория групп. Групповые свойства целых чисел

**Задача 1.** Пусть дана абелева группа  $G = \{0, 1, 2, \dots, m - 1\}$  с операцией сложения  $a + b = c \pmod{m}$ , по модулю  $m$ .

Необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Проверить, что  $G$  является циклической группой.
2. Найти все образующие элементы группы. Для максимального её образующего элемента  $r \in G$  записать все элементы группы в порядке  $G = \{r^{(1)}, r^{(2)}, \dots, r^{(m-1)}, r^{(m)} = 0\}$ , где  $r^{(k)} = \underbrace{r + r + \dots + r}_k$ .
3. Найти порядки всех элементов группы  $G$ .
4. Составить все примарные подгруппы  $A(p)$  группы  $G$ , и записать  $G$  как прямое произведение своих примарных подгрупп  $A(p)$ .
5. Найти все циклические подгруппы  $C(p^\alpha)$  каждой примарной подгруппы  $A(p)$ , и выполнить разложение каждой примарной подгруппы  $A(p)$  в прямое произведение своих циклических подгрупп  $A(p) = C_1(p^{\alpha_1}) \times C_2(p^{\alpha_2}) \times \dots \times C_n(p^{\alpha_n})$ .
6. Значение модуля равно  $m = 20$ .

**Задача 2.** Пусть дана приведённая система вычетов  $M_\pi(m)$  — группа с операцией умножения по модулю  $m$ , операция  $a \cdot b = c \pmod{m}$ .

Необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Выписать все элементы группы  $M_\pi(m)$ .
2. Найти порядки всех элементов группы  $M_\pi(m)$ .
3. Составить все примарные подгруппы  $A(p)$  группы  $M_\pi(m)$ , и записать  $M_\pi(m)$  как прямое произведение своих примарных подгрупп  $A(p)$ .
4. Найти все циклические подгруппы  $C(p^\alpha)$  каждой примарной подгруппы  $A(p)$ , и выполнить разложение каждой примарной подгруппы  $A(p)$  в прямое произведение своих циклических подгрупп  $A(p) = C_1(p^{\alpha_1}) \times C_2(p^{\alpha_2}) \times \dots \times C_n(p^{\alpha_n})$ .
5. Значение модуля равно  $m = 16$ .

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*ИДЗ №5 — Теория групп. Групповые свойства целых чисел*

**Задача 1.** Пусть дана абелева группа  $G = \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$  с операцией сложения  $a + b = c \pmod{m}$ , по модулю  $m$ .

Необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Проверить, что  $G$  является циклической группой.
2. Найти все образующие элементы группы. Для максимального её образующего элемента  $r \in G$  записать все элементы группы в порядке  $G = \{r^{(1)}, r^{(2)}, \dots, r^{(m-1)}, r^{(m)} = 0\}$ , где  $r^{(k)} = \underbrace{r + r + \dots + r}_k$ .
3. Найти порядки всех элементов группы  $G$ .
4. Составить все примарные подгруппы  $A(p)$  группы  $G$ , и записать  $G$  как прямое произведение своих примарных подгрупп  $A(p)$ .
5. Найти все циклические подгруппы  $C(p^\alpha)$  каждой примарной подгруппы  $A(p)$ , и выполнить разложение каждой примарной подгруппы  $A(p)$  в прямое произведение своих циклических подгрупп  $A(p) = C_1(p^{\alpha_1}) \times C_2(p^{\alpha_2}) \times \dots \times C_n(p^{\alpha_n})$ .
6. Значение модуля равно  $m = 21$ .

**Задача 2.** Пусть дана приведённая система вычетов  $M_\pi(m)$  — группа с операцией умножения по модулю  $m$ , операция  $a \cdot b = c \pmod{m}$ .

Необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Выписать все элементы группы  $M_\pi(m)$ .
2. Найти порядки всех элементов группы  $M_\pi(m)$ .
3. Составить все примарные подгруппы  $A(p)$  группы  $M_\pi(m)$ , и записать  $M_\pi(m)$  как прямое произведение своих примарных подгрупп  $A(p)$ .
4. Найти все циклические подгруппы  $C(p^\alpha)$  каждой примарной подгруппы  $A(p)$ , и выполнить разложение каждой примарной подгруппы  $A(p)$  в прямое произведение своих циклических подгрупп  $A(p) = C_1(p^{\alpha_1}) \times C_2(p^{\alpha_2}) \times \dots \times C_n(p^{\alpha_n})$ .
5. Значение модуля равно  $m = 20$ .



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ

### **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика»  
Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
профиль: «Сквозные цифровые технологии»  
Форма подготовки: очная

Владивосток

2020

## Паспорт ФОС

В результате изучения данной дисциплины у студентов формируются следующие компетенции: ОПК-1 — способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики в профессиональной деятельности.

### Контроль достижения целей курса

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства уровня сформированности компетенции		
			текущий контроль, задания для выполнения		промежуточная аттестация, показатели
<b>Третий семестр, экзамен (36/36)</b>					
3.	Множества, комбинаторные схемы. Булевы функции, полнота. Исчисление высказываний и предикатов (36/36 час.)	ОПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 1,2 вопросы 1-11, <b>сдать на удовлетворительно</b>
			Умеет	ИДЗ-1.2. Проверка домашних заданий (УО-1)	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-15, <b>сдать на хорошо</b>
			Владеет	КР-1 «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы» (ПР-2). КР-2 «Минимизация и полнота булевых функций, исчисление высказываний и предикатов» (ПР-2).	Типовые задачи КР 1,2, вопросы 1-20, <b>сдать на хорошо и отлично</b>
<b>Четвертый семестр, зачет (36/26)</b>					
4.	Теория графов. Теория групп, свойство целых чисел (36/26 час.)	ОПК-1	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Типовые задачи КР 3,4 вопросы 1-11, <b>сдать на удовлетворительно</b>
			Умеет	ИДЗ-3.4. Проверка домашнего задания (УО-1).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-11, <b>сдать на хорошо</b>
			Владеет	КР-3 «Маршруты по графу, потоки в сетях, остовные деревья, поиск по графу» (ПР-2). КР-4 «Паросочетания, хроматические графы, компоненты связности, корневые деревья» (ПР-2).	Типовые задачи КР 3,4, вопросы 1-2, <b>сдать на хорошо и отлично 0</b>

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	критерии	показатели
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области дискретной математики и математической логики в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Знает на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса; практические подходы и приемы решения задач; взаимосвязь разделов курса с другими дисциплинами.	Знание всех определений и основных понятий, знание основных теорем, знание последовательности изучения основных разделов курса дискретной математики.	Способность дать формулировки определений, теорем, способность провести доказательства теорем, охарактеризовать базовые модели курса.
	ОПК-1.2. Умеет практически решать стандартные задачи курса, применять методы дискретной математики при решении профессиональных задач;	Умение использовать необходимые формулы при решении задач, умение использовать необходимые теоремы при доказательстве,	Способен увидеть в материалах курса базовые практические модели для использования



	доказывать утверждения, строить модели объектов, понятий, определений и содержательно их интерпретировать; применять полученные знания в других дисциплинах.	умение применять необходимый математический аппарат при построении моделей.	в профессиональной деятельности.
	ОПК-1.3. Владеет современным математическим аппаратом и инструментарием дискретной математики для решения математических задач в своей предметной области, в том числе, реализуемыми с помощью компьютерной техники; владеет навыками алгоритмизации и моделированием прикладных задач с привлечением методов дискретной математики; способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов дискретной математики в современных программных комплексах.	Владение навыками решения типовых задач курса дискретной математики, владение математическим аппаратом дискретной математики при построении моделей в своей предметной области.	Способен обоснованно выполнить выбор той или иной модели дискретной математики для решения конкретной задачи.

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1 и Приложении 2.

**Методические рекомендации, определяющие процедуры  
оценивания результатов освоения дисциплины  
Оценочные средства для промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Промежуточная аттестация и текущий контроль по дисциплине осуществляется с использованием балльно-рейтинговой системы.

По дисциплине «Дискретная математика и математическая логика» учебным планом в третьем семестре предусмотрен экзамен, в четвертом семестре — зачет.

**Перечень вопросов для подготовки к экзамену  
в третьем семестре**

(лекций 36 часов, практических занятий 26 часов)

## **Раздел «Множества, комбинаторные схемы»**

1. Операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Алгоритм генерации подмножеств множества.
2. Задача оптимального кодирования как критерий эффективности использования систем счисления в ЭВМ. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Связь 2, 8 и 16 систем счисления.
3. Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.
4. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов, вычисление значений различных сумм биномиальных коэффициентов.
5. Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие.

## **Раздел «Булевы функции»**

6. Таблицы истинности булевых функции. Операции замены переменных и суперпозиции. Приоритет операций (булевых функций) в логических выражениях. Интерпретация булевых функций: релейно-контактными схемами, элементами вычислительных машин, смысловая интерпретация.
7. Алгебра Буля. Операции алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций.
8. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к СДНФ и СКНФ. Способы приведения к стандартным формам булевых функций.
9. Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных.
10. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно.
11. Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ.

## **Раздел «Функциональная полнота булевых функций»**

12. Определение функционально полных наборов. Алгебра Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Теорема Жегалкина о представлении булевых функ-

ций полиномами Жегалкина. Функционально полный набор операций алгебры Жегалкина.

13. Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Доказательство теорем о замкнутости классов Поста относительно операций замены переменных и суперпозиции. Определение количества функций в каждом классе.
14. Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Фиксированные и переменные функции в полных наборах.
15. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Классы Поста в функционально полных наборах. Примеры формирования функционально полных наборов.

### **Раздел «Исчисление высказываний и предикатов»**

16. Основные задачи исчисления высказываний. Схемы правильного логического вывода. Законы формальной логики.
17. Формальное введение в исчисление высказываний. Система аксиом Клини и расширенного исчисления высказываний. Формальные операции, правила вывода: правило подстановки, правило заключения по импликации, правило подстановки по эквивалентности, правило замены по эквивалентности.
18. Формализация доказательства и вывода. Теорема о дедукции. Характерные выводимости. Метод резолюций (резолютивный вывод) — доказательство общезначимых формул.
19. Понятие предиката. Операции над предикатами. Определение кванторов. Свободные и связанные переменные. Строение исчисления предикатов. Предикаты свойств.
20. Исчисление одноместных предикатов, исчисление классов. Категорические суждения. Закон отрицания, закон обращения. Структура категорических силлогизмов. Техника преобразования формул в исчислении предикатов. Предваренная нормальная форма предикатов.

### **Перечень вопросов для подготовки к зачету в четвертом семестре**

(лекций 36 часов, практических занятий 36 часов)

### **Раздел «Теория графов»**

1. *(Основные определения)* Представления графов: матрица смежности, матрица инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнительный граф, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа,

- Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл, гамильтоновы цепи и циклы. Дерево, лес.
2. Понятие отношения эквивалентности. Компоненты связности. Алгоритм выделения компонент связности (множественное описание).
  3. Определение остовного дерева. Жадный алгоритм (Краскала) и алгоритм (Прима) ближайшего соседа построения минимального остовного дерева. Множественное описание алгоритмов. Сложность алгоритма построения минимального остовного дерева.
  4. Кратчайшие пути на графе. Алгоритм определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.
  5. Транспортные сети. Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза. Теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке по транспортной сети. Алгоритм пометок для построения максимального потока. Сложность алгоритма построения максимального потока.
  6. Двудольные графы. Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа (теорема Кенига). Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
  7. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе.
  8. Метод поиска в глубину (множественное описание алгоритма), как основной метод систематического исследования вершин графа. Определение фундаментального множества циклов, DFS-базис пространства циклов.
  9. Пространство остовных подграфов. Квазициклы, замкнутость квазициклов. Разложение квазициклов в объединение простых попарно не пересекающихся простых циклов. Фундаментальное множество циклов — базис линейного пространства циклов (DFS – базис).
  10. Клики, независимые множества, листы, блоки, мосты. Хроматические графы. Неявная раскраска вершин графа. Оптимальная раскраска – метод Магу.
  11. Эйлеровы графы. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании Эйлера пути на графе.

### **Раздел «Теория групп, свойства целых чисел»**

12. Определение группы, подгруппы. Смежные левые (правые) классы. Теорема Лагранжа.
13. Циклические группы, теоремы о циклических группах.

14. Нормальный делитель, фактор группа.
15. Гомоморфизм групп. Доказать, что ядро и образ гомоморфизма являются подгруппами.
16. Элементы теории чисел. Сравнения, свойства сравнений. Приведенная система вычетов.
17. НОД, НОК, алгоритм Евклида получения НОД,
18. Простые числа. Свойства простых чисел. Эратосфеново решето (уметь объяснить алгоритм Эратосфенова решета).
19. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера. Теорема Эйлера.
20. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.

## Примеры экзаменационных билетов в третьем семестре

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.01 — *Математика и компьютерные науки*

01.03.02 — *Прикладная математика и информатика*

Форма обучения: *очная, 2 курс*

Дисциплина: *Дискретная математика и математическая логика*

Семестр *осенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

### Экзаменационный билет №1

1. (*Теория*) Задача оптимального кодирования (оптимальная система счисления). Перевод целых чисел из 10-й системы счисления в  $q$ -ю (обоснование перевода).
2. (*Задача*) Выполнить минимизацию методом Карно.  
 $yz\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}z w \vee x\bar{y} w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z w.$
3. (*Задача*) Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, x \rightarrow \bar{y}z\}$ . Получить функции  $\bar{x}$ ,  $x \cdot y$ ,  $x \vee y$ .
4. (*Задача*) Доказать формулу методом резолюций:  
 $B \supset \neg A, A, B \vee C, C \sim D \vdash B \supset D.$

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.01 — *Математика и компьютерные науки*

01.03.02 — *Прикладная математика и информатика*

Форма обучения: *очная, 2 курс*

Дисциплина: *Дискретная математика и математическая логика*

Семестр *осенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

**Экзаменационный билет №2**

1. (Теория) Теоремы о СДНФ и СКНФ (доказательство).
2. (Задача) *Задача о беспорядках.* Имеем  $t$  различных шаров  $a_1, a_2, \dots, a_t$  и столько же различных корзин  $k_1, k_2, \dots, k_t$ . Сколькими способами можно разместить предметы по корзинам так, чтобы никакой предмет  $a_i$  не попал в свою корзину  $k_i$ , пустые корзины не допускаются? *Указание: воспользоваться принципом включения и исключения.*
3. (Задача) Проверить, что набор булевых функций  $\sigma = \{x \rightarrow y, x \leftrightarrow yz\}$  является полным. Получить функции:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .
4. (Задача) Доказать формулу методом резолюций:  
 $\neg(C \supset B) \supset \neg A, D \supset A \vdash C \supset (\neg B \supset \neg D)$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.01 — *Математика и компьютерные науки*

01.03.02 — *Прикладная математика и информатика*

Форма обучения: *очная, 2 курс*

Дисциплина: *Дискретная математика и математическая логика*

Семестр *осенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

**Экзаменационный билет №3**

1. (*Теория*) Теорема Жегалкина — полнота булевых функций  $\sigma = \{1, \wedge, \oplus\}$ . Доказательство единственности представления булевых функций полиномами Жегалкина.
2. (*Задача*) Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а)  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ , б)  $f = xy(x \oplus y)$ .
3. (*Задача*) Имеется  $n$  одинаковых вещей и еще  $n$  различных вещей. Сколькими способами можно выбрать из них  $n$  вещей? Сколькими способами можно упорядочить все  $2n$  вещей?
4. (*Задача*) Доказать формулу методом резолюций:  
 $\neg A \supset C, C \supset B, \neg D \vee A, \vdash (A \supset B) \supset ((B \supset D) \supset B)$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_



## Примеры билетов на зачет в четвертом семестре

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.01 — *Математика и компьютерные науки*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика и математическая логика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

### Билет на зачёт №1

1. (Теория) Определение листа в графе (циклически-реберная связность), определение моста. Теорема. Доказать, что два листа могут связываться не более, чем одним мостом (доказательство).
2. (Задача) Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры. Результаты вычислений представить в табличной форме.

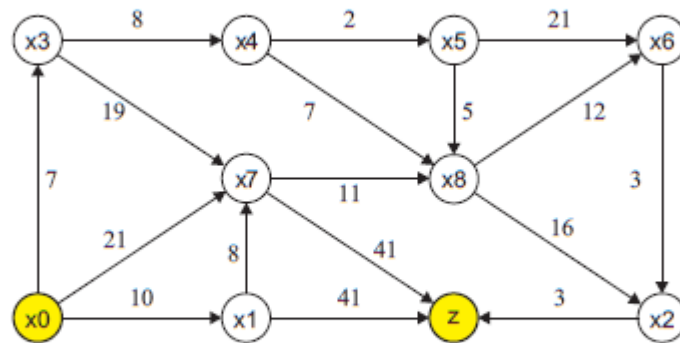


Рис. 1

Экзаменатор \_\_\_\_\_ Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.01 — *Математика и компьютерные науки*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика и математическая логика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

**Билет на зачёт №2**

1. (*Теория*) Двудольные графы. Определение двудольного графа. *Теорема*. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа (доказательство). Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
2. (*Задача*) Найти минимальное остовное дерево графа (рис.1), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) или алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов (DFS-базис) графа относительно найденного минимального остовного дерева. Составить какой-либо цикл графа, который не вошёл в DFS-базис, как линейную комбинацию циклов DFS-базиса.

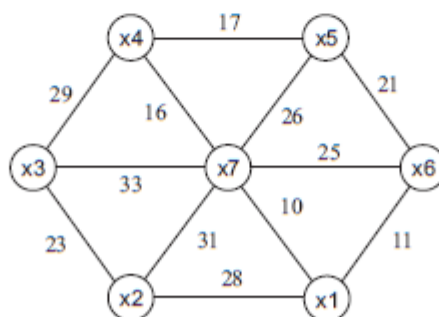


Рис. 1

Экзаменатор \_\_\_\_\_ Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»

Школа: *Школа Естественных наук*

ООП: 02.03.01 — *Математика и компьютерные науки*

ООП: 01.03.02 — *Прикладная математика и информатика*

Форма обучения: *очная*

Дисциплина: *Дискретная математика и математическая логика*

Семестр *весенний 2019/2020* учебного года

Реализующая кафедра: *Кафедра алгебры, геометрии и анализа*

---

**Билет на зачёт №3**

1. (*Теория*) Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. *Теорема* о классах эквивалентности (доказательство).
2. (*Задача*) Выполнить хроматическое разложение графа (рис.1). Найти все клики, листы, блоки и мосты. Определить центры, радиус и диаметр графа.

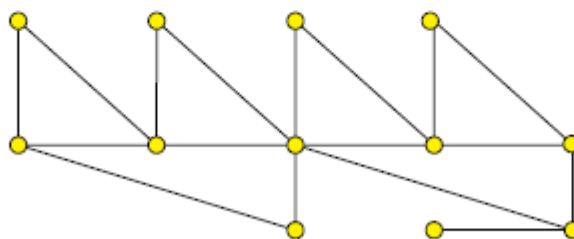


Рис. 1

Экзаменатор \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## Критерии оценки

100–86 баллов — если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

85–76 баллов — знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

75–61 балл — фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

60–50 баллов — незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

## Критерии выставления оценки студенту на зачете/ экзамене

Баллы (рейтинговой оценки)	Оценка зачета/ экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
100-86	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
85-76	«зачтено»/ «хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61	«зачтено»/ «удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

60-50	<i>«не зачте- но»/ «неудовле- тво- рительно»</i>	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.
-------	--	---

## Оценочные средства для текущей аттестации

Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных мероприятий (контрольной работы, экспресс-контроль, домашнее задание) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная активность (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

**Контрольная работа** является формой контроля усвоения студентами практической части курса. Выполняется студентами во время практических занятий по завершению изучения практической части разделов курса. Контрольная работа сдается преподавателю на проверку и оценивается в форме дифференцированного зачета.

Контрольная работа считается выполненной успешно при получении оценок «отлично», выполнены задания с несущественными замечаниями, «хорошо», выполнено не менее 80% заданий, или «удовлетворительно», выполнено не менее 65% заданий. При получении оценки «неудовлетворительно» контрольная работа считается не сданной, а соответствующий раздел практикума неусвоенным.

Студенту предоставляется возможность пересдать контрольную работу один раз во время консультаций по дисциплине с получением оценки на один балл ниже.

В течение двух семестров студенты выполняют четыре контрольные работы по различным разделам курса.

## Третий семестр

### Контрольная работа № 1

1. Множества, операции с множествами.
2. Булевы функции, стандартные формы.
3. Комбинаторные схемы.

### Контрольная работа № 2

1. Минимизация булевых функций.
2. Полнота булевых функций.
3. Исчисление высказываний и предикатов.

## Четвертый семестр

### Контрольная работа № 3

1. Маршруты на графе.
2. Остовные деревья.
3. Потоки в сетях.
4. Поиск на графе в глубину и ширину.

### Контрольная работа № 4

1. Хроматические графы, раскраска графов.
2. Двудольные графы, паросочетания.
3. Выделение двусвязных компонент графа листов и блоков.
4. Сортировка данных Флойда сложности  $O(n \log_2 n)$ .
5. Двоичные корневые деревья, их практические приложения

Варианты контрольных заданий охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения контрольных заданий студент должен изучить соответствующие материалы лекционного курса, материалы практических занятий и выполнить (в первую очередь) по данной теме соответствующее индивидуальное домашнее задание.

Контрольные работы по срокам проведения приурочены к защите (и выполнению) соответствующих индивидуальных домашних заданий. Наполнение задачами вариантов контрольных заданий выполняется из общей базы перечня задач, предлагаемых студентам в качестве индивидуальных домашних заданий.

Решение контрольных задач оцениваются по сто-бальной шкале. Количество баллов за контрольную работу выставляется пропорционально числу решенных задач. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл экзаменационной оценки в соответствующем семестре.

### План-график проведения контрольных работ по дисциплине

№ п/п	Сроки прове- дения (номера учебных недель)	Вид контрольной работы	Нормы времени на выпол- нение (в ча- сах)	Форма контроля
<b>третий семестр 36/36</b>				
1.	11	КР1 «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы»	2	Проведение КР1
2.	17	КР2 «Минимизация и полнота булевых функций»	2	Проведение КР2
3.	Сессия	Сдача экзамена	10	Прием экзамена
<b>четвертый семестр 36/26</b>				
1.	11	КР3 «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, поиск на графе в глубину и ширину»	2	Проведение КР3
2.	17	КР4 «Хроматические графы, листовые множества, мосты, блоковые множества, паросочетания, приложения двоичных деревьев»	2	Проведение КР4
3.	18	Сдача зачета	2	Прием зачета



## Комплект заданий для контрольной работы №1

Темы: «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы».

В а р и а н т 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа №1 по дискретной математике**

*Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.*

1. На рис.1 и рис.2 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

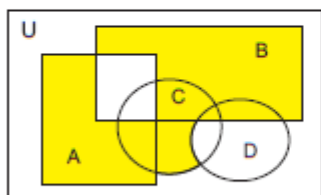


Рис. 1

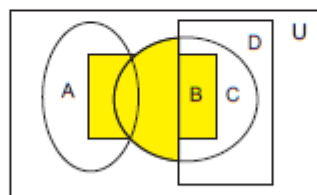


Рис. 2

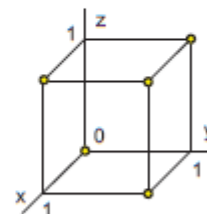


Рис. 3

2. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 3.
3. (9) Доказать, что  $\sum_{r=0}^k C_m^r C_n^{k-r} = C_{n+m}^k$  и  $\sum_{r=0}^n (C_n^k)^2 = C_{2n}^n$  (теорема сложения).
4. (19) Какое количество матриц из  $n$  строк и  $m$  столбцов с элементами из множества  $\{0, 1\}$  можно составить?
5. (33) Пусть  $n$  ( $n \geq 2$ ) человек садятся за круглый вращающийся стол. Два размещения будем считать совпадающими, если каждый человек имеет одних и тех же соседей в обоих случаях. Сколько существует способов сесть за стол?
6. (41) В колоде 52 карты. В скольких случаях при выборе из колоды 10 карт среди них окажутся: а) ровно один туз; б) хотя бы один туз; в) не менее двух тузов; г) ровно два туза?
7. (42) Сколькими способами можно выбрать 6 карт из колоды, содержащей 52 карты, так, чтобы среди них были карты каждой масти?
8. (61) На шахматную доску  $n \times n$  произвольным образом поставили две ладьи — черную и белую. Что вероятнее: ладьи бьют друг друга или нет?
9. (90) Сколько существует натуральных чисел, не превышающих  $10^n$ , у которых цифры расположены в неубывающем порядке?

Вариант 2. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа №1 по дискретной математике**

Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.

1. На рис.1 и рис.2 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

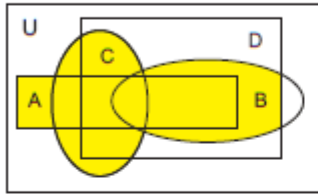


Рис. 1

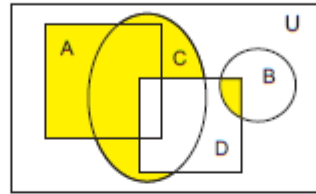


Рис. 2

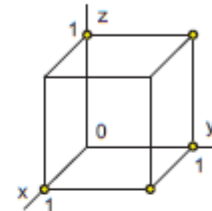


Рис. 3

2. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 3.
3. (1) Доказать комбинаторными рассуждениями (т.е. используя только определение числа сочетаний) тождества:  
а)  $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ . б)  $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-2}^{k-1} + \dots + C_{n-(k+1)}^0$ .
4. (20) Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
5. (27) Найти число векторов  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , координаты которых удовлетворяют условию  $a_i \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i = r$ .
6. (39) Доказать, что нечетное число предметов можно выбрать из  $n$  предметов  $2^{n-1}$  способами.
7. (46) Найти число способов раскладки  $n$  одинаковых шаров по  $m$  различным корзинам?
8. (85) В лифт сели 8 человек. Сколькими способами они могут выйти на четырех этажах так, чтобы на каждом этаже вышел, по крайней мере, один человек?
9. (115) Имеется  $n$  одинаковых вещей и еще  $n$  различных вещей. Сколькими способами можно выбрать из них  $n$  вещей? Сколькими способами можно упорядочить все  $2n$  вещей?

В а р и а н т 3. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа №1 по дискретной математике**

*Множества, системы счисления, булевы функции, комбинаторика.*

1. На рис.1 и рис.2 представлены множества  $A, B, C, D \subset U$ . Записать аналитическим выражением выделенную часть области  $U$ , используя переменные  $A, B, C, D$  и операции: объединение, пересечение, дополнение (отрицание).

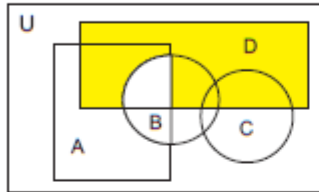


Рис. 1

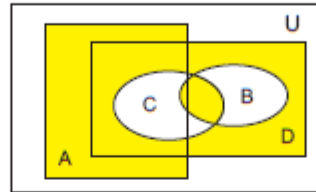


Рис. 2

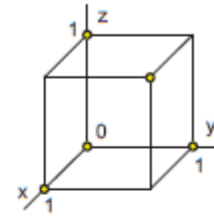


Рис. 3

2. Составить таблицу истинности, СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина для булевой функции  $w = f(x, y, z)$ , заданной графически на рис. 3.
3. (2) Доказать тождества:  
а)  $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$ ; б)  $\sum_{k=0}^n k C_n^k = n 2^{n-1}$ ; в)  $\sum_{k=0}^n k^2 C_n^k = n(n+1) 2^{n-2}$ .
4. (8) Доказать, что  $\sum_k C_n^{2k} = \sum_k C_n^{2k+1} = 2^{n-1}$ .
5. (31) Сколькими способами можно посадить  $n$  мужчин и  $n$  женщин за круглый стол так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом? Та же задача, но стол может вращаться и способы, переходящие при вращении друг в друга, считаются одинаковыми?
6. (41) В колоде 52 карты. В скольких случаях при выборе из колоды 10 карт среди них окажутся: а) ровно один туз; б) хотя бы один туз; в) не менее двух тузов; г) ровно два туза?
7. (58) Доказать, что в разложении числа  $n!$  на простые сомножители простое число  $p$  входит с показателем  $\left[ \frac{n}{p} \right] + \left[ \frac{n}{p^2} \right] + \left[ \frac{n}{p^3} \right] + \dots$ .
8. (82) Сколькими способами можно разделить 9 книг в 3 бандероли по 3 книги в каждую (порядок бандеролей не принимается во внимание)?
9. (94) Бросают  $m$  игральных костей, помеченных числами 1, 2, 3, 4, 5, 6. Сколько может получиться различных результатов (результаты, отличающиеся порядком очков, считаются одинаковыми)?

**Комплект заданий для контрольной работы №2**  
**Темы: «Минимизация и полнота булевых функций».**

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*Контрольная работа №2 по дискретной математике*

*Минимизация и полнота булевых функций*

1. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$ .
  - 2).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
2. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w} \vee xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
3. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z$ . б).  $f = x \leftrightarrow (y \leftrightarrow x)$ .
4. Если набор  $\sigma = \{f(x, y, z)\}$  полный, то получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z}$
5. Доказать формулу методом резолюций  
 $B \supset \neg A, A, B \vee C, C \sim D \vdash B \supset D$ .

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*Контрольная работа №2 по дискретной математике*

*Минимизация и полнота булевых функций*

1. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xyz$ .
  - 2).  $x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz$ .
2. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 2).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee xyzw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
3. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \sim y, xy, 0\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \leftrightarrow y, x \leftrightarrow \bar{y}z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy(x \oplus y)$ . б).  $f = x \leftrightarrow (x \leftrightarrow y)$ .
4. Если набор  $\sigma = \{f(x, y, z)\}$  полный, то получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$
5. Доказать формулу методом резолюций  
 $A \sim D, B \sim C, A \vee B \vdash D \supset (C \supset (A \cdot B))$ .

## Комплект заданий для контрольной работ №3

**Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, поиск на графе в глубину и ширину».**

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

*Контрольная работа №3 по дискретной математике*

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

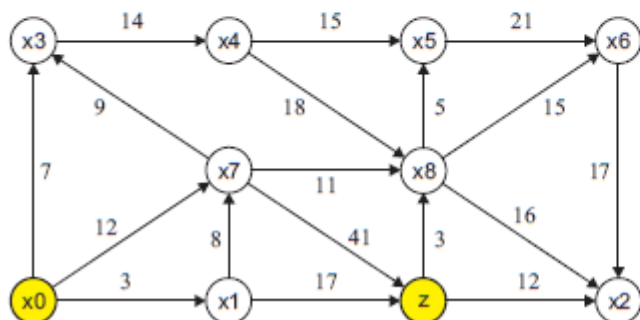


Рис. 1

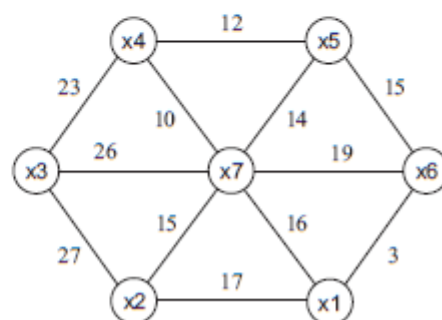


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

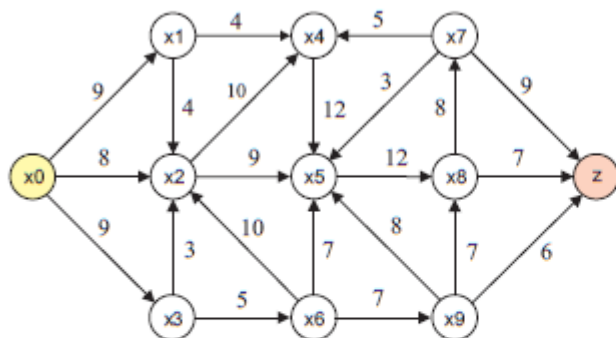


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. **(1)** Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа № 3 по дискретной математике**

*Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

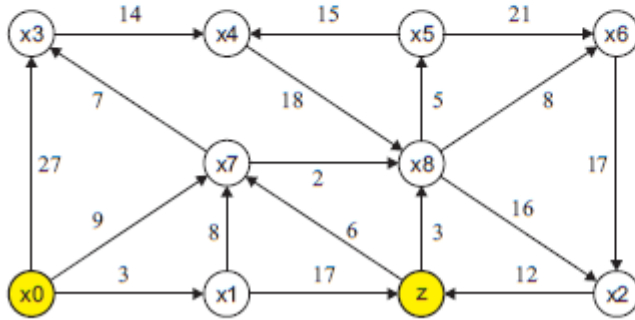


Рис. 1

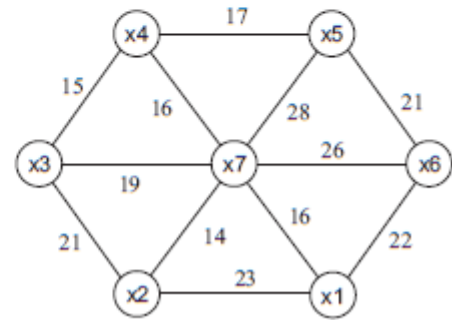


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

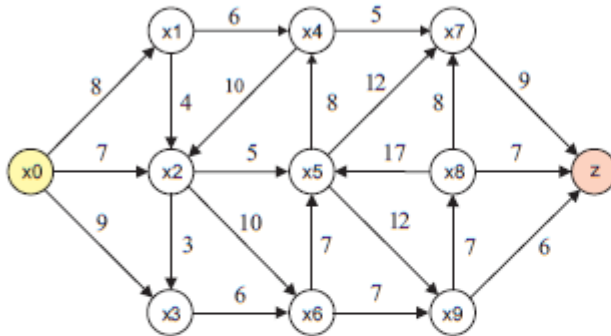


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. (1) Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа № 3 по дискретной математике**

Пути на графе, остовные деревья, потоки в сетях, обход графа

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

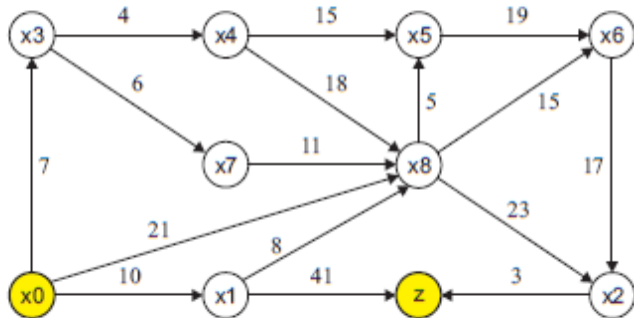


Рис. 1

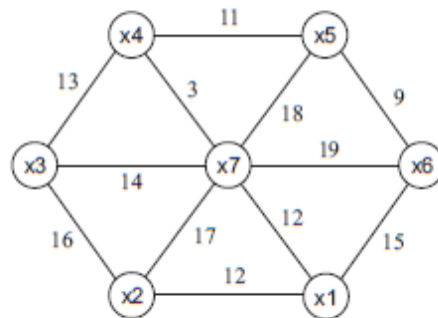


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

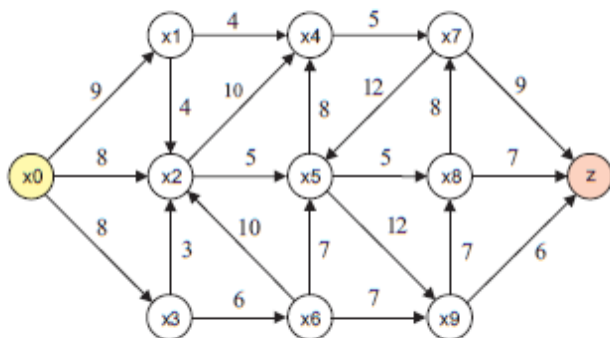


Рис. 3

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 4

3. (1) Дан граф лабиринта (рис. 4)  $G = (X, U)$ , где  $X$  — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16),  $U$  — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину и методом поиска в ширину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

## Комплект заданий для контрольной работ №4

### Темы: «Хроматические графы, листовые множества, мосты, блокочные множества, паросочетания, приложения двоичных деревьев».

Вариант 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

Контрольная работа №4 по дискретной математике

Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис.2), алгоритм Магу (полный перебор).

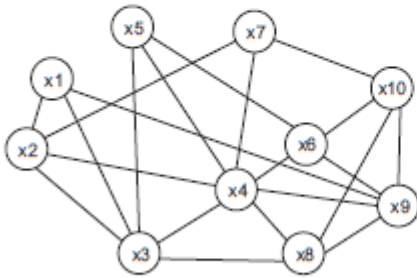


Рис. 1

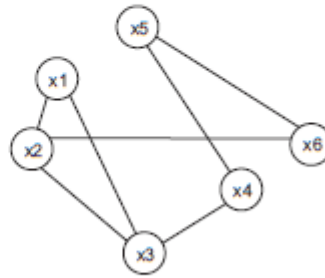


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис.3), выделить блокочные множества (блоки) графа (рис.3).

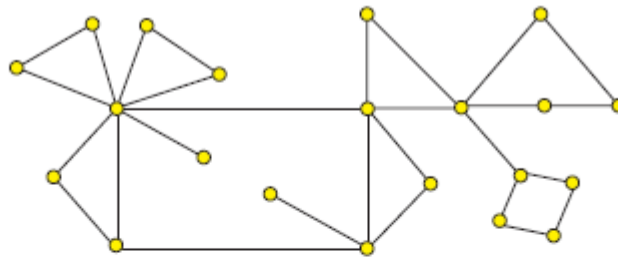


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{1, 5, 4, 7\}$ ,  $s_2 - \{1, 5, 3, 2\}$ ,  $s_3 - \{5, 6\}$ ,  $s_4 - \{4, 6\}$ ,  $s_5 - \{1, 5\}$ ,  $s_6 - \{1, 5, 4\}$ ,  $s_7 - \{5, 4, 6\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 1), (s_2, 5), (s_3, 6), (s_4, 4)\}$ .
4. Исходные данные: 7, 3, 8, 9, 2, 5, 1, 6, 4, (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.



**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа № 4 по дискретной математике**

*Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья*

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис.2), алгоритм Магу (полный перебор).

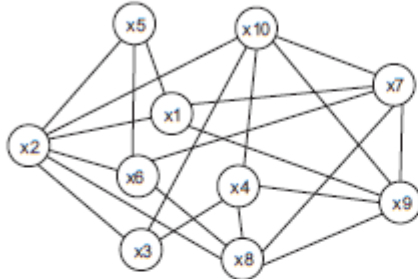


Рис. 1

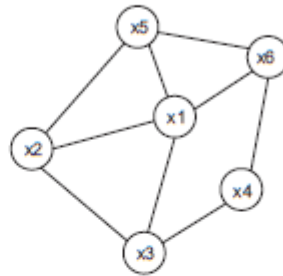


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис.3), выделить блокные множества (блоки) графа (рис.3).

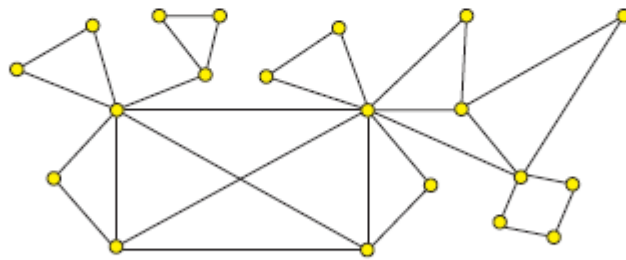


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{7, 4, 3, 2\}$ ,  $s_2 - \{7, 4, 4, 1\}$ ,  $s_3 - \{4, 6\}$ ,  $s_4 - \{3, 6\}$ ,  $s_5 - \{7, 4\}$ ,  $s_6 - \{7, 4, 3\}$ ,  $s_7 - \{4, 3, 5\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 7), (s_2, 4), (s_3, 6), (s_4, 3)\}$ .
4. Исходные данные: 2, 1, 4, 9, 8, 7, 6, 3, 5 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)

**Контрольная работа №4 по дискретной математике**

*Хроматические графы, двусвязные компоненты, двудольные графы, деревья*

1. Выполнить раскраску графа (рис.1) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 2), алгоритм Магу (полный перебор).

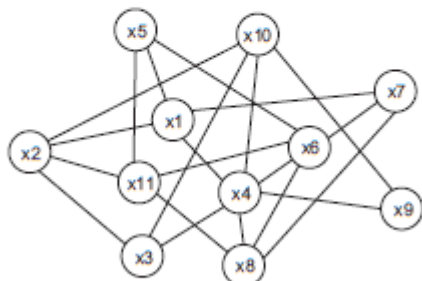


Рис. 1

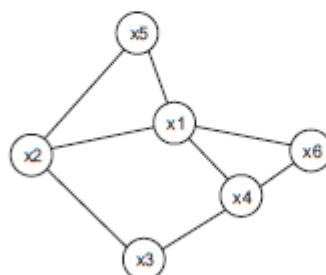


Рис. 2

2. Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 3), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 3).

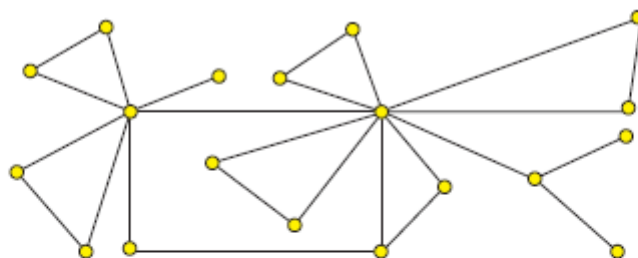


Рис. 3

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе  $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$ , где  $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$  и  $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Смежные вершины в графе:  $s_1 - \{5, 3, 7, 4\}$ ,  $s_2 - \{5, 3, 1, 6\}$ ,  $s_3 - \{3, 2\}$ ,  $s_4 - \{7, 2\}$ ,  $s_5 - \{5, 3\}$ ,  $s_6 - \{5, 3, 7\}$ ,  $s_7 - \{3, 7, 2\}$ . Начальное паросочетание:  $\pi = \{(s_1, 5), (s_2, 3), (s_3, 2), (s_4, 7)\}$ .
4. Исходные данные: 7, 9, 4, 2, 6, 3, 1, 8, 5 (1) Сортировать методом Флойда. (2) Построить двоичное дерево сравнений (ДДС) и выполнить его обход: слева-направо, сверху-вниз, снизу-вверх.

\*\*



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

---

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика»**  
**Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки**  
**профиль: «Сквозные цифровые технологии»**  
**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**

**2020**

По данному курсу изданы пособия:


1. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с. [[Иванов, 2011](#)] (пособие в печатном виде в свободном доступе в библиотеке ДВФУ, 25 экземпляров)  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>.
2. Иванов Б.Н. Материалы для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дискретная математика». Разделы «Математическая логика и Комбинаторные схемы» // Учебное электронное издание г. Владивосток, Дальневосточный федеральный университет, 2014. – 48 с. (зарегистрировано 23.12.2014 года)  
[https://bb.dvfu.ru/webapps/blackboard/execute/content/file?cmd=view&mode=designer&content\\_id=126770\\_1&course\\_id=4327\\_1](https://bb.dvfu.ru/webapps/blackboard/execute/content/file?cmd=view&mode=designer&content_id=126770_1&course_id=4327_1)
3. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Задачи на графах [Электронный ресурс]: учебно-методич. пособие по выполнению курсовой работы / Б.Н. Иванов. — Электрон. дан. — Владивосток : Изд-во Дальневост. федерал. ун-та, 2020. — [56 с.]. — Режим доступа: Computer university network. — Загл. с экрана.  
URL: <http://elib.dvfu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000874882>

# СОДЕРЖАНИЕ

ABSTRACT..... ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕНА.

АННОТАЦИЯ..... ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕНА.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (72 ЧАС.).....4

 Третий семестр (36 час.) .....5

РАЗДЕЛ 1. МНОЖЕСТВА, КОМБИНАТОРНЫЕ СХЕМЫ (6 ЧАС.) .....5

Тема 1. Множества, операции с множествами (2 час.).....5

Тема 2. Основные комбинаторные формулы (2 час.).....5

Тема 3. Принцип включения и исключения (2 час.).....5

РАЗДЕЛ 2. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ (10 ЧАС.).....5

Тема 1. Введение в булеву алгебру (2 час.).....5

Тема 2. Алгебра Буля (2 час.) .....5

Тема 3. Минимизация булевых функций (2 час.) .....5

Тема 4. Метод Куайна минимизации булевых функций (2 час.).....6

Тема 5. Интерпретация булевых функций (2 час.) .....6

РАЗДЕЛ 3. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПОЛНОТА БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ (6 ЧАС.).....6

Тема 1. Алгебра Жегалкина (2 час.).....6

Тема 2. Классы Поста (2 час.).....6

Тема 3. Функциональная полнота (2 час.).....6

РАЗДЕЛ 4. ИСЧИСЛЕНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (8 ЧАС.) .....7

Тема 1. Задачи исчисления высказываний (2 час.) .....7

Тема 2. Формальное введение в исчисление высказываний (2 час.).....7

Тема 3. Формализация доказательства и вывода (2 час.).....7


Тема 4. Метод резолюций в исчисления высказываний (2 час.) .....7

РАЗДЕЛ 5. ИСЧИСЛЕНИЕ ПРЕДИКАТОВ (6 ЧАС.).....7

Тема 1. Понятие предиката (2 час.).....7

Тема 2. Исчисление одноместных предикатов, исчисление классов (2 час.).....7

Тема 3. Техника преобразования формул в исчислении предикатов (2 час.).....8

 Четвертый семестр (36 час.) .....8

РАЗДЕЛ 1. ТЕОРИЯ ГРАФОВ (28 ЧАС.).....8

Тема 1. Основные понятия и определения (2 час.).....8

Тема 2. Пути на графе (2 час.) .....8

Тема 3. Остовные деревья, жадная схема (2 час.).....8

Тема 4. Остовные деревья, алгоритм ближайшего соседа (2 час.).....9

Тема 5. Транспортные сети, потоки в сетях (2 час.) .....9

Тема 6. Хроматические графы (2 час.).....9

Тема 7. Хроматические графы, метод Магу (2 час.).....9

Тема 8. Двудольные графы (2 час.).....9

Тема 9. Задача о назначениях (2 час.).....9

Тема 10. Поиск в глубину и ширину на графе, DFS-базис циклов (2 час.) .....10

Тема 11. Компоненты связности графа. Листы графа (2 час.).....10

Тема 12. Блоки, выделение блоков графа (2 час.).....10

Тема 13.	Циклы, фундаментальное множество циклов (2 час.).....	10
Тема 14.	Эйлеровы графы, клики, независимые множества (2 час.).....	10
<b>РАЗДЕЛ 2.</b>	<b>АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ (8 ЧАС.).....</b>	<b>11</b>
Тема 1.	Общее строение группы (2 час.) .....	11
Тема 2.	Циклические подгруппы (2 час.) .....	11
Тема 3.	Элементы теории чисел (2 час.).....	11
Тема 4.	Функция Эйлера, теоремы Эйлера, Ферма, Вильсона (2 час.) .....	11
<b>СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (62 ЧАС).....</b>		<b>12</b>




*Третий семестр (26 час.) .....* 12

<b>РАЗДЕЛ 1.</b>	<b>МНОЖЕСТВА, КОМБИНАТОРНЫЕ СХЕМЫ (4 ЧАС.) .....</b>	<b>12</b>
Занятие 1.	Основные комбинаторные формулы. (2 час.).....	12
Занятие 2.	Принцип включения и исключения (2 час.).....	12
<b>РАЗДЕЛ 2.</b>	<b>БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ (10 ЧАС.).....</b>	<b>12</b>
Занятие 1.	Системы счисления. Введение в булеву алгебру (2 час.) .....	12
Занятие 2.	СДНФ и СКНФ булевых функций (2 час.) .....	13
Занятие 3.	Смысловая интерпретация булевых функций (2 час.) .....	13
Занятие 4.	Минимизация булевых функций 3-х и 4-х переменных (2 час.).....	13
Занятие 5.	Минимизация методом Куайна (2 час.).....	13
<b>РАЗДЕЛ 3.</b>	<b>ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ПОЛНОТА (4 ЧАС.).....</b>	<b>13</b>
Занятие 1.	Функциональная полнота, ослабленная теорема Поста (2 час.) .....	13
Занятие 2.	Функциональная полнота, основная теорема Поста (2 час.).....	14
<b>РАЗДЕЛ 4.</b>	<b>ИСЧИСЛЕНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (4 ЧАС.) .....</b>	<b>14</b>
Занятие 1.	Формальное введение в исчисление высказываний (2 час.).....	14
Занятие 2.	Метод резолюций в исчислении высказываний (2 час.) .....	14
<b>РАЗДЕЛ 5.</b>	<b>ИСЧИСЛЕНИЕ ПРЕДИКАТОВ (4 ЧАС.).....</b>	<b>15</b>
Занятие 1.	Одноместные предикаты. Техника преобразования формул в исчислении предикатов (2 час.) 15	
Занятие 2.	Метод резолюций в исчислении предикатов (2 час.).....	15



*Четвертый семестр (36 час.) .....* 15

<b>РАЗДЕЛ 6.</b>	<b>ТЕОРИЯ ГРАФОВ (30 ЧАС.).....</b>	<b>15</b>
Занятие 1.	Основные понятия и определения (2 час.).....	15
Занятие 2.	Пути на графе (2 час.).....	15
Занятие 3.	Остовные деревья, алгоритм Краскала (2 час.) .....	16
Занятие 4.	Остовные деревья, алгоритм Прима (2 час.).....	16
Занятие 5.	Транспортные сети, потоки в сетях (2 час.).....	16
Занятие 6.	Хроматические графы, раскраска графа (2 час.) .....	16
Занятие 7.	Хроматические графы, оптимальная раскраска. (2 час.) .....	16
Занятие 8.	Двудольные графы, паросочетания (2 час.).....	16
Занятие 9.	Задача о назначениях (2 час.).....	16
Занятие 10.	Поиск в глубину на графе, DFS – базис циклов. (2 час.) .....	16
Занятие 11.	Поиск в ширину на графе, очередь и стек вершин (2 час.).....	17
Занятие 12.	Компоненты связности графа (2 час.).....	17
Занятие 13.	Листы, блоки, мосты, разделяющие вершины (2 час.).....	17

Занятие 14.	Циклы, фундаментальное множество циклов (2 час.).....	17
Занятие 15.	Эйлеровы графы, клики (2 час.).....	17
РАЗДЕЛ 7.	Группы. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ (6 час.) .....	18
Занятие 1.	Структура абелевых групп (2 час.).....	18
Занятие 2.	Элементы теории чисел (2 час.) .....	18
Занятие 3.	Полная и приведенная системы вычетов (2 час.) .....	18
<b>СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ ЧАСТИ КУРСА (28 ЧАС) .....</b>		<b>19</b>
	<i>Четвертый семестр (28 час.).....</i>	<i>19</i>
Занятие 1.	Сортировка всплытием Флойда. (4 час.).....	19
Занятие 2.	Линейные рекуррентные соотношения. (4 час.).....	19
Занятие 3.	Сбалансированные деревья сравнений. (4 час.) .....	19
Занятие 4.	Хеширование. (4 час.).....	20
Занятие 5.	Кодирование Хаффмена (4 час.).....	20
Занятие 6.	Сжатие данных на основе словаря. (4 час.).....	21
Занятие 7.	Генерация комбинаторных объектов (4 час.) .....	21
<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ.....</b>		<b>21</b>
<b>КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА.....</b>		<b>22</b>
<b>СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>		<b>23</b>
<b>МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>		<b>25</b>
<b>МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>		<b>27</b>
<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ.....</b>		<b>28</b>
	План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине .....	30
	Критерии оценки.....	31
	Комплект индивидуальных домашних заданий №1 .....	32
	Темы: «Множества, системы счисления, таблицы истинности булевых функций, комбинаторные схемы». ...	32
	Комплект индивидуальных домашних заданий №2 .....	35
	Темы: «Смысловая интерпретация, минимизация и полнота булевых функций, исчисление высказываний и предикатов». .....	35
	Комплект индивидуальных домашних заданий № 3 .....	38
	Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, методы обхода графа». .....	38
	Комплект индивидуальных домашних заданий № 4 .....	41
	Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, способы обхода графа». .....	41
	Комплект индивидуальных домашних заданий № 5 .....	44
	Темы: «Теория групп. Групповые свойства целых чисел» .....	44
<b>ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....</b>		<b>47</b>
	Паспорт ФОС .....	48
	Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины.....	49
	Оценочные средства для промежуточной аттестации .....	49
	Перечень вопросов для подготовки к экзамену в третьем семестре .....	49
	Перечень вопросов для подготовки к зачету в четвертом семестре.....	51
	Примеры экзаменационных билетов в третьем семестре.....	54

Примеры билетов на зачет в четвертом семестре .....	57
Критерии оценки.....	60
Оценочные средства для текущей аттестации .....	62
План-график проведения контрольных работ по дисциплине.....	64
Комплект заданий для контрольной работы №1.....	65
Темы: «Множества, булевы функции, комбинаторные схемы».....	65
Комплект заданий для контрольной работы №2.....	68
Темы: «Минимизация и полнота булевых функций».....	68
Комплект заданий для контрольной работ №3 .....	69
Темы: «Маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, поиск на графе в глубину и ширину».....	69
Комплект заданий для контрольной работ №4 .....	72
Темы: «Хроматические графы, листовые множества, мосты, блоковые множества, паросочетания, приложения двоичных деревьев».....	72
<b>МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ .....</b>	<b>75</b>
<b>СОДЕРЖАНИЕ .....</b>	<b>77</b>