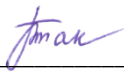




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**


«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП

  
\_\_\_\_\_   
подпись

Пак Т.В.  
ФИО

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой информатики,  
математического и компьютерного  
моделирования, протокол

  
\_\_\_\_\_   
подпись

Чеботарев А.Ю.  
ФИО

«11» июля 2019 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Математический анализ

**Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки**

(Сквозные цифровые технологии)

**Форма подготовки очная**

курс 1 семестр 1,2

лекции 70 час.

практические занятия 70 час.

лабораторные работы \_\_\_ - \_\_\_ час.

в том числе с использованием МАО лек. 16 \_\_\_ /пр. \_\_\_ /лаб. \_\_\_ час.

всего часов аудиторной нагрузки 140 час.

в том числе с использованием МАО 16 час.

самостоятельная работа 103 час.

в том числе на подготовку к экзамену 81 час.

контрольные работы (количество) 2

курсовая работа / курсовой проект \_\_\_ - \_\_\_ семестр

экзамен 1,2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 № 807 (с изменениями и дополнениями)

Рабочая учебная программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 18 от «09» июля 2019 г.

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования Чеботарев А.Ю.

Составитель: к.ф.-м.н. Ю.А. Клевчихин

Владивосток  
2019

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Математический анализ» согласно требованиям ОС ВО ДВФУ входит в базовую часть профессионального цикла направлений подготовки бакалавров «Прикладная математика и информатика» (часть Б.1). Математический анализ служит базой для дисциплин: “Дифференциальные уравнения”, “Уравнения математической физики”, “Введение в вычислительную математику”, “Численные методы”, “Теория вероятностей и математическая статистика”, “Методы оптимизаций”, “Исследование операций”, “Физика”.

Основные разделы курса: вещественные числа, теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных, числовые и функциональные ряды, в частности, степенные ряды и ряды Фурье, элементы теории поля.

**Целями** изучения дисциплины является приобретение у обучающихся необходимого для осуществления профессиональной деятельности уровня компетенций.

**Задачами** освоения дисциплины «математический анализ» в соответствии с общими целями ООП «математика и компьютерные науки» являются:

- развитие логического мышления;
- повышение уровня математической культуры;
- овладение современным математическим аппаратом, необходимым для изучения естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- освоение методов математического моделирования;
- освоение приемов постановки и решения математических задач.

## Требования к изучению дисциплины.

В результате изучения дисциплины «Математический анализ» у студентов формируются следующие компетенции:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Знает	Основные положения теории множеств, теории пределов, теории рядов, дифференциального, интегрального исчисления, методы исследования функций
	Умеет	Проводить исследование функций, брать пределы, производные и интегралы от элементарных функций
	Владеет	Методами построения простейших математических моделей типовых профессиональных задач

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Математический анализ» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения: работа в малых группах, разминка, лекция с заранее запланированными ошибками, лекция-визуализация, мозговой штурм.

## СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

*I семестр.*

### Раздел I. Теория пределов (18 час)

#### Тема 1. Вводные математические понятия (4 часа)

Предмет математического анализа. Элементы математической логики и теории множеств. Операции над множествами. Определение функции и отношения. Отношения эквивалентности и порядка

## **Тема 2. Действительные числа (2 часа).**

Действительные числа. Аксиомы действительных чисел и их следствия.

Свойство полноты и Архимеда.

Множества на числовой прямой. Ограниченные множества в  $\mathbb{R}$ .

Существование точных граней.

## **Тема 3. Предел последовательности (6 часов).**

Предел числовой последовательности. Примеры. Теоремы о пределах.

Монотонные последовательности. Существование предела у монотонных последовательностей. Число  $\varepsilon$ . Критерий Коши о существовании конечного предела у последовательности. Предельные точки. Лемма Больцано – Вейерштрасса. Теорема Кантора о вложенных отрезках.

## **Тема 4. Предел функции (6 часа).**

Функции действительной переменной. Возрастающие и убывающие функции.

Обзор элементарных функций. Предел функции по Коши, по Гейне.

Существование односторонних пределов у монотонных функций. Теоремы о пределах. Определение верхнего и нижнего пределов. Эквивалентные функции.  $O$ -символика. Основные неопределенности. Техника вычисления пределов.

## **Раздел II. Дифференциальное исчисление функции одной переменной (18 часов)**

### **Тема 5. Непрерывность (6 часов).**

Непрерывность функций. Различные определения. Классификация точек разрыва. Теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность функций на множестве. Теоремы Вейерштрасса. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

### **Тема 6. Дифференцируемость (12 часов).**

Производная; геометрический и механический смысл. Теоремы о вычислении производных. Производные высших порядков. Формула Лейбница  
Дифференциал функции, его вычисление. Инвариантность формы I-го дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы Дарбу, Ролля, Лагранжа и Коши. Вычисление пределов функций. Правило Лопиталя. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций. Исследование графиков функций. Условия монотонности, выпуклости. Точки экстремума и перегиба. Асимптоты.

*2 семестр*

### **Раздел III. Интегрирование функции одной переменной (18 часов)**

#### **Тема 7 . Неопределенный интеграл (6 часов)**

Неопределенный интеграл. Теорема о множестве первообразных. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование элементарных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование дифференциальных биномов. Подстановки Эйлера.

#### **Тема 8 . Определенный интеграл (6 часов)**

Определенный интеграл Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости Дарбу. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона – Лейбница. Приложения определенного интеграла. Длина дуги, площадь фигуры, объем тела. Приближенное вычисление интегралов Римана: формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.

#### **Тема 9 . Несобственный интеграл (6 часов)**

Несобственные интегралы Римана первого рода. Критерий и признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Главное значение несобственного интеграла. Несобственные интегралы второго рода.

### **Раздел IV. Функции многих переменных (18 часов)**

### **Тема 10 . Предел функции многих переменных (4 часа)**

Пространство  $\mathbb{R}^n$ ; метрика, множества. Сходимость последовательности в  $\mathbb{R}^n$ , их свойства. Критерий Коши существования предела. Предельные точки множеств в  $\mathbb{R}^n$ . Открытые и замкнутые множества. Теорема Больцано – Вейерштрасса. Предел функции многих переменных. Теоремы о пределах. Двойные и повторные пределы

### **Тема 11 . Непрерывность функции многих переменных (4 часа)**

Непрерывность функции многих переменных. Непрерывные функции на компакте. Теоремы Вейерштрасса и Кантора о равномерной непрерывности.

### **Тема 12 . Дифференцируемость функции многих переменных (10 часов)**

Частные производные и их вычисление. Дифференциал функции многих переменных, его инвариантность. Производная по направлению, градиент функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о смешанных производных. Формулы Тейлора для функций многих переменных и ее следствия. неявные функции. Теорема существования и дифференцируемости неявной функции.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (144 час.)**

#### **Занятие 1. Вводные математические понятия (4 часа)**

Предмет математического анализа. Законы математической логики, используемые в математическом анализе. Элементы теории множеств. Операции над множествами.

#### **Занятие 2. Действительные числа (4 часа).**

Действительные числа. Аксиомы действительных чисел. Множества на числовой прямой. Ограниченные множества в  $\mathbb{R}$ . Существование точных граней.

#### **Занятие 3. Предел последовательности (6 часов).**

Предел числовой последовательности. Примеры. Теоремы о пределах. Монотонные последовательности. Существование предела у монотонных последовательностей. Число  $\varepsilon$ . Критерий Коши о существовании конечного предела у последовательности. Предельные точки. Лемма Больцано – Вейерштрасса. Теорема Кантора о вложенных отрезках.

#### **Занятие 4. Предел функции (4 часа).**

Отображения множеств. Функции действительной переменной. Обзор элементарных функций. Предел функции по Коши, по Гейне. Существование односторонних пределов у монотонных функций. Теоремы о пределах. Определение верхнего и нижнего пределов. Эквивалентные функции. О-символика. Основные неопределенности. Техника вычисления пределов.



### **Занятие 5 . Непрерывность (6 часов).**

Непрерывность функций. Различные определения. Классификация точек разрыва. Теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность функций на множестве. Теоремы Вейерштрасса. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

### **Занятие 6 . Дифференцируемость (12 часов).**

Производная; геометрический и механический смысл. Теоремы о вычислении производных. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциал функции, его вычисление. Инвариантность формы I-го дифференциала. Дифференциалы высших порядков. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы Дарбу, Ролля, Лагранжа и Коши. Вычисление пределов функций. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций. Исследование графиков функций. Условия монотонности, выпуклости. Точки экстремума и перегиба. Асимптоты.

### **Занятие 7 . Неопределенный интеграл (10 часов)**

Неопределенный интеграл. Теорема о множестве первообразных. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование элементарных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование дифференциальных биномов. Подстановки Эйлера.

### **Занятие 8 . Определенный интеграл (6 часов)**

Определенный интеграл Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости Дарбу. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона – Лейбница.

Приложения определенного интеграла. Длина дуги, площадь фигуры, объем тела. Приближенное вычисление интегралов Римана: формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.

### **Занятие 9 . Несобственный интеграл (4 часа)**

Несобственные интегралы Римана первого рода. Критерий и признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Главное значение несобственного интеграла. Несобственные интегралы второго рода.

### **Занятие 10 . Предел функции многих переменных (4 часа)**

Пространство  $\mathbb{R}^n$ ; метрика, множества. Сходимость последовательности в  $\mathbb{R}^n$ , их свойства. Критерий Коши существования предела. Предельные точки множеств в  $\mathbb{R}^n$ . Открытые и замкнутые множества. Теорема Больцано – Вейерштрасса. Предел функции многих переменных. Теоремы о пределах. Двойные и повторные пределы

### **Занятие 11 . Непрерывность функции многих переменных (4 часа)**

Непрерывность функции многих переменных. Непрерывные функции на компакте. Теоремы Вейерштрасса и Кантора о равномерной непрерывности.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математический анализ» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математический анализ» представлено в Приложении 1.

### **IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства - наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
	Все разделы в 1 - 2 семестрах	ОПК-1	Знания	Индивидуальн ые домашние задания, контрольные работы, тестирование остаточных знаний	Экзамен в 1-2 семестрах
Умение					
Владение					

Типовые варианты контрольных работ, расчетно-графических заданий, вопросы на экзамен и зачет представлены в Приложении 2.

### **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО- МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **Основная литература**

1. Клевчихин Ю.А. Лекции по математическому анализу. Владивосток. ДВФУ 2015.

2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа : учебник для бакалавров по естественно-научным и техническим направлениям и специальностям . [в 3 т.], 6 изд. Москва. Юрайт. 2014. 351 с.
3. Письменный Д.Т., Конспект лекций по высшей математике: полный курс, 7-ое изд.: Москва, Айрис-пресс, 2008. 603 стр.
4. П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. М.: Оникс; Мир и Образование, 2006, 304 с.
5. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец и др. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учебное пособие для инженерно-технических специальностей вузов. В 3 ч. Минск: Академкнига, 2013г.

#### **Дополнительная литература**

1. А.А. Гусак. Высшая математика. В 2-х томах. Мн.: ТетраСистемс, 2002.
2. В.С. Шипачев. Высшая математика : учебник для вузов. М.: Высшая школа. 2005. 479 с.

#### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет**

1. [mathportal.net](http://mathportal.net)
2. [webmath.ru](http://webmath.ru)
3. [mathprofi.ru](http://mathprofi.ru)
4. [stu.sernam.ru](http://stu.sernam.ru)
5. [alleng.ru/edu/math9.htm](http://alleng.ru/edu/math9.htm)

#### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Электронная образовательная среда Black Board.

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для успешного освоения дисциплиной студентам необходимо посещать лекции и практические занятия, фиксируя изучаемый на них материал и выполнять требуемые задания. Если в процессе обучения возникают вопросы,

то студенты могут получить консультацию в выделенное время на каждой учебной недели или воспользоваться математической литературой, ресурсами Интернета.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Доска, маркеры, раздаточный материал, компьютер, проектор.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Математический анализ»**

**Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные  
науки**

**Форма подготовки очная**

**Владивосток  
2016**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	После разделов 1-2 в 1 семестре и разделов 3- 4 во втором семестре	Индивидуальные домашние задания	В 1 -2 семестрах 18 часов	Защита
2	В 1 семестре к занятиям 7, 16; во 2 семестре к занятиям 11, 16/ в 1 семестре на занятиях 7, 16; во 2 семестре на занятиях 11, 16	Подготовка к контрольным работам	В 1 -2 семестрах 8 часов	Контрольные работы
3	В 1 -2 семестрах	Подготовка к сдаче экзамена в 1-4 семестрах	В 1 семестре – 27, во 2 семестре – 10	Экзамен в 1-2 семестрах

Самостоятельная работа студентов по дисциплине состоит из выполнения расчетно-графических заданий, подготовки к контрольным работам и итоговому зачету или экзамену.





МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине «Математический анализ»**

**Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные  
науки**

**Форма подготовки очная**

**Владивосток  
2016**

# Комплекты контрольных работ

## Контрольная работа №1

**Вид контроля** – промежуточный

**Вид теста** – на бумажном носителе.

**Контингент проверки:** – студенты 1 курса (1 семестр).

**Цель проверки** – выявление уровня усвоения основных теоретических знаний и практических навыков по дисциплине Математический анализ

**Количество условных вариантов – 10**

**Количество заданий в варианте** - 5-6.

**Комплектование задания в варианте** – методом свободной выборки.

**Стоимость одного задания** – 1 балл.

**Время выполнения:**

- всего теста – не более 90 мин.

- одного задания – не более 15 мин.

### Шкала и правила оценки результатов тестирования

При подведении общих итогов тестирования предлагается следующая методика оценивания по пятибальной шкале:

Количество правильных ответов (% выполнения)	Оценка
90–100	“Отлично”
70–89	“Хорошо”
50–69	“Удовлетворительно”
менее 50	“Неудовлетворительно”

### Вариант 1

1. Найти область определения функции  $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{8-x}$ .

2. Дана функция  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ . Найдите  $f[f(x)]$ . Вычислите  $2f[f(2)]$ .

Найти пределы последовательностей:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4 - n + 5}{2n^4 + 5n - 1}$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^4 + 2n - n^2})n^2}{3n + 4}$ .

Найти пределы функций:

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) \sin \frac{5}{x+1}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{4^x - 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \right)^{3x+1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5^x + 5}{(x^2 - 1) \ln 5}$$

9. Выделить главную часть вида  $c(x+1)^k$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{\sin^2(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 + 3} - 2}$

при  $x \rightarrow -1$ . В ответ ввести сначала  $c$ , затем  $k$ .

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

$$a) f_1(x) = \frac{\sin(x-2)}{x^2 - 4} + \operatorname{arctg} \frac{2}{x};$$

$$б) f_2(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x^2 - 9} & \text{при } x < 0 \\ \frac{x-1}{x^2 - 4} & \text{при } x > 0 \end{cases}.$$

## Вариант 2

1. Найти область определения функции

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}}.$$

2. Даны функции  $f(x) = \sin x$ ,  $\varphi(x) = x^2$ . Найдите  $f[\varphi(x)]$  и  $\varphi[f(x)]$ . Вычислите  $2\varphi\left[f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$ .

Найти пределы последовательностей:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4+n-3n^4}{1+n-n^4}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^4 + 3n^2 + 1} - 3n^2).$$

Найти пределы функций:

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 1}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7x) - \sin(3x)}{\operatorname{tg}(2x)}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^4 + 5}{x^4 + 3} \right)^{x^4}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7^{x^2} - 7}{(x-1) \ln 7}.$$

9. Выделить главную часть вида  $c(x-3)^k$  бесконечно малой

$$\alpha(x) = \frac{(e^{x-3} - 1)\sin(x-3)}{\sqrt{x+1} - 2} \text{ при } x \rightarrow 3. \text{ В ответ ввести сначала } c, \text{ затем } k.$$

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

$$\text{а) } f_1(x) = \frac{\sin(x-3)}{|x^2-9|} + \frac{e^x-1}{5x};$$

$$\text{б) } f_2(x) = \begin{cases} \frac{x+4}{x^2-16} & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x^2-9} & \text{при } x > 0 \end{cases}.$$

### Вариант 3

1. Найти область определения функции

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-3x+2}}.$$

2. Даны функции  $f(x) = \log_2 x, \varphi(x) = \sqrt{x}$ . Найдите  $\psi(x) = f[\varphi(x)], \phi(x) = \varphi[f(x)], f[f(x)], \varphi[\varphi(x)]$ . Вычислите  $\varphi(16)$ .

Найти пределы последовательностей:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+n^2}{3+n+n^3}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+8n}-n).$$

Найти пределы функций:

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{5}{x+3}\right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+x}{x^2+4} \right)^{3x-1}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^{2x-8}-1}{x^2-7x+12}.$$

9. Выделить главную часть вида  $c(x-3)^k$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{(x-3)\ln(4-x)}{e^{x-3}-1}$  при  $x \rightarrow 3$ . В ответ ввести сначала  $c$ , затем  $k$ .

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

$$\text{а) } f_1(x) = x \sin \frac{3}{x} - \frac{1}{x-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2};$$

$$\text{б) } f_2(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x}{x^2-1} & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{\sin^2 x}{x^3-2x^2} & \text{при } x > 0 \end{cases}.$$

## Вариант 4

1. Найти область определения функции  $f(x) = \sqrt{\lg \frac{3x-x^2}{2}}$ .
2. Дана функция  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ . Вычислите значения этой функции в тех точках, в которых  $\frac{1}{x} + x = 3$ .

Найти пределы последовательностей:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4+n-n^2}{3+n^2}$ .
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^4 - 6n^2 + 1} - 3n^2)$ .

Найти пределы функций:

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 4}{5^x + 2}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^2 - 3x + 2}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3\sin x)^{\frac{1}{x}}$ .
8.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x-1) \ln \frac{x+1}{x+3}$ .
9. Выделить главную часть вида  $c(x-1)^k$  бесконечно малой  $\alpha(x) = (x^3 - 1)\sin(x^2 - 1)$  при  $x \rightarrow 1$ . В ответ ввести сначала  $c$ , затем  $k$ .
10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

а)  $f_1(x) = \frac{|x+2|}{x^2-4} + \frac{\sin 3x}{x}$ ;

б)  $f_2(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} & x < 2 \\ \frac{\sin(x-3)}{x^2-9} & x \geq 2 \end{cases}$  при

## Вариант 5

1. Найти область определения функции  $f(x) = \arcsin \frac{x-4}{3} + \lg(5-x)$ .
2. Дана функция  $f(x+2) = x^2 - 5x + 4$ . Найти  $f(x)$ . Вычислите  $f(0)$ .  
Найти пределы последовательностей:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+5n^3}{n+n^4}$ .
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^4 + 8n} - 2n)$ .

Найти пределы функций:

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\frac{1}{x}}}{5^x + 4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x^2 - 4)}{x^2 - 3x + 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 + 3}{3x^2 + 1} \right)^{\frac{1}{x-1}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5^{x-1} - 1}{(x^2 - 1) \ln 5}$$

9. Выделить главную часть вида  $\frac{c}{x^k}$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{\sqrt{x^4 + 4x} - x^2}{x^2 + 4}$  при  $x \rightarrow +\infty$ . В ответ ввести сначала  $c$ , затем  $k$ .

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

а)  $f_1(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1} + \frac{\sin(x-2)}{x^2 - 4}$ ;

б)  $f_2(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x+5)}{x^2 - 25} & x \leq 0 \\ \frac{x}{x^2 - 1} & x > 0 \end{cases}$  при

## Вариант 6

1. Найти область определения функции  $f(x) = \sqrt{\arcsin(\log_4 x)}$ .

2. Вычислить значение функции  $f(x) = x^4 + \frac{1}{x^4}$  в тех точках, в которых  $\frac{1}{x} + x = 4$ .

Найти пределы последовательностей:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + n + 4n^4}{3 - 2n^4}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 - 6n^2 + 7} - n)$$

Найти пределы функций:

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4^{\frac{1}{x-1}}}{5^{x-1} + 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}(x-1)}{x^2 - 3x + 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1} \right)^x$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{2x-6} - 1}{x^2 - 2x - 3}$$

9. Выделить главную часть вида  $c(x+1)^k$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{\sqrt[3]{\sin^4(x+1)}}{\sqrt[3]{x^2+10x+9}}$  при  $x \rightarrow -1$ . В ответ ввести сначала с, затем k.

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

a)  $f_1(x) = \frac{|x^2-1|}{x^2+3x+2} + \frac{\sin(x-3)}{x-3}$ ;

б)  $f_2(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x+2)}{x^2-4} & x \leq 1 \\ \frac{x}{x^2-9} & x > 1 \end{cases}$  при

### Вариант 7

1. Найти область определения функции  $f(x) = \lg(9-x^2)$ .

2. Дано, что  $f(x+2) = \frac{x-4}{x+5}$ . Найдите  $\varphi(x) = (x+3)f(x)$ . Вычислите  $f(0)$ .

Найти пределы последовательностей:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4+n-1}{3n^4+5}$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^2+6n-1} - n)$ .

Найти пределы функций:

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(0,5)^x+3}{(0,5)^x+7}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x}-1) \operatorname{ctg} 2x$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow 2} e^{\left(\frac{x^2+2}{x^3-2}\right)^{\frac{3}{x^2-4}}}$ .

8.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(3x-2) - \ln(2x-1)}{x^2-1}$ .

9. Выделить главную часть вида  $c(x-2)^k$  бесконечно малой

$\alpha(x) = \frac{\sin^2(4-x^2)}{\ln(3-x)} + (x-2)^5$  при  $x \rightarrow 2$ . В ответ ввести сначала с, затем k.

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

a)  $f_1(x) = \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x^2}} + \frac{x+1}{x^2-1}$ ;

б)  $f_2(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2-4} & x \leq 0 \\ \frac{x^2-x}{x^2-5x+4} & x > 0 \end{cases}$  при

## Вариант 8

1. Найти область определения функции  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 4^{\arcsin(x-2)} + \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ .
2. Даны функции  $f(x) = x+1, \varphi(x) = x-2$ . Решить уравнение  $f[\varphi(x)] + \varphi[f(x)] = 10$ .  
Найти пределы последовательностей:

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3n+n^3}{4+n+4n^3}$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^2+6n^2-1} - n)$ .

Найти пределы функций:

5.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x-2) - \ln(x^2-x)}{\sin(x+1)}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{\sin(2x)}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\left(\frac{x^2+3}{x^2+4x+3}\right)^x}$ .

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{\frac{1}{x}}}{5^x + 2}$ .

9. Выделить главную часть вида  $\frac{c}{x^k}$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{e^{\frac{4}{x}} - 1}{\sqrt{x^2+1} - x}$  при  $x \rightarrow -\infty$ . В ответ ввести сначала с, затем k.

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

а)  $f_1(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x+3} + \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$ ;

б)  $f_2(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2-9} & x \leq 0 \\ \frac{x \sin(x^3-1)}{x-1} & \text{при } x > 0 \end{cases}$ .

## Вариант 9

1. Найти область определения функции  $f(x) = \lg(\arcsin \frac{6x-x^2}{8})$ .
2. Даны функции  $f(x) = x^2-1, \varphi(x) = x^2+4$ . Найдите корни уравнения  $f[\varphi(x)] - \varphi[f(x)] = 20$ .  
Найти пределы последовательностей:



$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt{n^8 + 5}}{n^4 + 3}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^6 - 6n^4 + 1} - n^2).$$

Найти пределы функций:

$$5. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x - 4^x}{5^x + 4^{x+1}}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 4x}{1 - \cos(2x)}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x^2 + 1}{3x^2 - x + 1} \right)^{3x+4}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} - 1}{1 - \sqrt{x}}.$$

9. Выделить главную часть вида  $c(x-2)^k$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{\ln(3-x)}{\sin(x-2)}$  при  $x \rightarrow 2$ . В ответ ввести сначала с, затем к.

10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

$$a) f_1(x) = \frac{\sin(x+3)}{\sqrt{(x+3)^2}} + \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 4x + 3};$$

$$b) f_2(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2-4} & x \leq 0 \\ \frac{|x-1|}{x^2-4x+3} & x > 0 \end{cases} \text{ при } .$$

## Вариант 10

1. Найти область определения функции  $f(x) = \lg(|x| - x)$ .

2. Дано, что  $f(x+1) = \frac{x^2+3}{x^2+5}$ . Найдите  $f(x)$ . Вычислите  $f(0)$ .

Найти пределы последовательностей:

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^5 + n^2 - 4}{3n^5 + n + 1}.$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 - 6n + 9} - n).$$

Найти пределы функций:

$$5. \lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{\sqrt{4x^2 - x}}{x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin 3(x^2 - 1)}{x^2 - x - 2}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x+1) \ln \frac{x+1}{x+3}.$$

9. Выделить главную часть вида  $cx^k$  бесконечно малой  $\alpha(x) = \frac{e^{x^3} - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$  при  $x \rightarrow 0$ . В ответ ввести сначала  $c$ , затем  $k$ .
10. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1;2;у) для функций:

а)  $f_1(x) = \frac{\sin(x+3)}{|x^2-9|} + \frac{e^{3x}-1}{x}$ ;

б)  $f_2(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x^2-x-6} & x \leq 1 \\ \frac{x}{x^2-4} & x > 1 \end{cases}$  при

## Контрольная работа № 2.

**Вид контроля** – промежуточный

**Вид теста** – на бумажном носителе.

**Контингент проверки:** – студенты 1 курса (1 семестр).

**Цель проверки** – выявление уровня усвоения основных теоретических знаний и практических навыков по дисциплине Математический анализ

**Количество условных вариантов – 10**

**Количество заданий в варианте** - 5-6.

**Комплектование задания в варианте** – методом свободной выборки.

**Стоимость одного задания** – 1 балл.

**Время выполнения:**

- всего теста – не более 90 мин.
- одного задания – не более 15 мин.

### Шкала и правила оценки результатов тестирования

При подведении общих итогов тестирования предлагается следующая методика оценивания по пятибалльной шкале:

Количество правильных ответов (% выполнения)	Оценка
90–100	“Отлично”
70–89	“Хорошо”
50–69	“Удовлетворительно”
менее 50	“Неудовлетворительно”

**Вариант 1.**

1. Найти производную  $f'(x)$

а)  $f(x) = x^3 + 2\sqrt[3]{x^2} - 1$

б)  $f(x) = \frac{\sin^2(3x+5)}{4x+1}$

в)  $f(x) = e^{3x+5} \operatorname{tg}(7x^2+5)$

г)  $f(x) = \arcsin 4x + \sqrt{x^5 + \cos 4x}$  в точке  $x=0$

д)  $f(x) = x^{\operatorname{tg} x}$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2+13} \text{ на } [-5;5]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба  $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2}$

### **Вариант 2.**

1. Найти производную  $f'(x)$

а)  $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x^5} - 1$

б)  $f(x) = \frac{\cos(3x+5)}{4x^5+3}$

в)  $f(x) = e^{3x} \operatorname{tg}(7x^2 + \cos \pi)$

г)  $f(x) = \arccos 4x + \sqrt{x^5 + \sin 4x}$  в точке  $x=0$

д)  $f(x) = x^{\ln x}$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \frac{x-4}{x^2+9} \text{ на } [-4;6]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба  $f(x) = (x-2)e^{3-x}$

### **Вариант 3.**

1. Найти производную  $f'(x)$

а)  $f(x) = \frac{x^4}{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{x^2-3x}$

б)  $f(x) = \frac{\ln(3x+5)}{3x+5}$

в)  $f(x) = e^x \operatorname{arctg} 7x^3$

г)  $f(x) = \cos^2 4x + \sqrt{x^5+4x}$  в точке  $x=0$

д)  $f(x) = \operatorname{tg} x^{\ln x}$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2+7} \text{ на } [-3;7]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}$$

#### **Вариант 4.**

1. Найти производную  $f'(x)$

а)  $f(x) = \frac{x^4}{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{x^2 - 4x}$

б)  $f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{2x+1}$

в)  $f(x) = \cos 6x \cdot \operatorname{arctg}(x+1)$

г)  $f(x) = \cos^3 x + \operatorname{ctg} \sqrt{e+4}$  в точке  $x = \frac{\pi}{2}$

д)  $f(x) = \operatorname{tg} x^{\cos x}$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} \text{ на } [0;4]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки

выпуклости и точки перегиба  $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$

#### **Вариант 5.**

1. Найти производную  $f'(x)$

а)  $f(x) = 2x^3 + 2\sqrt[3]{x-1}$

б)  $f(x) = \frac{\sin^2(4x+1)}{4x+1}$

в)  $f(x) = e^{3x+1} \operatorname{ctg} 5$

г)  $f(x) = \operatorname{arcsin} 6x + \sqrt{x^3 + \cos x}$  в точке  $x = 0$

д)  $f(x) = x^{2\operatorname{tg} x}$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \frac{x}{2} - \sin x \text{ на } \left[ \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки

выпуклости и точки перегиба  $f(x) = \frac{3x-2}{x^3}$

#### **Вариант 6.**

1. Найти производную  $f'(x)$

$$\text{а) } f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{7x^5 - 2x}$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{\cos(4x + 6)}{4x^7 + 3}$$

$$\text{в) } f(x) = e^{3x} \ln(7x^2 + \cos \pi)$$

$$\text{г) } f(x) = \arctg 2x + \sqrt{x^5 + \sin 4x} \text{ в точке } x = 0$$

$$\text{д) } f(x) = \sin x^{\ln x}$$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $f(x) = x - 4\sqrt{x} + 5$  на  $[1; 9]$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$$

### **Вариант 7.**

1. Найти производную  $f'(x)$

$$\text{а) } f(x) = \frac{x^5}{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{x^2 - 3x}$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{\ln(x+1)}{3x}$$

$$\text{в) } f(x) = e^x \arctg x^3$$

$$\text{г) } f(x) = \cos^3 4x + \sqrt{x^5 + 4x} \text{ в точке } x = 0$$

$$\text{д) } f(x) = \ctg x^{\ln x}$$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \sin 2x - x \text{ на } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба  $f(x) = \frac{-8x}{x^2 + 4}$

### **Вариант 8.**

1. Найти производную  $f'(x)$

$$\text{а) } f(x) = \frac{6x^4}{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{2x^2 - 4x}$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{3x+4}$$

$$\text{в) } f(x) = \cos 7x \cdot \arctg(2x+5)$$

$$\text{г) } f(x) = 3\cos^3 x + \ctg \sqrt{e+4} \text{ в точке } x = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{д) } f(x) = \sqrt{x}^{\cos x}$$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$f(x) = \frac{10x}{1+x^2} \text{ на } [0; 3]$$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба  $f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$

### **Вариант 9.**

1. Найти производную  $f'(x)$

а)  $f(x) = 2x^3 + 2\sqrt[3]{x^2 - 1}$

б)  $f(x) = \frac{\sin^2(3x + 5)}{4x + 1}$

в)  $f(x) = e^{3x+5} \operatorname{tg}(5x^2 + 5)$

г)  $f(x) = \operatorname{arctg} 6x + \sqrt{x^5 + \cos 4x}$  в точке  $x = 0$

д)  $f(x) = \sin x^{\operatorname{tg} x}$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$f(x) = \frac{10x + 10}{2 + 2x + x^2}$  на  $[0; 3]$

3. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости и точки перегиба  $f(x) = \frac{3}{x^2 + 4}$

### **Контрольная работа № 3.**

**Вид контроля** – промежуточный

**Вид теста** – на бумажном носителе.

**Контингент проверки:** – студенты 1 курса (2 семестр).

**Цель проверки** – выявление уровня усвоения основных теоретических знаний и практических навыков по дисциплине Математический анализ

**Количество условных вариантов** – 30

**Количество заданий в варианте** - 5-6.

**Комплектование задания в варианте** – методом свободной выборки.

**Стоимость одного задания** – 1 балл.

**Время выполнения:**

- всего теста – не более 90 мин.

- одного задания – не более 15 мин.

### **Шкала и правила оценки результатов тестирования**

При подведении общих итогов тестирования предлагается следующая методика оценивания по пятибалльной шкале:

Количество правильных ответов (% выполнения)	Оценка
90–100	“Отлично”
70–89	“Хорошо”
50–69	“Удовлетворительно”
менее 50	“Неудовлетворительно”

### Вариант 1

1. Найти производные от данных функций:

а)  $y = 3\left(\frac{2-x}{x^2} + 4\sqrt{5x+4}\right), y'(1)$ .

б)  $y = \sqrt{15} \arccos \frac{1}{x^2} + \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{10} + \frac{\operatorname{ctg} 10}{\sin^2 10}, y'(2)$ .

в)  $y = 3[e^{3x} \ln(4x+6) + \operatorname{tg} 8x - (3 \ln 6)x], y'(0)$

2. Дана функция  $u = xy^2 - z^3$ . Найти

а) координаты вектора  $\operatorname{grad} u$  в точке  $M(1,2,1)$ ;

б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $M$  в направлении вектора  $a(2,3,6)$ .

3. Дана функция  $y = \sqrt{5} \left[ \frac{x}{2} \sqrt{4+x^2} + 2 \ln(x + \sqrt{4+x^2}) \right]$ . Найти  $y''(1)$ .

4. Доказать, что функция  $z = \sin(x+ay)$  удовлетворяет уравнению  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ .

5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos^3 t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{3}$ .

6. Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $xz^2 - x^2y + y^2z + 2x - y = 0$ .  
Вычислить:

а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(0,1)$ ;      б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(0,1)$ .

7. К графику функции  $y = \sqrt{x}$  в точке с абсциссой  $x=7$  проведена касательная. Найти абсциссу точки пересечения касательной с осью  $OX$ .

8. Найти  $dy$ , если  $y = \frac{x+3\sqrt{5+x^2}}{2}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x=2$ ,  $\Delta x=0,02$ .

9. Дана функция  $z = x^2 + xy + y^2$  и точки  $M_0(1;2), M_1(1,02;1,96)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).

10. Дана функция  $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[1;4]$ .

11. Дана функция  $z = (x - y^2)\sqrt[3]{(x-1)^2}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном кривыми  $y^2 = x, x = 2$ .
12. Провести полное исследование функции  $y = \frac{12}{x^2 - 4}$  и начертить ее график.

## Вариант 2

1. Найти производные от данных функций:
- а)  $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}, y'(0)$  ;
- б)  $y = \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg} x + x^2 - \frac{\pi}{2}x, y'(\frac{\pi}{4})$  ;
- в)  $y = \left( \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} \right) \sqrt{\frac{3}{2}}, y'(0)$  .
2. Дана функция  $u = 7\ln(x^2 + y^2 + z^2)$ . Найти:
- а) координаты вектора  $\operatorname{grad} u$  в точке  $A(3, -2, 1)$ ;
- б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $A$  в направлении вектора  $a(1, 2, 2)$ ;
3. Дана функция  $y = 4\left[ \frac{x}{2}\sqrt{4-x^2} + 2\arcsin \frac{x}{2} \right]$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(\frac{6}{5})$ .
4. Доказать, что функция  $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$  удовлетворяет уравнению  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ .
5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = \ln \sin t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{6}$ .
6. Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $z^3 + 3x^2z = 2xy$ . Вычислить:
- а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(-1, 0, 0)$ ;      б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(-1, 0, 0)$ .
7. Найти острый угол (в градусах) между осью  $OX$  и касательной к графику функции  $y = x^2 - 5x + 6$  в точке  $x_0 = 3$ .
8. Найти  $dy$ , если  $y = \arcsin x$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x = 0, \Delta x = 0,08$ .
9. Дана функция  $z = 3x^2 - xy + x + y$  и точки  $M_0(1; 3), M_1(1, 06; 2, 92)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
10. Дана функция  $y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[1; 4]$ .
11. Дана функция  $z = \frac{xy}{2} - \frac{x^2y}{6} - \frac{xy^2}{8}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном прямыми  $y = 0, \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ .



12. Провести полное исследование функции  $y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$  и начертить ее график.

### Вариант 3

1. Найти производные от данных функций:

а)  $y = 1 - \sqrt[3]{x^2} + \frac{27}{x}, y'(-27);$

б)  $y = 3^{-x} \ln(1-x) - 2^{-x^2}, y'(0);$

в)  $y = \arcsin(20x + \frac{3}{5}) + \operatorname{tg} 8x, y'(0).$

2. Дана функция  $u = 2 \operatorname{arctg}(xy + z^2)$ . Найти:

а) координаты вектора  $\operatorname{grad} u$  в точке  $A(-1, 3, 2)$ ;

б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $A$  в направлении вектора  $a\{2, -6, -3\}$ ;

3. Дана функция  $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(-1)$ .

4. Доказать, что функция  $z = \frac{x}{y}$  удовлетворяет уравнению

$$x \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = \sin^2 t \\ y = \ln \cos t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{3}$ .

6. Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2x + 2y + 2z - 2 = 0. \text{ Вычислить:}$$

а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(1, -1, -2);$  б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(1, -1, 0).$

7. На графике функции  $y = \ln 2x$  взята точка  $A$ . Касательная к графику в точке  $A$  наклонена к оси  $Ox$  под углом, тангенс которого равен  $1/4$ . Найти абсциссу точки  $A$ .

8. Найти  $dy$ , если  $y = x^6$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x_0 = 2, \Delta x = 0,01$ .

9. Дана функция  $z = x^2 + 3xy - 6y$  и точки  $M_0(4; 1), M_1(3,96; 1,03)$ .

Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).

10. Дана функция  $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[0; 6]$ .

11. Дана функция  $z = 3x^2 - 3xy + y^2 + 4$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном прямыми  $x = -1, y = -1, x + y = 1$ .

12. Провести полное исследование функции  $y = x + \frac{4}{x+2}$  и начертить ее график.

## Вариант 4

- Найти производные от данных функций:
  - $y = \frac{(1 - \sqrt{x})^2}{x}, y'(0,01);$
  - $y = 2^x e^{-x} + x, y'(0);$
  - $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}, y'(0)$
- Дана функция  $u = 4 \arcsin(xz + y^2 - 1)$ . Найти:
  - координаты вектора  $\text{grad } u$  в точке  $M(0,2;1;3)$ ;
  - $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $M$  в направлении вектора  $a\{1,-2,2\}$ ;
- Дана функция  $y = e(x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x)$ . Найти  $y''_{xx}$ . Вычислить  $y''_{xx}(e)$ .
- Доказать, что функция  $z = \cos(xy)$  удовлетворяет уравнению  $y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ .
- Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = \ln \sin t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{6}$ .
- Функция  $z=z(x,y)$  задана неявно уравнением  $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + xz - z - 3 = 0$ . Вычислить:
  - $\frac{\partial z}{\partial x}(1,-2,1)$ ;
  - $\frac{\partial z}{\partial y}(1,-2,1)$ .
- К графику функции  $f(x) = \sqrt{x}$  в точке с абсциссой  $x=1$  проведена касательная. Найти ординату точки графика касательной, абсцисса которой равна 31.
- Найти  $dy$ , если  $y=x^8$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x=2, \Delta x=0,001$ .
- Дана функция  $z = x^2 - y^2 + 6x + 3y$  и точки  $M_0(2;3), M_1(2,02;2,97)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
- Дана функция  $y = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[-3;3]$ .
- Дана функция  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном прямыми  $y=x+1, y=0, x=3$ .
- Провести полное исследование функции  $y = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$  и начертить ее график.

## Вариант 5

1. Найти производные от данных функций:
  - а)  $y = 2\sqrt[4]{16-2x} + \frac{x}{\sqrt{11-x^2}}, y'(0)$ ;
  - б)  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^3} + \operatorname{tg}^3(2x+4), y'(-2)$ ;
  - в)  $y = \arcsin \sqrt{\frac{3}{4} + x^2} - 3^{-x}, y'(0)$ .
2. Дана функция  $u = 15\sqrt{1-(xy+z^2-1)^2}$ . Найти:
  - а) координаты вектора  $\operatorname{grad} u$  в точке  $M(4;0;2;1)$ ;
  - б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $M$  в направлении вектора  $a\{4,-2,4\}$ ;
3. Дана функция  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{x}{x+2}$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(1)$ .
4. Доказать, что функция  $z = \cos(y) + (y-x)\sin y$  удовлетворяет уравнению  $(x-y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - x^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .
5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = \ln \cos t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{3}$ .
6. Функция  $z=z(x,y)$  задана неявно уравнением  $xyz = x+y+z$ . Вычислить:
  - а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(1,-2)$ ;      б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(1,-2)$ .
7. На графике функции  $y = x^2 + x - 5$  взята точка  $A$ . Касательная к графику в точке  $A$  наклонена к оси  $OX$  под углом, тангенс которого равен 5. Найти абсциссу точки  $A$ .
8. Найти  $dy$ , если  $y = 3\sqrt{4x-1}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x=2,5 \quad \Delta x=0,02$ .
9. Дана функция  $z = x^2 + 2xy + 3y^2$  и точки  $M_0(2;1), M_1(1,96;1,04)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
10. Дана функция  $y = 2\sqrt{x} - x$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[0;4]$ .
11. Дана функция  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном прямыми  $x=0, y=0, y=2$ .
12. Провести полное исследование функции  $y = 2 - \frac{1}{x^2}$  и начертить ее график.

### **Вариант 6**

1. Найти производные от данных функций:
  - а)  $y = 3\sqrt{x^5 + 5x^4} - \frac{5}{x}, y'(1)$ ;
  - б)  $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x), y'(\frac{\pi}{4})$ ;

с)  $y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}, y'(0)$ .

2. Дана функция  $u = 4 \arccos(x^2 + yz - 1)$ . Найти:

а) координаты вектора  $\text{grad } u$  в точке  $M(1;0;2;3)$ ;

б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $M$  в направлении вектора  $a \{2, -1, -2\}$ .

3. Дана функция  $y = 4(x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2})$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(\frac{3}{5})$ .

4. Доказать, что функция  $z = e^{xy}$  удовлетворяет

уравнению  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0$ .

5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = t^3 - 3t + 1 \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t=1$ .

6. Функция  $z=z(x,y)$  задана неявно уравнением

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0$  Вычислить:

а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(1, -1, 6)$ ; б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(1, -1, -2)$ .

7. К графику функции  $f(x) = e^{2x}$  в точке с абсциссой  $x=0$  проведена касательная. Найти абсциссу точки графика касательной, ордината которой равна 19.

8. Найти  $dy$ , если  $y = 3\sqrt{x^3 + 7x}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x=1$   $\Delta x=0,024$ .

9. Дана функция  $z = x^2 + y^2 + 2x + y - 1$  и точки  $M_0(2;4), M_1(1,98;3,91)$ .

Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).

10. Дана функция  $y = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[-1;5]$ .

11. Дана функция  $z = xy$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения в круге  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

12. Провести полное исследование функции  $y = \frac{1-x^3}{x^2}$  и начертить ее график.

### Вариант 7

1. Найти производные от данных функций:

а)  $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}} - \frac{x}{x^2+1}, y'(0)$ ;

б)  $y = \arcsin^2 7x - \frac{\sin 8x}{x^2-1}, y'(0)$ ;

в)  $y = \arctg 4(\ln \arctg 4x + 5^x - (5 \ln 5)x), y'(1)$ .

2. Дана функция  $u = 6 \ln(xz + y^2 - 1)$ . Найти:

а) координаты вектора  $\text{grad } u$  в точке  $M(2;1;3)$ ;

- б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке М в направлении вектора  $a\{-3,-2,6\}$
3. Дана функция  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{x+1}$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(2)$ .
4. Доказать, что функция  $z = xe^{\frac{y}{x}}$  удовлетворяет уравнению  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0$ .
5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = 3\cos^2 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{6}$ .
6. Функция  $z=z(x,y)$  задана неявно уравнением  $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 0$   
Вычислить:  
а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(1,1,0)$ ; б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(1,1,0)$ .
7. К графику функции  $f(x) = \cos \frac{2}{3}x$  в точке с абсциссой  $x = -\frac{\pi}{2}$  проведена касательная. Найти острый угол (в градусах) между касательной и осью ОХ.
8. Найти  $dy$ , если  $y = 3\sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x_0=1$   $\Delta x=0,01$ .
9. Дана функция  $z = 3x^2 + 2y^2 - xy$  и точки  $M_0(-1;3), M_1(-0,98;2,97)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
10. Дана функция  $y = x - 4\sqrt{x+5}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[1;9]$ .
11. Дана функция  $z = \sqrt{3-x^2-2y^2}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения в круге  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
12. Провести полное исследование функции  $y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}$  и начертить ее график.

### Вариант 8

1. Найти производные от данных функций:
- а)  $y = \sqrt{\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)^{\frac{5}{3}}}$ ,  $y'(\frac{1}{2})$ ;
- б)  $y = 40 \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}}$ ,  $y'(\frac{3}{5})$ ;
- в)  $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x - \ln \cos x$ ,  $y'(\frac{\pi}{4})$ .
2. Дана функция  $u = 2 \operatorname{arctg}(x^2 + yz - 4)$ . Найти:  
а) координаты вектора  $\operatorname{grad} u$  в точке  $M(2;1;1)$ ;  
б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке М в направлении вектора  $a\{2,-6,3\}$
3. Дана функция  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{1-x}$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(\frac{1}{2})$ .

4. Доказать, что функция  $z = x^y$  удовлетворяет уравнению  $y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - (1 + y \ln x) \frac{\partial z}{\partial x} = 0$ .
5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = 3 \sin^2 t \\ y = 2 \cos^3 t \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = \frac{\pi}{3}$ .
6. Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $z = y + \ln \frac{x}{z}$ . Вычислить:  
 а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(1, 1, 1)$ ; б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(1, 1, 1)$ .
7. К графику функции  $f(x) = \ln(3x)$  в точке с абсциссой  $x = \frac{1}{3}$  проведена касательная. Найти абсциссу той точки касательной, ордината которой равна 29.
8. Найти  $dy$ , если  $y = 2\sqrt{x^2 + x + 3}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x=2$   $\Delta x=0,006$ .
9. Дана функция  $z = x^2 - y^2 + 5x + 4y$  и точки  $M_0(3; 2), M_1(3,05; 1,98)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
10. Дана функция  $y = \frac{10x}{1+x^2}$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[0; 3]$ .
11. Дана функция  $z = 4x + 2y + 4x^2 + y^2 + 6$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве ограниченным прямыми  $x=0, y=0, x+y+2=0$ .
12. Провести полное исследование функции  $y = \ln(x^2 - 1)^2$  и начертить ее график.

### Вариант 9

1. Найти производные от данных функций:
- а)  $y = \left[ \sqrt[3]{\frac{1}{7+x^2}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \right] 24, y'(1)$ ;
- б)  $y = \frac{8}{3} [\ln(\sin 2x) - 2^{-3x} - (2 \operatorname{ctg} 2)x], y'(1)$ ;
- в)  $y = 10 \left( \operatorname{arctg}(x+1)^3 + \frac{\sin(3x)}{x^2+5} \right), y'(0)$ .
2. Дана функция  $u = 5 \arcsin(yz + z^2 - 4)$ . Найти:  
 а) координаты вектора  $\operatorname{grad} u$  в точке  $M(2; 12\sqrt{13}; 1)$ ;  
 б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $M$  в направлении вектора  $a \{1, -2, -2\}$
3. Дана функция  $y = 4e^{\sqrt{x-1}}(\sqrt{x} - 1)$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(1)$ .
4. Доказать, что функция  $z = \frac{y}{x}$  удовлетворяет уравнению  $y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} = 0$ .

5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = t^4 - t^2 + 1 \\ y = t^4 + t^2 + 1 \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = -1$ .
6. Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 8 = 0$   
Вычислить:  
а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(2, 0, 1)$ ; б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(2, 0, 1)$ .
7. К графику функции  $f(x) = x^2 + 3x + 2$  в точке с абсциссой  $x = 0$  проведена касательная. Найти ординату той точки касательной, абсцисса которой равна  $\frac{2}{3}$ .
8. Найти  $dy$ , если  $y = \frac{2}{\sqrt{2x^2 + x + 1}}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x_0 = 1$   $\Delta x = 0,016$ .
9. Дана функция  $z = 2xy + 3y^2 - 5x$  и точки  $M_0(3; 4)$ ,  $M_1(3,04; 3,95)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
10. Дана функция  $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)} - 2$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[-3; 3]$ .
11. Дана функция  $z = x - 2y - 3$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве ограниченном прямыми  $x=0, y=0, x+y=1$ .
12. Провести полное исследование функции  $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$  и начертить ее график.

### Вариант 10

1. Найти производные от данных функций:  
а)  $y = \sqrt[3]{x^2 - 4x + 27} - \frac{1}{3-x}, y'(0)$ ;  
б)  $y = \frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\arcsin x, y'(\frac{4}{5})$ ;  
в)  $y = \arctg \frac{1+x}{1-x}, y'(2)$ .
2. Дана функция  $u = 2\ln(x^2 + yz - 4)$ . Найти:  
а) координаты вектора  $\text{grad } u$  в точке  $M(2; 2; 1)$ ;  
б)  $\frac{\partial u}{\partial a}$  в точке  $M$  в направлении вектора  $a\{2, 2, -1\}$ .
3. Дана функция  $y = x\ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$ . Найти  $y''$ . Вычислить  $y''(0)$ .
4. Доказать, что функция  $z = \frac{x^2}{y^2}$  удовлетворяет уравнению  $y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial z}{\partial x} = 0$ .
5. Найти  $y''_{xx}$ , если  $\begin{cases} x = t^3 + 1 \\ y = t^3 + t^2 \end{cases}$ . Вычислить  $y''_{xx}$ , если  $t = 1$ .
6. Функция  $z = z(x, y)$  задана неявно уравнением  $xz^5 + y^3z - x^3 = 0$  Вычислить:  
а)  $\frac{\partial z}{\partial x}(1, 0)$ ; б)  $\frac{\partial z}{\partial y}(1, 0)$ .

7. Найти уравнение  $y = kx + b$  касательной к графику функции  $f(x) = 2x^2 + x + 1$ , которая параллельна прямой  $y = 5x + 7$ . В ответ ввести сначала значение  $k$ , затем  $b$ .
8. Найти  $dy$ , если  $y = \sqrt{x^2 + 5}$ . Вычислить значения  $dy$ , если  $x_0 = 2$ ,  $\Delta x = 0,06$ .
9. Дана функция  $z = xy + 2y^2 - 2x$  и точки  $M_0(1; 2)$ ,  $M_1(0,97; 2,03)$ . Вычислить  $\Delta z$  и  $dz$  при переходе из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  (ответы округлять до сотых).
10. Дана функция  $y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[2; 4]$ .
11. Дана функция  $z = 2xy - 3x^2 - 3y^2 + 4(x + y + 1)$ . Найти ее наибольшее и наименьшее значения в прямоугольнике  $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2$ .
12. Провести полное исследование функции  $y = \frac{10x}{(x+1)^3}$  и начертить ее график.

## Комплект индивидуальных домашних заданий

### по дисциплине Математический анализ

(наименование дисциплины)

#### Индивидуальные домашние задания №1.

##### Вариант 1

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $A \times (B \setminus C)$ , если  $A = [0; 3]$ ,  $B = [0; 4]$ ,  $C = [1; 2]$
2. Доказать по индукции, что  $n \leq 2^n$ .
3. Определить ОДЗ  $y = \arccos \frac{2x}{3x-1}$ .
4. Построить график с помощью преобразования  $y = 2^{3x+2}$ .
5. Построить график в полярной системе координат  $r = 2(1 + \sin \varphi)$
6. Построить график 
$$\begin{cases} x = 5^t + 5^{-t} \\ y = 5^t - 5^{-t} \end{cases}$$

##### Вариант 2

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $A \times (B \setminus C)$ , если  $A = [-2; 4]$ ,  $B = [0; 5]$ ,  $C = [1; 2]$



2. Доказать по индукции, что  $1 + 5 + \dots + 5^{n-1} = \frac{5^n - 1}{4}$ .
3. Определить ОДЗ  $y = \ln(|x - 3| - 2)$
4. Построить график с помощью преобразования  $y = \ln(5x - 2)$ .
5. Построить график в полярной системе координат  
 $r = 3 \sin 2\varphi$ .
6. Построить график  $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 5^t \end{cases}$

### Вариант 3

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $A \times (B \cup C)$ , если  
 $A = [1; 3]$ ,  $B = [2; 4]$ ,  $C = [1; 2]$
2. Доказать по индукции, что  $2n \leq 3^n$ .
3. Определить ОДЗ  $y = \arcsin \frac{4x}{x-1}$ .
4. Построить график с помощью преобразования  $y = 5^{4x+2}$ .
5. Построить график в полярной системе координат  
 $r = 2(1 + \sin 3\varphi)$
6. Построить график  $\begin{cases} x = 5^t \\ y = 5^t - 5^{-t} \end{cases}$

### Вариант 4

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $(A \setminus B) \times C$ , если  
 $A = [-2; 4]$ ,  $B = [0; 5]$ ,  $C = [1; 2]$
2. Доказать по индукции, что  $1 + 4 + \dots + 4^{n-1} = \frac{4^n - 1}{3}$ .
3. Определить ОДЗ  $y = \ln(|x - 1| - 5)$
4. Построить график с помощью преобразования  $y = \ln(3x - 5)$ .
5. Построить график в полярной системе координат

$$r = \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{3}\right).$$

6. Построить график

$$\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 2^t \end{cases}$$

### Вариант 5

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $A \times (B \setminus C)$ , если  $A = [0; 3]$ ,  $B = [0; 7]$ ,  $C = [1; 8]$

2. Доказать по индукции, что  $n \leq 5^n$ .

3. Определить ОДЗ  $y = \arccos \frac{x}{3x+1}$ .

4. Построить график с помощью преобразования  $y = 5^{3x+2}$ .

5. Построить график в полярной системе координат

$$r = 2 + \sin \varphi$$

6. Построить график

$$\begin{cases} x = 5^t + 5^{-t} \\ y = 5^t - 5^{-t} \end{cases}$$

### Вариант 6

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $A \times (B \setminus C)$ , если  $A = [-1; 4]$ ,  $B = [0; 5]$ ,  $C = [1; 3]$

2. Доказать по индукции, что  $1 + 5 + \dots + 5^{n-1} = \frac{5^n - 1}{4}$ .

3. Определить ОДЗ  $y = \ln(|x - 3| - 6)$

4. Построить график с помощью преобразования  $y = \ln(6x - 2)$ .

5. Построить график в полярной системе координат

$$r = 2 + \sin 2\varphi.$$

6. Построить график

$$\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 2^t \end{cases}$$

### Вариант 7

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $A \times (B \cup C)$ , если

$$A = [1; 3], \quad B = [1; 4], \quad C = [1; 7]$$

2. Доказать по индукции, что  $2n \leq 4^n$ .

3. Определить ОДЗ  $y = \arcsin \frac{4x}{x-5}$ .

4. Построить график с помощью преобразования  $y = 3^{2x+5}$ .

5. Построить график в полярной системе координат  
 $r = 2(1 + \sin 3\varphi)$

6. Построить график 
$$\begin{cases} x = 2^t \\ y = 2^t - 2^{-t} \end{cases}$$

### Вариант 8

1. Изобразить на плоскости декартово произведение  $(A \setminus B) \times C$ , если  
 $A = [-2; 4], \quad B = [0; 8], \quad C = [1; 2]$

2. Доказать по индукции, что  $1 + 4 + \dots + 4^{n-1} = \frac{4^n - 1}{3}$ .

3. Определить ОДЗ  $y = \ln(|2x - 1| - 5)$

4. Построить график с помощью преобразования  $y = \cos(3x + 2)$ .

5. Построить график в полярной системе координат

$$r = \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right).$$

6. Построить график 
$$\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3^t \end{cases}$$

### Индивидуальные домашние задания №3

Продифференцировать данные функции.

1

1.1.  $y = 3x^6 - \frac{4}{x^6} + \frac{7}{x} + 3\sqrt{x}$ .

1.2.  $y = \frac{13}{x} + \sqrt[5]{x^9} - 4x^5 + \frac{9}{x^4}$ .

$$1.3. y = 11x^5 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{8}{x} - \frac{7}{x^2}.$$

$$1.4. y = \sqrt{x} - \frac{8}{x^5} - 3x^8 + \frac{4}{x}.$$

$$1.5. y = 7 + \frac{5}{x^9} - \sqrt[7]{x^5} + \frac{3}{x} + x^4.$$

$$1.6. y = 10x^4 - \sqrt[7]{x^4} + \frac{4}{x^3} - \frac{5}{x}.$$

$$1.7. y = 3x^{15} - \frac{3}{x^5} - \sqrt{x^5} + \frac{1}{x^5}.$$

$$1.8. y = \sqrt[3]{x^8} + \frac{7}{x} - 3x^6 + \frac{4}{x^5}.$$

$$1.9. y = 18x^5 + \sqrt[11]{x^4} - \frac{2}{x} - \frac{5}{x^3}.$$

$$1.10. y = 4x^{10} + \frac{5}{x} - \sqrt[3]{x^7} - \frac{3}{x^6} + 1.$$

$$1.11. y = 2\sqrt{x^{13}} - \frac{1}{x} + 3x^2 - \frac{2}{x^{15}}.$$

$$1.12. y = 4x^7 - \frac{3}{x^5} - \sqrt[5]{x^3} + \frac{2}{x^2}.$$

$$1.13. y = x^3 - \frac{7}{x^2} + \sqrt{x} + \frac{2}{x}.$$

$$1.14. y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x} + 5x^4.$$

$$1.15. y = \frac{10}{x^5} - \frac{1}{x} + \sqrt[5]{x^9} - x^3.$$

$$1.16. y = \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x} - 5\sqrt{x} + x^7.$$

$$1.17. y = x^2 + \frac{1}{x} - \sqrt[3]{x} - 8x^6 + 3.$$

$$1.18. y = x^2 + 5\sqrt{x^4} - \frac{11}{x} - \frac{8}{x^4}.$$

$$1.19. y = \sqrt{x^4} - \frac{10}{x} + \frac{2}{x^3} - 5x^3.$$

$$1.20. y = x^3 + \frac{15}{x} - \frac{7}{x^4} + \sqrt[3]{x^5}.$$

$$1.21. y = 3\sqrt{x} + \frac{11}{x^7} + \sqrt[3]{x^3} - \frac{7}{x}.$$

$$1.22. y = \sqrt{x^3} + \frac{11}{x} - \frac{14}{x^5} - x^4.$$

$$1.23. y = 10x^2 + \frac{3}{x} - \sqrt[7]{x^4} + \frac{7}{x^3}.$$

$$1.24. y = x^5 - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^6} + \sqrt[9]{x^2}.$$

$$1.25. y = x - \frac{5}{x^9} + \frac{1}{x} - 2\sqrt[5]{x^4}.$$

$$1.26. y = \sqrt[4]{x^7} - \frac{1}{x} + \frac{10}{x^5} + x.$$

$$1.27. y = 10x^4 + \frac{3}{x} - \sqrt[8]{x^5} - \frac{2}{x^{10}}.$$

$$1.28. y = 4x - \frac{11}{x} - \sqrt{x^6} + \frac{2}{x^3}.$$

$$1.29. y = \frac{2}{x} + \frac{5}{x^3} - \sqrt[5]{x^4} - 2x^7.$$

$$1.30. y = \frac{6}{x^7} - \frac{3}{x} + 9x^3 - \sqrt{x^8}.$$

2

$$2.1. y = \sqrt[3]{3x^2 + x - 5} + \frac{4}{(x-2)^6}.$$

$$2.2. y = \sqrt[3]{(x-3)^4} - \frac{9}{2x^5 - 3x + 1}.$$

$$2.3. y = \sqrt{(x-2)^5} + \frac{1}{(3x^2 + x - 1)^3}.$$

$$2.4. y = \sqrt[7]{x^2 - x + 5} - \frac{10}{(x-4)^3}.$$

$$2.5. y = \sqrt[9]{3x^3 - x + 5} - \frac{2}{(x-3)^4}.$$

$$2.6. y = \sqrt{5x^3 - 4x^2 + x} - \frac{6}{(x+2)^3}.$$

$$2.7. y = \sqrt[3]{(x-4)^7} + \frac{8}{x^2 + 3x - 5}.$$

$$2.8. y = \sqrt[5]{(x+10)^7} - \frac{1}{2x^3 - x + 7}.$$

$$2.9. y = \frac{1}{(x-4)^8} - \sqrt{x^2 - 4x + 5}.$$

$$2.10. y = \sqrt[3]{4x^3 - 3x - 5} - \frac{5}{(x-6)^7}.$$

$$2.11. y = \frac{1}{(x+1)^3} + \sqrt{x-5+x^2}.$$

$$2.12. y = \sqrt[5]{3x^4 + x - 5} + \frac{2}{(x+4)^4}.$$

$$2.13. y = \sqrt[3]{5x^3 - 10x - 1} + \frac{2}{(x+5)^2}.$$

$$2.14. y = \frac{7}{(x+2)^5} - \sqrt[7]{8x - x^2 + 3}.$$

$$2.15. y = \sqrt[4]{(x+1)^5} - \frac{7}{7x^2 - 3x + 2}.$$

$$2.16. y = \sqrt[5]{(x-2)^7} - \frac{10}{x^3 + x^2 - 4}.$$

$$2.17. y = \frac{10}{(x-4)^2} - \sqrt[3]{1+x-x^5}.$$

$$2.18. y = \frac{11}{(x+3)^3} - \frac{5}{x^2 + 3x - 4}.$$

$$2.19. y = \sqrt{x+5-2x^3} + \frac{4}{(x+3)^4}.$$

$$2.20. y = \sqrt[3]{2+x-3x^2} - \frac{4}{(x+1)^5}.$$

$$2.21. y = \sqrt[4]{x^2 - 10x + 1} - \frac{11}{(x-5)^2}.$$

$$2.22. y = \sqrt[5]{11-7x+x^7} - \frac{10}{(x+7)^3}.$$

$$2.23. y = \sqrt{(x-3)^3} + \frac{11}{7x^2 - x - 8}.$$

$$2.24. y = \sqrt[3]{(x+8)^5} - \frac{11}{1+3x-x^2}.$$

$$2.25. y = \frac{10}{4x-3x^3+1} + \sqrt{(x+2)^4}.$$

$$2.26. y = \frac{3}{x-2} + \sqrt[4]{(2x^{10} - 3x + 1)^3}.$$

$$2.27. y = \frac{1}{(x-7)^4} - \sqrt[3]{(3x^4 - x + 5)^3}.$$

$$2.28. y = \sqrt{(x-4)^3} + \frac{7}{(8x^2 + x + 5)}.$$

$$2.29. y = \frac{1}{(3x+2)^8} - \sqrt{8+5x+x^2}.$$

$$2.30. y = \sqrt[3]{(x+3)^7} + \frac{10}{2x^2 + x + 7}.$$

### 3

$$3.1. y = \sin^5 8x + \cos 3x^5.$$

$$3.2. y = \cos^4 7x + \operatorname{tg}(9x+1)^6.$$

$$3.3. y = \operatorname{tg}^7 x + \arcsin 3x^7.$$

$$3.4. y = \arcsin^5 x + \operatorname{tg} 8x^9.$$

$$3.5. y = \operatorname{ctg} 5x + \arccos 2x^3.$$

$$3.6. y = \arccos^3 2x + \ln(2x-5).$$

$$3.7. y = \ln^6 x + \operatorname{arctg} 5x^4.$$

$$3.8. y = \operatorname{arctg}^7 2x + 5^{\sin x}.$$

$$3.9. y = 2^{\sin x} + \operatorname{arcctg} 10x^3.$$

$$3.10. y = 4^{-\sin x} + \ln^7(x+2).$$

$$3.11. y = 2^{\operatorname{ctg} x} + \arcsin 2x.$$

$$3.12. y = 6^{x^2} + \arccos 7x^7.$$

$$3.13. y = \sin^6 3x + \operatorname{arctg} 5x^7.$$

$$3.14. y = \cos^4 3x + \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

$$3.15. y = \operatorname{tg}^5 3x + \arcsin x^7.$$

$$3.16. y = \operatorname{ctg}^2 x + \arccos 12x^4.$$

$$3.17. y = 4^{-\sin x} + \operatorname{tg} 8x^6.$$

$$3.18. y = e^{\cos x} + \operatorname{ctg} 10x^5.$$

$$3.19. y = \cos^2 x + \arccos 5x.$$

$$3.20. y = \sin^2 6x + \operatorname{arcctg} 10x^3.$$

$$3.21. y = \sin^6 2x + \operatorname{arcctg} 11x^{12}.$$

$$3.22. y = \cos^{\sqrt[4]{x}} + \arccos x^5.$$

$$3.23. y = \operatorname{tg}^7 2x + \cos 5x^2.$$

$$3.24. y = \operatorname{ctg}^5 4x + \arccos \sqrt{x}.$$

$$3.25. y = \operatorname{tg} \frac{1}{x} + \arccos x^3.$$

$$3.26. y = \operatorname{ctg}^7 10x + \operatorname{arctg} \sqrt[3]{x}.$$

$$3.27. y = \operatorname{tg}^4 5x + \arccos 5x^7.$$

$$3.28. y = 2^{\operatorname{ctg} x} + \operatorname{arctg}^5 7x.$$

$$3.29. y = \sin^7 3x + \operatorname{arctg} 2\sqrt{x}.$$

$$3.30. y = \cos^5 2x + \arcsin 2x^3.$$

#### 4

$$4.1. y = \operatorname{arctg}^5 5x + \ln(2x - 4).$$

$$4.2. y = \operatorname{arctg}^8 7x + \ln(2x + 1).$$

$$4.3. y = \arccos^6 x + \ln(3x^2 - 2x + 1).$$

$$4.4. y = \sqrt{\arccos 5x} + 2^{-x}.$$

$$4.5. y = \operatorname{tg}^2 10x + \operatorname{arctg} 6x^7.$$

$$4.6. y = 2^{-x^2} + \arcsin 4x^5.$$

$$4.7. y = \operatorname{arctg}^8 x + \log_5(x + 23).$$

$$4.8. y = \log_5(x + 15) + \arccos 6x.$$

$$4.9. y = e^{-5x} + \arcsin^2 x.$$

$$4.10. y = \log_7(x + 1) + \arcsin^5 x.$$

$$4.11. y = (x - 2)^7 + \operatorname{arctg} 2x^3.$$

$$4.12. y = \operatorname{ctg}^2 4x + \operatorname{arctg} 3x^7.$$

$$4.13. y = e^{-3\cos x} + \operatorname{arctg} 2x^5.$$

$$4.14. y = (x + 2)\arccos x^4.$$

$$4.15. y = 2^{\sin x} + \operatorname{arctg} x^9.$$

$$4.16. y = 9^{-x^3} \operatorname{arctg} x^5.$$

$$4.17. y = 5^{\cos x} \arcsin^2 5x.$$



**4.18.**  $y = \ln(3x - 10) + \arccos^2 7x.$

**4.19.**  $y = \lg(x + 2) + \arcsin x^3.$

**4.20.**  $y = \log(3x + 1) + \operatorname{arctg}^7 2x.$

**4.21.**  $y = \ln(3x + 9) + \operatorname{arcctg}^5 x.$

**4.22.**  $y = \lg(2x + 7) + \arcsin 9x.$

**4.23.**  $y = 5^{-\sin 5x} \operatorname{arctg} 8x.$

**4.24.**  $y = 7^{\cos x} \operatorname{arcctg} 8x.$

**4.25.**  $y = \lg(x^2 - 8) + \arcsin^2 6x.$

**4.26.**  $y = \log_4(5x + 3) + \arccos^2 5x.$

**4.27.**  $y = 5^{-x} \operatorname{arctg}^3 9x.$

**4.28.**  $y = \sin(x - 4) + \operatorname{arcctg}^4 7x.$

**4.29.**  $y = \cos(3x + 2) + \operatorname{arcctg}^2 5x.$

**4.30.**  $y = \log_2(3x + 1) + \operatorname{arctg}^2 x^7.$

**5**

**5.1.**  $y = \operatorname{tg}^5 3x + \arcsin 7x^3.$

**5.2.**  $y = (x + 2)^3 + \operatorname{arctg} 5x^4.$

**5.3.**  $y = 3^{-x^3} \operatorname{arctg} 4x^4.$

**5.4.**  $y = (x + 7)^5 \operatorname{arcctg} 7x^5.$

**5.5.**  $y = 5^{\cos x} \ln(x^{22} - x + 7)$

**5.6.**  $y = \log_4(3x - 8) + \operatorname{arctg} \sqrt{2x}.$

**5.7.**  $y = \arccos 5x + \operatorname{ctg} x^6.$

**5.8.**  $y = (x + 4)^7 \operatorname{arcctg} 5x^7.$

**5.9.**  $y = \arccos 3x^2 + \operatorname{tg} 7x^3.$

**5.10.**  $y = 5^{-3x^2} \arccos x^4.$

**5.11.**  $y = \operatorname{arctg}^4 x + \cos x^9.$

**5.12.**  $y = 4(x - 9)^4 \arcsin 9x^5.$

**5.13.**  $y = (x + 5)^{11} \arccos^2 10x.$

- 5.14.  $y = 2^{-\sin 2x} \arcsin^5 12x.$
- 5.15.  $y = (3x + 12)^7 \arccos \sqrt{x}.$
- 5.16.  $y = (2x - 4)^5 \arcsin 7x^9.$
- 5.17.  $y = \ln(3x - 1) + \arccos 2x^4.$
- 5.18.  $y = \log_{12}(x + 4) + tg^3 4x.$
- 5.19.  $y = (x - 7)^8 \operatorname{arccctg}^2 10x.$
- 5.20.  $y = \sqrt[3]{2x - 3} \arccos^4 3x.$
- 5.21.  $y = \sqrt[3]{3x - 1} \arcsin^6 5x.$
- 5.22.  $y = (x - 2)^5 \arccos x^7.$
- 5.23.  $y = \sqrt{2(x + 3)^5} \arcsin 3x^3.$
- 5.24.  $y = \sqrt[3]{3(x + 1)^2} \arccos 5x.$
- 5.25.  $y = \sqrt[3]{4(x + 1)^2} \arccos 7x.$
- 5.26.  $y = \sqrt{(x - 2)^3} \operatorname{ctg}(8x - 9).$
- 5.27.  $y = \sqrt[5]{(x + 4)^6} \arcsin 11x^2.$
- 5.28.  $y = 2 \arcsin^5 4x + tg 3x.$
- 5.29.  $y = e^{-\cos 2x} \arcsin 5x.$
- 5.30.  $y = \sqrt{(x + 10)^7} \arccos^{10} x.$

## 6

- 6.1.  $y = (2x - 3)^6 \arccos x^3.$
- 6.2.  $y = (x - 14)^3 \arccos 2x^2.$
- 6.3.  $y = ch^{13} 4x + \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$
- 6.4.  $y = th^2 \sqrt{x} + \operatorname{arccctg} x^2.$
- 6.5.  $y = cth^7 15x + \arcsin x^2.$
- 6.6.  $y = sh \frac{3}{x} + \operatorname{arccctg}(7x + 1).$
- 6.7.  $y = ch^{13} x + \arcsin 3x^2.$
- 6.8.  $y = sh^3 8x + \operatorname{arccctg} x^2.$
- 6.9.  $y = th^5 (10x + 1) + \arcsin \sqrt{x}.$

- 6.10.  $y = th^2(x+3) + \arccos \frac{21}{x}$ .
- 6.11.  $y = sh^4 x + \arcsin x^2$ .
- 6.12.  $y = cth^4 11x + \arcsin 2\sqrt{x}$ .
- 6.13.  $y = th^{11} 14x + \text{arccctg} 2x^4$ .
- 6.14.  $y = cth^{10} 7x + \arcsin \sqrt{x}$ .
- 6.15.  $y = sh^{13} 5x + \arcsin 8x^2$ .
- 6.16.  $y = th^5(3x+1) + \arccos 3x^4$ .
- 6.17.  $y = 5ch^{12} 5x + \text{arccctg} \sqrt{x}$ .
- 6.18.  $y = cth^{14} 3x + \text{arctg} x^{13}$ .
- 6.19.  $y = sh^{11} 2x + \arccos 5x^2$ .
- 6.20.  $y = ch^{13} 9x + \text{arctg}(2x-1)$ .
- 6.21.  $y = th^{11} x + \text{arccctg} \frac{2}{x}$ .
- 6.22.  $y = cth^7 2x + \arcsin(5x+11)$ .
- 6.23.  $y = ch^{11} 7x + \text{arctg} x^3$ .
- 6.24.  $y = th^{14} 8x + \arccos x^{10}$ .
- 6.25.  $y = cth 4x^{15} + \arccos 5x$ .
- 6.26.  $y = cth 10x + \arcsin^{14} x$ .
- 6.27.  $y = th^{15} 3x + \text{arctg} \sqrt{2x}$ .
- 6.28.  $y = sh^{14} 3x + \arccos 11x^4$ .
- 6.29.  $y = cth^{12} 4x + \arcsin 2x^3$ .
- 6.30.  $y = th^{13} 5x + \text{arccctg}(x-5)$ .

## 7

$$7.1. y = \frac{e^{\arccos^3 x}}{\sqrt{x^2 + 5x - 1}}$$

$$7.2. y = \frac{\sqrt{x+5}}{e^{\text{arccctg} x}}$$

$$7.3. y = \frac{2e^{-\text{ctg} 5x}}{(3x^2 - 4x + 2)}$$

$$7.4. y = \frac{e^{-ctg6x}}{(3x^2 - x + 2)}.$$

$$7.5. y = \frac{\sqrt{7x^{11} - 3x + 2}}{e^{2\cos x}}.$$

$$7.6. y = \frac{e^{2tg3x}}{\sqrt{x^3 - x + 4}}.$$

$$7.7. y = \frac{e^{tgx}}{(x-5)^4}.$$

$$7.8. y = \frac{\sqrt[3]{x^2 - 5x + 2}}{e^{-x}}.$$

$$7.9. y = \frac{\sqrt{x^3 + 4x - 5}}{2e^x}.$$

$$7.10. y = \frac{e^{ctgx}}{3(x+4)^5}.$$

$$7.11. y = \frac{\sqrt{5+x-x^2}}{e^x}.$$

$$7.12. y = \frac{e^{15x}}{\sqrt{x^2 - 5x - 7}}.$$

$$7.13. y = \frac{e^{-\sin x}}{(2x+15)^4}.$$

$$7.14. y = \frac{e^{\cos 3x}}{\sqrt{2x^2 - 6x - 12}}.$$

$$7.15. y = \frac{(x+5)^{13}}{e^{tgx}}.$$

$$7.16. y = \frac{e^{-tg3x}}{x^2 - 7}.$$

$$7.17. y = \frac{e^{-arsin4x}}{(x-15)^5}.$$

$$7.18. y = \frac{2x^2 - 5x + 10}{e^{3x}}.$$

$$7.19. y = \frac{e^{-2x}}{(2x^2 - 3x + 14)^2}.$$

$$7.20. y = \frac{e^{14x}}{(2x+5)^3}.$$

$$7.21. y = \frac{e^{ctg15x}}{(x-5)^4}.$$

$$7.22. y = \frac{(12x-15)^6}{e^{-2x}}.$$

$$7.23. y = \frac{(x+10)^{14}}{e^{4x}}.$$

$$7.24. y = \frac{15x^2 + x - 12}{e^{-x}}.$$

$$7.25. y = \frac{\sqrt{12x^2 - 3x + 1}}{e^{2x}}.$$

$$7.26. y = \frac{e^{-2x^2}}{(12x-5)^{11}}.$$

$$7.27. y = \frac{e^{\cos 5x}}{(3x+4)^5}.$$

$$7.28. y = \frac{e^{\sin 15x}}{(2x-1)^2}.$$

$$7.29. y = \frac{\sqrt{12x^2 - x - 11}}{e^{-x^5}}.$$

$$7.30. y = \frac{e^{-ctgx}}{4x^3 + 17x - 15}.$$

8

$$8.1. y = \frac{\log_2(x-1)}{ctgx^3}.$$

$$8.2. y = \frac{\ln(15x-3)}{tg 3x^4}.$$

$$8.3. y = \frac{\ln(3x+1)}{\cos 2x}.$$

$$8.4. y = \frac{\sin^{10} x}{\ln(x+3)}.$$

$$8.5. y = \frac{\cos 2x}{\lg(x-4)}.$$

$$8.6. y = \frac{tg^4 3x}{\lg(5x+9)}.$$

$$8.7. y = \frac{\log_7(2x+3)}{3\operatorname{ctg}\sqrt{x}}.$$

$$8.8. y = \frac{\ln(x+3)}{2\operatorname{tg}^2 5x}.$$

$$8.9. y = \frac{\lg(9x+9)}{\cos^2 6x}.$$

$$8.10. y = \frac{\operatorname{ctg}^{11} 2x}{\ln(x-2)}.$$

$$8.11. y = \frac{\operatorname{tg}^{11}(x-2)}{\lg(2x+3)}.$$

$$8.12. y = \frac{\sin^3(x+4)}{\lg(x-3)}.$$

$$8.13. y = \frac{\cos^5(9x-3)}{\lg(x+1)}.$$

$$8.14. y = \frac{\sin^2(x+7)}{\ln(2x+3)}.$$

$$8.15. y = \frac{\operatorname{ctg}^3(4x-10)}{\log_3(2x+2)}.$$

$$8.16. y = \frac{\lg^3 2x}{\sin x^2}.$$

$$8.17. y = \frac{\ln^2(3x+2)}{\cos 3x^4}.$$

$$8.18. y = \frac{\log_2(5x-10)}{\operatorname{tg}\sqrt{x}}.$$

$$8.19. y = \frac{\log_3(2x-3)}{\operatorname{ctg} 3x}.$$

$$8.20. y = \frac{\ln^{10}(2x-3)}{\operatorname{ctg}(1/x)}.$$

$$8.21. y = \frac{\lg(3x+12)}{\sin x^5}.$$

$$8.22. y = \frac{\operatorname{ctg}^5 7x}{\ln(x+3)}.$$

$$8.23. y = \frac{\operatorname{ctg}\sqrt{2x-1}}{\lg(4x+3)}.$$

$$8.24. y = \frac{\operatorname{tg}(x-1)}{\ln^2(3x+1)}.$$

$$8.25. y = \frac{\cos^{11} x}{\lg(3x^2 - x + 2)}.$$

$$8.26. y = \frac{\log_2(2x + 6)}{\operatorname{tg} 7x}.$$

$$8.27. y = \frac{\ln^2 x}{\operatorname{ctg}(3x - 3)}.$$

$$8.28. y = \frac{\operatorname{tg}^4 2x}{\ln(3x + 7)}.$$

$$8.29. y = \frac{\log_4(3x + 4)}{\cos^7 x}.$$

$$8.30. y = \frac{\operatorname{tg}^5 2x}{\lg(3x^2 - x + 4)}.$$

## 9

$$9.1. y = \frac{\operatorname{arctg}^5 2x}{\operatorname{sh}\sqrt{2x}}.$$

$$9.2. y = \frac{\operatorname{arctg}^3 3x}{\operatorname{sh}(1/x)}.$$

$$9.3. y = \frac{\arccos 2x^4}{\operatorname{th}^3 x}.$$

$$9.4. y = \frac{\arcsin 2x^3}{\operatorname{sh}\sqrt{x}}.$$

$$9.5. y = \frac{\operatorname{cth}^5(x + 7)}{\arccos x}.$$

$$9.6. y = \frac{\operatorname{th} 4x^5}{\operatorname{arctg}^5 3x}.$$

$$9.7. y = \frac{\arccos^7 5x}{\operatorname{cthx}^5}.$$

$$9.8. y = \frac{\arcsin^8 2x}{\operatorname{sh}(2x + 1)}.$$

$$9.9. y = \frac{\operatorname{cth}^4(3x + 5)}{\arccos 5x}.$$

$$9.10. y = \frac{\sqrt[5]{\operatorname{arctg} x}}{\operatorname{ch}^2 x}.$$

$$9.11. y = \frac{\arcsin^2 2x}{\operatorname{th}(2x - 5)}.$$

$$9.12. y = \frac{\operatorname{arctg}^2(4x + 2)}{\operatorname{arctg} x^3}.$$

$$9.13. y = \frac{\arcsin x^5}{\operatorname{th}^2 3x}.$$

$$9.14. y = \frac{\operatorname{arctg}^3(5x + 1)}{\operatorname{ch}\sqrt{2x}}.$$

$$9.15. y = \frac{\arccos 2x^3}{\operatorname{sh}^5 x}.$$

$$9.16. y = \frac{\operatorname{cth}^5(3x - 5)}{\arccos 2x}.$$

$$9.17. y = \frac{\operatorname{th}^5(2x + 3)}{\arcsin 3x}.$$

$$9.18. y = \frac{\operatorname{cth}^4(2x - 1)}{\arccos x^3}.$$

$$9.19. y = \frac{\operatorname{sh}^{11} 3x}{\arccos 5x}.$$

$$9.20. y = \frac{\sqrt{\operatorname{ch}^3 x}}{\operatorname{arctg} 10x}.$$

$$9.21. y = \frac{th^2(2x+10)}{arctg\sqrt{2x}}.$$

$$9.22. y = \frac{\arcsin^2 2x}{ch(3x-5)}.$$

$$9.23. y = \frac{arcctg^{10} 2x}{ch(x-10)}.$$

$$9.24. y = \frac{\arccos^{10} 10x}{cth(3x-1)}.$$

$$9.25. y = \frac{\sqrt{\arccos 2x}}{sh^3 2x}.$$

$$9.26. y = \frac{\arcsin^3 2x}{\sqrt{cthx}}.$$

$$9.27. y = \frac{arctg^5 3x}{\sqrt[3]{cth 2x}}.$$

$$9.28. y = \frac{arctg^{10} 2x}{th(2x+3)}.$$

$$9.29. y = \frac{\sqrt{ch^3 3x}}{arctg 4x}.$$

$$9.30. y = \frac{\sqrt[5]{ch 7x}}{arctg(3x+1)}.$$

## 10

$$10.1. y = \frac{9arctg(2x+1)}{(3x-1)^2}.$$

$$10.2. y = \frac{3arctg(5x+4)}{(2x+1)^5}.$$

$$10.3. y = \frac{6\arccos(5x-1)}{(3x+2)^4}.$$

$$10.4. y = \frac{2\arcsin(3x+1)}{2(x+2)^5}.$$

$$10.5. y = \frac{3arcctg(5x-1)}{(2x+3)^5}.$$

$$10.6. y = \frac{3arctg(5x+3)}{(2x-3)^3}.$$

$$10.7. y = \frac{5\arccos 2x}{(x+3)^7}.$$

$$10.8. y = \frac{\arcsin(2x+10)}{(3x-5)^4}.$$

$$10.9. y = \frac{8arctg(2x+1)}{(3x-5)^2}.$$

$$10.10. y = \frac{2\arcsin(4x-3)}{(3x+2)^4}.$$

$$10.11. y = \frac{3\lg(2x+1)}{(3x+10)^5}.$$

$$10.12. y = \frac{2\ln(3x+1)}{(3x-1)^2}.$$

$$10.13. y = \frac{2\log_3(5x+2)}{(3x+1)^2}.$$

$$10.14. y = \frac{2\log_4(3x-5)}{3(x-1)^5}.$$

$$10.15. y = \frac{\ln(2x+3)}{(3x-6)^4}.$$

$$10.16. y = \frac{2\lg(5x+8)}{(3x+1)^7}.$$

$$10.17. y = \frac{2\log_2(3x^2+1)}{(4x-3)^4}.$$

$$10.18. y = \frac{2\log_5(3x+11)}{(2x+4)^2}.$$

$$10.19. y = \frac{4\log_2(3x-5)}{(2x-5)^5}.$$

$$10.20. y = \frac{10\log_5(3x^2+2x)}{(2x+3)^3}.$$

$$10.21. y = \frac{\log_7(3x^2+6)}{(2x-5)^2}.$$

$$10.22. y = \frac{\ln(2x-11)}{(2x+3)^7}.$$



$$10.23. y = \frac{8 \lg(4x+15)}{(3x-1)^5}.$$

$$10.24. y = \frac{2 \log_3(2x-1)}{(3x+5)^4}.$$

$$10.25. y = \frac{2 \log_4(3x+9)}{(2x-7)^2}.$$

$$10.26. y = \frac{\lg(3x^2+x)}{(2x+1)^4}.$$

$$10.27. y = \frac{3 \ln(2x^2+10)}{(3x-1)^5}.$$

$$10.28. y = \frac{\log_2(2x-5)}{(3x-5)^3}.$$

$$10.29. y = \frac{\ln(3x^2+6)}{(2x-5)^4}.$$

$$10.30. y = \frac{5 \lg(2x+6)}{(3x-7)^2}.$$

### Список вопросов к экзамену. 1 семестр.

1. Определение высказывания
2. Парадокс Брадобрея
3. Операции над высказываниями
4. Операции над множествами
5. Логические законы
6. Определение отношения. Отношение эквивалентности (рефлексивность, симметричность, транзитивность)
7. Определение функции. Классификация.
8. равномошные множества. Счетные множества.
9. Утверждение о счетности объединения счетных множеств (док-во)
10. Доказательство неэквивалентности булеана и самого множества.
11. Доказательство иррациональности корня из двух.
12. Определение вещественных чисел и их свойства.
13. Аксиома Архимеда
14. Утверждение о представлении натуральных чисел.
15. Неравенство треугольника(док-во)
16. Утверждение о представлении вещественного числа в виде десятичной дроби.
17. Определение целой т дробной части числа. Неравенство для них.
18. Правило сравнения действительных чисел.
19. Определение окрестностей

20. Определение ограниченных множеств
21. Определение супремума и инфимума. Запись в математической форме.
22. Теорема о существовании супремума и инфимума.
23. Доказательство теоремы о плотности рациональных чисел.
24. Определения системы вложенных отрезков, стягивающихся отрезков.
25. Лемма об отделимости множеств (док-во)
26. Лемма о вложенных отрезках (док-во)
27. Лемма о стягивающихся отрезках (док-во)
28. Определение предела функции по Гейне.
29. Свойства пределов функции. Единственность, арифметические операции, предельный переход в неравенствах, теорема о двух милиционерах.
30. Определение предела по Коши.
31. Эквивалентность предела по Коши по Гейне.
32. Определение базы. Примеры баз. Определение предела по базе.
33. Критерий Коши существования предела.
34. Теорема о пределе сложной функции.
35. Определение непрерывности в точке.
36. Классификация разрывов. Примеры.
37. Арифметические операции над непрерывными функциями.
38. Функция Дирихле.
39. Непрерывность сложной функции.
40. Первый замечательный предел.
41. Второй замечательный предел.
42. Теорема о точках разрыва монотонной функции.
43. Теорема о нуле непрерывной функции.
44. Теорема о промежуточном значении.
45. Первая теорема Вейерштрасса.
46. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.
47. В чем заключается метод Больцано доказательства теорем?
48. Вторая теорема Вейерштрасса.

49. Определение равномерной непрерывности.
50. Теорема Кантора.
51. О символика. Определение  $\epsilon$ -малой, ее свойства .
52. Определение  $O$ -большой.
53. Эквивалентные функции. Таблица эквивалентностей.
54. Вычисление пределов по таблице.
55. Техника вычисления пределов, виды неопределенностей. Приемы:  
умножение на сопряженное, таблица эквивалентностей, сведение одной неопределенности к другой, замена переменной. “Скорость возрастания”  
 $\ln n$ ,  $p(n)$ ,  $a^n$ ,  $n!$ .
56. Определение производной, ее геометрический и физический смысл.
57. Уравнение касательной и нормали. Вывод.
58. Определение дифференцируемости в точке.
59. Чем дифференциал отличается от производной?
60. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.
61. Дифференцирование сложной функции.
62. Правила дифференцирования.
63. Таблица производных.
64. Теорема о производной обратной функции.
65. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
66. Правила дифференцирования в дифференциалах.
67. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
68. Изменение формы второго дифференциала. Частный случай инвариантности.
69. Условие возрастания и убывания в точке.
70. Условие возрастания и убывания на интервале.
71. Теорема Ролля.
72. Теорема Коши.
73. Формула конечных приращений (Лагранжа). Теорема о разрыве монотонной функции (док-во)

74. Теорема о нуле непрерывной функции (док-во)
75. Первая теорема Вейерштрасса (док-во)
76. Теорема о промежуточном значении (док-во)
77. Теорема об обратной функции
78. Вторая теорема Вейерштрасса (док-во)
79. Определение равномерной непрерывности
80. Пример функции, непрерывной на множестве, но не являющейся равномерно непрерывной на нем. Док-во.
81. Теорема Кантора
82. Определение производной и ее геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали.
83. Определение дифференцируемости и дифференциала
84. Геометрический смысл дифференциала
85. Правила дифференцирования (док-во)
86. Правило дифференцирования сложной функции (док-во)
87. Утверждение о связи дифференцируемости и непрерывности (док-во)
88. Производная обратной функции (док-во)
89. Производная параметрически заданной функции (док-во)
90. Таблица производной с доказательством
91. Определение возрастания, убывания в точке. Теорема о связи монотонности и производной.
92. Определение локального максимума и минимума.
93. Необходимое условие экстремума. Доказательство. Геометрический смысл.
94. Теорема Ролля. Док-во
95. Теорема Коши. Док-во
96. Теорема Лагранжа. Док-во
97. Первое правило Лопиталю. Доказательство.
98. Второе правило Лопиталю.
99. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано. Док-во.
100. Производные и дифференциалы высших порядков.

- 101.** Формула Лейбница. Док-во
- 102.** Инвариантность формы первого дифференциала и неинвариантность высших дифференциалов. Частный случай инвариантности высших дифференциалов.
- 103.** Формула Тейлора в дифференциальной форме

**2 семестр.**

1. 5 основных разложений по формуле Тейлора
2. Первое достаточное условие экстремума. Доказательство
3. Второе достаточное условие экстремума. Доказательство.
4. Третье достаточное условие экстремума. Доказательство
5. Первое определение выпуклости вверх (вниз). Геометрическое пояснение.
6. Второе определение выпуклости вверх (вниз). Геометрическое пояснение.
7. Определение точки перегиба.
8. Необходимое и достаточное условие выпуклости. Док-во.
9. Необходимое условие точки перегиба. Док-во
10. Достаточное условие точки перегиба. Док-во
11. Асимптоты к графику функции. Правила нахождения.
12. Общая схема исследования функций.
13. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа и в форме Коши
14. Определение стереографической проекции
15. Формула вычисления сферического расстояния
16. Определение общего предела и повторных пределов.
17. Определение функции Дирихле через повторные пределы.
18. Теорема о связи общего предела и повторных пределов.
19. Определение дифференцируемости, матрицы Якоби и Якобиана.
20. Пример функции, имеющей разные смешанные производные.
21. Теорема Шварца.

22. Определение дифференциала для функции многих переменных (ФМП).  
Геометрический смысл дифференцируемости для функции двух переменных.
23. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
24. Связь между дифференцируемостью и существованием частных производных.
25. Дифференцирование сложной функции.
26. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
27. Дифференциал 2-го порядка. Дифференциал высшего порядка.  
Изменение его формы.
28. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано.
29. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа.
30. Необходимое условие экстремума.
31. Достаточное условие экстремума. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
32. Теорема о неявной функции.
33. Теорема о системе неявных функций.
34. Теорема об обратном отображении.
35. Условный экстремум ФМП. Определения многообразия, невырожденного многообразия и т.д.
36. Функция Лагранжа. Необходимое условие условного экстремума..

### **Вопросы к экзамену 3 семестр**

1. Определение стереографической проекции
2. Формула вычисления сферического расстояния
3. Определение общего предела и повторных пределов.
4. Определение функции Дирихле через повторные пределы.
5. Теорема о связи общего предела и повторных пределов.
6. Определение дифференцируемости, матрицы Якоби и Якобиана.
7. Пример функции, имеющей разные смешанные производные.

8. Теорема Шварца.
9. Определение дифференциала для функции многих переменных (ФМП).  
Геометрический смысл дифференцируемости для функции двух переменных.
10. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
11. Связь между дифференцируемостью и существованием частных производных.
12. Дифференцирование сложной функции.
13. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
14. Дифференциал 2-го порядка. Дифференциал высшего порядка.  
Изменение его формы.
15. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано.
16. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа.
17. Необходимое условие экстремума.
18. Достаточное условие экстремума. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
19. Теорема о неявной функции.
20. Теорема о системе неявных функций.
21. Теорема об обратном отображении.
22. Условный экстремум ФМП. Определения многообразия, невырожденного многообразия и т.д.
23. Функция Лагранжа. Необходимое условие условного экстремума.
24. Определение ряда, частичной суммы, сходимости, отрезка ряда, остатка.
25. Сумма геометрической прогрессии.
26. Необходимый признак сходимости.
27. Критерий Коши сходимости ряда.
28. Утверждение об остатке сходящегося ряда.
29. Общие свойства сходящихся рядов.
30. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения (обычный, обобщенный, в предельной форме).

31. Признак Даламбера (обычный и предельный).
32. Признак Коши (обычный и предельный).
33. Интегральный признак Коши.
34. Сходимость обобщенного гармонического ряда.
35. Преобразование Абеля.
36. Признак Дирихле.
37. Признак Абеля.
38. Признак Лейбница.
39. Абсолютная и условная сходимость.
40. Связь между сходимостью и абсолютной сходимостью.
41. Теорема Римана о перестановке условно сходящегося ряда.
42. Перестановка абсолютно сходящихся рядов.
43. Оценка остатка ряда Лейбница.
44. Определение функциональной последовательности, функ. ряда, области сходимости.
45. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Признаки Абеля и Дирихле для равномерной сходимости (формулировка).
46. Теорема о непрерывности суммы функ. ряда.
47. Почленное интегрирование ряда.
48. Дифференцирование ряда.
49. Определение степенного ряда.
50. Теорема Коши- Адамара о радиусе сходимости. Формулы вычисления радиуса сходимости.
51. Теорема о равномерной и абсолютной сходимости степенных рядов.
52. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
53. Теорема о единственности разложения в степенной ряд.
54. Теорема Абеля.
55. Пять основных разложений в степенные ряды.
56. Несобственные интегралы (обзор). Несобственные интегралы, зависящие от параметра



- 57.** Основные признаки равномерной сходимости. Интегрирование и дифференцирование по параметру
- 58.** Ряды Фурье по тригонометрической системе
- 59.** Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля
- 60.** Условия равномерной сходимости и сходимости в точке
- 61.** Понятие об изображении Фурье
- 62.** Интегралы, зависящие от параметра
- 63.** Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость по параметру.

### Вопросы к экзамену, 4 семестр

1. Кратные интегралы. Эквивалентность двух определений.
2. Критерий интегрируемости (без доказательства).
3. Свойства кратных интегралов 1-5.
4. Переход от двойного интеграла с повторному. Следствия.
5. Формулировка теоремы о сведении  $n$ -кратного интеграла к  $(n-1)$ -кратному.
6. Свойства гладких отображений на выпуклом множестве. Теоремы 1-3.
7. Формула замены переменной в кратном интеграле. Леммы 1-4.
8. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Определения.
9. Физический смысл криволинейных интегралов.
10. Изменение криволинейных интегралов при направлении обхода кривой.
11. Свойства криволинейных интегралов.
12. Формулы вычисления криволинейных интегралов.
13. Формула Грина. При каких условиях она справедлива?
14. Определение площади поверхности. Формула вычисления.
15. Теорема о независимости криволинейного интеграла от пути обхода кривой.
16. Определения двумерной поверхности, невырожденной, гладкой.
17. Связь криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
18. Ориентация поверхности.
19. Определение поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Формулы вычисления.
20. Формула Грина в дифференциальной форме.
21. Определение границы поверхности. Кусочно-гладкой поверхности.
22. Формула Стокса.
23. Формула Остроградского-Гаусса.
24. Определения векторного и скалярного поля. Градиент, ротор, вихрь, оператор  $\nabla$ .

25. Определения циркуляции и потока.
26. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в терминах теории поля.
27. Свойства ротора и дивергенции.
28. Потенциальное поле. Необходимое и достаточное условие потенциальности.
29. Соленоидальное поле. Необходимое и достаточное условие соленоидальности.
30. Определение источника и вихря.
31. Внешняя мера Лебега на прямой, ее свойства
32. Измеримые множества и их свойства
33. Измеримые функции и их свойства. Сходимость почти всюду и по мере, связь между ними
34. Интеграл Лебега по измеримому множеству. Связь с интегралом Римана
35. Теорема Лебега, Леви и Фату о предельном переходе под знаком интеграла
36. Теорема Фубини
37.  $\Gamma$  функция и ее свойства
38. В-функция и ее свойства

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

по модулю 1. Введение в математический анализ

**Вопрос 1.**

Функция  $y = \sqrt{x - x^2}$  отображает множество  $(0; 1)$  на множество?

1.  $(0; 1/2]$
2.  $(0; 1/2)$
3.  $\emptyset$
4.  $(-1/2; 1/2)$
5.  $\{0\}$

**Вопрос 2.**

Найдите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 5}{x^2 + 3x + 2}$ .

1. -2
2. -10
3. 2
4. 4
5. 1

**Вопрос 3.**

Последовательность  $a_n = \frac{(-1)^n(n+1)}{2n+3}$  является.

1. сходящейся
2. ограниченной
3. неограниченной
4. возрастающей

**Вопрос 4.**

Последовательность  $a_n = \frac{n+1}{2n+3}$  является.

1. сходящейся
2. ограниченной
3. неограниченной
4. возрастающей

**Вопрос 5.**

Определение предела функции по Коши использует язык.

1. последовательностей
2. функциональный
3. «эпсилон-дельта»
4. рекурсий

**Вопрос 6.**

Предел функции  $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$  в точке  $x=2$ .

1. равен единице
2. не существует

3. *равен минус единице*
4. *равен бесконечности*

**Вопрос 7.**

Левый предел функции  $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$  в точке  $x=2$ .

1. *равен единице*
2. *не существует*
3. *равен минус единице*
4. *равен бесконечности*

**Вопрос 8.**

Правый предел функции  $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$  в точке  $x=2$ .

1. *равен единице*
2. *не существует*
3. *равен минус единице*
4. *равен бесконечности*

**Вопрос 9.**

Функция, непрерывная на отрезке.

1. *обязательно имеет ноль на этом отрезке*
2. *ограничена на этом отрезке*
3. *возрастает на этом отрезке*
4. *обязательно имеет производную на этом отрезке*

**Вопрос 10.**

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$  равен?

1.  $e$
2.  $e^3$
3.  $e^2$
4.  $2e$
5.  $\frac{1}{2e}$

**Вопрос 11.**

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+2}{2n-1} \right)^n$  равен?

1. 1,5
2.  $\infty$
3. 3
4. 1
5. 0

**Вопрос 12.**

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-x^2}{\sin 2x}$  равен?

1. 1
2. 0
3. -2
4. 0,5
5. -1,2

**Вопрос 13.**

На отрезке  $[-1;1]$  функция  $f(x) = 1/2x$  имеет

1. разрыв
2. производную
3. точку максимума
4. точку минимума

**Вопрос 14.**

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-x^2}{\sin 2x}$  имеет дело с неопределенностью типа.

1.  $0/\infty$
2.  $1/\infty$
3.  $\infty/\infty$
4.  $0/0$

**Вопрос 15.**

При  $x \rightarrow 0$  функция  $f(x) = 1 - \cos x$  эквивалентна

1.  $x$

2.  $x^2$
3.  $-x^2$
4.  $x^2/2$

**Вопрос 16.**

Функция  $y = x^3 + 1$  отображает множество  $(0; 1)$  на множество?

1.  $(0; 1]$
2.  $(0; 1)$
3.  $\emptyset$
4.  $(1; 2)$
5.  $(-1; 2)$

**Вопрос 17.**

Найдите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 2}{x^2 + 3x + 2}$ .

1. -2
2. -4
3. 2
4. 4
5. 1

**Вопрос 18.**

Последовательность  $a_n = \frac{(-2)^n(n+1)}{2n+3}$  является.

1. сходящейся
2. ограниченной
3. неограниченной
4. возрастающей

**Вопрос 19.**

Последовательность  $a_n = \frac{2n+1}{2n+3}$  является.

1. сходящейся
2. ограниченной
3. неограниченной
4. возрастающей

**Вопрос 20.**

Определение предела функции по Гейне использует язык.

1. последовательностей
2. функциональный
3. «эпсилон-дельта»
4. рекурсий

**Вопрос 21.**

Предел функции  $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$  в точке  $x=1$ .

1. равен единице
2. не существует
3. равен минус единице
4. равен бесконечности

**Вопрос 22.**

Левый предел функции  $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$  в точке  $x=1$ .

1. равен единице
2. не существует
3. равен минус единице
4. равен бесконечности

**Вопрос 23.**

Правый предел функции  $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$  в точке  $x=1$ .

1. равен единице
2. не существует
3. равен минус единице
4. равен бесконечности

**Вопрос 24.**

Функция  $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$  в точке  $x=1$  имеет.

1. разрыв первого рода (скачок)
2. разрыв второго рода
3. устранимый разрыв



4. *существенный разрыв*

**Вопрос 25.**

*Функция, непрерывная на отрезке.*

1. *обязательно имеет ноль на этом отрезке*
2. *достигает минимума на этом отрезке*
3. *возрастает на этом отрезке*
4. *обязательно имеет производную на этом отрезке*

**Вопрос 26.**

*Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$  равен?*

1.  *$e$*
2.  *$e^3$*
3.  *$e^2$*
4.  *$3e$*
5.  *$\frac{1}{2e}$*

**Вопрос 27.**

*Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+2}{3n-1}\right)^n$  равен?*

1. *1,5*
2.  *$\infty$*
3. *3*
4. *1*
5. *0*

**Вопрос 28.**

*Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-x^2}{\sin 2x}$  равен?*

1. *1*
2. *0*
3. *-2*
4. *0,5*
5. *-1,2*

**Вопрос 29.**

На отрезке  $[-1;1]$  функция  $f(x) = 1/3x$  имеет

1. разрыв первого рода (скачок)
2. разрыв второго рода
3. устранимый разрыв
4. разрыв слева
5. разрыв справа

**Вопрос 30.**

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x}$  имеет дело с неопределенностью типа.

1.  $0/\infty$
2.  $1/\infty$
3.  $\infty/\infty$
4.  $0/0$

**Вопрос 31.**

При  $x \rightarrow 0$  функция  $f(x) = 1 - \cos 2x$  эквивалентна

1.  $x$
2.  $2x^2$
3.  $-x^2$
4.  $x^2/2$

**Вопрос 32.**

Найдите предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 3}{x^2 + 4x + 3}$ .

1. -2
2. -12
3. 2
4. 4
5. -3

**Вопрос 33.**

Последовательность  $a_n = \frac{(-3)^n(2n+1)}{2n+3}$  является.

1. *сходящейся*
2. *ограниченной*
3. *неограниченной*
4. *возрастающей*

**Вопрос 34.**

Последовательность  $a_n = \frac{5n+1}{2n+3}$  является.

1. *сходящейся*
2. *ограниченной*
3. *неограниченной*
4. *возрастающей*

**Вопрос 35.**

Определение правого предела функции по Гейне использует язык.

1. *последовательностей*
2. *функциональный*
3. *«эпсилон-дельта»*
4. *рекурсий*

**Вопрос 36.**

Предел функции  $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$  в точке  $x=3$ .

1. *равен единице*
2. *не существует*
3. *равен минус единице*
4. *равен бесконечности*

**Вопрос 37.**

Левый предел функции  $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$  в точке  $x=3$ .

1. *равен единице*
2. *не существует*
3. *равен минус единице*
4. *равен бесконечности*

**Вопрос 38.**

Правый предел функции  $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$  в точке  $x=3$ .

1. равен единице
2. не существует
3. равен минус единице
4. равен бесконечности

**Вопрос 39.**

Функция  $f(x) = \frac{|x-4|}{x-4}$  в точке  $x=4$  имеет.

1. разрыв первого рода (скачок)
2. разрыв второго рода
3. устранимый разрыв
4. существенный разрыв

**Вопрос 40.**

Функция, непрерывная на отрезке.

1. обязательно имеет ноль на этом отрезке
2. достигает максимума на этом отрезке
3. возрастает на этом отрезке
4. обязательно имеет производную на этом отрезке

**Вопрос 41.**

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  равен?

1.  $e$
2.  $e^3$
3.  $e^2$
4.  $3e$
5.  $\frac{1}{2e}$

**Вопрос 42.**

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+5}{2n+4}$  равен?

1. 1,5
2.  $\infty$

3. 3
4. 1
5. 0

**Вопрос 43.**

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - x^2}{\arcsin 2x}$  равен?

1. 1,5
2. 0
3. -2
4. 0,5
5. -1,2

**Вопрос 44.**

На отрезке  $[-1; 2]$  функция  $f(x) = 1/(x - 1)$  имеет

1. разрыв первого рода (скачок)
2. разрыв второго рода
3. устранимый разрыв
4. разрыв слева
5. разрыв справа

**Вопрос 45.**

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x}$  имеет дело с неопределенностью типа.

1.  $0/\infty$
2.  $1/\infty$
3.  $\infty/\infty$
4.  $0/0$

**Вопрос 46.**

При  $x \rightarrow 0$  функция  $f(x) = 2^x$  эквивалентна

1.  $x \ln x$
2.  $2x \ln x$
3.  $x \ln 2$

4.  $x$

**по модулю 2. Дифференциальное исчисление**

**Вопрос 47.**

Уравнение касательной к графику функции  $y = x^4 + 2$  в точке  $(-1; 3)$  имеет вид.

1.  $4x + y = 3$
2.  $4x + y = -2$
3.  $4x + 2y = 2$
4.  $\underline{4x + y = -1}$
5.  $-4x + y = 2$

**Вопрос 48.**

Производная функции  $x\sqrt{x} + \frac{1}{x^7}$  равна?

1.  $\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{7}{x^6}$
2.  $\frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{7}{x^6}$
3.  $\frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{7}{x^8}$
4.  $\underline{-\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{7}{x^8}}$

**Вопрос 49.**

Производная функции  $2^{3x+1} \arccos(5x)$  равна?

1.  $2^{3x+1} \ln 2 * 3 \arccos(5x) + \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-5x^2}}$
2.  $2^{3x+1} \ln 2 * 3 \arccos(5x) - \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-5x^2}}$
3.  $2^{3x+1} \ln 2 * 3 \arccos(5x) - \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-25x^2}}$
4.  $\underline{2^{3x+1} \ln 2 * \arccos(5x) + \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-5x^2}}}$

**Вопрос 50.**

Уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{1}{x^3+1}$  в точке  $(1; 0,5)$  имеет вид.

1.  $3x + 4y + 1 = 0$
2.  $3x - 4y - 5 = 0$
3.  $3x - 4y + 1 = 0$
4.  $3x + 4y - 1 = 0$
5.  $3x + 4y - 5 = 0$

**Вопрос 51.**

Указать первые три (отличные от нуля) члена разложения функции

$y = \frac{1}{2-x}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x=0$ .

1.  $\frac{1}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2} + \dots$
2.  $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{2^3} + \dots$
3.  $\frac{x}{2} - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{2^3} - \dots$
4.  $\frac{1}{2} + \frac{x}{2^2} + \frac{x^2}{2^3} + \dots$
5.  $\frac{1}{2} - \frac{x}{2^2} + \frac{x^2}{2^3} - \dots$

**Вопрос 52.**

Касательная в точке  $x_0$  пересекает ось  $Ox$  под углом  $45^\circ$ . Тогда производная в точке  $x_0$  равна?

1.  $-1$
2.  $1$
3.  $\sqrt{2}$
4.  $1/\sqrt{2}$

**Вопрос 53.**

Касательная в точке  $x_0$  пересекает ось  $Ox$  под углом  $45^\circ$ . Тогда функция в точке  $x_0$ .

1. убывает
2. возрастает
3. имеет максимум

4. *имеет минимум*

**Вопрос 54.**

Дифференциал функции  $f(x) = \sin 2x$  равен?

1.  $2x \sin x dx$
2.  $2 \sin x dx$
3.  $2 \cos 2x dx$
4.  $2x \cos x dx$
5.  $\cos 2x dx$

**Вопрос 55.**

В точке  $x_0 = 1$  функция  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  имеет.

1. *минимум*
2. *максимум*
3. *перегиб*
4. *ноль*

**Вопрос 56.**

Касательная в точке  $x_0$  пересекает ось  $Ox$  под углом  $145^\circ$ . Тогда функция в точке  $x_0$ .

1. *убывает*
2. *возрастает*
3. *имеет максимум*
4. *имеет минимум*

**Вопрос 57.**

Дифференциал функции  $f(x) = 2\sin 2x$  равен?

1.  $4x \sin x dx$
2.  $2 \sin x dx$
3.  $4 \cos 2x dx$
4.  $2x \cos x dx$
5.  $\cos 2x dx$

**Вопрос 58.**

В точке  $x_0 = 0$  функция  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  имеет.



1. минимум
2. максимум
3. перегиб
4. ноль

**Вопрос 59.**

На отрезке  $[-2;2]$  функция  $f(x) = 1/(x + 1)$  имеет.

1. разрыв первого рода (скачок)
2. разрыв второго рода
3. устранимый разрыв
4. разрыв слева
5. разрыв справа

**Вопрос 60.**

Функция  $y = f(x)$  задана параметрически с помощью системы

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t + \cos t \end{cases}. \text{ Тогда ее производная в точке } x=0 \text{ равна?}$$

1. 1
2. 0,5
3. 2
4. -1

**Вопрос 61.**

Какой из следующих пределов можно вычислять, используя правило Лопиталья?

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\operatorname{tg} x}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{ctg} x}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} x + 1}$

**Вопрос 62.**

Если производная положительна на интервале  $(a,b)$ , то на этом интервале.

1. функция убывает
2. функция возрастает
3. функция выпукла вверх
4. функция выпукла вниз

**Вопрос 63.**

Физический смысл второй производной?

1. скорость
2. ускорение
3. работа
4. путь

**Вопрос 64.**

Если производная равна нулю в точке  $x_0$ , то функция в этой точке.

1. обязательно имеет экстремум
2. обязательно имеет перегиб
3. может как иметь экстремум, так и не иметь
4. может как иметь перегиб, так и не иметь

**Вопрос 65.**

Производная функции  $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$  в точке  $x=0$  равна

1. 1
2. 0
3. -1
4. e

**Вопрос 66.**

Уравнение касательной к графику функции  $y = x^3$  в точке (1; 1) имеет вид.

1.  $3x+y=4$
2.  $3x-y=2$
3.  $3x+2y=5$
4.  $x+y=-1$
5.  $-3x+y=2$

**Вопрос 67.**

Производная функции  $x\sqrt{x} - \frac{1}{x^7}$  равна?

1.  $\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{7}{x^6}$

2.  $\frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{7}{x^6}$

3.  $\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{7}{x^8}$

---

4.  $-\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{7}{x^8}$

**Вопрос 68.**

Производная функции  $2^{3x+1} \arcsin(5x)$  равна?

1.  $2^{3x+1} \ln 2 * 3 \arccos(5x) + \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-5x^2}}$

2.  $2^{3x+1} \ln 2 * 3 \arccos(5x) - \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-5x^2}}$

3.  $2^{3x+1} \ln 2 * 3 \arcsin(5x) + \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-25x^2}}$

---

4.  $2^{3x+1} \ln 2 * \arcsin(5x) + \frac{5 * 2^{3x+1}}{\sqrt{1-25x^2}}$

**Вопрос 69.**

Указать первые три (отличные от нуля) члена разложения функции  $y = e^{x/2}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x=0$ .

1.  $1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} + \dots$

2.  $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{8} + \dots$

3.  $1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2^2} - \dots$

4.  $\frac{1}{2} + \frac{x}{2^2} + \frac{x^2}{2^3} + \dots$

5.  $\frac{1}{2} - \frac{x}{2^2} + \frac{x^2}{2^3} - \dots$

**Вопрос 70.**

Касательная в точке  $x_0$  пересекает ось  $Ox$  под углом  $30^\circ$ . Тогда производная в точке  $x_0$  равна?

1.  $-1$

2.  $1$
3.  $\sqrt{3}$
4.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

**Вопрос 71.**

Касательная в точке  $x_0$  пересекает ось  $Ox$  под углом  $120^\circ$ . Тогда функция в точке  $x_0$ .

1. убывает
2. *возрастает*
3. *имеет максимум*
4. *имеет минимум*

**Вопрос 72.**

Дифференциал функции  $f(x) = \cos 2x$  равен?

1.  $2x \sin x dx$
2.  $-2 \sin 2x dx$
3.  $-2 \cos 2x dx$
4.  $2x \cos x dx$
5.  $\cos 2x dx$

**Вопрос 73.**

В точке  $x_0 = 1$  функция  $f(x) = \sqrt{4x - 2x^2}$  имеет.

1. *минимум*
2. максимум
3. *перегиб*
4. *ноль*

**Вопрос 74.**

Функция  $y = f(x)$  задана параметрически с помощью системы

$$\begin{cases} x = t \\ y = t + \cos t \end{cases}. \text{ Тогда ее производная в точке } x=0 \text{ равна?}$$

1.  $1$
2.  $0,5$
3.  $2$

4. -1

**Вопрос 75.**

Какой из следующих пределов можно вычислять, используя правило Лопиталья?

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 1}{\operatorname{tg} x}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{\operatorname{ctg} x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{ctg} x + 1}$

**Вопрос 76.**

Если производная отрицательна на интервале  $(a,b)$ , то на этом интервале.

1. функция убывает
2. функция возрастает
3. функция выпукла вверх
4. функция выпукла вниз

**Вопрос 77.**

Если вторая производная отрицательна на интервале  $(a,b)$ , то на этом интервале.

1. функция убывает
2. функция возрастает
3. функция выпукла вверх
4. функция выпукла вниз

**Вопрос 78.**

Если вторая производная равна нулю в точке  $x_0$ , то функция в этой точке.

1. обязательно имеет экстремум
2. обязательно имеет перегиб
3. может как иметь экстремум, так и не иметь
4. может как иметь перегиб, так и не иметь

**Вопрос 79.**

Производная функции  $f(x) = \frac{\sin x}{x+1}$  в точке  $x=0$  равна?

1.  $\underline{1}$
2.  $0$
3.  $-1$
4.  $2$

**Вопрос 80.**

Формула логарифмической производной имеет вид.

1.  $\ln y$
2.  $\ln y'$
3.  $\underline{y'/y}$
4.  $y/y'$

**Вопрос 81**

Найдите  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$ .

1.  $(\arcsin x)^4 + C$
2.  $\frac{1}{4} \arcsin(x^4) + C$
3.  $\arcsin(x^4) + C$
4.  $\frac{1}{4} \ln|x^4 + \sqrt{x^8 - 1}| + C$

**Вопрос 82 .**

Первообразная для интеграла  $\int \frac{xdx}{x^4 + 1}$  имеет вид.

1.  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x^2) + c$
2.  $\operatorname{arctg} x^2 + c$
3.  $\frac{1}{2} \ln|e^x + 1| + c$
4.  $(\operatorname{arctg} x)^2 + c$
5.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right| + c$

**Вопрос 83.**

Найдите  $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 1}$ .

1.  $\arctg(\sin x) + C$
2.  $2\arctg(\sin x) + C$
3.  $0,5\arctg(\sin x) + C$
4.  $-\arctg(\cos x) + C$

**Вопрос 84.**

Интеграл  $\int \frac{x}{x^2+1} dx$  вычисляется.

1. методом замены переменной
2. интегрированием по частям
3. дифференцированием
4. тригонометрической подстановкой

**Вопрос 85.**

Интеграл  $\int \frac{x}{x^3+1} dx$  вычисляется.

1. методом замены переменной
2. интегрированием по частям
3. методом неопределенных коэффициентов
4. тригонометрической подстановкой

**Вопрос 86.**

Найдите  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^4}}$ .

1.  $(\arcsin x)^4 + C$
2.  $\frac{1}{4} \arcsin(x^4) + C$
3.  $\frac{1}{-2} \arcsin(x^2) + C$
4.  $\frac{1}{4} \ln|x^4 + \sqrt{x^8 - 1}| + C$

**Вопрос 87.**

Первообразная для интеграла  $\int \frac{2x dx}{x^4 + 1}$  имеет вид.

1.  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x^2) + c$
2.  $\operatorname{arctg} x^2 + c$
3.  $\frac{1}{2} \ln |e^x + 1| + c$
4.  $(\operatorname{arctg} x)^2 + c$
5.  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right| + c$

**Вопрос 88.**

Найдите  $\int \frac{2 \cos x dx}{\sin^2 x + 1}$ .

1.  $\underline{2 \operatorname{arctg}(\sin x) + C}$
2.  $2 \operatorname{arctg}(\sin x) + C$
3.  $0,5 \operatorname{arctg}(\sin x) + C$
4.  $- \operatorname{arctg}(\cos x) + C$

**Вопрос 89.**

Интеграл  $\int \frac{3x+1}{x^2+1} dx$  вычисляется.

1. методом замены переменной
2. интегрированием по частям
3. дифференцированием
4. тригонометрической подстановкой

**Вопрос 90.**

Интеграл  $\int \frac{x+6}{x^4+1} dx$  вычисляется.

1. методом замены переменной
2. интегрированием по частям
3. методом неопределенных коэффициентов
4. тригонометрической подстановкой

**Вопрос 91.**

Определенный интеграл  $\int_0^1 (4x^3 + 3\sqrt{x}) dx$  равен?



1. 1
2. 3
3. 0
4. 2

**Вопрос 92**

Определенный интеграл  $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \, dx$  равен?

1. 1
2. 3
3. 0
4. 2

**Вопрос 93.**

Формула Ньютона-Лейбница имеет вид.

1.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$
2.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$
3.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
4.  $\int_a^b f(x) dx = (F(a) + F(b))/2$

**Вопрос 94.**

Несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3+1}$ .

1. сходится
2. расходится
3. равен нулю
4. не существует

**Вопрос 95.**

Несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x+1}$ .

1. сходится
2. расходится
3. равен нулю
4. равен единице

**Вопрос 96.**

Частное уравнение дифференциального уравнения

$xy' = \frac{y}{\ln x}$  при  $y(e)=1$  имеет вид.

1.  $\ln \ln x$
2.  $\sqrt{\ln x}$
3.  $3 \ln x$
4.  $\underline{\ln x}$
5.  $\ln^2 x$

**Вопрос 97.**

Частное решение дифференциального уравнения  $(x^2 + 1)y' = 2x(4 - y)$  при  $y(0) = 1$  имеет вид.

1.  $4 - \frac{3}{x^2 + 1}$
2.  $4 + \frac{1}{x^2 + 1}$
3.  $\frac{4x^2 - 3}{x^2 + 1}$
4.  $\frac{4x^2}{x^2 + 1}$
5.  $4 + \frac{3}{x^2 + 1}$

**Вопрос 98.**

Частное решение дифференциального уравнения  $(x^2 - 1)y' = 2xy$  при  $y(2)=6$  имеет вид.

1.  $y = 2x^2 + 2$
2.  $y = \ln|x^2 - 1|$
3.  $y = x^2 + 1$
4.  $y = 2(x^2 - 1)$

$$5. \quad y = \frac{(x^2 - 1)}{2}$$

**Вопрос 99.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите уравнение с разделяющимися переменными.

1.  $(xy^4 - x)dx + (y + xy)dy = 0$

2.  $(x + y)^2 y' = 1$

3.  $(4xy - 3)y' + y^2 = 1$

$$yy' + xy = x^3$$

**4. Вопрос 100.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите линейное неоднородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.

1.  $y'' - 3y' + 2y = (x + 1)e^{-2x}$

2.  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = -3x$

3.  $(3x + y)^2 y' = 1$

4.  $(xy^4 - x)dx + (3y + 3xy)dy = 0$

$$(4xy - 3)y' + y^2 = 1$$

**5. Вопрос 101.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите уравнение с разделяющимися переменными

1.  $yy' + 2xy = x^3$

2.  $y'' - y' + y = (x + 1)e^{-2x}$

3.  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = -5x$

4.  $y'' = 5yy'$

$$(3x + y)^2 y' = 1$$

**5. Вопрос 102.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите уравнение с разделяющимися переменными

1.  $(y^4 - 1)dx + (xy + xy)dy = 0$

2.  $(2y - 1)y' + y^2 = 1$
3.  $yy' + xy = x$
4.  $y'' - 3y' + 4y = (2x + 3)e^{-2x}$
5.  $x^2y'' - xy' + y = -2$
6.  $3y'' = 4yy'$

**Вопрос 103.**

Частное решение дифференциального уравнения  $2x^2y' = 8x^3$  при  $y(2)=6$  имеет вид.

1.  $y = 2x^2 + 2$
2.  $y = \ln|x^2 - 1|$
3.  $y = x^2 + 1$
4.  $y = 2(x^2 - 1)$
5.  $y = \frac{(x^2 - 1)}{2}$

**Вопрос 104.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите уравнение Бернулли.

1.  $(xy^4 - x)dx + (y + xy)dy = 0$
2.  $(x + y)^2 y' = 1$
3.  $(4xy - 3)y' + y^2 = 1$   
 $y' + xy^3 = x^3$

**Вопрос 105.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите линейное уравнение первого порядка.

1.  $y'' - 3y' + 2y = (x + 1)e^{-2x}$
2.  $x^2y'' - 2xy' + 2y = -3x$
3.  $(3x + y)^2 y' = 1$
4.  $(xy^4 - x)dx + (3y + 3xy)dy = 0$   
 $(4x - 3)y' + y = 1$
- 5.

**Вопрос 106.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите однородное уравнение первого порядка.

1.  $y^2 y' + 2xy = x^2$
2.  $y'' - y' + y = (x+1)e^{-2x}$
3.  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = -5x$
4.  $y'' = 5yy'$   
 $(3x+y)^2 y' = 1$

5.

**Вопрос 107.**

Среди предложенных дифференциальных уравнений выберите уравнение в полных дифференциалах.

1.  $(y^4 - 1)dx + (xy + xy)dy = 0$
2.  $(2y - 1)y' + y^2 = 1$
3.  $yy' + xy = x$
4.  $2xdx + 2ydy = 0$
5.  $x^2 y'' - xy' + y = -2$

**Вопрос 108.**

Общим решением дифференциального уравнения при  $y' = \sin 2x$  является.

1.  $y = -0,5 \cos x + C$
2.  $y = -0,5 \cos 2x + C$
3.  $y = 0,5 \sin 2x + C$
4.  $y = 0,5 \sin x + C$

**Вопрос 109.**

Общим решением дифференциального уравнения при  $y' = \cos 2x$  является.

1.  $y = -0,5 \cos x + C$
2.  $y = -0,5 \cos 2x + C$
3.  $y = 0,5 \sin 2x + C$

4.  $y = 0,5 \sin x + C$

**Вопрос 110.**

Общим решением дифференциального уравнения при  $y' = xy$  является.

1.  $y = Ce^{x^2/2} + 1$

2.  $y = Ce^{x^2/2}$

3.  $y = Ce^{x^2/2} - 1$

4.  $y = e^{x^2/2} + 1$

**Вопрос 111.**

Общим решением дифференциального уравнения при  $y' = x(y + 1)$  является.

1.  $y = Ce^{x^2/2} + 1$

2.  $y = Ce^{x^2/2}$

3.  $y = Ce^{x^2/2} - 1$

4.  $y = e^{x^2/2} + 1$

**по модулю 3. Функции нескольких переменных**

**Вопрос 112.**

Областью определения функции  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  является.

1. *внешность замкнутого круга*
2. *внутренность замкнутого круга*
3. *плоскость с выброшенной прямой*
4. *внутренность замкнутого эллипса*
5. *внешность замкнутого эллипса*

**Вопрос 113.**

Областью определения функции  $f(x, y) = \sqrt{1 - 2x^2 - y^2}$  является.

1. *внешность замкнутого круга*
2. *внутренность замкнутого круга*
3. *плоскость с выброшенной прямой*
4. *внутренность замкнутого эллипса*

5. *внешность замкнутого эллипса*

**Вопрос 114.**

Областью определения функции  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$  является.

1. внешность замкнутого круга
2. *внутренность замкнутого круга*
3. *плоскость с выброшенной прямой*
4. *внутренность замкнутого эллипса*
5. *внешность замкнутого эллипса*

**Вопрос 115.**

Областью определения функции  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2 - 1}$  является.

1. *внешность замкнутого круга*
2. *внутренность замкнутого круга*
3. *плоскость с выброшенной прямой*
4. *внутренность замкнутого эллипса*
5. внешность замкнутого эллипса

**Вопрос 116.**

Областью определения функции  $f(x, y) = 1/(x + 2y - 1)$  является.

1. *внешность замкнутого круга*
2. *внутренность замкнутого круга*
3. плоскость с выброшенной прямой
4. *внутренность замкнутого эллипса*
5. *внешность замкнутого эллипса*

**Вопрос 117.**

Линиями уровня функции  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  являются.

1. *эллипсы*
2. *параболы*
3. окружности
4. *гиперболы*

**Вопрос 118.**

Линиями уровня функции  $f(x, y) = \sqrt{1 - 2x^2 - y^2}$  являются.

1. эллипсы
2. параболы
3. окружности
4. гиперболы

**Вопрос 119.**

Линиями уровня функции  $f(x, y) = 1 - x - y^2$  являются.

1. эллипсы
2. параболы
3. окружности
4. гиперболы

**Вопрос 120.**

Пусть функция  $f(x, y, z) = xz \sin(2yx)$ . Тогда частная производная по  $x$   $f'_x$  равна?

1.  $z \sin(2yx) + 2xzycos(2yx)$
2.  $x \sin(2yx)$
3.  $2zx^2 \cos(2yx) + 2xycos(2yx)$
4.  $2zx^2 \cos(2yx)$
5.  $2x \sin(2yx)$

**Вопрос 121.**

Пусть функция  $f(x, y, z) = xz \sin(2yx)$ . Тогда частная производная по  $y$   $f'_y$  равна?

1.  $z \sin(2yx) + 2xzycos(2yx)$
2.  $x \sin(2yx)$
3.  $2zx^2 \cos(2yx) + 2xycos(2yx)$
4.  $2zx^2 \cos(2yx)$
5.  $2x \sin(2yx)$

**Вопрос 122.**

Пусть функция  $f(x, y, z) = xz \sin(2yx)$ . Тогда частная производная по  $z$



$f'_z$  равна?

1.  $z \sin(2yx) + 2xyz \cos(2yx)$
2.  $x \sin(2yx)$
3.  $2zx^2 \cos(2yx) + 2xyz \cos(2yx)$
4.  $2zx^2 \cos(2yx)$
5.  $2x \sin(2yx)$

**Вопрос 123.**

Если  $U = \ln(x - y^2 + z^3)$ , то значение  $U'_z$  в точке  $M(1;0;1)$  равно

1. 0,2
2. 0,5
3. 1,5
4. 1,2
5. 1

**Вопрос 124.**

Прибыль  $\Pi$  предприятия от выпуска единицы продукции определяется формулой  $\Pi = 0,5xy - x - y$ , где  $x$  – затраты капитала, тыс. руб., ( $x > 0$ ),  $y$  – затраты труда, тыс. руб., ( $y > 0$ ). Найдите значения  $x$  и  $y$ , при которых прибыль предприятия максимальна, а суммарные затраты на единицу продукции не превышают 15 тыс. руб.

1.  $x=5; y=10$
2.  $x=2; y=2$
3.  $x=8; y=8$
4.  $x=7,5; y=7,5$
5.  $x=7; y=8$

**Вопрос 125.**

Если  $U = \ln(x^2 - y + 2z)$ , то значение  $U'_z$  в точке  $M(1;2;0)$  равно?

1. 2
2. -2
3. 1
4. -1

5. 0

**Вопрос 125.**

Если  $U = \ln(x^2 - y + 2z)$ , то значение  $U'_y$  в точке  $M(1;2;0)$  равно?

1. 2

2. -2

3. 1

4. -1

5. 0

**Вопрос 127**

Если  $U = \ln(x^2 - y + 2z)$ , то значение  $U'_x$  в точке  $M(1;2;0)$  равно?

1. 2

2. -2

3. 1

4. -1

5. 0

**Вопрос 128.**

Градиент функции  $U = 2x^2 - y + 3z$  в точке  $M(1;1;1)$  равен?

1. (1; -1; 3)

2. (-2; -2; 3)

3. (4; -1; 3)

4. (1; -1; 3)

**Вопрос 130.**

Градиент функции  $U = 2x^2 - y + 3z$  в точке  $M(1;1;1)$  параллелен вектору.

1. (1; -1; 3)

2. (-2; -2; 3)

3. (8; -2; 6)

4. (1; -1; 3)

**Вопрос 131.**

Градиент функции  $U = 2x^2 - y + 3z$  в точке  $M(1; 1; 1)$  перпендикулярен вектору

1. (1; -1; 3)
2. (-1; 4; 0)
3. (4; -1; 3)
4. (1; -1; 3)

**Вопрос 132.**

Градиенты функций  $U = 2x^2 - y + 3z$  и  $V = 4x - y + 2$  в точке  $M(1; 1; 0)$ .

1. перпендикулярны
2. равны
3. компланарны
4. не пересекаются

**Вопрос 133.**

Дифференциал функции  $U = 2x^2 - y + 3z$  равен?

1.  $4xdx + 2dy - 3dz$
2.  $4xdx - dy + dz$
3.  $4xdx - dy + 3dz$
4.  $4xdx - dy + dz$

**Вопрос 134.**

Дифференциал функции  $U = 2x^2 - 4y + z$  равен?

1.  $4xdx + 2dy - 3dz$
2.  $4xdx - dy + dz$
3.  $4xdx - 4dy + dz$
4.  $4xdx - dy + dz$

**Вопрос 135.**

Критической точкой функции  $U = x^2 + y^2 + 2y - 4$  является.

1.  $x=1, y=0$
2.  $x=0, y=-1$
3.  $x=1, y=1$

4.  $x=0, y=1$

**Вопрос 136.**

Критической точкой функции  $U = x^2 + y^2 - 4$  является.

1.  $x=0, y=0$

2.  $x=0, y=-1$

3.  $x=1, y=1$

4.  $x=0, y=1$

**Вопрос 137.**

Минимум функции  $U = x^2 + y^2 + 2y - 4$  равен?

1.  $\underline{-5}$

2.  $-4$

3.  $3$

4.  $-1$

**Вопрос 138.**

Минимум функции  $U = x^2 + y^2 - 4$  равен?

1.  $-3$

2.  $\underline{-4}$

3.  $-5$

4.  $1$

**Вопрос 139.**

Максимум функции  $U = -x^2 - y^2 - 2y + 4$  равен?

1.  $\underline{5}$

2.  $-4$

3.  $3$

4.  $-1$

**Вопрос 140.**

Максимум функции  $U = -x^2 - y^2 + 4$  равен?

1.  $-3$

2.  $\underline{4}$

3.  $-5$

4. 1

**Вопрос 141.**

Если смешанные производные непрерывны, то они.

1. совпадают
2. равны нулю
3. параллельны
4. перпендикулярны

**Вопрос 142.**

Если матрица вторых производных в критической точке положительно определена, то это точка.

1. максимума
2. минимума
3. седловая
4. перегиба

**Вопрос 143.**

Пусть функция  $f(x, y, z) = 2xz \sin(2yx)$ . Тогда частная производная по  $x$   $f'_x$  равна?

1.  $2z \sin(2yx) + 4xyz \cos(2yx)$
2.  $x \sin(2yx)$
3.  $2zx^2 \cos(2yx) + 2xyz \cos(2yx)$
4.  $2zx^2 \cos(2yx)$
5.  $2x \sin(2yx)$

**Вопрос 144.**

Пусть функция  $f(x, y, z) = 3xz \sin(2yx)$ . Тогда частная производная по  $y$   $f'_y$  равна?

1.  $z \sin(2yx) + 2xyz \cos(2yx)$
2.  $x \sin(2yx)$
3.  $2zx^2 \cos(2yx) + 2xyz \cos(2yx)$
4.  $6zx^2 \cos(2yx)$
5.  $2x \sin(2yx)$

**Вопрос 145.**

Пусть функция  $f(x, y, z) = xz \sin(2yx) + 3$ . Тогда частная производная по  $z$   $f'_z$  равна?

1.  $z \sin(2yx) + 2xzy \cos(2yx)$
2.  $x \sin(2yx)$
3.  $2zx^2 \cos(2yx) + 2xy \cos(2yx)$
4.  $2zx^2 \cos(2yx)$
5.  $2x \sin(2yx)$

**Вопрос 146.**

Если  $U = \ln(x - y^2 + z^3) + 1$ , то значение  $U'_z$  в точке  $M(1; 0; 1)$  равно

1. 0,2
2. 0,5
3. 1,5
4. 1,2
5. 1

**Вопрос 147.**

Градиент функции  $U = 2x^2 - y + 3z + 5$  в точке  $M(1; 1; 1)$

перпендикулярен вектору

1.  $(1; -1; 3)$
2.  $(-1; 4; 0)$
3.  $(4; -1; 3)$
4.  $(1; -1; 3)$

**Вопрос 148.**

Градиенты функций  $U = 2x^2 - y + 3z + 6$  и  $V = 4x - y + 7$  в точке  $M(1; 1; 0)$ .

1. перпендикулярны
2. равны
3. *компланарны*
4. *не пересекаются*

**Вопрос 149.**

Дифференциал функции  $U = 2x^2 - y + 3z + 5$  равен?

1.  $4xdx+2dy-3dz$
2.  $4xdx-dy+dz$
3.  $4xdx-dy+3dz$
4.  $4xdx-dy+dz$

**Вопрос 150.**

Критической точкой функции  $U = 2x^2 + y^2 + 2y + 9$  является.

1.  $x=1, y=0$
2.  $x=0, y=-1$
3.  $x=1, y=1$
4.  $x=0, y=1$