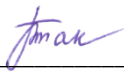




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**


«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП

  
\_\_\_\_\_   
подпись

Пак Т.В.  
ФИО

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой информатики,  
математического и компьютерного  
моделирования, протокол

  
\_\_\_\_\_   
подпись

Чеботарев А.Ю.  
ФИО

«11» июля 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Вычислительная математика

**Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Сквозные цифровые технологии

**Форма подготовки очная**

курс 3 семестры 5, 6  
лекции 34 час., 36 час.  
практические занятия \_ час.  
лабораторные работы 34 час., 36 час.  
в том числе с использованием МАО: лек.20 час., 18 час./пр./лаб.18 час., 36 час.  
всего часов аудиторной нагрузки 68 час., 72 час.  
в том числе с использованием МАО 38 час., 54 час.  
самостоятельная работа 112 час., 108 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 54 час., 36 час.  
контрольные работы (количество) 2, 2  
курсовая работа 6 семестр  
курсовой проект 6 семестр  
экзамен 5, 6 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 № 807 (с изменениями и дополнениями)

Рабочая учебная программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 18 от «09» июля 2019 г.

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования  
Чеботарев А.Ю.

Составитель: к.ф.-м.н. А.Г. Колобов

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «09» июля 2021 г. № 7

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_ (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_ (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_ (И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Вычислительная математика» разработана для студентов 3 курса по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (профиль «Сквозные цифровые технологии») в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по данному направлению подготовки и положением об учебно-методических комплексах дисциплин образовательных программ высшего профессионального образования (утверждено приказом и.о. ректора ДВФУ от 17.04.2012 № 12-13-87)

Дисциплина «Вычислительная математика» входит в обязательную часть блока Б1 учебного плана (Б1.О.06.03).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 10 зачетных единиц, 360 часов. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (70 часов), лабораторные работы (70 часов), самостоятельная работа студента (220 часов). Дисциплина реализуется на 3 курсе в 5 и 6 семестрах.

Дисциплина «Вычислительная математика» логически и содержательно связана с такими курсами, как «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Основы программирования».

### **Цели освоения дисциплины.**

В результате освоения данной дисциплины бакалавр приобретает знания, умения и навыки, обеспечивающие достижение целей основной образовательной программы «Математика и компьютерные науки».

Дисциплина нацелена на подготовку бакалавров к:

- освоению методов решения прикладных задач современной вычислительной математики: численные методы анализа, численные методы решения систем линейных алгебраических

уравнений, численные методы решения проблемы собственных значений;

- фундаментальному изучению вопросов построения, исследования и применения численных методов решения задач математической физики, составляющих теоретический фундамент для описания и разработки математических моделей объектов различной физической природы;

- научно-исследовательской работе в области информационных технологий и математической физики, связанной с выбором необходимых методов и алгоритмов, используемых в различных технических системах;

- изучению новых научных результатов, научной литературы

Для изучения дисциплины студент должен:

Знать:

– основные постановки задач математической физики;

– численные методы решения вычислительных задач

математического анализа и линейной алгебры.

Уметь:

– применять математические методы и вычислительную технику для решения практических задач;

– программировать на одном из алгоритмических языков;

– проводить сравнительный анализ результатов решения задач.

Владеть:

– аппаратом математического анализа и линейной алгебры;

– методами алгоритмизации и программирования;

– навыками работы в математических пакетах.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции.

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	<p>ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 знает основы в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>ОПК-1.2 умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.3 владеет навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>
	<p>ОПК-2 способность использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</p>	<p>ОПК-2.1 Знать: современные математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</p> <p>ОПК-2.2 Уметь: выбирать, применять и адаптировать современные математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</p> <p>ОПК-2.3 Владеть: навыками использования существующих математических методов и систем программирования при осуществлении разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.</p>

	<p>ОПК-3  способность применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-3.1 Знать: современные математические модели, применяемые для решения задач в области профессиональной деятельности  ОПК-3.2 Уметь: применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности  ОПК-3.3 Владеть: навыками использования и варьирования математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности</p>
--	--	--

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Вычислительная математика» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения:

- мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания,
- презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов,
- обратная связь с формированием общего представления об уровне владения знаниями студентов, актуальными для занятия,
- разминка с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания),
- коллективные решения творческих задач, которые требуют от студентов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат больший или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов,
- работа в малых группах (дает всем студентам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

# **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

## **5 семестр**

### **Раздел 1. Задача интерполирования функции (10 часов).**

#### **Тема 1. Интерполяционный многочлен Лагранжа. (4 часа).**

Определение задачи интерполяции. Вывод формулы интерполяционного многочлена Лагранжа. Разделенные разности. Лемма о связи разделенных разностей со значениями функции. Интерполяционный многочлен Ньютона. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.

#### **Тема 2. Интерполяционные многочлены для равных промежутков. Вычислительные формулы (6 часов).**

Конечные разности. Лемма о связи разделенных разностей с конечными. Лемма о связи конечных разностей со значениями функции. Формулы Ньютона вперед и назад для равных промежутков, формулы Гаусса вперед и назад, вывод этих формул.

### **Раздел 2. Задача дифференцирования функции. (4 часов)**

#### **Тема 1. Формулы численного дифференцирования (2 часа).**

Построение формул вычисления производных таблично заданной функции. Погрешность задачи численного дифференцирования. Вывод формулы погрешности. Примеры.

#### **Тема 2. Некорректность задачи численного дифференцирования (2 часа).**

Определение корректно поставленной задачи математической физики. Определение корректно поставленной задачи вычислительной математики. Примеры. Обоснование некорректности задачи численного дифференцирования.

### **Раздел 3. Задача интегрирования функции (8 часов).**

#### **Тема 1. Формулы численного интегрирования, полученные из геометрических соображений. (2 часа).**

Вывод формул левых, центральных, правых прямоугольников, формул трапеций, формула Симпсона. Погрешность этих формул.

**Тема 2. Формулы численного интегрирования интерполяционного типа (4 часа).**

Формулы Ньютона - Котеса. Вывод. Погрешность формул. Лемма о коэффициентах формулы Ньютона - Котеса.

**Тема 3. Формулы наивысшей алгебраической степени точности (2 часа).**

Построение формул Гаусса. Сравнение формул Гаусса и Ньютона - Котеса. Частные случаи. Правило Рунге приближенного вычисления интегралов.

**Раздел 4. Сплаины. (6 часа).**

**Тема 1. Кубические локальные сплайны. (4 часа).**

Определение сплайна. Построение Эрмитова локального сплайна. Определение кубического нелокального сплайна. Определение наклона и момента кубического сплайна. Построение кубического сплайна через наклоны.

**Тема 2. Метод решения сопутствующей системы линейных алгебраических уравнений (2 часа).**

Метод прогонки решения системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей. Вычислительная устойчивость метода прогонки.

**Раздел 5. Решение нелинейного уравнения (6 часа).**

**Тема 1. Аналитические и численные методы решения нелинейного уравнения (3 часа).**

Отделение корней. Определение отрезков, на которых предполагается наличие изолированного корня нелинейного уравнения.

Метод половинного деления. Метод простой итерации.



## **Тема 2. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения, его модификации и обобщения (3 часа).**

Метод Ньютона. Модификация метода Ньютона. Метод секущих. Метод хорд. Комбинации методов: хорд и касательных. Геометрические интерпретации методов. Вывод формул. Сходимость методов, абсолютная сходимость, условная сходимость, доказательство сходимости. Определение скорости сходимости.

## **6 семестр**

### **Раздел 1. Матричные нормы, обусловленность (4 часа).**

#### **Тема 1. Подчиненные, согласованные матричные нормы (2 часа).**

Определение линейного нормированного пространства. Определение нормы вектора, матрицы. Линейные преобразования. Подчиненные, согласованные матричные нормы. Примеры норм. Свойства подчиненных норм. Вычислительные формулы для подчиненных матричных норм, соответствующих векторным, доказательства этих формул.

#### **Тема 2. Число обусловленности матрицы. Определение. Вычислительная формула (2 часа).**

Определение числа обусловленности матрицы, системы линейных алгебраических уравнений, его смысл. Относительное возмущение решения, относительное возмущение правой части системы. Плохо обусловленная, хорошо обусловленная матрица, система линейных алгебраических уравнений. Формула для вычисления числа обусловленности матрицы. Пример решения плохо обусловленной системы линейных алгебраических уравнений.

### **Раздел 2. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений (8 часов).**

#### **Тема 1. Метод Гаусса (2 часа).**

Определение метода последовательных приближений. Алгоритм метода Гаусса. Прямой ход метода Гаусса. Ведущий элемент шага.

Обратный ход метода Гаусса. Достаточное условие выполнимости алгоритма.

**Тема 2.** LU – разложение (2 часа).

Элементарные преобразования со строками матрицы. Равносильность элементарного преобразования умножению на матрицу слева. Необходимое условие LU – разложения. Достоинства LU – разложения. Обращение матрицы с помощью LU – разложения.

**Тема 3.** Метод квадратного корня (2 часа).

LDV – разложение, его единственность.  $W^*W$  – разложение для симметрической, положительно определенной матрицы. Скалярные формулы для  $W^*W$  – разложения.

**Тема 4.** QR – разложение (2 часа).

Ортогональное преобразование отражения. Матрица ортогонального преобразования отражения. Семь свойств матрицы ортогонального преобразования отражения. Первый шаг QR – разложения (Выбор вектора нормали. Вычислительные формулы для элементов преобразованной матрицы). К-тый шаг QR – разложения (Выбор вектора нормали. Вычислительные формулы для элементов преобразованной матрицы). Существование QR – разложения. Решение системы уравнений с помощью QR – разложения.

**Раздел 3.** Двухслойные итерационные методы (4 часа).

**Тема 1.** Двухслойные итерационные методы (2 часа).

Сходимость итерационных методов. Двухслойные итерационные методы. Итерационный параметр. Стационарные, нестационарные методы. Вектор погрешности, вектор невязки. Матрица перехода двухслойного итерационного процесса. Асимптотическая скорость сходимости.

**Тема 2.** Критерий сходимости двухслойного итерационного процесса (2 часа).

Критерий сходимости двухслойного итерационного процесса. Необходимое условие сходимости стационарного двухслойного

итерационного процесса. Достаточное условие сходимости стационарного двухслойного итерационного процесса (Ограниченность норм матрицы перехода).

**Раздел 4.** Стационарные итерационные методы (6 часов).

**Тема 1.** Метод простой итерации (2 часа).

Определение метода простой итерации. Оптимальность асимптотической скорости сходимости для симметрической, положительно определенной матрицы. Оптимальный шаг итерационного процесса.

**Тема 2.** Метод Якоби (1 час).

Вычислительная формула метода Якоби. Матрица перехода. Строгое диагональное преобладание матрицы. Теорема Адамара. Следствие из теоремы Адамара. Теорема Гершгорина. Достаточное условие сходимости метода Якоби.

**Тема 3.** Метод Зейделя (1 час).

Вычислительная формула метода Зейделя. Матрица перехода. Критерий сходимости метода Зейделя. Достаточное условие сходимости метода Зейделя (строгое диагональное преобладание). Достаточное условие сходимости метода Зейделя (положительная определенность и симметричность матрицы). Геометрическая интерпретация метода Зейделя.

**Тема 4.** Метод последовательной верхней релаксации (2 часа).

Связь метода последовательной верхней релаксации с методом Зейделя (полной релаксации). Частичная релаксация. Релаксационный параметр. Вычислительная формула метода последовательной верхней релаксации. Матрица перехода. Критерий сходимости метода последовательной верхней релаксации. Достаточное условие сходимости метода последовательной верхней релаксации. Практическое использование метода последовательной верхней релаксации.

**Раздел 5.** Нестационарные итерационные методы(4 часа).

**Тема 1.** Многочлены Чебышева (2 часа).

Рекуррентная вычислительная формула. Вычислительная формула для  $|x| \leq 1$ . Вычислительная формула для произвольного аргумента. Корни многочленов Чебышева, точки экстремумов. Лемма о наименее уклоняющихся от нуля многочленах на интервале  $[-1,1]$ . Лемма о наименее уклоняющихся от нуля многочленах на интервале  $[a,b]$ .

**Тема 2.** Метод Рундсона (2 часа).

Нестационарный итерационный метод. Разрешающая матрица. Минимизация нормы разрешающей матрицы в случае симметрической, положительно определенной матрицы. Связь собственных значений разрешающей матрицы и матрицы системы линейных алгебраических уравнений. Лемма о наименее уклоняющемся от нуля многочлене.

**Раздел 6.** Градиентные методы(2 часа).

**Тема 1.** Метод наискорейшего градиентного спуска (2 час).

Градиентные методы. Метод наискорейшего градиентного спуска. Задача минимизации функционала  $F(y) = (Ay, y) - 2(f, y)$ . Вектор градиент. Нахождение параметра метода. Теорема о сходимости метода наискорейшего градиентного спуска.

**Раздел 7.** Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы(4 часа).

**Тема 1.** Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы (4 час).

Возможная неустойчивость вычислительных алгоритмов поиска собственных значений произвольных матриц. Пример плохой обусловленности по отношению к проблеме собственных значений. Преобразования подобия. Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы. Отношение Рэлея. Использование ортогонального преобразования подобия. Вариационное описание минимального собственного значения симметрической матрицы. Вариационное описание второго и последующих собственных значений симметрической матрицы.

Неравенство для произвольного собственного значения симметрической матрицы. Пересечение произвольного подпространства размерности  $n - i + 1$  и подпространства, порожденного собственными векторами, с первого по  $i$  включительно. Вывод вариационного принципа Куранта-Фишера. Следствие 1 из вариационного принципа Куранта-Фишера. Следствие 2 из вариационного принципа Куранта-Фишера.

**Раздел 8.** Решение полной проблемы собственных значений (4 часа).

**Тема 1.** Метод вращения решения проблемы собственных значений (4 часа).

Ортогональное преобразование подобия. Ортогональная матрица вращения. Опорные элементы. Типичный шаг метода вращения. Обнуление максимального по модулю элемента матрицы. Сохранение симметричности формы матрицы. Правило определения опорных элементов. Сходимость метода вращений к диагональной матрице. Доказательство вспомогательного утверждения. Метод вращений в целом. Оценка погрешности метода. Вычисление собственных векторов. Практический способ определения опорных элементов.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Лабораторные работы 5 семестр (34 часа)**

**Лабораторная работа 1.** Интерполяционный многочлен Лагранжа (4 часа).

**Лабораторная работа 2.** Интерполяционные многочлены Ньютона и Гаусса (6 часов).

**Лабораторная работа 3.** Численное дифференцирование функции (4 часа).

**Лабораторная работа 4.** Численное интегрирование функции (8 часов).

**Лабораторная работа 5.** Построение нелокального кубического сплайна через наклоны или моменты (8 часов).

**Лабораторная работа 6.** Решение нелинейного уравнения (4 часа).

## **Лабораторные работы 6 семестр (36 часов)**

**Лабораторная работа 1.** Матричные нормы, обусловленность.

Подчиненные, согласованные матричные нормы (4 часа).

**Лабораторная работа 2.** Метод Гаусса. (4 часа).

**Лабораторная работа 3.** Метод квадратного корня (4 часа).

**Лабораторная работа 4.** Метод окаймления обращения матриц (4 часа).

**Лабораторная работа 5.** Метод простой итерации (2 часа).

**Лабораторная работа 6.** Метод Якоби. Метод Зейделя (4 часа).

**Лабораторная работа 7.** Метод наискорейшего градиентного спуска (4 часа).

**Лабораторная работа 8.** Метод вращения решения проблемы собственных значений (8 часов).

**Лабораторная работа 9.** Решение частичной проблемы собственных значений (2 часа).

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Вычислительная математика» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства			
				текущий контроль	промежуточная аттестация		
1	Задача интерполирования функции	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает основные понятия математического анализа, методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач анализа, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, теорию и методы вычислительного эксперимента	коллоквиум (УО-2).	1-9		
			умеет употреблять специальную математическую символику для анализа задач интерполирования, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; выбирать необходимые методы исследования			Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет навыками самостоятельной организации и планирования научно-исследовательской деятельности			Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
2	Задача дифференцирования	ОПК-1; ОПК-2;	знает способы построения и анализа	коллоквиум (УО-2).	10-20		

	ния и интегрирования функции	ОПК-3	<p>формул численного дифференцирования и интегрирования, методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач анализа; основные принципы математического моделирования в современном естествознании, технике и социальных науках, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, теорию и методы вычислительного эксперимента; современные компьютерные технологии</p>		
			<p>умеет разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической физики; формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно-исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний</p>	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			<p>владеет навыками самостоятельной организации и планирования научно-исследовательской деятельности</p>	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
3	Слайны	ОПК-1;	знает способы	коллоквиум	21-30



		ОПК-2; ОПК-3	локальной интерполяции, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, современные компьютерные технологии	(УО-2).	
			умеет анализировать результаты и оценивать погрешность численного решения; разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической физики; выбирать необходимые методы исследования, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет практическим опытом применения формул сплайн-интерполирования; навыками применения математических пакетов при численном решении прикладных задач, навыками использования современных программных средств решения математических задач и	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе

			визуализации результатов		
4	Решение нелинейного уравнения	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает методы разработки вычислительных алгоритмов для решения нелинейных уравнений, основные принципы математического моделирования в современном естествознании, технике и социальных науках, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, современные компьютерные технологии	коллоквиум (УО-2).	31-37
			умеет употреблять специальную математическую символику, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет навыками самостоятельной организации и планирования научно-исследовательской деятельности	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
5	Матричные нормы, обусловленность	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает основные понятия теории матриц, методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач линейной алгебры, базовые методы и математические модели в выбранной	коллоквиум (УО-2).	38-41

			предметной области, теорию и методы вычислительного эксперимента		
			умеет употреблять специальную математическую символику для анализа задач линейной алгебры, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий; выбирать необходимые методы исследования	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет навыками самостоятельной организации и планирования научно-исследовательской деятельности	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
6	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач линейной алгебры, основные принципы решения систем линейных алгебраических уравнений, теорию и методы вычислительного эксперимента, современные компьютерные технологии	коллоквиум (УО-2).	42-48
			умеет анализировать результаты и оценивать погрешность численного решения; разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе

			<p>физики, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно-исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; выбирать необходимые методы исследования, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати</p>		
			<p>владеет практическим опытом решения систем линейных алгебраических уравнений, навыками применения математических пакетов при численном решении прикладных задач, навыками использования современных программных средств решения математических задач и визуализации результатов</p>	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
7	Двухслойные итерационные методы	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает способы построения и анализа свойств двухслойных итерационных методов,	коллоквиум (УО-2).	49-51

			<p>методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач линейной алгебры;</p> <p>основные принципы математического моделирования в современном естествознании, технике и социальных науках,</p> <p>базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, теорию и методы вычислительного эксперимента;</p> <p>современные компьютерные технологии</p>		
			<p>умеет разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической физики; формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно-исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний</p>	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			<p>владеет навыками самостоятельной организации и планирования научно-исследовательской деятельности</p>	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
8	Стационарные итерационные методы	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	<p>знает способы построения и анализа стационарных итерационных методов, базовые методы и математические модели в</p>	коллоквиум (УО-2).	52, 57-63

			выбранной предметной области, теорию и методы вычислительного эксперимента		
			умеет анализировать результаты и оценивать погрешность численного решения, разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической физики, выбирать необходимые методы исследования, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет практическим опытом решения систем линейных алгебраических уравнений, навыками применения математических пакетов при численном решении прикладных задач, навыками использования современных программных средств решения математических задач и визуализации результатов	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
9	Нестационарные итерационные методы	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает способы построения нестационарных итерационных методов, базовые методы и математические модели в	коллоквиум (УО-2).	53-56

			выбранной предметной области, современные компьютерные технологии		
			умеет анализировать результаты и оценивать погрешность численного решения; разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической физики; выбирать необходимые методы исследования, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет практическим опытом решения систем линейных алгебраических уравнений; навыками применения математических пакетов при численном решении прикладных задач, навыками использования современных программных средств решения математических задач и визуализации результатов	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
10	Градиентные методы	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает способы построения и анализа свойств градиентных методов, методы разработки вычислительных	коллоквиум (УО-2).	64, 65

			алгоритмов для решения современных задач линейной алгебры, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области		
			умеет употреблять специальную математическую символику для анализа задач линейной алгебры, анализировать результаты и оценивать погрешность численного решения; разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической физики; выбирать необходимые методы исследования, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет практическим опытом решения систем линейных алгебраических уравнений; навыками применения математических пакетов при численном решении прикладных задач, навыками использования современных программных средств решения математических	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе



			задач и визуализации результатов		
11	Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач линейной алгебры, основные принципы математического моделирования в современном естествознании, технике и социальных науках, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, современные компьютерные технологии	коллоквиум (УО-2).	67-69
			умеет употреблять специальную математическую символику для анализа задач линейной алгебры, вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет навыками самостоятельной организации и планирования научно-исследовательской деятельности	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
12	Решение полной проблемы собственных значений	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач линейной алгебры, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, теорию и	коллоквиум (УО-2).	70-74

		методы вычислительного эксперимента		
		умеет употреблять специальную математическую символику для анализа задач линейной алгебры, анализировать результаты и оценивать погрешность численного решения; разрабатывать алгоритмы численного решения современных задач математической физики; вести библиографическую работу с привлечением современных информационных технологий формулировать и решать задачи, возникающие в ходе научно-исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний; представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
		владеет практическим опытом решения проблемы собственных значений, навыками применения математических пакетов при численном решении прикладных задач,	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе

			навыками использования современных программных средств решения математических задач и визуализации результатов		
13	Решение частичной проблемы собственных значений	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3	знает методы разработки вычислительных алгоритмов для решения современных задач линейной алгебры, базовые методы и математические модели в выбранной предметной области, теорию и методы вычислительного эксперимента	коллоквиум (УО-2).	75
			умеет анализировать результаты и оценивать погрешность численного решения; выбирать необходимые методы исследования, представлять итоги проделанной работы в виде отчетов, оформленных в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе
			владеет практическим опытом решения проблемы собственных значений, навыками применения математических пакетов при численном решении прикладных задач, навыками использования современных программных средств решения математических	Лабораторная работа (ПР-6)	Отчет по лабораторной работе

			задач и визуализации результатов		
--	--	--	-------------------------------------	--	--

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

1. Амосов А.А. Вычислительные методы / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. – СПб.: Лань, 2014. – 672с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=42190](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=42190)
2. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – СПб: Лань, 2010. – 400с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=537](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=537)
3. Волков, К.Н., Емельянов В.Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов. – М.: Физматлит, 2012. – 468с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=59637](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=59637)
4. Волков, Е.А. Численные методы / Е.А. Волков. – СПб.: Лань, 2008. – 256с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=54](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=54)
5. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. – 240с.

6. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – СПб: Лань, 2011. – 672с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2025](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2025)
7. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений: учебник и практикум для академического бакалавриата по физико-техническим направлениям и специальностям / В. Е. Зализняк. — Москва: Юрайт, 2017 — 356 с.
8. Копчёнова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах, 2-е изд - Лань, 2009, 367 с.
9. В. И. Киреев, А. В. Пантелеев Численные методы в примерах и задачах Изд.: Высшая школа, 2008 г. – 480 с.
10. Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике: Учебное пособие - М: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 523 с: ил., табл.- (Серия «Основы информационных технологий»)
11. Шевцов, Г. С., Крюкова О.Г., Мызникова Б. И. Численные методы линейной алгебры / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. – СПб.: Лань, 2011. – 496с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1800](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1800)

### **Дополнительная литература**

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003. – 632с.
2. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов: [учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов "Прикладная математика"] / В. М. Вержбицкий — Изд. 2-е, перераб. — М.: Высшая школа, 2002 — 840 с.

3. Вержбицкий В. М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения: [учебное пособие для вузов, обучающихся по математическим специальностям и направлениям подготовки дипломированных специалистов в области техники и технологии] / В. М. Вержбицкий. - 2-е изд., испр. - М.: ОНИКС 21 век, 2001. - 400 с.
4. Волков Е. А. Численные методы: учебное пособие / Е. А. Волков — Изд. 3-е, испр. — СПб.: Лань, 2004 .— 248 с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература)
5. Костомаров Д. П. Вводные лекции по численным методам: учебное пособие / Д. П. Костомаров, А. П. Фаворский; МГУ им. М. В. Ломоносова. - М.: Логос, 2004. - 184 с. (Классический университетский учебник).
6. Формалев В. Ф., Ревизников Д. Л. Численные методы. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 400 с.
7. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб / Н.Н. Калиткин. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 586с.<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350803>
8. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы: В 2-х т.-М.: Наука, 1976-1977.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
10. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1982..
11. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб.: Издательство «Лань», 2002.
12. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Учебное пособие: М.; Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
13. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики, М.: Наука, 1970.

14. Ильин В.П., Кузнецов Ю.И. Алгебраические основы численного анализа. Новосибирск: Наука, АН СССР СО ВЦ, 1986.
15. Лабораторный практикум по курсу “Введение в вычислительную математику”. Методические указания для студентов 2 –го курса отделения прикладной математики. Владивосток: ДВГУ, 1990.
16. Митченко А.Д. Численные методы линейной алгебры. - Владивосток, ДВГУ, 1991.
17. Митченко А.Д., Хайрутдинова Г.З. Алгоритмы линейной алгебры. Методические указания (для студентов математического факультета). Владивосток, ДВГУ, 1993. 32 с.
18. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы-М.: Наука, 1989. 432 с.
19. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Лабораторный практикум по курсу “Численные методы и методы вычислений и выч. практикум”. Владивосток: ДВГУ, 1991.

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети  
«Интернет»**

1. <http://window.edu.ru/resource/756/77756> Берков Н.А., Елисеева Н.Н. Математический практикум с применением пакета Mathcad: Учебное пособие. - М: МГИУ, 2006. - 135 с.
2. <http://window.edu.ru/resource/203/75203> Кузнецов, Г.В. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет; Томский политехнический университет. - Томск: Изд-во ТПУ, 2007. - 172 с.
3. <http://window.edu.ru/resource/041/74041> Фаддев М.А., Марков К.А. Численные методы: Учебное пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. - 158 с.
4. <http://window.edu.ru/resource/958/40958> Корнюшин П.Н. Численные методы: Учебное пособие. - Владивосток: ТИДОТ ДВГУ, 2002. - 104 с.

5. <http://window.edu.ru/resource/091/62091>Вычислительная математика. Часть первая: Учебное пособие для студентов дневного и заочного обучения технических и химико-технологических специальностей. - Ангарск: АГТА, 2003. - 82 с.
6. <http://window.edu.ru/resource/156/71156>Гладких О.Б., Прокуратова О.Н. Введение в численные методы: Учебно-методическое пособие. - Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2008. - 140 с.

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

1. Операционная система Windows.
2. MicrosoftOffice.
3. Компилятор с СИ++.
4. Пакет прикладных программ Mathematica.
5. Пакет прикладных программ Matlab.
6. Пакет прикладных программ Mathcad.
7. Пакет прикладных программ Maple.

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**1.Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины.** Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины:

Изучение конспекта лекции в тот же день после лекции – 10-15 минут.

Повторение лекции за день перед следующей лекцией – 10-15 минут.

Изучение теоретического материала по учебнику и конспекту – 1 час в неделю.



Подготовка к лабораторному занятию и работе в компьютерном классе – 1 час.

Тогда общие затраты времени на освоение курса «Вычислительная математика» студентами составят около 2,5 часа в неделю.

**2. Описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»).** При изучении численных методов следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После окончания учебных занятий для закрепления материала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня, разобрать рассмотренные примеры (10-15 минут).

2. При подготовке к лекции следующего дня повторить текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть следующая тема (10-15 минут).

3. В течение недели выбрать время для работы со специальной литературой в библиотеке и для занятий на компьютере (по 1 часу).

4. При подготовке к лабораторным занятиям следующего дня необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и опробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

**3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса.** Рекомендуется использовать методические указания и материалы по курсу «Вычислительная математика», текст лекций,

а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

**4. Рекомендации по работе с литературой.** Теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекций изучаются и книги. Литературу по курсу желательно изучать в библиотеке. Полезно использовать несколько учебников, однако легче освоить курс, придерживаясь одного учебника и конспекта. Рекомендуется, кроме «заучивания» материала, добиться понимания изучаемой темы дисциплины. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе и попробовать ответить на следующие вопросы: о чем эта глава, какие новые понятия в ней введены.

**5. Советы по подготовке к экзамену.** Дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

**6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами.** При подготовке к лабораторной работе или коллоквиуму необходимо сначала прочитать теорию по каждой теме. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать, наметить общий план решения.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Лекционная аудитория: мультимедийный проектор OptimaEX542I – 1 шт.; аудио усилитель QVC RMX 850 – 1 шт.; колонки – 1 шт.; ноутбук; ИБП – 1 шт.; настенный экран; микрофон – 1 шт.
2. Компьютерные классы ДВФУ (кампус на о. Русском, Аякс 10, корпус D, ауд. 733, 733а) по 15 персональных компьютеров ExtremeDOUE 8500/500 GB/ DVD+RW.
3. Системное и прикладное обеспечение ПЭВМ.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

**Направление подготовки— 02.03.01 Математика компьютерные науки**

**Профиль: «Сквозные цифровые технологии»**

**Форма подготовки очная**

**Владивосток**

**2020**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

### 5 семестр

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	7.09.22– 9.09.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: интерполяционный многочлен Лагранжа	4 часа	лабораторная работа
2	14.09.22– 16.09.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: интерполяционные многочлены Ньютона и Гаусса.	4 часа	лабораторная работа
3	21.09.22– 23.09.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: численное дифференцирование функции.	4 часа	лабораторная работа
4	28.09.22– 30.09.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: численное интегрирование функции.	4 часа	лабораторная работа
5	5.10.22– 7.10.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: численное интегрирование функции.	4 часа	лабораторная работа
6	12.10.22– 21.10.22	Подготовка к коллоквиуму «Численное	10 часов	Коллоквиум

		дифференцирование и интегрирование»		
7	26.10.22– 28.10.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Построение нелокального кубического сплайна через наклоны или моменты	6 часов	лабораторная работа
8	2.11.22– 4.11.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Построение нелокального кубического сплайна через наклоны или моменты.	4 часа	лабораторная работа
9	9.11.22– 11.11.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Решение нелинейного уравнения.	4 часа	лабораторная работа
10	16.11.22– 18.11.22	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: решение нелинейного уравнения.	4 часа	лабораторная работа
11	20.11.22– 2.12.22	Подготовка к коллоквиуму «Решение нелинейных уравнений»	10 часов	Коллоквиум
16	Сессия	Подготовка к экзамену	54 часа	Экзамен

### 6 семестр

№	Дата/сроки	Вид самостоятельной	Примерные нормы	Форма
---	------------	---------------------	-----------------	-------

п/п	выполнения	работы	времени на выполнение	контроля
1	7.02.23– 9.02.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: Матричные нормы, обусловленность, подчиненные, согласованные матричные нормы	2 часа	лабораторная работа
2	14.02.23– 16.02.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: метод Гаусса, LU – разложение.	4 часа	лабораторная работа
3	21.03.23– 23.03.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: метод квадратного корня.	2 часа	лабораторная работа
4	28.03.23– 30.03.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: QR – разложение, решение системы линейных алгебраических уравнений с помощью QR – разложения.	4 часа	лабораторная работа
5	5.04.23– 7.04.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: метод окаймления обращения матриц.	2 часа	лабораторная работа
6	12.04.23–	Подготовка к коллоквиуму «Прямые	10 часов	Коллоквиум

	21.04.23	методы решения систем линейных алгебраических уравнений»		
7	26.04.23– 28.04.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе:метод простой итерации	4 часа	лабораторная работа
8	2.05.23– 4.05.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе:метод Якоби,методЗейделя.	4 часа	лабораторная работа
9	9.05.23– 11.05.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе:метод последовательной верхней релаксации.	4 часа	лабораторная работа
10	16.05.23– 18.05.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе:методРичардсона.	4 часа	лабораторная работа
11	23.05.23– 2.06.23	Подготовка к коллоквиуму «Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений»	10 часов	Коллоквиум
12	7.06.23– 9.06.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе:метод	4 часа	лабораторная работа



		наискорейшего градиентного спуска.		
13	14.06.23– 16.06.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: метод вращения решения проблемы собственных значений	4 часа	лабораторная работа
14	21.06.23– 23.06.23	Работа над конспектом лекции, подготовка к лабораторной работе: решение частичной проблемы собственных значений.	4 часа	лабораторная работа
15	28.06.23– 30.06.23	Подготовка к коллоквиуму «Проблема собственных значений»	10 часов	Коллоквиум
16	Сессия	Подготовка к экзамену	36 часов	Экзамен

### **Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

Самостоятельная работа студентов состоит из подготовки к лабораторным работам в компьютерном классе, работы над рекомендованной литературой и текстами лекций в процессе изучения теоретического материала, работе над курсовым проектом.

Темы заданий для самостоятельной работы представлены в плане-графике выполнения самостоятельной работы по дисциплине.

При подготовке к лабораторным занятиям необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Рекомендуется использовать методические указания и материалы по курсу «Вычислительная

математика», текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

При подготовке к коллоквиумам и контрольным работам дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать.

При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Результатом самостоятельной работы являются отчеты по лабораторным работам.

В процессе подготовки отчетов к лабораторным работам у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Алгоритм метода;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание тестов, на которых программа проходила проверку;
- Результаты численного эксперимента.

### **Содержание отчета по курсовому проекту**

## 1. Введение

Объектом исследования являются численные методы решения задач линейной алгебры, а также программное обеспечение, реализующее эти методы.

Цель работы – ознакомиться с численными методами решения систем линейных алгебраических уравнений, нахождения обратных матриц, решения проблемы собственных значений, решить предложенные типовые задачи, сформулировать выводы по полученным решениям, отметить достоинства и недостатки методов, сравнить удобство использования и эффективность работы каждой использованной программы, приобрести практические навыки и компетенции, а также опыт самостоятельной профессиональной деятельности, а именно:

- создать алгоритм решения поставленной задачи и реализовать его, протестировать программы;
- освоить теорию вычислительного эксперимента; современных компьютерных технологий;
- приобрести навыки представления итогов проделанной работы в виде отчета, оформленного в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати.

Работа над курсовым проектом предполагает выполнение следующих задач:

- дальнейшее углубление теоретических знаний обучающихся и их систематизацию;
- получение и развитие прикладных умений и практических навыков по направлению подготовки;
- овладение методикой решения конкретных задач;
- развитие навыков самостоятельной работы;
- развитие навыков обработки полученных результатов, анализа и осмысления их с учетом имеющихся литературных данных;

- приобретение навыков оформления описаний программного продукта;
- повышение общей и профессиональной эрудиции.

Изученный студентом в ходе работы материал должен способствовать повышению его качества знаний, закреплению полученных навыков и уверенности в выборе путей будущего развития своих профессиональных способностей.

## **2. Основная часть**

- постановки задач;
- описание алгоритмов решения задач;
- описание тестов, использованных для отладки;
- вычислительные эксперименты;
- трудности и спорные вопросы, которые возникли по конкретным видам работы, пути их разрешения.

## **3. Заключение**

*Указывается:*

- *полученные результаты и их анализ;*
- *перечень приобретенных практических навыков;*

В результате работы над курсовым проектом приобрел практические навыки владения:

- современными численными методами решения задач линейной алгебры;
- основами алгоритмизации для численного решения задач линейной алгебры на одном из языков программирования;
- инструментальными средствами, поддерживающими разработку программного обеспечения для численного решения задач линейной алгебры;

а также навыками представления итогов проделанной работы в виде отчета, оформленного в соответствии с имеющимися требованиями, с привлечением современных средств редактирования и печати.

## **4. Список использованных источников**

## **5. Приложения (тексты программ)**

## **Критерии оценки за курсовой проект**

После полного завершения работы над проектом **происходит защита курсового проекта.**

Курсовой проект должен быть сдан на проверку в срок, указанный в задании. Защита курсового проекта должна состояться в срок до начала текущей зачетной сессии. Процедура защиты предполагает устную форму ответов студента на вопросы, задаваемые преподавателем. По усмотрению преподавателя защита курсового проекта может носить характер двустороннего взаимодействия (преподаватель - студент), а может быть и публичной – происходить в студенческой группе.

На защите студент должен кратко изложить содержание своей работы, поставленные в ней проблемы, продемонстрировать свой программный продукт.

Если работа является неудовлетворительной, то после исправления она представляется на повторное оценивание. При выявлении серьезных отклонений от предъявляемых требований к курсовому проекту студенту предлагается устранить недостатки или разработать новую тему курсового проекта. Срок доработки проекта устанавливается руководителем с учетом замечаний и объема необходимой доработки.

Курсовой проект, удовлетворяющий предъявляемым требованиям, допускается к защите в день и час, назначенные руководителем.

Окончательная оценка курсового проекта выставляется по итогам защиты и качеству разработанного программного продукта.

Студенты, не сдавшие курсовой проект или получившие на защите неудовлетворительные оценки, не допускаются к экзамену.

Защищенные курсовые проекты студентам не возвращаются и хранятся в архиве учебного заведения.

Оценка качества выполненной студентом работы проводится в два этапа.

На *первом этапе* на основании анализа отчета руководитель принимает решение о допуске студента к защите. Допуск осуществляется, если содержание отчета соответствует выданному заданию, представлены все разделы, в том числе и листинги компьютерных испытаний, оформление соответствует требованиям стандартов. При нарушении этих формальных требований отчет с замечаниями руководителя возвращается студенту для доработки и устранения недостатков.

На *втором этапе* (по результатам защиты) оценка курсового проекта осуществляется по традиционной четырех балльной системе: “отлично”, “хорошо”, “удовлетворительно” и “неудовлетворительно”.

Неудовлетворительная оценка ставится за курсовой проект, в котором неточно освещены вопросы темы, программный продукт не соответствует заявленной теме, имеет значительные отклонения от требований, зафиксированных в задании; отчет имеет много неточностей в содержании и оформлении.

Удовлетворительная оценка ставится за курсовой проект, в котором недостаточно освещены вопросы темы, программный продукт не полностью соответствует заявленной теме, имеет отклонения от требований, зафиксированных в задании; отчет имеет неточности в содержании и оформлении.

Хорошая оценка ставится за проект, выполненный на достаточно высоком уровне, в полной мере раскрывающий план курсового проекта; отчет правильно оформлена. Разработанный программный продукт соответствует заявленной теме, но имеет незначительные отклонения от требований, зафиксированных в задании.

Отличная оценка ставится за проект, выполненный на высоком уровне; разработанный программный продукт соответствует заявленной теме и соответствует требованиям, зафиксированным в задании. Отчет полностью соответствует содержанию и требованиям к оформлению.

## **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Отчет по лабораторной работе должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к зачету.

На экзамене оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам,

которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценка по дисциплине может быть выставлена по результатам коллоквиумов. При этом критерии оценки те же, что и на экзамене.

### **Вопросы к экзамену (5 семестр)**

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Понятие разделенной разности. Лемма о связи разделенных разностей со значениями функции.
3. Интерполяционный многочлен Ньютона.
4. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
5. Погрешность интерполяционной формулы Ньютона.
6. Определение конечной разности. Лемма о связи разделенных разностей с конечными разностями.
7. Лемма о связи конечных разностей со значениями функции.
8. Формулы Ньютона вперед и назад.
9. формулы Гаусса вперед и назад.
10. Построение формул вычисления производных таблично заданной функции.
11. Погрешность аппроксимации формул численного дифференцирования.
12. Правило Рунге построения формулы численного дифференцирования повышенного порядка аппроксимации.
13. Формулы численного интегрирования, полученные из геометрических соображений. Простые и составные формулы.
14. Формулы левых, центральных, правых прямоугольников. Погрешность формулы.
15. Формула трапеций. Погрешность формулы.
16. Формула Симпсона. Погрешность формулы.
17. Формулы Ньютона - Котеса. Погрешность формулы.
18. Формулы наивысшей алгебраической степени точности.



19. Сравнение формул Гаусса и Ньютона - Котеса.
20. Правило Рунге приближенного вычисления интеграла.
21. Понятие сплайна. Кубический локальный сплайн. Кубический нелокальный сплайн. Краевые условия. Наклоны и моменты сплайна.
22. Построение нелокального сплайна через наклоны. Первый тип краевых условий.
23. Построение нелокального сплайна через наклоны. Второй тип краевых условий.
24. Построение нелокального сплайна через наклоны. Периодические краевые условия.
25. Построение нелокального сплайна через наклоны. Четвертый тип краевых условий.
26. Построение нелокального сплайна через моменты.
27. Формулы численного дифференцирования, построенные с помощью сплайна.
28. Формулы численного интегрирования, построенные с помощью сплайна.
29. Метод монотонной прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами.
30. Устойчивость вычислительного процесса при использовании метода монотонной прогонки.
31. Методы решения нелинейного уравнения. Метод деления пополам. Сходимость метода. Скорость сходимости.
32. Метод последовательных приближений. Сходимость метода. Скорость сходимости.
33. Метод хорд. Сходимость метода. Скорость сходимости.
34. Метод секущих. Сходимость метода. Скорость сходимости.
35. Метод Ньютона. Сходимость метода. Скорость сходимости.
36. Модификации метода Ньютона. Сходимость метода. Скорость сходимости.
37. Метод хорд и касательных. Сходимость метода. Скорость сходимости.

### **Вопросы к экзамену (6 семестр)**

38. Подчиненные матричные нормы. Свойства. Формула для вычисления второй нормы матрицы.
39. Подчиненные матричные нормы. Свойства. Формула для вычисления третьей нормы матрицы.
40. Согласованные матричные нормы.
41. Число обусловленности матрицы. Определение. Вычислительная формула. Пример плохо обусловленной системы.
42. Метод Гаусса.
43. LU – разложение. Необходимое и достаточное условие существования LU – разложения.
44. Метод квадратного корня.
45. Матрица отражения, ее свойства.
46. QR – разложение. Условие существования QR – разложения.
47. Решение системы уравнений с помощью QR – разложения.
48. Метод окаймления обращения матриц.
49. Двухслойные итерационные методы. Погрешность. Невязка. Матрица перехода. Асимптотическая скорость сходимости.
50. Критерий сходимости двухслойного итерационного процесса.
51. Достаточное условие сходимости двухслойного итерационного процесса.
52. Метод простой итерации. (Для симметрической, положительно определенной матрицы). Оптимальный шаг.
53. Многочлены Чебышева.
54. Метод Рундсона. Вывод формулы для собственных значений разрешающей матрицы.
55. Метод Рундсона. Оптимизация процесса в случае симметрической, положительно определенной матрицы
56. Метод Рундсона. Чебышевский набор параметров.
57. Метод Якоби. Теорема Адамара.
58. Метод Якоби. Теорема Гершгорина.
59. Метод Якоби. Достаточное условие сходимости.

60. Метод Зейделя. Достаточное условие сходимости.
61. Метод последовательной верхней релаксации. Матрица перехода.
62. Метод последовательной верхней релаксации. Критерий сходимости. (С использованием конспектов).
63. Метод последовательной верхней релаксации. Достаточное условие сходимости. (С использованием конспектов).
64. Метод наискорейшего градиентного спуска.
65. Теорема о сходимости метода наискорейшего градиентного спуска. (С использованием конспектов).
66. Проблема собственных значений. Устойчивость.
67. Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы.
68. Вариационный принцип Куранта-Фишера.
69. Два следствия из вариационного принципа Куранта-Фишера.
70. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Типичный шаг метода. (С использованием конспектов).
71. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Доказательство сходимости метода.
72. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Оценка точности приближений.
73. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Определение опорных элементов.
74. QR – алгоритм решения проблемы собственных значений. Формулировка теоремы о сходимости.
75. Решение частичной проблемы собственных значений. Метод прямых итераций. Метод обратных итераций.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «**Дальневосточный федеральный университет**»  
(ДВФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «**Вычислительная математика**»  
Направление подготовки — **02.03.01 Математика компьютерные науки**  
Профиль: «**Сквозные цифровые технологии**»  
Форма подготовки очная

**Владивосток**  
**2020**

**Текущая аттестация** студентов по дисциплине «Вычислительная математика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в форме коллоквиумов, контрольных и лабораторных работ по оцениванию фактических результатов обучения студентов, курсового проекта. Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками;
- результаты самостоятельной работы.

**Промежуточная аттестация** студентов по дисциплине «Вычислительная математика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в виде экзамена в устной форме (ответы на вопросы экзаменационных билетов), курсового проекта (защита в 6 семестре).

#### **Критерии выставления оценки студенту на экзамене по дисциплине «Вычислительная математика»**

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические

положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по дисциплине.

### **Вопросы для подготовки к экзамену (5 семестр)**

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Понятие разделенной разности. Лемма о связи разделенных разностей со значениями функции.
3. Интерполяционный многочлен Ньютона.
4. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
5. Погрешность интерполяционной формулы Ньютона.
6. Определение конечной разности. Лемма о связи разделенных разностей с конечными разностями.
7. Лемма о связи конечных разностей со значениями функции.
8. Формулы Ньютона вперед и назад.
9. формулы Гаусса вперед и назад.
10. Построение формул вычисления производных таблично заданной функции.
11. Погрешность аппроксимации формул численного дифференцирования.
12. Правило Рунге построения формулы численного дифференцирования повышенного порядка аппроксимации.

13. Формулы численного интегрирования, полученные из геометрических соображений. Простые и составные формулы.
14. Формулы левых, центральных, правых прямоугольников. Погрешность формулы.
15. Формула трапеций. Погрешность формулы.
16. Формула Симпсона. Погрешность формулы.
17. Формулы Ньютона - Котеса. Погрешность формулы.
18. Формулы наивысшей алгебраической степени точности.
19. Сравнение формул Гаусса и Ньютона - Котеса.
20. Правило Рунге приближенного вычисления интеграла.
21. Понятие сплайна. Кубический локальный сплайн. Кубический нелокальный сплайн. Краевые условия. Наклоны и моменты сплайна.
22. Построение нелокального сплайна через наклоны. Первый тип краевых условий.
23. Построение нелокального сплайна через наклоны. Второй тип краевых условий.
24. Построение нелокального сплайна через наклоны. Периодические краевые условия.
25. Построение нелокального сплайна через наклоны. Четвертый тип краевых условий.
26. Построение нелокального сплайна через моменты.
27. Формулы численного дифференцирования, построенные с помощью сплайна.
28. Формулы численного интегрирования, построенные с помощью сплайна.
29. Метод монотонной прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами.
30. Устойчивость вычислительного процесса при использовании метода монотонной прогонки.
31. Методы решения нелинейного уравнения. Метод деления пополам. Сходимость метода. Скорость сходимости.

32. Метод последовательных приближений. Сходимость метода. Скорость сходимости.
33. Метод хорд. Сходимость метода. Скорость сходимости.
34. Метод секущих. Сходимость метода. Скорость сходимости.
35. Метод Ньютона. Сходимость метода. Скорость сходимости.
36. Модификации метода Ньютона. Сходимость метода. Скорость сходимости.
37. Метод хорд и касательных. Сходимость метода. Скорость сходимости.

### **Вопросы для подготовки к экзамену (6 семестр)**

38. Подчиненные матричные нормы. Свойства. Формула для вычисления второй нормы матрицы.
39. Подчиненные матричные нормы. Свойства. Формула для вычисления третьей нормы матрицы.
40. Согласованные матричные нормы.
41. Число обусловленности матрицы. Определение. Вычислительная формула. Пример плохо обусловленной системы.
42. Метод Гаусса.
43. LU – разложение. Необходимое и достаточное условие существования LU – разложения.
44. Метод квадратного корня.
45. Матрица отражения, ее свойства.
46. QR – разложение. Условие существования QR – разложения.
47. Решение системы уравнений с помощью QR – разложения.
48. Метод окаймления обращения матриц.
49. Двухслойные итерационные методы. Погрешность. Невязка. Матрица перехода. Асимптотическая скорость сходимости.
50. Критерий сходимости двухслойного итерационного процесса.
51. Достаточное условие сходимости двухслойного итерационного процесса.
52. Метод простой итерации. (Для симметрической, положительно определенной матрицы). Оптимальный шаг.



53. Многочлены Чебышева.
54. Метод Рундсона. Вывод формулы для собственных значений разрешающей матрицы.
55. Метод Рундсона. Оптимизация процесса в случае симметрической, положительно определенной матрицы
56. Метод Рундсона. Чебышевский набор параметров.
57. Метод Якоби. Теорема Адамара.
58. Метод Якоби. Теорема Гершгорина.
59. Метод Якоби. Достаточное условие сходимости.
60. Метод Зейделя. Достаточное условие сходимости.
61. Метод последовательной верхней релаксации. Матрица перехода.
62. Метод последовательной верхней релаксации. Критерий сходимости. (С использованием конспектов).
63. Метод последовательной верхней релаксации. Достаточное условие сходимости. (С использованием конспектов).
64. Метод наискорейшего градиентного спуска.
65. Теорема о сходимости метода наискорейшего градиентного спуска. (С использованием конспектов).
66. Проблема собственных значений. Устойчивость.
67. Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы.
68. Вариационный принцип Куранта-Фишера.
69. Два следствия из вариационного принципа Куранта-Фишера.
70. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Типичный шаг метода. (С использованием конспектов).
71. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Доказательство сходимости метода.
72. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Оценка точности приближений.
73. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Определение опорных элементов.

74. QR – алгоритм решения проблемы собственных значений. Формулировка теоремы о сходимости.
75. Решение частичной проблемы собственных значений. Метод прямых итераций. Метод обратных итераций.

### **Вопросы для коллоквиумов**

#### **Коллоквиум № 1 «Численные методы анализа»**

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Понятие разделенной разности. Лемма о связи разделенных разностей со значениями функции.
3. Интерполяционный многочлен Ньютона.
4. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
5. Погрешность интерполяционной формулы Ньютона.
6. Определение конечной разности. Лемма о связи разделенных разностей с конечными разностями.
7. Лемма о связи конечных разностей со значениями функции.
8. Формулы Ньютона вперед и назад.
9. формулы Гаусса вперед и назад.
10. Построение формул вычисления производных таблично заданной функции.
11. Погрешность аппроксимации формул численного дифференцирования.
12. Правило Рунге построения формулы численного дифференцирования повышенного порядка аппроксимации.
13. Формулы численного интегрирования, полученные из геометрических соображений. Простые и составные формулы.
14. Формулы левых, центральных, правых прямоугольников. Погрешность формулы.
15. Формула трапеций. Погрешность формулы.
16. Формула Симпсона. Погрешность формулы.
17. Формулы Ньютона - Котеса. Погрешность формулы.

18. Формулы наивысшей алгебраической степени точности.
19. Сравнение формул Гаусса и Ньютона - Котеса.
20. Правило Рунге приближенного вычисления интеграла.
21. Понятие сплайна. Кубический локальный сплайн. Кубический нелокальный сплайн.краевые условия. Наклоны и моменты сплайна.
22. Построение нелокального сплайна через наклоны. Первый тип краевых условий.
23. Построение нелокального сплайна через наклоны. Второй тип краевых условий.
24. Построение нелокального сплайна через наклоны. Периодические краевые условия.
25. Построение нелокального сплайна через наклоны. Четвертый тип краевых условий.
26. Построение нелокального сплайна через моменты.
27. Формулы численного дифференцирования, построенные с помощью сплайна.
28. Формулы численного интегрирования, построенные с помощью сплайна.
29. Метод монотонной прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами.
30. Устойчивость вычислительного процесса при использовании метода монотонной прогонки.
31. Методы решения нелинейного уравнения. Метод деления пополам. Сходимость метода. Скорость сходимости.
32. Метод последовательных приближений. Сходимость метода. Скорость сходимости.
33. Метод хорд. Сходимость метода. Скорость сходимости.
34. Метод секущих. Сходимость метода. Скорость сходимости.
35. Метод Ньютона. Сходимость метода. Скорость сходимости.
36. Модификации метода Ньютона. Сходимость метода. Скорость сходимости.
37. Метод хорд и касательных. Сходимость метода. Скорость сходимости.

## **Коллоквиум № 2 «Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений»**

1. Подчиненные матричные нормы. Свойства. Формула для вычисления второй нормы матрицы.
2. Подчиненные матричные нормы. Свойства. Формула для вычисления третьей нормы матрицы.
3. Согласованные матричные нормы.
4. Число обусловленности матрицы. Определение. Вычислительная формула. Пример плохо обусловленной системы.
5. Метод Гаусса.
6. LU – разложение. Необходимое и достаточное условие существования LU – разложения.
7. Метод квадратного корня.
8. Матрица отражения, ее свойства.
9. QR – разложение. Условие существования QR – разложения.
10. Решение системы уравнений с помощью QR – разложения.
11. Метод окаймления обращения матриц.

## **Коллоквиум № 3 «Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений»**

1. Двухслойные итерационные методы. Погрешность. Невязка. Матрица перехода. Асимптотическая скорость сходимости.
2. Критерий сходимости двухслойного итерационного процесса.
3. Достаточное условие сходимости двухслойного итерационного процесса.
4. Метод простой итерации. (Для симметрической, положительно определенной матрицы). Оптимальный шаг.

5. Многочлены Чебышева.
6. Метод Рундсона. Вывод формулы для собственных значений разрешающей матрицы.
7. Метод Рундсона. Оптимизация процесса в случае симметрической, положительно определенной матрицы
8. Метод Рундсона. Чебышевский набор параметров.
9. Метод Якоби. Теорема Адамара.
10. Метод Якоби. Теорема Гершгорина.
11. Метод Якоби. Достаточное условие сходимости.
12. Метод Зейделя. Достаточное условие сходимости.
13. Метод последовательной верхней релаксации. Матрица перехода.
14. Метод последовательной верхней релаксации. Критерий сходимости. (С использованием конспектов).
15. Метод последовательной верхней релаксации. Достаточное условие сходимости. (С использованием конспектов).
16. Метод наискорейшего градиентного спуска.
17. Теорема о сходимости метода наискорейшего градиентного спуска. (С использованием конспектов).

#### **Коллоквиум № 4 «Проблема собственных значений»**

1. Проблема собственных значений. Устойчивость.
2. Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы.
3. Вариационный принцип Куранта-Фишера.
4. Два следствия из вариационного принципа Куранта-Фишера.
5. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Типичный шаг метода. (С использованием конспектов).
6. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Доказательство сходимости метода.

7. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Оценка точности приближений.
8. Метод вращения решения проблемы собственных значений. Определение опорных элементов.
9. QR – алгоритм решения проблемы собственных значений. Формулировка теоремы о сходимости.
10. Решение частичной проблемы собственных значений. Метод прямых итераций. Метод обратных итераций.

### **Вопросы к теоретическим контрольным работам**

#### Контрольная работа №1

1. Доказательство вычислительной формулы подчинённой матричной нормы  $\|A\|_1$ .
2. Доказательство вычислительной формулы подчинённой матричной нормы  $\|A\|_2$ .
3. Доказательство вычислительной формулы подчинённой матричной нормы  $\|A\|_\infty$ .
4. Определение подчинённой и согласованной матричных норм, их взаимосвязь, свойства подчинённой матричной нормы.
5. Обусловленность матриц и систем. Определение, вывод вычислительной формулы.
6. LU-разложение.
7. Необходимое и достаточное условие LU-разложения (доказательство).

#### Контрольная работа №2

1. Метод квадратного корня. Вывод формулы разложения матрицы  $A=W^*W$ .
2. Метод квадратного корня. Вывод формул вычисления элементов матрицы  $W$ .
3. Свойства ортогонального преобразования отражения (без доказательства) – 1,2,3,4.

4. Свойства ортогонального преобразования отражения (без доказательства) – 5,6,7.
5. Метод окаймления. Система для определения элементов матрицы.
6. Метод окаймления. Решение матричной системы, формулы для определения элементов матрицы.

#### Контрольная работа №3

1. Двухслойные итерационные методы. Канонический вид. Стационарность.
2. Погрешность решения, невязка, матрица перехода.
3. Асимптотическая скорость сходимости. Смысл понятия.
4. Критерий сходимости стационарного итерационного процесса. Достаточное условие сходимости (примеры использования конкретных норм). Без доказательства.
5. Метод простой итерации. Вычислительная формула. Оптимальный итерационный параметр (без доказательства).
6. Метод Рундсона. Разрешающая матрица.

#### Контрольная работа №4

1. Метод Якоби. Вычислительная формула.
2. Метод Якоби. Доказательство теоремы Адамара.
3. Метод Якоби. Доказательство теоремы Гершгорина.
4. Метод Якоби. Доказательство достаточного условия сходимости.
5. Метод Зейделя. Вычислительная формула.
6. Метод Зейделя. Доказательство достаточного условия сходимости.
7. Метод наискорейшего градиентного спуска. Вычислительная формула.
8. Метод наискорейшего градиентного спуска. Формулировка теоремы о сходимости.

#### Контрольная работа №5

1. Вариационное описание собственных значений симметрической матрицы.
2. Вариационный принцип Куранта-Фишера.
3. Первое следствие из вариационного принципа Куранта-Фишера.
4. Второе следствие из вариационного принципа Куранта-Фишера.
5. Метод вращений. Матрица вращения.

6. Метод вращений. Теорема о сходимости (используя неравенство между элементами матриц двух соседних шагов).
7. QR-алгоритм. Формулировка теоремы о сходимости.
8. Итерационный метод решения частичной проблемы собственных значений.

### **Критерии выставления оценки по результатам коллоквиума:**

«отлично» - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

«хорошо» - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

«удовлетворительно» - оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.



«неудовлетворительно» - ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

### **Типовые задания для лабораторных работ**

#### **Задание1.**

1. Привести систему уравнений к треугольному виду методом Гаусса (с выбором ненулевого элемента на главную диагональ).
2. Найти решение системы.
3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученную треугольную матрицу и вектор решения.

#### **Задание2.**

1. Привести систему уравнений к треугольному виду методом Гаусса (с выбором максимального элемента на главную диагональ).
2. Найти решение системы.
3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученную треугольную матрицу и вектор решения.

#### **Задание3.**

1. Решить систему уравнений LU - методом.
2. Найти решение системы.
3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученную треугольную матрицу U и вектор решения.

#### **Задание4.**

1. Решить систему уравнений методом квадратного корня.
2. Найти решение системы.

3. Вывести в файл результатов "rez.txt" полученную матрицу  $S$  и вектор решения.

$S$ -верхняя треугольная матрица с положительными элементами на главной диагонали.

#### **Задание 5.**

1. Решить систему уравнений методом вращения.

2. Найти решение системы.

3. Вывести в файл результатов «rez.txt» полученную треугольную матрицу и вектор решения.

#### **Этапы выполнения работы.**

1. Провести исследование возможности применения прямых методов к решению данной задачи. Выполнить необходимые преобразования.

2. Выбрать способ преобразования матрицы к треугольному виду (для лабораторной работы).

3. Провести алгоритмизацию задачи и создать программу решения системы линейных алгебраических уравнений по методу, приложенному в задании. Программа должна учитывать структуру ввода и вывода исходных данных в соответствующий пакет программ лабораторной работы.

4. Запустить свою программу из программы лабораторной работы и сравнить результаты работы своей программы и программы, встроенной в пакет.

5. Провести анализ задачи, варьируя разным числом знаков округления. Как будет изменяться при этом решение.

6. Меняя способ приведения матрицы к треугольному виду, сравнить найденные при этом решения с вашим решением. Сделать вывод о полученных результатах.

7. Провести исследование на чувствительность найденного решения к погрешностям коэффициентов системы.

8. Используя полученную численную и графическую информацию, ответить на контрольные вопросы.

9. Оформить отчет, содержащий основные результаты работы.

В письменном отчете должны содержаться:

1. Постановка задачи. Исходные данные.

2. Обоснование возможности применения данного прямого метода к решению поставленной задачи.

3. Решение, невязка.

4. Матрица, приведенная к треугольному виду (указанному в задании).

5. Числа обусловленности в трех нормах.

6. Программа, реализующая данный прямой метод.

### **Критерии оценивания лабораторной работы**

Результатом лабораторной работы является отчет по лабораторной работе.

В процессе подготовки отчетов к лабораторным работам у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Алгоритм метода;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание тестов, на которых программа проходила проверку;
- Результаты численного эксперимента.

Отчет по лабораторной работе должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу

может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком.

## **Тематика курсового проектирования**

### **Тема 1 Точные методы решения СЛАУ.**

1. Методы Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Модификации метода (выбор ведущего элемента по строке, столбцу, всей матрице). -3 человека.
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью преобразования вращения. - 1 человек.
3. Вычисление определителей (по определению и методом Гаусса). – 1 человек.
4. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня, Халецкого. - 1 человек.
5. Нахождение обратной матрицы (схема Гаусса, метод окаймления). - 2 человека.
6. Нахождение обратной матрицы методами разбиения на клетки, на произведение двух треугольных матриц (LU –разложение, QR-разложение). - 2 человека.
7. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом окаймления. - 1 человек.
8. Решение систем линейных алгебраических уравнений с ленточными (трехдиагональными) матрицами (методы прогонок – 8 штук). - 2 человека.
9. Решение систем линейных алгебраических уравнений с ленточными (пятидиагональными) матрицами (монотонная, немонотонная прогонка). - 2 человека.
10. Решение СЛАУ с помощью QR-разложения. - 1 человек.

### **Тема 2 Итерационные методы решения СЛАУ.**

1. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами простой итерации (с оптимальным шагом), Ричардсона. - 2 человека.
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Якоби, Зейделя. - 1 человек.
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами релаксации. - 1 человек.
4. Решение систем линейных алгебраических уравнений градиентными методами (наискорейшего градиентного спуска, сопряженных градиентов, минимальных невязок). - 2 человека.

### **Тема 3 Проблема собственных значений.**

1. Метод вращений Якоби решения полной проблемы собственных значений симметрической матрицы. - 1 человек.
2. LU-алгоритм и QR-алгоритм нахождения собственных значений несимметрической матрицы (с использованием матриц Хессенберга). - 2 человека.
3. Степенной метод и его модификации решения частичной проблемы собственных значений. - 2 человека.
4. Методы Крылова, Хессенберга, Самуэльсона, Данилевского, Леверье, Фадеева нахождения собственных значений матрицы. - 3 человека.