



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель программы аспирантуры
1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Ковтаныук А.Е.

« 28 » июня 2022 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор департамента
Математического и компьютерного
моделирования

Сущенко А.А.

« 28 » июня 2022 г..

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Метод конечных элементов

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
(физико-математические науки)

курс 2 семестр 3

лекции 8 час.

практические занятия 10 час.

лабораторные работы не предусмотрены.

с использованием МАО лек. 0/пр. 10/лаб. 0 час.

всего часов контактной работы 18 час.

в том числе с использованием МАО 10 час., в электронной форме 0 час.

самостоятельная работа 54 часа.

в том числе на подготовку к экзамену ____ час.

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрена

зачет 3 семестр

экзамен ____ семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов), утвержденными Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20 октября 2021 г. N 951 и паспортом научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки)
Рабочая программа обсуждена на заседании департамента математического и компьютерного моделирования, протокол № 10 от «25» марта 2022 г.

Директор департамента математического и компьютерного моделирования,
А.А. Сущенко

Составитель: д-р физ.-мат. наук, профессор Алексеев Г.В.

Оборотная сторона титульного листа

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры / академического департамента:

Протокол от «___» _____ 20___ г. № _____

Директор департамента математического и компьютерного моделирования

(подпись)

(И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры / академического департамента:

Протокол от «___» _____ 20___ г. № _____

Директор департамента математического и компьютерного моделирования

(подпись)

(И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Метод конечных элементов» предназначена для аспирантов, обучающихся по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки).

Трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы (72 часа). Трудоемкость контактной работы (по учебным занятиям) составляет 18 часов, в том числе 10 часов в интерактивной форме. На самостоятельную работу отводится 54 часа. Дисциплина реализуется на втором году обучения в 3 семестре. Формы контроля – зачет.

Дисциплина «Метод конечных элементов» входит в блок дисциплин выбора вариативной части учебного плана подготовки аспирантов по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки).

Дисциплина «Метод конечных элементов» базируется на дисциплинах, связанных с изучением различных классов математических моделей и задач, изучаемых в бакалавриате и магистратуре

Знания, полученные при изучении дисциплины «Метод конечных элементов», будут востребованы при подготовке к сдаче кандидатского экзамена по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки), в научно-исследовательской работе, при подготовке выпускной работы и диссертации на соискание ученой степени кандидата наук.

Целью дисциплины является обучение аспирантов одному из эффективных проекционных методов решения задач вычислительной математики и основным правилам применения его для дискретизации и численного решения краевых задач математической физики.

Задачи дисциплины:

1. Развить у аспирантов целостное представление о проекционных методах, включая методы коллокаций, Галеркина, Бубнова-Галеркина, Ритца, наименьших квадратов и метод конечных элементов;
2. научить аспирантов качественному анализу свойств дискретных задач, являющихся МКЭ – аппроксимациями непрерывных задач, и, в частности, исследованию сходимости приближенных решений к точному при стремлении к нулю шага разностной сетки либо стремлении к бесконечности размерности конечномерного подпространства, в котором ищется приближенное решение;
3. научить методам решения систем разностных уравнений, возникающих при дискретизации краевых задач математической физики методом конечных элементов.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

| Формулировка требования | Этапы формирования | |
|---|--------------------|--|
| Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности | Знает | методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики. |
| | Умеет | анализировать математические модели, работать в электронно-библиотечных системах |
| | Владеет | методами исследования прикладной математики и информатики, современными информационно-коммуникационными технологиями в области прикладной математики и информатики |
| Способность к разработке, обоснованию и тестированию эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий | Знает | теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач |
| | Умеет | создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач |
| | Владеет | современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач |
| Способность к разработке и обоснованию качественных и приближенных методов исследования математических моделей различных объектов и явлений | Знает | методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач |
| | Умеет | разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач |
| | Владеет | современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач |
| Способность к разработке, анализу и исследованию математических методов моделирования различных объектов и явлений | Знает | теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач |
| | Умеет | создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач |
| | Владеет | современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач |

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Метод конечных элементов» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения:

мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания, презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов, разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания), коллективные решения творческих задач, которые требуют от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов, работу в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (8 час., в том числе 0 час. с использованием методов активного обучения)

МОДУЛЬ 1. Вариационные формулировки основных краевых задач. (3 часа).

Тема 1. Сущность метода конечных элементов. Постановки основных краевых задач: пяти задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядков и трех задач для уравнений второго порядка эллиптического типа **(1 час)**.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - презентации с использованием доски и компьютера с последующим обсуждением материалов.

Тема 2. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1), задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2), смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3), задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4), смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5), смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача 6), смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7), третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8). **(1 час)**.

Тема 3. Вариационные формулировки задачи 1. Вариационные формулировки задач 2 и 3. Вариационные формулировки задач 4 и 5. Вариационные формулировки задач 6 и 7. Вариационные формулировки задачи 8 **(1 час)**.

МОДУЛЬ 2. Проекционные методы дискретизации краевых задач (2 часа).

Тема 4. Сущность метода проекций (моментов). Метод коллокаций для задачи 1. Метод Галеркина для задачи 1. Метод Бубнова-Галеркина для задачи 1. Методы Ритца и наименьших квадратов для задачи 1. Основная теорема для метода Ритца. Методы коллокаций, Галеркина, Ритца и наименьших квадратов для других одномерных задач **(1 час)**.

Тема 5. Сущность метода проекций дискретизации многомерных краевых задач. Методы коллокаций и Галеркина для задач 6 и 7. Методы Бубнова-Галеркина и Ритца для задач 6 и 7. Методы наименьших квадратов для задач 6 и 7. Проекционные методы для задачи 8. **(1 час)**.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

МОДУЛЬ 3. Метод конечных элементов дискретизации краевых задач (3 часа).

Тема 6. Понятие сплайна. Степень и дефект сплайна. Свойства сплайнов. Использование сплайнов в качестве базисных функций. Применение МКЭ для решения

задачи 1. Исследование сходимости МКЭ для задачи 1. Применение МКЭ для решения задачи 2. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 2. Применение МКЭ для решения задачи 3. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 3. Применение МКЭ для решения задач 4 и 5. (1 час).

Тема 7. Основные этапы МКЭ для двумерных задач. Триангуляция области и построение базисных функций. Формирование матрицы коэффициентов. Введение барицентрических координат. Формирование матрицы в случае прямоугольной области I (1 час).

Тема 8. Вычисление коэффициентов матрицы, отвечающих внутренним узлам. Вычисление коэффициентов, обусловленных краевыми условиями 3-го рода. Построение разностной схемы на основе МКЭ. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 6. Применение МКЭ для решения задачи 7. Применение МКЭ для решения задачи 8. (1 час).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения – «обратную связь» с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (10 час.). Все практические занятия проводятся в интерактивной форме

Занятие 1. Выдача задания №1: численное решение одномерной задачи. Выбора алгоритма. (1 час)

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

Занятие 2. Описание программы, реализующей численный метод. (1 час)

Занятие 3. Составление и отладка программы. (1 час)

Занятие 4. Проведение численных экспериментов. Анализ результатов. (1 час)

Занятие 5. Выдача задания № 2: численное решение двумерной задачи. Выбора алгоритма. (1 час)

Занятие проводится в интерактивной форме - коллективное решение творческой задачи, которое требует от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

Занятие 6. Описание программы, реализующей численный метод. (1 час)

Занятие 7. Составление и отладка программы. (1 час)

Занятие 8. Проведение численных экспериментов. Анализ результатов. (1 час)

Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

Занятие 9. Защита отчетов по выполнению задания. (2 часа)

Лабораторные работы (0/0 час.)

Курс не предусматривает лабораторных работ.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Метод конечных элементов» представлено в приложении 1 и включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
- требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. – СПб.: Лань, 2014. – 672с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42190
2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Кн.1 / Ф.П. Васильев. – М.: МЦНМО, 2011. – 624с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9304
3. Волков, К.Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов. – М.: Физматлит, 2012. – 468с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59637
4. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Кн.2 / Ф.П. Васильев. – М.: МЦНМО, 2011. – 434с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9305
5. Даутов, Р.З. Программирование МКЭ в MATLAB: Учебное пособие/ Р.З. Даутов. – Казань: Изд-во Казанского гос. ун-та, 2010. – 71с.
<http://window.edu.ru/resource/069/76069>

Дополнительная литература

1. Гергель В.П., Фурсов В.А. Лекции по параллельным вычислениям: Учебное пособие. - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2009. - 164 с.
<http://window.edu.ru/resource/552/72552>
2. Вервейко Н.Д., Семькина Т.Д., Гребенников Д.Ю., Яковлев А.Ю. Применение метода конечных элементов в механике сплошных сред: Учебно-методическое пособие. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2003. - 51 с. <http://window.edu.ru/resource/152/27152>
3. Фирсов, Д.К. Метод контрольного объема на неструктурированной сетке в вычислительной механике: Учебное пособие / Д.К. Фирсов. – Томск: ТГУ, 2007. – 72с.
<http://window.edu.ru/resource/903/71903>
4. Смирнов В.В. Метод конечных элементов. Учебное пособие.
<http://window.edu.ru/resource/978/32978>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm> Мир математических уравнений. Книги по математике

2. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588> Математическое моделирование
3. http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus Журнал «Математическое моделирование»
4. <https://postnauka.ru/courses/84608> Математическое моделирование. Как вычислительные методы меняют жизнь
5. <https://matlab.ru/solutions/tech-calc/mathmod> Математическое моделирование в Matlab

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

Лекции проводятся с использованием проектора и мультимедийного комплекса для проведения лекций внутренней системы портала ДВФУ. Практические занятия проводятся в специализированном компьютерном классе. Для составления документации используется текстовый процессор (LibreOffice или Microsoft Word).

V. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина изучается в следующих организационных формах: лекции, практические занятия и самостоятельная работа аспиранта. Аспирант должен планировать график самостоятельной работы по дисциплине и придерживаться его.

Основной формой самостоятельной работы аспиранта является выполнение проекта, а также подготовка докладов для практических занятий.

К практическим занятиям следует готовиться. Для этого необходимо знать программу курса и рекомендованную литературу. Необходимо повторить основные разделы таких курсов, как «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», чтобы осваивать новый материал более эффективно. Аспиранту необходимо активно участвовать в дискуссиях, не бояться задавать вопросы преподавателю и другим участникам.

Контроль за выполнением самостоятельной работы аспиранта производится в виде контроля каждого этапа работы, отраженного в документации, и защиты проекта.

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Практические занятия проводятся в специализированном компьютерном классе. Необходимо оборудование для демонстрации презентаций: компьютер, проектор, монитор. Компьютер должен быть оснащен следующим программным обеспечением: LibreOffice или Microsoft Word, а также Microsoft PowerPoint.

| № п/п | Наименование оборудованных помещений и помещений для самостоятельной работы | Перечень основного оборудования |
|--------------|---|--|
| 1. | 690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D945. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. | Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 - 1 шт; Сетевая видеочка Multipix MP-HD718 - 1 шт. |

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Метод конечных элементов»

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
(физико-математические науки)

**Владивосток
2022**

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

| № п/п | Дата/сроки выполнения | Виды СРС | Всего часов | Форма контроля |
|-------|-----------------------|--|-------------|---|
| 1. | 1-3 неделя обучения | Изучение теоретического материала модуля 1 (темы 1 – 3) по лекциям. Решение задач. | 14 | Собеседование / Коллоквиум / Контрольная работа |
| 2. | 4-5 неделя обучения | Изучение теоретического материала модуля 2 (темы 4 – 5) по лекциям. Решение задач. | 14 | Собеседование / Коллоквиум / Контрольная работа |
| 3. | 6-7 неделя обучения | Изучение теоретического материала тем модуля 3 (6 – 8 по лекциям). Решение задач. | 14 | Собеседование / Коллоквиум / Контрольная работа |
| 4. | 8-9 неделя | Подготовка к зачету | 12 | Зачет |
| 5. | | ВСЕГО | 54 | |

Рекомендации по самостоятельной работе студентов Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения практического занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.

Методические указания по подготовке к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен начать с изучения теоретического материала и ознакомления с планом, который отражает содержание предложенной темы. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы по теме задания, правильном выполнении лабораторной работы.

В процессе практического занятия студент должен создать требуемый документ с помощью предлагаемого программного средства и выполнить требуемые в задании операции, либо подготовить к дискуссии теоретический материал по предложенной теме.

Критерии оценки лабораторных (практических) работ

- 100–86 баллов – выполнены все задания практической (лабораторной) работы, студент четко и без ошибок ответил на все контрольные вопросы.
- 85–76 баллов – выполнены все задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.
- 75–61 баллов – выполнены все задания практической (лабораторной) работы с замечаниями; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.
- 60–50 баллов – студент не выполнил или выполнил неправильно задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на контрольные вопросы с ошибками или не ответил на контрольные вопросы.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Метод конечных элементов»

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
(физико-математические науки)

Владивосток
2022

Паспорт ФОС

Шкала оценивания уровня сформированности знаний, умений, навыков

| Формулировка требований | Этапы формирования | | Критерии | Показатели |
|--|---------------------------|--|---|---|
| Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности | знает (пороговый уровень) | методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики. | Сформированные представления о методах исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики | Способность дать ответы на вопросы о существующих методах |
| | умеет (продвинутый) | анализировать математические модели, работать в электронно-библиотечных системах | Умение анализировать математические модели Умение работать в электронно-библиотечных системах | Способность найти нужные для решения задач методы |
| | владеет (высокий) | методами исследования прикладной математики и информатики, современными информационно-коммуникационными технологиями в области прикладной математики и информатики | Успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики Успешное и систематическое применение современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики | Способность пояснить выбор методов |
| Способность к разработке, обоснованию и тестированию эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных | знает (пороговый уровень) | теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач | Сформированные представления о теоретических основах и методах, используемых для решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач | Способность дать ответы на вопросы |

| | | | | |
|---|------------------------------|---|--|--|
| технологий | умеет (продвинутый) | создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач | Умение создавать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач | Наличие разработанных моделей, методов и алгоритмов решения некорректных задач |
| | владеет (высокий) | современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач | Успешное и систематическое применение методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач | Способность объяснить применение методов |
| Способность к разработке и обоснованию качественных и приближенных методов исследования математических моделей различных объектов и явлений | знает (пороговый уровень) | методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач | Сформированные представления о методах исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач | Способность дать ответы на вопросы |
| | умеет (продвинутый) | разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач | Умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач | Наличие разработанных методов и алгоритмов |
| | владеет (высокий) | современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач | Успешное и систематическое применение методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач | Способность объяснить применение методов |
| Способность к разработке, анализу и | знает (пороговый уровень) | теоретические основы и методы, используемые для | Сформированные представления о теоретических | Способность дать ответы на вопросы |

| | | | | |
|--|---------------------|--|--|---|
| исследованию математических методов моделирования различных объектов и явлений | | построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач | основах и методах, используемых для построения динамических систем и оптимального управления | |
| | умеет (продвинутый) | создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач | Умение создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач | Наличие разработанных моделей, методов и алгоритмов |
| | владеет (высокий) | современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач | Успешное и систематическое применение методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач | Способность объяснить применение методов |

Оценочные средства (ОС) для текущего контроля

| № п/п | Код ОС | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде |
|--------------------------|--------|----------------------------------|---|--|
| Устный опрос | | | | |
| 1 | УО-1 | Собеседование | Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по темам / разделам дисциплины. |
| 2 | УО-2 | Коллоквиум | Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися. | Вопросы по темам / разделам дисциплины. |
| Письменные работы | | | | |
| 1 | ПР-2 | Контрольная работа | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу. | Комплект контрольных заданий по вариантам. |

График текущего контроля

| № п/п | Контролируемые разделы / темы дисциплины | Этапы формирования | Оценочные средства |
|-------|--|--------------------|---|
| 1 | Темы 1-4 | Знает | УО-1 Собеседование УО-2 Коллоквиум |
| 2 | Занятие 1-4 | Умеет / Владеет | УО-1 Собеседование ПР-2 Контрольная работа |
| 3 | Темы 5-8 | Знает | УО-1 Собеседование УО-2 Коллоквиум |
| 4 | Занятие 5-9 | Умеет / Владеет | УО-1 Собеседование ПР-2 Контрольная работа |

КОМПЛЕКСЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ

Темы вопросов для собеседования по дисциплине «Метод конечных элементов»

1. Элементы теории обобщенных функций.
2. Пространства Соболева. Пространства следов.
3. Эквивалентность вариационной задачи и задачи минимизации квадратичного функционала.
4. Методы решения сеточных уравнений.
5. Применение математического моделирования в динамике жидкости. Примеры гидродинамических моделей.
6. Модели гидродинамики идеальной жидкости.
7. Модели гидродинамики вязкой жидкости.
8. Модели колебательных процессов.
9. Усложненные модели гидродинамики. Методы построения математических моделей.
10. Основные методы дискретизации краевых задач.
11. Сущность метода конечных разностей. Исследование сходимости метода.
12. Применение пакетов прикладных программ для дискретизации и численного решения краевых задач.
13. Сущность и основные особенности пакета FreeFem++.
14. Понятие обобщенной функции. Пространство обобщенных функций.
15. Коэрцитивные билинейные формы. Теорема Лакса-Мильграма.

Вопросы для коллоквиумов по дисциплине «Метод конечных элементов»

МОДУЛЬ 1. Вариационные формулировки основных краевых задач.

1. Сущность метода конечных элементов.
2. Постановки основных краевых задач: пяти задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядков и трех задач для уравнений второго порядка эллиптического типа.
3. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1).
4. Задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2).
5. Смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3).
6. Задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4).
7. Смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5).
8. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача 6).
9. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7).
10. Третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8).
11. Вариационные формулировки задачи 1.
12. Вариационные формулировки задач 2 и 3.

13. Вариационные формулировки задач 4 и 5.
14. Вариационные формулировки задач 6 и 7.
15. Вариационные формулировки задачи 8.

МОДУЛЬ 2. Проекционные методы дискретизации краевых задач.

1. Сущность метода проекций (моментов).
2. Метод коллокаций для задачи 1.
3. Метод Галеркина для задачи 1.
4. Метод Бубнова-Галеркина для задачи 1.
5. Методы Ритца и наименьших квадратов для задачи 1.
6. Основная теорема для метода Ритца.
7. Методы коллокаций, Галеркина, Ритца и наименьших квадратов для других одномерных задач.
8. Сущность метода проекций дискретизации многомерных краевых задач.
9. Методы коллокаций и Галеркина для задач 6 и 7.
10. Методы Бубнова-Галеркина и Ритца для задач 6 и 7.
11. Методы наименьших квадратов для задач 6 и 7.
12. Проекционные методы для задачи 8.

МОДУЛЬ 3. Метод конечных элементов дискретизации краевых задач.

1. Понятие сплайна. Степень и дефект сплайна.
2. Свойства сплайнов. Использование сплайнов в качестве базисных функций.
3. Применение МКЭ для решения задачи 1.
4. Исследование сходимости МКЭ для задачи 1.
5. Применение МКЭ для решения задачи 2.
6. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 2.
7. Применение МКЭ для решения задачи 3.
8. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 3.
9. Применение МКЭ для решения задач 4 и 5.
10. Основные этапы МКЭ для двумерных задач.
11. Триангуляция области и построение базисных функций. Формирование матрицы коэффициентов.
12. Введение барицентрических координат.
13. Формирование матрицы в случае прямоугольной области I.
14. Вычисление коэффициентов матрицы, отвечающих внутренним узлам.
15. Вычисление коэффициентов, обусловленных краевыми условиями 3-го рода.
16. Построение разностной схемы на основе МКЭ.
17. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 6.
18. Применение МКЭ для решения задачи 7.
19. Применение МКЭ для решения задачи 8.

Комплект заданий для контрольной работы

Задание 1. Начально-краевая задача для уравнения переноса.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = f \quad \text{в } Q = (0,1) \times (0,1),$$
$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u|_{x=0} = g(t).$$

Требуется найти приближенное решение задачи с помощью метода конечных элементов
Применить схему метода для нахождения приближенного решения задачи в случае, когда

$$f = 0, \quad \varphi(x) = \sin 2\pi x, \quad g(t) = -\sin 2\pi t.$$

Шаг сетки выбирать равным 0.1, 0.05 и 0.025. Результаты выдать в виде таблицы ошибок между точным и приближенным решениями.

Задание 2. Начально-краевая задача для уравнения диффузии.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f \quad \text{в } Q = (0,1) \times (0,1)$$
$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u|_{x=0} = g_1(t), \quad u|_{x=1} = g_2(t).$$

Применить метод конечных элементов для нахождения приближенного решения задачи в случае, когда:

а)
$$f = 2(x^2 - x)(2t - 1) - 4(t^2 - t), \quad x \in [0,1], \quad t \in (0,1].$$

Начальные и граничные условия определяются через точное решение:

$$u(x, t) = 2(t^2 - t)(x^2 - x).$$

б)
$$f = 4\pi^2 \sin 2\pi(x - t) - 2\pi \cos 2\pi(x - t),$$

$$\varphi(x) = \sin 2\pi x, \quad g_1(0, t) = -\sin 2\pi t, \quad g_2(1, t) = \sin 2\pi(1 - t).$$

Шаг сетки выбирать равным 0.1, 0.05 и 0.025. Результаты выдать в виде таблицы ошибок между точным и приближенным решениями.

Задание 3. Начально-краевая задача для двумерного уравнения диффузии.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = f \quad \text{в } \Omega \times (0, T), \quad \Omega = (0,1) \times (0,1),$$
$$u|_{t=0} = \varphi(x, y), \quad u|_{\Omega} = g(x, y, t).$$

Применить метод конечных элементов для нахождения приближенного решения задачи в случае, когда:

а)
$$f = 2(x^2 - x)(y^2 - y)(2t - 1) - 4(t^2 - t)(x^2 - x + y^2 - y).$$

Начальные и граничные условия определяются через точное решение:

$$u(x, t) = 2(t^2 - t)(x^2 - x)(y^2 - y).$$

б)
$$f = \pi \sin \pi x \sin \pi y (\cos \pi t + 2\pi \sin \pi t), \quad \varphi(x, y) = 0, \quad g(x, y, t) = 0.$$

Шаг сетки выбирать равным 0.1, 0.05 и 0.025. Результаты выдать в виде таблицы ошибок между точным и приближенным решениями.

ЗАЧЕТНО-ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Вопросы для подготовки к зачету

1. Сущность метода конечных элементов.
2. Постановки основных краевых задач: пяти задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядков и трех задач для уравнений второго порядка эллиптического типа.
3. Сущность метода проекций (моментов).
4. Метод коллокаций для задачи 1.
5. Метод Галеркина для задачи 1.
6. Метод Бубнова-Галеркина для задачи 1.
7. Методы Ритца и наименьших квадратов для задачи 1.
8. Основная теорема для метода Ритца.
9. Методы коллокаций, Галеркина, Ритца и наименьших квадратов для других одномерных задач.
10. Сущность метода проекций дискретизации многомерных краевых задач.
11. Методы коллокаций и Галеркина для задач 6 и 7.
12. Методы Бубнова-Галеркина и Ритца для задач 6 и 7.
13. Методы наименьших квадратов для задач 6 и 7.
14. Проекционные методы для задачи 8.
15. Понятие сплайна. Степень и дефект сплайна.
16. Свойства сплайнов. Использование сплайнов в качестве базисных функций.
17. Применение МКЭ для решения задачи 1.
18. Исследование сходимости МКЭ для задачи 1.
19. Применение МКЭ для решения задачи 2.
20. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 2.
21. Применение МКЭ для решения задачи 3.
22. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 3.
23. Применение МКЭ для решения задач 4 и 5.
24. Основные этапы МКЭ для двумерных задач.
25. Триангуляция области и построение базисных функций. Формирование матрицы коэффициентов.
26. Введение барицентрических координат.
27. Формирование матрицы в случае прямоугольной области I.
28. Вычисление коэффициентов матрицы, отвечающих внутренним узлам.
29. Вычисление коэффициентов, обусловленных краевыми условиями 3-го рода.
30. Построение разностной схемы на основе МКЭ.
31. Исследование сходимости МКЭ для решения задачи 6.
32. Применение МКЭ для решения задачи 7.
33. Применение МКЭ для решения задачи 8.

Текущий контроль

Текущий контроль предполагает систематическую проверку усвоения учебного материала, сформированности знаний и умений, регулярно осуществляемую на протяжении изучения дисциплины, в соответствии с ее рабочей программой.

Состоит в проверке правильности выполнения заданий по самостоятельной работе. Задание зачтено, если нет ошибок. По текущим ошибкам даются пояснения.