Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»
Направление подготовки *09.06.01 Информатика и вычислительная техника*
Профиль «*Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ*»

Форма подготовки (очная/заочная)

Владивосток
2019

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики.
	Умеет	анализировать математические модели, работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования прикладной математики и информатики, современными информационно-коммуникационными технологиями в области прикладной математики и информатики
ПК-4 Способность к разработке и обоснованию комплексов проблемно-ориентированных программ для компьютерного моделирования предметных областей и проведения вычислительных экспериментов	Знает	Стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	. Навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий

3 семестр					
№ п / п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Темы 1-4	ОПК-1 ПК-4	Знает	УО-1 Собеседование	Зачет, вопросы 1-12
2	Занятие 1	ОПК-1 ПК-4	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно-графическая задача	Зачет, вопросы 1-12
4 семестр					

3	Темы 5-10	ОПК-1 ПК-4	Знает	УО-1 Собеседование	Экзамен, вопросы 1-12
4	Занятие 2-3.	ОПК-1 ПК-4	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно-графическая задача	Экзамен, вопросы 1-12

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	**Этапы формирования компетенции**		**критерии**	**показатели**
ОПК-1 Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики.	Сформированные представления о методах исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики	Способность дать ответы на вопросы о существующих методах
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели, работать в электронно-библиотечных системах	Умение анализировать математические модели Умение работать в электронно-библиотечных системах	Способность найти нужные для решения задач методы
	владеет (высокий)	методами исследования прикладной математики и информатики, современными информационно-коммуникационным и технологиями в области прикладной математики и информатики	Успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики Успешное и систематическое применение современных информационно-коммуникационными технологий в области математики и механики	Способность пояснить выбор методов

ПК-4 Способность к разработке и обоснованию комплексов проблемно-ориентированных программ для компьютерного моделирования предметных областей и проведения вычислительных экспериментов	знает (пороговый уровень)	Стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	знание стратегий применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Способность дать ответы на вопросы
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	Умение создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	способность разработать или выбрать существующие численные алгоритмы
	владеет (высокий)	Навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность применить программные средства для программирования численных методов

КОМПЛЕКСЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ

Темы рефератов, докладов, сообщений

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Лемма Дюбуа – Реймона.
2. Задача о брахистохроне: решение и обоснование.
3. Задача Больца (векторный случай). Условия трансверсальности.
4. Лемма о структуре функционала на прямом произведении пространств.
5. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.

6. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Теорема о правом обратном операторе.
7. Вторая теорема отделимости (формулировка). Теорема о нетривиальности аннулятора.
8. Лемма о замкнутости образа.
9. Теорема об аннуляторе ядра.
10. Производные по Гато, Фреше и строгая дифференцируемость. Соотношения между ними. Теорема о суперпозиции (формулировка).
11. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства.
12. Метод множителей Лагранжа для гладких конечномерных задач.
13. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна –Таккера.
14. Задачи Лагранжа и оптимального управления: основные определения. Формальный вывод принципа максимума из принципа Лагранжа.
15. Пример Больца о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия полунепрерывности снизу относительно слабой сходимости в теореме существования.
16. Пример Вейерштрасса о несуществовании решения вариационной задачи. Существенность условия секвенциальной слабой замкнутости множества ограничений в теореме существования.
17. Пример гармонического осциллятора о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия коэрцитивности задачи в теореме существования.

Вопросы для коллоквиумов

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

МОДУЛЬ 1. Основы теории вариационных.
1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
2. Лемма Дюбуа-Реймона.
3. Уравнение Эйлера.
4. Задача Больца.
5. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности.
6. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
7. Формулировка теоремы отделимости.
8. Лемма о нетривиальности аннулятора
9. Лемма о правом обратном.
10. Лемма о замкнутости образа.
11. Лемма об аннуляторе ядра.
12. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств.
13. Строгая дифференцируемость.

14. Теорема о суперпозиции.

МОДУЛЬ 2. Существование решений задач управления.

1. Функциональные пространства и краевые задачи.
2. Абстрактные экстремальные задачи.
3. Линейные стационарные экстремальные задачи.
4. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
5. Жесткое управление.

МОДУЛЬ 3. Система оптимальности для задач оптимального управления.

1. Принцип Лагранжа для абстрактной задачи.
2. Линейные регулярные стационарные задачи.
3. Линейные регулярные эволюционные задачи.
4. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа.
5. Задачи управления для системы Навье-Стокса.

Комплект заданий для контрольной работы

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

Вариант 1

1. Пусть y_1 — решение дифференциального уравнения $L[y]=0$. Показать, что введение новой искомой функции $u = y/y_1$ приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.

2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$.

3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$, соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?

4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной $x = \varphi(t)$, где функция $\varphi(t)$ произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз: Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейный при преобразовании искомой функции

$$y = \alpha(x)z + \beta(x).$$

Здесь z — новая искомая функция, $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее .решение уравнения $y' + p(x)y = 0$, если известно ненулевое частное решение y_1 этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix} = 0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения $y_1 = x$, $y_2 = x^2$.

Показать, что функции x и x^2 линейно -независимы в интервале $(-\infty, \quad \infty)$.

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке $x = 0$. Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?

9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения y_1, y_2 и y_3.

10. Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x) = 0$, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

Вариант 2

1. Исходя из определения производной, доказать, что

   а) производная периодической дифференцируемой функции есть функция периодическая;

   б) производная четной дифференцируемой функции есть функция нечетная;

   в) производная нечетной дифференцируемой функции есть функция четная.

2. Доказать, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = 0$ и $f(0) = 0$, то $f'(0) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x}$.

3. Доказать, что производная $f'(0)$ не существует, если

$$f(x) = \begin{cases} x\sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

4. Доказать, что производная от функции

$$f(x)=\begin{cases} x^2\sin(1/x), & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$$

разрывна в точке $x=0$.

5. Доказать приближенную формулу

$$\sqrt{a^2+z}\approx a+z/(2a),\ \ a>0,\ \ |z|\ll a.$$

6. Что можно сказать о дифференцируемости суммы $f(x)+g(x)$ в точке $x=x_0$ если, в этой точке:

а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема;

б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы.

7. Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке x_0 и $f(x_0)\neq 0$, а функция $g(x)$ не дифференцируема в этой точке. Доказать, что произведение $f(x)g(x)$ является недифференцируемым в точке x_0.

8. Что можно сказать о дифференцируемости произведения $f(x)g(x)$ в предположениях задачи?

Рассмотреть примеры:

а) $f(x)=x,\ \ g(x)=|x|,\ \ x_0=0;$

$$f(x)=x,\ \ g(x)=\begin{cases} \sin(1/x), & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}\quad x_0=0;$$

б) $f(x)=|x|,\ \ g(x)=|x|,\ \ x_0=0;$

$f(x)=|x|,\ \ g(x)=|x|+1,\ \ x_0=0.$

9. Найти $f'(0)$, если $f(x)=x(x+1)...(x+1234567)$.

10. Выразить дифференциал d^3y от сложной функции $y[u(x)]$ через производные от функции $y(u)$ и дифференциалы от функции $u(x)$.

11. Пусть $y(x)$ и $x(y)$ дважды дифференцируемые взаимно обратные функции. Выразить x'' через y' и y''.

Вариант 3

1. Доказать, что функция $f(x)=x-\sin x$ монотонно возрастает на отрезке: а) $[0,\ 2\pi]$; б) $[0,\ 4\pi]$ Следует ли из монотонности дифференцируемой функции монотонность ее производной?

2. Доказать теорему: *если функции* $\varphi(x)$ *и* $\psi(x)$ *дифференцируемы на отрезке* $[a,\ \ b]$ *и* $\varphi'(x)>\psi'(x)\ \ \forall x\in(a,\ \ b)$, *а* $\varphi(a)=\psi(a)$, *то* $\varphi(x)>\psi(x)\ \forall x\in(a,\ \ b]$.

Дать геометрическую интерпретацию теоремы.

У к а з а н и е. При доказательстве теоремы установить и использовать монотонность функции $f(x)=\varphi(x)-\psi(x)$.

3. Доказать неравенство $2x/\pi<\sin x$ для трех случаев:

а) $\forall x\in\left(0,\ \ \arccos\dfrac{2}{\pi}\right]$;

б) $\forall x\in\left[\arccos\dfrac{2}{\pi},\ \ \dfrac{\pi}{2}\right)$;

в) $\forall x\in\left(0,\ \ \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Дать геометрическую интерпретацию неравенства.

4. Исходя из определений минимума и максимума, доказать, что функция

$$f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-1/x^2}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$$

имеет в точке $x=0$ минимум, а функция

$$f(x)=\begin{cases}x\mathrm{e}^{-1/x^2}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0\end{cases}$$

не имеет в точке $x=0$ экстремума.

5. Исследовать на экстремум в точке x_0 функцию $f(x)=(x-x_0)^n\varphi(x)$, считая, что производная $\varphi'(x)$ не существует, но функция $\varphi(x)$ непрерывна в точке x_0 и $\varphi(x_0)\neq 0$, n.— натуральное число.

6. Исследовать знаки максимума и минимума функции x^3-3x+q и выяснить условия, при которых уравнение $x^3-3x+q=0$ имеет а) три различных действительных корня; б) один действительный корень.

7. Определить «отклонение от нуля» многочлена $p(x)=6x^3-27x^2+36x-14$ на отрезке $[0,\ \ 3]$, т. е. найти на этом отрезке наибольшее значение функции $|p(x)|$.

8. Установить условия существования асимптот у графика рациональной функции.

Вариант 4

1. Считая, что функция $\dfrac{\sin x}{x}$ равна 1 при $x=0$, доказать, что она интегрируема на отрезке $[0,\ \ 1]$.

2. Какой из. интегралов больше:

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx \text{ или } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx?$$

3. Пусть $f(t)$ – непрерывная функция, а функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ дифференцируемые. Доказать, что

$$\frac{d}{dx}\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(t)dt = f[\psi(x)]\psi'(x) - f[\varphi(x)]\varphi'(x).$$

4. Найти $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_{\sqrt{x}}^{x^2} \mathrm{e}^{t^2}\,dt.$

5. Найти точки экстремума функции

$$f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)\mathrm{e}^{-t^2}\,dt.$$

6. Пусть $f(x)$ – непрерывная периодическая функция с периодом T. Доказать, что

$$\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_0^T f(x)dx \quad \forall a.$$

7. Доказать, что если $f(x)$ – четная функция, то

$$\int_{-a}^{0} f(x)dx = \int_0^{+a} f(x)dx = \frac{1}{2}\int_{-a}^{+a} f(x)dx.$$

8. Доказать, что для нечетной функции $f(x)$ справедливы равенства

$$\int_{-a}^{0} f(x)dx = -\int_0^{+a} f(x)dx \text{ и } \int_{-a}^{a} f(x)dx = 0.$$

Чему равен интеграл $\displaystyle\int_{-1}^{+1} \sin^2 x \ln\frac{2+x}{2-x}dx$?

9. При каком условии, связывающем коэффициенты a, b, c интеграл $\displaystyle\int \frac{ax^2+bx+c}{x^3(x-1)^2}dx$ является рациональной функцией?

10. При каких целых значениях n интеграл $\int \sqrt{1+x^4}dx$ выражается элементарными функциями.

Вариант 5

1. Пусть y_1 — решение дифференциального уравнения $L[y]=0$. Показать, что введение новой искомой функции $u=y/y_1$ приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.

2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения $y'=f(x,y)$.

3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения $y'=f(x,y)$, соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?

4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной $x=\varphi(t)$, где функция $\varphi(t)$ произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз: Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейный при преобразовании искомой функции

$$y=\alpha(x)z+\beta(x).$$

Здесь z — новая искомая функция, $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее .решение уравнения $y'+p(x)y=0$, если известно ненулевое частное решение y_1 этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix}=0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения $y_1=x,\ y_2=x^2$.

Показать, что функции x и x^2 линейно -независимы в интервале $(-\infty,\ \ \infty)$.

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке $x=0$. Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?

9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения y_1, y_2 и y_3.

10.Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию $\lim\limits_{x\to+\infty} y(x)=0$, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

Вариант 6

1. Найти производную скалярного поля $u=u(x,\ y,\ z)$ по направлению градиента скалярного поля $\upsilon=\upsilon(x,\ y,\ z)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=\mathbf{Cr}$, где $\mathbf{C}$ — постоянный вектор, а $\mathbf{r}$ — радиус-вектор. Каковы поверхности уровня этого поля и как они расположены по отношению к вектору $\mathbf{C}$?

3. Доказать, что если S — замкнутая кусочно-гладкая поверхность и $\mathbf{C}$ — ненулевой постоянный вектор, то

$$\oint\!\!\!\oint_S \cos\left(\mathbf{n},\mathbf{C}\right)dS=0,$$

где $\mathbf{n}$ — вектор, нормальный к поверхности S.

4. Доказать формулу

$$\oint\!\!\!\oint_S \varphi\mathbf{an}^0 dS=\iiint_V\left(\varphi\operatorname{div}\mathbf{a}+\mathbf{a}\operatorname{grad}\varphi\right)dV,$$

где $\varphi=\varphi(x,\ y,\ z)$; S — поверхность, ограничивающая объем V; $\mathbf{n}^0$— орт внешней нормали к поверхности S. Установить условия применимости формулы.

5. Доказать, что если функция $u(x,\ y,\ z)$ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0, \text{ то } \oint\!\!\!\oint_S \frac{\partial u}{\partial n}dS=0,$$

где $\dfrac{\partial u}{\partial n}$ — производная по направлению нормали к кусочно-гладкой замкнутой поверхности S.

6. Доказать, что если функция $u(x,\ y,\ z)$ является многочленом второй степени и S — кусочно-гладкая замкнутая поверхность, то интеграл

$$\oint\!\!\!\oint_S \frac{\partial u}{\partial n}dS$$

пропорционален объему, ограниченному поверхностью S.

7. Пусть $\mathbf{a} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$, где P, Q, R — линейные функции от x, y, z и пусть Γ — замкнутая кусочно-гладкая кривая, расположенная в некоторой плоскости Доказать, что если циркуляция $\oint\limits_{\Gamma} \mathbf{a} d\mathbf{r}$ отлична от нуля, то она пропорциональна площади фигуры, ограниченной контуром Γ.

8. Твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси, проходящей через начало координат. Вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$. Определить ротор и дивергенцию поля линейных скоростей $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}]$ точек тела (здесь $\mathbf{r}$ — радиус-вектор).

ЗАЧЕТНО-ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Вопросы для подготовки к зачету (3 семестр)

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
2. Лемма Дюбуа-Реймона.
3. Уравнение Эйлера.
4. Задача Больца.
5. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности.
6. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
7. Формулировка теоремы отделимости.
8. Лемма о нетривиальности аннулятора
9. Лемма о правом обратном.
10. Лемма о замкнутости образа.
11. Лемма об аннуляторе ядра.
12. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств.

Вопросы для подготовки к экзамену (4 семестр)

1. Строгая дифференцируемость.
2. Теорема о суперпозиции.
3. Функциональные пространства и краевые задачи.
4. Абстрактные экстремальные задачи.
5. Линейные стационарные экстремальные задачи.
6. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
7. Жесткое управление.
8. Принцип Лагранжа для абстрактной задачи.
9. Линейные регулярные стационарные задачи.
10. Линейные регулярные эволюционные задачи.
11. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа.
12. Задачи управления для системы Навье-Стокса.

Текущий контроль

Текущий контроль предполагает систематическую проверку усвоения учебного материала, сформированности компетенций или их элементов, регулярно осуществляемую на протяжении изучения дисциплины, в соответствии с ее рабочей программой.

Состоит в проверке правильности выполнения заданий по самостоятельной работе. Задание зачтено, если нет ошибок. По текущим ошибкам даются пояснения.