




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

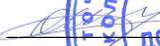
«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП
«Вычислительная математика»

 Алексеев Г.В.
(подпись) (Ф.И.О.)
« 09 » _____ июля _____ 2018 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой
Информатики, математического и компьютерного
моделирования

 Чеботарев А.Ю.
(подпись) (Ф.И.О.)
« 09 » _____ июля _____ 2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Управление системами с распределенными параметрами Направление подготовки *02.06.01*
Компьютерные и информационные науки
Профиль «Вычислительная математика»
Форма подготовки (очная)

курс 2 семестр 4
лекции 9 час.
практические занятия 9 час.
лабораторные работы не предусмотрены.
с использованием МАО лек. ___/ пр. ___ час.
всего часов контактной работы 18 час.
в том числе с использованием МАО ___ час., в электронной форме ___ час.
самостоятельная работа 90 час.
в том числе на подготовку к экзамену 18 час.
курсовая работа / курсовой проект нет семестр
зачет нет семестр
экзамен 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 30.07.2014 № 864

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования ШЕН ДВФУ, протокол № 18 от «09» июля 2018 г.

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования Чеботарев А.Ю.

Составитель: д.ф.-м.н., профессор кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования Алексеев Г.В.

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры

Протокол от «11» июня 2019 г. № 11

Заведующий кафедрой / директор академического департамента

Чеботарев А.Ю.




(подпись)

(И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры

Протокол от «18» января 2020 г. № 5

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования



(подпись)

Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры

Протокол от «27» января 2021 г. № 4

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования



(подпись)

Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

Аннотация рабочей программы учебной дисциплины «Управление системами с распределенными параметрами»

Дисциплина «Управление системами с распределенными параметрами» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе направления подготовки – 02.06.01 Компьютерные и информационные науки, профиль «Вычислительная математика», форма подготовки очная и входит в вариативную часть, обязательные дисциплины учебного плана: Б1.В.ОД

Трудоемкость – 3 з.е. (108 часов). Дисциплина включает в себя 9 часов лекций, 9 часов практических занятий и 90 часов самостоятельной работы, из которых 18 часов отводится на экзамен. Обучение осуществляется в 4 семестре. Формы промежуточной аттестации: экзамен (4 семестр).

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 864 и учебным планом подготовки аспирантов по профилю «Вычислительная математика».

Целью дисциплины является изучение основных задач теории оптимального управления системами с частными производными, методов их решения и приложений.

Задачи дисциплины:

1. развитие у аспирантов целостного представления о технологии и методах анализа вариационных задач и задач оптимального управления;
2. подготовка аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности.

Для успешного изучения дисциплины «Управление системами с распределенными параметрами» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- способностью к абстрактному мышлению, анализу и синтезу
- способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках
- готовностью к саморазвитию, самореализацию, использованию творческого потенциала
- способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие универсальные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ПК-1 Способность разрабатывать численные модели для решения научных	Знает	теоретические основы численного моделирования, численные методы решения задач математической физики
	Умеет	анализировать математические модели

проблем и задач	Владеет	Способностью разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики	Знает	методы, используемые для анализа корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
	Умеет	создавать и анализировать численные математические модели, разрабатывать численные методы и алгоритмы решения задач математической физики
	Владеет	Способностью углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
ПК-3 Способность к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей	Знает	теоретические основы и методы, используемые для анализа задач математической физики, построения и исследования соответствующих математических моделей
	Умеет	анализировать задачи математической физики, разрабатывать и исследовать соответствующие математические модели
	Владеет	Способностью к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей
ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками использования современных методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	Способностью профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Управление системами с распределенными параметрами» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания, презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов, обратную связь с формированием общего представления об

уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия, разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания), коллективные решения творческих задач, которые требуют от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов, работу в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(18 час., в том числе 0 час. с использованием методов активного обучения)

РАЗДЕЛ 1. Основы теории вариационных задач (6 час).

Тема 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. Уравнение Эйлера. Задача Больца. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности (2 час.)

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - презентации с использованием доски и компьютера с последующим обсуждением материалов.

Тема 2. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства. Формулировка теоремы отделимости. Лемма о нетривиальности аннулятора (2 час.)

Тема 3. Лемма о правом обратном. Лемма о замкнутости образа. Лемма об аннуляторе ядра (1 час.)

Тема 4. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств. Строгая дифференцируемость. Теорема о суперпозиции (1 час.)

Раздел 2. Существование решений задач управления (6 час)

Тема 5. Функциональные пространства и краевые задачи. Абстрактные экстремальные задачи (2 час.)

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

Тема 6. Линейные стационарные экстремальные задачи (2 час.)

Тема 7. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений. Жесткое управление (2 час.)

РАЗДЕЛ 3. Система оптимальности для задач оптимального управления (6 час)

Тема 8. Принцип Лагранжа для абстрактной задачи (2 час.)

Тема 9. Линейные регулярные стационарные задачи. Линейные регулярные эволюционные задачи (2 час.)

Тема 10. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа. Задачи управления для системы Навье-Стокса (2 час.)

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения – «обратную связь» с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (18 час.). Все практические занятия проводятся в интерактивной форме

Занятие 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. (6 час.)

1. Уравнение Эйлера.
2. Задача Больца.
3. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности.
4. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств.

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

Интерактивная форма 2 часа.

Занятие 2. Условия разрешимости (6 час.)

1. Линейные стационарные экстремальные задачи.
2. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
3. Жесткое управление.

Занятие проводится в интерактивной форме - коллективное решение творческой задачи, которое требует от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

Интерактивная форма 2 часа.

Занятие 3. Система оптимальности (6 час.)

1. Линейные регулярные стационарные задачи.
2. Линейные регулярные эволюционные задачи.
3. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа.

Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

Интерактивная форма 2 часа.

Лабораторные работы (0/0 час.)

Курс не предусматривает лабораторных работ.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами» представлено в приложении 1 и включает в себя:

3 семестр					
№ п / п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Темы 1-4	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4; ПК-5	Знает	УО-1 Собеседование	Зачет, вопросы 1-12
2	Занятие 1	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4; ПК-5	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно-графическая задача	Зачет, вопросы 1-12
4 семестр					
3	Темы 5-10	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4; ПК-5	Знает	УО-1 Собеседование	Экзамен, вопросы 1-12
4	Занятие 2-3.	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4; ПК-5	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно-графическая задача	Экзамен, вопросы 1-12

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ КУРСА

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Бренерман М.Х. Вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Бренерман М.Х., Жихарев В.А.— Электрон. текстовые данные.— Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2017.— 148 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/79275.html> .— ЭБС «IPRbooks»
2. Разумейко Б.Г. Дифференциальное исчисление функций многих переменных [Электронный ресурс]: курс лекций/ Разумейко Б.Г., Недосекина И.С., Ким-Тян Л.Р.— Электрон. текстовые данные.— М.: Издательский Дом МИСиС, 2017.— 57 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71674.html> .— ЭБС «IPRbooks»
3. Вариационное исчисление в целом / М. Морс ; пер. с англ. Л. Б. Вертгейма. // Москва : Институт компьютерных исследований, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2010. 510 с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:417271&theme=FEFU>
4. Галеев, Э.М. Оптимальное управление: монография / Э. М. Галеев, М. И. Зеликин, С. В. Конягин. – М.: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2008. – 300с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:268526&theme=FEFU>
5. Фурсиков, А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения: учебное пособие / А.В. Фурсиков. – Новосибирск: Научная книга, 2005. – 352с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:399400&theme=FEFU>

Дополнительная литература

1. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление. Курс лекций : учебное пособие для вузов / В. Т. Волков, А. Г. Ягола ; Московский государственный университет, Физический факультет. Москва : Университет, 2009. 139 с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:293253&theme=FEFU>
2. Аргучинцев А.В. Оптимальное управление гиперболическими системами / А.В. Аргучинцев. – М.: Физматлит, 2007. – 200с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:251813&theme=FEFU>
3. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами / А.И. Егоров. – М.: Наука, 2005. – 320с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:750137&theme=FEFU>

4. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М., Наука, 1979. http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:/usr/vtls/ChamoHome/visualizer/data_lan/d ata_lan+%281786%29.xml&theme=FEFU
5. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. Оптимальное управление : [монография] /под ред. Н. П. Осмоловского, В. М. Тихомирова. – М.: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2008, 320 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:268526&theme=FEFU>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>
3. База данных полнотекстовых академических журналов Китая <http://oversea.cnki.net/>
4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>
6. Мир математических уравнений. Книги по математике <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
7. Математическое моделирование <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588>
8. Журнал «Математическое моделирование» http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus
9. Математическое моделирование. Как вычислительные методы меняют жизнь <https://postnauka.ru/courses/84608>
10. Математическое моделирование в Matlab <https://matlab.ru/solutions/tech-calc/mathmod>

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

№ п/п	Место расположения компьютерной техники, на которой установлено программное обеспечение, количество рабочих мест	Перечень программного обеспечения
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D945. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.

2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D549. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. Родительская программа Campus 3 49231495. Торговый посредник: JSC "Softline Trade" Номер заказа торгового посредника: Tr000270647-18. Photoshop CC for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscribtion Renewal №ЭА-667-17 от 08.02.2018. 07, Adobe Creative Cloud for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscribtion New Контракт №ЭА-667-17 от 08.02.2018. ESET NOD32 Secure Enterprise Контракт №ЭА-091-18 от 24.04.2018. AutoCAD Electrical 2015. Срок действия лицензии 10.09.2020. № договора 110002048940 в личном кабинете Autodesk. +2 Сублицензионное соглашение Blackboard № 2906/1 от 29.06.2012.
----	--	---

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина изучается в следующих организационных формах: лекции, практические занятия и самостоятельная работа аспиранта. Аспирант должен планировать график самостоятельной работы по дисциплине и придерживаться его.

Основной формой самостоятельной работы аспиранта является выполнение проекта, а также подготовка докладов для практических занятий.

К практическим занятиям следует готовиться. Для этого необходимо знать программу курса и рекомендованную литературу. Необходимо повторить основные разделы таких курсов, как «Вычислительная математика», «Уравнения математической физики», чтобы осваивать новый материал более эффективно. Аспиранту необходимо активно участвовать в дискуссиях, не бояться задавать вопросы преподавателю и другим участникам.

Контроль за выполнением самостоятельной работы аспиранта производится в виде контроля каждого этапа работы, отраженного в документации, и защиты проекта.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D945. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций,	Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор Mitsubishi EW330U, 3000

	текущего контроля и промежуточной аттестации.	ANSI Lumen, 1280x800 - 1 шт; Сетевая видеокамера Multipix MP-HD718 - 1 шт.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D549. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Компьютерный класс: Моноблок lenovo C360G-i34164G500UDK – 15 шт. Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. размер рабочей области 236x147 см - 1 шт; Документ-камера AVervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47"", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW33OU, 3000 ANSI Lumen, 1280x800, Сетевая видеокамера Multipix MP-HD718" - 1 шт.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

Направление подготовки *02.06.01 Компьютерные и информационные науки*

Профиль «*Вычислительная математика*»

Форма подготовки (очная)

**Владивосток
2018**

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

3 семестр

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Виды СРС	Всего часов	Форма контроля
1.	1-5 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 1 по лекциям, решение задач	4	Собеседование
2.	6-11 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 2 по лекциям, решение задач	6	Собеседование
3.	12-17 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 3, 4 по лекциям, решение задач	6	Собеседование
4.	18 неделя	Подготовка к зачету	2	Зачёт
		ВСЕГО	18	

4 семестр

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Виды СРС	Всего часов	Форма контроля
1.	1-9 неделя обучения	Изучение теоретического материала тем 5-7 по лекциям, решение задач	18	Собеседование
2.	10-18 неделя обучения	Изучение теоретического материала тем 8-10 по лекциям, решение задач	18	Собеседование
3.		Подготовка к экзамену	18	Экзамен
		ВСЕГО	54	

Рекомендации по самостоятельной работе студентов

Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения практического занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.

Методические указания по подготовке к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен начать с изучения теоретического материала и ознакомления с планом, который отражает содержание предложенной темы. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы по теме задания, правильном выполнении лабораторной работы.

В процессе практического занятия студент должен создать требуемый документ с помощью предлагаемого программного средства и выполнить требуемые в задании операции, либо подготовить к дискуссии теоретический материал по предложенной теме.

Критерии оценки лабораторных(практических) работ

- 100-86 - выполнены все задания практической (лабораторной) работы, студент четко и без ошибок ответил на все контрольные вопросы.
- 85-76 - выполнены все задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.
- 75-61 выполнены все задания практической (лабораторной) работы с замечаниями; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.
- 60-50 баллов - студент не выполнил или выполнил неправильно задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на контрольные вопросы с ошибками или не ответил на контрольные вопросы.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»
Направление подготовки *09.06.01 Информатика и вычислительная техника*
Профиль «*Вычислительная математика*»

Форма подготовки (очная/заочная)

Владивосток
2018

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ПК-1 Способность разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций

своих исследований в области вычислительной математики и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций

3 семестр					
№ п / п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Темы 1-4	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4 ; ПК-5	Знает	УО-1 Собеседование	Зачет, вопросы 1-12
2	Занятие 1	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4 ; ПК-5	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно-графическая задача	Зачет, вопросы 1-12
4 семестр					
3	Темы 5-10	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4 ; ПК-5	Знает	УО-1 Собеседование	Экзамен, вопросы 1-12
4	Занятие 2-3.	ПК-1; ПК-2; ПК-3; ПК-4 ; ПК-5	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно-графическая задача	Экзамен, вопросы 1-12

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ПК-1	знает	теоретические	знание основных методов	способность

Способность разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач	(пороговый уровень)	основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач	решения дифференциальных уравнений, методов решения обобщенных краевых задач	решения дифференциальных уравнений, методов решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	владение современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	способность владения современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической	знает (пороговый уровень)	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	знание методов, используемых для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	способность знания методов, используемых для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения

физики				некорректных задач
	умеет (продвинутый)	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	способность разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	владеет (высокий)	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	владение современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	способность владения современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач	знание теоретических основ и методов, используемых для построения динамических систем и оптимального управления, методов решения обобщенных краевых задач	способность знания теоретических основ и методов, используемых для построения динамических систем и оптимального управления, методов решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать математические	умение создавать	способность создавать

	нугый)	модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	владение современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	способность владения современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	знает (пороговый уровень)	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	знание стратегии применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать	умение создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с	способность создавать и анализировать существующие численные алгоритмы

		полученные результаты с применением компьютерных технологий	применением компьютерных технологий	решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	владеет (высокий)	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	владение навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований в области вычислительной математики и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	знает (пороговый уровень)	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	знание требований оформления результатов исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	умеет (продвинутый)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	умение профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций

	владеет (высокий)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	владение профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
--	-------------------	--	---	--

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к зачету (3 семестр)

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
2. Лемма Дюбуа-Реймона.
3. Уравнение Эйлера.
4. Задача Больца.
5. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности.
6. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
7. Формулировка теоремы отделимости.
8. Лемма о нетривиальности аннулятора
9. Лемма о правом обратном.
10. Лемма о замкнутости образа.
11. Лемма об аннуляторе ядра.
12. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств.

Вопросы для подготовки к экзамену (4 семестр)

1. Строгая дифференцируемость.
2. Теорема о суперпозиции.
3. Функциональные пространства и краевые задачи.
4. Абстрактные экстремальные задачи.
5. Линейные стационарные экстремальные задачи.
6. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
7. Жесткое управление.
8. Принцип Лагранжа для абстрактной задачи.
9. Линейные регулярные стационарные задачи.
10. Линейные регулярные эволюционные задачи.
11. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа.
12. Задачи управления для системы Навье-Стокса.

Оценочные средства для текущей аттестации

Темы рефератов, докладов, сообщений

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Лемма Дюбуа – Реймона.
2. Задача о брахистохроне: решение и обоснование.
3. Задача Больца (векторный случай). Условия трансверсальности.
4. Лемма о структуре функционала на прямом произведении пространств.
5. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
6. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Теорема о правом обратном операторе.
7. Вторая теорема отделимости (формулировка). Теорема о нетривиальности аннулятора.
8. Лемма о замкнутости образа.
9. Теорема об аннуляторе ядра.
10. Производные по Гато, Фреше и строгая дифференцируемость. Соотношения между ними. Теорема о суперпозиции (формулировка).
11. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства.
12. Метод множителей Лагранжа для гладких конечномерных задач.
13. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна –Таккера.
14. Задачи Лагранжа и оптимального управления: основные определения. Формальный вывод принципа максимума из принципа Лагранжа.
15. Пример Больца о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия полунепрерывности снизу относительно слабой сходимости в теореме существования.
16. Пример Вейерштрасса о несуществовании решения вариационной задачи. Существенность условия секвенциальной слабой замкнутости множества ограничений в теореме существования.
17. Пример гармонического осциллятора о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия коэрцитивности задачи в теореме существования.

Вопросы для коллоквиумов

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

Раздел 1. Основы теории вариационных.

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
2. Лемма дюбуа-реймона.
3. Уравнение эйлера.
4. Задача больца.
5. Уравнение эйлера и условие трансверсальности.
6. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.

7. Формулировка теоремы отделимости.
 8. Лемма о нетривиальности аннулятора
 9. Лемма о правом обратном.
 10. Лемма о замкнутости образа.
 11. Лемма об аннуляторе ядра.
 12. Определение производных гато и фреше для отображений банаховых пространств.
 13. Строгая дифференцируемость.
 14. Теорема о суперпозиции.
- Раздел 2. Существование решений задач управления.
1. Функциональные пространства и краевые задачи.
 2. Абстрактные экстремальные задачи.
 3. Линейные стационарные экстремальные задачи.
 4. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
 5. Жесткое управление.
- Раздел 3. Система оптимальности для задач оптимального управления.
1. Принцип лагранжа для абстрактной задачи.
 2. Линейные регулярные стационарные задачи.
 3. Линейные регулярные эволюционные задачи.
 4. Оптимизация в задаче коши для оператора лапласа.
 5. Задачи управления для системы навье-стокса.

Комплект заданий для контрольной работы

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

Вариант 1

1. Пусть y_1 — решение дифференциального уравнения $L[y] = 0$. Показать, что введение новой искомой функции $u = y/y_1$ приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.
2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$.
3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$, соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?
4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной $x = \varphi(t)$, где функция $\varphi(t)$ произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз: Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.
5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейным при преобразовании искомой функции

$$y = \alpha(x)z + \beta(x).$$

Здесь z — новая искомая функция, $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее решение уравнения $y' + p(x)y = 0$, если известно ненулевое частное решение y_1 этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix} = 0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения $y_1 = x$, $y_2 = x^2$.

Показать, что функции x и x^2 линейно-независимы в интервале $(-\infty, \infty)$.

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке $x = 0$. Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?

9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения y_1 , y_2 и y_3 .

10. Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

Вариант 2

1. Исходя из определения производной, доказать, что

а) производная периодической дифференцируемой функции есть функция периодическая;

б) производная четной дифференцируемой функции есть функция нечетная;

в) производная нечетной дифференцируемой функции есть функция четная.

2. Доказать, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = 0$ и

$$f(0) = 0, \text{ то } f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

3. Доказать, что производная $f'(0)$ не существует, если

$$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

4. Доказать, что производная от функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

разрывна в точке $x = 0$.

5. Доказать приближенную формулу

$$\sqrt{a^2 + z} \approx a + z/(2a), \quad a > 0, \quad |z| \ll a.$$

6. Что можно сказать о дифференцируемости суммы $f(x) + g(x)$ в точке $x = x_0$ если, в этой точке:

- а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема;
- б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы.

7. Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке x_0 и $f(x_0) \neq 0$, а функция $g(x)$ не дифференцируема в этой точке. Доказать, что произведение $f(x)g(x)$ является недифференцируемым в точке x_0 .

8. Что можно сказать о дифференцируемости произведения $f(x)g(x)$ в предположениях задачи?

Рассмотреть примеры:

а) $f(x) = x, \quad g(x) = |x|, \quad x_0 = 0;$

$$f(x) = x, \quad g(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

б) $f(x) = |x|, \quad g(x) = |x|, \quad x_0 = 0;$

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = |x| + 1, \quad x_0 = 0.$$

9. Найти $f'(0)$, если $f(x) = x(x+1)\dots(x+1234567)$.

10. Выразить дифференциал $d^3 u$ от сложной функции $u[u(x)]$ через производные от функции $u(u)$ и дифференциалы от функции $u(x)$.

11. Пусть $y(x)$ и $x(y)$ дважды дифференцируемые взаимно обратные функции. Выразить x'' через y' и y'' .

Вариант 3

1. Доказать, что функция $f(x) = x - \sin x$ монотонно возрастает на отрезке: а) $[0, 2\pi]$; б) $[0, 4\pi]$ Следует ли из монотонности дифференцируемой функции монотонность ее производной?

2. Доказать теорему: если функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ дифференцируемы на отрезке $[a, b]$ и $\varphi'(x) > \psi'(x) \quad \forall x \in (a, b)$, а $\varphi(a) = \psi(a)$, то $\varphi(x) > \psi(x) \quad \forall x \in (a, b)$.

Дать геометрическую интерпретацию теоремы.

У к а з а н и е. При доказательстве теоремы установить и использовать монотонность функции $f(x) = \varphi(x) - \psi(x)$.

3. Доказать неравенство $2x/\pi < \sin x$ для трех случаев:

а) $\forall x \in \left(0, \arccos \frac{2}{\pi}\right]$;

б) $\forall x \in \left[\arccos \frac{2}{\pi}, \frac{\pi}{2}\right)$;

в) $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Дать геометрическую интерпретацию неравенства.

4. Исходя из определений минимума и максимума, доказать, что функция

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

имеет в точке $x = 0$ минимум, а функция

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

не имеет в точке $x = 0$ экстремума.

5. Исследовать на экстремум в точке x_0 функцию $f(x) = (x - x_0)^n \varphi(x)$, считая, что производная $\varphi'(x)$ не существует, но функция $\varphi(x)$ непрерывна в точке x_0 и $\varphi(x_0) \neq 0$, n — натуральное число.

6. Исследовать знаки максимума и минимума функции $x^3 - 3x + q$ и выяснить условия, при которых уравнение $x^3 - 3x + q = 0$ имеет а) три различных действительных корня; б) один действительный корень.

7. Определить «отклонение от нуля» многочлена $p(x) = 6x^3 - 27x^2 + 36x - 14$ на отрезке $[0, 3]$, т. е. найти на этом отрезке наибольшее значение функции $|p(x)|$.

8. Установить условия существования асимптот у графика рациональной функции.

Вариант 4

1. Считая, что функция $\frac{\sin x}{x}$ равна 1 при $x = 0$, доказать, что она интегрируема на отрезке $[0, 1]$.

2. Какой из интегралов больше:

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx \text{ или } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx ?$$

3. Пусть $f(t)$ – непрерывная функция, а функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ дифференцируемые. Доказать, что

$$\frac{d}{dx} \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(t) dt = f[\psi(x)]\psi'(x) - f[\varphi(x)]\varphi'(x).$$

4. Найти $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2} dt$.

5. Найти точки экстремума функции

$$f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)e^{-t^2} dt.$$

6. Пусть $f(x)$ – непрерывная периодическая функция с периодом T . Доказать, что

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx \quad \forall a.$$

7. Доказать, что если $f(x)$ – четная функция, то

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^{+a} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} f(x) dx.$$

8. Доказать, что для нечетной функции $f(x)$ справедливы равенства

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = - \int_0^{+a} f(x) dx \text{ и } \int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Чему равен интеграл $\int_{-1}^{+1} \sin^2 x \ln \frac{2+x}{2-x} dx$?

9. При каком условии, связывающем коэффициенты a , b , c интеграл $\int \frac{ax^2 + bx + c}{x^3(x-1)^2} dx$ является рациональной функцией?

10. При каких целых значениях n интеграл $\int \sqrt{1+x^4} dx$ выражается элементарными функциями.

Вариант 5

1. Пусть y_1 — решение дифференциального уравнения $L[y] = 0$. Показать, что введение новой искомой функции $u = y/y_1$ приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.

2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$.

3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$, соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?

4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной $x = \varphi(t)$, где функция $\varphi(t)$ произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз. Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейным при преобразовании искомой функции $y = \alpha(x)z + \beta(x)$.

Здесь z — новая искомая функция, $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее решение уравнения $y' + p(x)y = 0$, если известно ненулевое частное решение y_1 этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix} = 0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения $y_1 = x$, $y_2 = x^2$.

Показать, что функции x и x^2 линейно независимы в интервале $(-\infty, \infty)$.

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке $x = 0$. Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?

9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения y_1 , y_2 и y_3 .

10. Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

Вариант 6

1. Найти производную скалярного поля $u = u(x, y, z)$ по направлению градиента скалярного поля $v = v(x, y, z)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = \mathbf{C}\mathbf{r}$, где \mathbf{C} — постоянный вектор, а \mathbf{r} — радиус-вектор. Каковы поверхности уровня этого поля и как они расположены по отношению к вектору \mathbf{C} ?

3. Доказать, что если S — замкнутая кусочно-гладкая поверхность и \mathbf{C} — ненулевой постоянный вектор, то

$$\iint_S \cos(\mathbf{n}, \mathbf{C}) dS = 0,$$

где \mathbf{n} — вектор, нормальный к поверхности S .

4. Доказать формулу

$$\iint_S \varphi \mathbf{a} \mathbf{n}^0 dS = \iiint_V (\varphi \operatorname{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \operatorname{grad} \varphi) dV,$$

где $\varphi = \varphi(x, y, z)$; S — поверхность, ограничивающая объем V ; \mathbf{n}^0 — орт внешней нормали к поверхности S . Установить условия применимости формулы.

5. Доказать, что если функция $u(x, y, z)$ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \text{ то } \iint_S \frac{\partial u}{\partial n} dS = 0,$$

где $\frac{\partial u}{\partial n}$ — производная по направлению нормали к кусочно-гладкой замкнутой поверхности S .

6. Доказать, что если функция $u(x, y, z)$ является многочленом второй степени и S — кусочно-гладкая замкнутая поверхность, то интеграл

$$\iint_S \frac{\partial u}{\partial n} dS$$

пропорционален объему, ограниченному поверхностью S .

7. Пусть $\mathbf{a} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$, где P, Q, R — линейные функции от x, y, z и пусть Γ — замкнутая кусочно-гладкая кривая, расположенная в некоторой плоскости. Доказать, что если циркуляция $\oint_{\Gamma} \mathbf{a} d\mathbf{r}$ отлична от нуля,

то она пропорциональна площади фигуры, ограниченной контуром Γ .

8. Твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси, проходящей через начало координат. Вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$. Определить ротор и дивергенцию поля линейных скоростей $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega} \mathbf{r}]$ точек тела (здесь \mathbf{r} — радиус-вектор).

Текущий контроль

Текущий контроль предполагает систематическую проверку усвоения учебного материала, сформированности компетенций или их элементов, регулярно осуществляемую на протяжении изучения дисциплины, в соответствии с ее рабочей программой.

Состоит в проверке правильности выполнения заданий по самостоятельной работе. Задание зачтено, если нет ошибок. По текущим ошибкам даются пояснения.