




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

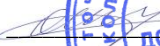
«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП  
«Вычислительная математика»

 Алексеев Г.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
«\_09\_» \_\_\_\_\_ июля \_\_\_\_\_ 2018\_г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Информатики, математического и компьютерного  
моделирования

 Чеботарев А.Ю.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
«\_09\_» \_\_\_\_\_ июля \_\_\_\_\_ 2018\_г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Вычислительная математика**

Направление подготовки *02.06.01 Компьютерные и информационные науки*

Профиль «*Вычислительная математика*»

Форма подготовки (очная)

курс 2 семестр 4

лекции 18 час.

практические занятия 18 час.

лабораторные работы не предусмотрены.

с использованием МАО лек. 9 /пр. 9 час.

всего часов контактной работы 36 час.

в том числе с использованием МАО 18 час., в электронной форме \_\_ час.

самостоятельная работа 108 час.

в том числе на подготовку к экзамену 18 час.

курсовая работа / курсовой проект нет семестр

зачет нет семестр

экзамен 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 30.07.2014 № 864

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования ШЕН ДВФУ, протокол № 18 от «09» июля 2018 г.


Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования  
Чеботарев А.Ю.

Составитель: д-р. физ.-мат. наук, профессор кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования Алексеев Г.В.

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры**

Протокол от «11» июня 2019 г. № 11

Заведующий кафедрой /директор академического департамента

  
\_\_\_\_\_

(подпись)

Чеботарев А.Ю.  
(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры**

Протокол от «18» января 2020 г. № 5

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования

  
\_\_\_\_\_

(подпись)

Чеботарев А.Ю.  
(И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры**

Протокол от «27» января 2021 г. № 4

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования

  
\_\_\_\_\_

(подпись)

Чеботарев А.Ю.  
(И.О. Фамилия)

## Аннотация рабочей программы учебной дисциплины «Вычислительная математика»

Дисциплина «Вычислительная математика» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе направления подготовки – 02.06.01 Компьютерные и информационные науки, профиль «Вычислительная математика», форма подготовки очная и входит в вариативную часть, обязательные дисциплины учебного плана: Б1.В.ОД

Трудоемкость – 4 з.е. (144 часов). Дисциплина включает в себя 18 часа лекций, 18 часов практических занятий и 108 часов самостоятельной работы, из которых 18 часов отводится на экзамен. Обучение осуществляется в 4 семестре. Формы промежуточной аттестации: экзамен (4 семестр).

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 864 и учебным планом подготовки аспирантов по профилю «Вычислительная математика».

**Целью** дисциплины является подготовка аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности.

**Задачи** дисциплины:

– развить у аспирантов целостное представление о методах вычислительной математики;

– научить методам построения устойчивых алгоритмов решения задач математической физики.

Для успешного изучения дисциплины «Вычислительная математика» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

– способностью к абстрактному мышлению, анализу и синтезу

– способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках

– готовностью к саморазвитию, самореализацию, использованию творческого потенциала

– способностью находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие универсальные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей	Знает	современные методы исследования в области вычислительной математики и информационно-коммуникационные технологии
	Умеет	при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов

профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий		и ограничений
	Владеет	Способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
ПК-1 Способность разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач	Знает	теоретические основы численного моделирования, численные методы решения задач математической физики
	Умеет	анализировать математические модели
	Владеет	Способностью разрабатывать численные модели для решения научных проблем и задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики	Знает	методы, используемые для анализа корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
	Умеет	создавать и анализировать численные математические модели, разрабатывать численные методы и алгоритмы решения задач математической физики
	Владеет	Способностью углубленного анализа проблем корректности численных алгоритмов для решения задач математической физики
ПК-3 Способность к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей	Знает	теоретические основы и методы, используемые для анализа задач математической физики, построения и исследования соответствующих математических моделей
	Умеет	анализировать задачи математической физики, разрабатывать и исследовать соответствующие математические модели
	Владеет	Способностью к анализу задач математической физики, построению и исследованию соответствующих математических моделей
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	Способностью профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Вычислительная математика» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания, презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов, обратную

связь с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия, разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания), коллективные решения творческих задач, которые требуют от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов, работу в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**(18 час., в том числе 9 час. с использованием методов активного обучения)**

### **РАЗДЕЛ 1. Уравнения математической физики (6 час).**

**Тема 1.** Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям. Конечная гладкость решений волнового уравнения. Фундаментальное решение. Задача Коши. Основные смешанные задачи для волнового уравнения. Метод Фурье решения смешанных задач. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения. **(2 час.)**

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - презентации с использованием доски и компьютера с последующим обсуждением материалов.

**Тема 2.** Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума). Фундаментальное решение. Задача Коши. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье. Решение смешанных задач методом конечных разностей. **(2 час.)**

**Тема 3.** Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля). Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца. Задачи на собственные значения. Разложение в ряды по собственным функциям. **(2 час.)**

### **РАЗДЕЛ 2. Вариационное исчисление (6 час).**

**Тема 1.** Элементы вариационного исчисления. Функция Лагранжа (лагранжиан). Условия экстремума. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Энергия. Импульс. Гамильтониан. Уравнения Гамильтона-Якоби. **(1 час.)**

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

**Тема 2.** Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах (2 час.).

**Тема 3.** Вариационные формулировки краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядка. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1), задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2), смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3), задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4), смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5). Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца и дивергентного уравнения эллиптического типа. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача 6), смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7), третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8). Вариационные формулировки начально-краевой задачи для уравнения двумерного теплопроводности (2 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

### **РАЗДЕЛ 3. Численные методы (6 час).**

**Тема 1.** Основные понятия метода конечных разностей. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона (2 час.).

**Тема 2.** Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным и физическим процессам (2 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения – «обратную связь» с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия.

**Тема 3.** Проекционные методы дискретизации краевых задач для дифференциальных уравнений, метод конечных элементов, Использование сплайнов в качестве базисных функций. (2 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**(18 час., в том числе 9 час. с использованием методов активного обучения)**

### **Занятие 1. Физические задачи, приводящие к уравнениям математической физики (3 час.)**

Метод Фурье решения смешанных задач. Метод Галеркина. Метод конечных разностей.

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

### **Занятие 2. Вариационные методы (3 час.)**

Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.

### **Занятие 3. Задачи оптимального управления (3 час.)**

Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.

### **Занятие 4. Вариационные формулировки краевых задач (3 час.)**

Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца

Занятие проводится в интерактивной форме - коллективное решение творческой задачи, которое требует от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

### **Занятие 5. Метод сеток дискретизации основных уравнений математической физики (3 часа)**

Уравнение переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.

### **Занятие 6. Проекционные методы дискретизации краевых задач (3 часа)**

Метод конечных элементов дискретизации одномерных краевых задач 2-го порядка. Пакеты прикладных программ, предназначенные для численного решения краевых задач методом конечных элементов.

Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Вычислительная математика» представлено в приложении 1и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;  
критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I Уравнения математической физики	ОПК-1; ПК-1; ПК-3	Знает	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Умеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Владеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
2	Раздел II Вариационное исчисление	ПК-2; ПК-4	Знает	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
			Умеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
			Владеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
3	Раздел III Численные методы	ПК-5; УК-1	Знает	Собеседование	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Умеет	Собеседование	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Владеет	Собеседование	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении 2.



## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

(печатные и электронные издания)

1. Алексеев, Г.В. Классические методы математической физики: Учебное пособие. Часть 1 / Г.В. Алексеев. – Вл-к: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. – 224с. <http://window.edu.ru/resource/008/63008>
2. Алексеев, Г.В. Классические методы математической физики: Учебное пособие. Часть 2/ Г.В. Алексеев. – Вл-к: Изд-во Дальневост. ун-та, 2005. – 195с. <http://window.edu.ru/resource/009/63009>
3. Ильин, А.М. Уравнения математической физики / А.М. Ильин. – М.: Изд.-во. Физматлит, 2009. – 192с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2181](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181)
4. Абдрахманов, В.Г. Уравнения математической физики. Теория и практика / В.Г. Абдрахманов, Г.Т. Булгакова. – М.: ФЛИНТА, 2014. – 338с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=51962](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=51962)
5. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. – 636с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4397](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397)
6. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Кн.1 / Ф.П. Васильев. – М.: МЦНМО, 2011. – 624с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9304](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9304)
7. Волков, Е.А. Численные методы / Е.А. Волков. – СПб.: Лань, 2008. – 256с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=54](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=54)
8. Колдаев, В.Г. Численные методы и программирование / В.Г. Колдаев. – М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. – 336с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370603>

### **Дополнительная литература**

1. Полянин, А.Д. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики / А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев, А.И. Журов. – М.: Физматлит, 2009. – 256с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59377](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59377)
2. Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59660](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59660)
3. Треногин, В.А. Уравнения в частных производных / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. – М.: Физматлит, 2013. – 228с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59744](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59744)
4. Шевцов, Г. С., Крюкова О.Г., Мызникова Б. И. Численные методы линейной алгебры / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. – СПб.: Лань, 2011. – 496с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1800](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1800)

5. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб / Н.Н. Калиткин. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 586с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350803>
6. Амосов А.А. Вычислительные методы / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. – СПб.: Лань, 2014. – 672с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42190](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42190)
7. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. – 240с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=56911](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=56911)
8. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – СПб.: Лань, 2011. – 672с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2025](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2025)
9. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – СПб.: Лань, 2010. – 400с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=537](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=537)
10. Волков, К.Н., Емельянов В.Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов. – М.: Физматлит, 2012. – 468с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59637](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59637)

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>
3. База данных полнотекстовых академических журналов Китая <http://oversea.cnki.net/>
4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>
6. Мир математических уравнений. Книги по математике <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
7. Математическое моделирование <http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588>
8. Журнал «Математическое моделирование» [http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus)
9. Математическое моделирование. Как вычислительные методы меняют жизнь <https://postnauka.ru/courses/84608>
10. Математическое моделирование в Matlab <https://matlab.ru/solutions/tech-calc/mathmod>

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

№ п/п	Место компьютерной	расположения техники, на	Перечень программного обеспечения
-------	-----------------------	-----------------------------	-----------------------------------

	<b>которой программное обеспечение, количество рабочих мест</b>	
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, D945 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, D734 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. Родительская программа Campus 3 49231495. Торговый посредник: JSC "Softline Trade" Номер заказа торгового посредника: Tr000270647-18. Photoshop CC for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal №ЭА-667-17 от 08.02.2018. 07, Adobe Creative Cloud for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription New Контракт №ЭА-667-17 от 08.02.2018. ESET NOD32 Secure Enterprise Контракт №ЭА-091-18 от 24.04.2018. AutoCAD Electrical 2015. Срок действия лицензии 10.09.2020. № договора 110002048940 в личном кабинете Autodesk. +2 Сублицензионное соглашение Blackboard № 2906/1 от 29.06.2012.

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

В процессе изучения дисциплины «Вычислительная математика» предлагаются разнообразные методы и средства освоения учебного материала: лекции, лабораторные работы, Собеседование, тестирование, самостоятельная работа аспирантов.

### **Лекции**

**Лекция** – основная активная форма аудиторных занятий, необходимая для разъяснения основополагающих теоретических разделов. Предполагает интенсивную умственную деятельность аспиранта. Лекция носит познавательный, развивающий, воспитательный и организующий характер. Конспект лекций помогает усвоить теоретический материал дисциплины. При слушании лекции надо конспектировать ее рубрикацию, терминологию, ключевые слова, определения, формулы, графические схемы. Конспект является полезным, когда он пишется самим аспирантом. Можно разработать собственную схему сокращения слов. Название тем, параграфов можно выделять цветными маркерами.

При домашней работе с конспектом лекций необходимо использовать

основной учебник и дополнительную литературу, которые рекомендованы по данной дисциплине. Именно такая серьезная работа аспиранта с лекционным материалом позволяет достичь ему успехов в овладении новыми знаниями.

При изложении лекционного курса по дисциплине «Вычислительная математика» в качестве форм интерактивного обучения используются: лекция-беседа, лекция-визуализация, лекция пресс-консультация, которые строятся на базе предшествующих знаний и знаний смежных дисциплин. Для иллюстрации словесной информации применяются презентации, интерактивная доска, таблицы, схемы. По ходу изложения лекционного материала ставятся проблемные и провоцирующие вопросы, включаются элементы дискуссии.

**Лекция-визуализация.** Чтение лекции сопровождается компьютерной презентацией с базовыми текстами (заголовки, формулировки, ключевые слова и термины), иллюстрациями микроскопических и ультрамикроскопических изображений клеток и тканей, рисованием схем и написанием формул на интерактивной доске, производится демонстрация наглядных таблиц и слайдов, что способствует лучшему восприятию излагаемого материала. Лекция - визуализации требует определенных навыков: словесное изложение материала должно сопровождаться и сочетаться с визуальной формой. Информация, изложенная в виде схем, таблиц, слайдов, позволяет формировать проблемные вопросы и способствует развитию профессионального мышления будущих специалистов.

**Лекция-беседа** – «диалог с аудиторией» – является распространенной формой интерактивного обучения и позволяет непосредственно вовлекать аспирантов в учебный процесс, так как создает прямой контакт преподавателя с аудиторией. Такой контакт достигается по ходу лекции, когда аспирантам задаются вопросы проблемного, провоцирующего или информационного характера или когда аспирантам самим предлагается задавать вопросы. Вопросы предлагаются всей аудитории, и любой из аспирантов может предложить свой ответ, другой может его дополнить. При этом от лекции к лекции выявляются активные и пассивные аспиранты, преподаватель по возможности активизирует аспирантов, которые не участвуют в работе. Такая форма лекции позволяет вовлечь всех аспирантов в работу, активизировать их внимание, мышление, получить коллективный опыт, научиться формировать вопросы. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание аспирантов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала.

**Лекция-консультация.** Преподаватель делает краткое (тезисное) сообщение. Аспиранты задают вопросы, на которые отвечает преподаватель и другие аспиранты. На основе вопросов и ответов разворачивается творческая дискуссия.

## **Практические занятия**

**Лабораторные работы.** Лабораторные работы повышают качество обучения, способствуют развитию познавательной активности у аспирантов, их логического мышления и творческой самостоятельности. В процессе выполнения лабораторных работ углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается умение применять их на практике. Аспирант учится правильно использовать методы, видеть их достоинства и недостатки, получает неоценимый опыт по использованию данных методов. Все это позволяет глубже понять теоретические Вычислительная математика. Формируются навыки научно-исследовательской работы и профессиональные компетенции.

**Собеседование.** Собеседование – коллективная форма рассмотрения и закрепления учебного материала. Собеседования являются одним из видов практических занятий, предназначенных для углубленного изучения дисциплины, проводятся в интерактивном режиме. На занятиях по теме Собеседования разбираются вопросы, и затем вместе с преподавателем проводится их обсуждение, которое направлено на закрепление материала, формирование навыков вести полемику, развитие самостоятельности и критичности мышления, на способность аспирантов ориентироваться в больших информационных потоках, вырабатывать и отстаивать собственную позицию по проблемным вопросам учебной дисциплины.

В качестве методов интерактивного обучения на Собеседованиях используются: развернутая беседа, диспут, пресс-конференция.

**Развернутая беседа** предполагает подготовку аспирантов по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы. Доклады готовятся аспирантами по заранее предложенной тематике.

**Диспут** в группе имеет ряд достоинств. Диспут может быть вызван преподавателем в ходе занятия или же заранее планируется им. В ходе полемики аспиранты формируют у себя находчивость, быстроту мыслительной реакции.

**Пресс-конференция.** Преподаватель поручает нескольким аспирантам подготовить краткие (тезисные) сообщения. После докладов аспиранты задают вопросы, на которые отвечают докладчики и другие члены экспертной группы. На основе вопросов и ответов развертывается творческая дискуссия вместе с преподавателем.

**Контрольные тесты.** Используется бланковое или компьютерное тестирование в режиме выбора правильных ответов, установления соответствия понятий, обозначения деталей на схемах и прочее.

Возможны также письменные контрольные работы в форме традиционных письменных ответов на ряд вопросов по пройденной теме, изложенной в лекциях и обсужденной на Собеседованиях. Несмотря на произвольность формы, в ответах обязательно использование терминов, ключевых слов и понятий, а при необходимости схем и формул. По некоторым темам предлагается решение задач.

### **Методические указания по работе с литературой**

Надо составить первоначальный список источников. Основой может стать список литературы, рекомендованный в рабочей программе курса. Для удобства работы можно составить собственную картотеку отобранных источников (фамилия авторов, заглавие, характеристики издания) в виде рабочего файла в компьютере. Такая картотека имеет преимущество, т.к. она позволяет добавлять источники, заменять по необходимости одни на другие. Первоначальный список литературы можно дополнить, используя электронный каталог библиотеки ДВФУ, при этом не стесняйтесь обращаться за помощью к сотрудникам библиотеки.

Работая с литературой по той или другой теме, надо не только прочитать, но и усвоить метод ее изучения: сделать краткий конспект, алгоритм, схему прочитанного материала, что позволяет быстрее его понять, запомнить. Не рекомендуется дословно переписывать текст.

### **Методические рекомендации к самостоятельной работе аспиранта**

Текущий контроль результатов самостоятельной работы осуществляется в ходе проведения лабораторных работ (устный опрос), Собеседование и тестирования. На основании этих результатов аспирант получает текущие и зачетные оценки, по которым выводится итоговая оценка. Промежуточная (семестровая) аттестация проводится в форме устного зачета.

### **Методические указания по подготовке к лабораторным работам и их выполнению**

К лабораторным работам аспирант должен подготовиться: повторить лекционный материал, прочитать нужный раздел по теме в учебнике.

Занятие начинается с краткого устного опроса по заданной теме. Далее аспиранты работают с конкретными методами.

Для занятий необходимо иметь халат и сменную обувь. Необходимо освоить технику безопасности при работе со всеми используемыми на занятии методами, правильно оценить, сколько необходимо реактивов и расходных материалов для работы. Только после этого аспирант может начинать непосредственно работать с поставленной задачей. В конце занятия аспирант предоставляет преподавателю отчет по результатам проделанной работы с выводами.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

### **Методические указания по подготовке к Собеседованию**

Поскольку Собеседование является коллективной формой рассмотрения и закрепления учебного материала, к нему должны готовиться все аспиранты. Собеседование обычно проводится в форме развернутой беседы, диспута, пресс-конференции. На каждый Собеседование заранее объявляется тема и перечень вопросов для устных сообщений. По всем вопросам надо проработать соответствующий материал из учебника, конспекта лекций, дополнительной литературы и соответствующей лабораторной работы.

Преподаватель объявляет вопрос и предлагает сделать сообщение на 5-7 минут одному из аспирантов – либо по их желанию, либо по своему выбору. После сообщения преподаватель и аспиранты задают вопросы и выступают с дополнениями и комментариями.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

### **Методические указания по подготовке доклада**

По отдельным темам на Собеседованиях могут делаться более емкие и глубокие доклады – до 15-20 минут. Тема доклада может быть предложена преподавателем или выбрана аспирантом самостоятельно.

При подготовке к докладу проводится подбор литературных источников по теме из рекомендуемой основной и дополнительной литературы, а также работа с ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», указанными в рабочей программе.

Работа с текстом научных книг и учебников состоит не только в прочтении материала, необходимо провести анализ, сравнить изложение материала в разных источниках, подобрать материал таким образом, чтобы он раскрывал тему доклада. Проанализированный материал конспектируют, при этом надо избегать простого переписывания текстов без каких либо комментариев и анализа. Прямое заимствование текстов других авторов в науке не допускается, оно определяется как плагиат и является наказуемым. Цитирование небольших фрагментов (со ссылкой на автора) допускается, если надо подчеркнуть стиль или сущность авторского определения, но злоупотреблять чужими текстами нельзя. Доклад должен быть выстроен логично, материал излагается цельно, связно и последовательно, делаются выводы. Желательно, чтобы аспирант мог выразить своё мнение по обсуждаемой проблеме. Необходимо заранее продумать схемы для иллюстрации на доске или приготовить их в форме компьютерной презентации. В докладе обязательно необходимо использовать термины и ключевые слова по данной теме. После доклада проводится обсуждение с дополнениями и поправками. Оценивается как качество доклада, так и активность участников дискуссии.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, D945 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций,	Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 - 1 шт;

	текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс	Сетевая видеокамера Multipix MP-HD718 - 1 шт
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, D734 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс	Моноблок HPP-B0G08ES#ACB/8200E AIO i52400S 500G 4.0G 28 PC - 15 шт Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см - 1 шт; Документ-камера Avergence CP355AF- 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA- 1 шт; Мультимедийный проектор Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 - 1 шт; Сетевая видеокамера Multipix MP-HD718 - 1 шт;





МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**По дисциплине «Вычислительная математика»**

Направление подготовки *02.06.01 Компьютерные и информационные науки*

Профиль «*Вычислительная математика*»

Форма подготовки (очная)

**Владивосток**

**2018**

**План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине**  
**1 семестр**

<b>№ п/п</b>	<b>Дата/сроки выполнения</b>	<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Примерные нормы времени на выполнение</b>	<b>Форма контроля</b>

**Методические указания к**

*Приводятся методические указания по выполнению каждого из предусмотренных планом-графиком видов самостоятельной работы по дисциплине с указанием цели (задач), характеристики заданий, требований к содержанию и оформлению, рекомендаций по выполнению и критериев оценки.*



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**По дисциплине «Вычислительная математика»**

Направление подготовки *02.06.01 Компьютерные и информационные науки*

Профиль «*Вычислительная математика*»

Форма подготовки (очная)

**Владивосток  
2018**

## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	Умеет	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий

обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знает	
	Умеет	
	Владеет	

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I Дифференциальные уравнения	ОПК-1; ПК-1; ПК-3	Знает	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Умеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Владеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
2	Раздел II Оптимальное управление	ПК-2; ПК-4	Знает	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24

			Умеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
			Владеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
3	Раздел III Уравнения математическ ой физики	ПК-5; УК-1	Знает	Собеседован ие	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Умеет	Собеседован ие	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Владеет	Собеседован ие	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45

## Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
<p>ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	владение методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	способность владения методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	умение анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	способность анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	владеет (высокий)	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики	успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики	способность применения методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
<p>ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и</p>	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать непрерывные математические	умение создавать непрерывные математические модели,	способность создавать непрерывные математические модели, разрабатывать

задач		модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	знает (пороговый уровень)	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	владение методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач	способность владения методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач
	умеет (продвинутый)	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	способность разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	владеет (высокий)	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач	способность применения методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач



ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением	знает (пороговый уровень)	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	владение стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные	умение создавать и анализировать существующие численные	способность создавать и анализировать существующие численные алгоритмы

компьютерных технологий		алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	владеет (высокий)	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения современными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	знает (пороговый уровень)	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	владение навыками оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	умеет (продвинутый)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	профессиональное умение излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	владеет (высокий)	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	успешное и систематическое владение навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность владения навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций

			презентаций	
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	знает (пороговый уровень)			
	умеет (продвинутый)			
	владеет (высокий)			

## Оценочные средства для промежуточной аттестации

### Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине «Вычислительная математика»

1. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям.
2. Конечная гладкость решений волнового уравнения.
3. Фундаментальное решение. Задача Коши.
4. Основные смешанные задачи для волнового уравнения.
5. Метод Фурье решения смешанных задач.
6. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения.
7. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям.
8. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума).

9. Фундаментальное решение. Задача Коши.
10. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье.
11. Решение смешанных задач методом конечных разностей.
12. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям.
13. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля).
14. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
15. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов.
16. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
17. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений.
18. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.
19. Задачи на собственные значения.
20. Разложение в ряды по собственным функциям.
21. Элементы вариационного исчисления.
22. Функция Лагранжа (лагранжиан).
23. Условия экстремума.
24. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
25. Энергия. Импульс. Гамильтониан.
26. Уравнения Гамильтона-Якоби.
27. Задачи оптимального управления.
28. Принцип максимума Понтрягина.
29. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода.
30. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.
31. Вариационные формулировки краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядка.
32. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1).
33. Задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2).
34. Смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3).
35. Задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4).
36. Смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5).
37. Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца и дивергентного уравнения эллиптического типа.
38. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача 6).

39. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7).
40. Третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8).
41. Вариационные формулировки начально-краевой задачи для уравнения двумерного теплопроводности.
42. Основные понятия метода конечных разностей.
43. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем
44. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.
45. Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным и физическим процессам.
46. Проекционные методы дискретизации краевых задач для дифференциальных уравнений.
47. Метод конечных элементов.
48. Использование сплайнов в качестве базисных функций.

## **Оценочные средства для текущего контроля**

### **Вопросы для коллоквиумов**

по дисциплине «Вычислительная математика»

#### РАЗДЕЛ 1. Уравнения математической физики.

1. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям.
2. Конечная гладкость решений волнового уравнения.
3. Фундаментальное решение. Задача Коши.
4. Основные смешанные задачи для волнового уравнения.
5. Метод Фурье решения смешанных задач.
6. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения.
7. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям.
8. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума).
9. Фундаментальное решение. Задача Коши.
10. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье.
11. Решение смешанных задач методом конечных разностей.
12. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям.
13. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля).
14. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
15. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов.
16. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
17. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений.

18. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.
19. Задачи на собственные значения.
20. Разложение в ряды по собственным функциям.

#### РАЗДЕЛ 2. Вариационное исчисление.

1. Элементы вариационного исчисления.
2. Функция Лагранжа (лагранжиан).
3. Условия экстремума.
4. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
5. Энергия. Импульс. Гамильтониан.
6. Уравнения Гамильтона-Якоби.
7. Задачи оптимального управления.
8. Принцип максимума Понтрягина.
9. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода.
10. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.
11. Вариационные формулировки краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го и 4-го порядка.
12. Постановки основных краевых задач: задача Дирихле для простейшего ОДУ 2-го порядка (задача 1).
13. Задача Дирихле для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 2).
14. Смешанная краевая задача для ОДУ 2-го порядка с переменными коэффициентами (задача 3).
15. Задача Дирихле для ОДУ 4-го порядка с переменными коэффициентами (задача 4).
16. Смешанная краевая задача для ОДУ 4-го порядка (задача 5).
17. Вариационные формулировки краевых задач для эллиптических уравнений 2-го порядка: уравнения Лапласа, уравнения Гельмгольца и дивергентного уравнения эллиптического типа.
18. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Лапласа (задача 6).
19. Смешанная краевая задача для двумерного уравнения Гельмгольца (задача 7).
20. Третья краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (задача 8).
21. Вариационные формулировки начально-краевой задачи для уравнения двумерного теплопроводности.

#### РАЗДЕЛ 3. Численные методы.

1. Основные понятия метода конечных разностей.
2. Сходимость, аппроксимация и устойчивость разностных схем
3. Метод сеток дискретизации уравнений переноса, теплопроводности, конвекции-диффузии, Пуассона.
4. Методы расщепления многомерных задач по пространственным переменным и физическим процессам.
5. Проекционные методы дискретизации краевых задач для дифференциальных уравнений.

6. Метод конечных элементов.
7. Использование сплайнов в качестве базисных функций.

**Комплект заданий для контрольной работы**  
по дисциплине «Вычислительная математика»

Тема «Уравнения математической физики»

Решить следующие начально-краевые задачи (Варианты 1-8)

1.  $\Gamma_{ee} = \Gamma_{чч}$   
 $\Gamma(0be) = \Gamma(1be) = 0$   
 $\Gamma(чб0) = ышт2\piч$   
 $\Gamma_c(чб0) = 2ышт\piч$
  
2.  $\Gamma_{ee} = \Gamma_{чч}$   
 $\Gamma_ч(0be) = \Gamma(1be) = 0$   
 $\Gamma(чб0) = 2сщы\frac{\pi}{2}x$   
 $U_t(x,0) = -\cos\frac{3}{2}\pi x$
  
3.  $U_{tt} = U_{xx}$   
 $U(0,t) = U_x(1,t) = 0$   
 $U(x,0) = 3\sin\frac{5}{2}\pi x$   
 $U_t(x,0) = 2\sin\frac{\pi}{2}x$
  
4.  $U_{tt} = U_{xx}$   
 $U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0$   
 $U(x,0) = 1 + \cos\pi x$   
 $U_t(x,0) = 1$
  
5.  $U_t = U_{xx}$   
 $U(0,t) = U(1,t) = 0$   
 $U(x,0) = \sin 3\pi x$
  
6.  $U_t = U_{xx}$   
 $U(0,t) = U_x(1,t) = 0$   
 $U(x,0) = 2\sin\frac{3}{2}\pi x$
  
7.  $U_t = U_{xx}$   
 $U_x(0,t) = U(1,t) = 0$   
 $U(x,0) = \cos\frac{\pi}{2}x + 3\cos\frac{5}{2}\pi x$

$$\begin{aligned}
8. \quad & U_t = U_{xx} \\
& U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0 \\
& U(x,0) = 1 + \cos \pi x
\end{aligned}$$

### Тема «Вариационное исчисление»

1. Решить простейшую задачу классического вариационного исчисления

$$\int_0^1 (t^2 \dot{x}^2 + 12x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

2. Решить задачу Больца

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt + 4x^2(0) - 5x^2(1) \rightarrow \text{extr}.$$

3. Решить задачу с подвижными концами

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(1) = 0.$$

4. Решить изопериметрическую задачу

$$\int_1^2 t^3 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_1^2 x dt = 2, \quad x(1) = 4, \quad x(2) = 1.$$

5. Решить задачу Лагранжа

$$\int_0^1 (x^2 + u^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad \dot{x} = x + u, \quad x(1) = 1.$$

6. Решить задачу оптимального быстрогодействия

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 1 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u, \end{cases} \quad |u| \leq 1, \quad x_1(t_1) = (t_1) = 0, \quad x_1(t_2) = 0, \quad x_2(t_2) = -4.$$

7. Решить задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2u, \end{cases} \quad -\frac{1}{2} \leq u \leq 1, \quad x_1(0) = -1, \quad x_2(0) = 1, \\
\int_0^{2\pi} u dt + x_2(2\pi) \rightarrow \min.$$

### Тема «Численные методы»

#### Задание 1

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \quad \text{на } \Gamma. \quad (2)$$



Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью классической схемы :

$$\varepsilon \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + A_{ij} \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{i-1j}}{2h_x} + \varepsilon \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} + B_{ij} \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij-1}}{2h_y} + \sin \pi y_j = 0$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ . Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1)\exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1))\exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

## Задание 2

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью схемы направленных разностей:

$$\varepsilon \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + \frac{|A_{ij}| - A_{ij}}{2} \frac{\varphi_{i-1j} - \varphi_{ij}}{h_x} + \frac{|A_{ij}| + A_{ij}}{2} \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{ij}}{h_x} + \varepsilon \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} + \frac{|B_{ij}| - B_{ij}}{2} \frac{\varphi_{ij-1} - \varphi_{ij}}{h_y} + \frac{|B_{ij}| + B_{ij}}{2} \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij}}{h_y} + \sin \pi y_j = 0,$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ . Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1) \exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1)) \exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

## Задание 3

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью схемы Самарского:

$$\begin{aligned} & \varepsilon \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + \varepsilon \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} + \left[ \frac{h_x A_{ij}}{2\varepsilon + |A_{ij}| h_x} + A_{ij} \right] \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{ij}}{2h_x} + \\ & + \left[ \frac{h_x A_{ij}}{2\varepsilon + |A_{ij}| h_x} - A_{ij} \right] \frac{\varphi_{i-1j} - \varphi_{ij}}{2h_x} + \left[ \frac{h_y B_{ij}}{2\varepsilon + |B_{ij}| h_y} + B_{ij} \right] \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij}}{2h_y} + \left[ \frac{h_y B_{ij}}{2\varepsilon + |B_{ij}| h_y} - B_{ij} \right] * \\ & * \frac{\varphi_{ij-1} - \varphi_{ij}}{2h_y} + \sin \pi y_j = 0, \end{aligned}$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ . Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1) \exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1)) \exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

#### Задание 4

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью схемы Булеева-Тимухина:

$$\begin{aligned} & \varepsilon \left( 1 + \frac{(r^x)^3}{1 + r^x + (r^x)^2} \right) \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + A_{ij} \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{i-1j}}{2h_x} + \varepsilon \left( 1 + \frac{(r^y)^3}{1 + r^y + (r^y)^2} \right) \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} + \\ & + B_{ij} \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij-1}}{2h_y} + \sin \pi y_j = 0, \quad r^x = \frac{|A_{ij}| h_x}{2\varepsilon}, \quad r^y = \frac{|B_{ij}| h_y}{2\varepsilon} \end{aligned}$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ . Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1) \exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1)) \exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

## Задание 5

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью схемы Онянова:

$$\begin{aligned} & \varepsilon \left( 1 + \frac{(r^x)^4}{1 + r^x + (r^x)^2 + (r^x)^3} \right) \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + A_{ij} \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{i-1j}}{2h_x} + \\ & + \varepsilon \left( 1 + \frac{(r^y)^4}{1 + r^y + (r^y)^2 + (r^y)^3} \right) \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} + B_{ij} \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij-1}}{2h_y} + \\ & + \sin \pi y_j = 0, \quad r^x = \frac{|A_{ij}| h_x}{2\varepsilon}, \quad r^y = \frac{|B_{ij}| h_y}{2\varepsilon} \end{aligned}$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ . Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1) \exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1)) \exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

## Задание 6

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью схемы Ильина:

$$\frac{|A_{ij}| h_x}{2} \operatorname{cth} \frac{|A_{ij}| h_x}{2\varepsilon} \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + A_{ij} \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{i-1j}}{2h_x} + \frac{|B_{ij}| h_y}{2} \operatorname{cth} \frac{|B_{ij}| h_y}{2\varepsilon} \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} + B_{ij} \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij-1}}{2h_y} + \sin \pi y_j = 0$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ . Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1) \exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1)) \exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

## Задание 7

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью “экспоненциальной” схемы:

$$\varepsilon(r^x + \exp(-r^x)) \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + A_{ij} \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{i-1j}}{2h_x} + \varepsilon(r^y + \exp(-r^y)) \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} +$$

$$+ B_{ij} \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij-1}}{2h_y} + \sin \pi y_j = 0, \quad r^x = \frac{|A_{ij}| h_x}{2\varepsilon}, \quad r^y = \frac{|B_{ij}| h_y}{2\varepsilon}$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ . Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1) \exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1)) \exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$

## Задание 8

В квадрате  $D(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$  с границей  $\Gamma$  рассматривается задача Дирихле

$$\varepsilon\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) + A(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \sin \pi y = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (2)$$

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке

$$x_i = x_{i-1} + h_x, \quad y_j = y_{j-1} + h_y, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

с помощью неалгебраической схемы 1:

$$\varepsilon * ch \frac{|A_{ij}| h_x}{2\varepsilon} \frac{\varphi_{i+1j} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{i-1j}}{h_x^2} + A_{ij} \frac{\varphi_{i+1j} - \varphi_{i-1j}}{2h_x} + \varepsilon * ch \frac{|B_{ij}| h_y}{2\varepsilon} \frac{\varphi_{ij+1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij-1}}{h_y^2} + B_{ij} \frac{\varphi_{ij+1} - \varphi_{ij-1}}{2h_y} + \sin \pi y_j = 0$$

Требуется:

1. Решить задачу Дирихле с помощью указанной схемы для  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=0$ ,  $B=2x-1$  при  $M=7$ ,  $N=10$ ;
2. Полученную систему линейных уравнений решить итерационным методом;
3. Решение вывести на печать в виде таблицы;
4. Отладку программы провести при значениях  $\varepsilon = 0.1$ ,  $A=1$ ,  $B=0$ .

Точное решение задачи в этом случае равно:

$$\varphi(x, y) = \frac{\sin \pi y}{\pi^2 \varepsilon} \left[ 1 - \frac{(\exp(\lambda_2) - 1) \exp(\lambda_1 x) + (1 - \exp(\lambda_1)) \exp(\lambda_2 x)}{\exp(\lambda_2) - \exp(\lambda_1)} \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\pi^2 \varepsilon^2}}{2\varepsilon}$$