



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Теория катастроф»**

Направление подготовки *01.06.01 Математика и механика*
Профиль «*Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление*»

Форма подготовки (очная/заочная)

**Владивосток
2020**

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	Умеет	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с

современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий		применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знает	методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
	Умеет	анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов; при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений
	Владеет	навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях

3 семестр						
№ п / п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства		
				текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Раздел 1. Введение, основная терминология и математические основы теории катастроф	ОПК-1 ПК-1, ПК-2, ПК-3		Знает	УО-1 Собеседование; контрольная работа	Зачет, вопросы 1-14

2	Раздел 2. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф	ОПК-1 ПК-1, ПК-5	Знает Умеет Владеет	Собеседование; Контрольная работа	Зачет, вопросы 15-31
3	Раздел 3. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф	ОПК-1; ПК-4; УК-1	Умеет Владеет	Собеседование; доклад	Зачет, вопросы 32-48

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	владение методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	способность владения методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	умение анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	способность анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	владеет (высокий)	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики	успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики	способность применения методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики

ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	знает (пороговый уровень)	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	владение методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач	способность владения методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач
	умеет (продвинутый)	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	способность разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач

	владеет (высокий)	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач	способность применения методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач

ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	знает (пороговый уровень)	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	владение стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	умение создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	способность создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	владеет (высокий)	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	знает (пороговый уровень)	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	владение навыками оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	умеет (продвинутый)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	профессиональное умение излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций

презентаций		презентаций	презентаций	
	владеет (высокий)	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	успешное и систематическое владение навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность владения навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	знает (пороговый уровень)			
	умеет (продвинутый)			
	владеет (высокий)			

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к зачёту
по дисциплине «Теория катастроф»

1. Краткое историческое введение в теорию катастроф. Элементы новой терминологии.
2. Локальные диффеоморфизмы и теорема об обратной функции. Ранг и вырожденность отображений.
3. Особые точки дифференцируемых отображений в конечномерных пространствах.
4. Регулярные и критические значения функций.
5. Понятие гладкого конечномерного подмногообразия.
6. Формулировки теорем об обратных и неявных функциях.
7. Теорема Сарда о множестве нерегулярных значений.
8. Касательные вектора, отображения и пространства.
9. Машина катастроф Постона - модель параболической качалки.
10. Исследование модели качалки, построение поверхности катастрофы и её бифуркационного множества в пространстве параметров управления.
11. Модели физического процесса "Качалки"
12. Машина катастроф Зимана, описание и исследование модели вблизи особенностей, использование усечённого ряда Тейлора.
13. Построение бифуркационной полукубической параболы.
14. Гистерезисы в схемах катастроф, пример модели "пила".
15. Эквивалентность и структурная устойчивость функций и их параметрических семейств.
16. Типичность особенностей и вырожденностей в семействах.
17. Смысл и примеры структурной неустойчивости. Геометрия структурных неустойчивостей.
18. Классическая лемма Морса об эквивалентности функции в окрестности невырожденной особой точки квадратичной форме.
19. Леммы Морса о расщеплении вырожденных функций и приведении их к канонической форме.
20. Алгоритм расщепления функций и семейств в особой точке, вырожденности, примеры.
21. К-определённость функций в одномерном случае.
22. Пространства К-струй; орбиты действия групп Ли преобразований струй; касательные пространства.
23. Геометрические интерпретации орбит.
24. Инфинитиземальные преобразования струй, алгебраические формулы преобразований.
25. Конечная определенность функции в точке.
26. Геометрия конечной определенности в основных пространствах К-струй.
27. Теоремы о сильной и обычной определенности.
28. Градиентный идеал, формулы и вычисления.
29. Прием Сирсмы определения К-определённости для функций двух переменных.
30. Необходимые и достаточные условия для сильной и обычной определенности. Примеры.

31. Коразмерность и деформации.
32. Версальные и универсальные деформации.
33. Деформации и типы катастроф
34. Трансверсальность подпространств и подмногообразий.
35. Роль трансверсальности в построении универсальной деформации.
36. Теоремы и методы построения универсальных деформаций (метод Сирсмы, линейка Ньютона).
37. Классификация катастроф, теорема Тома
38. Каспоидные и омбилические катастрофы. Флаги свойства катастроф.
39. Канонические модели и геометрия каспоидных катастроф, многообразия и отображения катастрофы, бифуркационное и особое множества.
40. Различные карты катастроф, карты в пространстве струй.
41. Анализ катастрофы "сборка" Уитни.
42. Каноническая модель, геометрия многообразия, построение бифуркационного и особого множеств в катастрофах «ласточкин хвост» и «бабочка».
43. Расчёты уравнений в различных картах. Визуализация основных множеств катастроф и их проекций.
44. Примеры построения и анализа классических моделей природных, биологических и социальных процессов с катастрофическими явлениями.
45. Модель каустики на поверхности сосуда с жидкостью.
46. Моделирование эффекта радуги.
47. Скачки численности биологических сообществ.
48. Спекулятивные модели социального поведения и психологических состояний индивида в обществе.

Оценочные средства для текущего контроля

Темы рефератов, докладов, сообщений по дисциплине «Теория катастроф»

1. Структурная устойчивость в динамических и статических математических системах.
2. Трансверсальность в теории дифференцируемых отображений.
3. Структурная устойчивость функций и их семейств.
4. Методы определения конечной определенности функций в точке.
5. Построение версальных деформаций функций.
6. Каспоидные катастрофы.
7. Катастрофы и версальные деформации.
8. Различные карты в анализе катастроф.
9. Омбилические катастрофы.
10. Классические катастрофы в моделях природы.

11. Канонические катастрофы в моделях биологических, психологических и социально-экономических процессов.
12. Каустики в оптических процессах.
13. Орбиты в пространстве струй, порождаемые группами отображений.
14. Использование инфинитиземальных преобразований в пространстве струй для анализа орбит.

Вопросы для коллоквиумов, собеседований

по дисциплине «Теория катастроф»

РАЗДЕЛ 1. Введение, основная терминология и математические основы теории катастроф.

1. Краткое историческое введение в теорию катастроф. Элементы новой терминологии.
2. Локальные диффеоморфизмы и теорема об обратной функции. Ранг и вырожденность отображений.
3. Особые точки дифференцируемых отображений в конечномерных пространствах.
4. Регулярные и критические значения функций.
5. Понятие гладкого конечномерного подмногообразия.
6. Формулировки теорем об обратных и неявных функциях.
7. Теорема Сарда о множестве нерегулярных значений.
8. Касательные вектора, отображения и пространства.
9. Машина катастроф Постона - модель параболической качалки.
10. Исследование модели качалки, построение поверхности катастрофы и её бифуркационного множества в пространстве параметров управления.
11. Модели физического процесса "Качалки"
12. Машина катастроф Зимана, описание и исследование модели вблизи особенностей, использование усеченного ряда Тейлора.
13. Построение бифуркационной полукубической параболы.
14. Гистерезисы в схемах катастроф, пример модели "пила".

РАЗДЕЛ 2. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф.

1. Эквивалентность и структурная устойчивость функций и их параметрических семейств.
2. Типичность особенностей и вырожденностей в семействах.
3. Смысл и примеры структурной неустойчивости. Геометрия структурных неустойчивостей.
4. Классическая лемма Морса об эквивалентности функции в окрестности невырожденной особой точки квадратичной форме.
5. Леммы Морса о расщеплении вырожденных функций и приведении их к канонической форме.

6. Алгоритм расщепления функций и семейств в особой точке, вырожденности, примеры.
7. K -определённость функций в одномерном случае.
8. Пространства K -струй; орбиты действия групп Ли преобразований струй; касательные пространства.
9. Геометрические интерпретации орбит.
10. Инфинитиземальные преобразования струй, алгебраические формулы преобразований.
11. Конечная определённость функции в точке.
12. Геометрия конечной определённости в основных пространствах K -струй.
13. Теоремы о сильной и обычной определённости.
14. Градиентный идеал, формулы и вычисления.
15. Прием Сирсмы определения K -определённости для функций двух переменных.
16. Необходимые и достаточные условия для сильной и обычной определённости. Примеры.

РАЗДЕЛ 3. Версальные деформации функций и классификация основных катастроф.

1. Коразмерность и деформации.
2. Версальные и универсальные деформации.
3. Деформации и типы катастроф
4. Трансверсальность подпространств и подмногообразий.
5. Роль трансверсальности в построении универсальной деформации.
6. Теоремы и методы построения универсальных деформаций (метод Сирсмы, линейка Ньютона).
7. Классификация катастроф, теорема Тома
8. Каспоидные и омбилические катастрофы. Флаги свойства катастроф.
9. Канонические модели и геометрия каспоидных катастроф, многообразия и отображения катастрофы, бифуркационное и особое множества.
10. Различные карты катастроф, карты в пространстве струй.
11. Анализ катастрофы "сборка" Уитни.
12. Каноническая модель, геометрия многообразия, построение бифуркационного и особого множеств в катастрофах «ласточкин хвост» и «бабочка».
13. Расчёты уравнений в различных картах. Визуализация основных множеств катастроф и их проекций.
14. Примеры построения и анализа классических моделей природных, биологических и социальных процессов с катастрофическими явлениями.
15. Модель каустики на поверхности сосуда с жидкостью.
16. Моделирование эффекта радуги.
17. Скачки численности биологических сообществ.
18. Спекулятивные модели социального поведения и психологических состояний индивида в обществе.

Комплект заданий для контрольной работы
по дисциплине «Теория катастроф»

Вариант 1.

1. Найти производную отображения f , множество K его критических точек и критических значений $f(K)$, а также ранг отображения f .

$$f: R^3 \rightarrow R^4, (xy, e^{-y^2} \sin x, z \cos x, x^4 y^4).$$

2. Найти множество K^* вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^3 \rightarrow R, w = xy - xz + yz$$

3. Найти множество K критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = \frac{xy}{1 - xy}$$

4. Найти вырожденные критические точки K^* и расщепить в них функцию.

$$f = x^2 + 2xy + yz^2$$

5. Для данной функции $f = x^4 + y^7$ выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности $\sigma(f)$ или $\sigma'(f)$.

5.2 Определить коразмерность $\text{codim}(f)$.

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения $\text{corank}(f)$, $\sigma^{(1)}(f)$, $\text{codim}(f)$ и используя определитель катастроф.

$$f = x^4$$

Вариант 2.

1. Найти производную отображения f , множество K его критических точек и критических значений $f(K)$, а также ранг отображения f .

$$f: R \rightarrow R^2, (e^{-x^2} \sin x, 1 - \cos^2 x).$$

2. Найти множество K^* вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^3 \rightarrow R, f = \sin x \sin y \sin z$$

3. Найти множество K критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = \frac{e^x + e^{-x}}{1 + y^2}$$

4. Найти вырожденные критические точки K^* и расщепить в них функцию.

$$f = \sin^2 x \cos y - y^3 \cos 2z$$

5. Для данной функции $f = x^3$ выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности $\sigma(f)$ или $\sigma'(f)$.

5.2 Определить коразмерность $\text{codim}(f)$.

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения $\text{corank}(f)$, $\sigma^{(1)}(f)$, $\text{codim}(f)$ и используя определитель катастрофы.

$$f = x^5$$

Вариант 3.

1. Найти производную отображения f , множество K его критических точек и критических значений $f(K)$, а также ранг отображения f .

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, (\sin x e^{-x^4}, 1 - \cos^2 x).$$

2. Найти множество K^* вырожденных критических точек отображения.

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f = \sin x \sin y$$

3. Найти множество K критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = x + \frac{\cos y}{1 + x}$$

4. Найти вырожденные критические точки K^* и расщепить в них функцию.

$$f = e - x^2(x^2 + \sin^2 y) + 2 \cos y(z^4 + 1)$$

5. Для данной функции $f = x^4 + y^4$ выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности $\sigma(f)$ или $\sigma'(f)$.

5.2 Определить коразмерность $\text{codim}(f)$.

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения $\text{corank}(f)$, $\sigma^{(1)}(f)$, $\text{codim}(f)$ и используя определитель катастроф.

$$f = x^6$$

Вариант 4.

1. Найти производную отображения f , множество K его критических точек и критических значений $f(K)$, а также ранг отображения f .

$$f: R^4 \rightarrow R^4, (y \ln(1+x^2), x \ln(1+y^2), x^2 - y^2, x^5 y^5).$$

2. Найти множество K^* вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^2 \rightarrow R, f = \sin^2 x \sin y$$

3. Найти множество K критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = x + \frac{\cos y}{1 + \cos x}$$

4. Найти вырожденные критические точки K^* и расщепить в них функцию.

$$f = x \left(\frac{x}{2} + \sin^3 y \right) e^{-z^3}$$

5. Для данной функции $f = x^3 y$ выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности $\sigma(f)$ или $\sigma'(f)$.

5.2 Определить коразмерность $\text{codim}(f)$.

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения $\text{corank}(f)$, $\sigma^{(1)}(f)$, $\text{codim}(f)$ и используя определитель катастроф.

$$f = x^7$$

Вариант 5.

1. Найти производную отображения f , множество K его критических точек и критических значений $f(K)$, а также ранг отображения f .

$$f: R^5 \rightarrow R^2, (xy + zy + v, xyzuv).$$

2. Найти множество K^* вырожденных критических точек отображения.

$$f: R^3 \rightarrow R, f = x^2 y - z^2 \sin^2 x \cos y$$

3. Найти множество K критической точки отображения и диффеоморфной заменой привести функцию к стандартному виду морсовского седла.

$$f = \frac{xy}{1 - xy}$$

4. Найти вырожденные критические точки K^* и расщепить в них функцию.
 $f = (xy - z^3)(1 - t^2) + xz$

5. Для данной функции $f = x^5 + y^5$ выполнить следующие операции:

5.1 Найти число конечной определенности $\sigma(f)$ или $\sigma'(f)$.

5.2 Определить коразмерность $\text{codim}(f)$.

5.3 Построить универсальную деформацию функции с использованием диаграммы Сирсмы.

6. Определить катастрофу, описываемую данной функцией в вырожденной критической точке, опираясь на вычисленные значения $\text{corank}(f)$, $\sigma^{(1)}(f)$, $\text{codim}(f)$ и используя определитель катастроф.

$$f = x^2 y + y^4$$