



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП
Дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление


Чеботарев А.Ю.

«09» июля 2018 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой информатики,
математического и компьютерного
моделирования


Чеботарев А.Ю.
(подпись) (Ф.И.О.)

«09» июля 2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы регуляризации некорректных задач

Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика

Профиль «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление»

Форма подготовки (очная)

курс 2 семестр 3

лекции 9 час.

практические занятия 9 час.

лабораторные работы не предусмотрены.

с использованием МАО лек. / пр. 9 час.

всего часов контактной работы 18 час.

в том числе с использованием МАО 9 час., в электронной форме _____ час.

самостоятельная работа 126 час.

в том числе на подготовку к экзамену 18 час.

курсовая работа / курсовой проект _____ семестр

зачет _____ семестр

экзамен 3 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 30.07.2014 № 866

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 18 от «09» июля 2018 г.

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования
Чеботарев А.Ю

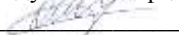
Составитель (ли): канд. физ.-мат. наук, доцент каф. информатики, математического и компьютерного моделирования Ковтанюк А.Е.

Оборотная сторона титульного листа

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры / академического департамента:

Протокол от «11» июня 2019 г. № 11

Заведующий кафедрой / директор академического департамента



(подпись)

Чеботарев А.Ю.
(И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры (академического департамента):

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий базовой кафедрой химических и ресурсосберегающих технологий

(подпись)

Чеботарев А.Ю.
(И.О. Фамилия)

Аннотация рабочей программы учебной дисциплины «Методы регуляризации некорректных задач»

Дисциплина «Методы регуляризации некорректных задач» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе направления подготовки – 01.06.01 Математика и механика, профиль «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», форма подготовки очная и входит в вариативную часть, обязательные дисциплины учебного плана: Б1.В.ОД

Трудоемкость – 4 з.е. (144 часов). Дисциплина включает в себя 9 часа лекций, 9 часов практических занятий и 126 часов самостоятельной работы, из которых 18 часов отводится на экзамен. Обучение осуществляется в 3 семестре. Формы промежуточной аттестации: экзамен (3 семестр).

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 866 и учебным планом подготовки аспирантов по профилю «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Цель изучения дисциплины – ознакомление аспирантов с принципами решения некорректных задач, освоение аспирантами методик выбора параметра регуляризации, обучение аспирантов использованию теории некорректных задач на практике.

Задачи:

- развить у аспирантов целостное представление о классических и неклассических подходах к решению некорректных задач;
- научить методам построения устойчивых алгоритмов решения некорректных задач;
- подготовить аспирантов к использованию разработанных моделей решения некорректных задач для формализации и решения различных технических и социально-экономических задач.

Для успешного изучения дисциплины «Методы регуляризации некорректных задач» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- способность к абстрактному мышлению, анализу и синтезу;
- способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках;
- готовность к саморазвитию, самореализацию, использованию творческого потенциала;
- способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики.

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие общепрофессиональные и профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	Умеет	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач

ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Методы регуляризации некорректных задач» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: Лекции визуализации, лекции-беседы.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(9_ час., в том числе __ час. с использованием методов активного обучения)

Раздел 1. Предварительные сведения из функционального анализа (3 час.)

Тема 1. Метрические, нормированные и гильбертовы пространства (1 час.)

Что такое метрика? Множества в метрических пространствах. Сходимость и полнота. Компактность. Скалярное произведение в гильбертовом пространстве.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - презентации с использованием доски и компьютера с последующим обсуждением материалов.

Тема 2. Линейные операторы (1 час.)

Пространство линейных непрерывных операторов. Обратный оператор. Компактные линейные операторы. Сопряженные пространства и операторы.

Тема 3. Понятие корректности (1 час.)

Понятие корректности по Адамару и примеры. Понятие корректности по А. Н. Тихонову и примеры условно-корректных задач. Примеры некорректных задач.

Раздел 2. Операторные уравнения первого рода (3 час.)

Тема 1. Понятие операторных уравнений первого рода. Предварительные сведения (2 час.)

Основные понятия и свойства. Понятие корректности операторного уравнения первого рода. Примеры сведения дифференциальных задач к операторному уравнению первого рода.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

Тема 2. Регуляризация операторных уравнений первого рода (1 час.)

Регуляризация операторных уравнений первого рода в гильбертовом пространстве. Регуляризация уравнений с самосопряженным оператором. Регуляризация по Тихонову. Регуляризация по Лаврентьеву.

Раздел 3. Построение регуляризованных решений для задач математической физики (3 час.)

Тема 1. Краевая задача для уравнения теплопроводности с обратным временем (1 час.)

Сведение краевой задачи для уравнения теплопроводности с обратным временем к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором. Построение регуляризованного решения уравнения первого рода.

Тема 2. Задача Коши для уравнения Лапласа (1 час.)

Сведение задачи Коши для уравнения Лапласа к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором. Построение регуляризованного решения уравнения первого рода.

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения – «обратную связь» с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(9 час., в том числе 9 час. с использованием методов активного обучения)

Занятие 1-2. Метрические, нормированные и гильбертовы пространства (2 час.)

Множества в метрических пространствах. Понятие сходимости и полноты. Примеры компактных множеств. Скалярное произведение в гильбертовом пространстве.

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

Интерактивная форма 2 час.

Занятие 3. Линейные операторы (1 час.)

Примеры линейных непрерывных операторов. Свойства обратного оператора. Компактные линейные операторы. Сопряженные пространства и операторы.

Занятие 4. Понятие операторных уравнений первого рода. Предварительные сведения (1 час.)

Понятие корректности операторного уравнения первого рода. Примеры сведения дифференциальных задач к операторному уравнению первого рода.

Занятие 5. Регуляризация операторных уравнений первого рода (1 час.)

Регуляризация операторных уравнений первого рода в гильбертовом пространстве. Регуляризация уравнений с самосопряженным оператором. Регуляризация по Тихонову.

Занятие 6-7. Краевая задача для уравнения теплопроводности с обратным временем (2 час.)

Сведение краевой задачи для уравнения теплопроводности с обратным временем к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором. Построение регуляризованного решения уравнения первого рода. Программная реализация задач в математических пакетах.

Занятие 8-9. Задача Коши для уравнения Лапласа (2 час.)

Сведение задачи Коши для уравнения Лапласа к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором. Построение регуляризованного решения уравнения первого рода. Программная реализация задач в математических пакетах.

Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач» представлено в приложении 1и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I Предварительные сведения из функционального анализа	ОПК-1; ПК-1; ПК-3	Знает	Собеседование, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 1-8
			Умеет	Собеседование,	Вопросы для подготовки

				Контрольная работа	к экзамену 1-8
			Владеет	Собеседование, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 1-8
2	Раздел II Операторные уравнения первого рода	ПК-2; ПК-4	Знает	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 9-14
			Умеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 9-14
			Владеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 9-14
3	Раздел III Построение регуляризованных решений для задач математической физики	ПК-5; УК-1	Знает	Собеседование; Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 15-19
			Умеет	Собеседование; Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 15-19
			Владеет	Собеседование; Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 15-19

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том II / В.И. Смирнов; Пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой. - 24-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — 848с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350203>
2. Петровский, И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений/ И.Г. Петровский. – М.: Физматлит, 2009. – 207с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:288736&theme=FEFU>
3. Петровский, И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г. Петровский. – М.: Физматлит, 2009. – 400с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:289917&theme=FEFU>

4. Треногин, В.А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин – М.: Физматлит, 2007. – 488с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:248855&theme=FEFU>

5. Матросов, В.Л. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными: учебник для вузов / В. Л. Матросов, Р. М. Асланов, М. В. Топунов. – М.: Владос, 2011. – 376с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:672678&theme=FEFU>

Дополнительная литература (печатные и электронные издания)

1. Олейник, О.А. Лекции об уравнениях с частными производными: учебник / О. А. Олейник. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. Изд-во Московского университета, 2007. – 260с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:277686&theme=FEFU>

2. Галеев, Э.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи: учебное пособие / Э. М. Галеев. – М.: Изд-во КомКнига, 2006. – 334с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:242320&theme=FEFU>

3. Гельфанд, И.М. Обобщенные функции и действия над ними / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шиллов. – М.: Добросвет, 2000. – 412с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:13245&theme=FEFU>

4. Садовничий, В.А. Теория операторов: учебник для вузов по направлениям и специальностям физико-математического профиля / В. А. Садовничий. – М.: Дрофа, 2001. – 381с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:18099&theme=FEFU>

5. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. – СПб.: Лань, 2009. – 271с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:307398&theme=FEFU>

6. Лебедев, В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика: учебное пособие / В. И. Лебедев. – М.: Физматгиз, 2000. – 295с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:14847&theme=FEFU>

7. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики: учебник для студентов физико-математических специальностей университетов / А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. – М.: МГУ, Наука. – 2005. – 798с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:7963&theme=FEFU>

8. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики/ В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – М.: Физматлит, 2005. – 399с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:364156&theme=FEFU>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>

3. База данных полнотекстовых академических журналов Китая <http://oversea.cnki.net/>
4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>
6. Мир математических уравнений. Книги по математике <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
7. Математическое моделирование <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588>
8. Журнал «Математическое моделирование» http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus
9. Математическое моделирование. Как вычислительные методы меняют жизнь <https://postnauka.ru/courses/84608>
10. Математическое моделирование в Matlab <https://matlab.ru/solutions/tech-calc/mathmod>

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

№ п/п	Место расположения компьютерной техники, на которой установлено программное обеспечение, количество рабочих мест	Перечень программного обеспечения
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D945. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D549. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. Родительская программа Campus 3 49231495. Торговый посредник: JSC "Softline Trade" Номер заказа торгового посредника: Tr000270647-18. Photoshop CC for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal №ЭА-667-17 от 08.02.2018. 07, Adobe Creative Cloud for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription New Контракт №ЭА-667-17 от 08.02.2018. ESET NOD32 Secure Enterprise Контракт №ЭА-091-18 от 24.04.2018. AutoCAD Electrical 2015. Срок действия лицензии 10.09.2020. № договора 110002048940 в личном кабинете Autodesk. +2 Сублицензионное соглашение Blackboard № 2906/1 от 29.06.2012.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе изучения дисциплины «Методы регуляризации некорректных задач» предлагаются разнообразные методы и средства освоения учебного материала: лекции, лабораторные работы, Собеседование, тестирование, самостоятельная работа аспирантов.

Лекции

Лекция – основная активная форма аудиторных занятий, необходимая для разъяснения основополагающих теоретических разделов. Предполагает интенсивную умственную деятельность аспиранта. Лекция носит познавательный, развивающий, воспитательный и организующий характер. Конспект лекций помогает усвоить теоретический материал дисциплины. При слушании лекции надо конспектировать ее рубрикацию, терминологию, ключевые слова, определения, формулы, графические схемы. Конспект является полезным, когда он пишется самим аспирантом. Можно разработать собственную схему сокращения слов. Название тем, параграфов можно выделять цветными маркерами.

При домашней работе с конспектом лекций необходимо использовать основной учебник и дополнительную литературу, которые рекомендованы по данной дисциплине. Именно такая серьезная работа аспиранта с лекционным материалом позволяет достичь ему успехов в овладении новыми знаниями.

При изложении лекционного курса по дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач» в качестве форм интерактивного обучения используются: лекция-беседа, лекция-визуализация, лекция пресс-консультация, которые строятся на базе предшествующих знаний и знаний смежных дисциплин. Для иллюстрации словесной информации применяются презентации, интерактивная доска, таблицы, схемы. По ходу изложения лекционного материала ставятся проблемные и провоцирующие вопросы, включаются элементы дискуссии.

Лекция-визуализация. Чтение лекции сопровождается компьютерной презентацией с базовыми текстами (заголовки, формулировки, ключевые слова и термины), иллюстрациями микроскопических и ультрамикроскопических изображений клеток и тканей, рисованием схем и написанием формул на интерактивной доске, производится демонстрация наглядных таблиц и слайдов, что способствует лучшему восприятию излагаемого материала. Лекция - визуализации требует определенных навыков: словесное изложение материала должно сопровождаться и сочетаться с визуальной формой. Информация, изложенная в виде схем, таблиц, слайдов, позволяет формировать проблемные вопросы и способствует развитию профессионального мышления будущих специалистов.

Лекция-беседа – «диалог с аудиторией» – является распространенной формой интерактивного обучения и позволяет непосредственно вовлекать

аспирантов в учебный процесс, так как создает прямой контакт преподавателя с аудиторией. Такой контакт достигается по ходу лекции, когда аспирантам задаются вопросы проблемного, провоцирующего или информационного характера или когда аспирантам самим предлагается задавать вопросы. Вопросы предлагаются всей аудитории, и любой из аспирантов может предложить свой ответ, другой может его дополнить. При этом от лекции к лекции выявляются активные и пассивные аспиранты, преподаватель по возможности активизирует аспирантов, которые не участвуют в работе. Такая форма лекции позволяет вовлечь всех аспирантов в работу, активизировать их внимание, мышление, получить коллективный опыт, научиться формировать вопросы. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание аспирантов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала.

Лекция-консультация. Преподаватель делает краткое (тезисное) сообщение. Аспиранты задают вопросы, на которые отвечает преподаватель и другие аспиранты. На основе вопросов и ответов разворачивается творческая дискуссия.

Практические занятия

Лабораторные работы. Лабораторные работы повышают качество обучения, способствуют развитию познавательной активности у аспирантов, их логического мышления и творческой самостоятельности. В процессе выполнения лабораторных работ углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается умение применять их на практике. Аспирант учится правильно использовать методы, видеть их достоинства и недостатки, получает неоценимый опыт по использованию данных методов. Все это позволяет глубже понять теоретические Методы регуляризации некорректных задач. Формируются навыки научно-исследовательской работы и профессиональные компетенции.

Собеседование. Собеседование – коллективная форма рассмотрения и закрепления учебного материала. Собеседования являются одним из видов практических занятий, предназначенных для углубленного изучения дисциплины, проводятся в интерактивном режиме. На занятиях по теме Собеседования разбираются вопросы, и затем вместе с преподавателем проводится их обсуждение, которое направлено на закрепление материала, формирование навыков вести полемику, развитие самостоятельности и критичности мышления, на способность аспирантов ориентироваться в больших информационных потоках, вырабатывать и отстаивать собственную позицию по проблемным вопросам учебной дисциплины.

В качестве методов интерактивного обучения на Собеседовании используются: развернутая беседа, диспут, пресс-конференция.

Развернутая беседа предполагает подготовку аспирантов по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой

обязательной и дополнительной литературы. Доклады готовятся аспирантами по заранее предложенной тематике.

Диспут в группе имеет ряд достоинств. Диспут может быть вызван преподавателем в ходе занятия или же заранее планируется им. В ходе полемики аспиранты формируют у себя находчивость, быстроту мыслительной реакции.

Пресс-конференция. Преподаватель поручает нескольким аспирантам подготовить краткие (тезисные) сообщения. После докладов аспиранты задают вопросы, на которые отвечают докладчики и другие члены экспертной группы. На основе вопросов и ответов разворачивается творческая дискуссия вместе с преподавателем.

Контрольные тесты. Используется бланковое или компьютерное тестирование в режиме выбора правильных ответов, установления соответствия понятий, обозначения деталей на схемах и прочее.

Возможны также письменные контрольные работы в форме традиционных письменных ответов на ряд вопросов по пройденной теме, изложенной в лекциях и обсужденной на Собеседовании. Несмотря на произвольность формы, в ответах обязательно использование терминов, ключевых слов и понятий, а при необходимости схем и формул. По некоторым темам предлагается решение задач.

Методические указания по работе с литературой

Надо составить первоначальный список источников. Основой может стать список литературы, рекомендованный в рабочей программе курса. Для удобства работы можно составить собственную картотеку отобранных источников (фамилия авторов, заглавие, характеристики издания) в виде рабочего файла в компьютере. Такая картотека имеет преимущество, т.к. она позволяет добавлять источники, заменять по необходимости одни на другие, Первоначальный список литературы можно дополнить, используя электронный каталог библиотеки ДВФУ, при этом не стесняйтесь обращаться за помощью к сотрудникам библиотеки.

Работая с литературой по той или другой теме, надо не только прочитать, но и усвоить метод ее изучения: сделать краткий конспект, алгоритм, схему прочитанного материала, что позволяет быстрее его понять, запомнить. Не рекомендуется дословно переписывать текст.

Методические рекомендации к самостоятельной работе аспиранта

Текущий контроль результатов самостоятельной работы осуществляется в ходе проведения лабораторных работ (устный опрос), Собеседованиеов и тестирования. На основании этих результатов аспирант получает текущие и зачетные оценки, по которым выводится итоговая оценка. Промежуточная (семестровая) аттестация проводится в форме устного зачета.

Методические указания по подготовке к лабораторным работам и их выполнению

К лабораторным работам аспирант должен подготовиться: повторить лекционный материал, прочитать нужный раздел по теме в учебнике.

Занятие начинается с краткого устного опроса по заданной теме. Далее аспиранты работают с конкретными методами.

Для занятий необходимо иметь халат и сменную обувь. Необходимо освоить технику безопасности при работе со всеми используемыми на занятии методами, правильно оценить, сколько необходимо реактивов и расходных материалов для работы. Только после этого аспирант может начинать непосредственно работать с поставленной задачей. В конце занятия аспирант предоставляет преподавателю отчет по результатам проделанной работы с выводами.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

Методические указания по подготовке к Собеседованиям

Поскольку Собеседование является коллективной формой рассмотрения и закрепления учебного материала, к нему должны готовиться все аспиранты. Собеседование обычно проводится в форме развернутой беседы, диспута, пресс-конференции. На каждый Собеседование заранее объявляется тема и перечень вопросов для устных сообщений. По всем вопросам надо проработать соответствующий материал из учебника, конспекта лекций, дополнительной литературы и соответствующей лабораторной работы. Преподаватель объявляет вопрос и предлагает сделать сообщение на 5-7 минут одному из аспирантов – либо по их желанию, либо по своему выбору. После сообщения преподаватель и аспиранты задают вопросы и выступают с дополнениями и комментариями.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

Методические указания по подготовке доклада

По отдельным темам на Собеседовании могут делаться более емкие и глубокие доклады – до 15-20 минут. Тема доклада может быть предложена преподавателем или выбрана аспирантом самостоятельно.

При подготовке к докладу проводится подбор литературных источников по теме из рекомендуемой основной и дополнительной литературы, а также работа с ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», указанными в рабочей программе.

Работа с текстом научных книг и учебников состоит не только в прочтении материала, необходимо провести анализ, сравнить изложение материала в разных источниках, подобрать материал таким образом, чтобы он раскрывал тему доклада. Проанализированный материал конспектируют, при этом надо избегать простого переписывания текстов без каких либо комментариев и анализа. Прямое заимствование текстов других авторов в науке не допускается, оно определяется как плагиат и является наказуемым. Цитирование небольших фрагментов (со ссылкой на автора) допускается, если надо подчеркнуть стиль или сущность авторского определения, но

злоупотреблять чужими текстами нельзя. Доклад должен быть выстроен логично, материал излагается цельно, связно и последовательно, делаются выводы. Желательно, чтобы аспирант мог выразить своё мнение по обсуждаемой проблеме. Необходимо заранее продумать схемы для иллюстрации на доске или приготовить их в форме компьютерной презентации. В докладе обязательно необходимо использовать термины и ключевые слова по данной теме. После доклада проводится обсуждение с дополнениями и поправками. Оценивается как качество доклада, так и активность участников дискуссии.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D945. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор Mitsubishi EW33OU, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 - 1 шт; Сетевая видеочамера Multipix MP-HD718 - 1 шт.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D549. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Компьютерный класс: Моноблок lenovo C360G-i34164G500UDK – 15 шт. Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см - 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW33OU, 3000 ANSI Lumen, 1280x800, Сетевая видеочамера Multipix MP-HD718" - 1 шт.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

По дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач»

Направление подготовки *01.06.01 Математика и механика*

Профиль *«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление»*

Форма подготовки (очная)

**Владивосток
2018**

**План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине
1 семестр**

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля

Методические указания к _____

Приводятся методические указания по выполнению каждого из предусмотренных планом-графиком видов самостоятельной работы по дисциплине с указанием цели (задач), характеристики заданий, требований к содержанию и оформлению, рекомендаций по выполнению и критериев оценки.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

По дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач»

Направление подготовки *01.06.01 Математика и механика*

Профиль *«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»*

Форма подготовки (очная)

Владивосток
2018

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	Умеет	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий

обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знает	
	Умеет	
	Владеет	

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I Предварительные сведения из функционального анализа	ОПК-1; ПК-1; ПК-3	Знает	Собеседование, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 1-8
			Умеет	Собеседование, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 1-8
			Владеет	Собеседование, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 1-8
2	Раздел II Операторные уравнения первого рода	ПК-2; ПК-4	Знает	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 9-14

			Умеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 9-14
			Владеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 9-14
3	Раздел III Построение регуляриро ванных решений для задач математическ ой физики	ПК-5; УК-1	Знает	Собеседован ие; Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 15-19
			Умеет	Собеседован ие; Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 15-19
			Владеет	Собеседован ие; Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 15-19

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
<p>ОПК-1</p> <p>Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	владение методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	способность владения методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	умение анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	способность анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	владеет (высокий)	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики	успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики	способность применения методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационными технологий в области математики и механики
<p>ПК-1</p> <p>Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и</p>	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать непрерывные математические	умение создавать непрерывные математические модели,	способность создавать непрерывные математические

задач		модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	знает (пороговый уровень)	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	владение методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач	способность владения методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач
	умеет (продвинутый)	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	способность разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	владеет (высокий)	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач	способность применения методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач

ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением	знает (пороговый уровень)	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	владение стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные	умение создавать и анализировать существующие численные	способность создавать и анализировать существующие

компьютерных технологий		алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	владеет (высокий)	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	знает (пороговый уровень)	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	владение навыками оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	умеет (продвинутый)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	профессиональное умение излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	владеет (высокий)	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	успешное и систематическое владение навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность владения навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций

			публикаций и презентаций	
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	знает (пороговый уровень)			
	умеет (продвинутый)			
	владеет (высокий)			

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к экзамену

по дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач»

1. Множества в метрических пространствах.
2. Сходимость и полнота. Компактность.
3. Скалярное произведение в гильбертовом пространстве.
4. Пространство линейных непрерывных операторов.
5. Обратный оператор.
6. Компактные линейные операторы.
7. Сопряженные пространства и операторы.
8. Понятие корректности по Адамару и примеры.

9. Понятие корректности по А. Н. Тихонову и примеры условно-корректных задач.
10. Примеры некорректных задач.
11. Понятие корректности операторного уравнения первого рода.
12. Примеры сведения дифференциальных задач к операторному уравнению первого рода.
13. Регуляризация операторных уравнений первого рода в гильбертовом пространстве.
14. Регуляризация уравнений с самосопряженным оператором.
15. Регуляризация по Тихонову.
16. Регуляризация по Лаврентьеву.
17. Сведение краевой задачи для уравнения теплопроводности с обратным временем к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором.
18. Построение регуляризованного решения уравнения первого рода.
19. Сведение задачи Коши для уравнения Лапласа к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором.

Оценочные средства для текущего контроля

Темы рефератов, докладов, сообщений

по дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач»

1. Приложения теории некорректных задач для обработки изображений.
2. Приложения теории некорректных задач для решения задач геофизики.
3. Методы решения задач с априорной информацией.
4. Обратная задача нестационарной фильтрации жидкости к одиночной скважине и ее некорректность.
5. Некорректность задачи компьютерной томографии.
6. Некорректность обратной задачи теории непрерывного слитка.
7. Некорректность обратной задачи гравиметрии.
8. Метод проекционной регуляризации.
9. Метод невязки регуляризации некорректных задач.
10. Метод квазирешений В. К. Иванова
11. Конечномерные аппроксимации регуляризованных решений в методе невязки.
12. Конечномерные аппроксимации регуляризованных решений в методе А. Н. Тихонова.

Вопросы для коллоквиумов

по дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач»

Раздел 1. Предварительные сведения из функционального анализа

1. Что такое метрика?
2. Множества в метрических пространствах.
3. Сходимость и полнота.
4. Компактность.
5. Скалярное произведение в гильбертовом пространстве.
6. Пространство линейных непрерывных операторов.
7. Обратный оператор.
8. Компактные линейные операторы.
9. Сопряженные пространства и операторы.
10. Понятие корректности по Адамару и примеры.
11. Понятие корректности по А. Н. Тихонову.
12. Примеры условно-корректных задач.
13. Примеры некорректных задач.

Раздел 2. Операторные уравнения первого рода

1. Основные понятия и свойства.
2. Понятие корректности операторного уравнения первого рода.
3. Примеры сведения дифференциальных задач к операторному уравнению первого рода.
4. Регуляризация операторных уравнений первого рода в гильбертовом пространстве.
5. Регуляризация уравнений с самосопряженным оператором.
6. Регуляризация по Тихонову.
7. Регуляризация по Лаврентьеву.

Раздел 3. Построение регуляризованных решений для задач математической физики

1. Сведение краевой задачи для уравнения теплопроводности с обратным временем к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором.
2. Построение регуляризованного решения уравнения первого рода.
3. Сведение задачи Коши для уравнения Лапласа к интегральному уравнению первого рода с самосопряженным оператором.

Комплект заданий для контрольной работы

по дисциплине «Методы регуляризации некорректных задач»

Тема «Метрические, нормированные и гильбертовы пространства»

Вариант 1.

1. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая с метрикой $\rho(x, y) = |\arctg(x) - \arctg(y)|$?
2. Сходится ли в $C[0, 1]$ последовательность $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$?
3. Доказать, что гильбертово пространство **строго нормировано**, т.е. из условия $\|x + y\| = \|x\| + \|y\|$ следует при $x \neq 0, y \neq 0$, что $y = \lambda x$, где $\lambda > 0$.

Вариант 2.

1. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая с метрикой $\rho(x, y) = |e^x - e^y|$?
2. Сходится ли в $C[0, 1]$ последовательность $x_n(t) = t^n - t^{2n}$?
3. Пусть в гильбертовом пространстве: $\|x_n\| \leq 1, \|y_n\| \leq 1, \|x_n + y_n\| \rightarrow 2$ при $n \rightarrow \infty$. Доказать, что $\|x_n - y_n\| \rightarrow 0$.

Вариант 3.

1. Будет ли полным метрическим пространством вещественная прямая с метрикой $\rho(x, y) = |x^3 - y^3|$?
2. Сходится ли в $C[0, 1]$ последовательность $x_n(t) = \frac{t^{n+1}}{n+1} - \frac{t^{n+2}}{n+2}$?
3. Доказать, что условие $\|x\| \leq \|x - y\| \forall y \in L$ эквивалентно ортогональности элемента x гильбертова пространства H подпространству $L \subset H$.

Вариант 4.

1. Доказать, что множество $\{\sin(nt)\}_{n=1}^{\infty} \subset L^2(-\pi; \pi)$ замкнуто и ограничено.
2. Образует ли подпространство в $C[0, 1]$ множество монотонных функций?
3. Вычислить углы треугольника, образованного точками в $L^2(-1, 1)$: $f_1(t) = 0, f_2(t) = 1, f_3(t) = t$.

Вариант 5.

1. Будет ли компактным в $C[0, 1]$ множество

$$M = \{y(t) = \int_0^1 e^{t+\tau} x(\tau) d\tau, x(t) \in C[0, 1]\}?$$

2. Образует ли подпространство в $C[0, 1]$ множество функций

$$L = \{x(t) : \int_0^1 x(t) dt = 0\}?$$

3. Доказать, что для ортогональной системы $\{x_k\}$ в гильбертовом пространстве следующие условия равносильны:
 - а) $\sum_k x_k$ сильно сходится;
 - б) $\sum_k \|x_k\|$ сходится.

Вариант 6.

1. Образуется ли полное пространство множество непрерывных на $[0, 1]$ функций таких, что $x(0) = x(1)$?
2. Доказать замкнутость конечномерного линейного многообразия нормированного пространства.
3. Доказать, что в $L^2(0, 1)$ множество $L = \{x(t) \in L^2(0, 1) : \int_0^1 x(t)dt = 0\}$ является подпространством и найти L^\perp .

Вариант 7.

1. Пусть $M \subset R$ – открытое множество. Будет ли множество

$$A_M = \{x(t) \in C[0, 1], x(t) \in M \forall t \in [0, 1]\}$$

открытым?

2. В пространстве $C[0, 1]$ найти расстояние от элемента $x_0(t) = t$ до подпространства многочленов нулевой степени.
3. Доказать, что множество $L \subset L^2(0, 1), L = \{x(t) \in L^2(0, 1) : x(t) = 0 \text{ п.в. на } [a, b] \subset [0, 1]\}$ является подпространством и найти L^\perp .

Вариант 8.

1. Является ли множество функций $x_n(t) = \sin(t + n), t \in [0, 1]$ вполне ограниченным в $C[0, 1]$?
2. Найти расстояние в $C[0, 1]$ от элемента $x_0(t) = t^2$ до подпространства многочленов степени не больше единицы.
3. Доказать, что множество многочленов $P(t)$ таких, что $P(1) = 0$ выпуклое и всюду плотное в $L^2(0, 1)$.

Вариант 9.

1. Покажите, что множество последовательностей

$$x = (\xi_1, \xi_2, \dots), \sqrt{\xi_2^2 + \xi_3^2 + \dots} \leq \xi_1$$

замкнуто в пространстве l_1 .

2. Доказать, что параллелепипед $\{x \in l_2, x = (x_1, x_2, \dots) : |x_k| \leq 1/k\}$ компактен в l_2 .
3. В пространстве $L^2(0, 1)$ найти расстояние от элемента $x(t) = t^2$ до подпространства $L = \{x \in L^2(0, 1) : \int_0^1 x(t)dt = 0\}$.

Вариант 10.

1. Всегда ли диаметр шара в метрическом пространстве вдвое больше радиуса?
2. В пространстве l_2 найти расстояние $\rho(x, L_n)$ от элемента $x = (1, 0, 0, \dots)$ до подпространства $L_n = \{x \in l_2 : x = (x_1, x_2, \dots), \sum_{k=1}^n x_k = 0\}$.
3. В гильбертовом пространстве $L^2(0, 1)$ найти ортогональное дополнение к множеству многочленов с нулевым свободным членом.

Тема «Линейные операторы»

Вариант 1.

1. Найти норму линейного оператора $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$.
2. Найти ядро оператора $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau + x(t)$.
3. Рассмотрим оператор $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = x(t)/t$ с областью определения $D = \{x \in C[0, 1] : \exists \lim_{t \rightarrow +0} t^{-1}x(t)\}$. Доказать, что A – замкнутый оператор.

Вариант 2.

1. Найти норму линейного оператора $A : L^2(0, 1) \rightarrow L^2(0, 1)$, $Ax(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$.
2. Доказать, что оператор $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau + x(t)$ непрерывно обратим, и найти оператор A^{-1} .
3. Пусть A – замкнутый оператор. Доказать, что $\ker A$ – замкнутое множество.

Вариант 3.

1. Пусть $Ax(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$ – оператор Вольтерра в пространстве $C[0, 1]$. Найти A^n и доказать, что $\|A^n\| \leq K^n/n!$ для некоторой постоянной $K > 0$.
2. Доказать непрерывную обратимость оператора $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = x(t) + \int_0^1 e^{s+t}x(s)ds$ и найти A^{-1} .
3. Пусть $A, B : E \rightarrow F$ – линейные операторы, причем A замкнут, B ограничен и $D(A) \subset D(B)$. Доказать, что $A + B$ – замкнутый оператор.

Вариант 4.

1. Найти норму линейного оператора $A : L^2(0, 1) \rightarrow L^2(0, 1)$, $Ax(t) = t \int_0^t x(\tau) d\tau$.
2. Пусть $A, B : E \rightarrow E$ – линейные операторы, $D(A) = D(B) = E$, $AB + A + I = 0$, $BA + A + I = 0$. Доказать, что существует обратный оператор A^{-1} .
3. Найти норму оператора ортогонального проектирования на подпространство H в гильбертовом пространстве V .

Вариант 5.

1. Найти норму линейного оператора $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = x(t^2)$.
2. Пусть $A \in \mathcal{L}(E)$, $N_k = \ker(A^k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Доказать, что $N_0 \subset N_1 \subset \dots \subset N_k \subset N_{k+1} \subset \dots$, и если $N_k = N_{k+1}$ для некоторого натурального k , то $N_k = N_{k+1} = N_{k+2} = \dots$.
3. Доказать, что последовательность операторов $A_n x(t) = x(t^{1+1/n})$, $n \in \mathbb{N}$ в пространстве $C[0, 1]$ такова, что $A_n \in \mathcal{L}(C[0, 1])$ и при этом A_n сильно сходится к тождественному оператору A .

Вариант 6.

1. Найти норму линейного оператора $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = t^2x(0)$.
2. Рассмотрим оператор $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = x''(t) + x(t)$ с областью определения $D(A) = \{x \in C^2[0, 1] : x(0) = x'(0) = 0\}$. Доказать непрерывную обратимость A и найти A^{-1} .
3. Пусть E – банахово пространство. Доказать, что в пространстве $\mathcal{L}(E)$ множество непрерывно обратимых операторов открыто.

Вариант 7.

1. Найти норму линейного оператора $A : l_2 \rightarrow l_2$, $Ax = (x_1, 2x_2, 3x_3, \dots)$.
2. Пусть $A, B : E \rightarrow E$ – линейные операторы, $D(A) = D(B) = E$, $AB = BA$. Доказать, что если B непрерывно обратим, $A, B \in \mathcal{L}(E)$, то $\|AB\| \leq \frac{\|A\|}{\|B^{-1}\|}$.
3. Существует ли оператор A^{-1} , если $A : C[0, 1] \rightarrow C^2[0, 1]$, $Ax(t) = \int_0^t e^{-|s-t|} x(s) ds$?

Вариант 8.

1. Найти норму линейного оператора $A : L^2(0, 2\pi) \rightarrow L^2(0, 2\pi)$, $Ax(t) = \int_0^{2\pi} \sin(t+s)x(s) ds$
2. Найти решение операторного уравнения

$$x(t) + \lambda Ax(t) = y(t),$$

где $\lambda \in \mathbb{R}$, $y \in C[0, 2\pi]$ заданы, оператор A определен в первом задании.

3. Пусть $A : E \rightarrow F$ – линейный оператор. Доказать, что его замкнутость равносильна условию, что $D(A)$ в норме $\| \| x \| \| = \|x\|_E + \|Ax\|_F$ является банаховым пространством.

Вариант 9.

1. Найти норму линейного оператора $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $Ax(t) = t \int_0^t \frac{x(\tau)}{1-\tau} d\tau$.
2. Если $\ker A$ – подпространство в E , $A : E \rightarrow F$ – линейный оператор, вытекает ли отсюда, что A – ограниченный оператор?
3. Сходится ли последовательность операторов $A_n x : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$, $A_n x(t) = \int_0^t [\sum_{k=0}^n \frac{\tau^k}{k!}] x(\tau) d\tau$, $n \in \mathbb{N}$ к оператору $Ax(t) = \int_0^t e^\tau x(\tau) d\tau$?

Вариант 10.

1. Найти норму линейного оператора $A : C[-1, 1] \rightarrow C[-1, 1]$, $Ax(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$.
2. Пусть $A, A^{-1} \in \mathcal{L}(E)$ и $k = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ – число обусловленности оператора A . Получить оценку относительной погрешности решения уравнения $Ax = y$:

$$\frac{1}{k} \frac{\|A\bar{x} - y\|}{\|y\|} \leq \frac{\|\bar{x} - x\|}{\|x\|} \leq k \frac{\|A\bar{x} - y\|}{\|y\|}.$$

3. Пусть $A : E \rightarrow E$ – линейный оператор и существует последовательность $\|x_n\| = 1$, $Ax_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Доказать, что A не может быть непрерывно обратимым.