



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП
Дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление

Чеботарев А.Ю.

«09» июля 2018 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой информатики,
математического и компьютерного
моделирования

Чеботарев А.Ю.
(Ф.И.О.)

«09» июля 2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Направление подготовки *01.06.01 Математика и механика*

Профиль *«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление»*

Форма подготовки (очная)

курс 2 семестр 4

лекции 18 час.

практические занятия 18 час.

лабораторные работы *не предусмотрены.*

с использованием МАО лек. 9; пр. 9 час.

всего часов контактной работы 36 час.

в том числе с использованием МАО 18 час., в электронной форме _____ час.

самостоятельная работа 108 час.

в том числе на подготовку к экзамену 18 час.

курсовая работа / курсовой проект _____ семестр

зачет _____ семестр

экзамен 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 30.07.2014 № 866

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 18 от «09» июля 2018 г.

Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования
Чеботарев А.Ю.

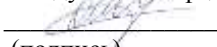
Составитель (ли): д-р физ.- мат наук, профессор Чеботарев А.Ю.

Оборотная сторона титульного листа

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры / академического департамента:

Протокол от «11» июня 2019 г. № 11

Заведующий кафедрой / директор академического департамента



(подпись)

Чеботарев А.Ю.
(И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры (академического департамента):

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий базовой кафедрой химических и ресурсосберегающих технологий

(подпись)

Чеботарев А.Ю.
(И.О. Фамилия)

Аннотация рабочей программы учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе направления подготовки – 01.06.01 Математика и механика, профиль «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление», форма подготовки очная и входит в вариативную часть, обязательные дисциплины учебного плана: Б1.В.ОД

Трудоемкость – 4 з.е. (144 часов). Дисциплина включает в себя 18 часов лекций, 18 часов практических занятий и 108 часов самостоятельной работы, из которых 18 часов отводится на экзамен. Обучение осуществляется в 4 семестре. Формы промежуточной аттестации: экзамен (4 семестр).

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 866 и учебным планом подготовки аспирантов по профилю «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Цель изучения дисциплины – подготовка аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности, а также формирование универсальных и профессиональных компетенций путём расширения и углубления фундаментальных знаний.

Задачи:

- развить у аспирантов целостное представление о методах решения дифференциальных уравнений, теории оптимального управления;
- научить методам построения устойчивых алгоритмов решения дифференциальных уравнений, задач оптимального управления.

Для успешного изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- способность к абстрактному мышлению, анализу и синтезу;
- способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках;
- готовность к саморазвитию, самореализацию, использованию творческого потенциала;
- способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики.

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие универсальные и профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка	Этапы формирования компетенции
--------------------	--------------------------------

компетенции		
ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении	Знает	основные методы научно-исследовательской деятельности.
	Умеет	выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении

исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях		задач.
	Владеет	навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования.

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: Лекции визуализации, лекции-беседы

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(18 час., в том числе 9 час. с использованием методов активного обучения)

РАЗДЕЛ I. Дифференциальные уравнения (6 час.)

Тема 1. Линейные уравнения и системы. Многообразие решений. Формула Лиувилля-Остроградского (1 час.)

Интерактивная форма : лекция визуализация

Краткое содержание темы

Тема 2. Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных условий и от параметров. Гладкость решения по начальным данным и параметрам. Автономные системы. Классификация особых точек (2 час.)

Краткое содержание темы

Тема 3. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Предельные циклы. Дифференцирование нелинейных операторов. Дифференциал Фреше и Гато (3 час.)

Интерактивная форма : лекция визуализация

Краткое содержание темы

РАЗДЕЛ II. Оптимальное управление (6 час.)

Тема 1. Элементы вариационного исчисления. Функция Лагранжа (лагранжиан). Условия экстремума. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Энергия. Импульс. Гамильтониан. Уравнения Гамильтона-Якоби. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (3 час.)

Интерактивная форма : лекция визуализация

Краткое содержание темы

Тема 2. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. Интегральные уравнения с эрмитовым ядром. Теорема Гильберта-Шмидта (1 час.)

Краткое содержание темы

Тема 3. Разрешимость абстрактных экстремальных задач. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах (2 час.).

Краткое содержание темы

РАЗДЕЛ III. Уравнения математической физики (6 час).

Тема 1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка (2 час.)

Понятие о характеристиках уравнений в частных производных. Задача Коши; теорема Ковалевской. Классификация уравнений в частных производных. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля). Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов. Разностные методы решения краевых задач. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.

Краткое содержание темы

Тема 2. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума). Фундаментальное решение. Задача Коши. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье. Решение смешанных задач методом конечных разностей (2 час.)

Краткое содержание темы

Тема 3. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям. Конечная гладкость решений волнового уравнения. Фундаментальное решение. Задача Коши. Основные смешанные задачи для волнового уравнения. Метод Фурье решения смешанных задач. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения (2 час.)

Интерактивная форма : лекция-беседа

Краткое содержание темы

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(18 час., в том числе 9 час. с использованием методов активного обучения)

Занятие 1. Линейные уравнения и системы. Многообразие решений. Формула Лиувилля-Остроградского (2 час.)

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

Интерактивная форма 2 час.

Занятие 2. Дифференцирование нелинейных операторов.
Дифференциал Фреше и Гато **(2 час.)**

Занятие 3. Элементы вариационного исчисления. Функция Лагранжа (лагранжиан). Условия экстремума. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Энергия. Импульс. Гамильтониан. Уравнения Гамильтона-Якоби. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина **(4 час.)**

Занятие 4. Разрешимость абстрактных экстремальных задач. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах **(2 час.)**

Занятие проводится в интерактивной форме - коллективное решение творческой задачи, которое требует от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

Интерактивная форма 2 час.

Занятие 5. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля). Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов. Разностные методы решения краевых задач. **(2 час.)**

Занятие 6. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца **(2 час.)**

Занятие № 7. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье. Решение смешанных задач методом конечных разностей **(2 час.)**

Занятие 8. Основные смешанные задачи для волнового уравнения. Метод Фурье решения смешанных задач. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения **(2 час.)**

Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

Интерактивная форма 2 час.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» представлено в приложении 1и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I Дифференциальные уравнения	ОПК-1; ПК-1; ПК-3	Знает	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Умеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Владеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
2	Раздел II Оптимальное управление	ПК-2; ПК-4	Знает	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
			Умеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
			Владеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
3	Раздел III Уравнения математической физики	ПК-5; УК-1	Знает	Собеседование	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Умеет	Собеседование	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Владеет	Собеседование	Вопросы для подготовки к экзамену

					25-45
--	--	--	--	--	-------

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Том II / В.И. Смирнов; Пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой. - 24-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — 848с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350203>

2. Петровский, И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г. Петровский. – М. : Физматлит, 2009. – 400с. (1 экз.) <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:289917&theme=FEFU>

3. Матросов, В. Л. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными: учебник для вузов / В. Л. Матросов, Р. М. Асланов, М. В. Топунов. – М. : Владос, 2011. – 376с. (2 экз.) <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:672678&theme=FEFU>

Дополнительная литература

1. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа: учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. – СПб.: Лань, 2009. – 271с. (3 экз.) <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:307398&theme=FEFU>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>
3. База данных полнотекстовых академических журналов Китая <http://oversea.cnki.net/>
4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>
6. Мир математических уравнений. Книги по математике <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
7. Математическое моделирование <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588>

8. Журнал «Математическое моделирование»
http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus

9. Математическое моделирование. Как вычислительные методы меняют жизнь <https://postnauka.ru/courses/84608>

10. Математическое моделирование в Matlab
<https://matlab.ru/solutions/tech-calc/mathmod>

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

№ п/п	Место расположения компьютерной техники, на которой установлено программное обеспечение, количество рабочих мест	Перечень программного обеспечения
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D820. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D ауд. D549 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. Родительская программа Campus 3 49231495. Торговый посредник: JSC "Softline Trade" Номер заказа торгового посредника: Tr000270647-18. Photoshop CC for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal №ЭА-667-17 от 08.02.2018. 07, Adobe Creative Cloud for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription New Контракт №ЭА-667-17 от 08.02.2018. ESET NOD32 Secure Enterprise Контракт №ЭА-091-18 от 24.04.2018. AutoCAD Electrical 2015. Срок действия лицензии 10.09.2020. № договора 110002048940 в личном кабинете Autodesk. +2 Сублицензионное соглашение Blackboard № 2906/1 от 29.06.2012.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» предлагаются разнообразные методы и средства освоения учебного материала: лекции, лабораторные работы, Собеседование, тестирование, самостоятельная работа аспирантов.

Лекции

Лекция – основная активная форма аудиторных занятий, необходимая для разъяснения основополагающих теоретических разделов. Предполагает интенсивную умственную деятельность аспиранта. Лекция носит познавательный, развивающий, воспитательный и организующий характер. Конспект лекций помогает усвоить теоретический материал дисциплины. При слушании лекции надо конспектировать ее рубрикации, терминологию, ключевые слова, определения, формулы, графические схемы. Конспект является полезным, когда он пишется самим аспирантом. Можно разработать собственную схему сокращения слов. Название тем, параграфов можно выделять цветными маркерами.

При домашней работе с конспектом лекций необходимо использовать основной учебник и дополнительную литературу, которые рекомендованы по данной дисциплине. Именно такая серьезная работа аспиранта с лекционным материалом позволяет достичь ему успехов в овладении новыми знаниями.

При изложении лекционного курса по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» в качестве форм интерактивного обучения используются: лекция-беседа, лекция-визуализация, лекция пресс-консультация, которые строятся на базе предшествующих знаний и знаний смежных дисциплин. Для иллюстрации словесной информации применяются презентации, интерактивная доска, таблицы, схемы. По ходу изложения лекционного материала ставятся проблемные и провоцирующие вопросы, включаются элементы дискуссии.

Лекция-визуализация. Чтение лекции сопровождается компьютерной презентацией с базовыми текстами (заголовки, формулировки, ключевые слова и термины), иллюстрациями микроскопических и ультрамикроскопических изображений клеток и тканей, рисованием схем и написанием формул на интерактивной доске, производится демонстрация наглядных таблиц и слайдов, что способствует лучшему восприятию излагаемого материала. Лекция - визуализации требует определенных навыков: словесное изложение материала должно сопровождаться и сочетаться с визуальной формой. Информация, изложенная в виде схем, таблиц, слайдов, позволяет формировать проблемные вопросы и способствует развитию профессионального мышления будущих специалистов.

Лекция-беседа – «диалог с аудиторией» – является распространенной формой интерактивного обучения и позволяет непосредственно вовлекать аспирантов в учебный процесс, так как создает прямой контакт преподавателя с аудиторией. Такой контакт достигается по ходу лекции, когда аспирантам задаются вопросы проблемного, провоцирующего или информационного характера или когда аспирантам самим предлагается задавать вопросы. Вопросы предлагаются всей аудитории, и любой из аспирантов может предложить свой ответ, другой может его дополнить. При этом от лекции к лекции выявляются активные и пассивные аспиранты, преподаватель по возможности активизирует аспирантов, которые не

участвуют в работе. Такая форма лекции позволяет вовлечь всех аспирантов в работу, активизировать их внимание, мышление, получить коллективный опыт, научиться формировать вопросы. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание аспирантов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала.

Лекция-консультация. Преподаватель делает краткое (тезисное) сообщение. Аспиранты задают вопросы, на которые отвечает преподаватель и другие аспиранты. На основе вопросов и ответов разворачивается творческая дискуссия.

Практические занятия

Лабораторные работы. Лабораторные работы повышают качество обучения, способствуют развитию познавательной активности у аспирантов, их логического мышления и творческой самостоятельности. В процессе выполнения лабораторных работ углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатывается умение применять их на практике. Аспирант учится правильно использовать методы, видеть их достоинства и недостатки, получает неоценимый опыт по использованию данных методов. Все это позволяет глубже понять теоретические Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Формируются навыки научно-исследовательской работы и профессиональные компетенции.

Собеседование. Собеседование – коллективная форма рассмотрения и закрепления учебного материала. Собеседование является одним из видов практических занятий, предназначенных для углубленного изучения дисциплины, проводятся в интерактивном режиме. На занятиях по теме Собеседование разбираются вопросы, и затем вместе с преподавателем проводится их обсуждение, которое направлено на закрепление материала, формирование навыков вести полемику, развитие самостоятельности и критичности мышления, на способность аспирантов ориентироваться в больших информационных потоках, вырабатывать и отстаивать собственную позицию по проблемным вопросам учебной дисциплины.

В качестве методов интерактивного обучения на Собеседовании используются: развернутая беседа, диспут, пресс-конференция.

Развернутая беседа предполагает подготовку аспирантов по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы. Доклады готовятся аспирантами по заранее предложенной тематике.

Диспут в группе имеет ряд достоинств. Диспут может быть вызван преподавателем в ходе занятия или же заранее планируется им. В ходе полемики аспиранты формируют у себя находчивость, быстроту мыслительной реакции.

Пресс-конференция. Преподаватель поручает нескольким аспирантам подготовить краткие (тезисные) сообщения. После докладов аспиранты задают вопросы, на которые отвечают докладчики и другие члены экспертной группы. На основе вопросов и ответов разворачивается творческая дискуссия вместе с преподавателем.

Контрольные тесты. Используется бланковое или компьютерное тестирование в режиме выбора правильных ответов, установления соответствия понятий, обозначения деталей на схемах и прочее.

Возможны также письменные контрольные работы в форме традиционных письменных ответов на ряд вопросов по пройденной теме, изложенной в лекциях и обсужденной на Собеседованиях. Несмотря на произвольность формы, в ответах обязательно использование терминов, ключевых слов и понятий, а при необходимости схем и формул. По некоторым темам предлагается решение задач.

Методические указания по работе с литературой

Надо составить первоначальный список источников. Основой может стать список литературы, рекомендованный в рабочей программе курса. Для удобства работы можно составить собственную картотеку отобранных источников (фамилия авторов, заглавие, характеристики издания) в виде рабочего файла в компьютере. Такая картотека имеет преимущество, т.к. она позволяет добавлять источники, заменять по необходимости одни на другие, Первоначальный список литературы можно дополнить, используя электронный каталог библиотеки ДВФУ, при этом не стесняйтесь обращаться за помощью к сотрудникам библиотеки.

Работая с литературой по той или другой теме, надо не только прочитать, но и усвоить метод ее изучения: сделать краткий конспект, алгоритм, схему прочитанного материала, что позволяет быстрее его понять, запомнить. Не рекомендуется дословно переписывать текст.

Методические рекомендации к самостоятельной работе аспиранта

Текущий контроль результатов самостоятельной работы осуществляется в ходе проведения лабораторных работ (устный опрос), Собеседованиеов и тестирования. На основании этих результатов аспирант получает текущие и зачетные оценки, по которым выводится итоговая оценка. Промежуточная (семестровая) аттестация проводится в форме устного зачета.

Методические указания по подготовке к лабораторным работам и их выполнению

К лабораторным работам аспирант должен подготовиться: повторить лекционный материал, прочитать нужный раздел по теме в учебнике.

Занятие начинается с краткого устного опроса по заданной теме. Далее аспиранты работают с конкретными методами.

Для занятий необходимо иметь халат и сменную обувь. Необходимо освоить технику безопасности при работе со всеми используемыми на занятии методами, правильно оценить, сколько необходимо реактивов и

расходных материалов для работы. Только после этого аспирант может начинать непосредственно работать с поставленной задачей. В конце занятия аспирант предоставляет преподавателю отчет по результатам проделанной работы с выводами.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

Методические указания по подготовке к Собеседованию

Поскольку Собеседование является коллективной формой рассмотрения и закрепления учебного материала, к нему должны готовиться все аспиранты. Собеседование обычно проводится в форме развернутой беседы, диспута, пресс-конференции. На каждый Собеседование заранее объявляется тема и перечень вопросов для устных сообщений. По всем вопросам надо проработать соответствующий материал из учебника, конспекта лекций, дополнительной литературы и соответствующей лабораторной работы. Преподаватель объявляет вопрос и предлагает сделать сообщение на 5-7 минут одному из аспирантов – либо по их желанию, либо по своему выбору. После сообщения преподаватель и аспиранты задают вопросы и выступают с дополнениями и комментариями.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

Методические указания по подготовке доклада

По отдельным темам на Собеседовании могут делаться более емкие и глубокие доклады – до 15-20 минут. Тема доклада может быть предложена преподавателем или выбрана аспирантом самостоятельно.

При подготовке к докладу проводится подбор литературных источников по теме из рекомендуемой основной и дополнительной литературы, а также работа с ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», указанными в рабочей программе.

Работа с текстом научных книг и учебников состоит не только в прочтении материала, необходимо провести анализ, сравнить изложение материала в разных источниках, подобрать материал таким образом, чтобы он раскрывал тему доклада. Проанализированный материал конспектируют, при этом надо избегать простого переписывания текстов без каких либо комментариев и анализа. Прямое заимствование текстов других авторов в науке не допускается, оно определяется как плагиат и является наказуемым. Цитирование небольших фрагментов (со ссылкой на автора) допускается, если надо подчеркнуть стиль или сущность авторского определения, но злоупотреблять чужими текстами нельзя. Доклад должен быть выстроен логично, материал излагается цельно, связно и последовательно, делаются выводы. Желательно, чтобы аспирант мог выразить своё мнение по обсуждаемой проблеме. Необходимо заранее продумать схемы для иллюстрации на доске или приготовить их в форме компьютерной презентации. В докладе обязательно необходимо использовать термины и

ключевые слова по данной теме. После доклада проводится обсуждение с дополнениями и поправками. Оценивается как качество доклада, так и активность участников дискуссии.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п\п	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D, ауд. D820. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор Mitsubishi EW33OU, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 - 1 шт; Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718 - 1 шт.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус D ауд. D549 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Компьютерный класс: Моноблок lenovo C360G-i34164G500UDK – 15 шт. Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см - 1 шт; Документ-камера Avervision CP355AF - 1 шт; ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA - 1 шт; Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW33OU, 3000 ANSI Lumen, 1280x800, Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718" - 1 шт;



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**По дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление»**

Направление подготовки *01.06.01 Математика и механика*

Профиль *«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление»*

Форма подготовки (очная)

**Владивосток
2018**

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине
1 семестр

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля

Методические указания к

Приводятся методические указания по выполнению каждого из предусмотренных планом-графиком видов самостоятельной работы по дисциплине с указанием цели (задач), характеристики заданий, требований к содержанию и оформлению, рекомендаций по выполнению и критериев оценки.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

По дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление»
Направление подготовки *01.06.01 Математика и механика*
Профиль «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление»
Форма подготовки (очная)

Владивосток
2018

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	Умеет	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и задач	Знает	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать и анализировать непрерывные математические модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	Знает	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач
	Умеет	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	Владеет	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач
ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	Знает	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач
	Умеет	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	Владеет	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы	Знает	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий

обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	Знает	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	Умеет	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	Владеет	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Знает	
	Умеет	
	Владеет	

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I Дифференциальные уравнения	ОПК-1; ПК-1; ПК-3	Знает	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Умеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
			Владеет	Собеседование, доклад	Вопросы для подготовки к экзамену 1-11
2	Раздел II Оптимальное управление	ПК-2; ПК-4	Знает	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24

			Умеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
			Владеет	Доклад, Контрольная работа	Вопросы для подготовки к экзамену 11-24
3	Раздел III Уравнения математическ ой физики	ПК-5; УК-1	Знает	Собеседован ие	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Умеет	Собеседован ие	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45
			Владеет	Собеседован ие	Вопросы для подготовки к экзамену 25-45

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
<p>ОПК-1 Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	владение методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики	способность владения методами исследования процессов и явлений, составляющих содержание фундаментальной и прикладной математики
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	умение анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах	способность анализировать математические модели; работать в электронно-библиотечных системах
	владеет (высокий)	методами исследования фундаментальной и прикладной математики; современными информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики	успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационных технологий в области математики и механики	способность применения методов исследования фундаментальной и прикладной математики; современных информационно-коммуникационными технологиями в области математики и механики
<p>ПК-1 Способность разрабатывать непрерывные математические модели решаемых научных проблем и</p>	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы решения дифференциальных уравнений, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами решения дифференциальных уравнений и обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать непрерывные математические	умение создавать непрерывные математические модели,	способность создавать непрерывные математические модели, разрабатывать

задач		модели, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения дифференциальных уравнений, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения дифференциальных уравнений, основных численных методов решения краевых задач
ПК-2 Способность углубленного анализа проблем корректности задач для дифференциальных уравнений	знает (пороговый уровень)	методы, используемые для анализа корректности динамических систем и оптимального управления, методы решения некорректных задач	владение методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач	способность владения методами исследования корректности задач оптимального управления, методах решения некорректных задач
	умеет (продвинутый)	разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	умение разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач	способность разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач, обобщенных краевых задач
	владеет (высокий)	современными методами решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения некорректных краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач	способность применения методов решения некорректных задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения некорректных краевых задач

ПК-3 Способность к анализу задач оптимального управления и созданию алгоритмов их решения	знает (пороговый уровень)	теоретические основы и методы, используемые для построения динамических систем и оптимального управления, методы решения обобщенных краевых задач	владение теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач	способность владения теоретическими основами и методами построения динамических систем и оптимального управления, методами решения обобщенных краевых задач
	умеет (продвинутый)	создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	умение создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач	способность создавать математические модели динамических систем и оптимального управления, разрабатывать методы и алгоритмы решения некорректных задач
	владеет (высокий)	современными методами решения задач оптимального управления динамическими системами, основами численных методов решения краевых задач	успешное и систематическое применение методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач	способность применения методов решения задач оптимального управления динамическими системами, численных методов решения краевых задач
ПК-4 Способность использовать современные методы обработки и интерпретации данных с применением	знает (пороговый уровень)	стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	владение стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения стратегиями применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные	умение создавать и анализировать существующие численные	способность создавать и анализировать существующие численные алгоритмы

компьютерных технологий		алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	владеет (высокий)	навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность владения современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
ПК-5 Способность профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	знает (пороговый уровень)	требования оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	владение навыками оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность оформления результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций
	умеет (продвинутый)	профессионально излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	профессиональное умение излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций	способность излагать результаты своих исследований и представлять их в виде научных публикаций и презентаций
	владеет (высокий)	навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	успешное и систематическое владение навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций	способность владения навыками изложения обладающих внутренним единством результатов своих исследований и представления их в виде научных публикаций и презентаций

			презентаций	
УК-1 Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	знает (пороговый уровень)			
	умеет (продвинутый)			
	владеет (высокий)			

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки к экзамену

по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

1. Линейные уравнения и системы. Многообразие решений.
2. Формула Лиувилля-Остроградского .
3. Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных условий и от параметров.
4. Гладкость решения по начальным данным и параметрам.
5. Автономные системы.
6. Классификация особых точек.
7. Устойчивость по Ляпунову.

8. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
9. Предельные циклы.
10. Дифференцирование нелинейных операторов.
11. Дифференциал Фреше и Гато.
12. Элементы вариационного исчисления.
13. Функция Лагранжа (лагранжиан). Условия экстремума.
14. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
15. Энергия. Импульс. Гамильтониан.
16. Уравнения Гамильтона-Якоби.
17. Задачи оптимального управления.
18. Принцип максимума Понтрягина.
19. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода.

Интегральные уравнения с эрмитовым ядром.

20. Теорема Гильберта-Шмидта.
21. Разрешимость абстрактных экстремальных задач.
22. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.
23. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.
24. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных.
25. Задача Коши; теорема Ковалевской.
26. Классификация уравнений в частных производных.
27. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям.
28. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля).
29. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
30. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов.
31. Разностные методы решения краевых задач.
32. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
33. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений.
34. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.
35. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям.
36. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума).
37. Фундаментальное решение. Задача Коши.
38. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье.
39. Решение смешанных задач методом конечных разностей.
40. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям.
41. Конечная гладкость решений волнового уравнения.
42. Фундаментальное решение. Задача Коши.

43. Основные смешанные задачи для волнового уравнения.
44. Метод Фурье решения смешанных задач.
45. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения.

Оценочные средства для текущего контроля

Темы рефератов, докладов, сообщений

по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

1. Линейные уравнения и системы.
2. Автономные системы.
3. Устойчивость по Ляпунову.
4. Дифференцирование нелинейных операторов. Дифференциал Фреше и Гато.
5. Функция Лагранжа (лагранжиан). Уравнения Эйлера-Лагранжа.
6. Уравнения Гамильтона-Якоби.
7. Задачи оптимального управления.
8. Принцип максимума Понтрягина.
9. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода.
10. Разрешимость абстрактных экстремальных задач.
11. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.
12. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям.
13. Разностные методы решения краевых задач.
14. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
15. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.
16. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям.
17. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье.
18. Решение смешанных задач методом конечных разностей.
19. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям.
20. Основные смешанные задачи для волнового уравнения.
21. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения.

Вопросы для Собеседованиеов

по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Раздел 1. Дифференциальные уравнения.

1. Линейные уравнения и системы. Многообразие решений.
2. Формула Лиувилля-Остроградского .
3. Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных условий и от параметров.
4. Гладкость решения по начальным данным и параметрам.
5. Автономные системы.
6. Классификация особых точек.
7. Устойчивость по Ляпунову.
8. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
9. Предельные циклы.
10. Дифференцирование нелинейных операторов.
11. Дифференциал Фреше и Гато.

Раздел 2. Оптимальное управление.

1. Элементы вариационного исчисления.
 2. Функция Лагранжа (лагранжиан). Условия экстремума.
 3. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
 4. Энергия. Импульс. Гамильтониан.
 5. Уравнения Гамильтона-Якоби.
 6. Задачи оптимального управления.
 7. Принцип максимума Понтрягина.
 8. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода.
- Интегральные уравнения с эрмитовым ядром.
9. Теорема Гильберта-Шмидта.
 10. Разрешимость абстрактных экстремальных задач.
 11. Принцип Лагранжа в гладких экстремальных задачах.

Раздел 3. Уравнения математической физики.

1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.
2. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных.
3. Задача Коши; теорема Ковалевской.
4. Классификация уравнений в частных производных.
5. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям.
6. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля).
7. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.
8. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов.
9. Разностные методы решения краевых задач.
10. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.
11. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений.
12. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца.

13. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям.
14. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума).
15. Фундаментальное решение. Задача Коши.
16. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье.
17. Решение смешанных задач методом конечных разностей.
18. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям.
19. Конечная гладкость решений волнового уравнения.
20. Фундаментальное решение. Задача Коши.
21. Основные смешанные задачи для волнового уравнения.
22. Метод Фурье решения смешанных задач.
23. Метод Галеркина решения смешанных задач для волнового уравнения.

Комплект заданий для контрольных работ
по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы
и оптимальное управление»

Тема «Оптимальное управление»

Вариант 1

1. Пусть y_1 — решение дифференциального уравнения $L[y] = 0$. Показать, что введение новой искомой функции $u = y/y_1$ приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.

2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$.

3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$, соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?

4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной $x = \varphi(t)$, где функция $\varphi(t)$ произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз: Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейным при преобразовании искомой функции

$$y = \alpha(x)z + \beta(x).$$

Здесь z — новая искомая функция, $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее решение уравнения $y' + p(x)y = 0$, если известно ненулевое частное решение y_1 этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix} = 0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения $y_1 = x$, $y_2 = x^2$.

Показать, что функции x и x^2 линейно независимы в интервале $(-\infty, \infty)$.

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке $x = 0$. Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?

9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения y_1 , y_2 и y_3 .

10. Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

Вариант 2

1. Исходя из определения производной, доказать, что
а) производная периодической дифференцируемой функции есть функция периодическая;

б) производная четной дифференцируемой функции есть функция нечетная;

в) производная нечетной дифференцируемой функции есть функция четная.

2. Доказать, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = 0$ и $f(0) = 0$, то $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.

3. Доказать, что производная $f'(0)$ не существует, если

$$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

4. Доказать, что производная от функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

разрывна в точке $x = 0$.

5. Доказать приближенную формулу

$$\sqrt{a^2 + z} \approx a + z/(2a), \quad a > 0, \quad |z| = a.$$

6. Что можно сказать о дифференцируемости суммы $f(x) + g(x)$ в точке $x = x_0$ если, в этой точке:

а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема;

б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы.

7. Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке x_0 и $f'(x_0) \neq 0$, а функция $g(x)$ не дифференцируема в этой точке. Доказать, что произведение $f(x)g(x)$ является недифференцируемым в точке x_0 .

8. Что можно сказать о дифференцируемости произведения $f(x)g(x)$ в предположениях задачи?

Рассмотреть примеры:

а) $f(x) = x$, $g(x) = |x|$, $x_0 = 0$;

$$f(x) = x, \quad g(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

б) $f(x) = |x|$, $g(x) = |x|$, $x_0 = 0$;

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = |x| + 1, \quad x_0 = 0.$$

9. Найти $f'(0)$, если $f(x) = x(x+1)\dots(x+1234567)$.

10. Выразить дифференциал $d^3 u$ от сложной функции $y[u(x)]$ через производные от функции $y(u)$ и дифференциалы от функции $u(x)$.

11. Пусть $y(x)$ и $x(y)$ дважды дифференцируемые взаимно обратные функции. Выразить x'' через y' и y'' .

Вариант 3

1. Доказать, что функция $f(x) = x - \sin x$ монотонно возрастает на отрезке: а) $[0, 2\pi]$; б) $[0, 4\pi]$ Следует ли из монотонности дифференцируемой функции монотонность ее производной?

2. Доказать теорему: если функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ дифференцируемы на отрезке $[a, b]$ и $\varphi'(x) > \psi'(x) \quad \forall x \in (a, b)$, а $\varphi(a) = \psi(a)$, то $\varphi(x) > \psi(x) \quad \forall x \in (a, b)$.

Дать геометрическую интерпретацию теоремы.

У к а з а н и е. При доказательстве теоремы установить и использовать монотонность функции $f(x) = \varphi(x) - \psi(x)$.

3. Доказать неравенство $2x/\pi < \sin x$ для трех случаев:

$$\text{а) } \forall x \in \left(0, \arccos \frac{2}{\pi} \right];$$

$$\text{б) } \forall x \in \left[\arccos \frac{2}{\pi}, \frac{\pi}{2} \right);$$

$$\text{в) } \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right).$$

Дать геометрическую интерпретацию неравенства.

4. Исходя из определений минимума и максимума, доказать, что функция

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

имеет в точке $x = 0$ минимум, а функция

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

не имеет в точке $x = 0$ экстремума.

5. Исследовать на экстремум в точке x_0 функцию $f(x) = (x - x_0)^n \varphi(x)$, считая, что производная $\varphi'(x)$ не существует, но функция $\varphi(x)$ непрерывна в точке x_0 и $\varphi(x_0) \neq 0$, n — натуральное число.

6. Исследовать знаки максимума и минимума функции $x^3 - 3x + q$ и выяснить условия, при которых уравнение $x^3 - 3x + q = 0$ имеет а) три различных действительных корня; б) один действительный корень.

7. Определить «отклонение от нуля» многочлена $p(x) = 6x^3 - 27x^2 + 36x - 14$ на отрезке $[0, 3]$, т. е. найти на этом отрезке наибольшее значение функции $|p(x)|$.

8. Установить условия существования асимптот у графика рациональной функции.

Вариант 4

1. Считая, что функция $\frac{\sin x}{x}$ равна 1 при $x = 0$, доказать, что она интегрируема на отрезке $[0, 1]$.

2. Какой из интегралов больше:

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx \text{ или } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx ?$$

3. Пусть $f(t)$ – непрерывная функция, а функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ дифференцируемые. Доказать, что

$$\frac{d}{dx} \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(t) dt = f[\psi(x)]\psi'(x) - f[\varphi(x)]\varphi'(x).$$

4. Найти $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2} dt.$

5. Найти точки экстремума функции

$$f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)e^{-t^2} dt.$$

6. Пусть $f(x)$ – непрерывная периодическая функция с периодом T . Доказать, что

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx \quad \forall a.$$

7. Доказать, что если $f(x)$ – четная функция, то

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^+ f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^+ f(x) dx.$$

8. Доказать, что для нечетной функции $f(x)$ справедливы равенства

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = - \int_0^+ f(x) dx \text{ и } \int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Чему равен интеграл $\int_{-1}^{+1} \sin^2 x \ln \frac{2+x}{2-x} dx$?

9. При каком условии, связывающем коэффициенты a, b, c интеграл $\int \frac{ax^2 + bx + c}{x^3(x-1)^2} dx$ является рациональной функцией?

10. При каких целых значениях n интеграл $\int \sqrt{1+x^4} dx$ выражается элементарными функциями.

Вариант 5

1. Пусть y_1 — решение дифференциального уравнения $L[y] = 0$. Показать, что введение новой искомой функции $u = y/y_1$ приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.

2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$.

3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения $y' = f(x, y)$, соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?

4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной $x = \varphi(t)$, где функция $\varphi(t)$ произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз: Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейным при преобразовании искомой функции $y = \alpha(x)z + \beta(x)$.

Здесь z — новая искомая функция, $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее решение уравнения $y' + p(x)y = 0$, если известно ненулевое частное решение y_1 этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$ являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix} = 0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения $y_1 = x$, $y_2 = x^2$.

Показать, что функции x и x^2 линейно-независимы в интервале $(-\infty, \infty)$.

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке $x = 0$. Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?

9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения y_1 , y_2 и y_3 .

10. Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

Вариант 6

1. Найти производную скалярного поля $u = u(x, y, z)$ по направлению градиента скалярного поля $v = v(x, y, z)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = \mathbf{C}\mathbf{r}$, где \mathbf{C} — постоянный вектор, а \mathbf{r} — радиус-вектор. Каковы поверхности уровня этого поля и как они расположены по отношению к вектору \mathbf{C} ?

3. Доказать, что если S — замкнутая кусочно-гладкая поверхность и \mathbf{C} — ненулевой постоянный вектор, то

$$\iint_S \cos(\mathbf{n}, \mathbf{C}) dS = 0,$$

где \mathbf{n} — вектор, нормальный к поверхности S .

4. Доказать формулу

$$\iint_S \varphi \mathbf{a} \mathbf{n}^0 dS = \iiint_V (\varphi \operatorname{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \operatorname{grad} \varphi) dV,$$

где $\varphi = \varphi(x, y, z)$; S — поверхность, ограничивающая объем V ; \mathbf{n}^0 — орт внешней нормали к поверхности S . Установить условия применимости формулы.

5. Доказать, что если функция $u(x, y, z)$ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \text{ то } \iint_S \frac{\partial u}{\partial n} dS = 0,$$

где $\frac{\partial u}{\partial n}$ — производная по направлению нормали к кусочно-гладкой замкнутой поверхности S .

6. Доказать, что если функция $u(x, y, z)$ является многочленом второй степени и S — кусочно-гладкая замкнутая поверхность, то интеграл

$$\iint_S \frac{\partial u}{\partial n} dS$$

пропорционален объему, ограниченному поверхностью S .

7. Пусть $\mathbf{a} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$, где P, Q, R — линейные функции от x, y, z и пусть Γ — замкнутая кусочно-гладкая кривая, расположенная в

некоторой плоскости Доказать, что если циркуляция $\oint_{\Gamma} \mathbf{a} d\mathbf{r}$ отлична от нуля,

то она пропорциональна площади фигуры, ограниченной контуром Γ .

8. Твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси, проходящей через начало координат. Вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$. Определить ротор и дивергенцию поля линейных скоростей $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega} \mathbf{r}]$ точек тела (здесь \mathbf{r} — радиус-вектор).