

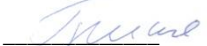


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП  
«Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ»

 Гриняк В. М.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
«\_09\_» \_\_\_\_\_ июля \_\_\_\_\_ 2018\_г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Информатики, математического и компьютерного  
моделирования

 Чеботарев А.Ю.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
«\_09\_» \_\_\_\_\_ июля \_\_\_\_\_ 2018\_г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Управление системами с распределенными параметрами**

Направление подготовки *09.06.01 Информатика и вычислительная техника*  
Профиль «*Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ*»  
Форма подготовки (очная)

курс 2 семестр 4

лекции 18 час.

практические занятия 18 час.

лабораторные работы не предусмотрены.

с использованием МАО лек. 0/пр. 18/лаб. 0 час.

всего часов контактной работы 36 час.

в том числе с использованием МАО 18 час., в электронной форме 0 час.

самостоятельная работа 72 часа.

в том числе на подготовку к экзамену 18 час.

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрена

зачет \_\_ семестр

экзамен 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 30.07.14 № 875

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 18 от «09» июля 2018 г.

Заведующий кафедрой Информатики, математического и компьютерного моделирования,  
д.ф.-м.н., профессор Чеботарев А.Ю.

Составитель: д-р физ.-мат. наук, профессор Чеботарев А.Ю.

**Оборотная сторона титульного листа**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры / академического департамента:**

Протокол от «11» июня 2019 г. № 11

Заведующий кафедрой Информатики, математического и компьютерного моделирования



(подпись)

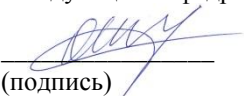
\_\_\_\_ Чеботарев А.Ю. \_\_\_\_\_

(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры (академического департамента):**

Протокол от «18» января 2020 г. № 5

Заведующий кафедрой/директор академического департамента



(подпись)

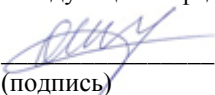
Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры (академического департамента):**

Протокол от «27» января 2021 г. № 4

Заведующий кафедрой/директор академического департамента



(подпись)

Чеботарев А.Ю.

(И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Управление системами с распределенными параметрами» предназначена для аспирантов, обучающихся по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 часов). Трудоемкость контактной работы (по учебным занятиям) составляет 36 часов, в том числе 36 часов в интерактивной форме. На самостоятельную работу отводится 72 часа. Дисциплина реализуется на втором году обучения в 3,4 семестрах. Формы контроля – зачет, экзамен.

В 3 семестре трудоемкость дисциплины составляет 1 зачетную единицу (36 часов). Трудоемкость лекций в 3 семестре составляет 9 часов. Трудоемкость практических занятий в 3 семестре составляет 9 часов, в том числе 9 часов в интерактивной форме. На самостоятельную работу в 3 семестре отводится 18 часов.

В 4 семестре трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы (72 часа). Трудоемкость лекций в 4 семестре составляет 9 часов. Трудоемкость практических занятий в 4 семестре составляет 9 часов, в том числе 9 часов в интерактивной форме. На самостоятельную работу в 4 семестре отводится 54 часа, из них 18 часов на подготовку к экзамену.

Дисциплина «Управление системами с распределенными параметрами» входит в блок дисциплин выбора вариативной части учебного плана подготовки аспирантов по научной специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Дисциплина «Управление системами с распределенными параметрами» базируется на дисциплинах, связанных с изучением различных классов математических моделей и задач, изучаемых в бакалавриате и магистратуре

Знания, полученные при изучении дисциплины «Управление системами с распределенными параметрами», будут востребованы при подготовке к сдаче кандидатского экзамена по научной специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», в научно-исследовательской работе, при подготовке выпускной работы и диссертации на соискание ученой степени кандидата наук.

**Целью** дисциплины является изучение основных задач теории оптимального управления системами с частными производными, методов их решения и приложений.

### **Задачи дисциплины:**

1. развитие у аспирантов целостного представления о технологии и методах анализа вариационных задач и задач оптимального управления;
2. подготовка аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности.

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие универсальные / общепрофессиональные / профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики.
	Умеет	анализировать математические модели, работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования прикладной математики и информатики, современными информационно-коммуникационными технологиями в области прикладной математики и информатики
ПК-4 Способность к разработке и обоснованию комплексов проблемно-ориентированных программ для компьютерного моделирования предметных областей и проведения вычислительных экспериментов	Знает	Стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	. Навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Управление системами с распределенными параметрами» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания, презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов, разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания), коллективные решения творческих задач, которые требуют от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов, работу в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**(18 час., в том числе 0 час. с использованием методов активного обучения)**

**МОДУЛЬ 1. Основы теории вариационных задач (6 час).**

**Тема 1.** Простейшая задача классического вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. Уравнение Эйлера. Задача Больца. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности (2 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - презентации с использованием доски и компьютера с последующим обсуждением материалов.

**Тема 2.** Теорема о фактор-пространстве банахова пространства. Формулировка теоремы отделимости. Лемма о нетривиальности аннулятора (2 час.).

**Тема 3.** Лемма о правом обратном. Лемма о замкнутости образа. Лемма об аннуляторе ядра (1 час.).

**Тема 4.** Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств. Строгая дифференцируемость. Теорема о суперпозиции (1 час.).

**МОДУЛЬ 2. Существование решений задач управления (6 час).**

**Тема 5.** Функциональные пространства и краевые задачи. Абстрактные экстремальные задачи (2 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения - мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания.

**Тема 6.** Линейные стационарные экстремальные задачи (2 час.).

**Тема 7.** Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений. Жесткое управление (2 час.).

**МОДУЛЬ 3. Система оптимальности для задач оптимального управления (6 час).**

**Тема 8.** Принцип Лагранжа для абстрактной задачи (2 час.).

**Тема 9.** Линейные регулярные стационарные задачи. Линейные регулярные эволюционные задачи (2 час.).

**Тема 10.** Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа. Задачи управления для системы Навье-Стокса (2 час.).

Тема раскрывается с использованием интерактивной формы обучения – «обратную связь» с формированием общего представления об уровне владения знаниями аспирантов, актуальными для занятия.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**Практические занятия (18 час.). Все практические занятия проводятся в интерактивной форме**

**Занятие 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. (6 час.)**

1. Уравнение Эйлера.
2. Задача Больца.
3. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности.

4. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств.

Занятие проводится в интерактивной форме разминки с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания).

*Интерактивная форма 2 часа.*

**Занятие 2. Условия разрешимости (6 час.)**

1. Линейные стационарные экстремальные задачи.
2. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
3. Жесткое управление.

Занятие проводится в интерактивной форме - коллективное решение творческой задачи, которое требует от аспирантов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат большой или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

*Интерактивная форма 2 часа.*

**Занятие 3. Система оптимальности (6 час.)**

1. Линейные регулярные стационарные задачи.
2. Линейные регулярные эволюционные задачи.
3. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа.

Занятие проводится в интерактивной форме работы в малых группах (дает всем аспирантам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

*Интерактивная форма 2 часа.*

**Лабораторные работы (0/0 час.)**

Курс не предусматривает лабораторных работ.

**III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами» представлено в приложении 1 и включает в себя:

3 семестр				
№	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
п				
/				
п				

1	Темы 1-4	ОПК-1 ПК-4	Знает	УО-1 Собеседование	Зачет, вопросы 1-12
2	Занятие 1	ОПК-1 ПК-4	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно- графическая задача	Зачет, вопросы 1-12
<b>4 семестр</b>					
3	Темы 5-10	ОПК-1 ПК-4	Знает	УО-1 Собеседование	Экзамен, вопросы 1-12
4	Занятие 2-3.	ОПК-1 ПК-4	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно- графическая задача	Экзамен, вопросы 1-12

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;  
характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;  
требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;  
критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

#### **IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ КУРСА**

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении 2.

#### **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **Основная литература**

1. Бренерман М.Х. Вариационное исчисление [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Бренерман М.Х., Жихарев В.А.— Электрон. текстовые данные.— Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2017.— 148 с.—

- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/79275.html> .— ЭБС «IPRbooks»
2. Разумейко Б.Г. Дифференциальное исчисление функций многих переменных [Электронный ресурс]: курс лекций/ Разумейко Б.Г., Недосекина И.С., Ким-Тян Л.Р.— Электрон. текстовые данные.— М.: Издательский Дом МИСиС, 2017.— 57 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71674.html> .— ЭБС «IPRbooks»
  3. Вариационное исчисление в целом / М. Морс ; пер. с англ. Л. Б. Вертгейма. // Москва : Институт компьютерных исследований, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2010. 510 с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:417271&theme=FEFU>
  4. Галеев, Э.М. Оптимальное управление: монография / Э. М. Галеев, М. И. Зеликин, С. В. Конягин. – М.: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2008. – 300с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:268526&theme=FEFU>
  5. Фурсиков, А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения: учебное пособие / А.В. Фурсиков. – Новосибирск: Научная книга, 2005. – 352с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:399400&theme=FEFU>

#### Дополнительная литература

1. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление. Курс лекций : учебное пособие для вузов / В. Т. Волков, А. Г. Ягола ; Московский государственный университет, Физический факультет. Москва : Университет, 2009. 139 с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:293253&theme=FEFU>
2. Аргучинцев А.В. Оптимальное управление гиперболическими системами / А.В. Аргучинцев. – М.: Физматлит, 2007. – 200с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:251813&theme=FEFU>
3. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами / А.И. Егоров. – М.: Наука, 2005. – 320с.  
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:750137&theme=FEFU>
4. Алексеев В.М, Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М., Наука, 1979.  
[http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:/usr/vtls/ChamoHome/visualizer/data\\_lan/data\\_lan+%281786%29.xml&theme=FEFU](http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:/usr/vtls/ChamoHome/visualizer/data_lan/data_lan+%281786%29.xml&theme=FEFU)
5. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. Оптимальное управление : [монография] /под ред. Н. П. Осмоловского, В. М. Тихомирова. – М.: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2008, 320 с.  
<https://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:268526&theme=FEFU>



## **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm> Мир математических уравнений. Книги по математике
2. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588> Математическое моделирование
3. [http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnlid=mm&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnlid=mm&option_lang=rus) Журнал «Математическое моделирование»
4. <https://postnauka.ru/courses/84608> Математическое моделирование. Как вычислительные методы меняют жизнь
5. <https://matlab.ru/solutions/tech-calc/mathmod> Математическое моделирование в Matlab

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Лекции проводятся с использованием проектора и мультимедийного комплекса для проведения лекций внутренней системы портала ДВФУ. Практические занятия проводятся в специализированном компьютерном классе. Для составления документации используется текстовый процессор (LibreOffice или Microsoft Word).

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина изучается в следующих организационных формах: лекции, практические занятия и самостоятельная работа аспиранта. Аспирант должен планировать график самостоятельной работы по дисциплине и придерживаться его.

Основной формой самостоятельной работы аспиранта является выполнение проекта, а также подготовка докладов для практических занятий.

К практическим занятиям следует готовиться. Для этого необходимо знать программу курса и рекомендованную литературу. Необходимо повторить основные разделы таких курсов, как «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», чтобы осваивать новый материал более эффективно. Аспиранту необходимо активно участвовать в дискуссиях, не бояться задавать вопросы преподавателю и другим участникам.

Контроль за выполнением самостоятельной работы аспиранта производится в виде контроля каждого этапа работы, отраженного в документации, и защиты проекта.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Практические занятия проводятся в специализированном компьютерном классе. Необходимо оборудование для демонстрации презентаций: компьютер, проектор, монитор. Компьютер должен быть оснащен следующим программным обеспечением: LibreOffice или Microsoft Word, а также Microsoft PowerPoint.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»**

Направление подготовки *09.06.01 Информатика и вычислительная техника*

Профиль *«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»*

Форма подготовки (очная)

**Владивосток  
2018**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

### 3 семестр

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Виды СРС	Всего часов	Форма контроля
1.	1-5 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 1 по лекциям, решение задач	4	Собеседование
2.	6-11 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 2 по лекциям, решение задач	6	Собеседование
3.	12-17 неделя обучения	Изучение теоретического материала темы 3, 4 по лекциям, решение задач	6	Собеседование
4.	18 неделя	Подготовка к зачету	2	
5.		ВСЕГО	18	

### 4 семестр

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Виды СРС	Всего часов	Форма контроля
6.	1-9 неделя обучения	Изучение теоретического материала тем 5-7 по лекциям, решение задач	18	Собеседование
7.	10-18 неделя обучения	Изучение теоретического материала тем 8-10 по лекциям, решение задач	18	Собеседование
8.		Подготовка к экзамену	18	
1.		ВСЕГО	54	

### Рекомендации по самостоятельной работе студентов

#### Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения практического занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.

### **Методические указания по подготовке к практическим занятиям**

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен начать с изучения теоретического материала и ознакомления с планом, который отражает содержание предложенной темы. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы по теме задания, правильном выполнении лабораторной работы.

В процессе практического занятия студент должен создать требуемый документ с помощью предлагаемого программного средства и выполнить требуемые в задании операции, либо подготовить к дискуссии теоретический материал по предложенной теме.

### **Критерии оценки лабораторных(практических) работ**

- 100-86 - выполнены все задания практической (лабораторной) работы, студент четко и без ошибок ответил на все контрольные вопросы.
- 85-76 - выполнены все задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.
- 75-61 выполнены все задания практической (лабораторной) работы с замечаниями; студент ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.
- 60-50 баллов - студент не выполнил или выполнил неправильно задания практической (лабораторной) работы; студент ответил на контрольные вопросы с ошибками или не ответил на контрольные вопросы.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»**  
Направление подготовки *09.06.01 Информатика и вычислительная техника*  
Профиль *«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»*

Форма подготовки (очная/заочная)

**Владивосток**  
**2018**

## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1 Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	Знает	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики.
	Умеет	анализировать математические модели, работать в электронно-библиотечных системах
	Владеет	методами исследования прикладной математики и информатики, современными информационно-коммуникационными технологиями в области прикладной математики и информатики
ПК-4 Способность к разработке и обоснованию комплексов проблемно-ориентированных программ для компьютерного моделирования предметных областей и проведения вычислительных экспериментов	Знает	Стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий
	Умеет	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий
	Владеет	. Навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий

3 семестр					
№ п / п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Темы 1-4	ОПК-1 ПК-4	Знает	УО-1 Собеседование	Зачет, вопросы 1-12
2	Занятие 1	ОПК-1 ПК-4	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно-графическая задача	Зачет, вопросы 1-12
4 семестр					

3	Темы 5-10	ОПК-1 ПК-4	Знает	УО-1 Собеседование	Экзамен, вопросы 1-12
4	Занятие 2-3.	ОПК-1 ПК-4	Умеет Владеет	ПР-11 расчетно- графическая задача	Экзамен, вопросы 1-12

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-1 Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	знает (пороговый уровень)	методы исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики.	Сформированные представления о методах исследования процессов и явлений, составляющих содержание прикладной математики и информатики	Способность дать ответы на вопросы о существующих методах
	умеет (продвинутый)	анализировать математические модели, работать в электронно-библиотечных системах	Умение анализировать математические модели Умение работать в электронно-библиотечных системах	Способность найти нужные для решения задач методы
	владеет (высокий)	методами исследования прикладной математики и информатики, современными информационно-коммуникационным и технологиями в области прикладной математики и информатики	Успешное и систематическое применение методов исследования фундаментальной и прикладной математики Успешное и систематическое применение современных информационно-коммуникационными технологий в области математики и механики	Способность пояснить выбор методов



ПК-4 Способность к разработке и обоснованию комплексно-проблемно-ориентированных программ для компьютерного моделирования предметных областей и проведения вычислительных экспериментов	знает (пороговый уровень)	Стратегию применения программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	знание стратегий применения методов обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Способность дать ответы на вопросы
	умеет (продвинутый)	создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	Умение создавать и анализировать существующие численные алгоритмы решения дифференциальных уравнений, интерпретировать полученные результаты с применением компьютерных технологий	способность разработать или выбрать существующие численные алгоритмы
	владеет (высокий)	Навыками применения современных программных продуктов для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	Успешное и систематическое владение современными программными продуктами для обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий	способность применить программные средства для программирования численных методов

## КОМПЛЕКСЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ

### Темы рефератов, докладов, сообщений

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Лемма Дюбуа – Реймона.
2. Задача о брахистохроне: решение и обоснование.
3. Задача Больца (векторный случай). Условия трансверсальности.
4. Лемма о структуре функционала на прямом произведении пространств.
5. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.

6. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Теорема о правом обратном операторе.
7. Вторая теорема отделимости (формулировка). Теорема о нетривиальности аннулятора.
8. Лемма о замкнутости образа.
9. Теорема об аннуляторе ядра.
10. Производные по Гато, Фреше и строгая дифференцируемость. Соотношения между ними. Теорема о суперпозиции (формулировка).
11. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства.
12. Метод множителей Лагранжа для гладких конечномерных задач.
13. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна –Таккера.
14. Задачи Лагранжа и оптимального управления: основные определения. Формальный вывод принципа максимума из принципа Лагранжа.
15. Пример Больца о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия полунепрерывности снизу относительно слабой сходимости в теореме существования.
16. Пример Вейерштрасса о несуществовании решения вариационной задачи. Существенность условия секвенциальной слабой замкнутости множества ограничений в теореме существования.
17. Пример гармонического осциллятора о не существовании решения вариационной задачи. Существенность условия коэрцитивности задачи в теореме существования.

### **Вопросы для коллоквиумов**

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

**МОДУЛЬ 1. Основы теории вариационных.**

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
2. Лемма Дюбуа-Реймона.
3. Уравнение Эйлера.
4. Задача Больца.
5. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности.
6. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
7. Формулировка теоремы отделимости.
8. Лемма о нетривиальности аннулятора
9. Лемма о правом обратном.
10. Лемма о замкнутости образа.
11. Лемма об аннуляторе ядра.
12. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств.
13. Строгая дифференцируемость.

14. Теорема о суперпозиции.

МОДУЛЬ 2. Существование решений задач управления.

1. Функциональные пространства и краевые задачи.
2. Абстрактные экстремальные задачи.
3. Линейные стационарные экстремальные задачи.
4. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
5. Жесткое управление.

МОДУЛЬ 3. Система оптимальности для задач оптимального управления.

1. Принцип Лагранжа для абстрактной задачи.
2. Линейные регулярные стационарные задачи.
3. Линейные регулярные эволюционные задачи.
4. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа.
5. Задачи управления для системы Навье-Стокса.

### Комплект заданий для контрольной работы

по дисциплине «Управление системами с распределенными параметрами»

#### Вариант 1

1. Пусть  $y_1$  — решение дифференциального уравнения  $L[y] = 0$ .

Показать, что введение новой искомой функции  $u = y/y_1$  приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.

2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения  $y' = f(x, y)$ .

3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения  $y' = f(x, y)$ , соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?

4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной  $x = \varphi(t)$ , где функция  $\varphi(t)$  произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз. Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейным при преобразовании искомой функции

$$y = \alpha(x)z + \beta(x).$$

Здесь  $z$  — новая искомая функция,  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее решение уравнения  $y' + p(x)y = 0$ , если известно ненулевое частное решение  $y_1$  этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix} = 0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения  $y_1 = x$ ,  $y_2 = x^2$ .

Показать, что функции  $x$  и  $x^2$  линейно -независимы в интервале  $(-\infty, \infty)$ .

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке  $x = 0$ . Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?

9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$ .

10. Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ , необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

## Вариант 2

1. Исходя из определения производной, доказать, что

а) производная периодической дифференцируемой функции есть функция периодическая;

б) производная четной дифференцируемой функции есть функция нечетная;

в) производная нечетной дифференцируемой функции есть функция четная.

2. Доказать, что если функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x = 0$  и

$$f(0) = 0, \text{ то } f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

3. Доказать, что производная  $f'(0)$  не существует, если

$$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

4. Доказать, что производная от функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

разрывна в точке  $x = 0$ .

5. Доказать приближенную формулу

$$\sqrt{a^2 + z} \approx a + z/(2a), \quad a > 0, \quad |z| \ll a.$$

6. Что можно сказать о дифференцируемости суммы  $f(x) + g(x)$  в точке  $x = x_0$  если, в этой точке:

а) функция  $f(x)$  дифференцируема, а функция  $g(x)$  не дифференцируема;

б) обе функции  $f(x)$  и  $g(x)$  не дифференцируемы.

7. Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$  и  $f'(x_0) \neq 0$ , а функция  $g(x)$  не дифференцируема в этой точке. Доказать, что произведение  $f(x)g(x)$  является недифференцируемым в точке  $x_0$ .

8. Что можно сказать о дифференцируемости произведения  $f(x)g(x)$  в предположениях задачи?

Рассмотреть примеры:

а)  $f(x) = x, \quad g(x) = |x|, \quad x_0 = 0;$

$$f(x) = x, \quad g(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

б)  $f(x) = |x|, \quad g(x) = |x|, \quad x_0 = 0;$

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = |x| + 1, \quad x_0 = 0.$$

9. Найти  $f'(0)$ , если  $f(x) = x(x+1)\dots(x+1234567)$ .

10. Выразить дифференциал  $d^3 u$  от сложной функции  $y[u(x)]$  через производные от функции  $y(u)$  и дифференциалы от функции  $u(x)$ .

11. Пусть  $y(x)$  и  $x(y)$  дважды дифференцируемые взаимно обратные функции. Выразить  $x''$  через  $y'$  и  $y''$ .

### Вариант 3

1. Доказать, что функция  $f(x) = x - \sin x$  монотонно возрастает на отрезке: а)  $[0, 2\pi]$ ; б)  $[0, 4\pi]$  Следует ли из монотонности дифференцируемой функции монотонность ее производной?

2. Доказать теорему: если функции  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  дифференцируемы на отрезке  $[a, b]$  и  $\varphi'(x) > \psi'(x) \quad \forall x \in (a, b)$ , а  $\varphi(a) = \psi(a)$ , то  $\varphi(x) > \psi(x) \quad \forall x \in (a, b)$ .

Дать геометрическую интерпретацию теоремы.

У к а з а н и е. При доказательстве теоремы установить и использовать монотонность функции  $f(x) = \varphi(x) - \psi(x)$ .

3. Доказать неравенство  $2x/\pi < \sin x$  для трех случаев:

а)  $\forall x \in \left(0, \arccos \frac{2}{\pi}\right]$ ;

б)  $\forall x \in \left[\arccos \frac{2}{\pi}, \frac{\pi}{2}\right)$ ;

в)  $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

Дать геометрическую интерпретацию неравенства.

4. Исходя из определений минимума и максимума, доказать, что функция

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

имеет в точке  $x = 0$  минимум, а функция

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

не имеет в точке  $x = 0$  экстремума.

5. Исследовать на экстремум в точке  $x_0$  функцию  $f(x) = (x - x_0)^n \varphi(x)$ , считая, что производная  $\varphi'(x)$  не существует, но функция  $\varphi(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  и  $\varphi(x_0) \neq 0$ ,  $n$  — натуральное число.

6. Исследовать знаки максимума и минимума функции  $x^3 - 3x + q$  и выяснить условия, при которых уравнение  $x^3 - 3x + q = 0$  имеет а) три различных действительных корня; б) один действительный корень.

7. Определить «отклонение от нуля» многочлена  $p(x) = 6x^3 - 27x^2 + 36x - 14$  на отрезке  $[0, 3]$ , т. е. найти на этом отрезке наибольшее значение функции  $|p(x)|$ .

8. Установить условия существования асимптот у графика рациональной функции.

### Вариант 4

1. Считая, что функция  $\frac{\sin x}{x}$  равна 1 при  $x = 0$ , доказать, что она интегрируема на отрезке  $[0, 1]$ .

2. Какой из интегралов больше:

$$\int_0^1 \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 dx \text{ или } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx ?$$

3. Пусть  $f(t)$  – непрерывная функция, а функции  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  дифференцируемые. Доказать, что

$$\frac{d}{dx} \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(t) dt = f[\psi(x)]\psi'(x) - f[\varphi(x)]\varphi'(x).$$

4. Найти  $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2} dt$ .

5. Найти точки экстремума функции

$$f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)e^{-t^2} dt.$$

6. Пусть  $f(x)$  – непрерывная периодическая функция с периодом  $T$ . Доказать, что

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx \quad \forall a.$$

7. Доказать, что если  $f(x)$  – четная функция, то

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^+ f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^+ f(x) dx.$$

8. Доказать, что для нечетной функции  $f(x)$  справедливы равенства

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = - \int_0^+ f(x) dx \text{ и } \int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Чему равен интеграл  $\int_{-1}^{+1} \sin^2 x \ln \frac{2+x}{2-x} dx$ ?

9. При каком условии, связывающем коэффициенты  $a, b, c$  интеграл  $\int \frac{ax^2 + bx + c}{x^3(x-1)^2} dx$  является рациональной функцией?

10. При каких целых значениях  $n$  интеграл  $\int \sqrt{1+x^4} dx$  выражается элементарными функциями.

### Вариант 5

1. Пусть  $y_1$  — решение дифференциального уравнения  $L[y]=0$ . Показать, что введение новой искомой функции  $u = y/y_1$  приводит к дифференциальному уравнению, допускающему понижение порядка.

2. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки перегиба графиков решений уравнения  $y' = f(x, y)$ .

3. Написать уравнение линии, на которой могут находиться точки графиков решений уравнения  $y' = f(x, y)$ , соответствующие максимумам и минимумам. Как отличить максимум от минимума?

4. Линейное дифференциальное уравнение останется линейным при замене независимой переменной  $x = \varphi(t)$ , где функция  $\varphi(t)$  произвольная, но дифференцируемая достаточное число раз. Доказать это утверждение для линейного дифференциального уравнения второго порядка.

5. Доказать, что линейное дифференциальное уравнение остается линейным при преобразовании искомой функции  $y = \alpha(x)z + \beta(x)$ .

Здесь  $z$  — новая искомая функция,  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  — произвольные, но достаточное число раз дифференцируемые функции.

6. Составить общее решение уравнения  $y' + p(x)y = 0$ , если известно ненулевое частное решение  $y_1$  этого уравнения.

7. Показать, что произвольные дважды дифференцируемые функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  являются решениями линейного дифференциального уравнения.

$$\begin{vmatrix} y & y_1 & y_2 \\ y' & y_1' & y_2' \\ y'' & y_1'' & y_2'' \end{vmatrix} = 0.$$

8. Составить однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, имеющее решения  $y_1 = x$ ,  $y_2 = x^2$ .

Показать, что функции  $x$  и  $x^2$  линейно-независимы в интервале  $(-\infty, \infty)$ .

Убедиться в том, что определитель Вронского для этих функций равен нулю в точке  $x = 0$ . Почему это не противоречит необходимому условию линейной независимости системы решений линейного однородного дифференциального уравнения?



9. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка, если известны три линейно-независимые частные его решения  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$ .

10. Доказать, что для того чтобы любое решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами удовлетворяло условию  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$ , необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные действительные части.

### Вариант 6

1. Найти производную скалярного поля  $u = u(x, y, z)$  по направлению градиента скалярного поля  $v = v(x, y, z)$ .

2. Найти градиент скалярного поля  $u = \mathbf{C}\mathbf{r}$ , где  $\mathbf{C}$  — постоянный вектор, а  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор. Каковы поверхности уровня этого поля и как они расположены по отношению к вектору  $\mathbf{C}$ ?

3. Доказать, что если  $S$  — замкнутая кусочно-гладкая поверхность и  $\mathbf{C}$  — ненулевой постоянный вектор, то

$$\oiint_S \cos(\mathbf{n}, \mathbf{C}) dS = 0,$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор, нормальный к поверхности  $S$ .

4. Доказать формулу

$$\oiint_S \varphi \mathbf{a} \mathbf{n}^0 dS = \iiint_V (\varphi \operatorname{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \operatorname{grad} \varphi) dV,$$

где  $\varphi = \varphi(x, y, z)$ ;  $S$  — поверхность, ограничивающая объем  $V$ ;  $\mathbf{n}^0$  — орт внешней нормали к поверхности  $S$ . Установить условия применимости формулы.

5. Доказать, что если функция  $u(x, y, z)$  удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \text{ то } \oiint_S \frac{\partial u}{\partial n} dS = 0,$$

где  $\frac{\partial u}{\partial n}$  — производная по направлению нормали к кусочно-гладкой замкнутой поверхности  $S$ .

6. Доказать, что если функция  $u(x, y, z)$  является многочленом второй степени и  $S$  — кусочно-гладкая замкнутая поверхность, то интеграл

$$\oiint_S \frac{\partial u}{\partial n} dS$$

пропорционален объему, ограниченному поверхностью  $S$ .

7. Пусть  $\mathbf{a} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$ , где  $P, Q, R$  — линейные функции от  $x, y, z$  и пусть  $\Gamma$  — замкнутая кусочно-гладкая кривая, расположенная в некоторой плоскости. Доказать, что если циркуляция  $\oint_{\Gamma} \mathbf{a} d\mathbf{r}$  отлична от нуля,

то она пропорциональна площади фигуры, ограниченной контуром  $\Gamma$ .

8. Твердое тело вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной оси, проходящей через начало координат. Вектор угловой скорости  $\boldsymbol{\omega} = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$ . Определить ротор и дивергенцию поля линейных скоростей  $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega} \mathbf{r}]$  точек тела (здесь  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор).

## ЗАЧЕТНО-ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### Вопросы для подготовки к зачету (3 семестр)

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
2. Лемма Дюбуа-Реймона.
3. Уравнение Эйлера.
4. Задача Больца.
5. Уравнение Эйлера и условие трансверсальности.
6. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
7. Формулировка теоремы отделимости.
8. Лемма о нетривиальности аннулятора
9. Лемма о правом обратном.
10. Лемма о замкнутости образа.
11. Лемма об аннуляторе ядра.
12. Определение производных Гато и Фреше для отображений банаховых пространств.

### Вопросы для подготовки к экзамену (4 семестр)

1. Строгая дифференцируемость.
2. Теорема о суперпозиции.
3. Функциональные пространства и краевые задачи.
4. Абстрактные экстремальные задачи.
5. Линейные стационарные экстремальные задачи.
6. Задачи оптимального управления для линейных параболических уравнений.
7. Жесткое управление.
8. Принцип Лагранжа для абстрактной задачи.
9. Линейные регулярные стационарные задачи.
10. Линейные регулярные эволюционные задачи.
11. Оптимизация в задаче Коши для оператора Лапласа.
12. Задачи управления для системы Навье-Стокса.

## Текущий контроль

Текущий контроль предполагает систематическую проверку усвоения учебного материала, сформированности компетенций или их элементов, регулярно осуществляемую на протяжении изучения дисциплины, в соответствии с ее рабочей программой.

Состоит в проверке правильности выполнения заданий по самостоятельной работе. Задание зачтено, если нет ошибок. По текущим ошибкам даются пояснения.