



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП
Эксплуатация транспортно-
технологических машин и комплексов

_____ Старков А.В.
(подпись)

« 29 » июня 2014 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой
Механики и математического
моделирования

_____ Бочарова А.А.
(подпись)

« 07 » июля 2014 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Сопrotивление материалов

Направление подготовки **23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов**

профиль «**Автомобили и автомобильное хозяйство**»

Форма подготовки: заочная

курс 3, семестр

лекции 10 час.

практические занятия 12 час.

лабораторные работы 4 час.

в том числе с использованием МАО лек. 4 /пр. 6/ час

всего часов аудиторной нагрузки 26 час.

в том числе с использованием МАО 10 час.

самостоятельная работа 145 час.

в том числе на подготовку к экзамену 9 час.

расчётно-графические работы семестр

контрольные работы -

курсовая работа / курсовой проект 3 курс

зачет семестр

экзамен 6 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДФУ по направлению подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, утвержденного приказом ректора от 14.12.2015 № 1470

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Механики и математического моделирования, протокол № 10 от « 25 » июня 2015 г.

Заведующая кафедрой: к.ф.-м.н., профессор А.А. Бочарова

Составитель: к.т.н., доцент А.Г. Уложенко

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 2 из 270

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 3 из 270

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «Сопrotивление материалов»

Рабочая программа разработана для студентов, обучающихся по направлению подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, профиль «Автомобили и автомобильное хозяйство» и входит в базовую часть Блока 1 Дисциплины (модули) учебного плана.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 180 часов, 5 зачетных единиц. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (10 часов), лабораторные работы (4 часов), практические занятия (12 часов), самостоятельная работа студента (108 часов, в том числе 54 часа на курсовую работу и 36 часов на экзамен). Дисциплина реализуется на 3 курсе.

Дисциплина «Сопrotивление материалов» логически и содержательно связана с такими курсами как «Математика», «Физика», «Теоретическая механика».

Целью изучения дисциплины «Сопrotивление материалов» является формирование представлений о работе конструкций, об их расчётных схемах; формирование теоретических знаний и практических умений, позволяющих решать простейшие задачи расчёта стержневых систем на прочность, жёсткость и устойчивость под действием различных нагрузок.

Задачи дисциплины:

- дать студенту фундаментальные знания об основных принципах и гипотезах при расчёте элементов на прочность, жесткость и устойчивость;
- сформировать необходимые представления о напряжённо-деформированном состоянии при кручении, изгибе, растяжении-сжатии;
- познакомить студентов с методами расчёта элементов при различных видах деформаций.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 4 из 270

Для успешного изучения дисциплины «Сопротивление материалов» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции (частично ОПК-1, ОПК-2):

- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОПК-1);

- способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат (ОПК-2).

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
(ОПК-3) готовностью применять систему фундаментальных знаний (математических, естественнонаучных, инженерных и экономических) для идентификации, формулирования и решения технических и технологических проблем эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов	знает	основные законы механики; виды деформаций прямого и кривого бруса
	умеет	применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем и деталей машин
	владеет	методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской, плоско-пространственной и пространственной систем сил

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Сопротивление материалов» применяются следующие методы активного обучения: проблемное обучение, проектирование, консультирование и рейтинговый метод.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 5 из 270

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Лекционные занятия (10 часов)

Раздел I. Основные понятия. Виды деформаций. Геометрические характеристики плоских сечений (2 час.)

Тема 1. Основные понятия и определения (1 час)

Краткое содержание темы “Основные понятия сопротивления материалов”: Определение науки «Сопротивление материалов». Историческая справка. Связь курса с общепрофессиональными и специальными дисциплинами. Внешние силы и их классификация. Действие внешних сил на физические тела. Анализ реального объекта и составление расчетной модели. Основные моменты схематизации реального объекта. Допущения. Стержни, пластины и оболочки. Виды связей, замена их реакциями. Уравнения равновесия.

Внутренние силы. Напряжения, как мера внутренних сил. Деформации линейные и угловые. Связь напряжений и деформаций. Закон Гука.

Геометрические характеристики плоских сечений.

Тема 2. Геометрические характеристики плоских сечений (1 час)

Статические моменты площади сечения, центр тяжести. Осевой, полярный, центробежный моменты инерции. Осевые моменты инерции для прямоугольника, треугольника, круга. Изменение моментов инерции при параллельном переносе осей. Изменение осевых и центробежного моментов инерции при повороте координатных осей. Главные оси инерции. Главные моменты инерции. Вычисление моментов инерции сложных сечений. Графическое определение главных моментов инерции и положения главных осей инерции.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 6 из 270

Раздел II. Простые деформации (4 часа)

Тема 1. Растяжение-сжатие прямого бруса. (1 час)

Центральное растяжение и сжатие. Нормальная сила. Эпюры нормальной силы, нормального напряжения, деформации и перемещения. Допускаемые напряжения. Коэффициент запаса прочности. Условие прочности при растяжении-сжатии. Модуль продольной упругости E . Коэффициент Пуассона ν . Напряжения по наклонным площадкам при осевом растяжении, напряженное состояние при осевом растяжении. Закон парности касательных напряжений во взаимно перпендикулярных площадках. Учет собственного веса при растяжении и сжатии. Метод сечений. Основные виды задач в сопротивлении материалов: проверка прочности, подбор сечений, определение допускаемой нагрузки по разным методам. Статически неопределимые задачи. Дополнительные уравнения для раскрытия статической неопределимости.

Тема 2. Механические характеристики материалов при растяжении и сжатии (0.5 часа).

Опытное изучение механических свойств материалов при растяжении и сжатии. Диаграммы растяжения и сжатия упруго-пластических материалов. Основные механические характеристики материалов: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности. Особенности деформирования и разрушения пластических материалов при растяжении и сжатии. Пластические деформации. Понятие об истинной диаграмме растяжения и сжатия. Диаграммы растяжения и сжатия хрупких материалов. Особенности разрушения хрупких материалов.

Тема 3. Сдвиг. (0.5 часа)

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 7 из 270

Напряжения и деформации при сдвиге. Закон Гука при сдвиге, модуль сдвига G . Зависимость между E и G для изотропного материала. Расчет болтовых, заклёпочных и сварных соединений.

Тема 4. Кручение (0.5 час)

Внешние силовые факторы, вызывающие кручение прямого бруса. Эпюры крутящих моментов. Кручение прямого бруса круглого поперечного сечения. Основные допущения. Напряжения в поперечных сечениях бруса. Угол закручивания. Жесткость при кручении. Главные напряжения и главные площадки.

Виды разрушения при кручении бруса круглого поперечного сечения из различных материалов. Три вида задач при кручении: 1. Определение напряжений и проверка прочности; 2. Определение деформаций и проверка жесткости; 3. Подбор допускаемой нагрузки, действующей на вал.

Тема 5. Изгиб (1.5 часа)

Изгиб прямого бруса в плоскости главной оси. Внешние силы, вызывающие изгиб. Виды нагрузок. Опоры и опорные реакции. Внутренние усилия в поперечных сечениях бруса при изгибе; поперечные силы и изгибающие моменты. Дифференциальные зависимости между изгибающими моментами, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил. Нормальные напряжения при чистом изгибе. Основные допущения. Гипотеза Бернулли. Нормальные напряжения при поперечном изгибе. Касательные напряжения при изгибе брусьев сплошных сечений (формула Д.И.Журавского). Касательные напряжения в стенке и полках двутавра, в бруске круглого сечения. Главные напряжения при изгибе. Расчет на прочность при изгибе.

Раздел III. Определение перемещений при изгибе (0.5 часа)

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 8 из 270

Тема 1. Определение перемещений при изгибе (прогиб и угол поворота сечения) (0.5 часа)

Дифференциальное уравнение оси изогнутого бруса. Точное и приближенное выражение кривизны оси бруса. Непосредственное интегрирование дифференциального уравнения. Граничные условия. Геометрический смысл постоянных интегрирования. Метод начальных параметров. Универсальное уравнение упругой оси бруса.

Раздел III. Теории напряженно-деформированного состояния. (0.5 часа)

Тема 1. Теория напряженного состояния. (_ часа)

Виды напряженного состояния в точке. Напряжение в площадке общего положения. Понятие о тензоре напряжений. Инварианты тензора напряжений.

Главные площадки и главные напряжения. Круг напряжений. Определение нормальных и касательных напряжений по наклонным площадкам.

Тема 2. Теория деформированного состояния. (_ часа)

Деформированное состояние в точке. Объемная деформация. Закон Гука для объемного напряженного состояния. Потенциальная энергия объемной деформации. Теории прочности.

Раздел IV. Сложное сопротивление. Устойчивость сжатых стержней. (1 час)

Тема 1. Сложное сопротивление (_ часа)

Общий случай действия внешних сил на брус. Внецентренное растяжение-сжатие. Нормальные напряжения при внецентренном действии продольной силы. Ядро сечения. Нормальные напряжения при косом изгибе. Эпюра нормальных напряжений. Силовая и нейтральная линия. Наибольшие

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 9 из 270

напряжения. Подбор сечений при косом изгибе. Определение прогибов. Изгиб с кручением круглого бруса.

Тема 2. Устойчивость сжатых стержней (_ часа)

Задача Эйлера. Пределы применимости формулы Эйлера. Потеря устойчивости при напряжениях выше предела пропорциональности. Зависимость критической силы от условий закрепления стержня. Расчет сжатых стоек по коэффициенту снижения допускаемых напряжений.

Раздел V. Энергетические методы определения перемещений (1 час)

Тема 1. Интегралы Максвелла-Мора (0.5 часа)

Обобщенные силы и обобщенные перемещения. Полная потенциальная энергия деформации бруса. Теоремы взаимности работ и перемещений. Теорема Кастилиано. Интегралы Мора.

Тема 2. Способ Верещагина (0.5 часа)

Способ Верещагина.

Раздел VI. Статически неопределимые системы (1 часа)

Тема 1. Статически неопределимые системы (_ часа)

Стержневые системы: фермы и рамы. Понятие о статически неопределимых стержневых системах. Степень статической неопределимости стержневой системы. Выбор основной системы. Канонические уравнения метода сил. Использование свойств симметрии при раскрытии статической неопределимости плоской рамы. Многопролетные неразрезные статически неопределимые балки. Уравнение трех моментов. Определение перемещений в статически неопределимых системах.

Раздел VII. Динамическое действие (_ часа)

Тема 1. Динамическое действие нагрузки (_ часа)

Напряжения, возникающие вследствие поступательного движения упругого тела. Напряжения, возникающие вследствие вращательного

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 10 из 270

движения упругого тела. Напряжения, возникающие в упругом брусе при ударе. Продольный и поперечный удар по брусу. Внезапное приложение нагрузки. Удар при кручении.

Тема 2. Расчет толстостенных и тонкостенных сосудов вращения. (_ часа) Расчет толстостенных и тонкостенных сосудов вращения.

Раздел VIII. Экспериментальные методы исследования напряженно-деформированного состояния материалов и конструкций (_ час.)

Тема 1. Методы исследования машин и сооружений (_ часа)

Оптико-геометрические методы исследования конструкций. Метод хрупких тензочувствительных покрытий. Методы электро-тензоизмерений в исследовании напряженно-деформированного состояния. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Лабораторные работы (4 часа)

Лабораторная работа №1. Определение модуля упругости при растяжении (1 часа)

Лабораторная работа №2. Определение коэффициента Пуассона (1 часа)

Лабораторная работа №4. Исследование деформации статически определимой балки при изгибе (2 часа)

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 11 из 270

Практические занятия (12 часа)

Занятие 1. Геометрические характеристики плоских сечений (0.5 часа)

План занятия:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Ознакомление с приемами и последовательностью определения моментов инерции сечений произвольной формы.
3. Экспресс-опрос по пройденному материалу.

Вопросы, изучаемой темы:

1. Вычисление моментов инерции сечений сложных форм.
2. Положение главных осей инерции и главных моментов инерции

Занятие 1. Растяжение-сжатие прямого бруса (1 час)

План занятия:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Ознакомление с приемами и последовательностью построения расчетной схемы задачи с элементами, работающими на растяжение-сжатие.
3. Порядок определения внутренних усилий в стержнях статически определимой задачи.
4. Допущения и упрощения, принимаемые при решении задач на осевое растяжение-сжатие. Составление уравнения перемещений из условия совместности деформаций.
5. Порядок определения внутренних усилий в стержнях статически неопределимой задачи.
6. Экспресс-опрос по пройденному материалу.
 1. Решение задач на вычисление продольной силы бруса переменного сечения.
 2. Решение статически определимых задач.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 12 из 270

3. Решение статически неопределимых задач.
4. Вычисление напряжений при растяжении сжатии. Построение эпюр.
5. Расчет стержневых конструкций, работающих на растяжение-сжатие с учетом собственного веса

Занятие 1. Кручение стержней (1 час)

План занятия:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Ознакомление с приемами и последовательностью определения крутящего момента в сечении вала круглого поперечного сечения.
3. Расчет прочности при кручении.
3. Экспресс-опрос по пройденному материалу.
1. Кручение вала. Подбор сечения из условий прочности и жесткости.
2. Результаты решения для стержня прямоугольного сечения

Занятие 2. Изгиб стержней (1.5 часа)

План занятия:

1. Краткие теоретические сведения. Правила знаков при определении внутренних силовых факторов.
2. Ознакомление с приемами и последовательностью построения расчетной схемы, построения эпюр внутренних силовых факторов при поперечном изгибе.
3. Определение нормальных и касательных напряжений в точках поперечных сечений бруса.
4. Решение задач по определению размеров сечения бруса из условий прочности и жесткости бруса.
3. Экспресс-опрос по пройденному материалу.

Занятие 3. Определение перемещений при изгибе (1.0 часа)

План занятия:

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 13 из 270

1. Краткие теоретические сведения.
2. Определение прогиба и угла поворота сечения интегрированием основного дифференциального уравнения упругой линии бруса.
3. Метод начальных параметров.
4. Универсальные уравнения углов поворота поперечных сечений и прогибов балки.
5. Экспресс-опрос по теме занятия.

Занятие 3-4. Сложное сопротивление (2.0 часа)

План занятия:

1. Краткие теоретические сведения.
2. Внецентренное растяжение сжатие. Вычисление усилий и напряжений. Построение ядра сечения.
3. Косой и сложный изгиб.
4. Условия прочности.

Занятие 4. Устойчивость стержней (1.0 час)

План занятия:

1. Вычисление критической силы по формуле Эйлера.
2. Определение критической силы по коэффициенту снижения допускаемого напряжения.
3. Условие прочности с учётом продольного изгиба.
4. Экспресс-опрос по теме занятия.

Занятие 5. Энергетические методы определения перемещений (2.0 часа)

План занятия:

1. Краткие теоретические сведения. Интеграл Мора и способ Верещагина.
2. Определение перемещений в статически определимых системах.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 14 из 270

3. Экспресс-опрос по теме занятия.

Занятие 6. Статически-неопределимые задачи (2.0 часа)

План занятия:

1. Краткие теоретические сведения. Выбор основной системы.

Каноническое уравнение метода сил.

2. Вычисление усилий в статически-неопределимых системах.

3. Определение перемещений в статически неопределимых системах

4. Экспресс-опрос по теме занятия.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Сопротивление материалов» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 15 из 270

III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

Формы текущего и промежуточного контроля по дисциплине «Сопротивление материалов»

№ п/п	Контролируемые модули/ разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства - наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I. Основные понятия. Виды деформаций. Геометрические характеристики плоских сечений	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 1-4
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 5-8
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 9-11
2	Раздел II. Простые деформации	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 12-19
			применять полученные знания	Устный опрос	зачет Вопросы

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 16 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

			для решения задач по расчёту стержневых систем	(УО-1) Тестирование (ПР-1)	20-28
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 29-36
3	Раздел II. Определение перемещений при изгибе	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 37-40
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 37-40
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	зачет Вопросы 37-40
4	Раздел III. Теории напряженно-деформированного состояния	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 42-50
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 42-50
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 42-50

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 17 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

5	Раздел IV. Сложное сопротивление. Устойчивость сжатых стержней	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 50-58
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 50-58
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 75-78
6	Раздел V. Энергетические методы определения перемещений	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 59-66
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 59-66
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 59-66
7	Раздел VI. Статически неопределимые системы	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 68-74
			применять полученные знания для решения задач по расчёту	Устный опрос (УО-1) Тестирование	Экзамен Вопросы 68-74

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 18 из 270

			стержневых систем	е (ПР-1)	
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 68-74
8	Раздел VII. Динамическое действие	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 79-86
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 79-86
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 79-86

IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические разработки для проведения лабораторных работ

**Министерство образования и науки России
Дальневосточный федеральный университет
Инженерная школа**

Кафедра механики и математического моделирования

Методические указания и отчет по лабораторной работе № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 19 из 270

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Экспериментальное определение величины модуля упругости при растяжении E (модуля **Юнга**) и сопоставление его со справочным значением.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Многолетняя практика возведения инженерных сооружений, опыт их эксплуатации и наблюдение за поведением при различных типах внешних воздействий, в том числе и разрушающих, показал, что их перемещения в определенных пределах пропорциональны действующим нагрузкам.

Впервые указанная закономерность была высказана в 1678г. **Робертом Гуком** в книге «**О восстановительной способности или об упругости**» - первой печатной работе по упругим свойствам материалов, в виде формулировки: «**каково перемещение, такова и сила**», которая носит название **закона Гука**. Такая трактовка устанавливает соотношение между перемещением (угловым или линейным) произвольной точки A системы от внешней нагрузки в виде

$$U_A = \Delta P, \quad (1)$$

где Δ – коэффициент, зависящий от типа внешней нагрузки, района ее приложения, положения точки A , вида перемещения и рассматриваемого направления, геометрических особенностей системы и физико-механических свойств материала.

В общем случае, множество возможных сочетаний упомянутых факторов определяет и множество конкретных значений Δ . Таким образом, выражение (1) следует рассматривать как закон **Гука** для системы не очень удобный для конкретных расчетов.

Геометрические изменения системы являются проявлением деформации ее материала, интенсивность которых определяет прочность системы в целом. Современная трактовка закона **Гука** принадлежит **Огюстену Коши**, который свел его в точку, установив для материала в ней соотношение

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (2)$$

где σ – нормальное напряжение,

ε – относительная линейная деформация,

E – модуль упругости при растяжении (модуль **Юнга**).

Соотношение (2) уже не связано с конкретными особенностями системы и отражает свойства только самого материала. Тем самым прочность системы в целом стала определяться прочностью ее материала в точке.

Линейные соотношения типа (1) между внешней нагрузкой и перемещениями для конкретных систем, которые обычно используются в инженерной практике расчетов, могут быть получены на основании выражения (2).

В общем случае закон **Гука** является линейной идеализацией начального участка зависимости $\sigma = f(\varepsilon)$. Для некоторых материалов, таких, например, как сталь, эта идеализация обладает высокой степенью точности, однако, для таких, как чугун, строительные материалы, композиты она является довольно грубым приближением.

Наиболее наглядно закон **Гука** проявляется при растяжении прямых стержней постоянного поперечного сечения, на которых и проводится определение основных механических характеристик материалов.

Впервые понятие о модуле упругости ввел в 1820г **Томас Юнг**, который вычислил его для стали, определяя частоту колебаний камертона.

Для наиболее распространенных материалов E имеет следующие значения (**МПа**)

Сталь.....(2,0-2,1) 10^5

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 20 из 270

Медь..... $1,2 \cdot 10^5$
 Аллюминиево-магниевые сплавы..... $(0,7-0,8) \cdot 10^5$
 Дерево (вдоль волокон)..... $(0,08-0,12) \cdot 10^5$
 Известняк, гранит..... $(0,4-0,5) \cdot 10^5$

ОПИСАНИЕ НАЛАДКИ

Схема наладки для проведения лабораторной работы приведена на **рис.1**.

На силовой плите (1) лабораторного стола установлены две опорные стойки (2) и (3), закрепленные болтами в Т-образном пазе силовой плиты. В отверстии опорной стойки (3) зафиксирована неподвижная шарнирная ось (4), на конце которой закреплен датчик усилий ДУ (5) до 5,0кН с соединительной вилкой (6).

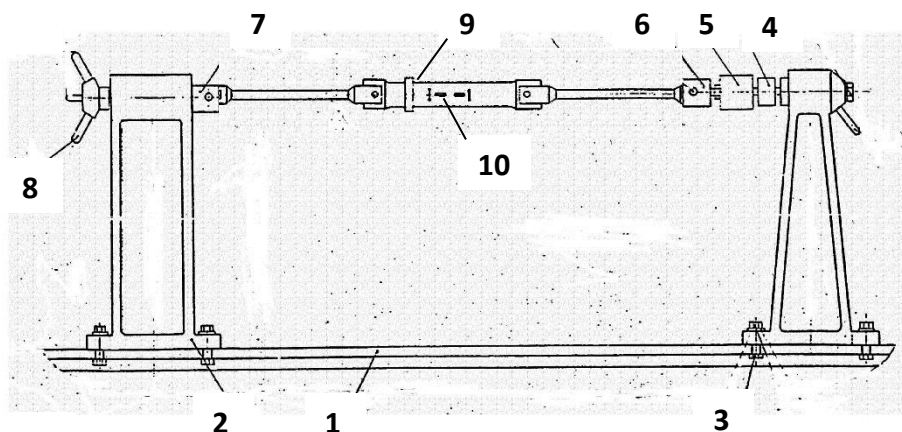


Рис.1 Схема наладки для лабораторной работы

В отверстии опорной стойки (2) установлена подвижная шарнирная ось (7), продольное перемещение которой создается нагрузочным штурвалом (8). Испытуемый образец (9) закреплен в вилке (6) и на оси (7) специальными штифтами.

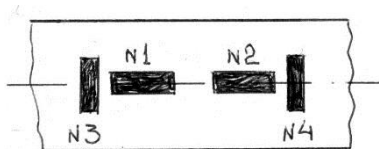


Рис.2 Расположение тензорезисторов

На поверхности испытуемого образца наклеены четыре тензорезистора (**рис.2**), из которых №1 и №2 измеряют продольные деформации, а №3 и №4 - поперечные.

Нагружение образца производится вращением штурвала (8). Величина растягивающей силы контролируется блоком измерителя силы (ИС), а показания тензорезисторов – блоком измерителя деформаций (ИД).

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Для устранения зазоров в собранной наладке произвести предварительное нагружение испытуемого образца. Снять начальные (n_0) показания ИД для тензорезисторов №1 и №2 и занести их в журнал измерений.

2. Произвести последовательное нагружение образца дополнительными усилиями в 1кН, 2кН и 3кН, контролируя их значение по показаниям ИС. Показания тензорезисторов регистрировать по ИД для каждого этапа нагружения, занося их в журнал измерений.

3. Для каждого тензорезистора построить график $P_i - n_i$ и аппроксимировать его прямой линией.

4. Определить среднее приращение показаний ИД для ступени нагружения ($\Delta P = 1кН$) для каждого тензорезистора в отдельности Δn_i и среднее $\Delta n_{ср}$ для обоих вместе.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 21 из 270

5. Определить среднее приращение относительной линейной деформации для ступени нагружения ($\Delta P = 1 \text{ кН}$) по формуле

$$\Delta \epsilon_{\text{прод}} = K_{\text{ИД}} \Delta n_{\text{СР}},$$

где $K_{\text{ИД}} = 10^{-6}$ - цена единицы измерения ИД в единицах относительной деформации.

6. Определить модуль нормальной упругости по формуле

$$E = \Delta P / F \Delta \epsilon_{\text{прод}},$$

где F – площадь поперечного сечения образца (ширина 30мм, толщина 2мм).

7. Сравнить полученный результат со справочными значениями модуля Юнга.

8. Составить отчет по лабораторной работе.

9. Защитить лабораторную работу.

Журнал экспериментальных измерений и их обработки

Растягивающее усилие, кН	Показания ИД	
	Резистор №1	Резистор №2
	n_1	n_2
0		
1		
2		
3		
Среднее приращение показаний ИД на ступень нагружения, Δn_i		
Среднее приращение показаний ИД на ступень нагружения для обоих тензорезисторов $\Delta n_{\text{СР}}$		

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое нормальные напряжения?
2. По какой формуле нормальные напряжения рассчитываются для поперечного сечения растянутого образца?
3. В каких единицах измеряются нормальные напряжения в системе СИ?
4. Что такое относительная линейная деформация?
5. По какой формуле относительная линейная деформация рассчитывается для растянутого образца?
6. В каких единицах измеряются относительные линейные деформации?
7. Напишите закон Гука «для точки».
8. В чем разница закона Гука «для точки» и системы?
9. Какой ученый свел закон Гука в точку?
10. Почему прочность системы определяется прочностью «в точке»?
11. Что такое модуль упругости при растяжении?
12. В каких единицах измеряется модуль Юнга
13. Чему модуль E равен для стали (меди, алюминиево-магниевого сплава, гранита, дерева)?
14. Почему закон Гука считается условно линейным?
15. Для каких материалов закон Гука имеет наименьшее отклонение от линейности,

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 22 из 270

для каких наибольшее и почему?

16. Что такое тензорезистор и в чем принцип его работы?

БИОГРАФИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Гук Роберт (1635-1703) английский физик, секретарь Лондонского королевского общества, профессор Лондонского университета, куратор экспериментаторов Лондонского королевского общества. Научные работы относятся к теплоте, оптике, небесной механике.

Коши Огюстен Луи (1789-1857) французский математик, член Парижской академии наук. Научные работы относятся к математике, математической физике, теории упругости, оптике.

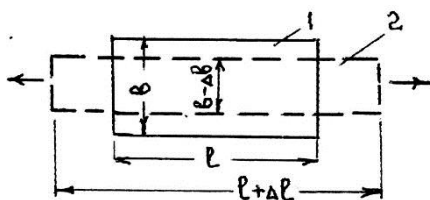


Рис.1 Деформация стержня при растяжении

1 – размеры стержня до нагружения; 2 – размеры

Юнг Томас (1773-1829) английский физик, астроном и врач, профессор Королевского института (Лондон). Научные работы относятся к физике, химии, астрономии, геофизике, механике, оптике, философии и медицине.

**Министерство образования и науки России
Дальневосточный федеральный университет
Инженерная школа**

Кафедра механики и математического моделирования

Методические указания и отчет по лабораторной работе № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Экспериментальное определение величины коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона) и сопоставление его со справочным значением.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При одноосном растяжении (сжатии) стержень деформируется как в продольном, так и в поперечном направлении. Наблюдения показывают, что при растяжении удлинение стержня в осевом направлении сопровождается уменьшением его поперечных размеров (**рис.1**) и наоборот при сжатии.

Установлено, что в пределах выполнения закона Гука поперечная относительная деформация

$$\varepsilon_{\text{поп}} = \Delta b / b \quad (1)$$

пропорциональна продольной

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \Delta l / l, \quad (2)$$

их соотношение постоянно и определяется коэффициентом Пуассона

$$\mu = |\varepsilon_{\text{поп}} / \varepsilon_{\text{пр}}|. \quad (3)$$

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 23 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Значение μ в формуле (3) принимается по абсолютной величине, поскольку $\epsilon_{\text{поп}}$ и $\epsilon_{\text{пр}}$ при растяжении и сжатии противоположны по знаку.

Полученные из многочисленных экспериментов, статистическая оценка величины коэффициента Пуассона для стали равна **0,25-0,30**, для алюминиево-магниевого сплава – **0,31-0,36** и одинаковы как при растяжении, так и при сжатии в пределах справедливости закона Гука. Для изотропных материалов коэффициент Пуассона является одной из наиболее важных механических характеристик, статистическая величина которого для широкого круга различных металлов при расчетах принимается равной **0,30**.

ОПИСАНИЕ НАЛАДКИ

Схема наладки для проведения лабораторной работы приведена на **рис.2**.

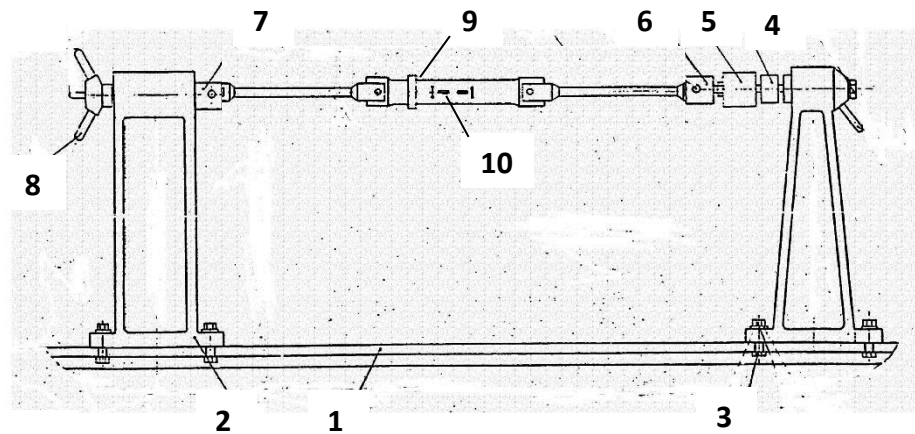


Рис.2 Схема наладки для лабораторной работы

На силовой плите (1) лабораторного стола установлены две опорные стойки (2) и (3), закрепленные болтами в Т-образном пазе силовой плиты. В отверстии опорной стойки (3) зафиксирована неподвижная шарнирная ось (4), на конце которой закреплен датчик усилий ДУ (5) до 5,0кН с соединительной вилкой (6).

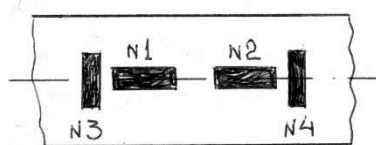


Рис.3 Расположение тензорезисторов

В отверстии опорной стойки (2) установлена подвижная шарнирная ось (7), продольное перемещение которой создается нагрузочным штурвалом (8). Испытуемый образец (9) закреплен в вилке (6) и на оси (7) специальными штифтами.

На поверхности испытуемого образца наклеены четыре тензорезистора (**рис.3**), из которых №1 и №2 измеряют продольные деформации, а №3 и №4 – поперечные.

Нагружение образца производится вращением штурвала (8). Величина растягивающей силы контролируется блоком измерителя силы (ИС), а показания тензорезисторов – блоком измерителя деформаций (ИД).

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Для устранения зазоров в собранной наладке произвести предварительное нагружение испытуемого образца. Снять начальные показания ИД для продольных (№1, №2) и поперечных (№3, №4) тензорезисторов и занести их в журнал измерений.

2. Произвести последовательное нагружение образца дополнительными усилиями

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 24 из 270

1кН, 2кН и 3кН, контролируя их значение по показаниям ИС. Показания тензорезисторов регистрировать по ИД для каждого усилия, занося их в журнал измерений.

3. Определить средние приращения показаний ИД для ступени нагружения ($\Delta P = 1\text{кН}$) для каждого тензорезистора в отдельности и попарно для продольных и поперечных тензорезисторов ($\Delta n_{\text{пр}}$ и $\Delta n_{\text{поп}}$).

4. Определить средние приращения продольных и поперечных относительных деформаций, соответствующих приращениям усилия $\Delta P = 1\text{кН}$ по формулам

$$\Delta \varepsilon_{\text{пр}} = K_{\text{ИД}} \Delta n_{\text{пр}},$$

$$\Delta \varepsilon_{\text{поп}} = K_{\text{ИД}} \Delta n_{\text{поп}},$$

где $K_{\text{ИД}} = 10^{-6}$ - цена единицы измерения ИД в единицах относительной деформации.

5. Определить коэффициент Пуассона по формуле

$$\mu_i = |\Delta \varepsilon_{\text{поп}} / \Delta \varepsilon_{\text{пр}}|,$$

6. Сопоставить полученное значение со справочным.

7. Составить отчет по лабораторной работе.

8. Защитить лабораторную работу.

Журнал экспериментальных измерений и их обработки

Растягивающее усилие, кН			0	1	2	3	Средние по тензорезисторам и группам	
Тензорезисторы	(№1 и №2)	n ₁						
		n ₂						
	(№3 и №4)	n ₃						
		n ₄						

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие свойства материала характеризует коэффициент Пуассона?
2. Чему равен коэффициент Пуассона для стали (дюралья)?
3. Что такое коэффициент Пуассона?
4. Как зависит коэффициент Пуассона от величины и знака нагрузки?
5. Какая деформация при растяжении больше по абсолютной величине – продольная или поперечная?
6. В каких единицах измеряются коэффициент Пуассона?
7. Как зависит коэффициент Пуассона от напряжения?
8. Как определяется коэффициент Пуассона?
9. Каким символом обозначается коэффициент Пуассона?

БИОГРАФИЧЕСКАЯ СПРАВКА

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 25 из 270

Гук Роберт (1635-1703) английский физик, секретарь Лондонского королевского общества, профессор Лондонского университета, куратор экспериментаторов Лондонского королевского общества. Научные работы относятся к теплоте, оптике, небесной механике.

Пуассон Симон Анри (1781-1840) французский механик, физик, математик, член Парижской и Петербургской академий наук, профессор Политехнической школы и Парижского университета. Научные работы относятся к теоретической и небесной механикам, математике, математической физике, баллистике, теории упругости и гидромеханике.

**Министерство образования и науки России
Дальневосточный федеральный университет
Инженерная школа**

Кафедра механики и математического моделирования

Методические указания и отчет по лабораторной работе № 4

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ
БАЛКИ ПРИ ИЗГИБЕ**

ЦЕЛЬ РАБОТЫ. Экспериментальное определение прогиба произвольного сечения и углов поворота опорных сечений статически определимой свободноопертой балки и сравнение их с теоретически рассчитанными значениями.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для элементов конструкций и механизмов расчет деформаций (линейных и угловых) во многих случаях является не менее важным, чем расчет на прочность. Особенное значение это имеет в тех случаях, когда конструктивные элементы являются сопрягаемыми:

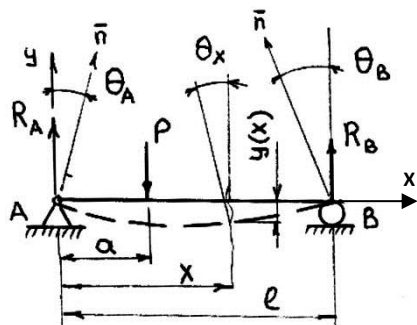


Рис.1. Схема деформации балки при изгибе

чрезмерные деформации судового корпуса могут привести к нарушению герметичности люковых закрытий;

значительные прогибы валов редуктора - к недопустимым перекосам зубчатых зацеплений и т.п.

Теория расчета балок на изгиб основывается на ряде допущений, которые приводят к существенному упрощению расчетных формул при сохранении нормативной точности результатов:

линейные перемещения малы по сравнению с пролетами балки;

перемещения вдоль продольной оси пренебрежимо малы; справедлива гипотеза плоских сечений и ряд других.

Деформация балки при изгибе характеризуется для каждого сечения с координатой x двумя параметрами (**рис.1**):

прогибом – вертикальным перемещением нейтральной оси в плоскости изгиба $y(x)$;

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 26 из 270

углом поворота – углом наклона нормали к нейтральной оси $\Theta(x)$, которые связаны между собой дифференциальным соотношением

$$\Theta(x) = y'(x) = \frac{dy(x)}{dx}. \quad (1)$$

Деформации однопролетных балок обычно рассчитываются по методу начальных параметров, в соответствии с которым при нагружении балки *только сосредоточенными силами* прогибы и углы поворота сечения определяются как

$$y(x) = y(0) + y'(0)x + \sum_i \parallel_{x>a_i} \frac{P_i(x - a_i)^3}{6EJ}, \quad (2)$$

$$y'(x) = y'(0) + \sum_i \parallel_{x>a_i} \frac{P_i(x - a_i)^2}{2EJ}, \quad (3)$$

где $y(0)$, $y'(0)$ - прогиб и угол поворота крайнего левого конца балки ($x = 0$), определяемые из условий закрепления балки на опорах;

x – текущая координата;

P_i - сосредоточенные активные и реактивные силы, приложенные в точках a_i ;

$\parallel_{x>a_i}$ - условный символ, показывающий, что соответствующую силу следует учитывать только в том случае, когда текущая координата x больше координаты приложения силы a_i .

Для исследуемой балки прогиб в сечении с текущей координатой x определяется как

$$y(x) = y'(0)x + \frac{R_A x^3}{6EJ} - \parallel_{x>b} \frac{P(x - b)^3}{6EJ}, \quad (4)$$

а угол поворота

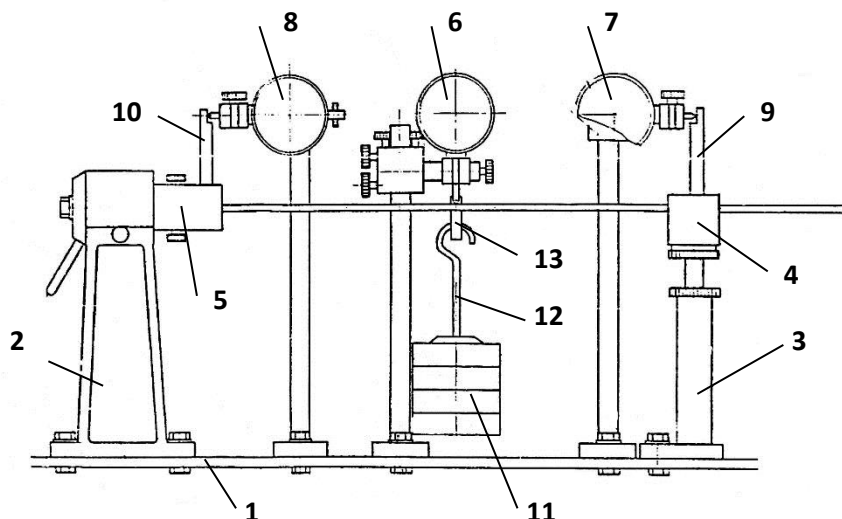
$$y'(x) = y'(0) + \frac{R_A x^2}{2EJ} - \parallel_{x>b} \frac{P(x - b)^2}{2EJ}. \quad (5)$$

Для исследуемой балки граничные условия на опорах $x = 0$, $y(0) = 0$; и $x = l$, $y(l) = 0$.

ОПИСАНИЕ НАЛАДКИ

Схема

наладки для проведения лабораторной работы приведена на рис.2.



ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 27 из 270

Рис.2 Схема наладки для лабораторной работы

На силовой плите (1) лабораторного стола установлены, закрепленные болтами в Т-образном пазе силовой плиты, неподвижная (2) и опорная (3) стойки, на которых смонтирована исследуемая модель (4) – тонкостенный ступенчатый стержень, у которого часть меньшего диаметра стальная,

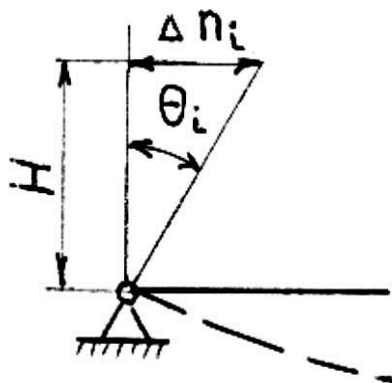


Рис.3. Схема определения угла поворота опорного сечения

Наладка состоит из двух опорных стоек (2) и (3), закрепленных в Т-образном пазе силовой плиты болтами. В стойках закреплены подшипниковые узлы (4) и (5) исследуемой балки, которые позволяют ей свободно поворачиваться на опорах.

В заданном месте измерения прогиба на плите стола закреплена стойка (6) с индикатором часового типа ИЧ.

В районе опор установлены индикаторные стойки (7) и (8) с индикаторами ИЧ, измерительные штифты которых упираются в опорные пятки стержней (9) и (10), жестко соединенные с исследуемой балкой. Углы поворота опорных сечений определяются по показаниям ИЧ, как это указано на рис.3

$$\Theta_i = \Delta n_i / H, \quad (6)$$

где $H = 100\text{мм}$.

Нагружение образца сосредоточенной силой производится грузами (11) через подвес (12) и серьгу (13).

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Вывести индикаторы измерения прогиба и углов поворота на ноль.
2. Произвести последовательное нагружение балки грузами 10Н, 20Н, 30Н и 40Н, регистрируя для каждой ступени нагружения ($\Delta P = 10\text{Н}$) показания индикаторов в журнале измерений.
3. Для заданной схемы балки по формулам (4)–(5) рассчитать угол поворота заданного опорного сечения, прогиб в заданной точке и сопоставить их с определенными экспериментально.
4. Составить отчет по лабораторной работе.
5. Защитить лабораторную работу.

Журнал экспериментальных измерений и их обработки

Точки измерений	Показания индикаторов, мм					
	Нагрузка, Н					
	0	10	20	30	40	Среднее на ступень нагружения

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 28 из 270

ИЧ на опоре А	0					
ИЧ на опоре В	0					
ИЧ в точке измерения прогиба	0					
Величины измеренных параметров деформаций балки						
	Среднее на ступень нагружения					
	Эксперимент			Расчет		
	Угол поворота на опоре А, рад			Угол поворота на опоре В, рад		
Угол поворота на опоре В, рад			Прогиб в точке измерения, мм			
Параметры расчетной схемы (задаются преподавателем): $a =$ см; $x =$ см. Расстояние между опорами: $l = 50$ см. Размеры поперечного сечения балки: $B = 30$ мм; $H = 5$ мм. Модуль нормальной упругости материала балки $E = 2 \cdot 10^5$ МПа (сталь). Примечание: опора, на которой определяется угол поворота, задается преподавателем.						

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит смысл гипотезы плоских сечений?
2. Какие балки называются статически определимыми?
3. Что такое «изгибная жесткость» балки?
4. Что такое «прогиб» изогнутой балки?
5. Что такое «угол поворота» поперечного сечения балки?
6. Каким математическим соотношением связаны между собой прогиб и угол поворота сечения балки при изгибе?
7. Напишите уравнение начальных параметров для определения прогибов расчетной модели исследуемой балки.
8. Напишите уравнение начальных параметров для определения углов поворота расчетной модели исследуемой балки.
9. Как определяются $y(0)$ и $y'(0)$ для расчетной модели балки?

Основная литература

1. Гафаров Р.Х. Сопrotивление материалов: конспект лекций / Р.Х. Гафаров; Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. - Уфа: УГАТУ, 2009. - 220 с. Режим доступа:
<http://window.edu.ru/resource/978/75978/files/SopromatGafarov.pdf>
2. Гребенюк Г.И., Валиев Ф.С. Сопrotивление материалов: основы теории и примеры решения задач: Учебное пособие. Ч.2. - Новосибирск: НГАСУ, 2006. - 132 с.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 29 из 270

Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/764/37764/files/sibstrin11.pdf>

3. Дарков А.В. Сопrotивление материалов. Изд. 5-е, перераб. и доп. / Репринт. воспр. изд. 1989 г.– М.: Высшая школа, 2014. – 624 с.

4. Миролюбов И.Н. и др. Пособие по решению задач по сопrotивлению материалов : учебное пособие для технических вузов. – М.: Высшая школа, 2007. – 399 с.

5. Подскребко, М.Д. Сопrotивление материалов [Электронный ресурс] : учебник / М.Д. Подскребко. - Минск: Выш. шк., 2007. - 797 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=505146>

6. Подскребко, М.Д. Сопrotивление материалов. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] : учеб. пос. / М.Д. Подскребко. - Минск: Выш. шк., 2009. - 688 с.

Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=505283>

7. Сопrotивление материалов: Учебник / В.А. Волосухин, В.Б. Логвинов, С.И. Евтушенко. - 5-е изд. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 543 с.

Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=390023>

8. Сопrotивление материалов : учебник для вузов / А. М. Михайлов. – М: Академия. 2009 г. - 447 с.

9. Сопrotивление материалов (с основами строительной механики): Учебник / Г.С. Варданян, Н.М. Атаров, А.А. Горшков. - М.: ИНФРА-М, 2011. - 480 с.

Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=236670>

10. Феодосьев В.И. Сопrotивление материалов: Учебник для студентов высш. техн. учеб. зав./ Феодосьев В.И. – 10-е изд.,

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 30 из 270

перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 588 с.

11. Сборник задач по сопротивлению материалов: учебное пособие для втузов / [Н. М. Беляев, Л. А. Белявский, Я. И. Кипнис и др.]; под ред. В. К. Качурина .М. : Наука, 1972

Дополнительная литература

1. Сопротивление материалов : [учебное пособие для вузов] / Н. М. Беляев. Изд. 15-е, перераб. / Репринт. воспр. изд. 1976 г. – М.: Альянс, 2014. – 607 с.

2. Сопротивление материалов : учебное пособие для вузов по машиностроительным направлениям подготовки / Н. А. Эрдеди, А. А. Эрдеди. – М.: КноРус, 2012. – 157 с.

3. Сопротивление материалов: Сборник задач с решениями: Учебное пособие / С.И. Евтушенко, Т.А. Дукмасова, Н.А. Вильбицкая. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 210 с.

Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=390026>

4. Сопротивление материалов в примерах и задачах: Учебное пособие / Н.М. Атаров. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 407 с.

Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=191566>

5. Сопротивление материалов с осн. теории упругости и пластич.: Учеб. / Г.С.Варданян, В.И.Андреев и др.; Под ред. Г.С.Варданяна, Н.М.Атарова - 2 изд., испр. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2011. - 638 с.

Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=256769>

6. Уложенко А.Г. Сопротивление материалов: сборник заданий для курсового проектирования [Электронный ресурс]/Инженерная школа ДВФУ.-Электрон. дан.- Владивосток: Дальневост.федерал.ун-т 2014. [148с.].-1CD-ROM.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 31 из 270

<http://elib.dvfu.ru/vital/access/manager/Repository/fefu:1698>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети

«Интернет»

1. Научная электронная библиотека НЭБ

<http://elibrary.ru/querybox.asp?scope=newquery>

2. Электронно-библиотечная система издательства «Лань»

<http://e.lanbook.com/>

3. ЭБС «Консультант студента»

<http://www.studentlibrary.ru/>

4. ЭБС znanium.com НИЦ «ИНФРА-М»

<http://znanium.com/>

5. Научная библиотека ДВФУ публичный онлайн каталог

<http://lib.dvfu.ru:8080/search/query?theme=FEFU>

6. Информационная система ЕДИНОЕ ОКНО доступа к образовательным ресурсам

<http://window.edu.ru/resource>

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

Лекции по сопротивлению материалов проводятся в мультимедийных аудиториях, оснащенных соответствующим современным мультимедийным оборудованием, перечисленным в разделе VII.

Часть практических занятий проводятся в компьютерном классе Инженерной школы (аудитория Е709, Е708). Компьютеры для осуществления образовательного процесса оснащены стандартным пакетом программ Microsoft office.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 32 из 270

В процессе изучения дисциплины «Сопротивление материалов» студенты активно используют следующие прикладные программные документы:

AUTOCAD –автоматизированная система проектирования;

Кроме того применяются такие современные информационные технологии, как электронная почта, интернет. Также используются такие ресурсы, как база данных библиотеки ДВФУ и база данных научно-учебных изданий инженерной школы ДВФУ.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Сопротивление материалов» структурирована по принципу «От частного к общему». Такой подход в учебном процессе позволяет последовательно систематизировать знания студента, что способствует лучшему усвоению дисциплины.

В начале курса студентами изучаются вопросы, касающиеся основных понятий науки о прочности конструкций: создание расчетной схемы и методика вычисления внутренних усилий. Изучаются статически определимые системы, подробно рассматривается порядок расчёта таких систем. На практических занятиях решаются задачи такого типа. На тестовых занятиях студентам предлагается самостоятельно решить поставленную задачу – вычислить опорные реакции, усилия в шарнирах и построить эпюры внутренних усилий.

Во втором семестре студенты изучают сложные и статически неопределимые системы, методы их расчёта. Подробно рассматриваются примеры расчёта элементов конструкций. Изучаются приемы приведения

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 33 из 270

внешних сил к центру тяжести сечения и выяснения характера действующих внутренних сил. В ходе выполнения задач, входящих в состав курсовой работы, студенты закрепляют теоретические знания путем решения прикладных задач.

В процессе изучения материала учебного курса предполагаются разнообразные формы работ: лекции, практические занятия, курсовая работа, самостоятельная работа.

Лекции проводятся как в виде презентации, так и традиционным способом. В них освещаются вопросы, соответствующие тематике лекций (раздел I). Цель лекционного курса – дать знания студентам в области расчёта строительных конструкций, заложить научные и методологические основы для самостоятельной работы студентов, пробудить в них интерес к будущей профессии.

Рекомендации по работе с литературой: прослушанный материал лекции студент должен проработать, систематизировать, полученные знания получить практические навыки постановки и решения задач. Для этого в процессе освоения теоретического материала дисциплины студенту необходимо вести конспект лекций и добавлять к лекционному материалу информацию, полученную из рекомендуемой литературы или интернет источников.

Конспект лекций рекомендуется начинать с плана излагаемого материала, чтобы для себя структурировать соответствующую тему лекции. Конспект не должен быть дословным. Желательно записывать лекционный материал кратко, только самое существенное. Рекомендовано использовать поля для заметок или вопросов, которые студент не понял во время лекции, для того, чтобы их уточнить у преподавателя, но предварительно попытавшись найти ответ самостоятельно.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 34 из 270

К лекциям необходимо готовиться. Для этого студент должен просмотреть материал будущей лекции заранее, отметить для себя наиболее сложные или непонятные материалы лекции, с тем, чтобы задать во время лекции соответствующие вопросы преподавателю. Такой подход позволит легче и более детально усвоить изучаемую дисциплину.

Практические занятия нацелены на закрепление лекционного материала. К ним студент должен готовиться заранее самостоятельно, изучив план занятия, соответствующую тему лекции, рекомендованную преподавателем литературу и вопросы для подготовки. Проведение практического занятия в аудитории начинается с устного опроса, такой подход вынуждает студента систематически заниматься, не давая себе послаблений, а преподаватель имеет возможность оценить готовность студента к выполнению поставленных задач в соответствующей практической работе, а самому студенту подойти ответственно к подготовке к занятию, что способствует лучшему усвоению изучаемого материала.

Для выполнения курсовой работы преподаватель должен выдать студенту задание. В задании изложена тема курсовой работы, основные этапы выполнения курсовой работы, даты выдачи и защиты. Чтобы выполнить работу, студент должен изучить соответствующий лекционный материал, необходимую литературу, оформить работу в соответствии с требованиями ДВФУ и защитить ее. В процессе выполнения курсовой работы преподаватель проводит обязательные консультации для студентов, как в соответствующей аудитории, так и в режиме переписки по электронной почте.

Материал по выполнению курсовой работы приведен в разделе «Дополнительные материалы» настоящего РПУД.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 35 из 270

Внеаудиторная самостоятельная работа нацелена на углубление и закрепление знаний студентов по данной дисциплине. Самостоятельная работа опирается на лекционный материал, материал практических занятий, курсовой работы, кроме того дополнительно студент должен изучать соответствующую литературу по дисциплине «Сопrotивление материалов», рекомендованную преподавателем. Вид самостоятельной работы: подготовка к лекциям, к практическим занятиям и выполнение курсовой работы.

Рекомендации по подготовке к зачёту и экзамену: по данной дисциплине предусмотрен зачёт (3 семестр) и экзамен (4 семестр).

На зачётной неделе и в период сессии необходимо иметь полный конспект лекций и проработанные практические занятия. Перечень вопросов к зачёту и экзамену помещён в фонде оценочных средств. Готовиться к сдаче зачёта лучше систематически: прослушивая очередную лекцию, проработав очередное практическое занятие, выполнив и защитив индивидуальные задания.

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лабораторные работы

Лабораторные работы выполняются на учебном оборудовании

1. Лабораторно-испытательный стенд СМ-1.

Студенты пользуются собственными персональными компьютерами и студенты, обучающиеся по направлению 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, имеют возможность

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 36 из 270

пользоваться современными компьютерами, где установлены соответствующие пакеты прикладных программ, в аудиториях E708, E709 и E826 Инженерной школы.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 37 из 270

ПРИЛОЖЕНИЕ 1



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
 высшего профессионального образования
 «Дальневосточный федеральный университет»
 (ДФУ)

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
 РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**
 по дисциплине «Сопротивление материалов»
 Направление подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-
 технологических машин и комплексов
 профиль «Автомобили и автомобильное хозяйство»
 Форма подготовки: заочная

Владивосток

2015

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 38 из 270

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	В течение семестра	Работа с теоретическим материалом	27 час	УО-1, ПР-1
2	июнь	Подготовка к экзамену	27 час	экзамен
3	В течение семестра	Работа с теоретическим материалом	18 час	УО-1, ПР-1
3	декабрь	Подготовка к зачёту	18 час	зачёт

Перечень самостоятельной работы студентов.

Наименование самостоятельной работы	Часы на сам. работу	Методическое обеспечение или рекомендуемые информационные источники	Вид отчетности
РПЗ-1 «Геометрические характеристики плоских сечений»	4	Уложенко А.Г. Сопротивление материалов: сборник заданий для курсового проектирования [Электронный ресурс] / Инженерная школа ДВФУ. - Электрон. дан. - Владивосток: Дальневост. Федерал. ун-т, 2014. [148с.]. - 1CD-ROM.	Защита задания №1
РПЗ-2 «Осевое растяжение и сжатие. Статически определимая и неопределимая задачи»	6		Защита задания №2
РПЗ-3 «Расчет прочности бруса при поперечном изгибе»	5		Защита задания №3
1 часть курсовой работы. Неразрезная балка. Уравнение трех моментов	6	Уложенко А.Г. Сопротивление материалов: сборник заданий для курсового	Защита курсовой
2 часть курсовой работы. Статически неопределимая плоская рама	6		
3 часть курсовой работы. Расчет ломаного бруса на			

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 39 из 270

сложное сопротивление	4	проектирования[Электронный ресурс]/Инженерная школа ДВФУ.- Электрон. дан.- Владивосток: Дальневост. Федерал. ун-т, 2014.[148с.]- 1CD-ROM.	работы
4 часть курсовой работы. Внецентренное сжатие колонны	4		
5 часть курсовой работы. Устойчивость сжатой стойки	4		
6 часть курсовой работы. Расчеты на действие ударной нагрузки.	2		

Контрольно-измерительные материалы по дисциплине представлены, экзаменационными вопросами и тестовыми материалами, предусмотренными РПУД в качестве промежуточной аттестации контроля освоения теоретической и практической составляющих дисциплины. Итоговая аттестация проходит в виде, согласно учебному плану, экзамена.

1.Задания для Экспресс-опроса

По теме “Геометрические характеристики плоских сечений”

1. Что называют поперечным сечением бруса?
2. Что называют центром тяжести сечения?
3. Что называют центральными осями сечения?
4. Что называют главными осями сечения?
5. Что называют Статическим моментом сечения?
6. Собственный момент инерции сечения
7. Центробежный момент инерции сечения
8. Переносный момент инерции сечения
9. Фигура состоит из двух частей. Где находится общий центр тяжести?
10. Формула полярного момента инерции круга
11. Связь осевых моментов инерции с полярным
12. Когда главные оси можно найти без вычислений?
13. Когда центр тяжести фигуры можно найти без расчета?
14. Сколько главных центральных осей в равностороннем треугольнике?

По теме “Порядок построения расчетной схемы для реального объекта”

1. Сколько расчетных схем можно составить для реального объекта?
2. Для чего рассматривают несколько расчетных схем одного объекта?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 40 из 270

3. Какие параметры объекта подлежат схематизации?
4. Что понимается под сплошностью?
5. Абсолютная упругость?
6. Что понимается под изотропностью?
7. Когда распределенная нагрузка может приниматься как сосредоточенная сила?
8. Брус
9. Ось бруса?
10. Какой брус можно назвать прямым?
11. Какая оболочка называется плоской?

По теме “Механические характеристики материалов”

1. Физический смысл модуля Юнга
2. Свойства материала с коэффициентом Пуассона равным 0.5
3. Что такое предел пропорциональности?
4. Предел текучести
5. Площадка текучести
6. Участок упрочнения
7. Предел упругости
8. Условность предела временного сопротивления
9. Почему образец разрушается при нагрузке меньшей чем смог выдержать
10. Как с увеличением углерода в сплаве стали меняется диаграмма растяжения
11. Геометрический смысл модуля Юнга
12. Напряжение в точке
13. Что показывает эпюра внутренней силы?
14. Когда напряженное состояние в точке считается известным?

По теме “Внутренние силы”

1. Что такое Сила?
2. Внутренняя сила
3. Когда в теле нет внутренних сил?
4. Статическое действие силы
5. Что означает равновесие сил?
6. Главный вектор внутренних сил
7. Главный момент внутренних сил
8. Сколько внутренних силовых факторов можно найти в сечении?
9. Принцип разложения на проекции главного вектора

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 41 из 270

10. Перечислить внутренние силовые факторы

11. Метод сечений

По теме “Гибкие нити”

1. Какой брус называется гибкой нитью?
2. Почему при вертикальной нагрузке на нить появляется сила, стремящаяся сблизить концы нити?
3. Почему горизонтальная проекция силы натяжения нити имеет одно и то же значение в любом сечении нити?
4. Какой функцией описывается форма оси гибкой нити с малым и большим провисом?
5. Почему нить с большим провисом называют цепной линией?

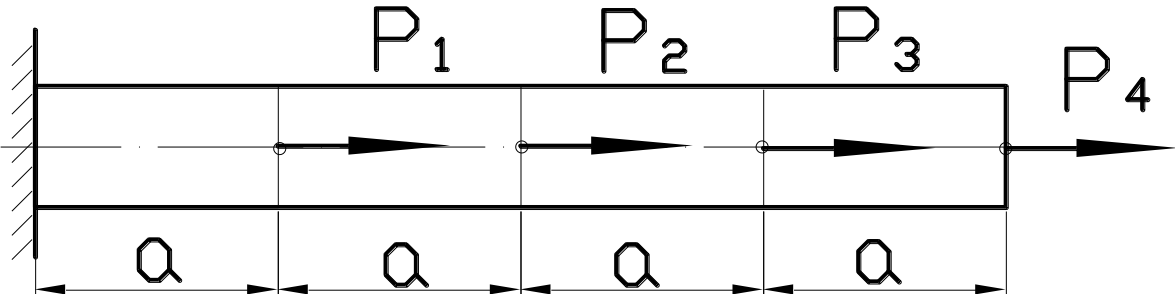
По теме “Простейшие деформации”

1. Закон Гука при осевом растяжении-сжатии
2. Формула деформации при осевом растяжении-сжатии
3. Закон Гука при сдвиге
4. Физический смысл модуля Юнга
5. Абсолютная деформация при осевом растяжении-сжатии
6. Условие прочности при осевом растяжении-сжатии
7. Нормальные напряжения в любой точке сечения при чистом изгибе
8. Условие прочности при чистом изгибе
9. Что называют пределом пропорциональности?
10. Связь между поперечной силой и изгибающим моментом
11. Что такое чистый изгиб?
12. Формула Журавского
13. Что такое осевой момент сопротивления?
14. Какие гипотезы не противоречат друг другу при чистом изгибе?
15. Смысл постоянных интегрирования основного дифференциального уравнения упругой линии бруса
16. Что называют опасным сечением бруса при чистом изгибе?
17. Формула деформации при кручении
18. Условие прочности вала при кручении

2. Задания для экспресс-контрольной работы

по теме “Осевое растяжение-сжатие”

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 42 из 270
--------------------------------	---	--	----------------



№ варианта	P1	P2	P3	P4
1	P			-2 P
2		P		-P
3	-P		P	P
4	P	P	-2 P	
5	-P	2 P	P	
6		2 P		- P
7	P	-2 P		P
8			-2 P	P
9	2 P	P	-P	
10		-2 P	- P	2 P

Жесткость стержня EF

Определить полную деформацию стержня ΔL_{Σ}

по теме “Поперечный изгиб” – на доске рисуется неповторяющийся набор балок

по теме “Интегралы Мора” – на доске рисуется неповторяющийся набор балок с точками, в которых определяется перемещение.

по теме “Способ Верещагина” – на доске рисуется неповторяющийся набор балок с точками, в которых определяется перемещение.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 43 из 270

Экспресс-опросы, направлены на выявление уровня познания дисциплины, насколько понимание студентом сути предмета совпадает с общепринятым пониманием содержания изучаемой дисциплины. А также для выявления насколько доступно излагается материал, и в случае массового недопонимания анализ результата опроса позволяет наискорейшим образом изменить тактику преподавания, акцентировать внимание на вопросах, оказавшихся трудными для понимания.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется, если количество правильных ответов превышает 55 процентов вопросов, оценка «Хорошо» – правильных ответов более 75 процентов и оценка «Отлично», если количество правильных ответов составляет не менее 85 процентов от количества заданных вопросов.

Для стимулирования своевременного и планомерного освоения дисциплины студенты, предоставляющие отчеты по заданиям до назначенного срока, проходят защиту в упрощенной форме.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы:

1. Для получения оценки “отлично” безошибочно выполненная работа должна быть представлена в установленный срок. Соискатель оценки “отлично” при защите проявляет полное понимание рассматриваемого явления, самостоятельную проработку дополнительного материала, знание методики решения проблемы и методов достижения результата. Из возможных путей решения находит и применяет наискорейший.

2. Для получения оценки “хорошо” выполненная работа с небольшими пометками должна быть представлена в установленный срок. При защите исправленной работы соискатель показывает уверенные знания в пределах изученного курса. Может составить алгоритм решения подобной задачи.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 44 из 270

3. Для получения оценки “удовлетворительно” выполненная работа с небольшими пометками должна быть представлена в течении семестра. При защите исправленной работы соискатель показывает знания в объеме, понимания порядка получения результатов, представленных в работе пределах изученного курса. Может составить алгоритм решения подобной задачи.

Приложение 1



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ
по дисциплине «Сопротивление материалов»
Направление подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-
технологических машин и комплексов
профиль «Автомобили и автомобильное хозяйство»
Форма подготовки: заочная**

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 45 из 270

Владивосток

2015

Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

Расчетно-проектировочные задания

Расчетно-проектировочное задание (РПЗ) является формой контроля СРС. Выполняется студентами в виде индивидуального домашнего задания (ИДЗ), которое выдается студентам по индивидуальным вариантам из сборника заданий для курсовых работ по номеру зачетной книжки, и после проверки защищается студентом при индивидуальном собеседовании с преподавателем. РПЗ оценивается в форме зачета (оценивается оценкой «зачтено» или «не зачтено»). Не зачтенное РПЗ возвращается студенту для выполнения работы над ошибками, после чего оно может быть сдано для проверки повторно. РПЗ считается выполненным, если оно получило итоговую оценку «зачтено».

ЧАСТЬ 1. ЗАДАНИЯ НА ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Тема 1. Геометрические характеристики плоских сечений.

Тема 2. Осевое растяжение – сжатие

Тема 3. Поперечный изгиб прямого бруса постоянного сечения

Тема 4. Статически неопределимая неразрезная балка

Тема 5. Статически неопределимая плоская рама

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 46 из 270

Тема 6. Расчет бруса с пространственно-изогнутой осью

Тема 7. Внецентренное сжатие колонны

Тема 8. Устойчивость сжатой стойки

Тема 9. Расчет плоской рамы на динамическое действие нагрузки

Рассматриваемое поперечное сечение состоит из трех частей. Для упрощения анализа состава сечения на схеме между элементами выделены зазоры, которые фактически отсутствуют, поэтому при определении размеров конструкции следует считать примыкание элементов плотным, без зазоров. Вычерчивая контуры составных частей, уклоны и сопряжения можно выполнять условно, поскольку точная графика не является целью задания. На чертеж выносятся все размеры, необходимые для определения координат центров тяжести отдельных частей в общей системе координат. Информации, считываемой с чертежа, должно быть достаточно для заполнения ячеек таблицы 1.1.1. Табличная форма решения задачи позволяет значительно сократить объем пояснительной записки, сделать решение легко читаемым и, самое главное, легко проверяемым. Прививая навыки табличного оформления расчетной документации, мы повышаем культуру инженерно-конструкторской деятельности. Табличная форма представления решения сокращает время, требуемое на многократное переписывание формул, снижает вероятность совершения случайной ошибки, позволяет контролировать процесс вычисления на любом его шаге. Предлагается форма таблицы 1.1.1.

Определяем координаты центра тяжести составного сечения по формулам

$$y_c = \frac{Sx}{A} = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1}, \quad x_c = \frac{Sy}{A} = \frac{\Sigma_3}{\Sigma_1}.$$

Главные моменты инерции сечения можно вычислять по формулам, в которых отсутствуют тригонометрические функции

$$I_{u,v} = \frac{1}{2} \left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right] \quad \text{или}$$

$$I_{u,v} = \frac{1}{2} \left[(\Sigma_{10} + \Sigma_{11}) \pm \sqrt{(\Sigma_{10} - \Sigma_{11})^2 + 4\Sigma_{12}^2} \right].$$

Вывести эту формулу не составит большого труда, если студент разобрался с ее графическим представлением на Круге Мора. Круг Мора это

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 47 из 270

диаграмма в координатах: осевой момент инерции – центробежный момент инерции (рис.1.1.1).

Слагаемое перед знаком радикала представляет собой координату центра Круга Мора, точки C на рисунке. Значение, получаемое из-под радикала, определяет радиус Круга Мора и одновременно наибольший центробежный момент инерции рассматриваемого сечения относительно центральных осей. Основная точка Круга Мора - точка D имеет координаты I_y и I_{xy} . Вспомогательная точка D' имеет координаты I_x и $(-I_{xy})$. Поскольку центробежный момент может быть отрицательным, то D будет находиться выше либо ниже оси, а D' соответственно противоположно.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 48 из 270

Таблица 1.1.1

Вычисление центральных моментов инерции сечения

Наименование элемента сечения	Площадь сечения, A_i , cm^2	Координаты центра тяжести		Статический момент сечения	Плечи переноса		Собственные моменты инерции			Переносные моменты инерции			Центральные моменты инерции			
		Y_{ci} , см	X_{ci} , см		$S_{xi} = A_i * Y_{ci}$ (2)*(3)	$S_{yi} = A_i * X_{ci}$ (2)*(4)	$a_i = Y_{ci} - Y_c$	$b_i = X_{ci} - X_c$	I_x , cm^4	I_y , cm^4	I_{xy} , cm^4	$A_i * a_i * a_i$ (2)*(7)*(7)	$A_i * b_i * b_i$ (2)*(8)*(8)	$A_i * a_i * b_i$ (2)*(7)*(8)	I_{x_c} (9)+(12)	I_{y_c} (10)+(13)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	$\Sigma 1$			$\Sigma 2$	$\Sigma 3$			$\Sigma 4$	$\Sigma 5$	$\Sigma 6$	$\Sigma 7$	$\Sigma 8$	$\Sigma 9$	$\Sigma 10$	$\Sigma 11$	$\Sigma 12$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 49 из 270

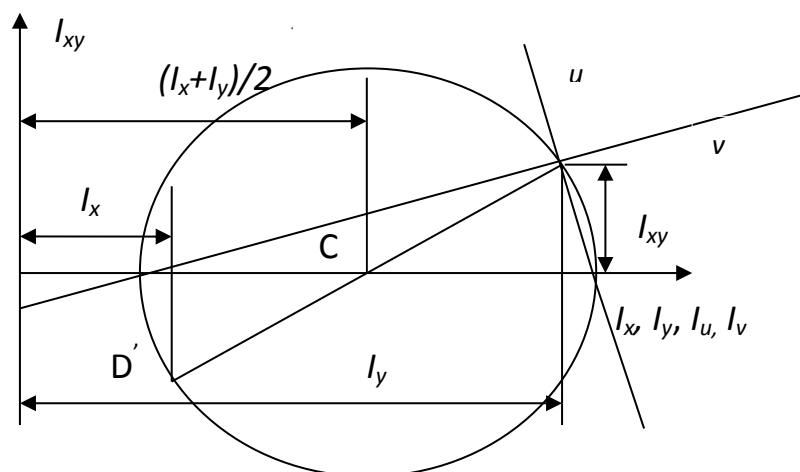


Рис. 1.1.1. Элементы Круга Мора.

На середине отрезка DD' и одновременно на оси абсцисс лежит центр Круга Мора. Радиусом CD проводится окружность. Окружность пересекает ось абсцисс в точках, которые определяют значения главных осевых моментов инерции: левая определяет минимальный I_v , а правая – максимальный главный момент инерции I_u . Проводя прямую через D и точку с координатой I_u , находим положение главной центральной оси, относительно которой осевой момент принимает максимальное значение. Через D' и точку с координатой I_v проходит ось v – вторая главная центральная ось сечения.

Угол между осями u и v прямой, что вытекает из свойства вписанного в окружность угла, опирающегося на диаметр. Направление осей должно совпасть с расчетным значением угла α , получаемым по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x} = \frac{2\Sigma_{12}}{\Sigma_{11} - \Sigma_{10}}.$$

Разобравшись со свойствами Круга Мора, студент может самостоятельно получить формулу для вычисления центробежного момента инерции стандартного прокатного профиля вида равнобокого и неравнобокого уголка:

для равнобокого

$$I_{xy} = I_{\max} - I_x;$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 50 из 270

для неравнобокого

$$I_{xy} = (I_x - I_{\min}) \operatorname{tg} \alpha = (I_{\max} - I_y) \operatorname{tg} \alpha,$$

где параметры в правой части заданы в таблице ГОСТа для каждого профиля.

Знак центробежного момента инерции определяется расположением профиля относительно координатных осей. По определению центробежный момент равен $I_{xy} = \int_A xy dA$. Знак интеграла обозначает только суммирование

произведений площадей элементарных площадок на расстояния их центров тяжести до осей координат. Поэтому при $dA > 0$, что имеет место всегда, когда площадка существует, знак слагаемого определяется сочетанием знаков координат x и y : в I и III квадрантах координаты имеют одинаковые знаки, соответственно $I_{xy} > 0$; во II и IV квадрантах знаки координат противоположные, соответственно $I_{xy} < 0$. Теперь, обратив внимание на то, как расположено сечение относительно выбранной местной центральной системы координат сечения, можно визуально определить, какой знак будет превалировать “+” или “-”.

Выполнив самостоятельно задание и разобравшись со свойствами Круга Мора, любой студент ответит на контрольные вопросы, приведенные после вариантов исходных данных задания, и будет готов к защите задания.

ЗАДАНИЕ 1.1. Определение главных центральных моментов инерции сечения и положения главных центральных осей сечения

1. Найти положение главных центральных осей и величину главных центральных моментов инерции.

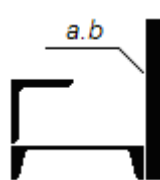
2. Начертить в масштабе составной профиль, указать на нем все оси и все необходимые для вычислений размеры.

3. Проверить вычисления построением круга Мора

Таблица 1.1.2.

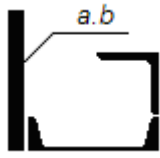
Варианты задания

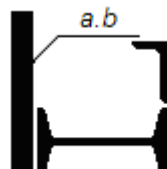
Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см
01		16	70 x 6		1,6	20
21		18	75 x 7		1,8	18
41		20	80 x 7		2,0	20
61		22	90 x 8		2,2	20
81		24	100 x 8		2,4	22

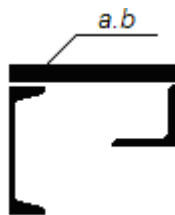


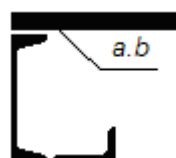
Сопrotивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 51 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
02		16	70 x 6		1,6	20	
22		18	75 x 7		1,8	18	
42		20	80 x 7		2,0	20	
62		22	90 x 8		2,2	20	
82		24	100 x 8		2,4	22	

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
03	16			63 x 40 x 6	1,6	20	
23	18			70 x 45 x 5	1,8	18	
43	20			75 x 50 x 6	2,0	20	
63	22			80 x 50 x 6	2,2	22	
83	24			90 x 56 x 8	2,4	22	

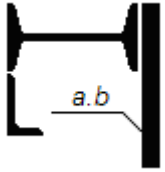
Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
04		16	70 x 6		1,6	20	
24		18	75 x 7		1,8	18	
44		20	80 x 7		2,0	20	
64		22	90 x 8		2,2	20	
84		24	100 x 8		2,4	22	

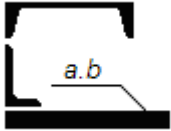
Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
05		16		90 x 56 x 8	1,6	20	
25		18		80 x 50 x 6	1,8	20	
45		20		75 x 50 x 8	2,0	18	
65		22		70 x 45 x 5	2,2	22	
85		24		63 x 40 x 6	2,4	20	

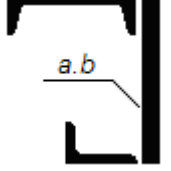
Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
06	16			63 x 40 x 5	1,6	20	
26	18			70 x 45 x 5	1,8	18	

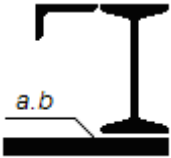
Сопrotивление материалов

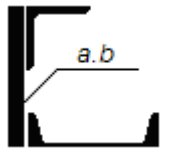
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 52 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

46	20			75 x 50 x 6	2,0	20	
66	22			80 x 50 x 6	2,2	22	
86	24			90 x 56 x 8	2,4	20	

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
07		16		63 x 40 x 5	1,6	20	
27		18		70 x 45 x 5	1,8	18	
47		20		75 x 50 x 6	2,0	20	
67		22		80 x 50 x 6	2,2	22	
87		24		90 x 56 x 8	2,4	20	

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
08		16		63 x 40 x 5	1,6	20	
28		18		70 x 45 x 5	1,8	18	
48		20		75 x 50 x 6	2,0	20	
68		22		80 x 50 x 6	2,2	22	
88		24		90 x 56 x 8	2,4	20	

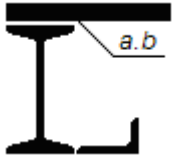
Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
09	16			63 x 40 x 5	1,6	20	
29	18			70 x 45 x 5	1,8	18	
49	20			75 x 50 x 6	2,0	20	
69	22			80 x 50 x 6	2,2	22	
89	24			90 x 56 x 8	2,4	20	

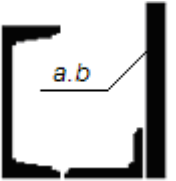
Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
10		16	70 x 6		1,6	20	
30		18	75 x 7		1,8	18	
50		20	80 x 7		2,0	20	
70		22	90 x 8		2,2	22	

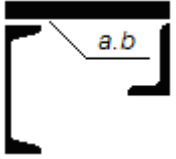
Сопротивление материалов

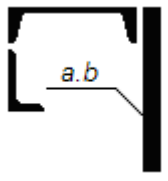
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 53 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

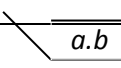
90		24	100 x 8		2,4	20	
----	--	----	---------	--	-----	----	--

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
11	16			63 x 40 x 5	1,6	20	
31	18			70 x 45 x 5	1,8	18	
51	20			75 x 50 x 6	2,0	20	
71	22			80 x 50 x 6	2,2	22	
91	24			90 x 56 x 8	2,4	20	

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
12		16		90 x 56 x 8	1,6	20	
32		18		80 x 50 x 6	1,8	20	
52		20		75 x 50 x 8	2,0	18	
72		22		70 x 45 x 5	2,2	22	
92		24		63 x 40 x 6	2,4	20	

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
13		16		90 x 56 x 8	1,6	20	
33		18		80 x 50 x 6	1,8	20	
53		20		75 x 50 x 8	2,0	18	
73		22		70 x 45 x 5	2,2	22	
93		24		63 x 40 x 6	2,4	20	

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
14		16		90 x 56 x 8	1,6	20	
34		18		80 x 50 x 6	1,8	20	
54		20		75 x 50 x 8	2,0	18	
74		22		70 x 45 x 5	2,2	22	
94		24		63 x 40 x 6	2,4	20	

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
---------	---------	---------	-------------------	---------------------	-------	-------	---

Сопrotивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 54 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

15		16	70 x 6		1,6	20	
35		18	75 x 7		1,8	18	
55		20	80 x 7		2,0	20	
75		22	90 x 8		2,2	22	
95		24	100 x 8		2,4	20	


Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
16		16	70 x 6	90 x 56 x 8			
36		18	75 x 7	80 x 50 x 6			
56		20	80 x 7	75 x 50 x 8			
76		22	90 x 8	70 x 45 x 5			
96		24	100 x 8	63 x 40 x 6			


Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
17	16		70 x 6	90 x 56 x 8			
37	18		75 x 7	80 x 50 x 6			
57	20		80 x 7	75 x 50 x 8			
77	22		90 x 8	70 x 45 x 5			
97	24		100 x 8	63 x 40 x 6			

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
18	16			90 x 56 x 8			
38	18			80 x 50 x 6			
58	20			75 x 50 x 8			
78	22			70 x 45 x 5			
98	24			63 x 40 x 6			

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
19		16	70 x 6	90 x 56 x 8			
39		18	75 x 7	80 x 50 x 6			
59		20	80 x 7	75 x 50 x 8			

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 55 из 270

79		22	90 x 8	70 x 45 x 5			
99		24	100 x 8	63 x 40 x 6			

Вариант	Двутавр	Швеллер	Уголок равнобокий	Уголок неравнобокий	a, см	b, см	
20		16	70 x 6	90 x 56 x 8			
40		18	75 x 7	80 x 50 x 6			
60		20	80 x 7	75 x 50 x 8			
80		22	90 x 8	70 x 45 x 5			
00		24	100 x 8	63 x 40 x 6			

Контрольные вопросы по теме «Геометрические характеристики плоских сечений»

1. Что такое ось бруса?
2. Что такое центр тяжести сечения?
3. Что такое статический момент сечения?
4. Укажите главную ось в пределах контура равнобедренного треугольника, относительно которой осевой момент инерции имеет максимальное значение.
5. Где находится Ц.Т. сечения, состоящего из двух одинаковых частей?
6. Что такое центральные оси сечения?
7. Что такое осевой момент инерции?
8. Может ли главная ось быть нецентральной?
9. Что такое собственный момент инерции?
10. Что такое переносный момент инерции?
11. Ограничено ли изменение осевых моментов инерции при повороте координатных осей на 180° ?
12. Есть ли связь между осевыми моментами инерции и полярным моментом инерции сечения?
13. Как определить наибольшее значение центробежного момента инерции сечения?
14. Что называют главными осями сечения?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 56 из 270

15. Какое соотношение между осевыми моментами инерции сечения, если центробежный момент инерции достигает своего максимального значения?
16. На какой угол нужно повернуть координатные оси, чтобы осевой момент инерции стал равным нулю?
17. Для какой оси из множества параллельных, осевой момент инерции принимает минимальное значение?
18. Когда положение главных осей можно определить без вычислений?
19. Сколько главных осей можно указать для любого сечения?
20. Какие параметры сечения необходимо знать, чтобы вычислить осевые моменты инерции при параллельном переносе осей?
21. Какова размерность статического момента площади сечения?
22. Какова размерность полярного момента инерции?
23. Как, зная один главный момент инерции и два осевых момента инерции, определить максимальный центробежный момент инерции сечения?
24. Как, зная один главный момент инерции и два осевых момента инерции, определить второй главный?
25. Как определить центр тяжести сечения, имеющего две оси симметрии?
26. Как определить центр тяжести сечения, имеющего одну ось симметрии?
27. Показать, что в равностороннем треугольнике главные центральные моменты инерции равны между собой.
28. Что следует из равенства главных центральных моментов инерции?

ТЕМА 2. ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ – СЖАТИЕ

По теме «Осевое растяжение – сжатие» предлагаются два задания. Первое на определение размеров сечений статически определимой стержневой конструкции и второе на раскрытие статической неопределимости и подбор размеров сечения для статически неопределимой системы.

В первой задаче из условия равновесия жесткого бруса, деформацией которого можно пренебречь, необходимо определить усилие в растяжках и подкосах. А также по условию прочности на растяжение или сжатие подобрать размеры поперечного сечения для каждого из стержней, выполняющих функцию растяжек и подкосов. При определении усилий применяются навыки, полученные в курсе теоретической механики.

К выполнению решения нужно подходить рационально. Если брус шарнирно закреплен на неподвижной опоре, и знание реакций в шарнире не влияет на отыскание усилий в стержнях, то выполнять работу по отысканию этих реакций не нужно.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 57 из 270

Искомые усилия находятся из условия равновесия “тела”. Следовательно, необходимо выделить это “тело” из состава конструкции, заменить нарушенные связи реакциями и составить уравнения равновесия “тела”.

При найденных значениях усилий в стержнях по условию прочности определяются размеры сечения. Нельзя забывать о знаке неравенства в условии прочности. Решая неравенство в буквенном выражении относительно искомой величины, конструктор получает информацию о том, в какую сторону он волен принимать решение при назначении размера. Поскольку задача практическая, то мало вероятно, что “на складе” найдется профиль точно того размера, который получен расчетом, поэтому необходимо подобрать подходящий.

Подобрав размеры искомых сечений стержней, определяют линейное перемещение заданной точки “К”. Для этого нужно представить картину перемещений жесткого бруса в результате деформирования элементов, выяснить, с деформацией какого или каких элементов связано искомое перемещение δ точки К. Определить его с учетом уже принятых размеров сечений, а не тех, что были получены в результате расчета.

Во второй задаче рассматривается статически неопределимая система, состоящая из жесткого бруса и упругих элементов в виде стержней. Стержни работают на растяжение-сжатие. Система единожды статически неопределима, и для ее решения требуется составить дополнительно к уравнениям равновесия уравнение перемещений из условия совместности деформаций. Задача студента состоит в том, чтобы представить перемещение конструкции, вызванное деформацией упругих элементов, и “увидеть” совместную деформацию, т.е. связать перемещения определенных узлов жесткого бруса с деформациями стержней.

При составлении уравнения используется конструктивно заданное соотношение площадей сечений стержней. Это упрощает решение, но при подборе размеров сечений необходимо учитывать не только условия прочности, но и использованное конструктивное условие. В результате, искомые размеры сечений должны удовлетворять условиям прочности и строго удовлетворять конструктивному условию, иначе нарушается равенство в использованном при решении системы дополнительном уравнении.

ЗАДАНИЕ 1.2.1. Определение размеров сечений стержней статически определимой стержневой конструкции

Для стержневой конструкции требуется:

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 58 из 270

1. Определить усилия в стержнях;
2. Из условия прочности определить величину площади сечения;
3. По величине площади сечения подобрать либо подходящий номер профиля по сортаменту, либо характерный размер сечения (диаметр, сторону квадрата). Для трубчатого сечения принять толщину стенки $t=0,1D$.
4. Вычислить вертикальное перемещение точки К.

В расчетах принять для материала стержней $\sigma_t = 240$ МПа и $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, допускаемый коэффициент запаса прочности: при растяжении $[n]_p = 1,6$, а при сжатии $[n]_c = 3,2$. Длина второго стержня $L_2 = 200$ см, если она не определяется через заданные размеры схемы. Длина первого стержня L_1 определяется из таблицы или через заданные размеры схемы. Остальные исходные данные задачи взять из таблицы 1.2.1.

Примечание. Линейные размеры участков на схемах заданы в сантиметрах.

Таблица 1.2.1

Варианты задания

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
01	14	48	55	2,6	●	+
21	16	68	60	2,8	○	└
41	18	88	65	2,3	┌	■
61	20	58	70	2,5	└	└
81	22	78	75	2,7	+	┌

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
02	18	88	120	2,9	●	+
22	16	78	130	3,1	○	└

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 59 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

42	24	96	140	3,0	⊥	■	
62	20	120	150	3,2	└	┌	
82	22	85	160	3,4	+	⊥	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
03	42	110	120	2,0	●	+	
23	46	120	130	2,2	○	┌	
43	40	130	140	2,4	⊥	■	
63	38	140	150	2,6	└	┌	
83	36	160	160	2,8	+	⊥	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
04	28	100	150	2,1	●	+	
24	24	92	140	1,6	○	┌	
44	20	78	130	1,8	⊥	■	
64	16	98	120	2,0	└	┌	
84	18	75	110	2,2	+	⊥	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
---------	-----------	---------	-----------	---------------------	---------	---------

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 60 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

05	22	98	120	3,4	●	+	
25	16	84	130	3,6	○	┌	
45	24	120	140	3,2	┌	■	
65	20	96	150	3,0	└	┌	
85	18	75	160	2,8	+	┌	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
06	14	48	55	2,6	●	+	
26	16	68	60	2,8	○	┌	
46	18	88	65	2,3	┌	■	
66	20	58	70	2,5	└	┌	
86	22	78	75	2,7	+	┌	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
07	18	88	120	2,9	●	+	
27	16	78	130	3,1	○	┌	
47	24	96	140	3,0	┌	■	
67	20	120	150	3,2	└	┌	
87	22	85	160	3,4	+	┌	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 61 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
08	42	110	120	2,0	●	+
28	46	120	130	2,2	○	┌
48	40	130	140	2,4	┌	■
68	38	140	150	2,6	└	┌
88	36	160	160	2,8	+	┌

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
09	28	100	150	2,1	●	+
29	24	92	140	1,6	○	┌
49	20	78	130	1,8	┌	■
69	16	98	120	2,0	└	┌
89	18	75	110	2,2	+	┌

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
10	22	98	120	3,4	●	+
30	16	84	130	3,6	○	┌
50	24	120	140	3,2	┌	■
70	20	96	150	3,0	└	┌
90	18	75	160	2,8	+	┌

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 62 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
11	14	48	55	2,6	●	+
31	16	68	60	2,8	○	┌
51	18	88	65	2,3	┌	■
71	20	58	70	2,5	└	┌
91	22	78	75	2,7	+	┌

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
12	18	88	120	2,9	●	+
32	16	78	130	3,1	○	┌
52	24	96	140	3,0	┌	■
72	20	120	150	3,2	└	┌
92	22	85	160	3,4	+	┌

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
13	42	110	120	2,0	●	+
33	46	120	130	2,2	○	┌
53	40	130	140	2,4	┌	■
73	38	140	150	2,6	└	┌

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 63 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

93	36	160	160	2,8	+	H	
----	----	-----	-----	-----	---	---	--

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
14	28	100	150	2,1	●	+	
34	24	92	140	1,6	○	L	
54	20	78	130	1,8	H	■	
74	16	98	120	2,0	└	L	
94	18	75	110	2,2	+	H	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
15	22	98	120	3,4	●	+	
35	16	84	130	3,6	○	L	
55	24	120	140	3,2	H	■	
75	20	96	150	3,0	└	L	
95	18	75	160	2,8	+	H	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 64 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
16	14	48	55	2,6	●	+
36	16	68	60	2,8	○	┌
56	18	88	65	2,3	≡	■
76	20	58	70	2,5	└	┌
96	22	78	75	2,7	+	≡

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
17	18	88	120	2,9	●	+
37	16	78	130	3,1	○	┌
57	24	96	140	3,0	≡	■
77	20	120	150	3,2	└	┌
97	22	85	160	3,4	+	≡

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2
18	42	110	120	2,0	●	+
38	46	120	130	2,2	○	┌
58	40	130	140	2,4	≡	■
78	38	140	150	2,6	└	┌

Сопrotивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 65 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

98	36	160	160	2,8	+	-	
----	----	-----	-----	-----	---	---	--

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
19	28	100	150	2,1	●	+	
39	24	92	140	1,6	○	┌	
59	20	78	130	1,8	┌	■	
79	16	98	120	2,0	└	┌	
99	18	75	110	2,2	+	┌	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	L ₁ м	Форма 1	Форма 2	
20	22	98	120	3,4	●	+	
40	16	84	130	3,6	○	┌	
60	24	120	140	3,2	┌	■	
80	20	96	150	3,0	└	┌	
00	18	75	160	2,8	+	┌	

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 66 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

ЗАДАНИЕ 1.2.2. Определение размеров сечений стержней статически неопределимой стержневой конструкции

Для статически неопределимой стержневой системы требуется:

1. Раскрыть статическую неопределимость, считая горизонтальную балку абсолютно жесткой;
2. Подобрать из условия прочности требуемые площади поперечных сечений стержней.

Материал стержней считать одинаковым. Длина первого стержня $L_1 = 100$ см, а второго - $L_2 = 200$ см.

Допускаемые напряжения для материала стержней : на растяжение $[\sigma]_p = 160$ МПа, и на сжатие $[\sigma]_c = 80$ МПа.

Остальные исходные данные взять из таблицы 1.2.2.

Примечание. Линейные размеры участков на схемах заданы в сантиметрах

Таблица 1.2.2

Варианты задания

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
01	30	71	61	1,3	
21	40	95	75	1,9	
41	36	85	65	1,7	
61	32	63	91	1,5	
81	35	91	85	2,2	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
02	26	45	60	1,4	
22	36	80	80	1,6	
42	32	60	70	1,8	
62	40	72	65	2,0	
82	37	84	85	2,2	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 67 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
03	3,4	9,3	10	1,4
23	4,0	8,9	13	1,6
43	3,6	8,1	9,5	1,8
63	3,2	7,2	7,5	2,0
83	3,4	8,3	8,5	2,2

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
04	4,5	5,5	8,8	1,3
24	4,0	4,5	9,0	1,5
44	3,6	5,0	9,5	1,7
64	3,2	6,5	8,4	1,9
84	3,0	5,0	7,2	2,1

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
05	30	71	61	1,3
25	40	95	75	1,9
45	36	85	65	1,7
65	32	63	91	1,5
85	35	91	85	2,2

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
06	26	45	60	1,4
26	36	80	80	1,6
46	32	60	70	1,8

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 68 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

66	40	72	65	2,0	
86	37	84	85	2,2	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
07	3,4	9,3	10	1,4	
27	4,0	8,9	13	1,6	
47	3,6	8,1	9,5	1,8	
67	3,2	7,2	7,5	2,0	
87	3,4	8,3	8,5	2,2	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
08	4,5	5,5	8,8	1,3	
28	4,0	4,5	9,0	1,5	
48	3,6	5,0	9,5	1,7	
68	3,2	6,5	8,4	1,9	
88	3,0	5,0	7,2	2,1	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
09	30	71	61	1,3	
29	40	95	75	1,9	
49	36	85	65	1,7	
69	32	63	91	1,5	
89	35	91	85	2,2	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 69 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
10	26	45	60	1,4	
30	36	80	80	1,6	
50	32	60	70	1,8	
70	40	72	65	2,0	
90	37	84	85	2,2	

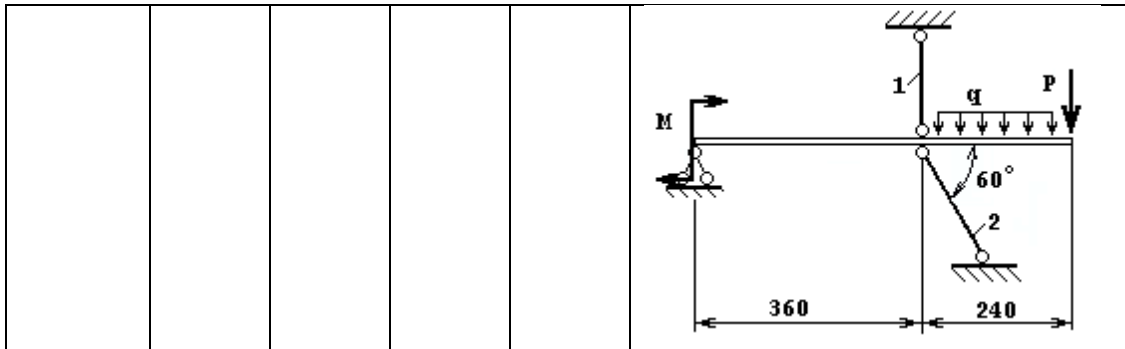
Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
11	3,4	9,3	10	1,4	
31	4,0	8,9	13	1,6	
51	3,6	8,1	9,5	1,8	
71	3,2	7,2	7,5	2,0	
91	3,4	8,3	8,5	2,2	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
12	4,5	5,5	8,8	1,3	
32	4,0	4,5	9,0	1,5	
52	3,6	5,0	9,5	1,7	
72	3,2	6,5	8,4	1,9	
92	3,0	5,0	7,2	2,1	

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂	
13	30	71	61	1,3	
33	40	95	75	1,9	
53	36	85	65	1,7	
73	32	63	91	1,5	
93	35	91	85	2,2	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 70 из 270
--------------------------------	---	--	----------------



Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
14	26	45	60	1,4
34	36	80	80	1,6
54	32	60	70	1,8
74	40	72	65	2,0
94	37	84	85	2,2

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
15	4,5	5,5	8,8	1,3
35	4,0	4,5	9,0	1,5
55	3,6	5,0	9,5	1,7
75	3,2	6,5	8,4	1,9
95	3,0	5,0	7,2	2,1

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
16	4,5	5,5	8,8	1,3
36	4,0	4,5	9,0	1,5
56	3,6	5,0	9,5	1,7
76	3,2	6,5	8,4	1,9
96	3,0	5,0	7,2	2,1

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 71 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
17	30	71	61	1,3
37	40	95	75	1,9
57	36	85	65	1,7
77	32	63	91	1,5
97	35	91	85	2,2

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
18	26	45	60	1,4
38	36	80	80	1,6
58	32	60	70	1,8
78	40	72	65	2,0
98	37	84	85	2,2

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
19	3,4	9,3	10	1,4
39	4,0	8,9	13	1,6
59	3,6	8,1	9,5	1,8
79	3,2	7,2	7,5	2,0
99	3,4	8,3	8,5	2,2

Вариант	q кН/м	P кН	M кН*м	A ₁ /A ₂
20	4,5	5,5	8,8	1,3
40	4,0	4,5	9,0	1,5
60	3,6	5,0	9,5	1,7
80	3,2	6,5	8,4	1,9

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 72 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

00	3,0	5,0	7,2	2,1	
----	-----	-----	-----	-----	--

Контрольные вопросы по теме «Осевое растяжение-сжатие»

1. Что называется напряжением?
2. Какие выделяют компоненты напряжения в площадке сечения?
3. Почему составляющие напряжения носят такие названия?
4. Почему осевое растяжение-сжатие относится к простым деформациям?
5. Объяснить *Закон Гука*?
6. Какой геометрический смысл имеет *модуль Юнга*?
7. Какой физический смысл имеет *модуль Юнга*?
8. Что такое абсолютное удлинение?
9. Что такое относительное удлинение?
10. Абсолютное и относительное удлинение, какая величина несет большую информацию о деформированном состоянии?
11. От чего зависит деформация при осевом растяжении-сжатии?
12. В чем состоит принцип суперпозиции, и есть ли границы его применения?
13. Что называют жесткостью при осевом растяжении-сжатии?
14. Что такое «допускаемое напряжение»?
15. В чем смысл условия прочности?
16. В чем смысл условия жесткости?
17. Что такое предел текучести материала σ_T ?
18. Что влияет на выбор коэффициента запаса прочности?
19. В чем состоит условность диаграммы растяжения образца из мягкой стали?
20. Почему по диаграмме $\sigma - \varepsilon$ разрушение при растяжении происходит не при наибольших напряжениях?
21. Имеет ли смысл предел временного сопротивления?
22. Как определяется величина силы в сечении?
23. Какие задачи называют статически неопределимыми?

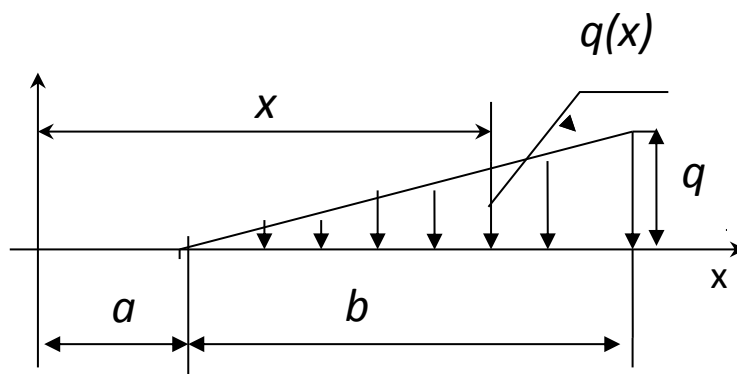
ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 73 из 270

24. Что называют степенью статической неопределенности системы?
25. Как называется дополнительное уравнение при раскрытии статической неопределенности?
26. Чем объясняется “ступенька” на эпюре внутреннего силового фактора?
27. Когда на контуре эпюры появляется излом?

ТЕМА 3. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ БРУСА ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ

По теме «Поперечный изгиб бруса» предлагаются три задачи. В первой задаче брус – однопролетная шарнирно-опертая балка, во второй – брус-консоль, т.е. балка с жестко заштырленным концом. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов для них не представляет особых трудностей. Проблему может представлять неравномерно распределенная нагрузка, но она преодолима. Геометрически поперечная сила в сечении бруса от такой нагрузки равна части площади ее эпюры, попадающей на рассматриваемый участок. Для определения этой площади необходимо знать текущее значение интенсивности нагрузки $q(x)$, которое, как не трудно видеть из рисунка, определяется из геометрического подобия

$$q(x) = \frac{(x-a)}{b} q; \quad Q(x) = \frac{(x-a)(x-a)}{b} \frac{q}{2}; \quad M(x) = \frac{(x-a)(x-a)(x-a)}{b} \frac{q}{3}$$



ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 74 из 270

Рис.1.3.1. Определение текущего значения интенсивности распределенной нагрузки

Изгибающий момент от неравномерно распределенной нагрузки равен произведению равнодействующей силы этой нагрузки на плечо, которое равно расстоянию от центра тяжести рассматриваемой части эпюры нагрузки до оси, проходящей через центр тяжести сечения с координатой x , перпендикулярно плоскости изгиба, т.е. плоскости рисунка. Где находится центр тяжести прямоугольника или треугольника известно всем, следовательно, определить плечо не составляет особого труда.

В третьей задаче задания поставлена на первый взгляд «лишняя» опора, превращающая балку в статически неопределимую. Но имеющийся врезанный шарнир снимает одну степень неопределимости и брус оказывается статически определим. Все реакции связей могут быть определены из уравнений статического равновесия. Учитывая, что момент пары сил через шарнир не передается, можно мысленно расчленить брус по шарниру. Для каждой из частей расчлененный шарнир будет связью, поэтому, заменяя отброшенную часть, нужно добавить по две составляющие реакции с каждой стороны шарнира. Одна из частей бруса оказывается статически определимой, и можно найти опорную реакцию, составив уравнение моментов относительно шарнира. Уравнение содержит одну неизвестную силу. Чтобы не находить составляющие реакции в шарнире, возвращаем брус к исходному виду, т.е. соединяем разорванные части. Теперь к балке приложены только три неизвестные составляющие реакции, которые без особого труда определяются из уравнений равновесия балки. Затем составляются выражения для поперечной силы и изгибающего момента и строятся их графические образы – эпюры. Правильность построения эпюры моментов определяется по нулевому значению момента в сечении врезанного шарнира и на концевых шарнирных опорах, если они есть.

При построении эпюр поперечной силы Q и изгибающего момента M контроль правильности позволяет осуществить использование интегрально-дифференциальной зависимости между Q и M и между Q и интенсивностью внешней нагрузки

$$M = \int Q dx, \quad Q = \frac{dM}{dx}, \quad Q = \int q dx, \quad q = \frac{dQ}{dx}.$$

Применяя навыки математического анализа, можно с наименьшими затратами сил и времени правильно отразить характер изменения внутренних силовых факторов Q и M на графиках.

Для первой балки по значению изгибающего момента в опасном сечении подбираются поперечные размеры бруса сплошного прямоугольного сечения,

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 75 из 270

выполненного из дерева, а для балки из третьей задачи подбирается двутавровое сечение прокатного профиля. При определении наибольшего касательного напряжения по формуле Журавского значение статического момента для половины сечения двутавра выбирается из таблицы сортамента по ГОСТу.

ЗАДАНИЕ 1.3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Определение размеров поперечного сечения балки постоянного сечения

Для статически определимых балок требуется :

1. Составить аналитические выражения поперечных сил $Q(x)$ и изгибающих моментов $M(x)$;
2. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для трех балок;
3. Подобрать прямоугольное сечение для первой балки из условия прочности по нормальным напряжениям при допускаемых напряжениях $[\sigma] = 10$ МПа. Принять соотношение сторон сечения $h : b = 2 : 1$;
4. Подобрать двутавровое сечение для третьей балки, выполненной из стали при допускаемых напряжениях $[\sigma] = 120$ МПа. Определить наибольшие нормальные и касательные напряжения в сечении, где поперечная сила $Q(x)$ и изгибающий момент $M(x)$ имеют наибольшие значения.

Таблица 1.3.1

Варианты задания

Вариант	q , кН/м	P , кН	M , кН*м	a , м	b , м	c , м	d , м
01	20	40	80	1,5	2,0	2,5	1,8
21	18	65	90	2,0	2,5	1,8	3,0
41	16	50	95	1,8	3,0	2,0	2,5
61	22	55	75	3,0	2,0	2,5	1,8
81	24	60	85	2,4	2,5	3,0	1,5

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 76 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
02	15	25	50	2,2	2,0	3,0	2,5
22	20	30	70	2,3	2,4	2,8	3,0
42	25	35	80	2,4	2,6	2,6	1,5
62	20	40	75	2,5	2,8	2,4	2,0
82	15	45	60	2,6	3,0	2,2	2,4

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
03	20	40	80	1,5	2,0	2,5	1,8
23	18	65	90	2,0	2,5	1,8	3,0
43	16	50	85	1,8	3,0	2,0	2,5
63	22	55	90	3,0	2,0	2,5	1,8
83	24	60	80	2,4	2,5	3,0	1,5

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
04	30	50	60	2,0	2,5	3,0	1,5
24	28	55	70	2,5	2,0	1,5	3,0
44	24	60	65	3,0	1,5	2,0	2,5
64	20	65	75	1,5	3,0	2,5	2,0
84	16	45	60	2,4	2,2	2,6	2,8

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 77 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
05	20	60	70	1,5	2,0	2,5	1,8
25	18	65	75	2,0	2,5	1,8	3,0
45	16	70	80	1,8	3,0	2,0	2,5
65	22	64	75	3,0	2,0	2,5	1,8
85	24	68	70	2,4	2,5	3,0	1,5

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
06	15	25	50	2,2	2,0	3,0	2,5
26	20	30	70	2,3	2,4	2,8	3,0
46	25	35	80	2,4	2,6	2,6	1,5
66	20	40	70	2,5	2,8	2,4	2,0
86	15	45	60	2,6	3,0	2,2	2,4

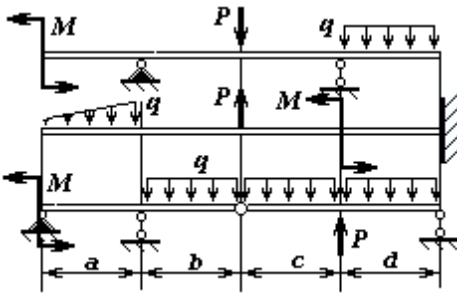
Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
07	20	40	80	1,5	2,0	2,5	1,8
27	18	65	90	2,0	2,5	1,8	3,0
47	16	50	85	1,8	3,0	2,0	2,5
67	22	55	90	3,0	2,0	2,5	1,8

Сопротивление материалов

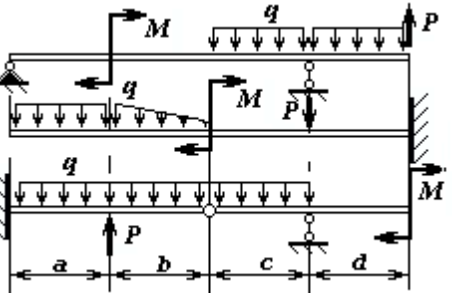
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 78 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

87	24	60	80	2,4	2,5	3,0	1,5	
----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	--

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
08	30	50	60	2,0	2,5	3,0	1,5
28	28	55	70	2,5	2,0	1,5	3,0
48	24	60	65	3,0	1,5	2,0	2,5
68	20	65	75	1,5	3,0	2,5	2,0
88	16	45	60	2,4	2,2	2,6	2,8



Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
09	20	60	60	1,5	2,0	2,5	1,8
29	18	65	65	2,0	2,5	1,8	3,0
49	16	70	70	1,8	3,0	2,0	2,5
69	22	64	75	3,0	2,0	2,5	1,8
89	24	68	80	2,4	2,5	3,0	1,5



Продолжение табл. 1.3.1

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
				м	м	м	м

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 79 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

10	15	25	50	2,2	2,0	3,0	2,5	
30	20	30	70	2,3	2,4	2,8	3,0	
50	25	35	80	2,4	2,6	2,6	1,5	
70	20	40	70	2,5	2,8	2,4	2,0	
90	15	45	60	2,6	3,0	2,2	2,4	

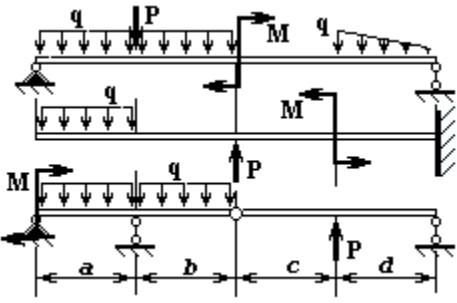
Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a,	b,	c,	d,	
				м	м	м	м	
11	20	40	80	1,5	2,0	2,5	1,8	
31	18	65	90	2,0	2,5	1,8	3,0	
51	16	50	85	1,8	3,0	2,0	2,5	
71	22	55	90	3,0	2,0	2,5	1,8	
91	24	60	80	2,4	2,5	3,0	1,5	

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a,	b,	c,	d,	
				м	м	м	м	
12	30	50	60	2,0	2,5	3,0	1,5	
32	28	55	70	2,5	2,0	1,5	3,0	
52	24	60	6,5	3,0	1,5	2,0	2,5	
72	20	65	75	1,5	3,0	2,5	2,0	
92	16	45	60	2,4	2,2	2,6	2,8	

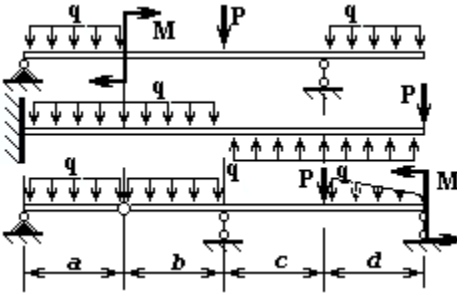
Сопrotивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 80 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

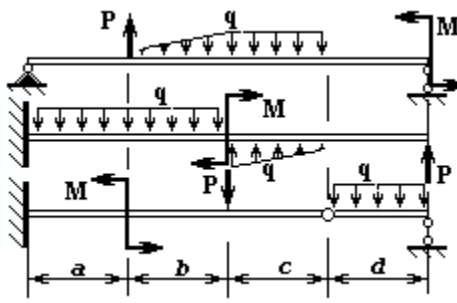
Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
13	20	60	90	1,5	2,0	2,5	1,8
33	18	65	85	2,0	2,5	1,8	3,0
53	16	70	80	1,8	3,0	2,0	2,5
73	22	64	75	3,0	2,0	2,5	1,8
93	24	68	70	2,4	2,5	3,0	1,5



Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
14	15	25	50	2,2	2,0	3,0	2,5
34	20	30	70	2,3	2,4	2,8	3,0
54	25	35	80	2,4	2,6	2,6	1,5
74	20	40	70	2,5	2,8	2,4	2,0
94	15	45	60	2,6	3,0	2,2	2,4



Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
15	20	40	80	1,5	2,0	2,5	1,8
35	18	65	90	2,0	2,5	1,8	3,0
55	16	50	75	1,8	3,0	2,0	2,5
75	22	55	95	3,0	2,0	2,5	1,8
95	24	60	85	2,4	2,5	3,0	1,5



Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 81 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
16	30	50	60	2,0	2,5	3,0	1,5
36	28	55	70	2,5	2,0	1,5	3,0
56	24	60	65	3,0	1,5	2,0	2,5
76	20	65	75	1,5	3,0	2,5	2,0
96	16	45	60	2,4	2,2	2,6	2,8

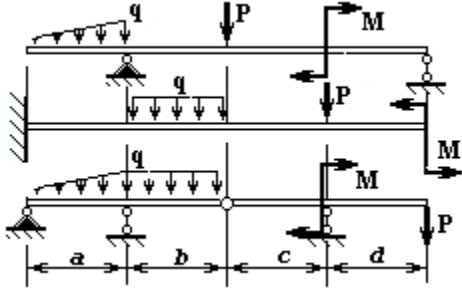
Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
17	20	60	60	1,5	2,0	2,5	1,8
37	18	65	85	2,0	2,5	1,8	3,0
57	16	70	90	1,8	3,0	2,0	2,5
77	22	64	75	3,0	2,0	2,5	1,8
97	24	68	50	2,4	2,5	3,0	1,5

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
18	15	25	50	2,2	2,0	3,0	2,5
38	20	30	70	2,3	2,4	2,8	3,0
58	25	35	80	2,4	2,6	2,6	1,5
78	20	40	75	2,5	2,8	2,4	2,0
98	15	45	65	2,6	3,0	2,2	2,4

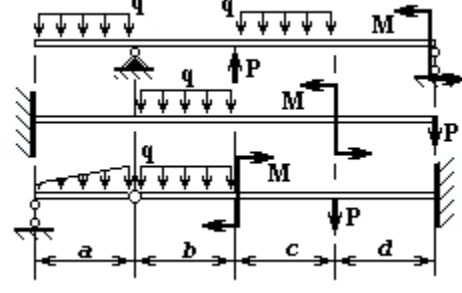
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 82 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Продолжение табл. 1.3.1

Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
19	20	40	80	1,5	2,0	2,5	1,8
39	18	65	90	2,0	2,5	1,8	3,0
59	16	50	85	1,8	3,0	2,0	2,5
79	22	55	95	3,0	2,0	2,5	1,8
99	24	60	75	2,4	2,5	3,0	1,5



Вариант	q, кН/м	P, кН	M, кН*м	a, м	b, м	c, м	d, м
20	30	50	60	2,0	2,5	3,0	1,5
40	28	55	70	2,5	2,0	1,5	3,0
60	24	60	65	3,0	1,5	2,0	2,5
80	20	65	75	1,5	3,0	2,5	2,0
00	16	45	60	2,4	2,2	2,6	2,8



Контрольные вопросы по теме «Поперечный изгиб»

1. Что называется напряжением?
2. Какие выделяют компоненты напряжения?
3. Почему поперечный изгиб не относится к сложному сопротивлению?
4. В чем состоит принцип суперпозиции, и есть ли пределы его применимости?
5. Что называют жесткостью при изгибе?
6. Что такое допускаемое напряжение?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 83 из 270

7. В чем смысл условия прочности?
8. В чем смысл условия жесткости?
9. Что такое предел текучести материала σ_m ?
10. Что влияет на выбор коэффициента запаса прочности?
11. Что такое поперечная сила?
12. Что такое изгибающий момент?
13. Как определяется величина поперечной силы в сечении?
14. Что называется плечом переноса силы?
15. Как проверить правильность построения эпюры $M_{изг}$ по эпюре Q ?
16. Как “угадать” характер эпюры $M_{изг}$ по эпюре Q ?
17. Как найти значение изгибающего момента в сечении, если есть в наличии эпюра Q ?
18. Объяснить на примере интегральную связь между Q и $M_{изг}$.
19. Записать основное дифференциальное уравнение при изгибе бруса.
20. Какие допущения принимаются при получении основного дифференциального уравнения упругой линии бруса?
21. В чем смысл постоянного интегрирования основного дифференциального уравнения?
22. Что называется граничным условием?
23. Чем отличаются граничные условия от начальных условий?
24. Что такое чистый изгиб?
25. Что такое поперечный изгиб?
26. Как определить нормальные напряжения в любой точке сечения при чистом изгибе?
27. Как определяются наибольшие нормальные напряжения при изгибе?
28. Что такое опасное сечение?
29. Что называют осевым моментом сопротивления?
30. Что характеризует осевой момент сопротивления?
31. Как выгоднее установить брус квадратного сечения, испытывающего деформацию изгиба?
32. Что характеризует экономичность бруса, испытывающего деформацию изгиба?
33. Почему изгибающий момент в сечении врезанного в брус шарнира равен нулю?
34. Какие гипотезы принимаются при исследовании деформации чистого изгиба?
35. Какая из принятых гипотез не находит подтверждения при поперечном изгибе?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 84 из 270

36. В случае каких внешних нагрузок при поперечном изгибе можно пользоваться формулой для нормальных напряжений при чистом изгибе?
37. Как по эпюре $M_{изг}$ представить вид изогнутой оси бруса?
38. В каком случае при поперечном изгибе учитываются оба напряжения: нормальное и касательное?
39. Какие параметры входят в формулу Журавского?
40. Почему в формуле Журавского допускается раздвоение в определении статического момента части сечения?
41. Чем объясняется “ступенька” на эпюре внутреннего силового фактора?
42. Когда на контуре эпюры появляется излом?

ТЕМА 4. НЕРАЗРЕЗНАЯ БАЛКА. УРАВНЕНИЕ ТРЕХ МОМЕНТОВ

Рассматривается раскрытие статической неопределимости неразрезной многопролетной балки методом сил в специальной форме, называемой уравнением трех моментов. Основная система выбирается путем врезания дополнительных шарниров над промежуточными опорами. Для того, чтобы система независимых однопролетных балок была эквивалентна исходной неразрезной конструкции, у каждой промежуточной опоры прикладывается момент неизвестной величины, назначение которого – заставить сечения, принадлежащие левому и правому пролету у промежуточной опоры, поворачиваться в одну сторону и на один и тот же угол. Составляя выражения этих углов поворота для сечений слева и справа от опоры и приравнивая их, получают дополнительное уравнение перемещений из условия совместности деформаций. Степень неопределимости неразрезной балки равна количеству промежуточных опор. Уравнений перемещения должно быть ровно столько же. Для получения дополнительного уравнения рассматриваются два смежных пролета балки. На конце каждого пролета прикладывается искомый момент. В итоге в уравнение углового перемещения сечения балки над каждой дополнительной опорой входят три момента: у левой и у правой опоры, а также в сечении над средней опорой. Поэтому уравнение носит название “Уравнение трех моментов”

$$M_{лев} l_{лев} + 2M_{средн} (l_{лев} + l_{прав}) + M_{прав} l_{прав} = -6 \left[\frac{S_{лев}}{l_{лев}} + \frac{S_{прав}}{l_{прав}} \right],$$

где $M_{лев}$, $M_{средн}$ и $M_{прав}$ - моменты у левой, средней и правой опор соответственно;

$l_{лев}$, $l_{прав}$ – длина левого и правого пролета;

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 85 из 270

Слев, Справ – статический момент площади эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки относительно левой опоры для левого пролета и относительно правой опоры для правого пролета соответственно.

Это уравнение может быть использовано для бруса, у которого одна из концевых опор или даже обе заменена жесткой заделкой. В этом случае заделка заменяется шарнирной опорой и добавляется момент. Если заделка на левом конце, в уравнении отсутствует первое слагаемое, а у второго слагаемого $L_{лев}=0$, в правой части уравнения $S_{лев}/L_{лев}$ также отсутствует. Это уравнение определяет, при каком значении момента в заделке угол поворота левого опорного сечения будет равен нулю.

Для определения свободных членов уравнений используется графоаналитический метод, известный как *способ Верещагина*.

После решения системы уравнений все опорные моменты известны и можно строить эпюру изгибающего момента для неразрезной балки. Для ее построения используются несколько способов:

1. Рассматривается каждый пролет отдельно с учетом опорных моментов у левой и правой опоры. Эпюры для отдельных пролетов составляются в цепочку и получается результирующая эпюра для неразрезной балки.
2. На эпюры моментов только от внешней нагрузки для однопролетных шарнирно опертых балок накладывается эпюра от опорных моментов. Последняя представляет собой ломаную линию. Ордината вершины или впадины излома определяется величиной опорного момента. Накладывая эту ломаную линию, но противоположного знака, т.е. умноженную на (-1), на эпюру от пролетной нагрузки, получают суммарную эпюру, ось отсчета которой есть ломаная линия опорных моментов. Все, что находится между контуром эпюры от пролетной внешней нагрузки и осью, будет являться суммарной эпюрой моментов. Выше оси - “плюс”, ниже оси - “минус”. Для удобства чтения эпюры ломаную линию можно спрямить, сохраняя при этом суммарные ординаты эпюры.

Поскольку принятое правило знаков для эпюры моментов предполагает, что эпюра строится со стороны сжатых волокон, то по внешнему виду эпюры можно приближенно представить внешний вид изогнутой оси неразрезной балки. Так как опора не дает просадку, то изогнутая ось должна касаться опоры, а в сечениях, где меняется знак момента, происходит смена знака кривизны оси, т.е. это точка перегиба на изогнутой оси. Точка перегиба может оказаться выше либо ниже недеформированной оси балки. Изогнутая ось еще называется упругой линией бруса.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 86 из 270

По значению изгибающего момента в опасном сечении подбирается двутавровое сечение.

ЗАДАНИЕ 1.4. Раскрытие статической неопределенности балок с помощью уравнения трех моментов

Для статически неопределимой неразрезной балки требуется :

1. Раскрыть статическую неопределенность, используя уравнение трех моментов;
2. Определить реакции всех опор и сделать проверку, найденных величин;
3. Построить эпюры поперечных сил $Q(x)$ и изгибающих моментов $M(x)$;
4. Подобрать двутавровое сечение балки при допускаемых напряжениях $[\sigma] = 160$ МПа;
5. Представить примерный вид изогнутой оси балки.

Примечание. Линейные размеры участков заданы в метрах.

Таблица 1.4.1

Варианты задания

Вариант	P, кН	M, кН*м	
01	4	3	
21	5	2	
41	2	4	
61	2	3	
81	3	2	

Вариант	P, кН	M, кН*м	
02	4	3	
22	5	2	
42	2	4	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 87 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

62	2	3	
82	3	2	

Вариант	P, кН	M, кН*м	
03	4	3	
23	5	2	
43	2	4	
63	2	3	
83	3	2	

Вариант	P, кН	M, кН*м	
04	4	3	
24	5	2	
44	6	4	
64	2	3	
84	3	2	

Вариант	P, кН	M, кН*м	
05	4	3	
25	5	2	
45	2	4	
65	2	3	
85	3	2	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 88 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	P, кН	M, кН*м
06	4	3
26	5	2
46	2	4
66	2	3
86	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
07	4	3
27	5	2
47	2	4
67	2	3
87	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
08	4	3
28	5	2
48	2	4
68	2	3
88	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
09	4	3
29	5	2
49	2	4
69	2	3
89	3	2

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 89 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	P, кН	M, кН*м
10	4	3
30	5	2
50	2	4
70	2	3
90	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
11	4	3
31	5	2
51	2	4
71	2	3
91	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
12	4	3
32	5	2
52	2	4
72	2	3
92	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
13	4	3
33	5	2
53	2	4

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 90 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

73	2	3	
93	3	2	

Вариант	P, кН	M, кН*м	
14	4	3	
34	5	2	
54	2	4	
74	2	3	
94	3	2	

Вариант	P, кН	M, кН*м	
15	4	3	
35	5	2	
55	2	4	
75	2	3	
95	3	2	

Вариант	P, кН	M, кН*м	
16	4	3	
36	5	2	
56	2	4	
76	2	3	
96	3	2	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 91 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	P, кН	M, кН*м
17	4	3
37	5	2
57	2	4
77	2	3
97	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
18	4	3
38	5	2
58	2	4
78	2	3
98	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
19	4	3
39	5	2
59	2	4
79	2	3
99	3	2

Вариант	P, кН	M, кН*м
20	4	3
40	5	2
60	2	4
80	2	3

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 92 из 270

00	3	2	
----	---	---	--

Контрольные вопросы

по теме «Неразрезная балка»

1. Что называется напряжением?
2. Почему составляющие напряжения носят такие названия?
3. Что такое допускаемое напряжение?
4. Что такое изгибающий момент?
5. Как определяется величина поперечной силы в сечении?
6. Что называется плечом переноса силы?
7. Как проверить правильность построения эпюры $M_{изг}$ по эпюре Q ?
8. Как найти значение изгибающего момента в сечении, если есть в наличии эпюра Q ?
9. Какие задачи называют статически неопределимыми?
10. Что называют степенью статической неопределимости?
11. Как называется дополнительное уравнение при раскрытии статической неопределимости?
12. Как определить нормальные напряжения в любой точке сечения при чистом изгибе?
13. Что называют осевым моментом сопротивления?
14. Что характеризует осевой момент сопротивления?
15. Как выгоднее установить брус квадратного сечения, испытывающего деформацию изгиба?
16. Что характеризует экономичность бруса, испытывающего деформацию изгиба?
17. Почему при изгибе в сечении врезанного шарнира на эпюре момент равен нулю?
18. Как по эпюре $M_{изг}$ представить вид изогнутой оси бруса?
19. В каком случае при поперечном изгибе учитываются оба напряжения: нормальное и касательное?
20. Какие параметры входят в формулу Журавского?
21. Почему допускается раздвоение в определении статического момента в формуле Журавского?
22. Чем объясняется “ступенька” на эпюре внутреннего силового фактора?
23. Когда на контуре эпюры появляется излом?
24. Почему «метод сил» имеет такое название?
25. Что уравнивает каноническое уравнение метода сил?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 93 из 270

26. Что уравнивает уравнение трех моментов?

27. Какими способами можно построить суммарную эпюру изгибающих моментов для неразрезной балки?

ТЕМА 5. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМАЯ ПЛОСКАЯ РАМА

По теме «Статически неопределимая плоская рама» предлагается раскрыть статическую неопределимость плоской рамы, построить эпюры внутренних силовых факторов, подобрать размеры поперечного сечения элементов рамы и схематично построить вид изогнутой оси рамы. Задача трижды статически неопределимая. Встречаются варианты с шестью дополнительными связями, но в этом случае есть возможность воспользоваться свойствами геометрической и силовой симметрии. Некоторые силовые факторы в сечении, совпадающем с плоскостью симметрии, равны нулю по определению, и степень неопределимости значительно сокращается. Применяется *метод сил* в форме *способа Верещагина*.

Правильность решения проверяется графо-аналитически. Определяем перемещение сечения конструкции, про которое заранее известно, что оно равно нулю. Умножается суммарная эпюра изгибающего момента на одну из единичных эпюр, использованных при определении коэффициентов системы канонических уравнений. Из граничных условий известно, что перемещение в направлении любой из этих единичных сил равно нулю, следовательно, в результате перемножения результирующих эпюр внутренних силовых факторов на соответствующие единичные эпюры должны получить нулевое значение перемещения. В этом случае считается, что проверка состоялась. С учетом закрепления рамы и формы эпюры изгибающих моментов строится примерный вид деформированной рамы.

ЗАДАНИЕ 1.5. Раскрытие статической неопределимости рамы методом сил

Для статически неопределимой рамы требуется :

1. Раскрыть статическую неопределимость, используя метод сил;
2. Определить реакции всех опор и сделать проверку, найденных величин;

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 94 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

3. Построить эпюры продольных сил N , поперечных сил Q и изгибающих моментов M ;
 4. Сделать проверку правильности построения эпюры M ;
 5. Подобрать диаметр стального стержня круглого сечения при допускаемых напряжениях $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$;
 6. Изобразить примерный вид упругой линии рамы.
- Принять: $P = q \cdot a$, $M = q \cdot a^2$. Элементы рамы имеют одинаковое поперечное сечение.

Таблица 1.5.1

Варианты задания

Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м
01	15	2.0	1.2	1.5
21	18	1.8	1.4	1.4
41	20	1.6	1.5	1.2
61	25	1.2	1.6	1.0
81	12	1.4	2.0	1.6

Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м
02	15	2.0	1.2	2.5
22	18	1.8	1.4	2.4
42	20	1.6	1.5	2.2
62	25	1.2	1.6	2.0
82	12	1.5	2.0	2.6

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 95 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
03	15	2.0	1.2	1.5	
23	18	1.8	1.4	1.4	
43	20	1.6	1.5	1.2	
63	25	1.2	1.6	1.0	
83	12	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
04	15	2.0	1.2	1.5	
24	18	1.8	1.4	1.4	
44	20	1.6	1.5	1.2	
64	25	1.2	1.6	1.0	
84	12	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
05	15	2.0	1.2	1.5	
25	18	1.8	1.4	1.4	
45	20	1.6	1.5	1.2	
65	25	1.2	1.6	1.0	
85	12	2.2	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
06	15	2.0	1.2	1.5	
26	18	1.8	1.4	1.4	
46	20	1.6	1.5	1.2	
66	25	1.2	1.6	1.0	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 96 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

86	12	2.2	2.0	1.6	
Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
07	15	2.0	1.2	1.5	
27	18	1.8	1.4	1.4	
47	20	1.6	1.5	1.2	
67	25	1.2	1.6	1.0	
87	12	2.2	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
08	15	2.0	1.2	1.5	
28	18	1.8	1.4	1.4	
48	20	1.6	1.5	1.2	
68	25	1.8	1.6	1.0	
88	12	2.5	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
09	15	2.0	3.2	2.5	
29	18	1.8	3.4	2.4	
49	20	1.6	3.5	2.2	
69	25	1.2	3.6	2.0	
89	12	1.5	3.0	2.6	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 97 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

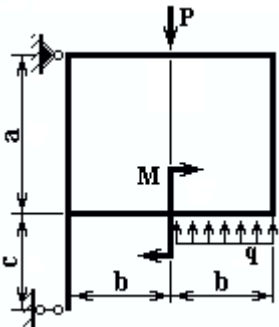
Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
10	15	2.0	1.2	1.5	
30	18	1.8	1.4	1.4	
50	20	1.6	1.5	1.2	
70	25	1.2	1.6	1.0	
90	12	1.5	2.0	1.6	
Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
11	15	2.0	1.2	1.5	
31	18	1.8	1.4	1.4	
51	20	1.6	1.5	1.2	
71	25	1.2	1.6	1.0	
91	12	1.5	2.0	1.6	

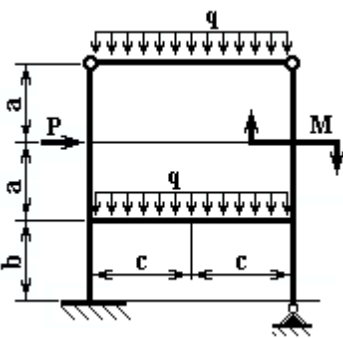
Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
12	15	2.0	1.2	1.5	
32	18	1.8	1.4	1.4	
52	20	1.6	1.5	1.2	
72	25	1.2	1.6	1.0	
92	12	3.0	2.0	1.6	

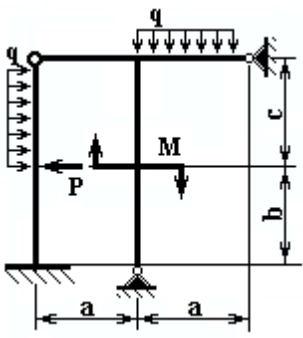
Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
13	15	2.0	1.2	1.5	
33	18	1.8	1.4	1.4	
53	20	1.6	1.5	1.2	
73	25	1.2	1.6	1.0	

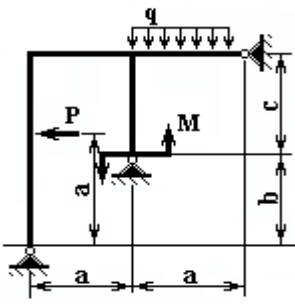
Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 98 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

93	12	3.0	2.0	1.6	
----	----	-----	-----	-----	--

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
14	15	1.0	1.2	1.5	
34	18	0.8	1.4	1.4	
54	20	1.6	1.5	1.2	
74	25	1.2	1.6	1.0	
94	12	2.0	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
15	15	2.0	1.2	1.5	
35	18	1.8	1.4	1.4	
55	20	1.6	1.5	1.2	
75	25	1.2	1.6	1.0	
95	12	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	
16	15	2.0	1.2	1.5	
36	18	1.8	1.4	1.4	
56	20	1.6	1.5	1.2	
76	25	1.2	1.6	1.0	
96	12	3.0	2.0	1.6	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 99 из 270
--------------------------------	---	--	----------------

Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
17	15	2.0	1.2	1.5	
37	18	1.8	1.4	1.4	
57	20	1.6	1.5	1.2	
77	25	1.2	1.6	1.0	
97	12	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
18	15	2.0	1.2	1.5	
39	18	1.8	1.4	1.4	
58	20	1.6	1.5	1.8	
78	25	1.2	1.6	2.0	
98	12	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
19	15	2.0	1.2	1.5	
39	18	1.8	1.4	1.4	
59	20	1.6	1.5	1.2	
79	25	1.2	1.6	1.0	
99	12	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q , кН/м	a , м	b , м	c , м	
20	15	2.0	1.2	1.5	
40	18	1.8	1.4	1.4	
60	20	1.6	1.5	1.2	

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 100 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

80	25	1.2	1.6	1.0	
00	12	1.5	2.0	1.6	

Контрольные вопросы по теме «Статически неопределимая плоская рама»

1. Какая конструкция называется плоской рамой?
2. Как определяется степень статической неопределимости плоской рамы?
3. В чем состоит принцип суперпозиции, и есть ли предел его применимости?
4. В чем смысл коэффициента « $1/2$ » в выражении потенциальной энергии деформации?
5. Какие задачи называют статически неопределимыми?
6. Как называется дополнительное уравнение, составляемое при раскрытии статической неопределимости?
7. Что такое поперечный изгиб?
8. Как определить нормальные напряжения в любой точке сечения при чистом изгибе?
9. Какая гипотеза не находит подтверждения при поперечном изгибе?
10. При каких внешних нагрузках, вызывающих поперечный изгиб, можно пользоваться формулой для нормальных напряжений при чистом изгибе?
11. Как по эпюре *Мизг* представить вид изогнутой оси бруса?
12. В каком случае при поперечном изгибе учитываются оба напряжения: нормальное и касательное?
13. Почему допускается раздвоение в определении статического момента в формуле *Журавского*?
14. Что уравнивает каноническое уравнение *метода сил*?
15. В чем суть коэффициента канонического уравнения *метода сил*?
16. Какие преимущества дает геометрическая симметрия рамы?
17. Как воспользоваться преимуществами геометрически симметричной рамы?
18. Как проверить правильность построения эпюры изгибающих моментов, полученной после раскрытия статической неопределимости?
19. Как определяется перемещение сечения статически неопределимой рамы?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 101 из 270

20. Почему при определении перемещения сечения рамы рассматривается не исходная конструкция рамы, а любая возможная основная система?

ТЕМА 6. РАСЧЕТ БРУСА С ПРОСТРАНСТВЕННО-ИЗОГНУТОЙ ОСЬЮ НА СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Коленчатый вал двигателя внутреннего сгорания представляет собой брус с пространственно-изогнутой осью.

В задании рассматривается брус упрощенной формы, у которого один конец жестко зашцеилен и колена направлены параллельно осям прямоугольной системы координат.

Даже простая нагрузка, прикладываемая к одному элементу бруса и вызывающая в этой части простую деформацию, в других частях бруса уже вызывает сложное напряженно-деформированное состояние, называемое сложным сопротивлением. Как известно, в консольном брусике можно не искать опорные реакции в заделке, если выбрать начало отсчета на свободном конце консоли. В случае ломаного бруса, применив такой же прием, можно избавиться от нахождения шести составляющих опорной реакции. Перемещаясь к заделке, последовательно рассчитываются прямые элементы бруса. Поскольку в расчете появляется много силовых факторов, и есть реальная возможность допустить ошибки, рекомендуется первоначально задаться направлением координатных осей, направив их параллельно осям колен бруса. Принимается правосторонняя система координат и не изменяются обозначения осей при переходе к смежным частям бруса с ломаной осью.

При отсутствии практического навыка рекомендуется вычертить каждое колено отдельно, показав всю действующую нагрузку, и составить выражения для всех шести внутренних силовых факторов. По полученным выражениям построить эпюры, ориентируя графики в тех плоскостях, в которых действуют рассматриваемые факторы. Для лучшей читаемости полученного решения графики лучше строить на четырех осях, повторяющих контур заданного бруса. Отдельно строятся эпюры нормальной силы $N(x)$, крутящего момента $M_{кр}$, изгибающего момента $M_{изг}$ и поперечной силы $Q(x)$. Эпюры изгибающего момента и поперечной силы для каждого колена бруса строятся в двух плоскостях, в которых эти факторы действуют.

При переходе к следующему участку бруса в его начало переносится вся нагрузка, приложенная к предыдущему, по правилам, известным из теоретической механики. Момент пары сил переносится без изменений, а при параллельном переносе силы добавляется момент равный произведению силы на плечо переноса. Знание дифференциально-интегральной зависимости между

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 102 из 270

$Q(x)$ и $M_{из2}$ позволяет точнее отразить на графике характер изменения изгибающего момента по длине элемента бруса.

По эпюрам отыскивается опасное сечение в каждом колене бруса и значения всех силовых факторов в этом сечении. Если имеет место сложное сопротивление, то подбор размеров сечения осуществляется по критерию наибольших касательных напряжений, известной как третья теория прочности.

Эквивалентный расчетный момент в опасном сечении получают по формуле

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

По заданию для такого участка предлагается подобрать брус круглого поперечного сечения, Расчетный диаметр определяется из условия прочности

$$\sigma = \frac{M_{\text{ЭКВ}}}{W_{\text{осевой}}} \leq [\sigma], \quad W_{\text{осевой}} = \frac{\pi d^3}{32} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{ЭКВ}}}{\pi [\sigma]}}$$

Проверку прочности проводим по формуле

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

Если в сечении действует еще и продольная сила N , то нормальные и касательные напряжения определяются

$$\sigma = \sigma(M_{из21}) + \sigma(M_{из22}) + \sigma(N), \quad \tau = \tau(M_{\text{крут}})$$

и $\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}}$ будет больше $[\sigma]$, так как при подборе сечения не учитывалась продольная сила. Поэтому задачу можно решить последовательными приближениями, задаваясь приращением диаметра Δd и проверяя напряжения по условию прочности.

Приветствуется инициатива студентов, которые найдут и применят другой способ решения: путем решения кубического уравнения относительно диаметра либо нахождение приращения диаметра через дифференциал, либо какой-то иной.

ЗАДАНИЕ 1.6. Расчет ломаного бруса на сложное сопротивление

Для пространственного ломаного консольного бруса требуется:

1. Построить эпюры всех действующих в сечении элемента внутренних сил, принимая значения силы и пары сил равными: $P_1 = q \cdot a$, $M = q \cdot b^2$;

2. Подобрать размеры стального бруса при допуске нормальном напряжением $[\sigma] = 160$ МПа, если конструктивно задано, что: стержень 1 -

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 103 из 270

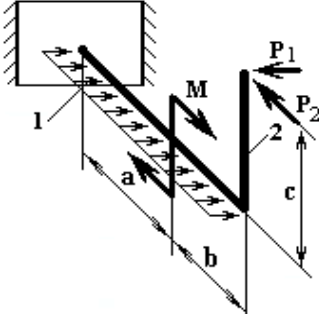
сплошного круглого сечения; стержень 2 - сплошного прямоугольного сечения с отношением высоты к ширине как 3:2; стержень 3 - полоого круглого сечения с толщиной стенки составляющей 20% от наружного диаметра. Подбор сечения производить по эквивалентному моменту $M_{ЭКВ} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$.

3. Проверить прочность, учитывая составляющую нормального напряжения от нормальной силы. При одновременном действии в точке нормальных и касательных напряжений эквивалентные напряжения определяются по теории наибольших касательных напряжений $\sigma_{ЭКВ}^{III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$. При необходимости скорректировать размеры.

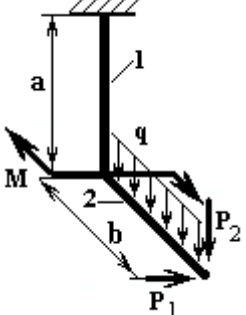
Таблица 1.6.1

Варианты задания

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
01	15	1.0	2.0	1.2	1.5
21	18	1.2	1.8	1.4	2.4
41	20	1.4	1.6	1.5	2.2
61	25	1.6	1.2	1.6	2.0
81	12	1.5	1.5	2.0	2.6



Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
02	15	1.2	2.0	1.2	-
22	18	1.5	1.8	1.4	-
42	20	2.0	1.6	1.5	-
62	25	1.8	1.2	1.6	-
82	12	1.6	1.5	2.0	-



Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
03	15	1.0	2.0	1.2	1.5
23	18	1.4	1.8	1.4	1.4

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 104 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

43	20	1.6	1.6	1.5	1.2	
63	25	1.5	1.2	1.6	1.0	
83	12	2.0	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
04	15	1.0	2.0	1.2	1.5	
24	18	1.4	1.8	1.4	1.4	
44	20	1.6	1.6	1.5	1.2	
64	25	1.5	1.2	1.6	1.0	
84	12	2.0	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
05	15	1.0	2.0	1.2	1.5	
25	18	1.4	1.8	1.4	1.4	
45	20	1.6	1.6	1.5	1.2	
65	25	1.5	1.2	1.6	1.0	
85	12	2.0	2.2	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
06	15	1.2	2.0	1.2	1.5	
26	18	1.5	1.8	1.4	1.4	
46	20	2.0	1.6	1.5	1.2	
66	25	1.8	1.2	1.6	1.0	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 105 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

86	12	1.6	2.2	2.0	1.6	
Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
07	15	1.2	2.0	1.2	1.5	
27	18	1.5	1.8	1.4	1.4	
47	20	2.0	1.6	1.5	1.2	
67	25	1.8	1.2	1.6	1.0	
87	12	1.6	2.2	2.0	1.6	

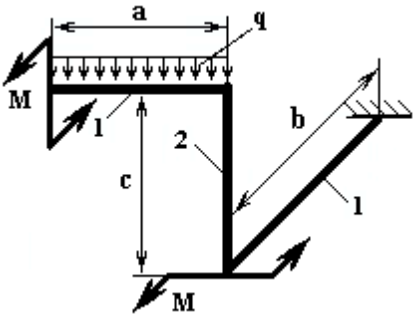
Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
08	15	2.0	1.2	1.5	1.5	
28	18	1.8	1.4	1.4	1.4	
48	20	1.6	1.5	1.2	1.2	
68	25	1.8	1.6	1.0	1.0	
88	12	2.5	2.0	1.6	1.6	

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
09	15	-	2.0	3.2	2.5	
29	18	-	1.8	3.4	2.4	
49	20	-	1.6	3.5	2.2	
69	25	-	1.2	3.6	2.0	
89	12	-	1.5	3.0	2.6	

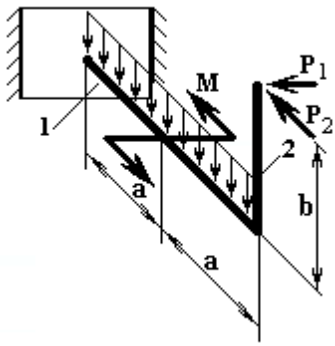
Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 106 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

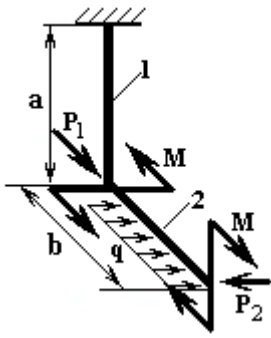
Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
10	15	-	2.0	1.2	1.5
30	18	-	1.8	1.4	1.4
50	20	-	1.6	1.5	1.2
70	25	-	1.2	1.6	1.0
90	12	-	1.5	2.0	1.6



Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
11	15	1.2	2.0	1.2	-
31	18	1.5	1.8	1.4	-
51	20	2.0	1.6	1.5	-
71	25	1.8	1.2	1.6	-
91	12	1.6	1.5	2.0	-



Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
12	15	1.2	2.0	1.2	-
32	18	1.5	1.8	1.4	-
52	20	2.0	1.6	1.5	-
72	25	1.8	1.2	1.6	-
92	12	1.6	3.0	2.0	-



Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
13	15	1.2	2.0	1.2	1.5
33	18	1.5	1.8	1.4	1.4
53	20	2.0	1.6	1.5	1.2
73	25	1.8	1.2	1.6	1.0

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 107 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

93	12	1.6	3.0	2.0	1.6	
----	----	-----	-----	-----	-----	--

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
14	15	-	1.0	1.2	1.5	
34	18	-	0.8	1.4	1.4	
54	20	-	1.6	1.5	1.2	
74	25	-	1.2	1.6	1.0	
94	12	-	2.0	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
15	15	-	2.0	1.2	1.5	
35	18	-	1.8	1.4	1.4	
55	20	-	1.6	1.5	1.2	
75	25	-	1.2	1.6	1.0	
95	12	-	1.5	2.0	1.6	

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м	
16	15	1.2	2.0	1.2	1.5	
36	18	1.5	1.8	1.4	1.4	
56	20	2.0	1.6	1.5	1.2	
76	25	1.8	1.2	1.6	1.0	
96	12	1.6	3.0	2.0	1.6	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 108 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
17	15	-	2.0	1.2	1.5
37	18	-	1.8	1.4	1.4
57	20	-	1.6	1.5	1.2
77	25	-	1.2	1.6	1.0
97	12	-	1.5	2.0	1.6

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
18	15	-	2.0	1.2	1.5
38	18	-	1.8	1.4	1.4
58	20	-	1.6	1.5	1.8
78	25	-	1.2	1.6	2.0
98	12	-	1.5	2.0	1.6

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
19	15	1.2	2.0	1.2	1.5
39	18	1.5	1.8	1.4	1.4
59	20	2.0	1.6	1.5	1.2
79	25	1.8	1.2	1.6	1.0
99	12	1.6	1.5	2.0	1.6

Вариант	q, кН/м	P ₂ /P ₁	a, м	b, м	c, м
20	15	1.2	2.0	1.2	1.5
40	18	1.5	1.8	1.4	1.4
60	20	2.0	1.6	1.5	1.2

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 109 из 270

80	25	1.8	1.2	1.6	1.0	
00	12	1.6	1.5	2.0	1.6	

Контрольные вопросы

по теме «Сложное сопротивление»

1. Почему составляющие напряжения носят такие названия?
2. Как формулируется *Закон Гука*?
3. Что такое абсолютная деформация?
4. Что называется напряжением?
5. Какие выделяют компоненты напряжения?
6. Что такое относительная деформация?
7. Абсолютное и относительное удлинение, какой параметр несет большую информацию о деформированном состоянии?
8. Что такое допускаемое напряжение?
9. В чем смысл условия прочности?
10. В чем смысл условия жесткости?
11. Что влияет на выбор коэффициента запаса прочности?
12. Что такое нормальная сила?
13. Что такое поперечная сила?
14. Что такое изгибающий момент?
15. Что такое крутящий момент?
16. Как определяется величина нормальной или поперечной силы в сечении?
17. Как определяется изгибающий момент в сечении?
18. Что называется плечом переноса силы?
19. Как проверить правильность построения эпюры *Мизг* по эпюре *Q*?
20. Как “угадать” характер эпюры *Мизг* по эпюре *Q*?
21. Как найти значение изгибающего момента в сечении, если есть в наличии эпюра *Q*?
22. Что такое чистый изгиб?
23. Что такое поперечный изгиб?
24. Что такое косоугольный изгиб?
25. Как определить нормальные напряжения в любой точке сечения при чистом изгибе?
26. Что называют осевым моментом сопротивления?
27. Что характеризует осевой момент сопротивления?
28. Какие внешние нагрузки при поперечном изгибе допускают использование формулы для нормальных напряжений при чистом изгибе?
29. Как по эпюре *Мизг* представить вид изогнутой оси бруса?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 110 из 270

30. В каком случае при поперечном изгибе учитываются оба напряжения: нормальное и касательное?
31. Почему в формуле Журавского допускается раздвоение в определении статического момента?
32. Что такое «Теория прочности»?
33. Чем вызвано многообразие теорий прочности?
34. Как произвести подбор сечения в случае одновременного действия нормальной силы и изгибающего момента?

ТЕМА 7. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ КОЛОННЫ

Рассматривается внецентренное сжатие каменной колонны с низким уровнем допускаемых напряжений на растяжение. Наличие оси симметрии поперечного сечения облегчает нахождение главных осей и главных моментов инерции сечения. По известной формуле нормальных напряжений для внецентренного растяжения – сжатия определяется положение нейтральной

линии

$$\sigma = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{x_p x}{i_y^2} + \frac{y_p y}{i_x^2} \right),$$

где P - величина внецентренной силы;

A – площадь поперечного сечения;

x_p, y_p – координаты точки приложения силы – полюса;

x, y – координаты точки, в которой определяется напряжение;

i_x, i_y – радиусы инерции сечения.

Затем визуально определяются точки сечения, наиболее удаленные от нейтральной линии, и вычисляются значения нормальных напряжений в этих точках.

Вокруг центра тяжести сечения можно выделить область, при приложении силы в которой, во всех точках сечения напряжения принимают значения одного знака. Эта область называется ядром сечения. Знание формы и размеров ядра сечения актуально для материалов, в которых недопустимо наличие растягивающих напряжений. Определяется форма ядра расчетом и графическим построением.

Задавая положение нейтральной линии, касающейся контура сечения, находят координаты полюса, решая систему, составленную из двух уравнений нейтральной линии. Эти уравнения относительно x_p и y_p получают, если подставить значения координат двух точек, принадлежащих нейтральной линии, вместо x и y . Последовательно обходя касательными весь контур сечения, получают все угловые точки ядра сечения. После этого полюсы

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 111 из 270

соединяются прямыми отрезками, образующими выпуклую границу контура ядра сечения.

Ядро сечения это такая область сечения вокруг центра тяжести, при приложении внецентренной силы в которой, во всех точках сечения возникают напряжения одного знака.

Анализируя уравнение нейтральной линии, внимательный студент обнаружит взаимнообратимость контура ядра сечения и контура, образованного внешними касательными к самому сечению.

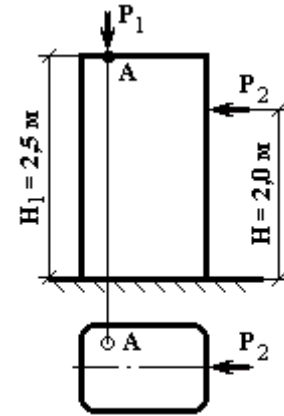
Действие боковой силы приводит к появлению дополнительных нормальных напряжений в сечениях ниже уровня действия этой силы. Наибольшего значения они достигают у основания колонны, в точках наиболее удаленных от нейтральной линии, проходящей через центр тяжести сечения перпендикулярно линии действия силы. Построив эпюры нормальных напряжений отдельно от сил P_1 и P_2 , можно определить напряжения в любой точке сечения путем сложения напряжений, снятых с каждой эпюры.

Выявив наиболее напряженные точки сечения в основании колонны, сравнивают напряжения в них с допускаемыми. В случае превышения уровня допускаемых напряжений, выясняют возможность его понижения путем изменения величины приложенной силы P_1 . Поскольку допускаемые напряжения на растяжение значительно ниже допускаемых напряжений на сжатие, то проверяется выполнение условия прочности в точках сечения по напряжениям сжатия и растяжения одновременно.

ЗАДАНИЕ 1.7. Внецентренное сжатие колонны

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 112 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Каменная колонна (рис. 1.7.1) нагружена силами P_1 и P_2 . Сила P_2 действует горизонтально в плоскости симметрии. Линия действия силы P_1 параллельна оси колонны и проходит через полюс - точку сечения, заданную вариантом. Определить положение нейтральной линии и проверить прочность колонны при действии обеих сил, построить ядро сечения. В случае неудовлетворительной прочности подобрать допустимое значение силы P_1 .



В расчетах принять: $[\sigma]_p = 250$ кПа;

$[\sigma]_{сж} = 1200$ кПа.

Рис.1.7.1. Каменная колонна

Примечание. Размеры сечения заданы в дециметрах.

Таблица 1.7.1

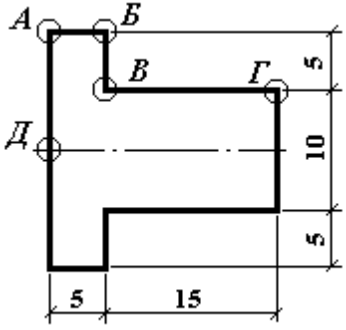
Варианты задания

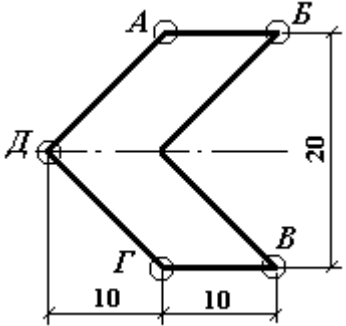
Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН
01	А	600	50
21	Б	400	60
41	В	650	70
61	Г	700	60
81	Д	500	50

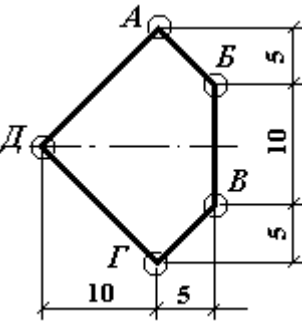
Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН
02	А	300	50
22	Б	400	60
42	В	350	70
62	Г	450	60
82	Д	500	50

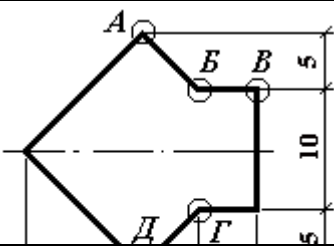
Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 113 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Вариант	Полус	P_1 , кН	P_2 , кН	
03	А	400	50	
23	Б	450	60	
43	В	500	70	
63	Г	450	60	
83	Д	550	50	

Вариант	Полус	P_1 , кН	P_2 , кН	
04	А	400	50	
24	Б	350	60	
44	В	350	70	
64	Г	400	60	
84	Д	450	50	

Вариант	Полус	P_1 , кН	P_2 , кН	
05	А	500	50	
25	Б	450	60	
45	В	450	70	
65	Г	400	60	
85	Д	350	50	

Вариант	Полус	P_1 , кН	P_2 , кН	
06	А	400	50	
26	Б	500	60	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 114 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

46	В	450	70
66	Г	500	60
86	Д	400	50

Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН
07	А	400	50
27	Б	450	60
47	В	350	70
67	Г	450	60
87	Д	500	50

Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН
08	А	400	50
28	Б	450	60
48	В	600	70
68	Г	400	60
88	Д	500	50

Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН
09	А	400	50
29	Б	350	60
49	В	600	70
69	Г	650	60
89	Д	350	50

Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 115 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

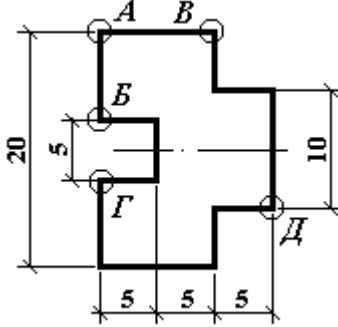
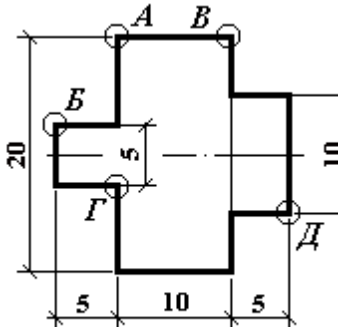
10	А	400	50	
30	Б	600	60	
50	В	450	70	
70	Г	550	60	
90	Д	500	50	
Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН	
11	А	400	50	
31	Б	450	60	
51	В	350	70	
71	Г	500	60	
91	Д	350	50	

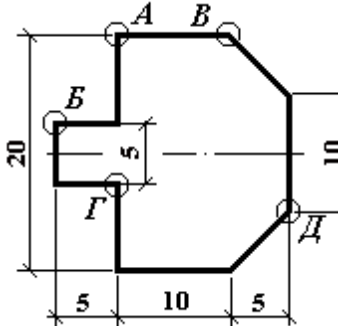
Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН	
12	А	400	50	
32	Б	450	60	
52	В	600	70	
72	Г	300	60	
92	Д	300	50	

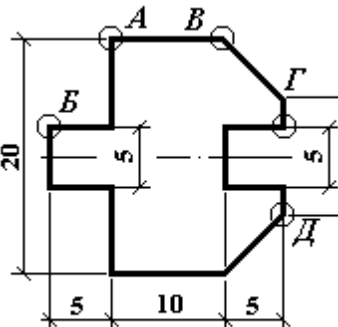
Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН	
13	А	400	50	
33	Б	500	60	
53	В	450	70	
73	Г	400	60	
93	Д	500	50	

Сопротивление материалов

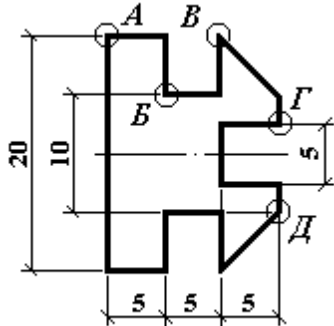
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 116 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

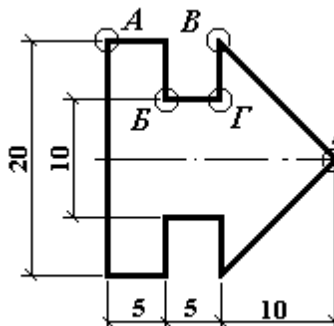
Вариант	Полос	P_1 , кН	P_2 , кН	
14	А	400	50	
34	Б	600	60	
54	В	450	70	
74	Г	600	60	
94	Д	500	50	
Вариант	Полос	P_1 , кН	P_2 , кН	
15	А	400	50	
35	Б	450	60	
55	В	450	70	
75	Г	600	60	
95	Д	350	50	

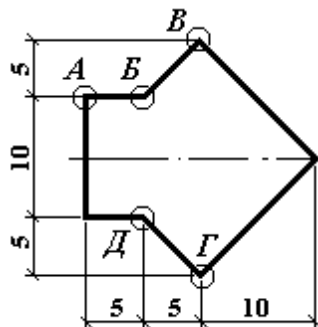
Вариант	Полос	P_1 , кН	P_2 , кН	
16	А	400	50	
36	Б	350	60	
56	В	350	70	
76	Г	500	60	
96	Д	300	50	

Вариант	Полос	P_1 , кН	P_2 , кН	
17	А	400	50	
37	Б	350	60	
57	В	400	70	
77	Г	350	60	
97	Д	350	50	

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 117 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН	
18	А	450	50	
39	Б	600	60	
58	В	400	70	
78	Г	450	60	
98	Д	450	50	

Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН	
19	А	400	50	
39	Б	600	60	
59	В	450	70	
79	Г	550	60	
99	Д	300	50	

Вариант	Полюс	P_1 , кН	P_2 , кН	
20	А	450	50	
40	Б	600	60	
60	В	400	70	
80	Г	400	60	
00	Д	550	50	

Контрольные вопросы по теме «Внецентренное растяжение-сжатие»

1. Что называется напряжением?
2. Какие выделяют компоненты напряжения?
3. Почему осевое растяжение-сжатие относится к простым деформациям?
4. Что такое внецентренное растяжение-сжатие?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 118 из 270

5. Как формулируется *Закон Гука*?
6. Что называется жесткостью при осевом растяжении-сжатии?
7. Что такое допускаемое напряжение?
8. В чем смысл условия прочности?
9. Что влияет на выбор коэффициента запаса прочности?
10. Как определить нормальные напряжения в любой точке сечения при чистом изгибе?
11. Что называют осевым моментом сопротивления?
12. Как произвести подбор сечения в случае одновременного действия нормальной силы и изгибающего момента?
13. Что такое *теория прочности*?
14. Чем вызвано многообразие *теорий прочности*?
15. В чем смысл условия жесткости?
16. Что такое внецентренная сила?
17. Уравнение нормальных напряжений при внецентренном сжатии.
18. Уравнение нейтральной линии при внецентренном растяжении-сжатии.
19. Что такое нейтральная линия?
20. Что такое нейтральная поверхность?
21. Что такое ядро сечения?
22. Что можно сказать о контуре ядра сечения?
23. Когда необходимо учитывать положение ядра сечения?
24. Какая аксиома применяется при построении ядра сечения?
25. Какой порядок построения ядра сечения?
26. Как влияет перемещение полюса на положение нейтральной линии сечения?
27. Как влияет перемещение нейтральной линии на положение полюса сечения?
28. Если полюс находится на оси симметрии, что можно сказать о положении нейтральной линии?

ТЕМА 8. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТОЙ СТОЙКИ

В этом задании подбираются размеры элементов сечения сжатой стойки по коэффициенту снижения допускаемых напряжений. Задача решается последовательными приближениями. Для ускорения сходимости начальное значение коэффициента φ_0 лучше принять равным не единице, а $\varphi_0=0,5$. Кроме

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 119 из 270

этого, после получения интерполированием значения φ_i , соответствующего вычисленной гибкости стойки λ_i , в расчет включить

$$\varphi_i = \frac{\varphi_i + \varphi_{i-1}}{2},$$

где φ_{i-1} – коэффициент предшествующего шага приближения.

Процедура последовательных приближений заканчивается, когда расхождение в значениях φ_i и φ_{i+1} не превышает одного процента. Это достижимо, если размеры сечения можно изменять непрерывно. В случае составного сечения из стандартных прокатных профилей, площадь сечения и минимальный момент инерции, а соответственно и гибкость стержня λ меняются дискретно. Поэтому расчетную процедуру следует закончить, когда последующий шаг повторяет предыдущий.

ЗАДАНИЕ 1.8. Расчет устойчивости сжатой стойки

Стальная стойка, зашпемленная одним концом и шарнирно опертая на другом, сжимается осевой силой P (рис. 1.8.1). Из условия устойчивости определить размеры поперечного сечения стойки, форма которого задана. В расчетах принять $[\sigma] = 160$ МПа и $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

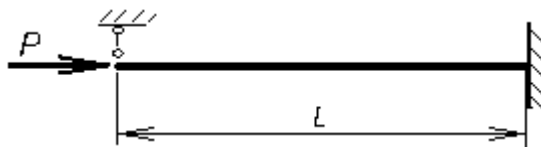


Рис. 1.8.1. Сжатая стальная стойка

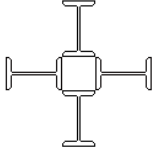
Таблица 1.8.1

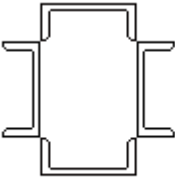
Варианты задания

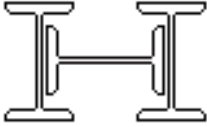
Вариант	L, м	P, кН	
01	8,0	1000	
21	8,5	900	
41	9,0	800	
61	9,5	700	
81	10,0	600	


Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 120 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Вариант	L, м	P, кН	
02	10,0	500	
22	10,5	600	
42	11,0	700	
62	11,5	600	
82	12,0	500	

Вариант	L, м	P, кН	
03	6,0	500	
23	6,5	600	
43	7,0	700	
63	7,5	500	
83	8,0	600	

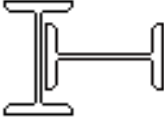
Вариант	L, м	P, кН	
04	6,0	1000	
24	6,5	950	
44	7,0	900	
64	7,5	850	
84	8,0	800	


Вариант	L, м	P, кН	
05	6,0	1000	
25	6,5	950	
45	7,0	900	
65	7,5	850	
85	8,0	800	

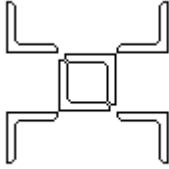
Вариант	L, м	P, кН	
06	6,0	800	
26	6,5	750	

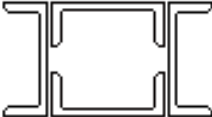
Сопротивление материалов

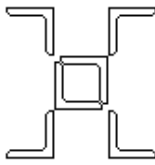
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 121 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

46	7,0	700	
66	7,5	650	
86	8,0	600	

Вариант	L, м	P, кН	
07	6,0	200	
27	6,5	300	
47	7,0	250	
67	7,5	200	
87	8,0	150	

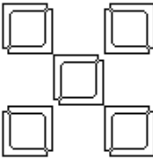
Вариант	L, м	P, кН	
08	6,0	150	
28	6,5	140	
48	7,0	120	
68	7,5	110	

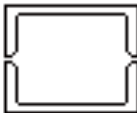
Вариант	L, м	P, кН	
09	6,0	600	
29	6,5	550	
49	7,0	500	
69	7,5	450	

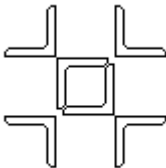
Вариант	L, м	P, кН	
10	6,0	500	
30	6,5	450	
50	7,0	400	
70	7,5	350	

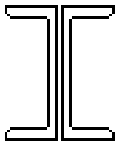
Сопротивление материалов

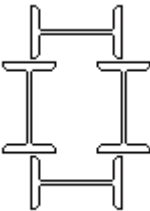
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 122 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Вариант	L, м	P, кН	
11	6,0	500	
31	6,5	450	
51	7,0	400	
71	7,5	350	
91	8,0	300	

Вариант	L, м	P, кН	
12	6,0	200	
32	6,5	250	
52	7,0	200	
72	7,5	100	
92	8,0	150	

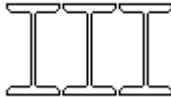
Вариант	L, м	P, кН	
13	6,0	500	
33	6,5	450	
53	7,0	400	
73	7,5	350	
93	8,0	550	

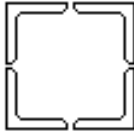
Вариант	L, м	P, кН	
14	6,0	250	
34	6,5	350	
54	7,0	200	
74	7,5	150	
94	8,0	300	

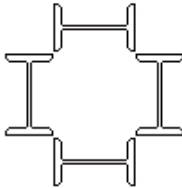
Вариант	L, м	P, кН	
15	6,0	500	
35	6,5	450	
55	7,0	400	
75	7,5	350	
95	8,0	300	

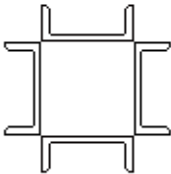
Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 123 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Вариант	L, м	P, кН	
16	6,0	500	
36	6,5	450	
56	7,0	400	
76	7,5	350	
96	8,0	300	

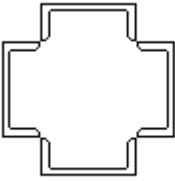
Вариант	L, м	P, кН	
17	6,0	500	
37	6,5	450	
57	7,0	400	
77	7,5	350	
97	8,0	300	

Вариант	L, м	P, кН	
18	6,0	400	
38	6,5	350	
58	7,0	300	
78	7,5	250	
98	8,0	200	

Вариант	L, м	P, кН	
19	6,0	600	
39	6,5	550	
59	7,0	500	
79	7,5	450	
99	8,0	400	

Вариант	L, м	P, кН
20	6,0	600
40	6,5	550
60	7,0	500

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 124 из 270

80	7,5	450	
00	8,0	400	

Контрольные вопросы

по теме «Устойчивость сжатой стойки»

1. В чем суть явления потери устойчивости?
2. Что такое критическая сила?
3. Что называют гибкостью стойки?
4. Что такое предельная гибкость?
5. Какой предел применимости формулы Эйлера?
6. Что такое короткая стойка?
7. Что такое коэффициент приведения длины?
8. Почему в формулу критической силы входит минимальный осевой момент инерции?
9. Как влияют условия закрепления на величину критической силы для стойки?
10. Объясните физическую сущность коэффициента снижения допускаемого напряжения.
11. Почему расчет по коэффициенту снижения допускаемого напряжения имеет итерационный характер?
12. Как можно ускорить сходимость итерационной процедуры расчета по коэффициенту снижения допускаемого напряжения?
13. Почему отличаются результаты расчета критического напряжения по формуле Эйлера и по коэффициенту снижения допускаемого напряжения?
14. Что такое приведенная длина?

ТЕМА 9. ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ НАГРУЗКИ

По теме динамическое действие нагрузки выполняется задание, в котором подбирается сечение одножды статически неопределимой рамы, подверженной действию падающего груза известной величины. Для определения коэффициента динамичности $k_{дин}$ требуется найти перемещение сечения, в котором произошел удар, но при статическом приложении силы равной весу груза. Для этого методом сил раскрывается статическая

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 125 из 270

неопределимость конструкции и строятся эпюры внутренних силовых факторов. Перемещение сечения статически неопределимой рамы в точке падения груза можно определить графо-аналитически по способу Верещагина. В этом месте в искомом направлении необходимо приложить единичную силу к заданной конструкции, которая статически неопределима. Казалось бы, что требуется снова раскрывать неопределимость уже при действии единичной внешней силы и повторить все действия, выполненные первый раз. Но изюминка заключается в том, что, раскрыв первый раз статическую неопределимость и построив эпюры, мы построили эпюры не для статически неопределимой рамы, а для одной из основных систем, полученной из заданной рамы путем освобождения от «лишних» связей, а вместо лишней связи была учтена реакция ее заменяющая. И совершенно не имеет значения, какая именно основная система была выбрана, в любом варианте конечная эпюра будет одна и та же. Поэтому и единичную силу прикладываем не к исходной раме, а к любой основной системе из нее полученной. Таким образом, единичная сила прикладывается к статически определимой раме. Из уравнений статического равновесия определяются опорные реакции и строятся эпюры внутренних факторов от действия этой единичной силы. Если пренебречь влиянием на перемещение всех внутренних факторов, кроме изгибающего момента, то будем иметь одну «единичную» эпюру и одну эпюру от внешней нагрузки для статически неопределимой рамы. Способом Верещагина определяется статическое перемещение и находится динамический коэффициент.

Коэффициент динамичности определится как $k_{дин} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{стат}}}$, где

h - высота падения груза;

$\delta_{стат}$ – перемещение сечения при статическом приложении силы.

Динамические нормальные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{дин} = k_{дин} \cdot \sigma_{статич}.$$

По условию прочности подбирается диаметр сплошного круглого сечения бруса.

Приведенные выше рассуждения по определению перемещения сечения статически неопределимой системы справедливы для любой задачи. Что касается конкретного задания, то $\delta_{стат}$ есть перемещение именно точки падения груза и в направлении движения груза, то есть «единичная» эпюра может быть получена из «грузовой» путем деления всех ее ординат на величину веса груза.

ЗАДАНИЕ 1.9. Расчеты при действии ударной нагрузки

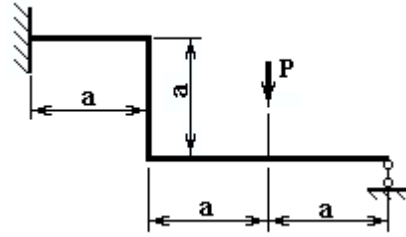
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 126 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

На упругую систему с высоты h падает груз P . Подобрать размеры бруса круглого поперечного сечения из малоуглеродистой стали. Принять в расчетах $[\sigma] = 160$ МПа и $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Массу упругой системы не учитывать.

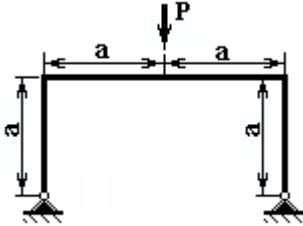
Таблица 1.9.1

Варианты задания

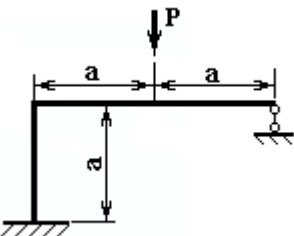
Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
01	200	0,08	1,6
21	300	0,07	1,4
41	400	0,06	1,2
61	500	0,05	1,0
81	600	0,04	0,8



Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
02	200	0,08	1,6
22	300	0,07	1,4
42	400	0,06	1,2
62	500	0,05	1,0
82	600	0,04	0,8



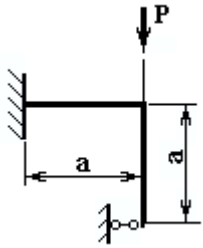
Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
03	200	0,08	1,6
23	300	0,07	1,4
43	400	0,06	1,2
63	500	0,05	1,0
83	600	0,04	0,8



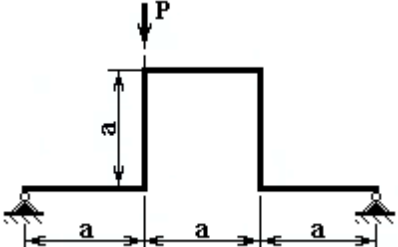
Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 127 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

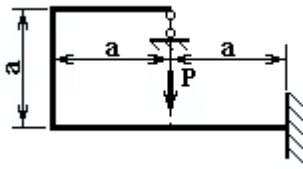
Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
04	200	0,08	1,6
24	300	0,07	1,4
44	400	0,06	1,2
64	500	0,05	1,0
84	600	0,04	0,8



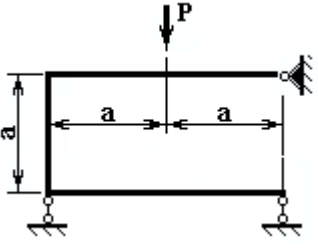
Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
05	200	0,08	1,6
25	300	0,07	1,4
45	400	0,06	1,2
65	500	0,05	1,0
85	600	0,04	0,8



Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
06	200	0,08	1,6
26	300	0,07	1,4
46	400	0,06	1,2
66	500	0,05	1,0
86	600	0,04	0,8



Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
07	200	0,08	1,6
27	300	0,07	1,4
47	400	0,06	1,2
67	500	0,05	1,0

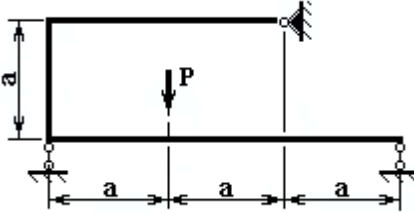


Сопротивление материалов

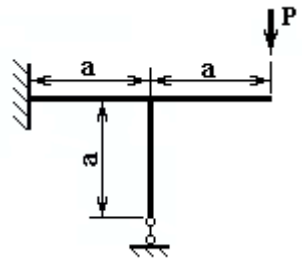
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 128 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

87	600	0,04	0,8
----	-----	------	-----

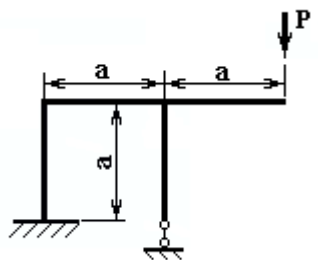
Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
08	200	0,08	1,6
28	300	0,07	1,4
48	400	0,06	1,2
68	500	0,05	1,0
88	600	0,04	0,8



Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
09	200	0,08	1,6
29	300	0,07	1,4
49	400	0,06	1,2
69	500	0,05	1,0
89	600	0,04	0,8



Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
10	200	0,08	1,6
30	300	0,07	1,4
50	400	0,06	1,2
70	500	0,05	1,0
90	600	0,04	0,8



Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
11	200	0,08	1,6
31	300	0,07	1,4

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 129 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

51	400	0,06	1,2	
71	500	0,05	1,0	
91	600	0,04	0,8	

Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м	
12	200	0,08	1,6	
32	300	0,07	1,4	
52	400	0,06	1,2	
72	500	0,05	1,0	
92	600	0,04	0,8	

Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м	
13	200	0,08	1,6	
33	300	0,07	1,4	
53	400	0,06	1,2	
73	500	0,05	1,0	
93	600	0,04	0,8	

Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м	
14	200	0,08	1,6	
34	300	0,07	1,4	
54	400	0,06	1,2	
74	500	0,05	1,0	
94	600	0,04	0,8	

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 130 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
15	200	0,08	1,6
35	300	0,07	1,4
55	400	0,06	1,2
75	500	0,05	1,0
95	600	0,04	0,8

Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
16	200	0,08	1,6
36	300	0,07	1,4
56	400	0,06	1,2
76	500	0,05	1,0
96	600	0,04	0,8

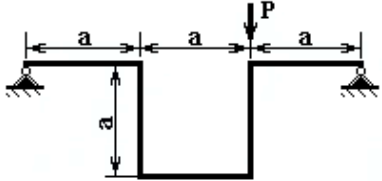
Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
17	200	0,08	1,6
37	300	0,07	1,4
57	400	0,06	1,2
77	500	0,05	1,0
97	600	0,04	0,8

Вариант	Сила $P, Н$	Высота $h, м$	$a, м$
18	200	0,08	1,6
38	300	0,07	1,4
58	400	0,06	1,2
78	500	0,05	1,0

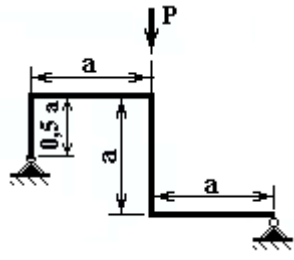
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 131 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

98	600	0,04	0,8
----	-----	------	-----

Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
19	200	0,08	1,6
39	300	0,07	1,4
59	400	0,06	1,2
79	500	0,05	1,0
99	600	0,04	0,8



Вариант	Сила P , Н	Высота h , м	a , м
20	200	0,08	1,6
40	300	0,07	1,4
60	400	0,06	1,2
80	500	0,05	1,0
00	600	0,04	0,8



Контрольные вопросы

по теме «Динамическое действие нагрузки»

1. Чем отличается динамическое действие нагрузки от статического?
2. Какие допущения приняты при выводе коэффициента динамичности?
3. Как повлияет учет массы опорного тела на динамический расчет?
4. Как влияет динамичность действия нагрузки на механические характеристики материала?
5. Как влияет «качество» конструкционной стали на восприимчивость динамической нагрузки?
6. Какой параметр характеризует способность материала воспринимать ударную нагрузку?
7. Как определяется ударная вязкость?
8. Как влияет термообработка стали на её способность воспринимать ударные нагрузки?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 132 из 270

9. Какое назначение имеет надрез образца для определения ударной вязкости?
10. Какой легирующий элемент улучшает восприимчивость динамической нагрузки?

ЧАСТЬ 2. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ

2.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

ЗАДАЧА 2.1.

Задание на проектирование:

Для заданного сечения:

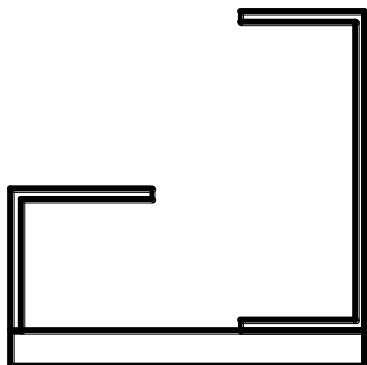
1. Найти положение главных центральных осей и величину главных центральных моментов инерции.
2. Начертить в масштабе составной профиль, указать на нем все оси и *все необходимые для вычислений* размеры.
3. Проверить вычисления построением Круга Мора.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 133 из 270

Полоса 20x200

Швеллер №18

**Уголок равнополочный
80x80x6**

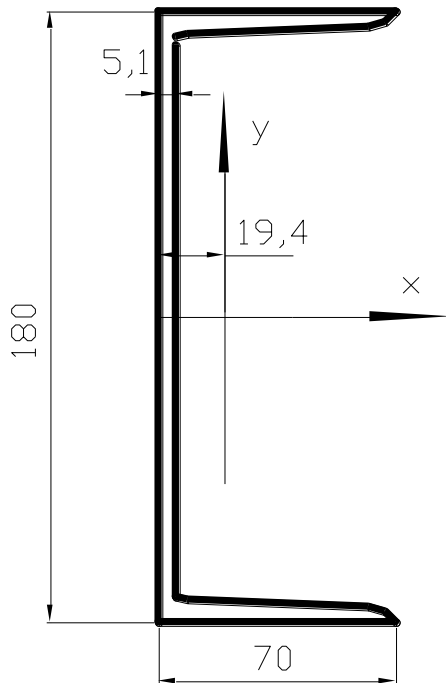


Выполнение задания начинаем с выписывания параметров элементов, входящих в заданное сечение. Открываем ГОСТ на прокатные профили: швеллер и равнополочный или равнобокий уголок, и из соответствующей строки выписываем все данные, используемые в расчетах.

Чтобы предотвратить появление ошибок при выборке данных, КАТЕГОРИЧЕСКИ запрещается изменять положение сечения и связанных с ним осей.

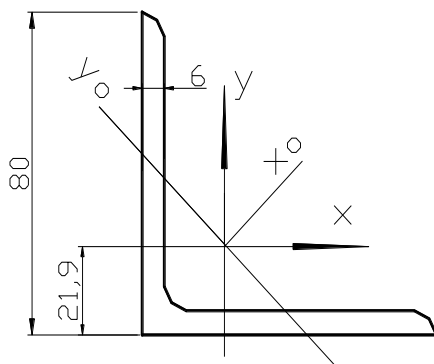
Часто студент, видя, что на заданной схеме сечение повернуто или зеркально отражено по отношению к положению в ГОСТе, самостоятельно вносит корректировки. Но порой, в начальный момент расчета студент не владеет полной информацией и не обладает навыками расчета. Поэтому не может учесть все изменения характеристик сечения, связанные с его поворотом, чем вносит в расчет ошибки, которые в самом расчете трудно увидеть. Мы ознакомимся с пошаговыми проверками, позволяющими избежать арифметических ошибок в итоговом результате, но есть ошибки, которые не могут быть выявлены. В таком случае фактически рассчитывается другое сечение.

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 134 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------



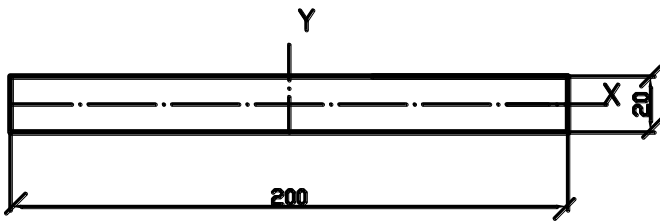
Параметры швеллера №18 по ГОСТ 8240-56

Высота $h=180$ мм
Ширина полки $b=70$ мм
Толщина стенки $d=5.1$ мм
Площадь сечения $F=20.7$ см²
Момент инерции $I_x=1090$ см⁴
Момент инерции $I_y=86.0$ см⁴
Эксцентриситет $z_0=1.94$ см



Параметры равнополочного уголка 80x80x6
Полка $b=80$ мм
Толщина полки $d=6$ мм
Площадь сечения $F=9.38$ см²
Момент инерции $I_x=I_y=57.0$ см⁴
Момент инерции max $I_{x_0}=90.4$ см⁴
Момент инерции min $I_{y_0}=23.5$ см⁴
Эксцентриситет $Z_0=2.19$ см
Центробежный момент инерции
 $I_{xy}=I_{x_0} - I_x=90.4-57.0=33.4$ см⁴

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 135 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------



Полоса:

Ширина $b=20$ см

Высота $h=2$ см

Площадь сечения $F=b \cdot h=2 \cdot 20=40 \text{ см}^2$

**Момент инерции I_x
 $=b \cdot h^3/12=13,33 \text{ см}^4$**

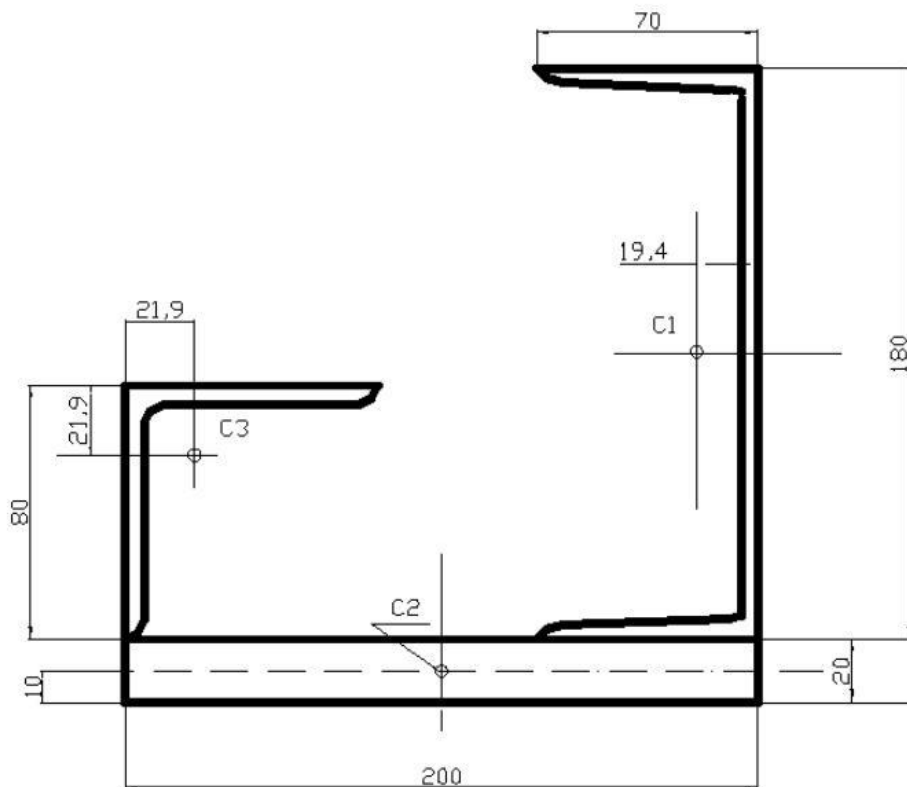
**Момент инерции I_y
 $=b^3 \cdot h/12=1333 \text{ см}^4$**

В левой части листа стандартных размеров, желательно формата А3, в масштабе вычерчиваем заданное сечение без излишних подробностей, таких как радиусы скруглений углов и сопряжения поверхностей. В данном расчете такие подробности несущественны, поэтому можно не тратить время на их вычерчивание.

Для определения положения центра тяжести сечения необходимо назначить положение начальных координатных осей. Имея определенные навыки и наработки, инженер прокручивает в голове предстоящий расчет и

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 136 из 270

назначает такое положение осей, при котором сокращается объем вычислений.



Принимаем оси, как показано на рис. 2.1.1. Ось абсцисс совмещаем с нижней кромкой сечения, а ось ординат пустим через центр тяжести полосы.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 137 из 270

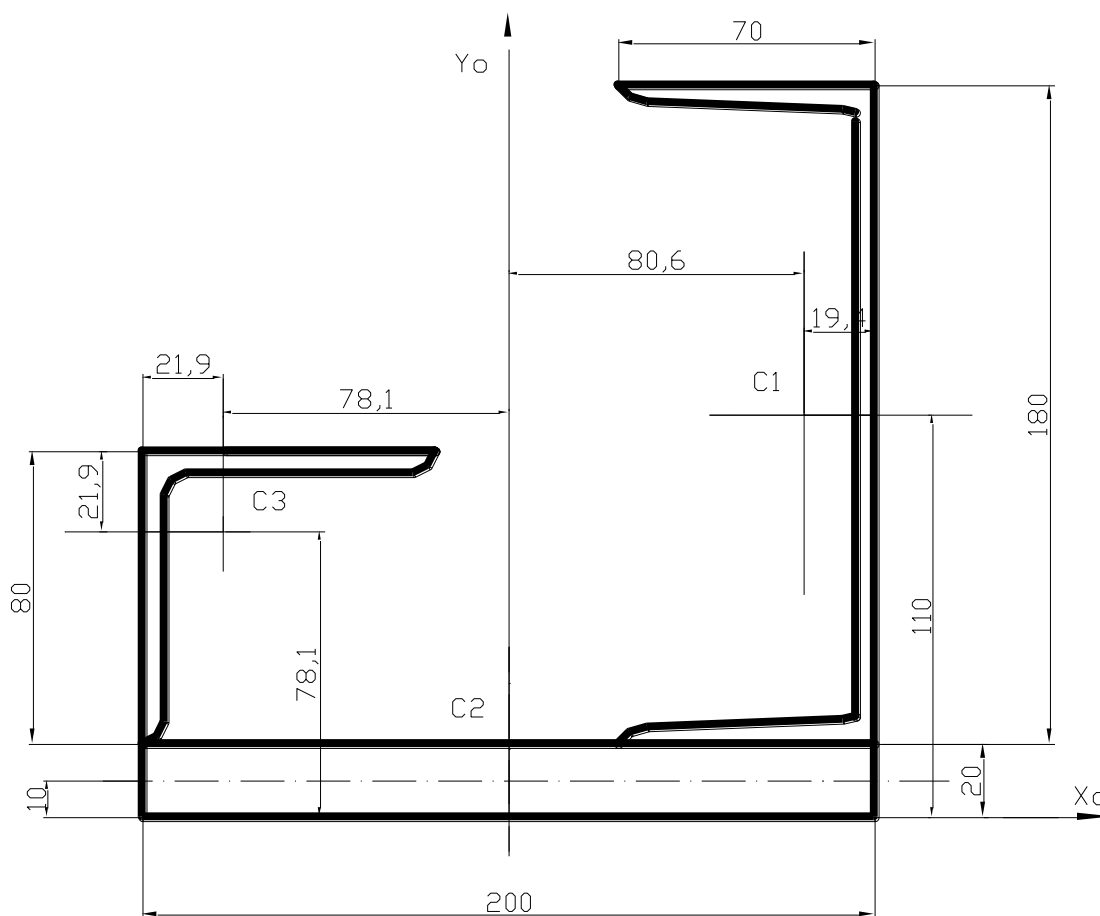


Рис. 2.1.1. Заданное сечение с принятыми начальными осями X_0 и Y_0 .

Повторяющиеся вычисления целесообразно выполнять в табличной форме. Таблица избавляет от многократного написания формул и возможных при этом случайных ошибок, и, самое главное, в таблице даже визуально можно определить описки и ошибки. Кроме того легко составить схему проверки сумм содержимого ячеек по строке или по столбцу.

Заполняя приведенную ниже таблицу, рассмотрим подобный пример. Заполняем таблицу 2.1.1. Продвинутые студенты могут построить таблицу в *Excel*, запрограммировав ячейки в соответствии и приведенным ниже алгоритмом.

Заполняем первые четыре колонки. Содержимое ячеек сверяем с координатами центров тяжести полосы, швеллера и уголка, проставленными на расчетной схеме. Далее заполняем ячейки со статическими моментами в соответствии с определением *статического* (часто студенты, не вдаваясь в подробности, вставляют в слово “статический” еще три буквы) момента сечения и по схеме вычисления, внесенной в головную ячейку таблицы.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 138 из 270

Суммируем площади частей сечения и получаем первый результат-сумму Σ_1 . Аналогично поступаем с содержимым ячеек статических моментов и получаем вторую $\Sigma_2=S_x$ и третью сумму $\Sigma_3=S_y$.

Теперь определяем положение центра тяжести всего рассматриваемого сечения. Он будет находиться на пересечении двух линий параллельных начальным осям X_0 и Y_0 . Насколько нужно переместить эти линии мы определим, разделив суммы статических моментов на полную площадь сечения.

$$Y_c = \frac{\Sigma_2 S_{xi}}{\Sigma_1 F_i} = \frac{S_x}{F}; \quad X_c = \frac{\Sigma_3 S_{yi}}{\Sigma_1 F_i} = \frac{S_y}{F}.$$

От оси X_0 откладываем отрезок y_c , причем с учетом знака. Параллельно оси X_0 через конец отрезка строим одну ось, а на расстоянии равном x_c от оси Y_0 строим вторую ось. На пересечении осей находится **ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ СЕЧЕНИЯ**. Теперь построенные оси законно можно называть **ЦЕНТРАЛЬНЫМИ** и присвоить им индекс c .

Следующие две колонки содержат параметр, который называется плечом переноса. Ячейки столбца (7) заполняются результатами вычитания из содержимого ячеек третьего столбца значения y_c

$$a_i = Y_{ci} - Y_c.$$

Аналогично заполняем ячейки столбца (8), вычитая значение x_c из содержимого (4)

$$b_i = X_{ci} - X_c.$$

В чем суть плеча переноса? Плечо переноса есть не что иное, как координата центра тяжести составляющей фигуры в системе центральных осей. Это нетрудно проверить “с линейкой” на расчетной схеме.

Теперь приступаем к завершающей части по определению главных центральных моментов инерции сечения. Заполняем столбцы собственных моментов инерции частей сечения.

Собственным моментом инерции называется момент относительно осей, проходящих через центр тяжести рассматриваемого фрагмента. Для каждой центральной оси определяется свой собственный осевой момент инерции.

Обращаем внимание на то, что при повороте прокатного профиля на 90° в любую сторону обозначения осей меняются, что нужно учитывать при размещении величин по ячейкам столбцов (9) и (10). В рассматриваемом примере индексация моментов инерции для швеллера сохранилась, так как

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 139 из 270

зеркальное отражение не изменило направление осей X и Y . То же самое и для уголка, хотя его отражение изменило знак центробежного момента инерции с минуса на плюс. Если бы швеллер был повернут стенкой до горизонтального положения, то осевые моменты инерции поменялись бы местами.

Столбцы с переносными моментами инерции заполняются по формуле в ячейке шапки таблицы.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 140 из 270

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ СЕЧЕНИЯ

Таб.2.1.1

Наименование элементов сечения	Площадь сечения, F_i см ²	Координаты центра тяжести		Статический момент сечения		Плечи переноса		Собственные моменты инерции			Переносные моменты инерции			Центральные моменты инерции		
		Y_{ci} , см	X_{ci} , см	$S_{xi}=F_i \cdot Y_{ci}$ Y_{ci} =(2)(3), см ³	$S_{yi}=F_i \cdot X_{ci}$ X_{ci} =(2)(4), см ³	$a_i= Y_{ci}-Y_c$	$b_i= X_{ci}-X_c$	I_{xi} , см ⁴	I_{yi} , см ⁴	I_{xyi} , см ⁴	$F_i \cdot a_i^2$ $a_i=$	$F_i \cdot b_i^2$ $b_i=$	$F_i \cdot a_i \cdot b_i$ $b_i=$	$I_x=$	$I_y=$ $=I_{xi}+I_{yi}$	$I_{xy}=$ $=I_{xyi}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Полоса 20x2	40.0	1.0	0	40.0	0	-3.86	-1.34	13.3	1333	0	596	71.8	207	609	1405	207
Швеллер №18	20.7	11.0	8.06	227.7	166.8	6.14	6.72	1090	86.0	0	780	935	854	1870	1021	854
Уголок равнополочн. 80x80x6	9.38	7.81	-7.81	73.2	-73.2	2.95	-9.15	57.0	57.0	33.4	81.6	785	-253	139	842	-220

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 141 из 270

Σ_1		Σ_2	Σ_3		Σ_4	Σ_5	Σ_6	Σ_7	Σ_8	Σ_9	$\Sigma_{10}=2618$	$\Sigma_{11}=3268$	$\Sigma_{12}=841$
70.1		341	93.6		1160	1476	33.4	1458	1792	808			

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 142 из 270

Осевым переносным моментом инерции называется произведение площади фигуры на квадрат расстояния от центра тяжести фигуры до оси, относительно которой переносный момент инерции находится. Центробежный переносный момент инерции находится относительно пары взаимно перпендикулярных осей. Расстояние от центра тяжести до оси называют плечом переноса. Перемножаем плечи переноса до обеих осей и площадь фигуры.

Плечо переноса - это величина со знаком, поэтому осевой переносный момент всегда положительный, и удаление оси отсчета от центра тяжести фигуры всегда приводит к увеличению осевого момента инерции. А добавка к центробежному моменту инерции может быть положительной при плечах одного знака, либо отрицательной при разных знаках плеч переноса.

Суммируя собственный и переносный моменты инерции, получаем центральный момент инерции фигуры, который заносится в столбцы (15) и (16) как осевой и в столбец (17) как центробежный.

Когда таблица заполнена, сделаем проверки. Мы просуммировали содержимое всех столбцов за исключением (3), (4), (7) и (8). Теперь работаем с этими суммами. Складываем суммы \sum_4 и \sum_7 должны получить значение суммы \sum_{10} . Аналогично

$$\begin{aligned} \sum_5 I_{yi} + \sum_8 (b \times b \times F_i) &= \sum_{11} I_{yci} \\ \sum_6 I_{xyi} + \sum_9 (a \times b \times F_i) &= \sum_{12} I_{xyci} \end{aligned}$$

Определяем направление главных центральных осей по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x} = \frac{2 \times \sum_{12} I_{xyc}}{\sum_{11} I_{yc} - \sum_{10} I_{xc}}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x} = \frac{2 \times 841}{3268 - 2618} = 2,59$$

$$2\alpha = 68^\circ 50'$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 143 из 270

$$\alpha = 34^{\circ}25'$$

Сравнивая центральные осевые моменты инерции, видим, что I_{yc} , больше чем I_{xc} . Это подсказывает нам, что главная ось U , относительно которой главный центральный момент имеет наибольшее значение, будет отклонена от центральной оси Yc на положительный угол α , т.е. против хода часовой стрелки.

Вторая главная центральная ось V , будет перпендикулярна первой и, соответственно отклонится от оси Xc на тот же угол α и в ту же сторону.

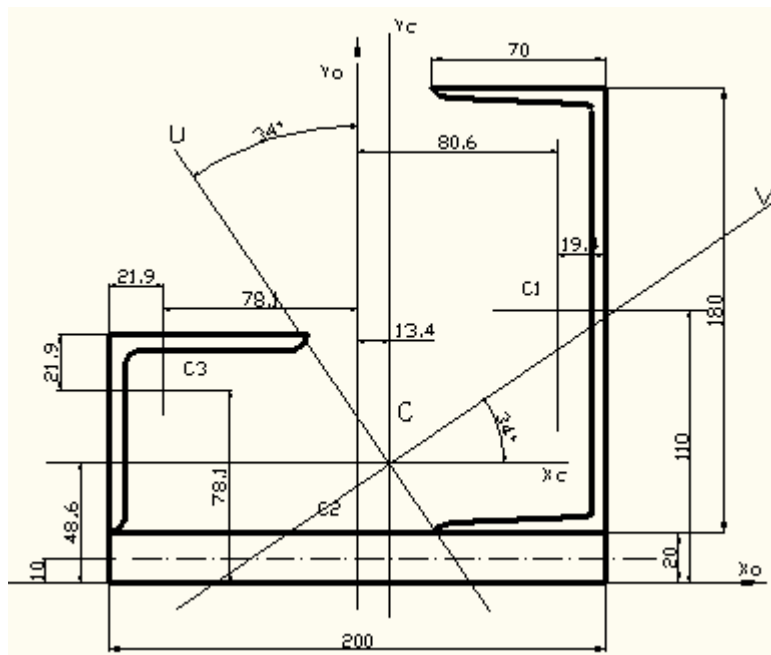
Значения главных центральных моментов инерции вычислим по формуле

$$\begin{aligned}
 I_{u, v} &= \frac{(I_{xc} + I_{yc}) \pm \sqrt{(I_{xc} - I_{yc})^2 + 4(I_{xyc})^2}}{2} = \\
 &= \frac{1}{2} \left[(2618 + 3268) \right. \\
 &\quad \left. \pm \sqrt{(2618 - 3268)^2 + 4(841)^2} \right] = (2943 \pm 901)
 \end{aligned}$$

Принимая знак плюс, получаем наибольшее значение I_u , а со знаком минус минимальный момент инерции I_v

$$I_u = 3844 \text{ и } I_v = 2042$$

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 144 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------



Теперь настало время познакомиться с полезной графо-аналитической процедурой, позволяющей определить положение главных осей и величины главных моментов инерции. Эта процедура называется: построение Круга Мора. Круг Мора строится в системе прямоугольных осей Декарта. По оси абсцисс откладываем **осевые моменты инерции**, включая и главные, а вдоль оси ординат откладываем **центробежные моменты инерции**.

Порядок построения следующий:

1. Строим координатные оси. Осевые моменты никогда не бывают отрицательными, поэтому слева от оси ординат нет продолжения оси абсцисс.
2. Выбираем масштаб, одинаковый по обеим осям согласно значениям осевых центральных моментов инерции.
3. Строим первую и самую главную точку круга Мора, которая называется фокусом Круга Мора. Эта точка имеет координаты I_{yc} по оси абсцисс (для тех, кто забыл, это горизонтальная ось) и I_{xyc} по оси ординат.
4. Вторая точка строится по координатам I_{xc} и $(-I_{xyc})$. Эти точки лежат на окружности Круга Мора, который сейчас и построим.
5. Соединяем построенные точки. Отрезок пересекает ось абсцисс в точке, которая будет служить центром Круга.
6. Определившись с центром, и, имея точку на окружности, понятно каким радиусом нужно строить окружность. Очерчиваем Круг.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 145 из 270

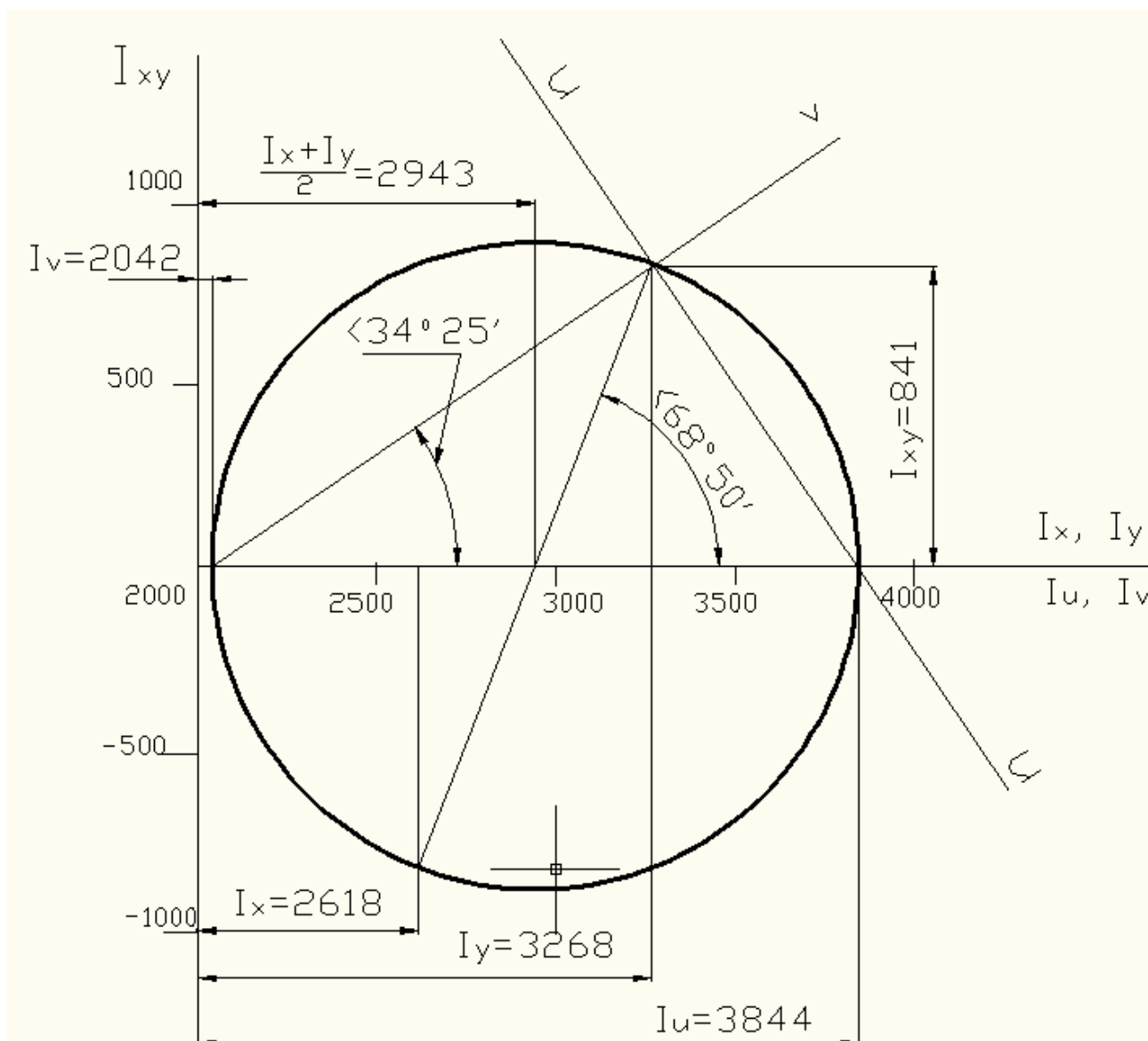
7. Получили две точки на горизонтальной оси, это точки пересечения окружности с осью. Координата левой точки равна значению минимального момента инерции I_v , а абсцисса правой равна значению максимального момента I_u .
8. Соединяя левую точку пересечения с фокусом и продолжая линию за пределы Круга, получаем ось с минимальным моментом инерции v , а луч из правой точки через фокус является осью u .
9. Угол наклона оси v к оси абсцисс есть искомый угол α , а угол наклона диаметра, с помощью которого Круг был построен, равен 2α .

Если расчетную схему сопоставить с Кругом Мора, то *при правильном расчете направления осей, построенных с помощью транспортира должны совпадать с осями, полученными графическим построением.*

Примечание:

на Круге Мора в приведенном примере начальная точка оси с осевыми моментами инерции имеет значение 2000, а не 0. Этот прием позволил изменить пропорции картинки, увеличить масштаб и получить удобочитаемое изображение.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 146 из 270



Рассмотрим как с помощью Круга Мора можно легко решать задачи, которые иначе решить сложно. Хотелось бы сказать “невозможно”, но ничего невозможного нет. Если что-то не может сделать один, то это не факт, что никому другому это недоступно.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МОМЕНТОВ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ

РАВНОПОЛОЧНЫЙ УГОЛОК.

Для равнополочного уголка в ГОСТе заданы осевой момент инерции для центральной оси параллельной полке уголка и два главных момента инерции. Поскольку сечение имеет ось симметрии, проходящую через центр тяжести сечения и ребро уголка, то положение главных осей определено без

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 147 из 270

вычислений. Как видно из построения Круга, представленного выше, абсциссы концов диаметра дают значения осевых моментов для одной из пар осей. Следовательно, для начальных осей уголка концы диаметра будут иметь одинаковые абсциссы, то есть диаметр вертикальный.

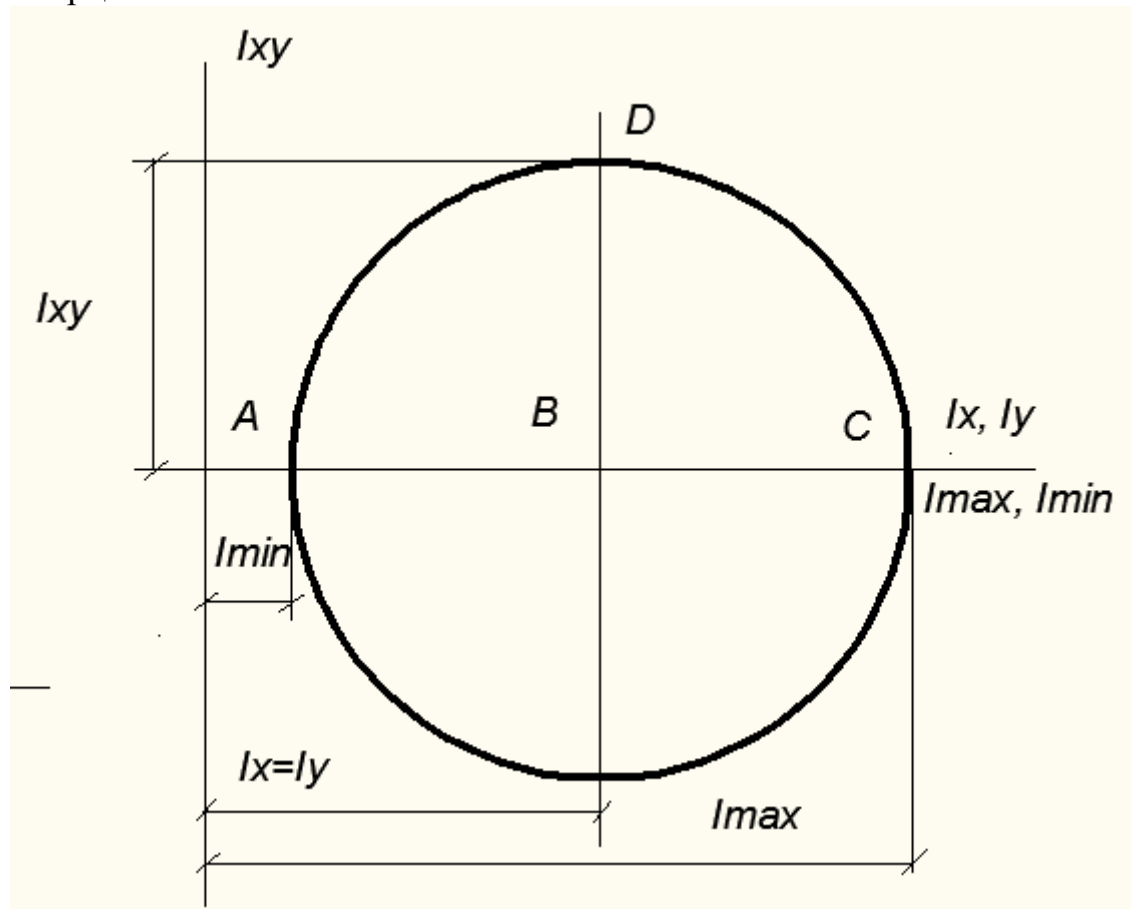
ОА - равен минимальному моменту инерции.

ОС – равен максимальному моменту инерции.

ОВ – равен начальному осевому моменту инерции.

Отложив точки А, В и С, радиусом АВ из центра В строим Круг.

Координаты каждой точки на окружности равны осевому и центробежному моменту инерции уголка относительно определенной центральной оси сечения. Теперь ясно, что, если осевые моменты инерции равны, то центробежный момент инерции определяется ординатой самой верхней точки Круга, и эта ордината равна радиусу Круга или разности максимального и начального моментов инерции. Иначе можно определить центробежный момент как разность начального и минимального моментов инерции.



НЕРАВНОПОЛОЧНЫЙ УГОЛОК

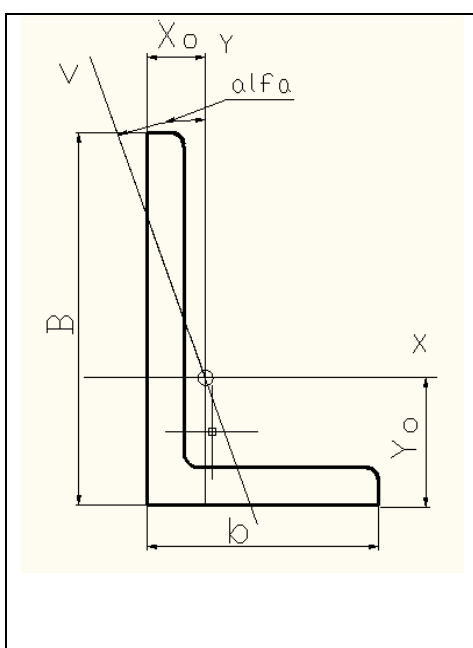
ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 148 из 270

Центробежный момент любого сечения можно получить из формулы

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x} ,$$

если решить это равенство относительно I_{xy}

$$I_{xy} = \frac{I_y - I_x}{2} \operatorname{tg} 2\alpha$$



Сделаем выборку параметров неравнобокого уголка из ГОСТа. Для определенности возьмем уголок 100х63х10

$$B = 100 \text{ мм}$$

$$b = 63 \text{ мм}$$

$$d = 10 \text{ мм}$$

$$F = 15,5 \text{ см}^2$$

$$I_x = 154 \text{ см}^4$$

$$I_y = 47,1 \text{ см}^4$$

$$I_{\min} = 28,3 \text{ см}^4$$

$$\text{Угол наклона оси } V: \operatorname{tg} \alpha = 0,387$$

Используя параметры, заданные в ГОСТе, можно определить недостающий максимальный момент инерции из известного положения о неизменности суммы осевых моментов инерции относительно пары взаимно-перпендикулярных осей при повороте этой пары осей вокруг общей точки. Как известно, при вращении пары осей вокруг общей точки осевые моменты и центробежный момент инерции непрерывно изменяют свои значения.

Причем осевые моменты принимают значения в интервале от ***I_{max}*** до ***I_{min}***. При любом положении ***осей осевые моменты принимают положительные значения***, что и следует из определения момента инерции. В то время как, за полный оборот, центробежный момент инерции дважды принимает нулевое значение, а между ними плавно изменяется до максимального положительного и до такого же значения по абсолютной величине, но с отрицательным знаком. Нас в нашем расчете интересует: *При каком положении осей центробежный момент принимает нулевое значение?* Потому что при этом положении осей осевые моменты инерции

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 149 из 270

принимают экстремальные, то есть наибольшее и наименьшее значения, отысканию которых и посвящена эта работа. Итог:

$$I_{max} + I_{min} = I_y + I_x, \text{ отсюда}$$

$$I_{max} = (I_y + I_x) - I_{min} =$$

$$= (154 + 47,1) - 28,3 = 172,8 \text{ см}^4.$$

Чтобы упростить расчеты центробежного момента, рассмотрим Круг Мора, построенный на параметрах неравнобокого уголка.



Рассматривая треугольники ABD и CFE, выражаем вертикальный катет в каждом треугольнике

$$BD = AB \cdot \operatorname{tg} \alpha = (OB - OA) \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

или $I_{xy} = (I_x - I_y) \cdot \operatorname{tg} \alpha.$

Из треугольника CFE получаем

$$I_{xy} = (I_{max} - I_y) \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Решим задачу: как зная два осевых и центробежных моменты инерции определить наибольший центробежный момент сечения?

Как упоминалось выше, наибольший центробежный равен радиусу Круга Мора, который нетрудно вывести, имея перед глазами последний рисунок

$$I_{xy} \max = \sqrt{((I_x - I_y)/2)^2 + (I_{xy})^2}$$

Другой пример: как зная два осевых и минимальный моменты инерции определить наибольший центробежный момент сечения?

Радиус Круга Мора вычислим через другие параметры

$$I_{xy} \max = (I_x + I_y)/2 - I_y$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 150 из 270

2.2. ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ

ЗАДАЧА 2.2.1. Определение размеров сечения стержней статически определимой стержневой конструкции.

Для стержневой конструкции (рис. 2.2.1.1.) требуется:

1. Определить усилия в стержнях.
2. Из условия прочности определить величину площади сечения.
3. По величине площади сечения подобрать подходящий номер профиля по сортаменту.
4. Вычислить вертикальное перемещение точки С.

В расчетах принять для материала стержней $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$ и $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, допускаемый коэффициент запаса прочности: при растяжении $[n]_p = 1,6$, а при сжатии $[n]_c = 3,2$.

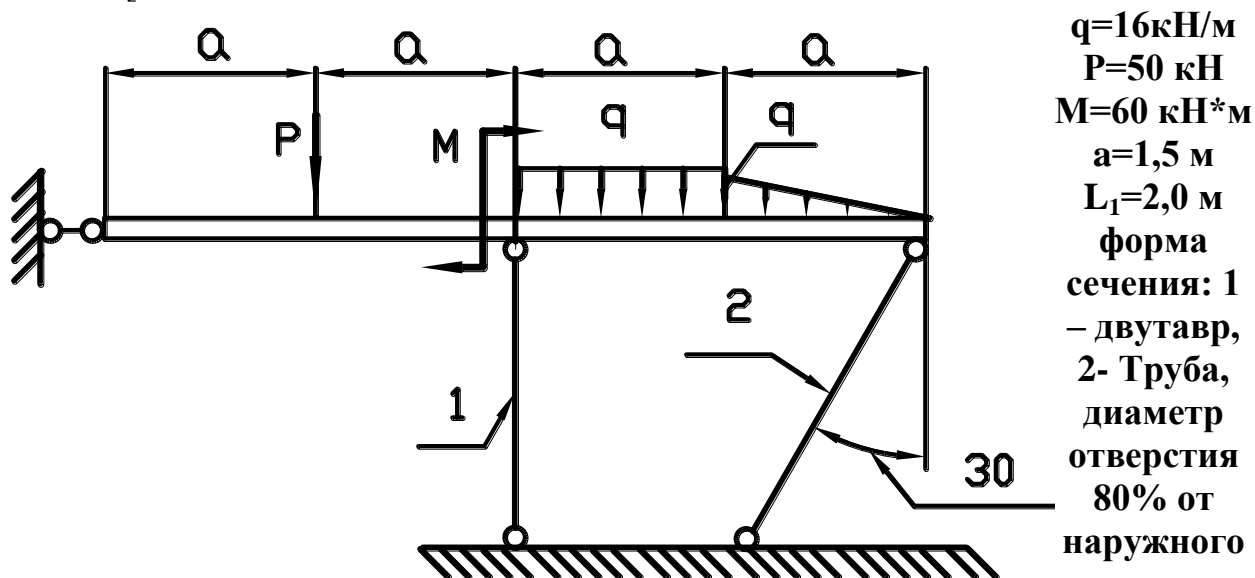


Рис. 2.2.1.1.

Чтобы подобрать размеры сечения стержней 1 и 2, необходимо знать усилия, которые в этих стержнях действуют.

Стержнем в инженерии называют брус, работающий на растяжение-сжатие.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 151 из 270

Растяжение-сжатие – это деформация, при которой в поперечном сечении бруса действует только нормальная сила N , а остальные пять внутренних силовых факторов отсутствуют или равны нулю, что, естественно, одно и то же.

Для определения усилий в стержнях выделим тело, находящееся в состоянии равновесия. На роль такого тела напрашивается жесткий недеформируемый брус **ABC**. Освободившись от связей, т.е. физических ограничителей перемещения тела **ABC**, заменяем их силами, называемыми реакциями связей. В точке **A** установлена опора, которая препятствует горизонтальному перемещению конца бруса, поэтому в горизонтальном направлении приложим неизвестную реакцию R_A , задача которой удерживать точку **A** от смещения по горизонтали. В точках **B** и **C** перемещение бруса ограничивают два стержня, шарнирно соединенные с брусом.

Сила, с которой стержень действует на брус, называется реакцией стержня. Она приложена в точке крепления и направлена вдоль оси стержня. Если стержень имеет изогнутую ось, то вектор силы направляется по прямой линии, соединяющей концы стержня.

При решении следует соблюдать определенную последовательность. Порядок решения должен быть следующим: а). из условия равновесия бруса находим реакции со стороны стержней; б). из равенства сил действия и противодействия на стержень со стороны бруса **ABC**, применяя метод сечений, определяем внутреннее усилие в поперечном сечении. Но поступим более рационально. Последуем рекомендации народной мудрости: “*Хочешь получить простое решение сложной задачи, поручи ее решение ленивому сотруднику. Он найдет это решение*”. Применим метод сечений сразу на первом шаге. Не отделяя стержень от бруса, мысленно рассечем его в произвольном месте и, оставив часть прикрепленную к брусам, отбросим вторую. Чтобы не нарушить равновесие, вместо отброшенной части приложим к сечению нормальную силу N , ради поиска которой и затеяли это решение. В действительности, это быстрее сделать, чем объяснить. Этот шаг представлен на рисунке 2.2.1.2.

Анализируем систему сил, действующих на брус. Они образуют плоскую произвольную систему сил, для которой можно составить три независимые друг от друга уравнения равновесия. Количество уравнений совпадает с количеством неизвестных сил, поэтому задача называется статически определимой. Неизвестные силы могут быть найдены непосредственно из решения системы уравнений равновесия.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 152 из 270

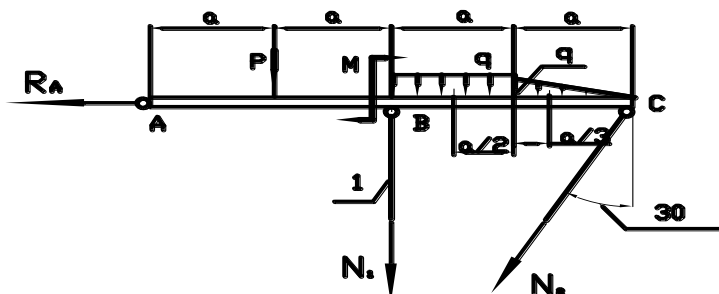


Рис. 2.2.1.2. Расчетная схема статически определимой задачи.

В задаче *три* неизвестные силы, но для достижения конечной цели нужны только величины сил N_1 и N_2 . Поэтому, выберем такие возможные уравнения равновесия, чтобы в них, во-первых, не входила сила R_A , и, во-вторых, в каждое уравнение должна входить одна неизвестная реакция N_i .

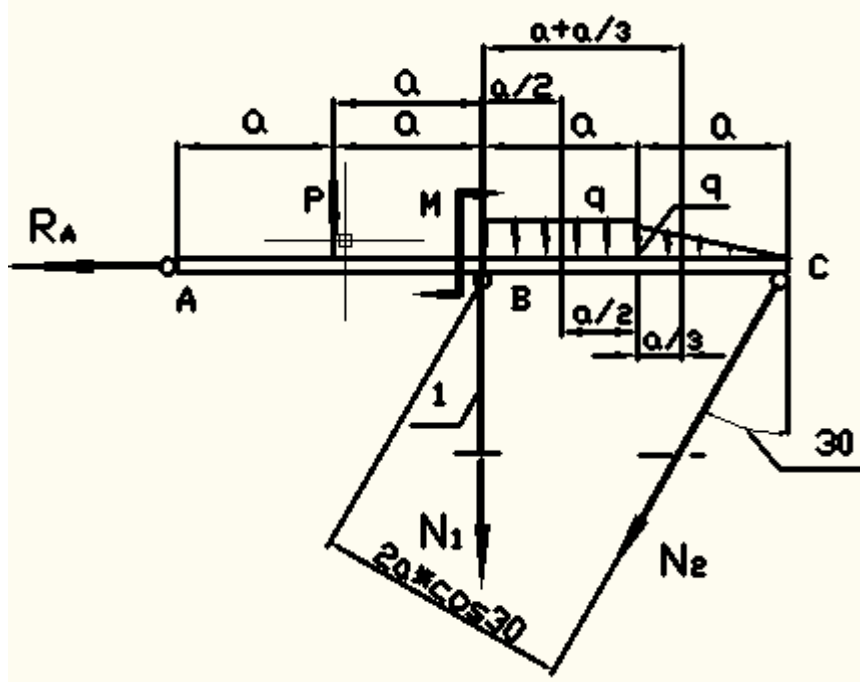


Рис. 2.2.1.3. Плечи сил относительно точки В.

Для уравновешенной системы составим уравнение моментов всех сил, действующих на брус, относительно точки В (рис. 2.2.1.3.):

$$\sum M_{B_i} = 0; \quad P \cdot a - M - q \cdot a \cdot a/2 - q \cdot (a/2) \cdot (a + a/3) - N_2 \cdot 2 \cdot a \cdot \cos 30 = 0.$$

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 153 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

$$\begin{aligned}
 N_2 &= \frac{P \cdot a - M - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - q \cdot \left(\frac{a}{2}\right) \cdot \left(a + \frac{a}{3}\right)}{2 \cdot a \cdot \cos 30} = \\
 &= \frac{50 \cdot 1,5 - 60 - \frac{16,15 \cdot 1,5}{2} - \frac{16,15}{2} \cdot \left(1,5 + \frac{1,5}{3}\right)}{2 \cdot 1,5 \cdot 0,866} = \\
 &= -10,39 \text{ кН.}
 \end{aligned}$$

Линия действия силы N_1 проходит через точку В, поэтому плечо силы равняется нулю и момент силы N_1 не вошел в уравнение равновесия.

Второе – относительно точки С (рис. 2.2.1.4):

$$\sum M_{C_i} = 0; \quad P \cdot 3 \cdot a - M + N_1 \cdot 2 \cdot a + q \cdot a \cdot 3 \cdot \frac{a}{2} + (q \cdot a) / 2 \cdot (2 \cdot a / 3) = 0.$$

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{M - P \cdot 3 \cdot a - q \cdot a \cdot 3 \cdot \frac{a}{2} - \frac{q \cdot a}{2} \cdot \left(2 \cdot \frac{a}{3}\right)}{2 \cdot a} = \\
 &= \frac{60 - 50 \cdot 3 \cdot 1,5 - \frac{16,15 \cdot 3 \cdot 1,5}{2} - \frac{16,15}{2} (2 \cdot 1,5 / 3)}{2 \cdot 1,5} = \\
 &= -77 \text{ кН}
 \end{aligned}$$

Разработчики:
Уложенко А.Г.

Идентификационный номер:
РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014

Контрольный экземпляр находится на
кафедре Механики и математического
моделирования ИШ

Лист 154 из 270

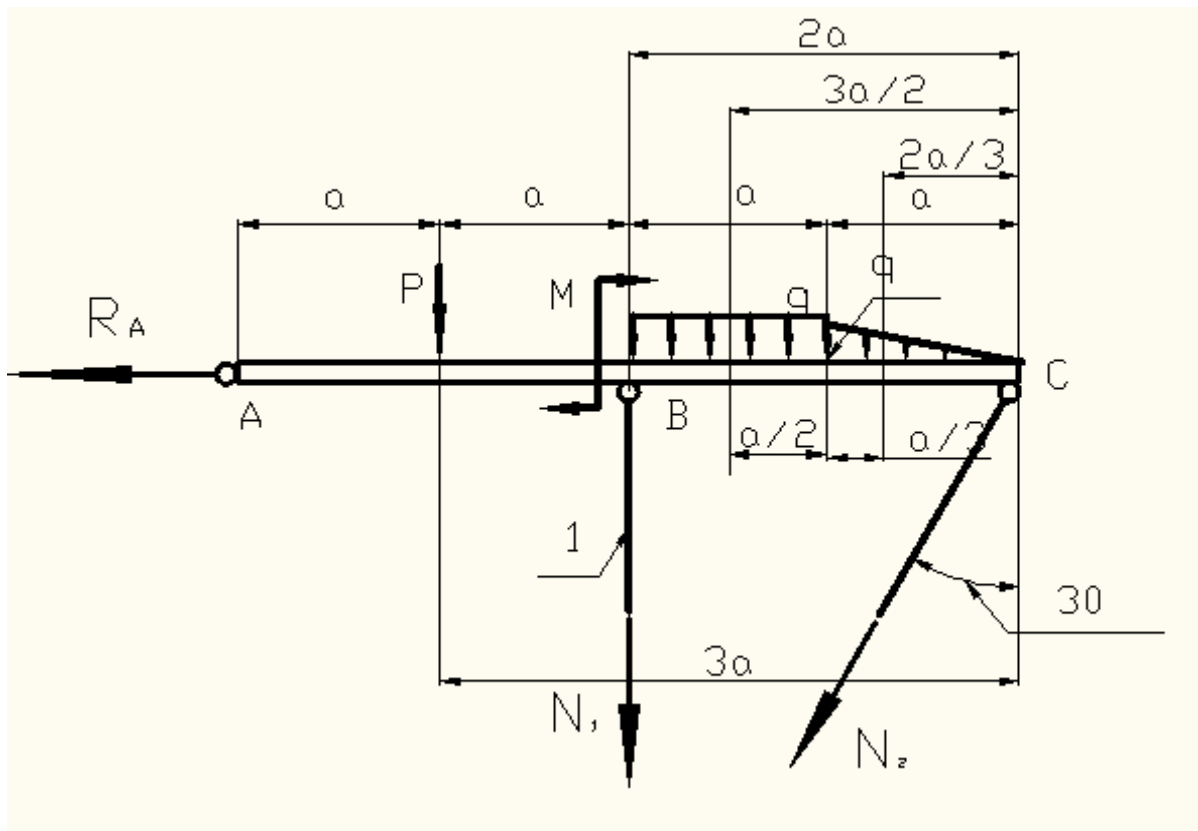


Рис. 2.2.1.4. Плечи сил относительно точки С.

Проверим вычисления. В качестве проверочного уравнения возьмем сумму проекций всех сил на ось Y.

$$\Sigma Y_i = -P - N_1 - q \cdot a - \frac{q \cdot a}{2} - N_2 \cdot \cos 30 = -50 - (-77) - 16.1,5 - \frac{16.1,5}{2} - (-10,39) \cdot 0,866 = 0,002$$

Проверка показала, что силы найдены верно, отличие от нуля – определяется ошибкой округления при вычислении.

Подбираем размеры сечения. Знак минус результатов говорит о том, что стержни оба сжимаются, и допускаемые напряжения принимаем для стержня, работающего на сжатие:

$$[\sigma]_c = \sigma_T / [n]_c = 240 / 3,2 = 75 \text{ МПа}$$

Площадь сечения подбираем из условия прочности

$$\sigma = \frac{N_1}{F_1} \leq [\sigma]_c$$

Подчеркнутое выражение и есть условие прочности при осевом растяжении-сжатии. Решаем неравенство относительно F_1 :

$$F_1 \geq N_1 / [\sigma]_c = 77 \cdot 10^3 / 75 \cdot 10^6 = 0,00102 \text{ м}^2 = 10,2 \text{ см}^2.$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 155 из 270

Открываем стандарт сортамента прокатной стали в форме двутавра и по колонке площади сечения опускаемся до значения, удовлетворяющего условию прочности. Наша остановка на первой строке. Наименьший двутавр №10 имеет площадь сечения равную 12,0 см².

Для первого стержня принимаем двутавр №10.

Второй стержень, в соответствии с заданием, должен иметь трубчатое сечение.

Площадь сечения трубы определяется по формуле

$$F_{\text{тр}} = \pi D^2/4 - \pi d^2/4 = \pi/4 [D^2 - d^2] = \pi D^2/4 [1 - (d/D)^2] = \\ = \pi D^2/4 (1 - 0,8^2) = \pi D^2 \cdot 0,36/4$$

Подставляем последнюю формулу в левую часть условия прочности и решаем относительно наружного диаметра D

$$D \geq \sqrt[2]{\frac{4N_2}{0,36 \cdot \pi \cdot [\sigma]_c}} = \sqrt[2]{\frac{4 \cdot 10,39 \cdot 10^3}{0,36 \cdot 3,14 \cdot 75 \cdot 10^3 \cdot 10^3}} = 0,0221 \text{ м} = 2,21 \text{ см.}$$

Ответ формулируется так: *Диаметр не меньше 2,21 см.* Это позволяет считать пригодной любую доступную трубу диаметром больше 22,1 мм.

Принимаем наружный диаметр равным $D = 2,4$ см. Площадь сечения равна

$$F_{\text{тр}} = \pi D^2 \cdot 0,36/4 = 3,14 \cdot 2,4^2 \cdot 0,36/4 = 1,628 \text{ см}^2.$$

В результате деформации стержней, жесткий брус переместится.

Поскольку оба стержня сжимаются, то брус просядет и повернется в плоскости расчетной схемы. Вертикальное перемещение точки C видно на схеме.

При решении задач сопротивления материалов принимается следующее, весьма полезное, допущение. При вращательном перемещении тела, точки тела перемещаются по дугам окружностей. Поскольку удлинения или укорочения реальных элементов конструкций много меньше начальных размеров самих элементов, то учет этих перемещений значительно упрощается, если считать, что *точки тела перемещаются не по дугам, а перпендикулярно начальной оси тела.* Точка C попадает в положение C_1 под прямым углом к отрезку AC . Чтобы конец поддерживающего стержня 2 попал с точку C_1 , он должен сдеформироваться на величину ΔL и под прямым углом переместиться в точку C_1 (Рис. 2.2.1.5 и рис. 2.2.1.6).

Определим вертикальное перемещение точки C . Из рисунка 2.2.1.6 видно, что искомое перемещение есть гипотенуза прямоугольного треугольника, одним из катетов которого является укорочение стержня 2 ΔL .

Разработчики:
Уложенко А.Г.

Идентификационный номер:
РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014

Контрольный экземпляр находится на
кафедре Механики и математического
моделирования ИШ

Лист 156 из 270

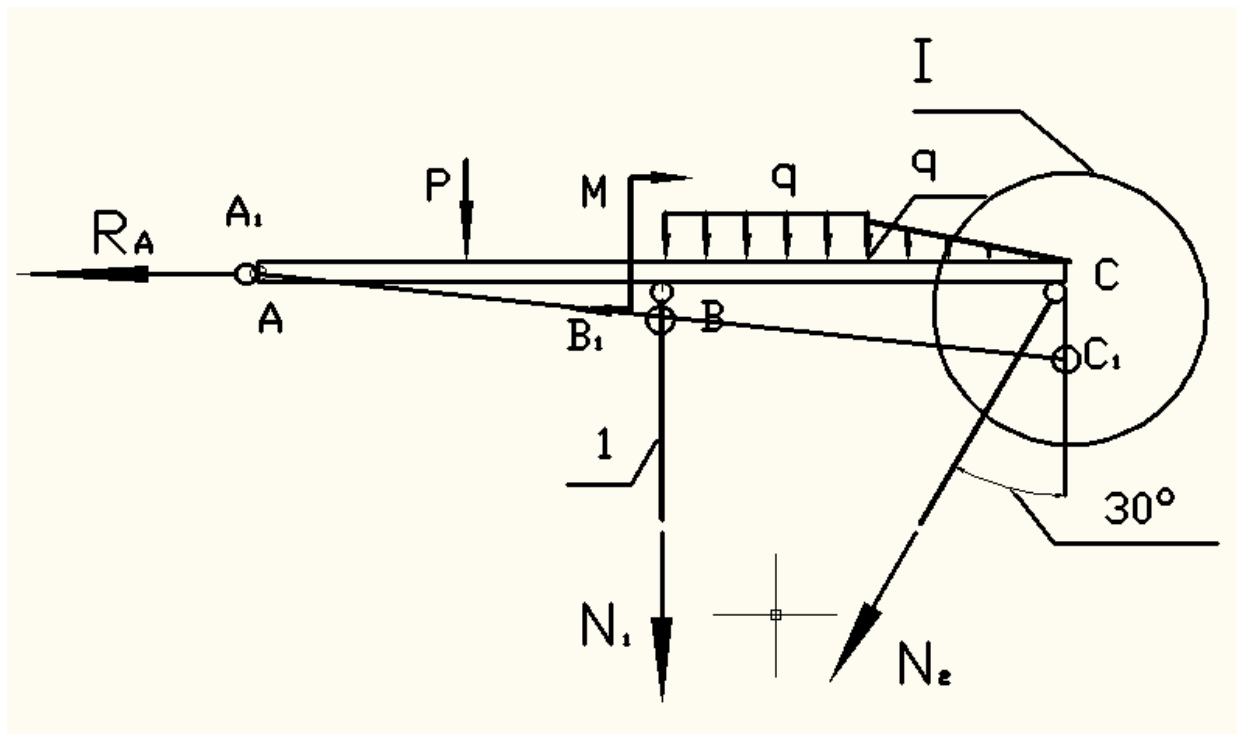


Рис. 2.2.1.5. Замена перемещения по дуге - линейным.

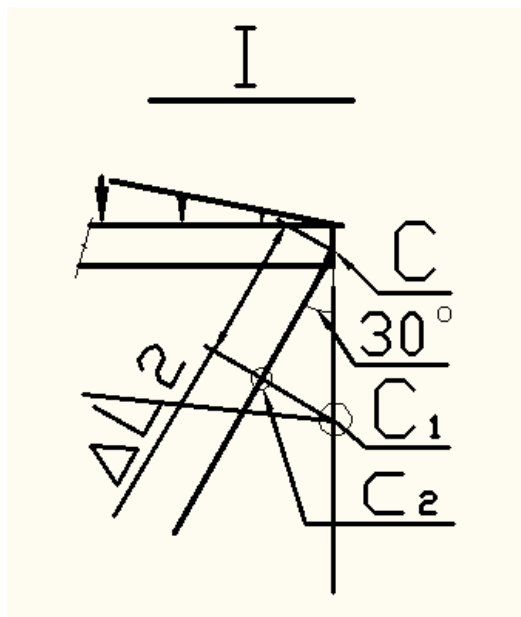


Рис. 2.2.1.6.

Смещение CC_1 определяется через катет прямоугольного треугольника, который равен деформации стержня 2.

$$CC_1 = \Delta L_2 / \cos 30^\circ$$

$$\Delta L_2 = (N_2 \cdot L_2) / (E \cdot F)$$

$$L_2 = \frac{L_1}{\cos 30^\circ} = \frac{2.0}{0.866} = 2.31 \text{ м}$$

$$CC_1 = \frac{(N_2 \cdot L_2)}{(E \cdot F \cdot \cos 30^\circ)} = \frac{(10.39 \cdot 10^3 \cdot 2.31)}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1.628 \cdot 10^{-4} \cdot 0.866} = 8.51 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0.851 \text{ мм.}$$

Решение задачи закончено. Размеры сечений стержней подобраны, вертикальное перемещение точки С определено.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 157 из 270

ЗАДАЧА 2.2.2. Определение размеров сечений стержней статически неопределимой стержневой конструкции

Для статически неопределимой стержневой системы (рис. 2.2.2.1) требуется:

1. Раскрыть статическую неопределимость, считая горизонтальную балку абсолютно жесткой;
2. Подобрать из условия прочности требуемые площади поперечных сечений стержней.

Материал стержней считать одинаковым, сталью с модулем продольной упругости $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Для материала стержней принять допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma]_p=160 \text{ МПа}$, и на сжатие $[\sigma]_c=80 \text{ МПа}$.

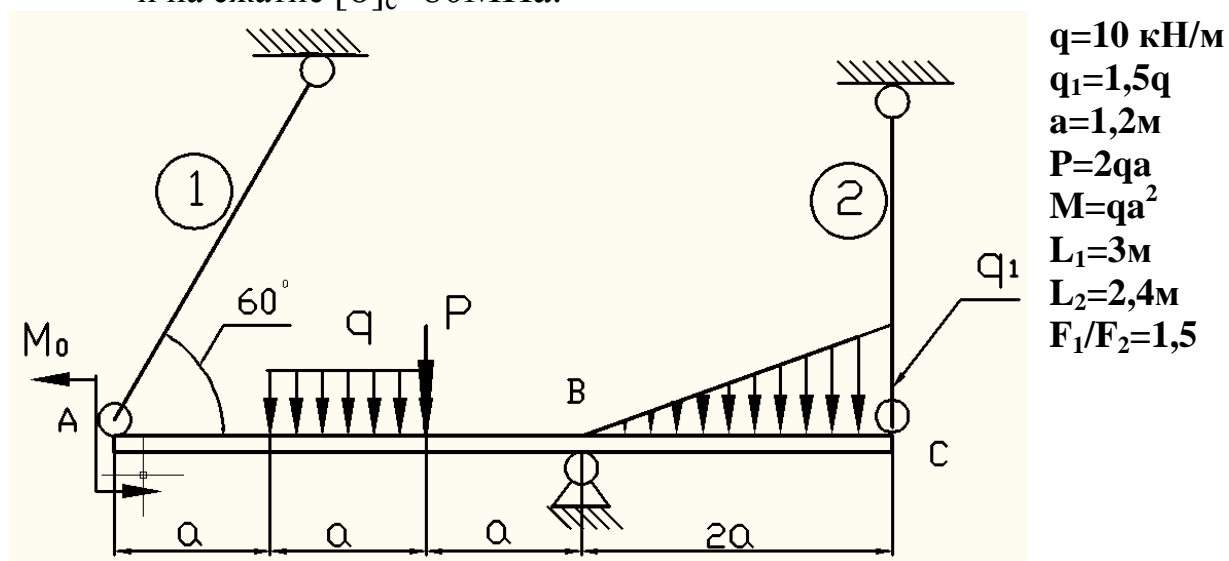


Рис. 2.2.2.1 Исходная схема статически неопределимой задачи

Усилия в стержнях находим из условия равновесия бруса ABC. Освобождаясь от связей, которыми являются для заданного бруса, шарнирно-неподвижная опора в точке В и два поддерживающих стержня 1 и 2 в точках А и С, заменяем их опорными реакциями. Получаем расчетную схему статически неопределимого бруса, поскольку имеем четыре неизвестные силы при трех независимых уравнениях равновесия для произвольной плоской системы сил.

Два из трёх уравнений равновесия “посвящены” проекциям реакции в опоре В. И обойти их отыскание никак невозможно. Если по условию

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 158 из 270

задачи значения этих реакций не нужны, то можно постараться освободить себя от ненужной работы. Примирившись с мыслью, что два уравнения равновесия для нас бесполезны, будем думать, где взять недостающее уравнение для нахождения “лишней” неизвестной.

Называя связь лишней, мы должны понимать, что лишняя она только с точки зрения математики и механики. Поскольку конструкция может существовать и занимать определенное положение в пространстве и без неё, но с позиции прочности и надежности практически любая дополнительная опора служит укреплению конструкции.

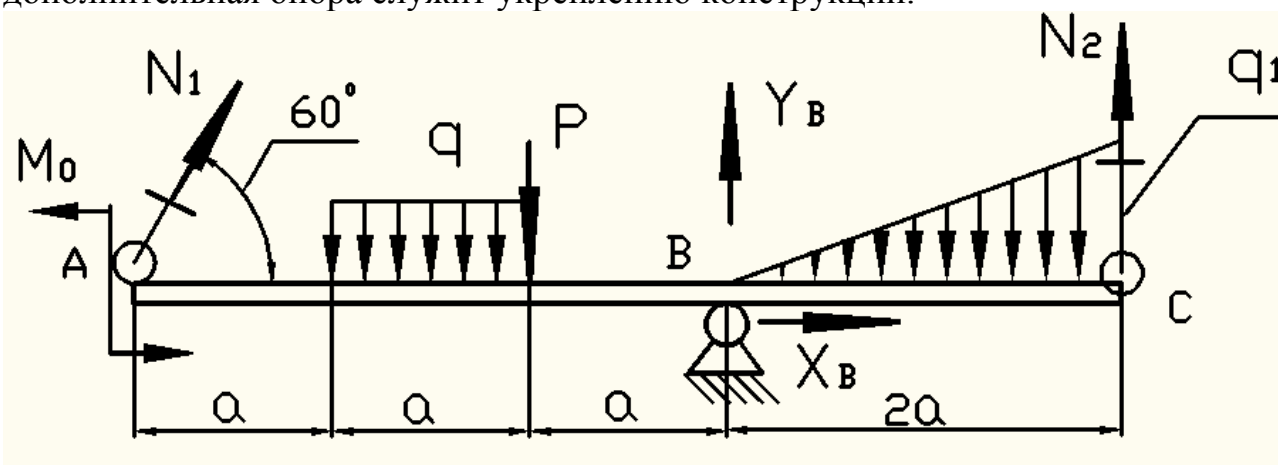


Рис. 2.2.2.2 Расчетная схема статически неопределимой задачи.

При решении статически неопределимых задач дополнительное уравнение называется уравнением перемещений и составляется из условия совместности деформаций. Изюминкой каждой статически неопределимой задачи является **видение** этой совместной деформации. В типовой задаче, подобной рассматриваемой, восторг от того, что вдруг пришло озарение и я увидел “совместную деформацию” может пройти незамеченным, но бывают задачи, когда нужно серьезно поломать голову, чтобы увидеть то, что через минуту будет казаться очевидным. Но пока “скучный” момент не наступил этот поиск - занимательная головоломка.

Начнем знакомиться с методом на простой схеме. Анализируя конструкцию, видим, что “абсолютно жесткий” брус **ABC**, удерживаемый упругими деформируемыми стержнями **1** и **2**, под действием приложенной нагрузки может повернуться вокруг цилиндрического шарнира **B**. Особо не напрягаясь: “В какую именно сторону брус будет поворачиваться?”, мы задаем перемещение как показано на рисунке 2.2.2.3.

В первую очередь составляем уравнение равновесия, не содержащее проекции реакции шарнира **B**. Этим уравнением будет сумма моментов всех внешних силовых факторов относительно точки **B**

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 159 из 270

$$\sum M_{Bi}=0$$

$$M - N_1 \sin 60^\circ \cdot 3a + q \cdot a \cdot 1,5 \cdot a + P \cdot a - q_1 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2a + N_2 \cdot 2a = 0$$

$$2N_2 a - N_1 \cdot 0,866 \cdot 3a = q_1 \frac{4}{3} a^2 - M - q \cdot 1,5 \cdot a^2 - Pa \quad (2.2.2.1)$$

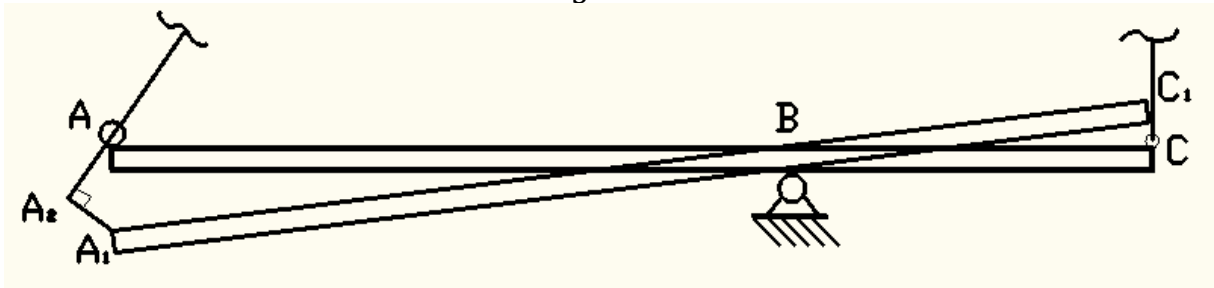


Рис. 2.2.2.3 Брус **ABC** совершил перемещение, допускаемое опорами.

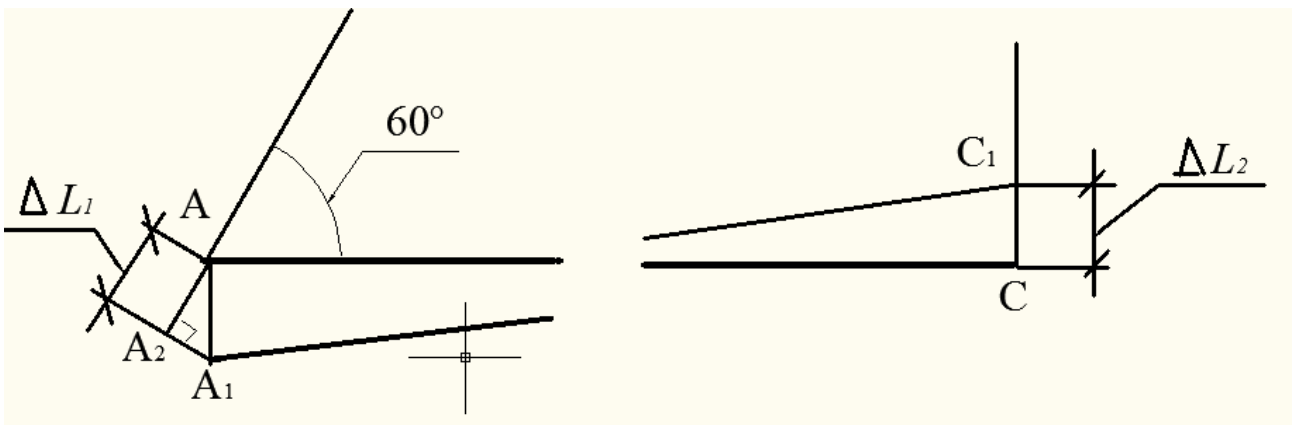


Рис. 2.2.2.4 Узлы бруса **ABC** в местах соединения со стержнями.

Рассмотрим рис. 2.2.2.3. Отрезки **AA₁** и **CC₁** свяжем из подобия треугольников **ABA₁** и **BCC₁**.

$$\frac{AA_1}{AB} = \frac{CC_1}{BC}$$

Разобравшись с пояснениями на рис.2.2.2.4, запишем

$$\frac{-\Delta L_1}{3a \cdot \sin 60^\circ} = \frac{\Delta L_2}{2a}, \text{ тогда } \Delta L_2 = -\frac{2}{3} \frac{\Delta L_1}{\sin 60^\circ}.$$

Но, $\Delta L_1 = \frac{N_1 L_1}{EF_1}$ $\Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{EF_2}$ и с учетом

конструктивного условия, что $F_1=1,5F_2$, получаем
(2.2.2.2)

Упрощая, решаем равенство относительно N_1

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 160 из 270

$$N_1 = \left(\frac{-4,5 L_2}{2 L_1} \sin 60^\circ \right) N_2 \quad (2.2.2.3)$$

Подставляем (2.2.2.3) в (2.2.2.1). После некоторых простых преобразований получаем в левой части $N_2 \left(2a + \frac{4,5 L_2}{2 L_1} \sin^2 60^\circ \cdot 3a \right) = N_2 \left(2 \cdot 1,2 + \frac{4,5 \cdot 2,4}{2 \cdot 3,0} \cdot 3 \cdot 1,2 \right) = 7,26 N_2$.

Подставляем значения постоянных в правую часть уравнения (2.2.2.1) и получаем

$$1,5 \cdot 10 \cdot \frac{4}{3} \cdot 1,2^2 - 10 \cdot 1,2^2 - 10 \cdot 1,5 \cdot 1,2^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1,2 \cdot 1,2 = -36,0$$

Отсюда $N_2 = \frac{-36,0}{7,26} = -4,96$ кН

$$N_1 = \frac{-4,5 \cdot 2,4 \cdot 0,866}{2 \cdot 3} \cdot (-4,96) = 7,73$$
 кН

Как известно из курса теоретической механики: *“Если тело находится в равновесии под действием уравновешенной системы сил, то сумма моментов сил, составляющих эту систему относительно любой точки, выбранной на плоскости их действия равна нулю”*. Нахождение точки в плоскости совершенно необязательное уточнение.

Но, чтобы это утверждение проверить, нужно знать значения всех сил, приложенных к брусу **ABC**. Рассчитаем пропущенные компоненты опорной реакции шарнира **B**. Проецируя все силы на продольную ось бруса **ABC**, находим значение проекции **X_B**

$$X_B = -N_1 \cdot \cos 60^\circ = -7,73 \cdot 0,5 = -3,86$$
 кН.

Из суммы проекций всех сил на ось ординат выражаем вертикальную проекцию реакции шарнира **B**

$$\begin{aligned} Y_B &= q \cdot a + P + q_1 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} - N_2 - N_1 \cdot \sin 60^\circ = \\ &= 10 \cdot 1,2 + 2 \cdot 10 \cdot 1,2 + 1,5 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{2} - (-4,96) \\ &\quad - 7,73 \cdot 0,866 = 52,26$$
 кН.

Для проверки решения выберем точку **D** на единицу длины правее и на две единицы ниже точки **C**.

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 161 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

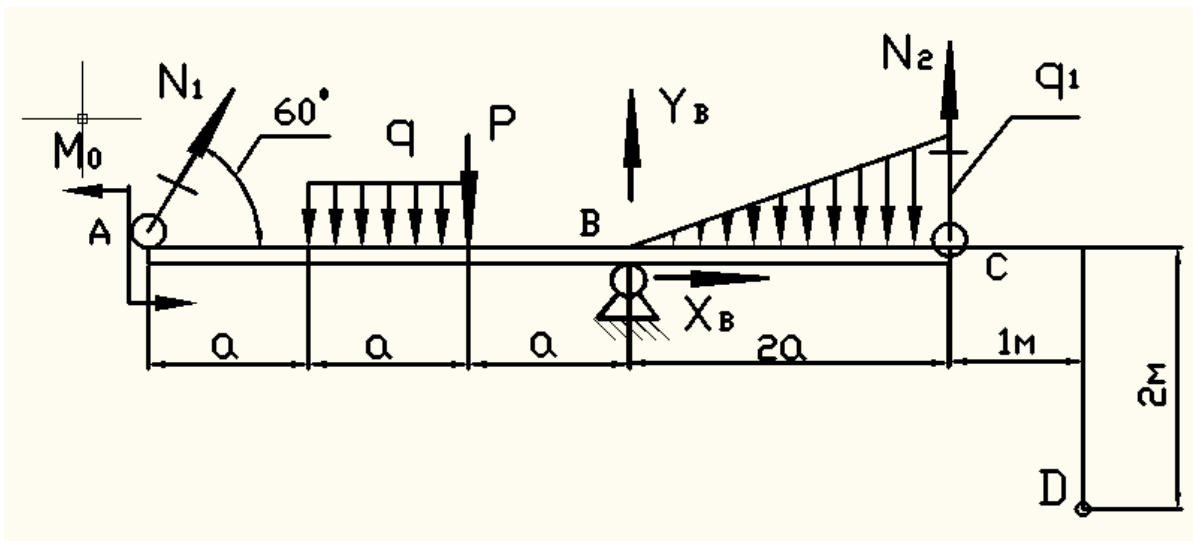


Рис. 2.2.2.5. Выбор произвольной точки для проверки решения.

Составим сумму моментов всех сил, действующих на брус **ABC**, относительно точки **D**. Если расчеты проведены верно, то после подстановки значений параметров и вычисления, эта сумма должна быть равна нулю.

$$\begin{aligned}
 \sum M_{Di} &= M + q \cdot a \cdot (3,5a + 1,0) + P \cdot (3a + 1,0) \\
 &\quad - N_1 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2,0 - N_1 \cdot \sin 60^\circ (5a + 1,0) \\
 &\quad - Y_B \cdot (2a + 1,0) - X_B \cdot 2,0 + q_1 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2a + 1,0 \right) \\
 &\quad - N_2 \cdot 1,0 = \\
 &= qa^2 + qa(3,5a + 1,0) + 2qa(3a + 1,0) - 7,73 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,0 \\
 &\quad - 7,73 \cdot 0,866(5a + 1,0) - 52,26(2a + 1,0) \\
 &\quad - (-4,96) \cdot 1,0 = \\
 &= 10,1,44 + 10,1,2,5,2 + 2 \cdot 10,1,2,4,6 - 7,73 \\
 &\quad - 7,73 \cdot 0,866 \cdot 7,0 - 52,26 \cdot 3,4 + 7,73 \\
 &\quad + 1,5 \cdot 2,1,2,0,5,1,8 + 4,96 = -0,002
 \end{aligned}$$

Проверка проведена успешна, результат 0,002 является ошибкой округления.

Следующий пункт задания требует отыскания размеров поперечных сечений стержней. Запишем условие прочности при осевом растяжении

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma]$$

Решаем это неравенство относительно площади сечения

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 162 из 270

$F \geq \frac{N}{[\sigma]}$, а формулировать результат следует: **“Площадь сечения не меньше такого-то значения”**.

Подбор для первого стержня: $F_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]_p} = \frac{7,73 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,483 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Подбираем второе сечение: $F_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]_c} = \frac{4,96 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^6} = 0,620 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

В задании определено конструктивное условие, определяющее соотношение площадей, которое должно выполняться **неукоснительно**, иначе рассыпается всё решение.

Из условия прочности получилось, что площадь сечения первого требуется меньшей чем площадь второго, поэтому принимаем волевое решение и записываем:

<p>Принимаю $F_2=1,00 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Тогда $F_1=1,5 \cdot F_2=1,50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.</p>	<p><i>Предотвращая критику продвинутых сопроматчиков, замечу, что это задание на осевое сжатие. Проверку на устойчивость студенты смогут сделать, разобравшись со всеми задачами данного сборника</i></p>
--	---

2.3. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ ПРЯМОГО БРУСА ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ

ЗАДАЧА 2.3.1. Однопролетная шарнирно опертая деревянная балка Задание на проектирование:

Составить аналитические выражения поперечной силы $Q(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$.

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Подобрать прямоугольное сечение из условия прочности по нормальным напряжениям. Принять соотношение сторон сечения $h:b=2:1$, при допуске напряжении $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$. Исходные параметры принять

равными:

$a=1,5 \text{ м}$	$q=20 \text{ кН/м}$
$b=2,0 \text{ м}$	$P=40 \text{ кН}$
$c=2,5 \text{ м}$	$M=80 \text{ кН.м}$
$d=1,8 \text{ м}$	

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 163 из 270

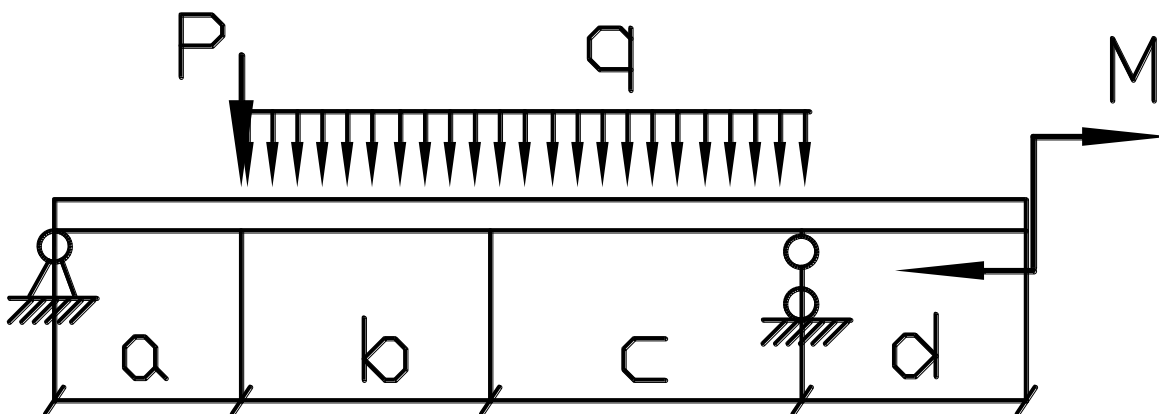


Рис. 2.3.1.1. Исходная схема шарнирно опертой балки.

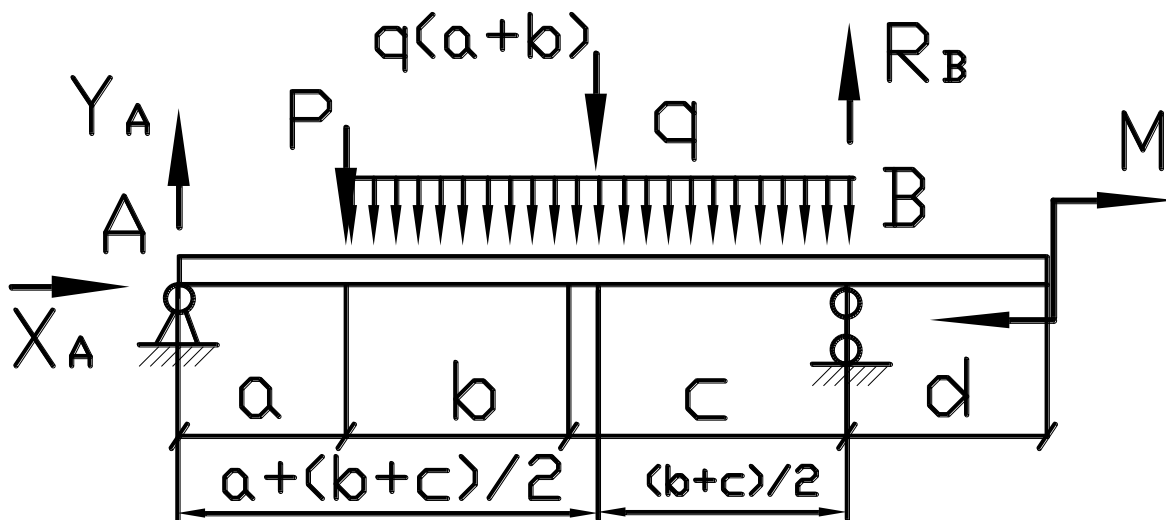


Рис. 2.3.1.2. Расчетная схема балки с опорными реакциями и плечами равнодействующей распределенной нагрузки.

Из уравнения моментов сил, действующих на балку, относительно точки В выражаем вертикальную составляющую реакции опоры А :

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 164 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

$$Y_A = \frac{P(b+c) + q(b+c) \frac{(b+c)}{2} - M}{a+b+c}$$

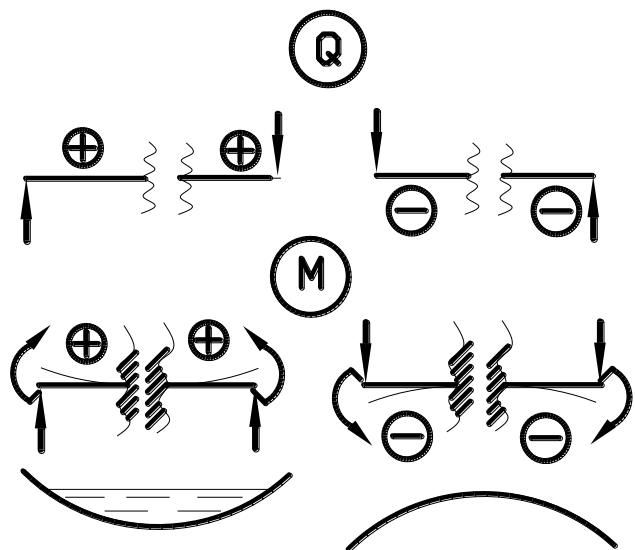
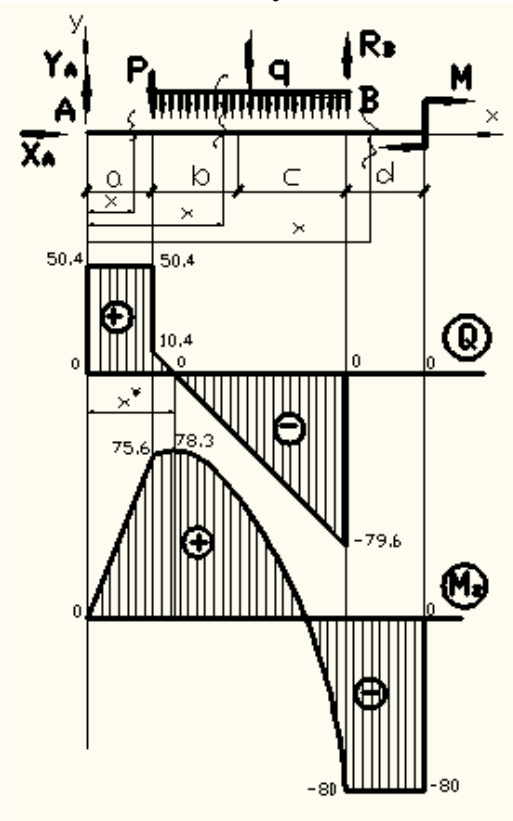
$$= \frac{40(2+2,5) + 20(2+2,5) \frac{2+2,5}{2} - 80}{1,5+2,0+2,5} = 50,4 \text{ кН.}$$

Составив выражение суммы моментов относительно точки **A** и выделив из него реакцию опоры **B**, получаем значение этой реакции:

$$R_B = \frac{P \cdot a + q(b+c) \left(a + \frac{b+c}{2}\right) + M}{a+b+c} = \frac{40 \cdot 1,5 + 20(2,0+2,5) \left(1,5 + \frac{4,5}{2}\right) + 80}{1,5+2,0+2,5} = 79,6 \text{ кН.}$$

Во избежание дополнительной работы, которая может неожиданно свалиться в самом конце решения, когда кажется, что всё хорошо, и видна финишная ленточка, стоит приучить себя в обязательном порядке делать проверку расчетов. Ошибка пусть самая маленькая и нелепая при определении реакций обязательно проявляется при построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. В качестве проверочного уравнения можно взять неиспользованное уравнение суммы проекций на ось ординат или уравнение моментов всех сил относительно любой точки плоскости чертежа задачи.

ПРОВЕРКА $\sum Y_i = 50,4 - 40 - 20(2,0 + 2,5) + 79,6 = 0$



ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 165 из 270

Рис. 2.3.1.3. Эпюры Q_y M_z

Рис.2.3.1.4. Правило знаков для построения эпюр при изгибе

Что такое изгибающий момент?

Твердое тело, с которым имеет дело инженер-конструктор, состоит из огромного множества частиц, связанных между собой молекулярными связями. Эти связи можно сравнить с множеством канатов, которыми корабль прикреплен к берегу. Для непосвященного это множество толстых веревок кажется хаосом. Но истинный моряк объяснит название и назначение каждой “веревки”, удерживающей корпус судна у пирса. Почти также молекулярными связями частицы тела связаны друг с другом и образуют твердые тела, которые способны сохранять свою форму достаточно долго и сопротивляться внешнему воздействию. Что произойдет с твердым телом в случае разрушения этих внутренних связей можно видеть на примере сухого песка. Те же твердые частицы, но без внутренних связей, и результат на лицо. Тому, кто не может представить это бесконечное количество ниточек внутри твердого тела, можно предложить разорвать застёжку Велкро, иначе называемую – липучкой.

*В сопротивлении материалов для исследования внутренних связей между частями тела используется **метод сечений**. Тело мысленно рассекается в наперед определенном месте и нарушенные “ниточки” заменяются векторами сил, которые естественным образом направляются вдоль нарушенной связи. Поверхность сечения можно грубо сравнить со спиной лесного ежа, покрытого казалось бы хаотично расположенными колючками. Грубо - потому, что в действительности на поверхности сечения этих “колючек” много больше, и они мельче, и называются векторами распределенных сил. Чтобы понять характер действия этих векторов сил, применим известный из теоретической механики метод параллельного переноса сил в заранее выбранный центр. Этим центром в нашем случае служит центр тяжести сечения. **Центр тяжести сечения** – точка пересечения осей, относительно которых статический момент сечения равен нулю.*

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 166 из 270

*Каждый маленький вектор силы, действующий в своей микро площадочке, приводится к центру тяжести сечения с присоединением приведенного момента этой силы. Всё множество векторов сил складывается по правилу сложения векторов с образованием одного результирующего вектора, который называется равнодействующим, а в СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ он называется **главным вектором внутренних сил**. Приложен он в наперед известной точке – центре тяжести, а направление может быть совершенно произвольным, как луч прожектора в ночное небо. Для лучшего представления этой силы вводим систему ортогональных, т.е. взаимно перпендикулярных координат с началом в центре тяжести сечения и с заранее определенным направлением осей. Две оси лежат в плоскости сечения и являются его главными осями.*

***Главные оси сечения** – оси, относительно которых центробежный момент инерции сечения равен нулю.*

*Третья ось нормальная к сечению, т.е. перпендикулярная. Кроме этого она автоматически является продолжением оси прямого бруса либо касательной к оси бруса с кривой осью. Проецируем **главный вектор внутренних сил** на направление нормали. Эта проекция называется **нормальной силой**, действующей в сечении. Вторая проекция на плоскость сечения называется **поперечной** или **перерезывающей силой**. Перерезывающая сила в свою очередь раскладывается на проекции вдоль главных осей.*

Моменты элементарных сил, появившиеся при их параллельном переносе к центру тяжести, также суммируются векторно. Известно, что момент силы определяется вектором, длина которого пропорциональна значению момента, а направляется он нормально к плоскости действия пары сил так, что, глядя с его конца, направление пары сил видится против хода часовой стрелки.

*Суммарный вектор моментов называют **главным моментом внутренних сил**. Проекции главного момента на нормаль и главные оси сечения называют крутящим и двумя изгибающими моментами.*

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 167 из 270

Три проекции главного вектора внутренних сил: нормальная сила и две поперечные силы, а также три проекции главного момента внутренних сил: крутящий и два изгибающих момента составляют полный набор внутренних силовых факторов, которые могут одновременно действовать в сечении бруса.

Эти внутренние факторы - невидимые силачи растягивают, крутят и изгибают твердое, но деформируемое тело, как ревматизм тело ветерана.

Задача инженера: по характеру внешнего воздействия составить полную картину внутренних сил в теле, понять насколько безопасным является текущее состояние и какие внутренние ресурсы имеются для дополнительного внешнего нагружения.

Деятельность инженера в какой-то мере можно сопоставить с работой врача – специалиста по внутренним болезням, а точнее врача спортивной команды, который может подсказать тренеру о состоянии организма и ресурсе спортсмена. Но работа инженера более творческая – он задумывает и создает свой объект исследования, согласовывая внешнюю форму и структуру внутреннего устройства с прочностными свойствами того или иного конструкционного материала. Наличие вкуса способствует улучшению эстетического восприятия творения. Существует мнение, что правильно сконструированное изделие выглядит изящным и гармоничным. Самый лучший инженер, который сам проектирует, конструирует, изготавливает, тестирует во всевозможных условиях эксплуатации, отбирает оптимальные варианты и бескорыстно позволяет нам принимать свои труды в качестве прототипов, носит имя – ЖИВАЯ ПРИРОДА. Знания, которые формируют потенциал инженера, черпаются из арсенала окружающей нас ПРИРОДЫ. Когда внимательно познакомишься с устройством её творений, начинаешь сомневаться в отсутствие разумного начала. Представим себе, что на морском берегу мы собираем полный самосвал разноцветной гальки, включая и обтесанные частицы разбитых бутылок. Привозим и сгружаем на ровной площадке. И рассыпавшийся груз чудесным образом сложился в мозаичное полотно Михайло Ломоносова.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 168 из 270

Видеть явление ПРИРОДЫ, найти и описать закономерности явления доступными средствами математики. Опробовать эти закономерности путем создания собственных творений, которые не уступают по совершенству природным. Создать методику доступную для понимания рядового студента. Это задача исследователя-прироdoведа с инженерным уклоном.

Апробированные знания группируются в виде наук: физики, теоретической механики, теории упругости и многих других, приносятся на блюдечке с голубой каёмочкой в качестве питания мозга обучаемого молодого человека.

Благодаря долгой истории развития знаний о прочности материалов и конструкций и вниманию лучших умов человечества на всех этапах эволюции этих знаний к вопросам прочности доминирующих конструкций каждой эпохи, на сегодняшний день мы знаем о прочности почти всё. Это всё включает в себя то, что спрятано очень глубоко внутри массива тела конструкции и очень сложно для понимания непосвященного. Но самое главное содержание ВСЕГО – это методы и приемы решения сложнейших проблем достаточно простыми способами. Причем эти простые методы решения гарантированно обеспечивают прочность и надежность конструируемых изделий. Более углубленное изучение предмета, применение серьезного математического аппарата к исследованию приводит к уточненному знанию о предмете, изменению габаритно-весовых характеристик конструкций в сторону уменьшения, но не изменяет радикально предварительные результаты, рассчитанные методами, изучаемыми в курсе СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ.

Вопреки длинному повествованию о поперечной силе и изгибающем моменте нахождение значений этих факторов не представляет больших проблем.

Поперечная сила в сечении равна алгебраической сумме проекций всех сил, действующих по одну сторону от сечения, на плоскость сечения.

График, показывающий значение поперечной силы в любом сечении бруса, называется эьюрой поперечной силы.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 169 из 270

Изгибающий момент в сечении равен алгебраической сумме моментов всех сил, действующих по одну сторону от сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения перпендикулярно плоскости изгиба.

Принимаем систему координат с началом в точке А. Внешняя нагрузка такова, что придется выделять три участка, чтобы качественно построить обе эпюры.

Внутренние силовые факторы, которыми являются поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_z , находят методом сечений.

Первое сечение выделяем на участке длиной a и записываем:

$$0 \leq x < a$$

$$Q(x) = +Y_A = 50,4 \text{ кН}$$

Мы предположили, что сила является функцией координаты сечения или, что её значение зависит от положения места мысленного разреза. Анализируя правую часть выражения, видим, что поперечная сила постоянная и равна значению реакции в точке А в любом месте в интервале от левого края участка, т.е. при абсциссе сечения равной нулю и до правого, когда x приближается к значению равному a , но его не достигает. Иначе говорят: “Бесконечно приближается слева”. Последнее замечание освобождает инженера от дилеммы – нужно или нет учитывать силу P , которая приложена именно в точке с координатой равной a . Силу P будем учитывать уже на следующем участке. В удобном масштабе строим эпюру. При выборе масштаба следует руководствоваться правилом:

1. График строим в двух масштабах, один по длине бруса, т.е. линейный, а второй по оси ординат - масштаб сил.
2. Эти масштабы выбираются независимо, руководствуясь удобочитаемостью эпюры.
3. Каждый масштаб неизменен в пределах всего бруса.
4. Эпюра изгибающих моментов строится в своем независимом масштабе.

Составляем функцию изгибающего момента:

$$M_z(x) = +Y_A \cdot x$$

Изгибающий момент является линейной функцией координаты сечения. Строим график по двум точкам, которые имеют абсциссы начала и конца интервала.

при $x = 0$ $M_z(x = 0) = Y_A \cdot 0 = 0$

Отмечаем точку на графике.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 170 из 270

при $x = a$ $M_z(x = a) = Y_A a = 50,4 \cdot 1,5 = 75,6$ кН·м
 Строим вторую точку и соединяем две точки прямой линией. Рядом с точками указываем значения, по которым эти точки построены. Закончив построения на первом участке, приступаем к следующему. В произвольном месте отрезка длиной $(b+c)$ указываем место виртуального сечения и отмечаем его абсциссу.

$$Q(x) = +Y_A - P - q(x - a) \quad (2.3.1.1)$$

Последнее слагаемое выражения поперечной силы является равнодействующей распределенной нагрузки, оказавшейся на выделенном участке. Определяем интервал возможных значений аргумента x , при которых справедливо составленное выражение силы. Начало участка определяет значение аргумента, при котором суммируются все три составляющие в формуле (2.3.1.1). Это значение равно a , конец участка отмечен местом приложения опорной реакции R_B , т.е. при $x = a + b + c$

$$a \leq x < (a + b + c)$$

Поскольку аргумент x в функцию силы входит в первой степени, то зависимость (2.3.1.1) линейная. Для построения графика этой функции достаточно найти два значения поперечной силы при аргументе в начале и конце участка

$$Q(x = a) = +Y_A - P - q(a - a) = 50,4 - 40 = 10,4 \text{ кН}$$

$$Q(x = a + b + c) = +Y_A - P - q((a + b + c) - a) = 50,4 - 40 - 20(2,0 + 2,5) = -79,6 \text{ кН}$$

Составляем функцию изгибающего момента на втором участке

$$M_z(x) = +Y_A \cdot x - P(x - a) - q(x - a) \frac{(x-a)}{2} \quad (2.3.1.2)$$

Выражение $q(x - a)$ графически на расчетной схеме представлено площадью эпюры распределенной нагрузки, попадающей на выделенный участок. Равнодействующая сила этой нагрузки прикладывается в центре тяжести площади эпюры, т.е. посередине участка $(x - a)$. Плечо равнодействующей относительно оси z , которая по определению перпендикулярна к плоскости чертежа и проходит через центр тяжести текущего сечения, равно $\frac{(x-a)}{2}$. После упрощения

$$M_z(x) = Y_A \cdot x - P(x - a) - q \frac{(x-a)^2}{2} \quad (2.3.1.3)$$

Порядок функции определяется наивысшей степенью аргумента. В рассматриваемом примере функция квадратичная. Для построения

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 171 из 270

эпюры нужны минимум три значения. Чтобы при минимуме работы получить максимально достоверный результат, обращаем внимание на интегрально-дифференциальную связь между поперечной силой и изгибающим моментом. Поперечная сила - производная от изгибающего момента. Анализировать производную удобнее всего прямо на эпюре. Сечение, отмеченное абсциссой x^* , характеризуется нулевой поперечной силой. При этом значения силы разного знака по обе стороны от этого сечения. Следовательно, изгибающий момент при ($x = x^*$) должен иметь экстремум, а точнее **max**. Значение x^* определяется из равенства нулю поперечной силы. Подставляем в (2.3.1.1) ($x = x^*$) $Y_A - P - q(x^* - a) = 0$, откуда $x^* = 2,02$ м.

Вычисляем значение момента при этом аргументе

$$M_z(x^*) = Y_A \cdot x^* - P(x^* - a) - q \frac{(x^* - a)^2}{2} = 50,4 \cdot 2,02 - 40,0 \cdot (2,02 - 1,5) - 20 \cdot (2,02 - 1,5)^2 / 2 = 78,3 \text{ кН.м.}$$

Два других значения момента получим, подставив в функцию момента значения аргумента на концах интервала

$$M_z(x = a) = Y_A \cdot a - P(a - a) - q \frac{(a - a)^2}{2} = 75,6 \text{ кН. м, это значение уже было получено на правом конце первого участка.}$$

$$M_z(x = a + b + c) = Y_A \cdot x - P(x - a) - q \frac{(x - a)^2}{2} = Y_A \cdot (b + c) - P(b + c) - q \frac{(b + c)^2}{2} = 50,4 - 40,0 \cdot (2,0 + 2,5) - 20 \cdot \frac{(2,0 + 2,5)^2}{2} = -80,0 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Получили график в виде перевернутой параболы с вершиной в точке **max** с симметричными ветвями относительно вертикальной оси, проходящей через точку экстремума.

Последний участок правее опоры **B**.

$$(a + b + c) \leq x < (a + b + c + d)$$

$$Q(x) = +Y_A - P - q(b + c) + R_B = 50,4 - 40,0 - 20(2,0 + 2,5) + 79,6 = 0$$

Поперечной силы на правом участке нет.

$$M_z(x) = Y_A \cdot x - P \cdot (x - a) - q \cdot (b + c) \cdot \left(x - \left(a + \frac{b+c}{2}\right)\right) \quad (2.3.1.4)$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 172 из 270

Первичный анализ функции показывает, что зависимость линейная. Но глядя на эпюру сил, можно сказать, что функция не только линейная, она ещё и постоянная. Подставляя значения параметров, входящих в выражение момента, получаем числовое значение равное моменту пары сил, приложенной на правом конце бруса $M_z(x) = -80$ кН·м.

Подбор прямоугольного сечения бруса.

Анализируя эпюру изгибающего момента, без труда выясняем, что наибольший по абсолютной величине момент действует во всех сечениях на участке длиной d .

Записываем условие прочности при поперечном изгибе $\frac{M_z^{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$.

Осейвой момент сопротивления прямоугольного сечения определяется по формуле $W_z = \frac{bh^2}{6}$. С учетом конструктивного соотношения сторон

прямоугольника $h:b=2:1$ $W_z = \frac{2b^3}{3}$. Подставляем последнее в условие прочности и решаем относительно b

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_z^{\max}}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 80 \cdot 10^3}{2 \cdot 10 \cdot 10^6}} = 0,229 \text{ м}$$

Принимаем $b=0,23$ м; $h=0,46$ м.

ЗАДАЧА 2.3.2. Консольный брус

Задание на проектирование:

Составить аналитические выражения поперечной силы $Q(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$.

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Исходные параметры принять равными: $a=1,5$ м

$$b=2,0 \text{ м}$$

$$P=40 \text{ кН}$$

$$c=2,5 \text{ м}$$

$$M=80 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$d=1,8 \text{ м}$$

$$q=20 \text{ кН/м}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 173 из 270

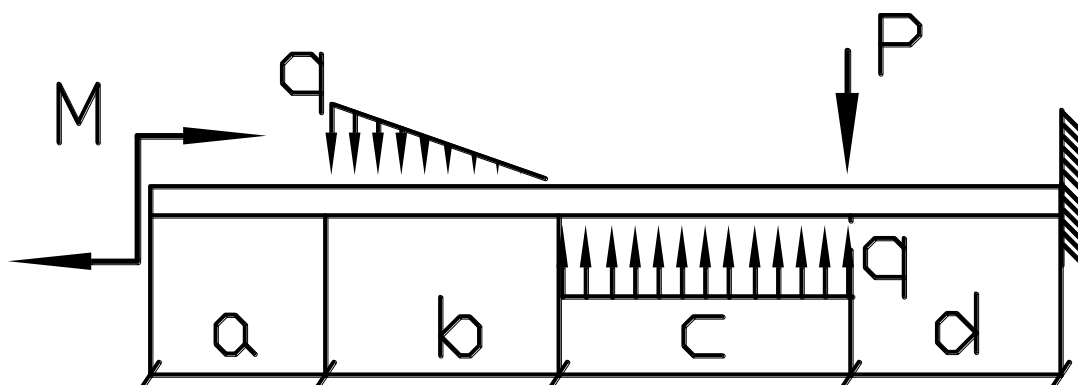


Рис. 2.3.2.1. Исходная схема консольного бруса

На брус наложена одна связь – жесткое защемление правого конца бруса. Защемление препятствует двум линейным и угловому перемещению, поэтому, освобождаясь от связи, прикладываем две проекции реакции и момент (рис. 2.3.2.2).

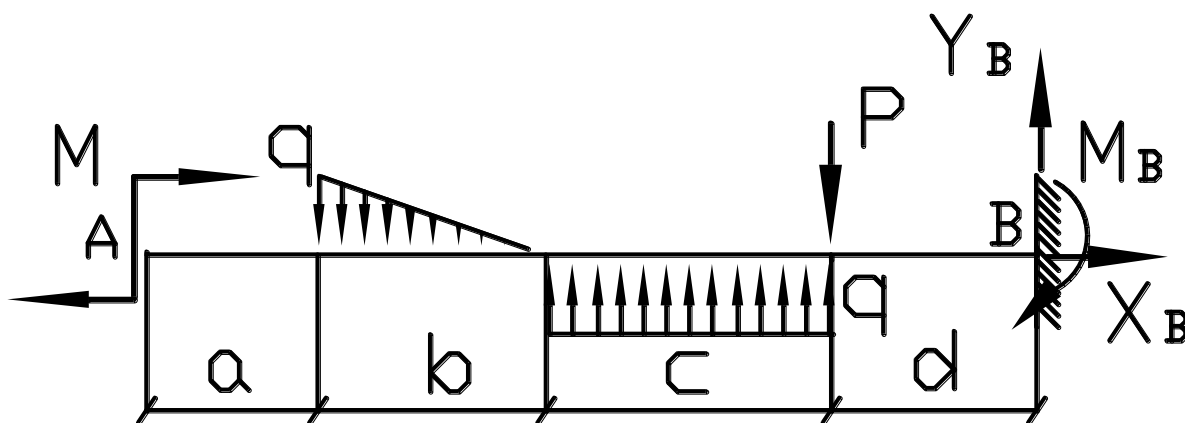


Рис. 2.3.2.2. Расчетная схема консольной балки.

При построении эпюр силовых факторов, действующих в сечении бруса, консольная балка или просто – консоль настоящий подарок для студента. Все неизвестные силы сосредоточены на одном конце. Следовательно, если принять начало координат в точке *A*, то неизвестные силы в концевой точке не помешают составить выражения поперечной силы и изгибающего момента для всех участков бруса, включая и последний, поскольку наш

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 174 из 270

небольшой опыт подсказывает, что сила приложенная в крайней дальней точке участка в функцию внутреннего фактора не включается (рис. 2.3.2.3).

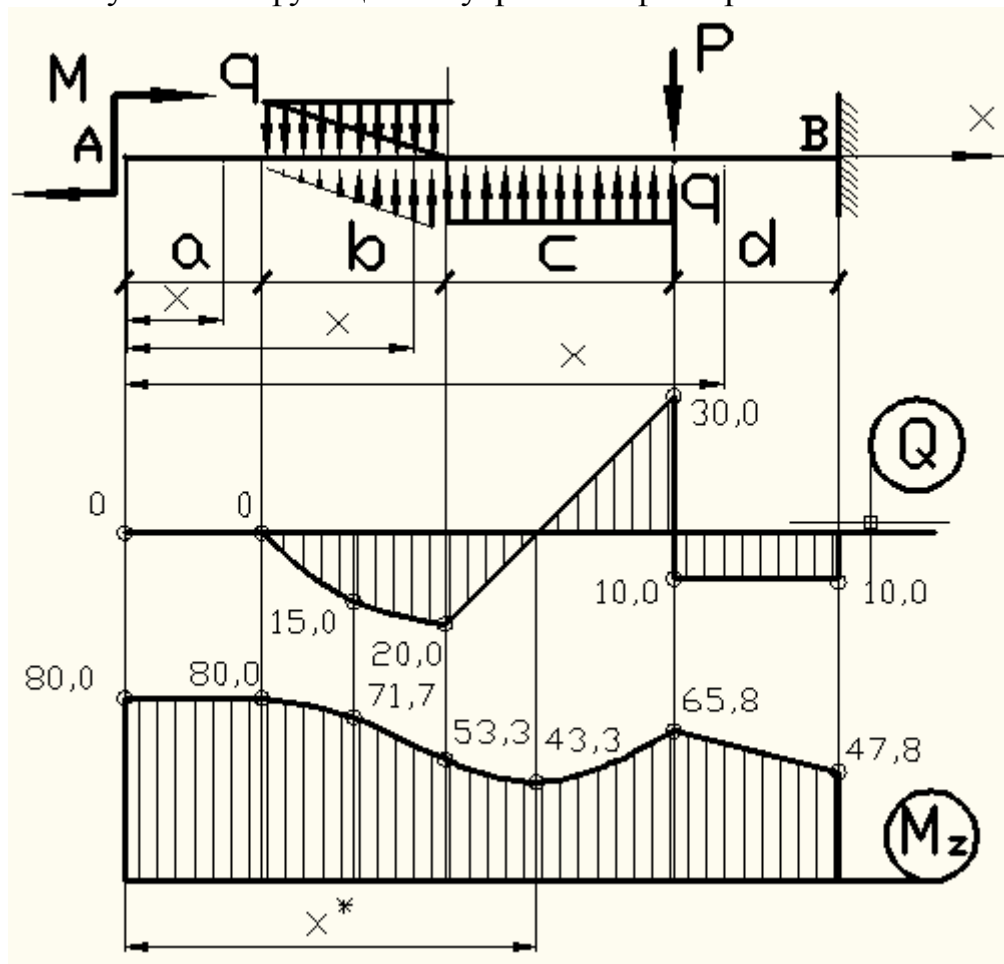


Рис. 2.3.2.3. Консольная балка с эпюрами внутренних факторов.

$$0 \leq x < a$$

$$Q(x) = 0$$

$$M_z(x) = +M = 80 \text{ кН.м}$$

Строим график на первом участке.

Второй участок приносит первые неожиданности. На участке нагрузка распределена по убывающему закону. Задавая произвольное сечение, получаем часть распределенной нагрузки в виде трапеции. Нахождение площади трапеции больших проблем не составляет, т.е. функцию поперечной силы получим и эпюру построим, а вот с определением центра тяжести этой трапеции, чтобы представить, где прикладывается равнодействующая распределенной нагрузки, возникают сложности.

Убывающую нагрузку преобразуем в возрастающую. Верхний треугольник дополняем до прямоугольника, а добавленный возрастающий треугольник компенсируем ровно таким же, но направленным в противоположную сторону. Его мы изобразим приложенным снизу. Теперь

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 175 из 270

составляем функцию обычным образом, а компенсация будет осуществляться автоматически.

$$a \leq x < (a + b)$$

$$Q(x) = -q(x - a) + \frac{q(x-a)(x-a)}{b} = -q(x - a) + \frac{q(x-a)^2}{2b} \quad (2.3.2.1)$$

$$M_z(x) = +M - q \frac{(x-a)^2}{2} + \frac{q(x-a)^2(x-a)}{2b} =$$

$$= +M - q \frac{(x-a)^2}{2} + \frac{q(x-a)^3}{6b} \quad (2.3.2.2)$$

Функция поперечной силы оказалась квадратичной, а изгибающий момент описывается кубической параболой. Для построения графиков рассчитаем по три значения поперечной силы и изгибающего момента:

$$Q(x = a) = -q(a - a) + \frac{q(a-a)^2}{2b} = 0$$

$$Q\left(x = a + \frac{b}{2}\right) = -q\left(\left(a + \frac{b}{2}\right) - a\right) + \frac{q\left(\left(a + \frac{b}{2}\right) - a\right)^2}{2b} =$$

$$= -20 \cdot 1,0 + 20 \frac{(1,0)^2}{2 \cdot 2} = -15 \text{ кН}$$

$$Q(x = a + b) = -q(a + b - a) + \frac{q(a+b-a)^2}{2b} =$$

$$= -20 \cdot 2,0 + \frac{20 \cdot 2,0^2}{2 \cdot 2,0} = -20,0 \text{ кН.}$$

- Строим параболу по трем точкам. Примечательных мест на эпюре $Q(x)$ не наблюдается, поэтому величины изгибающего момента определяем при тех же значениях аргумента, что были приняты для поперечной силы

$$M_z(x = a) = +M - q \frac{(a-a)^2}{2} + \frac{q(a-a)^3}{6b} = +80 \text{ кН. м.}$$

$$M_z\left(x = a + \frac{b}{2}\right) = +M - q \frac{\left(a + \frac{b}{2} - a\right)^2}{2} + \frac{q\left(a + \frac{b}{2} - a\right)^3}{6b} =$$

$$= +80 - 20 \frac{1,0^2}{2} + 20 \frac{1,0^3}{6 \cdot 2,0} = 71,7 \text{ кН. м.}$$

$$M_z(x = a + b) = +M - q \frac{(a+b-a)^2}{2} + \frac{q(a+b-a)^3}{6b} =$$

$$= +80 - 20 \frac{2,0^2}{2} + 20 \frac{2,0^3}{6 \cdot 2,0} = 53,3 \text{ кН. м.}$$

Приступаем к третьему участку.

$$(a + b) \leq x < (a + b + c)$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 176 из 270

$$Q(x) = -q \frac{b}{2} + q(x - (a + b)) \quad (2.3.2.3)$$

$$M_z(x) = +M - q \frac{b}{2} \left(x - a - \frac{2b}{3} \right) + q \frac{(x - (a + b))^2}{2}. \quad (2.3.2.4)$$

Функция поперечной силы линейная. Для построения эпюры найдем значения силы на концах интервала

$$Q(x = a + b) = -q \frac{b}{2} + q(a + b - (a + b)) = -20 \cdot 1,0 = -20 \text{ кН.}$$

$$Q(x = a + b + c) = -q \frac{b}{2} + q(a + b + c - (a + b)) = \\ = -20 \cdot 1,0 + 20 \cdot 2,5 = +30 \text{ кН.}$$

Строим прямую и замечаем: при $(x = x^*)$ поперечная сила равна нулю и изгибающий момент при этом аргументе имеет экстремум, причем **min**.

Два значения момента найдем на концах участка, а третье - при $(x = x^*)$, которое найдем, приравняв нулю уравнение, полученное из выражения поперечной силы, подставив $x = x^*$:

$$Q(x^*) = -q \frac{b}{2} + q(x^* - (a + b)) = 0 \implies x^* = 4,5 \text{ м.}$$

$$M_z(x = a + b) = \\ = +M - q \frac{b}{2} \left(a + b - a - \frac{2b}{3} \right) + q \frac{(a + b - (a + b))^2}{2} \\ = 53,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_z(x = 4,5) = +M - q \frac{b}{2} \left(4,5 - a - \frac{2b}{3} \right) + q \frac{(4,5 - (a + b))^2}{2} = \\ = 80 - 20 \cdot \frac{2,0}{2} \left(4,5 - 1,5 - \frac{2 \cdot 2,0}{3} \right) + 20 \frac{(4,5 - (1,5 + 2,0))^2}{2} = +43,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_z(x = a + b + c) = +M - q \frac{b}{2} \left(a + b + c - a - \frac{2b}{3} \right) + \\ + q \frac{(a + b + c - (a + b))^2}{2} = +80 - 20 \frac{2,0}{2} \left(\frac{2,0}{3} + 2,5 \right) + 20 \frac{(2,5)^2}{2} = 65,8 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Закончив построение точек на третьем участке, соединяем их параболой с нижней точкой в точке **min** и симметричными ветвями относительно вертикальной оси, проходящей через **min**.

Рассматриваем последний участок $(a + b + c) \leq x < (a + b + c + d)$

$$Q(x) = -q \frac{b}{2} + qc - P = -10 \text{ кН.}$$

Графиком является прямая, параллельная оси абсцисс.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 177 из 270

$$M_z(x) = +M - q \frac{b}{2} \left(x - a - \frac{2b}{3} \right) + qc(x - a - b - c/2) - P(x - (a + b + c)).$$

Зависимость линейная, причем значение на левом конце участка совпадает со значением на правом конце предыдущего интервала.

$$\begin{aligned} M_z(x = a + b + d) &= \\ &= +M - q \frac{b}{2} \left((a + b + c + d) - a - \frac{b}{3} \right) \\ &+ qc((a + b + c + d) - a - b - c/2) - P \cdot d = \\ &= 80 - 20 \cdot 1,0 \left(\frac{2,2,0}{3} + 2,5 + 1,8 \right) + 20 \\ &\cdot 2,5 \left(\frac{2,5}{2} + 1,8 \right) - 40 \cdot 1,8 = 47,8 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Построение эпюр закончено. Ордината эпюры $Q(x)$ на правом конце равна величине вертикальной составляющей реакции в заделке, а ордината на эпюре изгибающего момента – величине опорного момента.

ЗАДАЧА 2.3.3. Статически определимый брус

Задание на проектирование:

Составить аналитические выражения поперечной силы $Q(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$.

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Подобрать размеры стальной балки двутаврового профиля при допуске напряжении $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Исходные параметры принять равными: $a=1,5 \text{ м}$

$$b=2,0 \text{ м}$$

$$P=40 \text{ кН}$$

$$c=2,5 \text{ м}$$

$$M=80 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$d=1,8 \text{ м}$$

$$q=20 \text{ кН/м}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 178 из 270

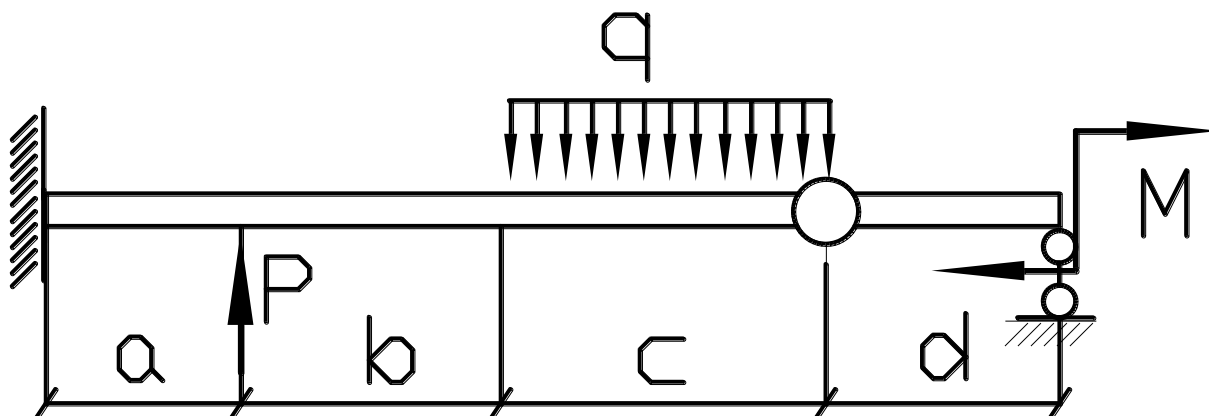


Рис. 2.3.3.1. Исходная схема

Решение как всегда начинается с освобождения от связей и замещением их реакциями.

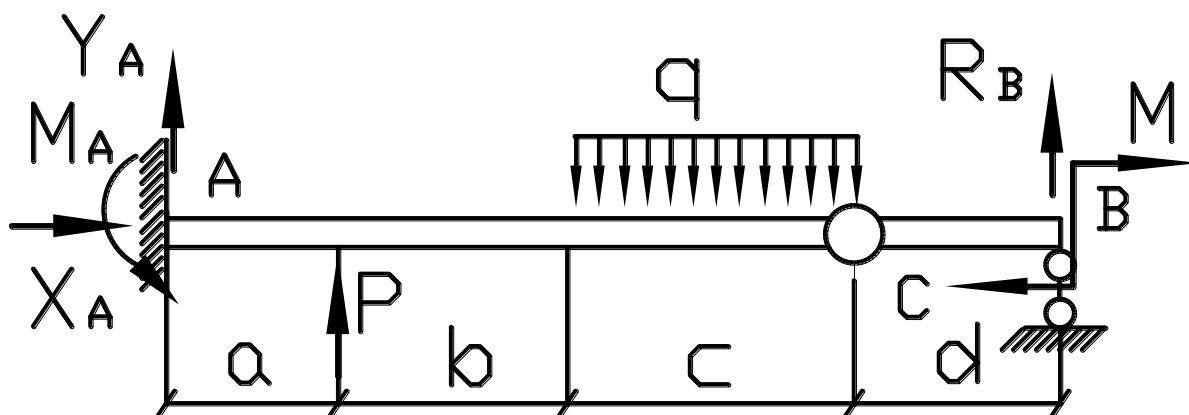


Рис. 2.3.3.2. Исходная схема с опорными реакциями

Подсчет количества реакций связей дает число четыре. Для произвольной плоской системы сил можно составить только три независимые уравнения равновесия. Получается, что одна неизвестная “лишняя”, и задача должна быть статически неопределимой. Но в точке С части бруса соединены с помощью шарнира, а врезанный шарнир, соединяющий две части балки, снимает одну степень неопределимости. Брус оказывается статически определимым, но решается в определенном порядке.

Порядок следующий: рассоединяем балку в шарнире С.

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 179 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

С каждой стороны шарнира прикладываем по одной горизонтальной и вертикальной составляющей реакции, которые должны удерживать рассоединенные концы бруса от взаимного смещения по горизонтали и вертикали. Шарнир не оказывает сопротивления угловому смещению соединяемых частей, поэтому парой сил шарнирные реакции дополнять не требуется.

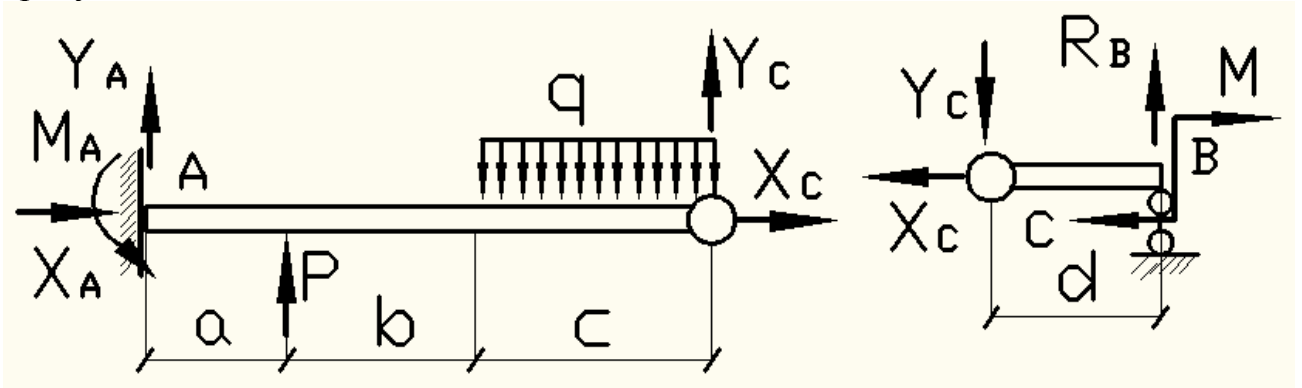


Рис. 2.3.3.3. Брус, рассоединенный по шарниру С.

При расстановке реакций обращаем внимание на то, что одноименные проекции направляются навстречу друг другу.

Рассмотрим участок CB . Это балка с шарнирной опорой, активной нагрузкой и двумя силами, заменяющими действие отброшенной левой части бруса. К бусу CB приложены три неизвестные опорные реакции, значит она статически определимая. Составляя уравнение моментов относительно точки C , находим реакцию опоры B - R_B

$$\sum M_{Ci} = 0; -M + R_B d = 0$$

$$R_B = \frac{M}{d} = \frac{80,0}{1,80} = 44,4 \text{ кН}.$$

Далее можно составить ещё два уравнения и найти проекции реакции в точке C . Но это не обязательное действие. Достаточно соединить части в шарнире и вернуться к схеме (рис. 2.3.3.2), но с уже известной реакцией со стороны шарнирно подвижной опоры $R_B = 44,4$ кН. Теперь брус имеет две проекции реакции и момент пары в заделке, которые можно определить, составив три уравнения равновесия бруса ABC . Но находить мы их не будем, так как поступим аналогично решению предыдущего примера. Будем решать задачу как консольную балку, а начало координат разместим в точке B .

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 180 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

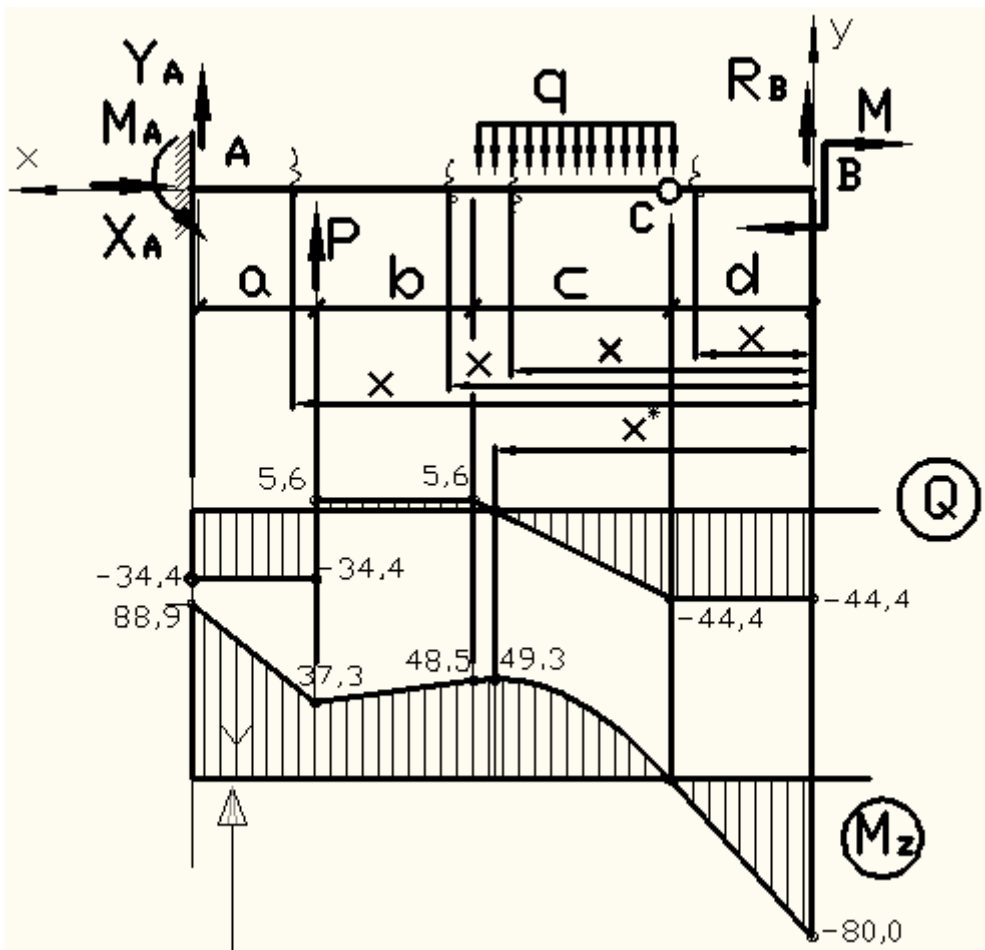


Рис. 2.3.3.4. Брус с эпюрами поперечной силы $Q(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$.

Построим эпюры, не составляя выражения силы и момента.

На участке длиной d поперечная сила равна реакции $R_B = 44,4$ кН. Сила направлена снизу вверх, строим со знаком минус. Изгибающий момент в точке В равен моменту пары со знаком минус. Далее он изменяется на величину площади эпюры поперечной силы на рассматриваемом участке. Для контроля решения имеем в виду, что в шарнире С должны получить ноль.

На втором участке поперечная сила изменяется по линейному закону, т. к. участок загружен равномерно распределенной нагрузкой. Это изменение численно равно площади эпюры распределенной нагрузки

$$\Omega = q \cdot c = 20 \cdot 2,5 = 50 \text{ кН.}$$

Поэтому на левом конце участка длиной c сила примет значение 5,6 кН. Зависимость линейная, строим прямую, пересекающую ось отсчета в точке, имеющей координату $x^* = d + \frac{R_B}{q} = 1,80 + \frac{44,4}{20} = (1,80 + 2,22)$ м.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 181 из 270

При такой эпюре силы эпюра изгибающих моментов будет ограничиваться параболой с вершиной при $x=x^*$. Значение вершины определяется площадью нижнего треугольника

$$M_{\max} = \frac{2,22 \cdot 44,4}{2} = 49,28 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

. Далее момент уменьшается на величину площади треугольника в левой части участка. Эта площадь определится как $\Omega = \frac{5,6}{20} \frac{5,6}{2} = 0,78 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Изгибающий момент на левом конце участка будет равен

$$M_z(x = d + c) = 49,28 - 0,78 = 48,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

На третьем участке поперечная сила постоянная и равная $5,6 \text{ кН}$. Затем на границе третьего и четвертого приложена сосредоточенная сила, и на этой границе появляется ступенька на величину силы $P=40,0 \text{ кН}$.

Изгибающий момент на третьем участке изменится в сторону уменьшения на величину равную площади прямоугольника на этом же участке эпюры поперечных сил $5,6 \cdot 2,0 = 11,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ достигнет значения

$$M_z(x=d+c+b) = 48,5 - 11,2 = 37,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

На четвертом участке изгибающий момент изменяется в сторону увеличения на величину площади эпюры поперечной силы

$$M_z(x=d+c+b+a) = 37,3 + 34,4 \cdot 1,5 = 88,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Эпюры построены. Анализируем внутренние усилия. Определяем опасное сечение и подбираем размеры сечения бруса из условия прочности по нормальным напряжениям.

Опасное сечение прилегает к заделке. Наибольший момент равен $M_z^{\text{наиб}} = 88,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$

Поперечная сила в сечении $Q(x) = 34,4 \text{ кН}$.

Условие прочности при изгибе $\frac{M_z^{\text{наиб}}}{w_z} \leq [\sigma]$.

Решаем относительно момента сопротивления $w_z \geq \frac{M_z^{\text{наиб}}}{[\sigma]}$. (2.3.3.1)

Подставляем значение момента и допускаемого напряжения в (2.3.3.1)

$$w_z \geq \frac{M_z^{\text{наиб}}}{[\sigma]} = \frac{88,9 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} 10^6 = 555,6 \text{ см}^3.$$

По сортаменту ближайший подходящий двутавр имеет номер 33.

Выписываем характеристики профиля необходимые для дальнейших расчетов: наибольший осевой момент инерции $I_x = 9840 \text{ см}^4$,

Осевой момент сопротивления $W_x = 597 \text{ см}^3$,

Статический момент половины сечения $S_x = 292 \text{ см}^3$,

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 182 из 270

Толщина стенки двутавра $d=7,0$ мм.

Определяем наибольшие нормальные напряжения в опасном сечении бруса

$$\sigma_{\text{наиб}} = \frac{M_z^{\text{наиб}}}{W_z} = \frac{88,9 \cdot 10^3}{597 \cdot 10^{-6}} = 148,9 \text{ МПа}$$

и наибольшие касательные напряжения в центре тяжести того же сечения

$$\tau = \frac{QS_z^*}{I_z d} = \frac{34,4 \cdot 10^3 \cdot 292 \cdot 10^{-6}}{9840 \cdot 10^{-8} \cdot 7,0 \cdot 10^{-3}} = 14,58 \text{ МПа.}$$

Расчет закончен. Условие прочности выполняется.

2.4. НЕРАЗРЕЗНАЯ БАЛКА.

ЗАДАЧА 2.4. Раскрытие статической неопределимости неразрезной балки с помощью уравнения трех моментов

Задание на проектирование:

Для статически неопределимой неразрезной балки требуется:

1. Раскрыть статическую неопределимость, используя уравнение трех моментов;
2. Определить реакции всех опор и сделать проверку, найденных величин;
3. Построить эпюры поперечных сил $Q(x)$ и изгибающего момента $M_z(x)$.
4. Подобрать двутавровое сечение балки при допустимых напряжениях $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.
5. Представить примерный вид изогнутой оси балки.

Исходные параметры принять равными:

$$P=40 \text{ кН} \quad a=2,0 \text{ м}$$

$$M=60 \text{ кН.м} \quad b=4,0 \text{ м}$$

$$q=20 \text{ кН/м} \quad c=3,0 \text{ м}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 183 из 270

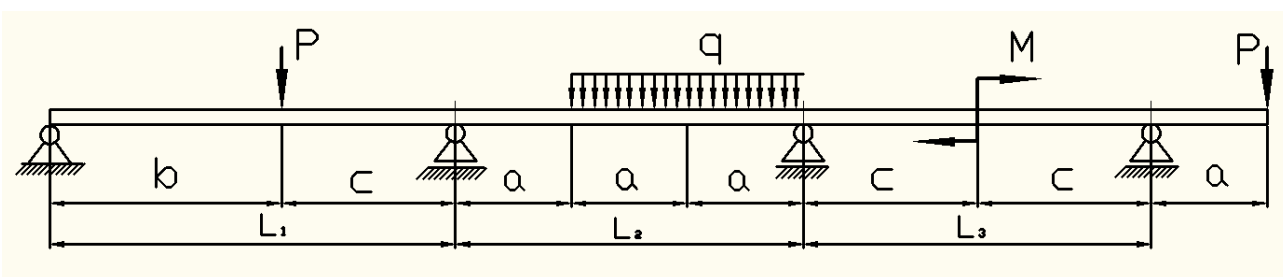


Рис. 2.4.1. Исходная схема неразрезной балки.

Балка имеет две промежуточные опоры, которые накладывают две дополнительные связи сверх необходимых, и задача по определению опорных реакций становится дважды статически неопределимой.

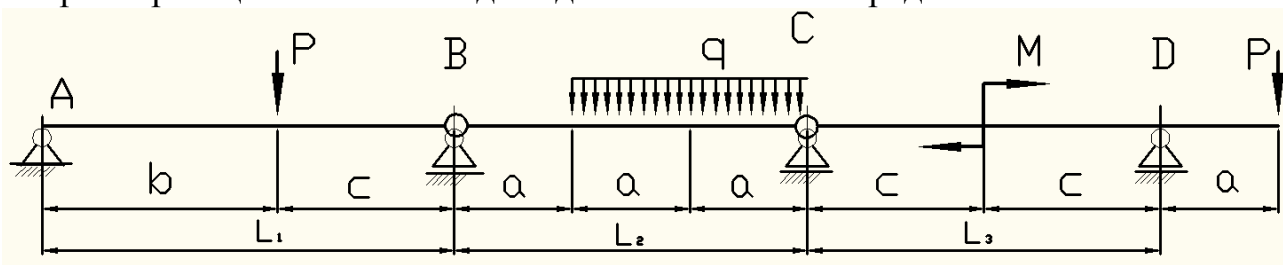


Рис. 2.4.2. Основная система неразрезной балки с врезанными шарнирами над промежуточными опорами.

Неразрезные многопролетные балки отличаются от остальных статически неопределимых задач тем, что для них однозначно и без вариантов выбирается основная система.

Над промежуточными опорами в брус балки условно врезаются шарниры.

Теперь три шарнирно опертые балки, представленные на рис. 2.4.2, составляют *основную систему* исходной конструкции.

Основная система – это кинематически неизменяемая, статически определимая конструкция, получаемая из исходной путем освобождения от дополнительных связей.

Но каждая однопролетная балка основной системы деформируется под действием своей пролетной нагрузки независимо от соседних участков, а нам необходимо заставить весь набор балок работать как единый организм, как это есть на самом деле, как это было до врезания шарниров. С каждой стороны врезанного шарнира приложим к балкам по паре сил с определенным моментом, величину которого следует подобрать такой, чтобы углы поворота сечений по разные стороны от шарнира были равны между собой. Причем равны в полном смысле, не только по величине, как показано на рисунках комментариев в некоторых учебных пособиях, но и по направлению. Если представить, что в края балок возле общего шарнира

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 184 из 270

вбиты вертикально два больших гвоздя, то при появлении пролетной нагрузки балки будут прогибаться, и гвозди, оставаясь перпендикулярными к поверхности бруса, станут отклоняться от вертикали. Они могут отклоняться в разные стороны или в одну сторону, но на разные углы, поскольку два соседних пролета “не знают о существовании друг друга”. Прикладывая дополнительный момент, мы ограничиваем их свободу и заставляем в дальнейшем строго повторять угловые перемещения соседа. Но не просто один повторяет перемещения другого, а взаимно влияют друг на друга. Это условие называется **совместностью деформаций**. Основная система с дополнительными парами сил пока неизвестного направления и величины называется эквивалентной системой (рис. 2.4.3)

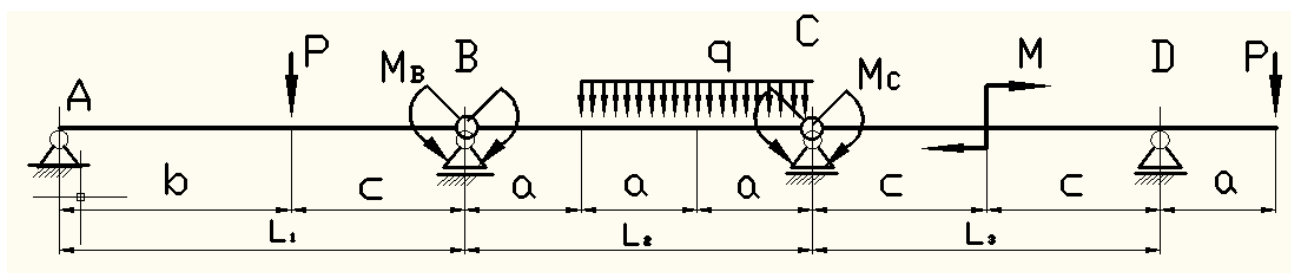


Рис. 2.4.3. Эквивалентная система неразрезной балки.

Уравнение перемещений метода сил, составленное для неразрезной балки, носит название “Уравнение трех моментов” по количеству искомым моментов, входящих в каждое уравнение углов поворота сечений. Если балка очень длинная, т.е. имеющая пять – десять или иное число промежуточных опор, то количество уравнений перемещения равняется числу этих опор. И каждое уравнение углов поворота содержит по три момента, средний момент для рассматриваемой опоры и по одному моменту над опорами слева и справа от неё:

$$M_{\text{лев}}L_{\text{лев}} + 2M_{\text{сред}}(L_{\text{лев}} + L_{\text{прав}}) + M_{\text{прав}}L_{\text{прав}} = -6 \left[\frac{F_{\text{лев}}a_{\text{лев}}}{L_{\text{лев}}} + \frac{F_{\text{прав}}b_{\text{прав}}}{L_{\text{прав}}} \right] \quad (2.4.1)$$

где $L_{\text{лев}}$, $L_{\text{прав}}$ - длины пролетов слева и справа от рассматриваемой опоры;

$M_{\text{сред}}$ - момент пары сил в сечении над опорой, для которой составляется данное уравнение;

$F_{\text{лев}}a_{\text{лев}}$ - статический момент площади эпюры изгибающих моментов $F_{\text{лев}}$ левого пролета относительно левой опоры.

$a_{\text{лев}}$ - расстояние от центра тяжести площади эпюры до левой опоры;

$F_{\text{прав}}b_{\text{прав}}$ - статический момент площади эпюры изгибающих моментов

$F_{\text{прав}}$ правого пролета относительно правой опоры;

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 185 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

$b_{прав}$ - расстояние от центра тяжести площади эпюры до правой опоры.

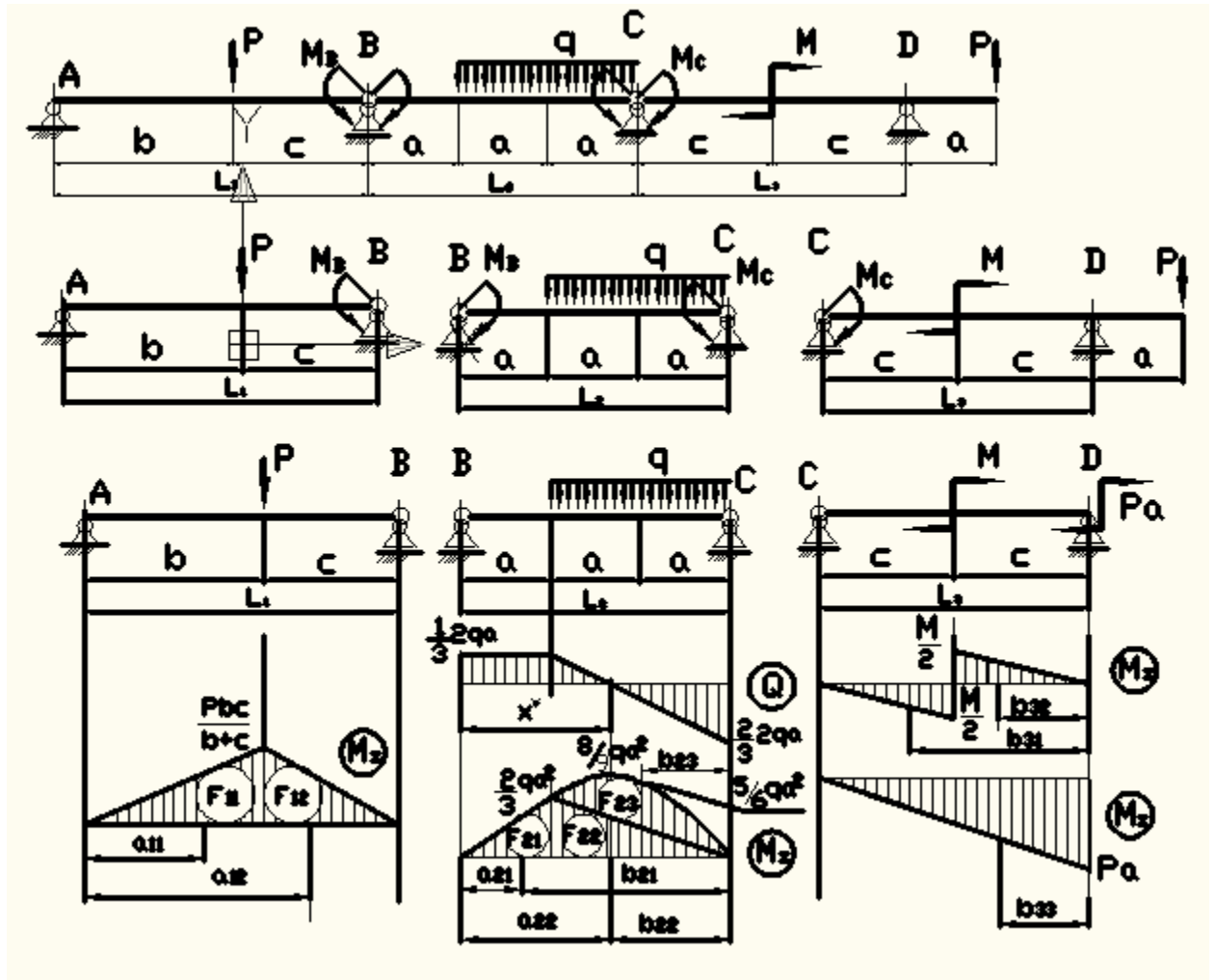


Рис. 2.4.4. Эпюры поперечной силы и изгибающих моментов на отдельных участках основной системы.

На участке АВ эпюра ограничена ломаной прямой линией, поэтому разбиваем площадь на два треугольника по точке слома.

$$F_{11} = \frac{Pbc}{b+c} \cdot \frac{b}{2}; \quad F_{12} = \frac{Pbc}{b+c} \cdot \frac{c}{2}; \quad a_{11} = \frac{2b}{3}; \quad a_{12} = b + \frac{c}{3}. \quad (2.4.2)$$

На участке ВС эпюра ограничена квадратичной параболой, асимптотически переходящей в прямую. По точке сопряжения делим эпюру на три части: правильную параболу, и два треугольника. Площадь параболы составляет $2/3$ от площади прямоугольника, в который она вписана. В нашем случае вместо прямоугольника параллелограмм. Высота параллелограмма определится как разность ординаты дуги параболы при $x=2a$ ($5/6qa^2$) и средней линии правого треугольника $1/2(2/3 qa^2)$ и будет равняться $(qa^2/2)$. Проекция основания параллелограмма на горизонтальную ось равна $2a$,

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 186 из 270

следовательно, площадь параллелограмма равна $[(qa^2/2) \cdot 2a]$, а площадь сектора, ограниченного параболой второго порядка, равняется $F_{23} = 2/3(qa^2/2) \cdot 2a = 2qa^3/3$.

Выполнив все предварительные вычисления, составляем Уравнение трех моментов для опоры **B** :

$$2M_B[(b+c) + 3a] + M_C \cdot 3a = -6 \left[\frac{\frac{Pbc}{b+c} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{2}{3} b + \frac{Pbc}{b+c} \cdot \frac{c}{2} \cdot \left(b + \frac{c}{3}\right)}{b+c} + \frac{\frac{2}{3} qa^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(2a + \frac{a}{3}\right) + \frac{2}{3} qa^2 \cdot \frac{2a}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} 2a\right) + \frac{qa^2}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2}{3} a}{3a} \right] \quad (2.4.3)$$

Теперь уравняем углы поворота слева и справа от опоры **C**, составив уравнение трех моментов:

$$M_B \cdot 3a + 2M_C \cdot (3a + 2c) = -6 \left[\frac{\frac{2}{3} qa^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{3} a + \frac{2}{3} qa^2 \cdot \frac{2a}{2} \cdot \left(a + \frac{1}{3} 2a\right) + \frac{qa^2}{2} \cdot 2a \cdot \frac{2}{3} 2a}{3a} + \frac{\left(\frac{-M}{2}\right) \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(c + \frac{c}{3}\right) + \frac{M}{2} \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2c}{3} - Pa \cdot 2c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2c}{2c} \right] \quad (2.4.4)$$

Уравнения (2.4.3) и (2.4.4) составляют систему уравнений относительно двух неизвестных M_B и M_C , решив которую, определяем моменты и тем раскрываем статическую неопределимость задачи.

Подставляем значения параметров в уравнения (2.4.3) и (2.4.4) и упрощаем выражения:

$$2M_B[(4+3) + 3 \cdot 2] + M_C \cdot 3 \cdot 2 = -6 \left[\frac{\frac{40 \cdot 4 \cdot 3}{4+3} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{2}{3} 4 + \frac{40 \cdot 4 \cdot 3}{4+3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(4 + \frac{3}{3}\right)}{4+3} + \frac{\frac{2}{3} 20 \cdot 2^2 \cdot \frac{2}{2} \cdot \left(2 \cdot 2 + \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} 20 \cdot 2^2 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} 2 \cdot 2\right) + \frac{20 \cdot 2^2}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2}{3 \cdot 2} \right]$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 187 из 270

$$2M_B(7 + 6) + M_C \cdot 6 = -6(250)$$

$$4,33M_B + M_C = -250. \quad (2.4.5)$$

$$\begin{aligned}
& M_B \cdot 3 \cdot 2 + 2M_C \cdot (3 \cdot 2 + 2 \cdot 3) = \\
& = -6 \left[\frac{\frac{2}{3} \cdot 20 \cdot 2^2 \cdot \frac{2}{2} * \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot 2^2 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} * \left(2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2\right) + \frac{20 \cdot 2^2}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} * 2 \cdot 2}{3 \cdot 2} \right. \\
& \left. + \frac{\left(\frac{-60}{2}\right) \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} * \left(3 + \frac{3}{3}\right) + \frac{60}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} * \frac{2 \cdot 3}{3} - 40 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} * \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3} \right]
\end{aligned}$$

$$M_B + 4M_C = -(142,1 - 15,0 - 80,0)$$

$$M_B + 4M_C = -47,1 \quad (2.4.6)$$

Объединяем уравнения (2.4.5) и (2.4.6) в систему уравнений

$$\begin{cases} 4,33M_B + M_C = -250 \\ M_B + 4M_C = -47,1 \end{cases} \quad (2.4.7)$$

Решаем систему уравнений по правилу Г. Крамера. Составляем матрицу системы из коэффициентов при неизвестных и находим её определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4,33 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 16,32 \quad (2.4.8)$$

Заменяем столбцом свободных членов столбец коэффициентов при M_B и находим дополнительный определитель

$$\Delta_{M_B} = \begin{vmatrix} -250 & 1 \\ -47,1 & 4 \end{vmatrix} = -953.$$

Аналогично поступаем со вторым дополнительным определителем

$$\Delta_{M_C} = \begin{vmatrix} 4,33 & -250 \\ 1 & -47,1 \end{vmatrix} = +46,0.$$

$$M_B = \frac{\Delta_{M_B}}{\Delta} = \frac{-953}{16,32} = -58,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_C = \frac{\Delta_{M_C}}{\Delta} = \frac{+46,0}{16,32} = 2,82 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Строим на одной оси все эпюры изгибающих моментов, показанные выше на рис. 2.4.4. На участке CD строим суммарную эпюру из двух.

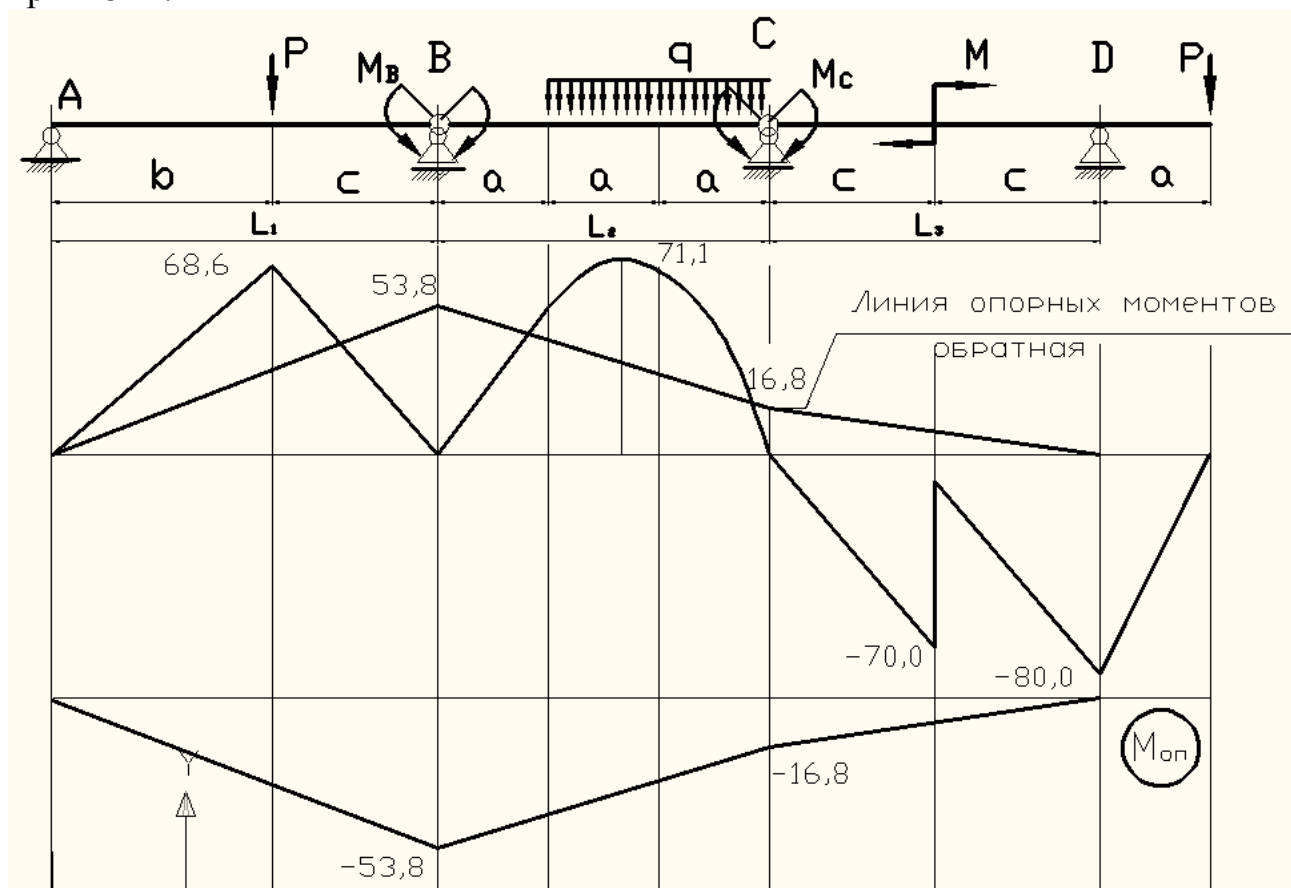
Окончательную результирующую эпюру будем строить *методом наложения*. Для этого на эпюре моментов основной системы достраиваем зеркальное отражение эпюры опорных моментов (обратная эпюра). Теперь в

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 188 из 270

качестве оси отсчета принимаем контурную линию эпюры опорных моментов. Ординаты результирующей эпюры размещаются между двумя контурами эпюр: изгибающих моментов основной системы и эпюры опорных моментов. Можно на этом остановиться, но анализировать эпюру в искаженном виде непривычно, а может и неудобно. Поэтому распрямим её. Для этого рисуем прямую ось, и откладываем от неё отрезки снятые с эпюры рис. 2.4.5. над и под контуром эпюры опорных моментов. Получится эпюра как показано на рис. 2.4.6.

Для сравнения способов можно построить эпюру $M_{рез}$ традиционным способом. Для этого на каждом участке, уже рассмотренном в начале работы, нужно добавить найденные моменты у промежуточных опор как обычную внешнюю нагрузку. Найти реакции опор, составить выражения поперечных сил и изгибающих моментов, построить эпюры и собрать участки в одну цепочку. Результат будет таким как на рис.2.4.6.

И последняя часть задачи: примерный вид деформированного бруса. Для этого мы твердо усвоили, что эпюра моментов строится со стороны сжатых волокон бруса. При этом она не может отрываться от опор или проваливаться вместе с ними. В сечениях, где момент равен нулю и при переходе через эту точку меняет знак, находится точка смены знака кривизны.



ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 189 из 270

Рис.2.4.5. Эпюры изгибающих моментов основной системы и эпюра опорных моментов неразрезной балки.

И последнее замечание: чем больше величина момента, тем круче изгибается брус, тем меньше радиус кривизны. Рисуем ось, расставляем опоры, опускаем линии связи из точек с нулевым моментом и делаем попытку провести плавную кривую с учетом всех замечаний. Если есть проблемы с пространственным воображением, то можно взять гибкую стальную слесарную линейку, приложить её к эпюре и давлением пальцев создать упругую линию бруса.

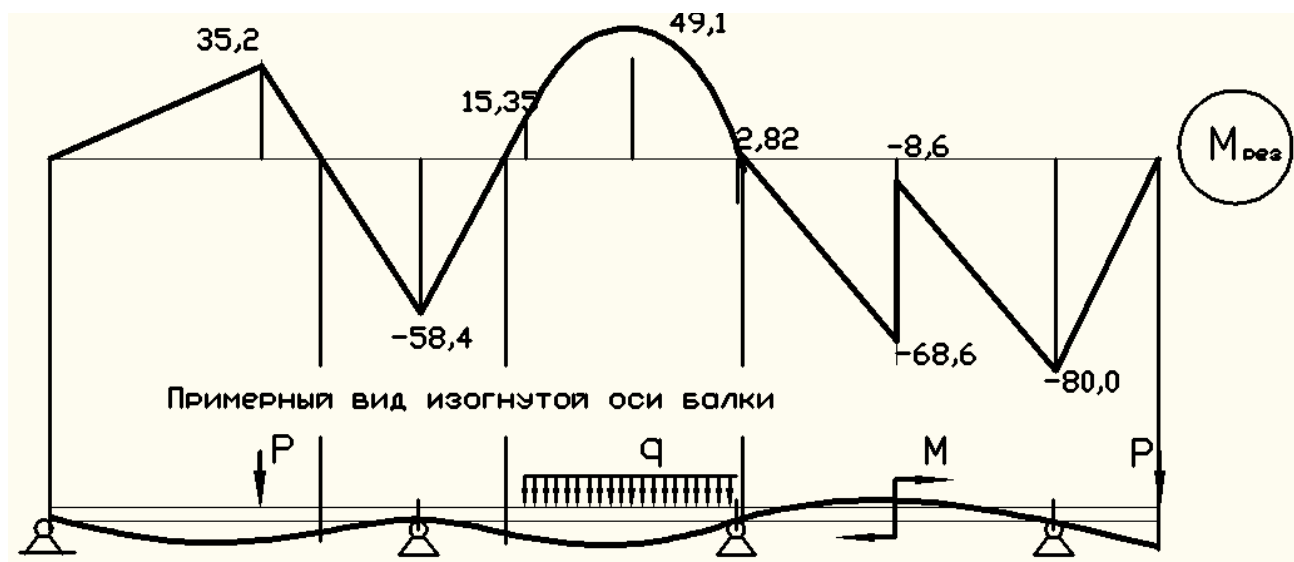


Рис. 2.4.6. Результирующая эпюра изгибающих моментов неразрезной балки и примерный вид оси бруса в деформированном состоянии.

Подбор сечения неразрезной балки.

Анализируем результирующую эпюру изгибающих моментов. Определяем, что опасное сечение бруса находится над крайней правой опорой. Абсолютная величина наибольшего момента равна $M_{\text{наиб}} = 80 \text{ кН.м}$.

Записываем условие прочности при изгибе $\sigma_{\text{наиб}} = \frac{M_{\text{наиб}}}{W} \leq [\sigma]$,

где W - *осевой момент сопротивления*, который определяется отношением осевого момента инерции к расстоянию до наиболее удаленной точки сечения от нейтральной оси сечения, проходящей через центр тяжести сечения перпендикулярно плоскости изгиба.

$[\sigma]$ - допускаемое нормальное напряжение для материала бруса.

Выделяем осевой момент сопротивления из условия прочности

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 190 из 270

$$W \geq \frac{M_{\text{наиб}}}{[\sigma]} = \frac{80 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} \cdot 10^6 = 500 \text{ см}^3.$$

Момент сопротивления бруса должен быть не меньше пятисот сантиметров в кубе. Открываем ГОСТ на двутавры и, спускаясь по колонке W_x , доходим до ячейки со значением момента сопротивления равным 518 единиц.

Смещаемся по строке влево до колонки с номером профиля и выясняем, что ближайший подходящий двутавр имеет номер 30а, т.е. его высота тридцать сантиметров, а ширина полки сто сорок пять миллиметров. Но, если есть желание, можно принять любой другой профиль большего сечения.

ПРИЛОЖЕНИЕ **уравнения трех моментов к раскрытию неопределимости жестко заземленной балки с шарнирной опорой на противоположном конце.**

Расчетная схема балки показана на рис. 2.4.7. Балка один раз статически неопределима. Врезаем в заделку шарнир, и балка превращается в однопролетную шарнирно опертую статически определимую, которая называется основной системой. Условно продолжаем балку за стенку и прикладываем по обе стороны шарнира по моменту.

Строим эпюру моментов от сосредоточенной силы, приложенной посередине пролета однопролетной шарнирно опертой балки. Составляем уравнение трех моментов

$$2M_A(0 + 2a) = -6 \left[\frac{0}{2} + \frac{\frac{Pa}{2} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a}{2a} \right] \quad (1 \text{ прил.})$$

$$4a \cdot M_A = -6 \cdot \frac{Pa^2}{4} \quad M_A = \frac{-6 \cdot Pa^2}{16a} = -0,375Pa.$$

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 191 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

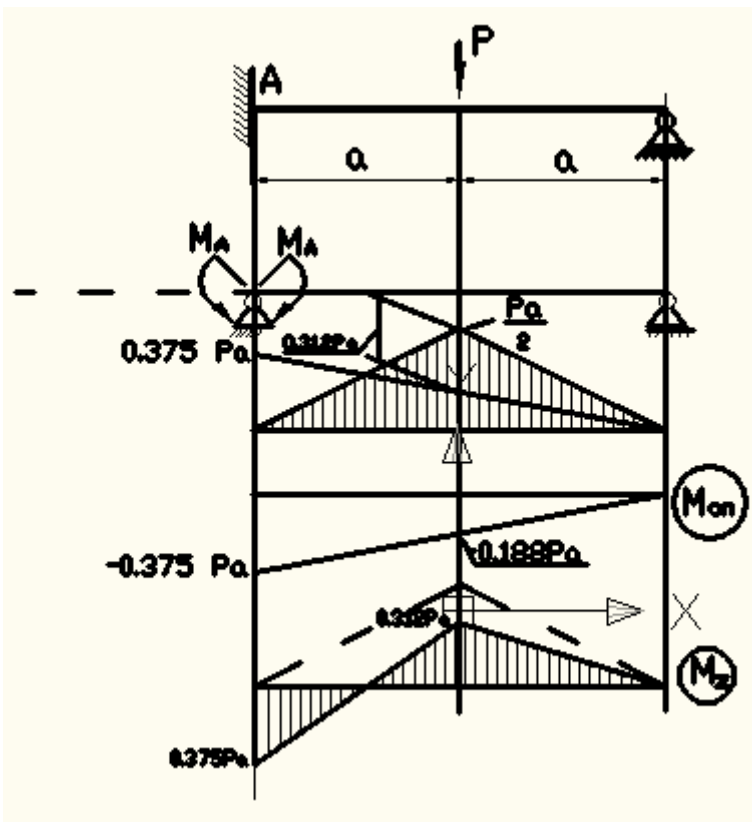


Рис. 2.4.7. Раскрытие неопределенности консоли с помощью уравнения трех моментов.

Дальнейшее решение выполняем методом наложения эпюр, который рассмотрели выше. Решение и результат представлен на рис. 2.4.7.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 192 из 270

2.5. ПЛОСКАЯ СТАТИЧЕСКИ НЕОРЕДЕЛИМАЯ РАМА

ЗАДАЧА 2.5. Раскрытие статической неопределенности рамы методом сил

Задание на проектирование:

Для статически неопределимой рамы требуется:

6. Раскрыть статическую неопределенность, используя метод сил;
7. Определить реакции всех опор и сделать проверку найденных величин;
8. Построить эпюры поперечных сил $Q(x)$ и изгибающих моментов $M_z(x)$;
9. Сделать проверку правильности построения эпюры $M_z(x)$;
10. Подобрать диаметр стального стержня круглого сечения при допустимых напряжениях $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.
11. Представить примерный вид упругой линии рамы.

Исходные параметры принять равными:

$$\begin{aligned}
 P &= 40 \text{ кН} & a &= 2,0 \text{ м} \\
 M &= 60 \text{ кН.м} & c &= 3,0 \text{ м} \\
 q &= 20 \text{ кН/м}
 \end{aligned}$$

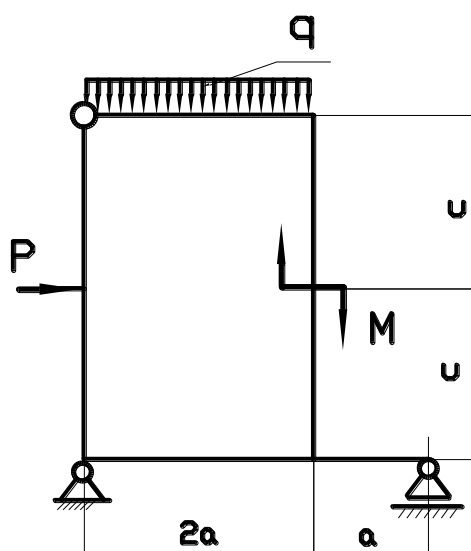


Рис. 2.5.1. Исходная схема статически неопределимой рамы

Анализируем исходную расчетную схему. Это однопролетная шарнирно опертая по концам балка, к которой жестко прикреплена П-

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 193 из 270

образная конструкция, и все это называется рамой. Рама статически определима внешним образом, т.е. наложены только необходимые внешние связи, которые обеспечивают конструкции определенное положение в пространстве. Замкнутый контур накладывает три дополнительные связи, следовательно, рама трижды статически неопределимая. Но врезанный в верхнем левом углу шарнир снимает одну степень неопределимости. Итого рама оказывается дважды статически неопределимой.

Конструкция, элементы которой имеют форму бруса, называется стержневой. Стержневые конструкции или стержневые системы делятся на фермы и рамы.

Ферма – стержневая система, элементы которой работают на растяжение – сжатие. Для этого элементы соединяются между собой с помощью шарниров, а внешняя нагрузка прикладывается в узлах, то есть в шарнирах.

*Если какое-либо из перечисленных условий не выполняется, то стержневая система называется **рамой**.*

Врезанный шарнир снижает степень неопределимости конструкции на определенное число, которое нетрудно определить по формуле (количество стержней, соединяемых шарниром, минус единица).

Таким образом, исходная расчетная схема - статически неопределимая рама, имеющая степень неопределимости равную двум.

Порядок раскрытия неопределимости (решения задачи):

1. Определяется степень неопределимости конструкции;
2. Выбирается подходящая основная система;
3. Вместо “отброшенных” дополнительных связей прикладываем внешние силовые факторы, роль которых компенсировать отсутствие физических ограничений коими являются связи;
4. Величина этих факторов неизвестна и подлежит определению. В нахождении величины неизвестных и состоит суть раскрытия статической неопределимости системы.
5. Определяем перемещения точек, получивших от нас свободу. Эти перемещения зависят как от внешних сил,

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 194 из 270

приложенных к конструкции, так и от сил, заменяющих отброшенные связи.

6. *Таких перемещений ровно столько, сколько неизвестных сил. Силы и перемещения настолько взаимозависимы, что найти каждое из них можно только определяя все перемещения одновременно. В математике такая зависимость называется системой уравнений. Наша задача сводится к системе алгебраических уравнений.*
 7. *Искомое перемещение зависит от заданных активных и неизвестных сил, подлежащих определению, поэтому метод их определения называется МЕТОД СИЛ.*
 8. *Основная часть задачи состоит в определении коэффициентов при искомым неизвестных и свободных членов уравнений.*
 9. *Коэффициент при неизвестной это перемещение точки или сечения от действия этой неизвестной, величиной в одну единицу. Находить коэффициенты можно любым способом. Мы выбираем один из энергетических способов. Этим одним является Способ Верещагина. Он отличается простотой, наглядностью решения и самое главное можно выполнять текущую проверку на каждой ступени решения.*
- Примечание: Работа большая, требующая сосредоточенности и аккуратности, при которой возможны ошибки-описки. Одной ошибки достаточно, чтобы безнадежно испортить решение. Чем раньше этот огрех будет выявлен, тем меньше будет пустой работы.
10. *Решая систему, определяем силы, и строим результирующие эпюры поперечных сил и изгибающих моментов*
 11. *Делаем окончательную проверку решения.*
 12. *Из условия прочности подбираем размеры поперечного сечения стержней конструкции.*

Выбирая основную систему, следует удалить две дополнительные связи. Это можно достичь разрывом в шарнире.

Основная система – конструкция, получаемая из исходной путем освобождения от дополнительных связей.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 195 из 270

Основная система должна быть статически определимой и кинематически неизменяемой.

Основная система не может рассыпаться на части.

Основная система не может превратиться в мгновенный механизм, т.е. при приложении внешней заданной нагрузки получить большие смещения элементов относительно своего ненагруженного положения.

Шарнир в углу рамы позволяет стойке и ригелю рамы поворачиваться относительно друг друга.

Ригель – горизонтальная или наклонная балка, связывающая между собой стойки рам. Служит опорой для прогонов, плит перекрытий и покрытий.

Но шарнир же ограничивает взаимное вертикальное и горизонтальное смещение стойки и ригеля. Если мысленно удалим шарнир, то снимем две дополнительные связи и получим основную систему.

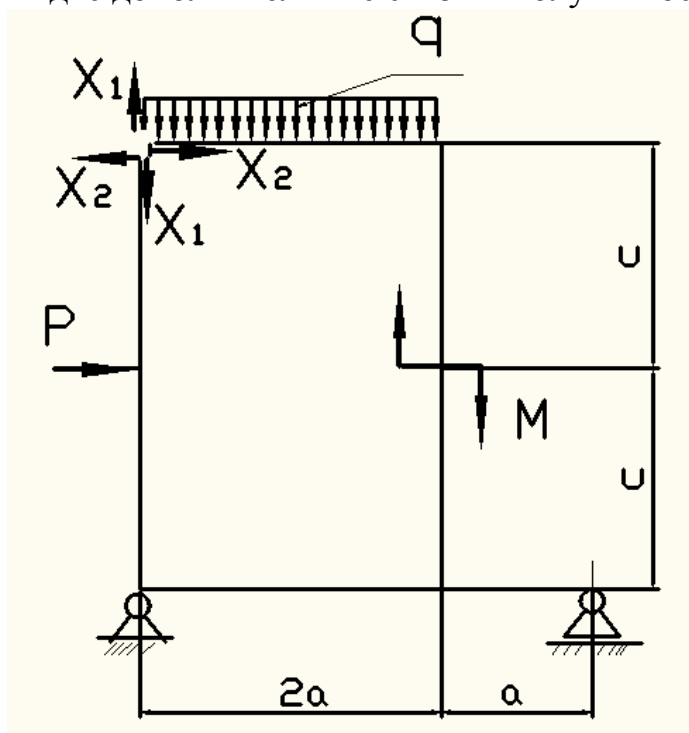


Рис. 2.5.2. Рама, освобожденная от дополнительных связей. Нарушенные связи заменены силами, заменяющими эти связи.

К верхнему концу левой стойки прикладываем вертикальную силу X_1 и горизонтальную силу X_2 . Те же силы, но противоположно направленные прикладываем на левом конце ригеля. Получилась **эквивалентная система**.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 196 из 270

Эквивалентная система – основная система с приложенными силами, замещающими действие “отброшенных” связей.

Записываем систему канонических уравнений метода сил.

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{P1} = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{P2} = 0 \end{cases} \quad (2.5.1)$$

Первое уравнение описывает определение величины зазора в вертикальном направлении в разорванном углу рамы.

δ_{11} – величина зазора от действия вертикальных растягивающих сил X_1 равных единице. Запоминаем как это должно правильно звучать: “Перемещение от единичной силы X_1 в направлении силы X_1 ”.

δ_{12} – величина вертикального зазора от приложенных единичных горизонтальных сил X_2 . Перемещение от единичной силы X_2 в направлении силы X_1 .

Δ_{P1} – этот же вертикальный зазор от всей активной внешней нагрузки. Равенство нулю показывает, что, несмотря на наличие физических условий, способствующих появлению деформации в виде относительного смещения кромок разрыва, вертикальный разор не может появиться, так как ограничение в виде шарнира не допускает такое смещение.

Аналогично со вторым уравнением. В нем каждое слагаемое описывает составную часть горизонтального раскрытия зазора в месте разрыва.

δ_{ij} – перемещение в направлении i -ой силы под действием единичной j -ой силы определяем способом Верещагина. Для этого к основной системе прикладываем поочередно составляющие внешней нагрузки и строим эпюры изгибающего момента во всех элементах рамы. Они вместе составляют эпюру изгибающего момента от внешней нагрузки.

Построение эпюры изгибающих моментов от распределенной нагрузки по ригелю.

Принимаем начало отсчета на левом конце ригеля и последовательно обходим ригель и правую стойку. На ригеле $M_z(x) = -q \frac{x^2}{2}$. По трем значениям: 0; $-q \frac{a^2}{2}$; $-q \frac{(2a)^2}{2} = -2qa^2$ строим параболу.

На правой стойке момент постоянный и равный $-2qa^2$. Переносим нагрузку в нижнюю точку правой стойки. Расчетная схема нижней балки рамы приведена на рисунке 2.5.4.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 197 из 270

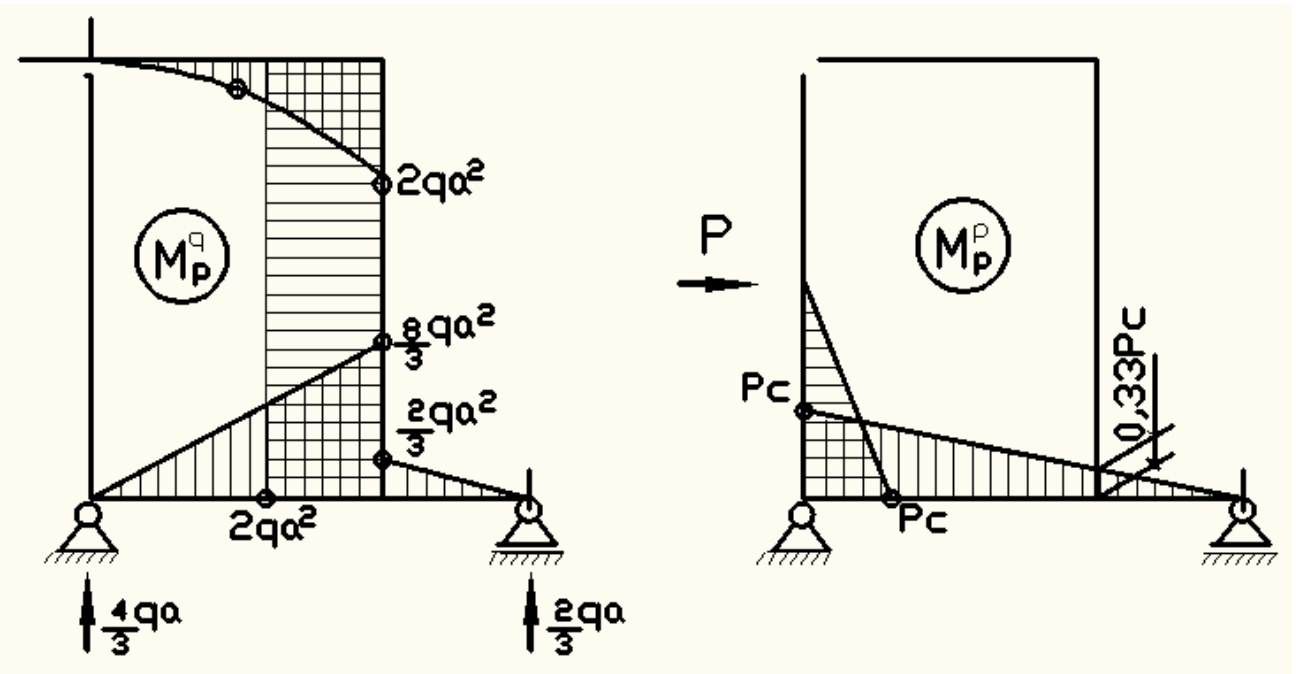


Рис. 2.5.3. Эпюры от распределенной нагрузки на ригеле и сосредоточенной силы на левой стойке.

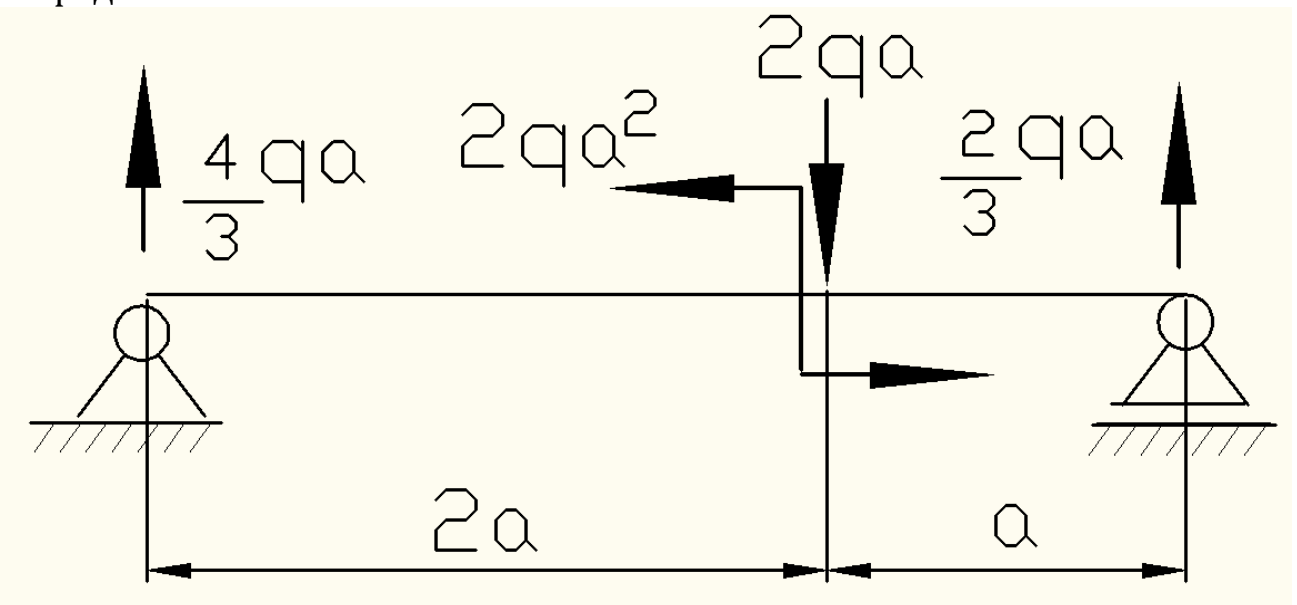


Рис. 2.5.4. Расчетная схема нижней балки рамы с приведенной распределенной нагрузкой.

Составляем уравнения равновесия бруса на рис. 2.5.4 и определяем реакции опор. Сумма моментов всех действующих сил относительно правой опоры бруса

$$Y_A \cdot 3a - 2qa^2 - 2qa \cdot a = 0.$$

Отсюда $Y_A = \frac{2qa^2 + 2qa \cdot a}{3a} = \frac{4qa}{3}.$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 198 из 270

Аналогично определяем реакцию правой опоры. Результат расчета показан на рис.2.5.4. Эпюра моментов состоит из двух прямолинейных участков со ступенькой на границе на величину присоединенного момента $2qa^2$, появившегося в результате параллельного переноса силы. Эпюра на рис. 2.5.3.

Эпюра от сосредоточенной силы в правой части рис. 2.5.3 и в дополнительных комментариях, пожалуй, не нуждается.

Эпюры от пары сил с моментом M и от двойных единичных сил представлены на рис. 2.5.5.

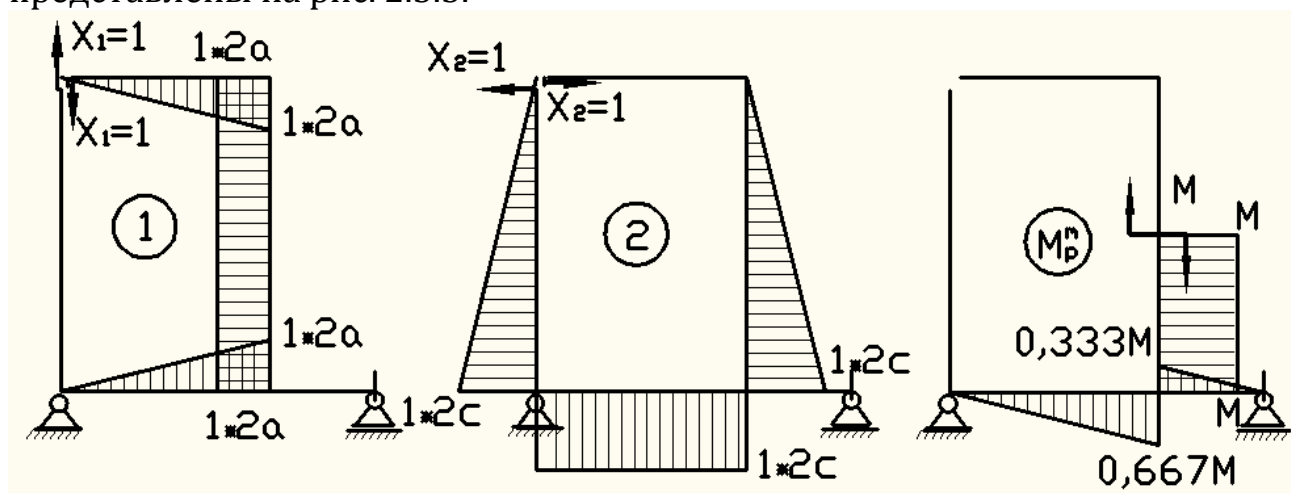


Рис.2.5.5. Эпюры моментов от единичных силовых факторов и от внешней пары сил с моментом M .

Вычисляем коэффициенты системы канонических уравнений.

Коэффициент δ_{11} – определяем перемножением первой единичной эпюры самой на себя по Способу Верещагина.

Примечание: знак “.” означает перемножение элементов при определении площади первой эпюры, а знак “*” показывает, что следующие множители следует искать на второй эпюре, где снимается значение силового фактора под центром тяжести площади первой эпюры.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 199 из 270

$$\begin{aligned}
\delta_{11} &= \frac{1}{EI_z} (1) * (1) = \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[1 \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2a + 1 \cdot 2a \cdot 2c * 1 \cdot 2a + 1 \cdot 2a \cdot 2a \right. \\
&\quad \left. \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2a \right] = \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 * 1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \right. \\
&\quad \left. \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \right] = \frac{138,7}{EI_z}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{12} &= \frac{1}{EI_z} (1) * (2) = \frac{1}{EI_z} \left[-1 \cdot 2a \cdot 2c * 1 \cdot c - 1 \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} * 1 \cdot 2c \right] \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[-1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 * 1 \cdot 3 - 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} * 1 \cdot 2 \cdot 3 \right] \\
&= \frac{-120}{EI_z}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{22} &= \frac{1}{EI_z} (2) * (2) = \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[1 \cdot 2c \cdot 2c \cdot \frac{2}{3} * 1 \cdot 2c + 1 \cdot 2c \cdot 2a * 1 \cdot 2c + 1 \cdot 2c \cdot 2c \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \right. \\
&\quad \left. \cdot 1 \cdot 2c \right] = \frac{1}{EI_z} \left(\frac{8}{3} c^3 + 8a \cdot c^2 + \frac{8}{3} c^3 \right) \\
&= \frac{1}{EI_z} \left(\frac{8}{3} \cdot 3^3 + 82 \cdot 3^2 + \frac{8}{3} \cdot 3^3 \right) = \frac{288}{EI_z}
\end{aligned}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 200 из 270

$$\begin{aligned}
\Delta_{1P} &= \frac{1}{EI_z} (M_P) * (1) = \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[\left(\frac{1}{3} \cdot 2qa^2 \cdot 2a \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 \cdot 2a + 2qa^2 \cdot 2c \cdot 1 \cdot 2a + \frac{8}{3} qa^2 \cdot 2a \right. \right. \\
&\quad \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2a \left. \right) + \left(M \cdot c \cdot (-1 \cdot 2a) - \frac{2}{3} M \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2a \right) \\
&\quad \left. + \left(1 \cdot 2a \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot Pc + \frac{Pc}{3} \right) \right) \right] = \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 20 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{8}{3} 20 \cdot 2^2 \right. \\
&\quad \left. \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \right] + \\
&\quad + \frac{1}{EI_z} \left[\left(60 \cdot 3 \cdot (-1 \cdot 2 \cdot 2) - \frac{2}{3} 60 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 40 \cdot 3 + \frac{40 \cdot 3}{3} \right) \right) \right] = \frac{5218}{EI_z}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{2P} &= \frac{1}{EI_z} (M_P) * (2) = \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[\left(-2qa^2 \cdot 2c \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2c - \frac{8}{3} qa^2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2c \right) \right. \\
&\quad + \left(M \cdot c \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 \cdot 2c + \frac{2}{3} M \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2c \right) \\
&\quad \left. + \left(-Pc \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot 1 \cdot 2c - 1 \cdot 2c \cdot 2a \cdot \left(Pc + \frac{Pc}{3} \right) \cdot \frac{1}{2} \right) \right] = \\
&= \frac{1}{EI_z} \left[\left(-2 \cdot 20 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 - \frac{8}{3} \cdot 20 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \right) \right. \\
&\quad + \left(60 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 + \frac{2}{3} 60 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \right) \\
&\quad + \left(-40 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \left(40 \cdot 3 + \frac{40 \cdot 3}{3} \right) \right. \\
&\quad \left. \cdot \frac{1}{2} \right) \left. \right] = \frac{-6970}{EI_z}
\end{aligned}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 201 из 270

Записываем систему уравнений относительно X_1 и X_2 в матричной форме

$$\begin{vmatrix} 138,7 & -120 \\ -120 & 288 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -5218 \\ 6970 \end{Bmatrix}$$

Находим определители системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 138,7 & -120 \\ -120 & 288 \end{vmatrix} = 25537 \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -5218 & -120 \\ 6970 & 288 \end{vmatrix} = -666384$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 138,7 & -5218 \\ -120 & 6970 \end{vmatrix} = 340370$$

Определяем значения неизвестных сил

$$X_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-666384}{25537} = -26,1 \text{ кН}$$

$$X_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{340370}{25537} = 13,33 \text{ кН}$$

Замечание:

Стоит напомнить, что шесть значащих цифр в результатах, говорят о безграмотности инженера. В полученных результатах две цифры верные, а третья – приближенная. Вернее будет запись $2,55 \cdot 10^4$, что равно 25537, а $-6,66 \cdot 10^5$ вместо -666384. И наконец $3,40 \cdot 10^5$ вместо 340370.

Использование в инженерных расчетах логарифмической линейки, представленной в прямоугольном виде в 1654 году англичанином Робертом Биссакером, ограничило на долгие три века возможности инженеров в точности вычислений и предопределило требования к точности методов инженерных расчетов конструкций и машин. Две-три верные цифры, снимаемые со шкалы линейки, дали основание для распространения упрощенных методик анализа конструкций. Применение 12-ти или 16-ти разрядных калькуляторов в наше время, к сожалению, не способствует повышению точности расчетов, поскольку допущения и упрощения, принятые при создании методов и приемов Сопrotивления материалов, способны обеспечить правильность только трех первых цифр в результате. Выписывание всех цифр с табло калькулятора создает впечатление повышенной точности результата, но не имеет под собой никаких объяснимых оснований.

Строим результирующие эпюры поперечных сил и изгибающих моментов любым известным способом.

Умножая единичные эпюры на полученные значения сил, получаем дополнительные слагаемые результирующей эпюры изгибающих моментов. Теперь складываем на всех участках рамы составляющие изгибающего момента от q , P , M , а также пропорционально измененные единичные X_1 и X_2 . Эпюра поперечной силы позволяет точнее построить эпюру изгибающих моментов по трем значениям. Эпюры представлены на рис. 2.5.6.

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 202 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

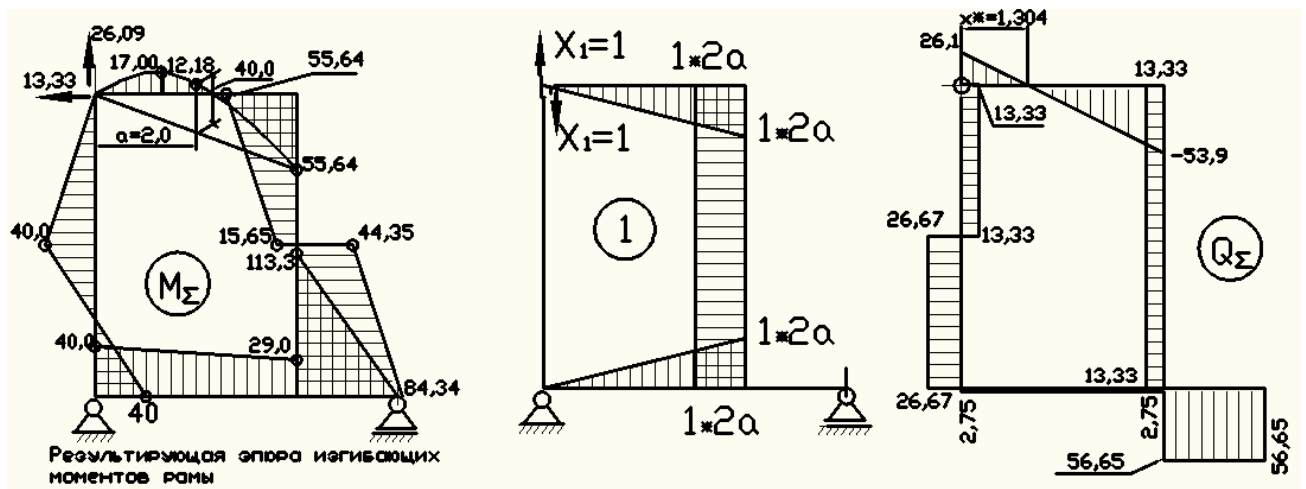


Рис. 2.5.6. Результирующие эпюры поперечных сил Q_{Σ} и изгибающего момента M_{Σ} . Копия единичной эпюры для проверки результатов решения.

Перед завершающим шагом нужно убедиться в правильности результатов решения. Убедимся, что вертикальное раскрытие стыка в левом верхнем углу рамы отсутствует. Найдем это перемещение, умножая результирующую эпюру моментов на первую единичную. Для удобства снятия ординат поместим единичную эпюру рядом с результирующей.

Начнем обход контура рамы от места установки шарнира по часовой стрелке. На ригеле видим эпюру ограниченную параболой, частично расположенную над и под осью отсчета, которой является контурная линия рамы. Для упрощения вычисления сделаем лишь одно дополнительное построение. Соединяем хордой концы параболической кривой. А теперь приглядымся и увидим, что сложная эпюра состоит из двух простых: параболического сектора и треугольника. Ординаты сектора, измеренные от хорды в вертикальном направлении, дают положительное значение момента, а отрицательные значения снимаем от линии ригеля до точек хорды. Эти значения в каждом сечении складываются, и результат сложения определяет значение момента в рассматриваемом сечении. Выполненное построение позволяет без ошибки определить площадь эпюры моментов и положение её центра тяжести, что позволяет использовать способ Верещагина. Если хорду параболы сделать горизонтальной, для чего нужно через правую нижнюю точку провести горизонтальный отрезок длиной $2a$, т.е. точно до левой стойки рамы, и перенести на неё ординаты параболической кривой, измеренные от хорды до контура параболы. Вершина построенной кривой будет находиться посередине отрезка $2a$ и иметь ординату 40 кН.м. Площадь сектора квадратичной параболы равна $2/3$ от площади прямоугольника, в который можно вписать этот сектор $\Omega_{\text{пар}} = \frac{2}{3} 40,0 * 2 * a$.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 203 из 270

Её центр тяжести находится на оси симметрии сектора. Отрицательная площадь треугольника равна $\Omega_{\text{треуг}} = \frac{1}{2}(-55,64) * 2 * a$.

Центр тяжести треугольника находится на одной трети высоты от основания или на расстоянии двух третей от вершины треугольника.

На правой стойке эпюры моментов ограничены трапециями. Площадь трапеции равную произведению полу-суммы оснований на высоту найдет без труда практически любой студент нашего времени, а с определением её центра тяжести может выйти задержка, так как придется искать статический момент этой площади. Но и такую проблему можно обойти, если представить трапецию двумя частями с известными центрами тяжести: прямоугольником высотой равной меньшему основанию трапеции и треугольник с основанием равным разности значений большего и меньшего оснований.

Для проверки умножаем результирующую эпюру моментов на одну из единичных, использованных при раскрытии неопределенности.

Эпюры представлены на рис. 2.5.6. Находим площадь результирующей эпюры, её центр тяжести и под этим центром тяжести на единичной снимаем ординату.

$$\begin{aligned}
 & -40 \cdot 2a \cdot \frac{2}{3} * 1 \cdot a + 55,64 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2a + (55,64 + 15,65) \cdot \frac{1}{2} \cdot c * 1 \cdot 2a \\
 & - (44,35 + 84,34) \cdot \frac{1}{2} \cdot c * 1 \cdot 2a + 29 \cdot 2a * 1 \cdot a + (40 - 29) \cdot 2a \\
 & \cdot \frac{1}{2} * \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2a = \\
 & = -40 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} * 1 \cdot 2 + 55,64 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \\
 & + (55,64 + 15,65) \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 * 1 \cdot 2 \cdot 2 - (44,35 + 84,34) \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 * 1 \cdot 2 \\
 & \cdot 2 + 29 \cdot 2 \cdot 2 * 1 \cdot 2 + (40 - 29) \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} * \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 0,347
 \end{aligned}$$

Результат несколько отличен от нуля, но он мал по сравнению с компонентами суммирования, поэтому его можно считать ошибкой округления и признать весь расчет верным.

Подбор сечения

По эпюре моментов определяем опасное сечение – сечение в котором действует наибольший силовой фактор.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 204 из 270

Этот момент равен $M_z = 113,3 \text{ кН.м}$.

Записываем условие прочности при изгибе $\frac{M_z^{max}}{W_z} \leq [\sigma]$.

По условию задания сечение имеет сплошное круглое сечение. Осевой момент сопротивления круглого сечения определяется формулой

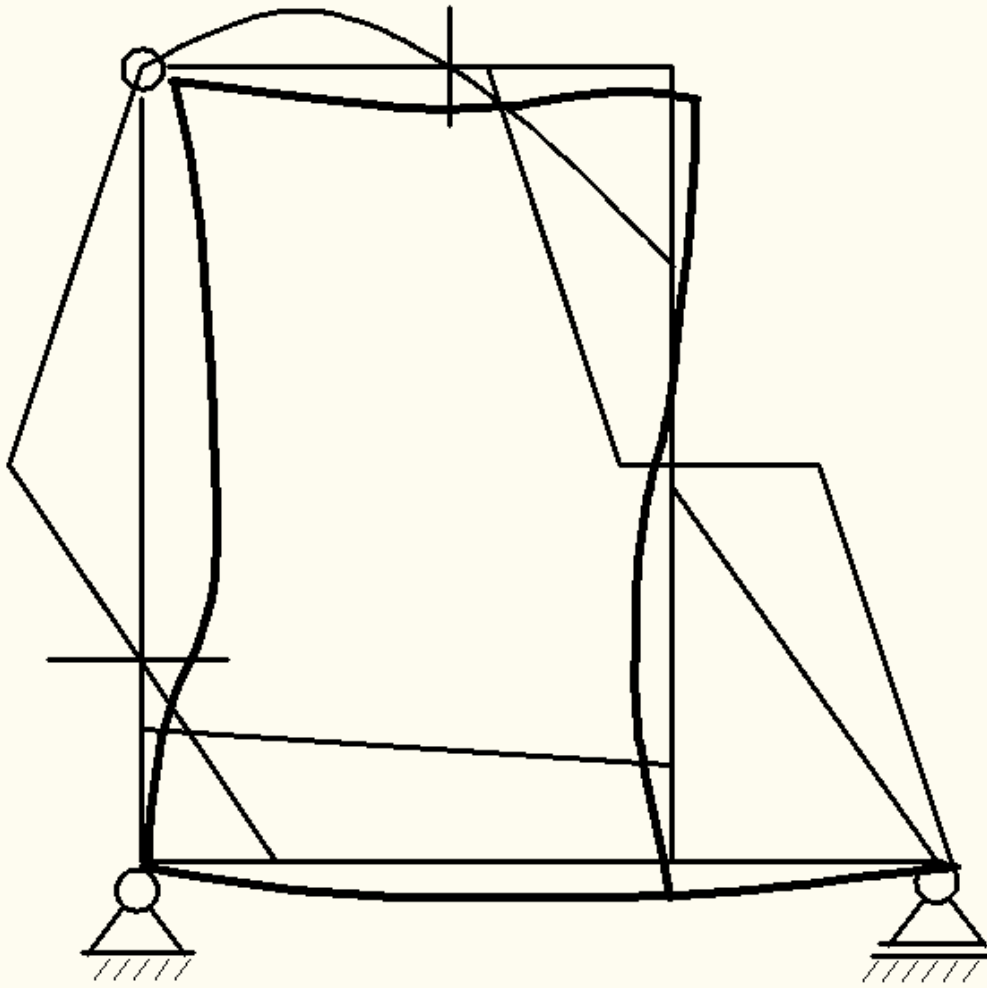
$W_z = \frac{\pi d^3}{32}$. Подставляем в формулу выражение момента сопротивления и решаем неравенство относительно диаметра, а затем подставляем значения изгибающего момента и допускаемого напряжения

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 113,3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 160 \cdot 10^6} \cdot 10^6} = 19,32 \text{ см}$$

Принимаем брус диаметром 195 мм.

По результирующей эпюре моментов прикидываем вид деформированной оси рамы

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 205 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------



Примерный вид деформированной
оси рамы

Расчет закончен.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 206 из 270

2.6. РАСЧЕТ БРУСА С ПРОСТРАНСТВЕННО ИЗОГНУТОЙ ОСЬЮ НА СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

ЗАДАЧА 2.6. Расчет ломаного бруса на сложное сопротивление

Задание на проектирование:

Для пространственного ломаного консольного бруса требуется:

12. Построить эпюры всех действующих в сечении элемента внутренних сил, принимая значения силы и пары сил равными:
 $P_1 = q \cdot a$, $M_1 = q \cdot b^2$.
13. Подобрать размеры стального бруса при допуске нормальном напряжении $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Конструктивно задано: стержень 1 – имеет сплошное круглое сечение; стержень 2 – имеет сплошное прямоугольное сечение с отношением высоты к ширине как 3:2; стержень 3 – имеет полое круглое сечение с толщиной стенки, составляющей 20% от наружного диаметра. Подбор сечения производить по эквивалентному моменту

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

14. Проверить прочность элементов бруса, учитывая составляющую нормального напряжения от нормальной силы. При одновременном действии в точке нормальных и касательных напряжений эквивалентные напряжения определяются по теории наибольших касательных напряжений $\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$. Исходные параметры принять равными:

$$\begin{array}{ll} P=40 \text{ кН} & a=2,0 \text{ м} \\ M=60 \text{ кН.м} & b=2,5 \text{ м} \\ q=20 \text{ кН/м} & c=3,0 \text{ м} \end{array}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 207 из 270

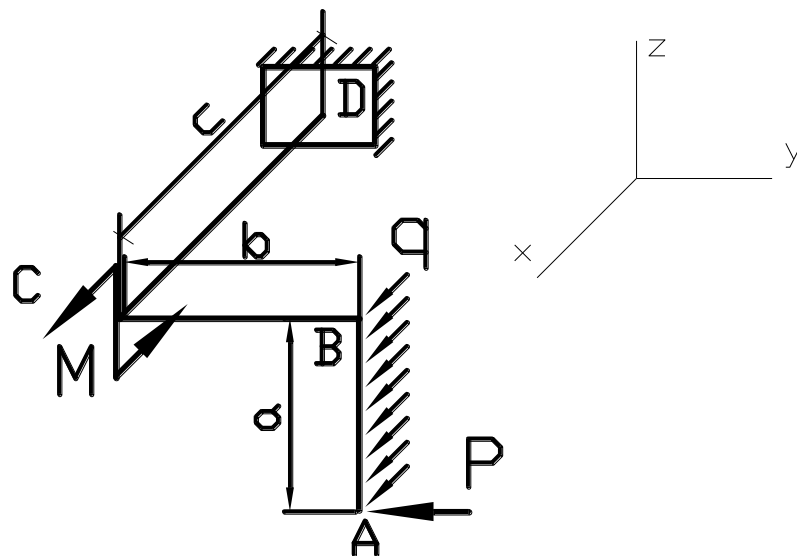


Рис. 2.6.1. Исходная схема ломаного бруса.

Решение любой задачи по сопротивлению материалов начинаем с освобождения от связей и заменой их реакциями. Система сил, приложенных к брусу, пространственная произвольная. Жесткое защемление в точке D заменяем тремя проекциями реакции и тремя проекциями момента относительно трех координатных осей.

Ранее рассматривалась задача об изгибе консольного бруса в плоскости. Отмечалось, что консольное закрепление освобождает от необходимости искать опорные реакции в обязательном порядке. Аналогично с пространственным брусом. Начинаем решение задачи со свободного конца консоли без определения шести компонент реакции в заделке.

Принимаем систему координат, показанную на рис. 2.6.1. Начало координат на участке AB принимаем в точке A. В произвольном месте рассекаем, задаем координату сечения аппликатором z .

Участок AB $0 \leq z < a$

$N(z)=0$ нет внешних сил, дающих проекцию на ось Z.

$Q_x(z)=q \cdot z$ зависимость линейная. Эпюру строим по двум точкам, значения которых найдем, подставив в функцию поперечной силы значения аппликаты на концах участка:

$$Q_x(z=0)=q \cdot 0=0$$

$Q_x(z=a)=q \cdot a=20,0 \cdot 2,0=40,0$ кН Строим прямую в координатной плоскости XOZ. Штрихуем параллельно оси OX.

$Q_y(z)=P=40,0$ кН Сила постоянная по всей длине участка. Строим прямую параллельную оси отсчета.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 208 из 270

$M_x(z) = -P \cdot z$ Изгибающий момент в плоскости YOZ. Эпюра линейная строится по двум значениям, рассчитанным на концах участка:

$$M_x(z=0) = -P \cdot 0 = 0$$

$M_x(z=a) = -P \cdot a = -40,0 \cdot 2,0 = -80,0 \text{ кНм}$. Эпюру строим со стороны сжатых волокон, т.е. с левой стороны оси бруса.

$M_y(z) = -q \cdot \frac{z^2}{2}$ Изгибающий момент в плоскости XOZ. Зависимость квадратичная. Строим эпюру по трем точкам: две по концам и одна промежуточная.

$$M_y(z=0) = -q \cdot \frac{0^2}{2} = 0$$

$$M_y(z=a) = -q \cdot \frac{a^2}{2} = -20,0 \cdot \frac{2,0^2}{2} = -40,0 \text{ кН.м}$$

$$M_y\left(z = \frac{a}{2}\right) = -q \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = -20,0 \cdot \frac{\left(\frac{2,0}{2}\right)^2}{2} = -10 \text{ кН.м.}$$

$M_z(z) = 0$ Отсутствуют внешние силовые факторы, вызывающие крутящий момент в брус на рассматриваемом участке.

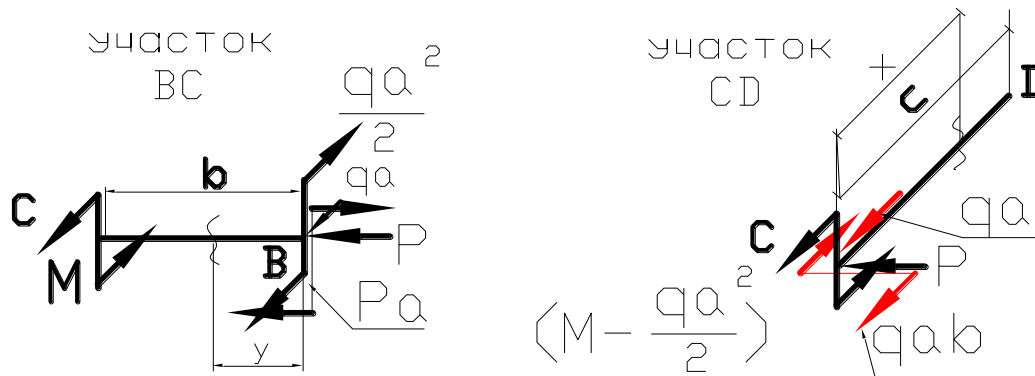


Рис. 2.6.2. Участки бруса BC и CD с перенесенными силами.

Участок BC $0 \leq y < b$

$$N(y) = -P = -40,0 \text{ кН.}$$

$q \cdot a = 20,0 \cdot 2,0 = 40,0 \text{ кН}$. Поперечная сила в направлении оси OX.

$Q_z(y) = 0$ В вертикальном направлении поперечная сила равна нулю.

$M_x(y) = -P \cdot a = -40,0 \cdot 2,0 = -80 \text{ кН.м}$. Изгибающий момент в вертикальной плоскости постоянный по длине участка.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 209 из 270

$M_y(y) = q \cdot \frac{a^2}{2} = 20,0 \cdot \frac{2,0^2}{2} = 40,0 \text{ кН.м.}$ Крутящий момент на участке ВС.

$M_z(y) = -q \cdot a \cdot y$ Изгибающий момент в горизонтальной плоскости изменяется по линейному закону. Строим эпюру по двум значениям:

$$M_z(y=0) = 0$$

$$M_z(y=b) = -q \cdot a \cdot b = -20,0 \cdot 2,0 \cdot 2,5 = -100 \text{ кН.м.}$$

Участок CD $0 \leq x < c$

$N(x) = + q \cdot a = 40,0 \text{ кН.}$ Участок растянут.

$$Q_y(x) = P = 40,0 \text{ кН.}$$

$$Q_z(x) = 0$$

$M_x(x) = P \cdot a = 40,0 \cdot 2,0 = 80 \text{ кН.м.}$ Крутящий момент.

$$M_y(x) = q \cdot \frac{a^2}{2} - M = 20,0 \cdot \frac{2,0^2}{2} - 60 = -20 \text{ кН.м.}$$
 Изгибающий

момент в вертикальной плоскости.

Изгибающий момент в горизонтальной плоскости:

$M_z(x) = -q \cdot a \cdot b - P \cdot x$ Линейная функция. Строим по двум точкам.

$$M_z(x=0) = -q \cdot a \cdot b - P \cdot 0 = -20,0 \cdot 2,0 \cdot 2,5 - 0 = -100 \text{ кН.м.}$$

$$M_z(x=c) = -q \cdot a \cdot b - P \cdot c = -20,0 \cdot 2,0 \cdot 2,5 - 40,0 \cdot 3,0 = -220,0 \text{ кН.м.}$$

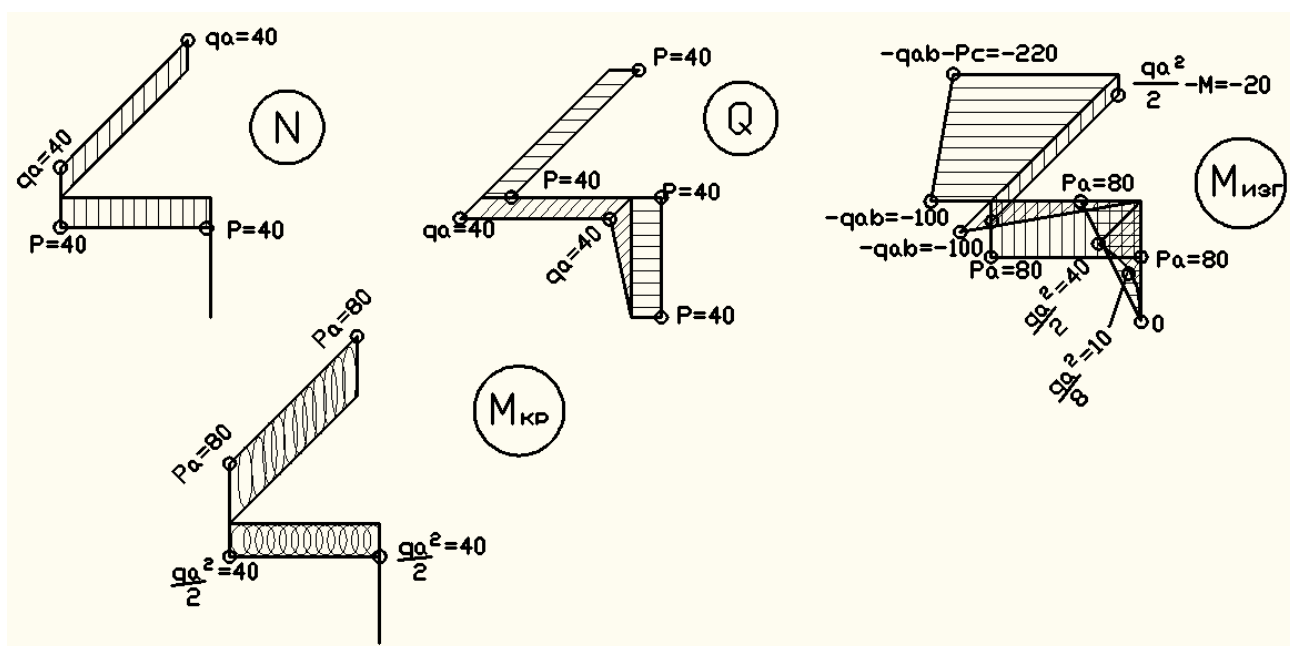


Рис. 2.6.3. Эпюры силовых факторов в сечениях всех участков ломаного бруса.

Подбор сечения колен бруса

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 210 из 270

Участок АВ

Опасное сечение в верхней части в месте крепления с горизонтальной балкой

ВС. $M_x(z=a)=80,0$ кН.м. *изгибающий момент*

$M_y(z=a)=40,0$ кН. м *изгибающий момент*

Крутящий момент равен нулю

Нормальная сила равна нулю.

Брус находится в деформированном состоянии, называемом СЛОЖНЫМ ИЗГИБОМ.

Поскольку мы не можем допустить, чтобы в сечении напряжения превышали допустимые, которые определены как доля предела текучести материала, то Закон Гука будет выполняться при любых допускаемых нагрузках.

Следовательно, при решении применим принцип независимости действия сил или иначе называемый принципом суперпозиции. Принцип суперпозиции допускает раздельное исследование деформации конструкции от каждого внешнего силового фактора с последующим алгебраическим суммированием результатов, если направление напряжений совпадает. В сложных случаях, когда результаты расчета представлены пространственной системой векторов напряжений, для анализа напряженного состояния применяем подходящую теорию прочности.

В нашем случае, при одновременном изгибе относительно двух главных осей сечения, в каждой точке поперечного сечения возникают напряжения, действующие вдоль одного направления. Поэтому применяем алгебраическое суммирование. Для этого определяем точки, в которых напряжения имеют один знак. Для прямоугольного сечения и это делать не обязательно, так как наиболее нагруженными точками будут две угловые, противоположно лежащие точки. В одной напряжения растяжения, а в другой такие же по абсолютной величине, но сжимающие. Записываем условие прочности при сложном пространственном нагружении

$$\sigma_{\text{наиб}} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma].$$

Конструктивное соотношение сторон прямоугольника 3:2. Сориентируем брус таким образом, чтобы плоскости действия наибольшего момента и наибольшей жесткости бруса совпадали. Если $M_x=80$ кН.м, а $M_y=40$ кН.м, то принимаем $W_x=b \cdot h^2/6$, а $W_y=b^2 \cdot h/6$. Выражаем h через b , подставляем в условие прочности и решаем относительно b .

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 211 из 270

$$\frac{8M_x}{3b^3} + \frac{4M_y}{b^3} \leq [\sigma].$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{8M_x + 12M_y}{3[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{(8.80 + 12.40)10^3 10^6}{3.160 \cdot 10^6}} = 13,26 \text{ см}$$

$$h = \frac{3}{2}b = \frac{3}{2}13.26 = 20,0 \text{ см}$$

Принимаем $b=13,26$ см и $h=20,0$ см.

Участок ВС

Опасное сечение в непосредственной близости к узлу С.

$M_x(y=b) = 80,0$ кН·м. *изгибающий момент*

$M_y(y=b) = 40,0$ кН·м *крутящий момент*

$M_z(y=b) = 40,0$ кН·м *изгибающий момент*

$N(y=b) = 40,0$ кН *нормальная сила.*

Три силовых фактора вызывают нормальное напряжение, а крутящий момент – касательное напряжение. Пока не известны размеры сечения, невозможно определить эквивалентное напряжение и произвести проверку прочности. А чтобы использовать условие прочности для определения размеров, искомый размер, а именно диаметр бруса, входит в геометрические характеристики сечения в разных степенях: он в квадрате в площади сечения и в кубе в осевом и в полярном моментах сопротивления. Определение корней кубического уравнения – задача не для “повседневной носки”. Поэтому постараемся обойти эту непростую процедуру методом последовательных приближений. Сначала учитываем только моменты и, решив уравнение относительно куба диаметра, определяем предварительный размер диаметра. Затем находим эквивалентное напряжение уже с учетом всех силовых факторов и сравниваем его с допускаемым значением напряжения.

Поскольку включен новый фактор N полученный размер диаметра будет недостаточным для обеспечения прочности. Во втором приближении даем приращение диаметра и снова проверяем по эквивалентному напряжению. Следующее приращение будет в сторону увеличения или уменьшения размера диаметра в зависимости от нашей “щедрости” после первой проверки прочности. Глазомер и расчетливость инженера должны способствовать наискорейшему подбору необходимого размера в пределах оговоренной заранее точности решения.

Практический расчет займет меньше места, чем его описание.

Находим эквивалентный момент по теории наибольших касательных напряжений:

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt[2]{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt[2]{80^2 + 100^2 + 40^2} = 134,2 \text{ кН. м.}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 212 из 270

Условие прочности: $\frac{M_{\text{ЭКВ}}^{III}}{W_{\text{осев}}} \leq [\sigma]$, осевой момент сопротивления

сплошного круглого сечения: $W_{\text{осев}} = \frac{\pi d^3}{32}$.

Подставляем формулу в условие прочности и выражаем из него диаметр:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{ЭКВ}}^{III}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 134,2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0,205 \text{ м.}$$

Определяем максимальные касательные и наибольшие нормальные напряжения в опасной точке сечения, а затем эквивалентное напряжение в этой точке и сравниваем его с допускаемым.

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{крут}}}{W_p} = \frac{16 \cdot M_{\text{кр}}}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,205^3} = 23,66 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{наиб}} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_z^2}}{W_{\text{осев}}} + \frac{4 \cdot N}{\pi d^2} = \frac{32 \sqrt{M_x^2 + M_z^2}}{\pi d^3} + \frac{4 \cdot N}{\pi d^2} = \frac{32 \sqrt{80^2 + 100^2} \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,205^3} + \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,205^2} = 151,5 + 1,21 = 152,7 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{III} = \sqrt{152,7^2 + 4 \cdot 23,66^2} = 159,9 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа.}$$

С учетом всех силовых факторов эквивалентные напряжения не превышают допускаемые. Расчет закончен, принимаем диаметр бруса равным 205 мм.

Участок CD

Опасное сечение примыкает к заделке в точке В.

$M_x(x=c) = 80,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$ крутящий момент

$M_y(x=c) = -20,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$ изгибающий момент

$M_z(x=c) = -220,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$ изгибающий момент

$N(x=c) = 40,0 \text{ кН}$ нормальная сила.

Алгоритм расчета на третьем участке повторяет решение на предыдущем.

$$M_{\text{ЭКВ}}^{III} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{80^2 + 20^2 + 220^2} = 235 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{ЭКВ}}^{III}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 235 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0,246 \text{ м.}$$

Принимаем предварительно диаметр $d = 0,247 \text{ м}$.

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{крут}}}{W_p} = \frac{16 \cdot M_{\text{кр}}}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 80 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,247^3} = 27,05 \text{ МПа,}$$

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 213 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

$$\sigma_{\text{наиб}} = \frac{32 \sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi d^3} + \frac{4N}{\pi d^2} = \frac{32 \sqrt{20^2 + 220^2} \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,247^3} + \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,247^2} =$$

$$151,2 + 0,84 = 152,0 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{III} = \sqrt{152,0^2 + 4 \cdot 27,05^2} = 159,6 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа.}$$

Принимаем диаметр бруса равным $d = 0,247 \text{ м}$.

Расчет закончен.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 214 из 270

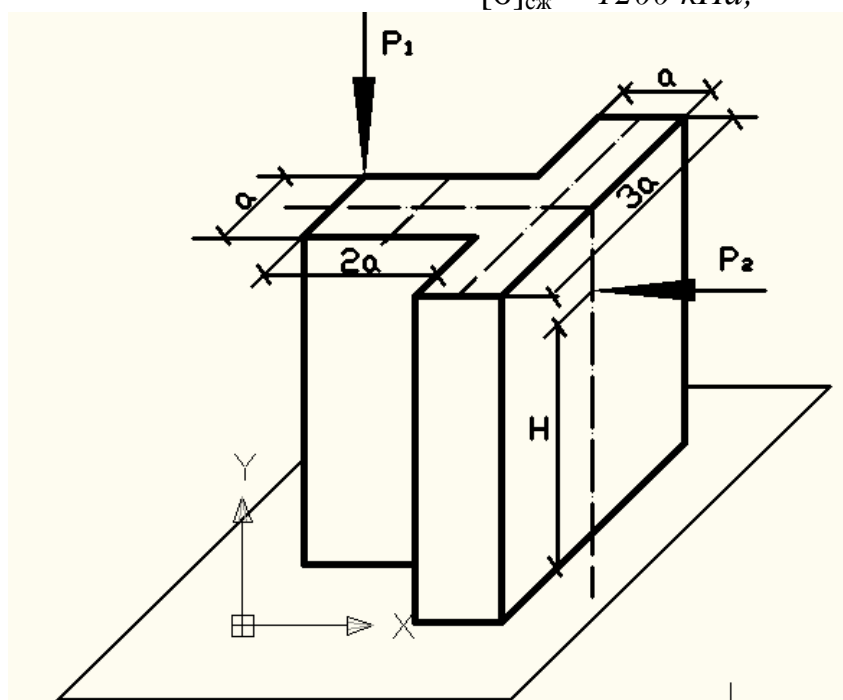
2.7. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ КОЛОННЫ

ЗАДАЧА 2.7. Проверить прочность каменной колонны

Задание на проектирование:

Каменная колонна нагружена силами P_1 и P_2 (рис.2.7.1). Сила P_2 действует горизонтально в плоскости симметрии. Линия действия силы P_1 параллельна оси колонны и проходит через полюс – точку сечения, заданную вариантом. Определить положение нейтральной линии и проверить прочность колонны при действии обеих сил, построить ядро сечения. В случае неудовлетворительной прочности подобрать допустимое значение силы P_1 .

В расчетах принять: $[\sigma]_p = 250 \text{ кПа}$;
 $[\sigma]_{сж} = 1200 \text{ кПа}$;



$$P_1 = 100 \text{ кН}$$

P_2 - подобрать

$$H = 2,0 \text{ м}$$

$$a = 0,5 \text{ м}$$

Рис. 2.7.1. Исходная схема колонны.

Начинаем решение задачи с определения геометрических характеристик поперечного сечения колонны. Сечение имеет ось симметрии, это подсказывает, что центр тяжести будет находиться на этой оси. Условно делим сечение на два прямоугольника, для которых известны площади и положения центров тяжести. Принимаем систему координатных осей X_0-Y_0 , как показано на рис. 2.7.2. Вычисления выполняем в табличной форме. Заполняем ячейки и находим суммы Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 . Определяем координаты центра тяжести

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 215 из 270

$$y_c = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = \frac{0}{5a^2} = 0, \quad x_c = \frac{\Sigma_3}{\Sigma_1} = \frac{9,5a^3}{5a^2} = 1,90a$$

Таблица 2.7.1

Наименование	F_i , M^2	Координаты центра тяжести		Статические моменты сечения		Собственные моменты инерции		Плечо переноса $a_i = x_{ci} - x_c$	Переносный момент инерции $a_i^2 \cdot F_i$	Центральные моменты инерции	
		y_{ci} M	x_{ci} M	S_{xi} M^3	S_{yi} M^3	I_x M^4	I_y M^4			I_x, M^4	I_y, M^4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$a \cdot 2a$	$2a^2$	0	a	0	$2a^3$	$\frac{2a^4}{12}$	$\frac{8a^4}{12}$	-0,9a	$1,62 a^4$	$\frac{2a^4}{12}$	$2,29 a^4$
$a \cdot 3a$	$3a^2$	0	$2,5a$	0	$7,5a^3$	$\frac{27a^4}{12}$	$\frac{3a^4}{12}$	0,6a	$1,08 a^4$	$\frac{27a^4}{12}$	$1,33 a^4$
	Σ_1 $5a^2$			Σ_2 0	Σ_3 $9,5a^3$	$\frac{29a^4}{12}$	$\frac{11a^4}{12}$		$2,7 a^4$	$\frac{29a^4}{12}$	$3,62 a^4$
										$I_{x\Sigma}$	$I_{y\Sigma}$

Строим по координатам центр тяжести сечения и продолжаем заполнение таблицы.

Нормальные напряжения в точке с координатами (x, y) при внецентренном сжатии определяются по формуле

$$\sigma = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{x_p x}{i_y^2} + \frac{y_p y}{i_x^2} \right), \quad (2.7.1)$$

где x_p и y_p - координаты полюса, точки приложения силы, в системе центральных осей; $x_p = -1,9a$; $y_p = 0,5a$

x и y - координаты точки, в которой определяются напряжения;

$$i_x^2 = \frac{I_x}{F} = \frac{2,42a^4}{5a^2} = 0,484a^2 ;$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{F} = \frac{3,62a^4}{5a^2} = 0,924a^2 - \text{квадраты радиусов инерции сечения.}$$

Множество точек, в которых напряжения равны нулю, образуют прямую линию, называемую *нейтральной линией*. Уравнение нейтральной

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 216 из 270

линии получим, приравняв нулю правую часть формулы нормального напряжения:

$$1 + \frac{x_p x}{i_y^2} + \frac{y_p y}{i_x^2} = 0. \quad (2.7.2)$$

Чтобы построить нейтральную линию, находим точки её пересечения с главными центральными осями сечения. Задаем $x=0$ и, подставив x в уравнение нейтральной линии, получаем ординату первой точки:

$$\frac{y_p y}{i_x^2} = -1 \quad y = -\frac{i_x^2}{y_p} = \frac{-0,484a^2}{0,5a} = -0,968a.$$

Задавая $y=0$, получаем абсциссу второй точки:

$$x = -\frac{i_y^2}{x_p} = \frac{-0,924a^2}{-1,9a} = +0,486a.$$

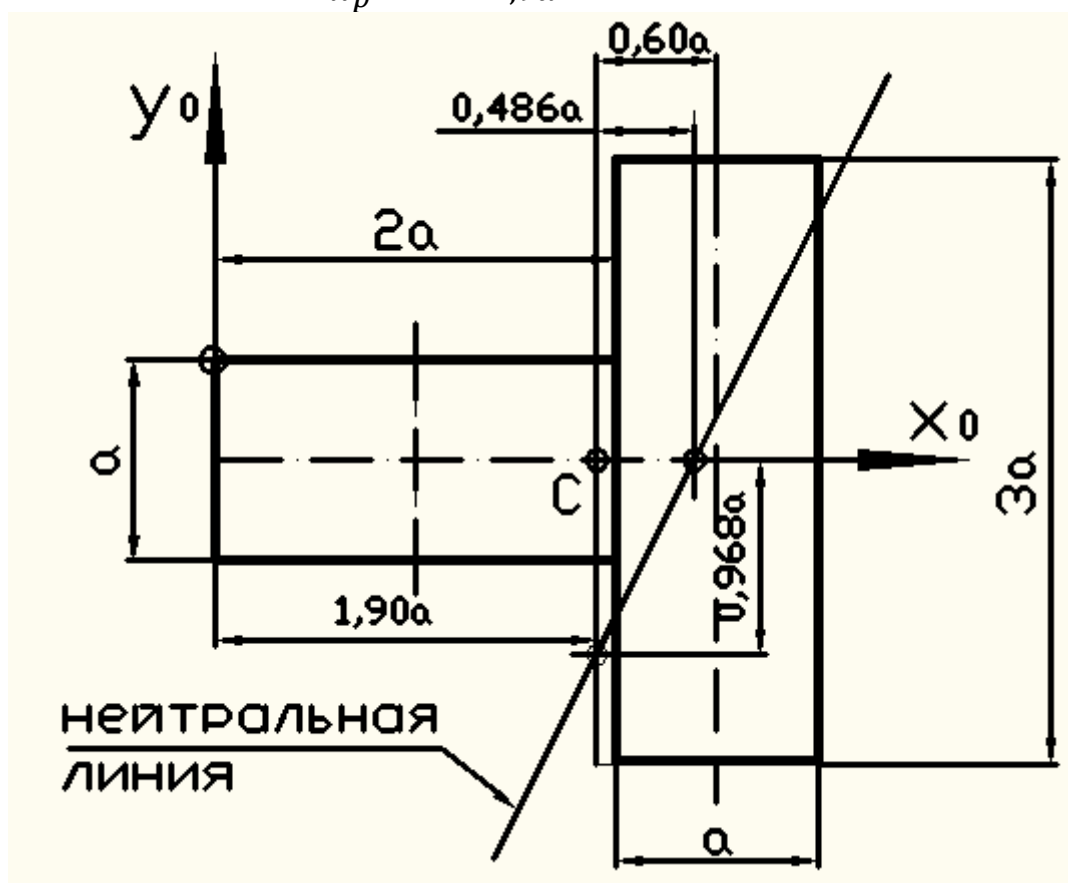


Рис. 2.7.2. Поперечное сечение колонны с нейтральной линией сечения.

Нейтральная линия это граница между зоной растяжения и зоной сжатия.

Все точки левее нейтральной сжаты. Это сжатие наблюдается по всей высоте бруса, аналогично с областью растяжения. Если колонна изготовлена из хрупкого материала: кирпича или бетона, который, как правило, слабо сопротивляется растяжению, то растянутая сторона покрывается

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 217 из 270

микротрещинами. В приморском климате с большими суточными перепадами температур особенно в период весенней оттепели, смена знака с плюса на мороз приводит к осадению в этих трещинах конденсата насыщенного пара из весеннего воздуха. Если пятиградусный мороз способен повредить наполненные водой стальные водопроводные трубы и бронзовую запорную арматуру, то как может сопротивляться размораживанию кирпич? В марте днем температура поднимается до плюс пяти-шести, а следующим утром на градуснике минус десять. Несколько перепадов температур, и куски колонны, а то и вся колонна будет лежать у подножья. Но такого сценария катастрофы можно избежать, если в теле колонны не допустить появления растягивающих напряжений. При действии сжимающей силы напряжения в сечении и в колонне в целом могут быть разными по величине в соседних точках, но оставаться сжимающими. Это достигается специальным расчетом, который завершается построением некоторой области вокруг центра тяжести сечения. Эту область называют ядром сечения.

Ядро сечения – область вокруг центра тяжести сечения, при приложении силы в которой, во всех точках сечения, а в случае призматического бруса и во всех точках бруса, напряжения имеют одинаковый знак.

Это условие выполняется, если все точки сечения находятся по одну сторону от нейтральной линии. Задаем положение нейтральной линии так, чтобы она только касалась контура сечения в двух точках или касалась прямолинейного отрезка контура, если таковые имеются, и находим положение полюса, т.е. точки приложения силы.

С помощью уравнения нейтральной линии можно решать как прямую задачу – для заданного полюса находить положение нейтральной линии, так и обратную – по положению нейтральной линии определять место приложения силы.

Задаемся положением нейтральной линии таким образом, чтобы она касалась контура сечения на каком-то прямолинейном участке либо, при отсутствии таковых, в двух любых точках так, чтобы всё сечение находилось с одной стороны от нейтральной линии. Подставляем в уравнение нейтральной линии координаты любых двух точек, принадлежащих ей. Решаем полученную систему двух уравнений относительно двух координат полюса. Проецируем полюс на чертеж сечения.

Не отрываясь от угловой точки контура сечения, поворачиваем нейтральную линию вокруг этой точки пока линия не коснется контура в другой точке. Если это трудно сделать мысленно, то приложите к чертежу

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Соппротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 218 из 270

линейку, совместив её с нейтральной линией, и начинайте обкатывать контур, не отсекая от сечения хотя бы малую его часть.

Определив вторую точку касания, составляем новую пару уравнений относительно новой пары точек, принадлежащих новой нейтральной линии. Эти точки могут быть точками касания или произвольными точками на прямой на результат решения это не повлияет. Решив систему уравнений, строим новый полюс. Продолжаем обкатывать контур и находить новые характерные точки ядра сечения. *Характерная точка ядра* – это положение полюса, при котором нейтральная линия касается контура хотя бы в двух точках. Завершая обход контура, находим все характерные точки ядра, и нейтральная линия возвращается в первоначальное положение. Что дальше делать с полученными полюсами? Воспользуемся аксиомой:

Если полюс перемещается вдоль прямой, то нейтральная линия вращается вокруг некоторой точки, ей принадлежащей.

И обратно:

Если нейтральная линия вращается вокруг точки, лежащей на ней, то полюс перемещается вдоль прямой.

Значит, пока нейтральная линия, касаясь контура в одной точке, вращается вокруг неё, полюс, т. е. точка, в которой в этот момент приложена внецентренная сила, перемещается по поверхности сечения, оставляя за собой след в виде прямого отрезка. Этим отрезком мы соединяем построенные характерные точки. Последовательно соединяя по две точки, получаем *выпуклую* замкнутую фигуру, которую и называют **ЯДРО СЕЧЕНИЯ**.

Эту фигуру и центр тяжести переносим на торец колонны. Монтажникам выдается инструкция о том, что монтируемая сверху конструкция должна опираться внутри отмеченного контура. После монтажа остается проверить качество работы. Если линия действия контактной силы проходит через точку центра тяжести сечения, то напряжения во всех точках колонны будут одинаковыми – осевое сжатие. Если линия действия прошла мимо центра, но в пределах контура ядра, то напряжения во всех точках останутся сжимающими, но величина их изменится. Где-то уменьшится по абсолютному значению, а в противоположном через центр тяжести направлении увеличится, причем существенно, что приведет к снижению несущей способности колонны, поскольку прочность конструкции определяется не средним значением напряжения в сечении, а напряжением в наиболее нагруженной точке. Таким образом, прочность конструкции зависит не только от внешней нагрузки на конструкцию, но и от качества её монтажно-конструктивного исполнения.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 219 из 270

Задаемся первым положением нейтральной линии 1-1, при котором она проходит через точки F и A. Выпишем координаты всех точек контура, где нейтральная линия может касаться сечения.

$$F (-1,9a; -0,5a)$$

$$A (-1,9a; +0,5a)$$

$$B (+0,1a; +1,5a)$$

$$D (+1,1a; +1,5a)$$

$$E (+1,1a; -1,5a)$$

$$K (+0,1a; -1,5a)$$

$$1-1 \begin{cases} \frac{x_F x_p^1}{i_y^2} + \frac{y_F y_p^1}{i_x^2} = -1 & \begin{cases} \frac{-1,9ax_p^1}{0,924a^2} + \frac{-0,5ay_p^1}{0,484a^2} = -1 \\ \frac{-1,9ax_p^1}{0,924a^2} + \frac{0,5ay_p^1}{0,484a^2} = -1 \end{cases} \\ \frac{x_A x_p^1}{i_y^2} + \frac{y_A y_p^1}{i_x^2} = -1 \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения системы второе, получим $y_p^1 = 0$.

Суммируем первое со вторым и получаем

$$2 \left(\frac{-1,9a}{0,924a^2} \right) x_p^1 = -2 \quad x_p^1 = \frac{0,924a^2}{-1,9a} = 0,486a$$

Строим справа от центра тяжести на оси x_c точку I . Это первая вершина многоугольника - ядра сечения.

Для определения второй вершины ядра задаем положение нейтральной линии 2-2. Она проходит через точки A и B.

$$\begin{cases} \frac{x_A x_p^2}{i_y^2} + \frac{y_A y_p^2}{i_x^2} = -1 \\ \frac{x_B x_p^2}{i_y^2} + \frac{y_B y_p^2}{i_x^2} = -1 \end{cases} \begin{cases} \frac{-1,9ax_p^2}{0,924a^2} + \frac{0,5ay_p^2}{0,484a^2} = -1 \\ \frac{0,1ax_p^2}{0,924a^2} + \frac{1,5ay_p^2}{0,484a^2} = -1 \end{cases} \quad *(-3)$$

Умножив первое уравнение на (-3), складываем со вторым уравнением системы

$$\frac{5,8ax_p^2}{0,924a^2} + 0 = +2 \quad x_p^2 = \frac{2,0,924a}{5,8} = 0,319a$$

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 220 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

$$y_p^2 = \left(-1 - \frac{0,1}{0,924a} 0,319a\right) \frac{0,484a}{1,5} = -0,334a.$$

Точка **2** имеет координаты $(0,319a; -0,334a)$.

Нейтральная линия 3-3 проходит через точки *D* и *B*

$$\begin{cases} \frac{x_B x_p^3}{i_y^2} + \frac{y_B y_p^3}{i_x^2} = -1 & \begin{cases} \frac{0,1a}{0,924a^2} x_p^3 + \frac{1,5a}{0,484a^2} y_p^3 = -1 \\ \frac{1,1a}{0,924a^2} x_p^3 + \frac{1,5a}{0,484a^2} y_p^3 = -1 \end{cases} \\ \frac{x_D x_p^3}{i_y^2} + \frac{y_D y_p^3}{i_x^2} = -1 \end{cases}$$

Вычитанием из первого уравнения второго получаем $x_p^3 = 0$.

$$y_p^3 = \frac{-0,484a^2}{1,5a} = -0,323a$$

Точка **3** имеет координаты $(0; -0,323a)$.

Нейтральная линия 4-4 проходит через точки *D* и *E*.

$$\begin{cases} \frac{x_D x_p^4}{i_y^2} + \frac{y_D y_p^4}{i_x^2} = -1 & \begin{cases} \frac{1,1a}{0,924a^2} x_p^4 + \frac{1,5a}{0,484a^2} y_p^4 = -1 \\ \frac{1,1a}{0,924a^2} x_p^4 + \frac{-1,5a}{0,484a^2} y_p^4 = -1 \end{cases} \\ \frac{x_E x_p^4}{i_y^2} + \frac{y_E y_p^4}{i_x^2} = -1 \end{cases}$$

Решаем: $y_p^4 = 0$.

$$x_p^4 = \frac{-0,924a^2}{1,1a} = -0,840a .$$

Точка **4** имеет координаты $(-0,840a; 0)$.

Сечение симметричное относительно оси x_c поэтому точки **2** и **3** будут иметь зеркальное отражение в виде точек **2'** и **3'**. Соединив последовательно пары точек, получаем ядро сечения в виде шестиугольника с одной осью симметрии.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 221 из 270

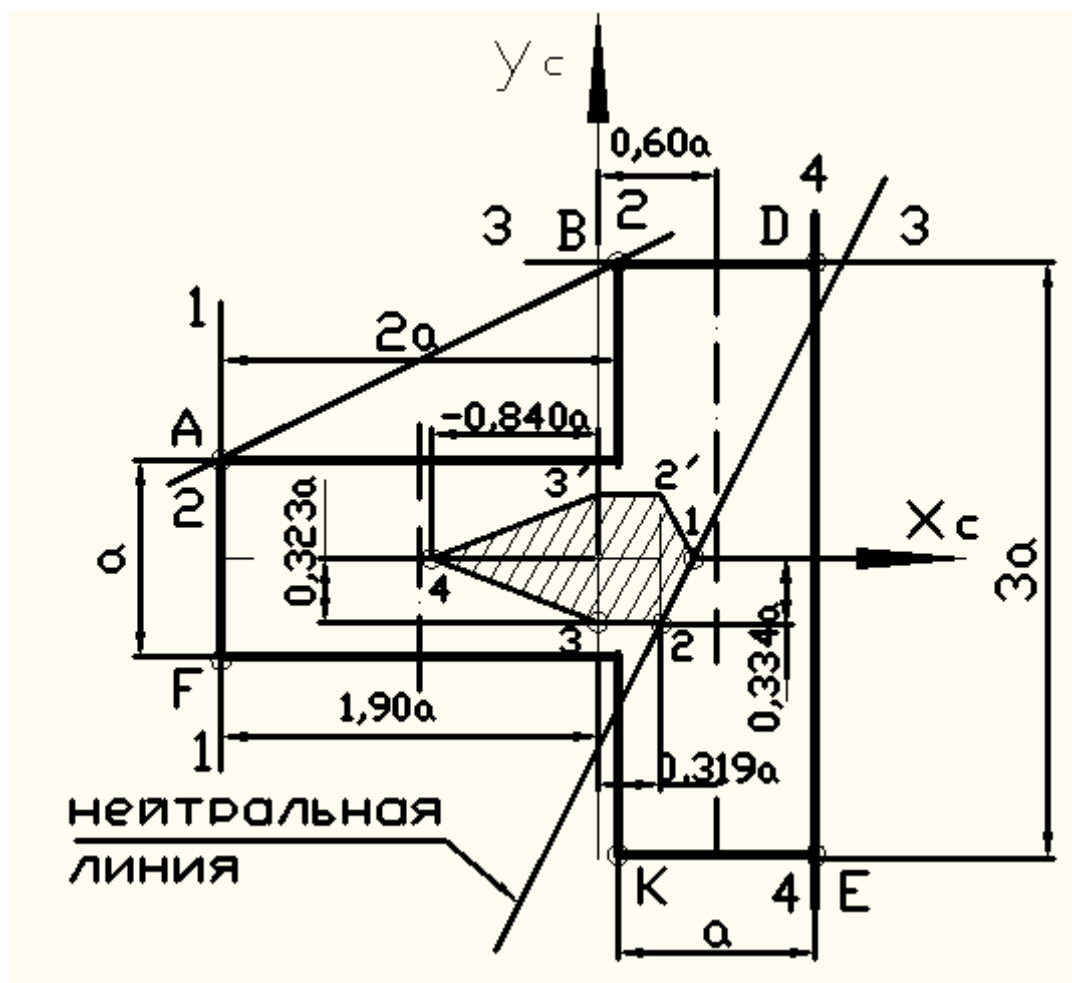


Рис. 2.7.3. Построение ядра сечения.

Если нейтральная линия перпендикулярна главной центральной оси сечения, то полюс находится на этой оси по другую сторону от центра тяжести. Это можно наблюдать при определении положения точек 3 и 4. И еще раз замечаем, что результат не зависит от того какие именно точки были выбраны на нейтральной линии.

Еще раз напомним, что *координаты полюса и координаты нейтральной линии взаимозависимы*. Если траекторией перемещения полюса будет ломаная линия, образованная отрезками *FA, AB, BD, DE, EK и KE*, то нейтральная линия обкатывает контур ядра сечения. Одно положение нейтральной мы построили, когда полюс был зафиксирован в точке *A*.

Построение эпюр напряжений

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 222 из 270

При внецентренном растяжении-сжатии нормальные напряжения в точках поперечного сечения прямо пропорциональны удалению точки от нейтральной оси сечения. В рассматриваемом случае наиболее удаленными точками оказываются точка A в зоне сжатия и точка E в растянутой области бруса. Подставляем абсциссу и ординату точки A в формулу нормального напряжения (2.7.1):

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \frac{P}{F} \left(1 + \frac{x_p x_A}{i_y^2} + \frac{y_p y_A}{i_x^2} \right) = \frac{P}{5a^2} \left(1 + \frac{(-1,9a) \cdot (-1,9a)}{0,924a^2} + \frac{0,5a \cdot 0,5a}{0,484a^2} \right) \\ &= 1,085 \frac{P}{a^2} = 1,085 \frac{-400 \cdot 10^3}{0,5^2} = -434 \text{кПа}\end{aligned}$$

На продолжении нейтральной линии (рис. 2.7.4.), в любом месте строим к ней нормаль – это ось отсчета нормальных напряжений. Через наиболее удаленные точки A и E проводим прямые параллельные нейтральной линии до пересечения с построенной нормалью. Определяемся с какой стороны будем откладывать значения растягивающих напряжений. От точки пересечения нормали и выносной линии, вдоль последней, откладываем в выбранном масштабе значение σ_A с учетом знака. Аналогично рассчитываем напряжение в точке E и строим вдоль соответствующей выносной линии

$$\begin{aligned}\sigma_E &= \frac{P}{F} \left(1 + \frac{x_p x_E}{i_y^2} + \frac{y_p y_E}{i_x^2} \right) = \frac{P}{5a^2} \left(1 + \frac{(-1,9a) \cdot (1,1a)}{0,924a^2} + \frac{0,5a \cdot (-1,5a)}{0,484a^2} \right) \\ &= -0,562 \frac{P}{a^2} = -0,562 \frac{-400 \cdot 10^3}{0,5^2} = 224,8 \text{кПа}\end{aligned}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 223 из 270

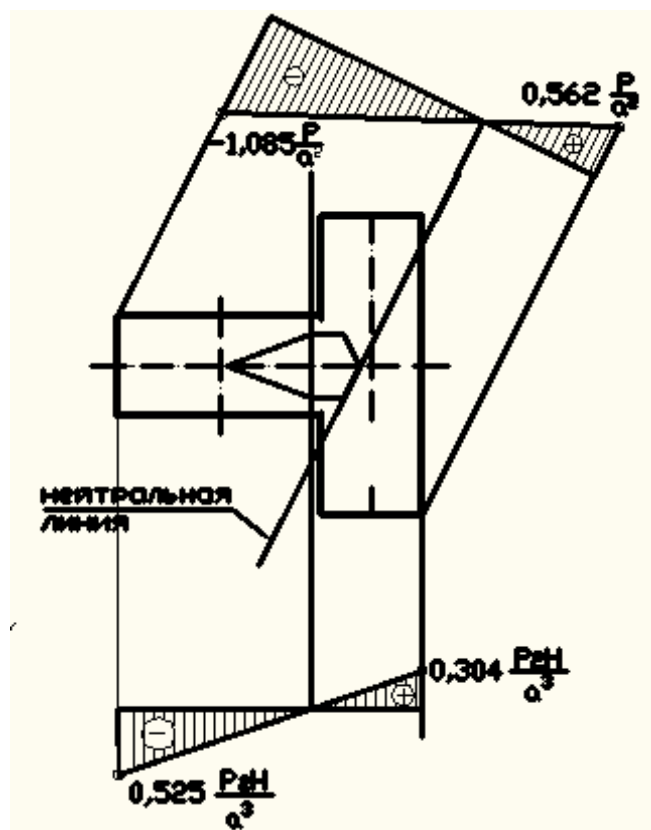


Рис. 2.7.4. Эпюры напряжений в опасном сечении колонны. При действии боковой силы колонна испытывает дополнительную деформацию – поперечный изгиб. Опасное сечение бруса примыкает к основанию колонны. Изгибающий момент в опасном сечении равен

$$M_{\text{изг}} = P_2 \cdot H = P_2 \cdot 2,0$$

Нейтральная линия совпадает с главной центральной осью сечения перпендикулярной к линии действия силы P_2 . Наибольшие положительные напряжения возникают в точках на линии D-E, а сжимающие на линии A-F. Формула нормальных напряжений в любой точке сечения при поперечном изгибе

$$\sigma = \frac{M_{\text{изг}} x}{J_y}; \quad (2.7.3)$$

Напряжение с точке А:

$$\sigma_A = \frac{M_{\text{изг}} x_A}{J_y} = \frac{P_2 H}{3,62 a^4} (-1,9a) = \frac{-P_2 H}{1,90 a^3}$$

$$\sigma_E = \frac{M_{\text{изг}} x_E}{J_y} = \frac{P_2 H}{3,62 a^4} (1,1a) = \frac{P_2 H}{3,29 a^3}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 224 из 270

Наибольшие сжимающие напряжения возникают в точке А, определяются суммой двух отрицательных величин и не превышают 250кПа.

$$224,8 + \sigma_E = 250.$$

На силу P_2 остается 25 кПа. Определим при каком значении силы P_2 нормальные напряжения от изгиба достигнут значения 25 кПа.

$$\frac{P_2 H}{3,29 a^3} = 25 \Rightarrow P_2 = \frac{25}{H} 3,29 a^3 = \frac{25}{2,0} 3,29 \cdot 0,5^3 = 5,14 \text{ кН}.$$

Определяем суммарные напряжения в точке А при известной силе P_2 :

$$\begin{aligned} \sigma_{A\Sigma} &= -434 \text{ кПа} + \frac{-P_2 H}{1,90 a^3} = -434 - \frac{5,14 \cdot 2,0}{1,90 \cdot 0,5^3} = -434 - 43,3 = \\ &= -477 \text{ кПа} \quad 477 \text{ кПа} < 1200 \text{ кПа}. \end{aligned}$$

Определяем суммарные напряжения в точке **Е** при известной силе P_2 :

$$\begin{aligned} \sigma_{E\Sigma} &= 224,8 \text{ кПа} + \frac{P_2 H}{3,29 a^3} = 224,8 + \frac{5,14 \cdot 2,0}{3,29 \cdot 0,5^3} = 224,8 + 25,0 = \\ &= 249,8 \text{ кПа} \quad 249,8 \text{ кПа} < 250 \text{ кПа}. \end{aligned}$$

Условие прочности выполняется как по растягивающим, так и по сжимающим напряжениям.

Расчет закончен.

2.8. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТОЙ СТОЙКИ

ЗАДАЧА 2.8. Подбор сечения стойки под заданную нагрузку

Задание на проектирование:

Стальная стойка, защемленная одним концом и шарнирно опертая на другом, сжимается осевой силой P (рис. 2.8.1). Из условия устойчивости определить размеры поперечного сечения стойки, форма которого задана. В расчетах принять $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

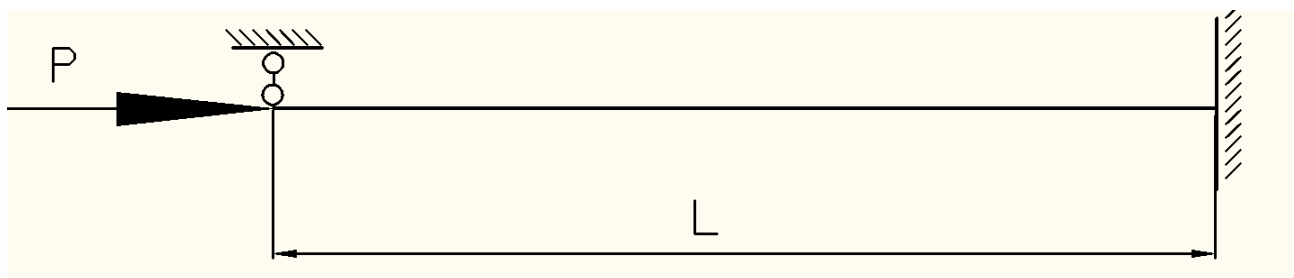


Рис. 2.8.1. Расчетная схема на устойчивость.

Уголки, из которых набрана стойка, разнесены и образуют квадрат со стороной $a = 200 \text{ мм}$. Высота стойки равна $L = 6000 \text{ мм}$, сжимающая сила равна $P = 80 \text{ кН}$.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопrotивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 225 из 270

Подобранное сечение должно обеспечивать прочность опорной конструкции и её устойчивость, то есть способность сохранять прямолинейную форму оси опоры при действии осевой сжимающей силы. Мы не будем рассматривать конструктивные решения, обеспечивающие неизменный наружный размер опоры. В отличие от сжатия короткой колонны задача устойчивости не решается в одно действие. Для решения воспользуемся методом расчета, в котором вводится коэффициент снижения допускаемого напряжения φ при продольном изгибе.

Идея метода состоит в том, что **площадь сечения стержня, подобранная из условия прочности, не обеспечивает сохранение прямолинейной формы оси при продольном сжатии**. Возьмем в руки стальную слесарную линейку шириной 20 мм и толщиной 0.5 мм. В первом приближении можно считать безопасной нагрузкой для него растягивающую силу в 200 кг. Попробуем изменить направление силы и сжать линейку кончиками указательных пальцев двух рук. Не ощутив существенного сопротивления, увидим, как линейка искривляется в руках. Это явление и называется потерей устойчивости при осевом сжатии. Если свернуть линейку в продольную трубочку или в гармошку и повторить испытания, то растягивающая сила не изменится, а сжимающая существенно возрастёт, и скорее всего нам не удастся добиться искривления линейки с новой формой поперечного сечения, только сжимая её пальцами. Этот опыт должен навести нас на мысль, что при деформации сжатия удлиненных стержней площадь сечения не является определяющей геометрической характеристикой при подборе сечения в отличие от осевого растяжения. В формулу условия прочности при осевом сжатии вводится поправочный коэффициент, увеличивающий расчетную площадь. Этот **коэффициент снижения допускаемого напряжения** задается в виде графика или в табличной форме (табл. 2.8.1), как **функция гибкости стержня**.

Гибкостью называют параметр, который связывает длину стержня, минимальный осевой момент инерции поперечного сечения, площадь сечения и условия закрепления стержня **зависимостью**:

$$\lambda = \frac{\mu L}{\sqrt{2 \frac{J_{min}}{F}}} = \frac{\mu L}{i_{min}},$$

где L - длина стержня в [м];

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 226 из 270

μ - коэффициент приведения длины, показывающий какую часть длины искривленного стержня занимает одна полуволна синусоиды (рис.2.8.2);

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}} \text{ - минимальный радиус инерции сечения в [м];}$$

J_{min} – минимальный из двух главных моментов инерции поперечного сечения стержня в [м⁴];

F - площадь поперечного сечения в [м²].

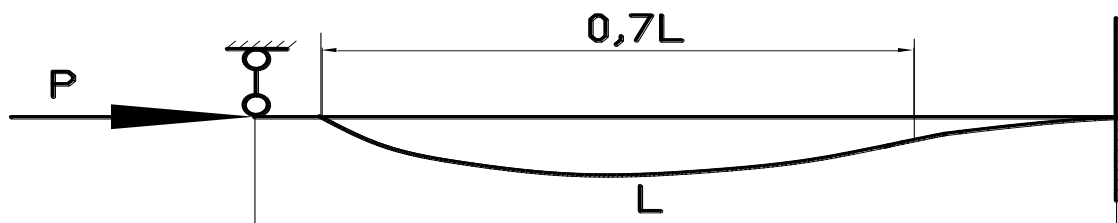


Рис. 2.8.2. Форма стержня, потерявшего устойчивость.

В начальный момент расчета мы не имеем представления о размерах сечения, поэтому зададимся произвольным значением коэффициента снижения допускаемого напряжения $\varphi_0=0,5$. Рассчитаем предварительную величину площади сечения одного уголка:

$$F_0 \geq \frac{P}{\varphi_0[\sigma]n} = \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 4} = 2,50 \text{ см}^2$$

По ГОСТ на уголок равнобокий выбираем ближайший подходящий профиль. Это уголок 40*40*4 уголок с шириной полки 40 мм и толщиной полки 4 мм. Выписываем параметры профиля необходимые для продолжения расчета: $F=3,08 \text{ см}^2$, $J_x=4,58 \text{ см}^4$, $z_0=1,13 \text{ см}$.

Коэффициент снижения допускаемого напряжения

Таблица 2.8.1

Гибкость $\gamma = \mu^2 / i_{min}^2$	Коэффициент φ для элементов			
	из стали с R_y , МПа		из чугуна	из древесины
	240	280		
10	0,987	0,985	0,97	0,99
20	0,962	0,959	0,91	0,97

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 227 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

30	0,931	0,924	0,81	0,93
40	0,894	0,883	0,69	0,87
50	0,852	0,836	0,57	0,80
60	0,805	0,785	0,44	0,71
70	0,754	0,724	0,34	0,60
80	0,686	0,641	0,26	0,48
90	0,612	0,565	0,565	0,38
100	0,542	0,493	0,16	0,31
110	0,478	0,427		0,25
120	0,419	0,366		0,22
130	0,364	0,313		0,18
140	0,315	0,272		0,16
150	0,276	0,239		0,14
160	0,244	0,212		0,12
170	0,218	0,189		0,11
180	0,196	0,170		0,10
190	0,177	0,154		0,09
200	0,161	0,140		0,08
210	0,147	0,128		
220	0,135	0,118		

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 228 из 270

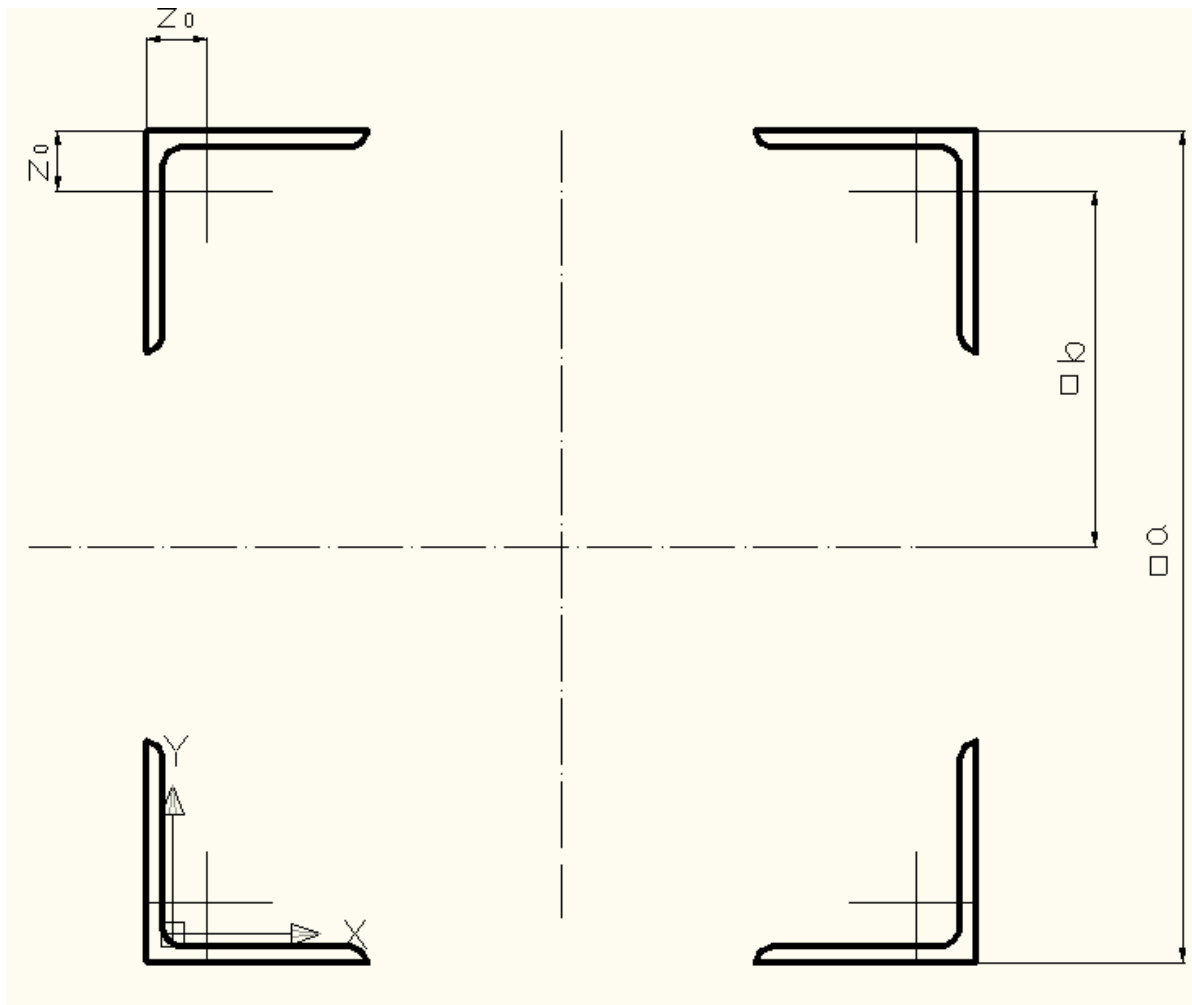


Рис. 2.8.3. Форма поперечного сечения стержня.

Сечение из четырех одинаковых равнобоких уголков (рис. 2.8.3) имеет две оси симметрии, поэтому центр тяжести определится без расчетов на пересечении осей симметрии. Главные моменты инерции сечения одинаковые, и определяются по формуле:

$$J_{x\Sigma} = 4 \cdot \left[J_x + \left(\frac{a}{2} - z_0 \right)^2 \cdot F \right] = 4 \cdot \left[4,58 + \left(\frac{20}{2} - 1,13 \right)^2 \cdot 3,08 \right] = 987,6 \text{ см}^4$$

Общая площадь сечения $F_{\Sigma} = 4 \cdot F = 4 \cdot 3,08 = 12,32 \text{ см}^2$.

Коэффициент приведения длины для случая защемления на одном конце и шарнирного опирания на втором равен $\mu = 0,7$.

Радиус инерции сечения

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 229 из 270

$$i_{\min} = \sqrt[2]{\frac{J_{\min}}{4F}} = \sqrt{\frac{987,6}{4 \cdot 3,08}} = 8,95 \text{ см.}$$

Гибкость стержня $\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 600}{8,95} = 46,9$ безразмерная величина.

В таблице 2.8.1 коэффициентов снижения допускаемых напряжений значения гибкости изменяются с шагом 10 единиц. Выписываем два значения коэффициента φ для λ равного 40 и 50.

Для $\lambda=40$ $\varphi=0,92$

$\lambda=50$ $\varphi=0,89$. Значение φ для $\lambda=47$ рассчитываем путем линейной интерполяции

$$\begin{aligned} \varphi'_1 &= \varphi_{(\text{при } \lambda=50)} + \frac{(\varphi_{(\text{при } \lambda=40)} - \varphi_{(\text{при } \lambda=50)})(50 - 47)}{50 - 40} \\ &= 0,89 + \frac{(0,92 - 0,89)(50 - 47)}{50 - 40} = 0,90 \end{aligned}$$

Для ускорения сходимости решения определяем значение коэффициента, подставляемого в формулу, как среднее арифметическое между φ предыдущего приближения и новым значением, снятым из таблицы.

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_0 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,90}{2} = 0,70$$

Определим площадь сечения уголка во втором приближении

$$F_1 \geq \frac{P}{\varphi_1[\sigma]n} = \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{0,7 \cdot 160 \cdot 10^6} = 1,78 \text{ см}^2$$

Подбираем по ГОСТ уголок 25*25*4 уголок с шириной полки 25 мм и толщиной полки 4 мм. Выписываем параметры профиля необходимые для продолжения расчета: $F=1,86 \text{ см}^2$, $J_x=1,03 \text{ см}^4$, $z_0=0,76 \text{ см}$.

$$J_{x\Sigma} = 4 \cdot \left[J_x + \left(\frac{a}{2} - z_0 \right)^2 \cdot F \right] = 4 \cdot \left[1,03 + \left(\frac{20}{2} - 0,76 \right)^2 \cdot 1,86 \right] = 639,6 \text{ см}^4$$

$$i_{\min} = \sqrt[2]{\frac{J_{\min}}{4F}} = \sqrt{\frac{639,6}{4 \cdot 1,86}} = 9,27 \text{ см}$$

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 600}{9,27} = 45,30$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 230 из 270

$$\varphi'_2 = 0,90 \quad \varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_2}{2} = \frac{0,7 + 0,90}{2} = 0,80$$

$$F_2 \geq \frac{P}{\varphi_2[\sigma]n} = \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{0,8 \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 4} = 1,56 \text{ см}^2$$

Подбираем по ГОСТу уголок 28*28*3. Выписываем параметры профиля: $F=1,62 \text{ см}^2$, $J_x=1,16 \text{ см}^4$, $z_0=0,80 \text{ см}$.

$$J_{x\Sigma} = 4 \cdot \left[J_x + \left(\frac{a}{2} - z_0 \right)^2 \cdot F \right] = 4 \cdot \left[1,16 + \left(\frac{20}{2} - 0,80 \right)^2 \cdot 1,62 \right] = 553 \text{ см}^4$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{4F}} = \sqrt{\frac{553}{4 \cdot 1,62}} = 9,24 \text{ см}$$

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{min}} = \frac{0,7 \cdot 600}{9,24} = 45,45$$

$$\varphi_3 = 0,90$$

Принимаем уголок 28*28*3.
Решение завершено.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 231 из 270

2.9. РАСЧЕТЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ НАГРУЗКИ

ЗАДАЧА 2.9. Подбор сечения бруса, воспринимающего усилие от падающего груза

Задание на проектирование:

На упругую систему с высоты h падает груз P (рис. 2.9.1). Подобрать размеры бруса круглого поперечного сечения из малоуглеродистой стали. В расчетах принять $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Массу упругой системы не учитывать.

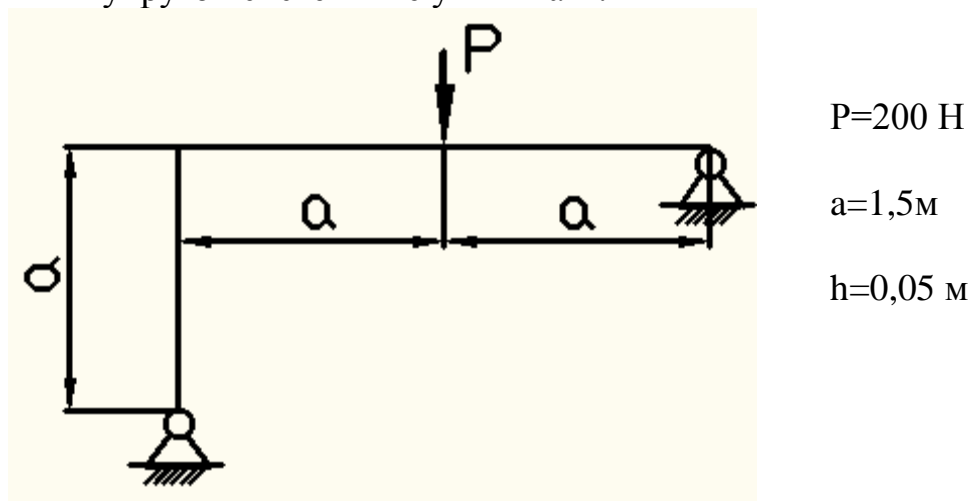


Рис. 2.9.1. Исходная расчетная схема задачи.

Ломаная балка опирается на шарнирно неподвижные опоры. Таким образом, на конструкцию наложены четыре внешние связи, что делает балку один раз статически неопределимой.

Раскрываем статическую неопределимость. Для этого освобождаемся от одной связи, а именно допускаем горизонтальное смещение правой опоры. Действие отброшенной связи заменяем неизвестной реакцией связи X_1 и получаем эквивалентную систему конструкции (рис. 2.9.2). Считаем силу P статически приложенной.

При выборе основной системы нужно внимательно анализировать предоставляемую свободу конструкции, чтобы последняя не превратилась в мгновенный механизм, в котором какие-то узлы или точки получают значительные перемещения. Составляем каноническое уравнение метода сил. Это уравнение описывает горизонтальное смещение правого конца ломаного бруса от всех

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 232 из 270

действующих на систему сил, и его мы приравняем нулю, поскольку реальная неподвижная опора не допускает подобное перемещение.

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{P1} = 0, \quad (2.9.1)$$

где δ_{11} – перемещение в направлении силы X_1 от единичного силового вектора, приложенного и направленного как сила X_1 ; Δ_{P1} – перемещение в направлении силы X_1 от действия всех внешних сил, приложенных к основной системе.

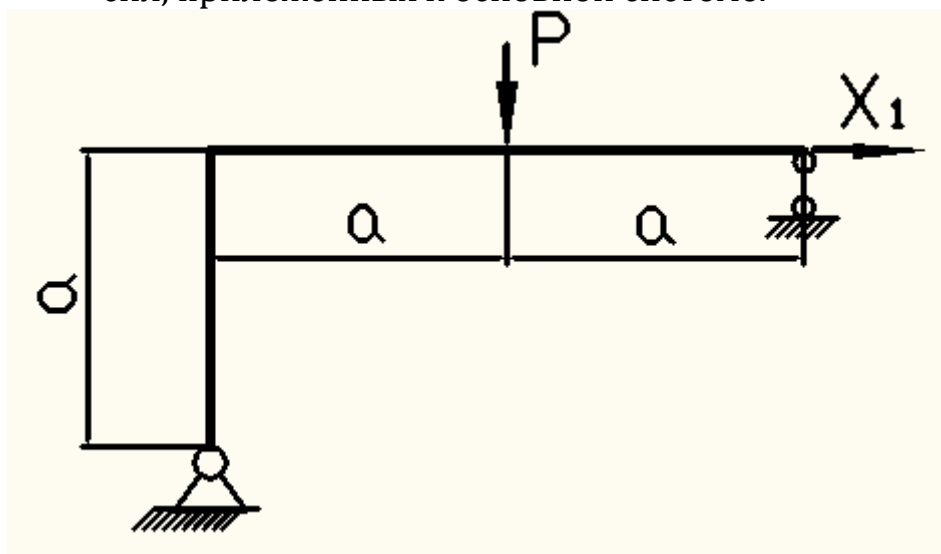


Рис.2.9.2. Эквивалентная система задачи.

Прикладываем единичную силу X_1 , т.е. вместо неизвестной силы прикладываем единичный силовой вектор.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 233 из 270

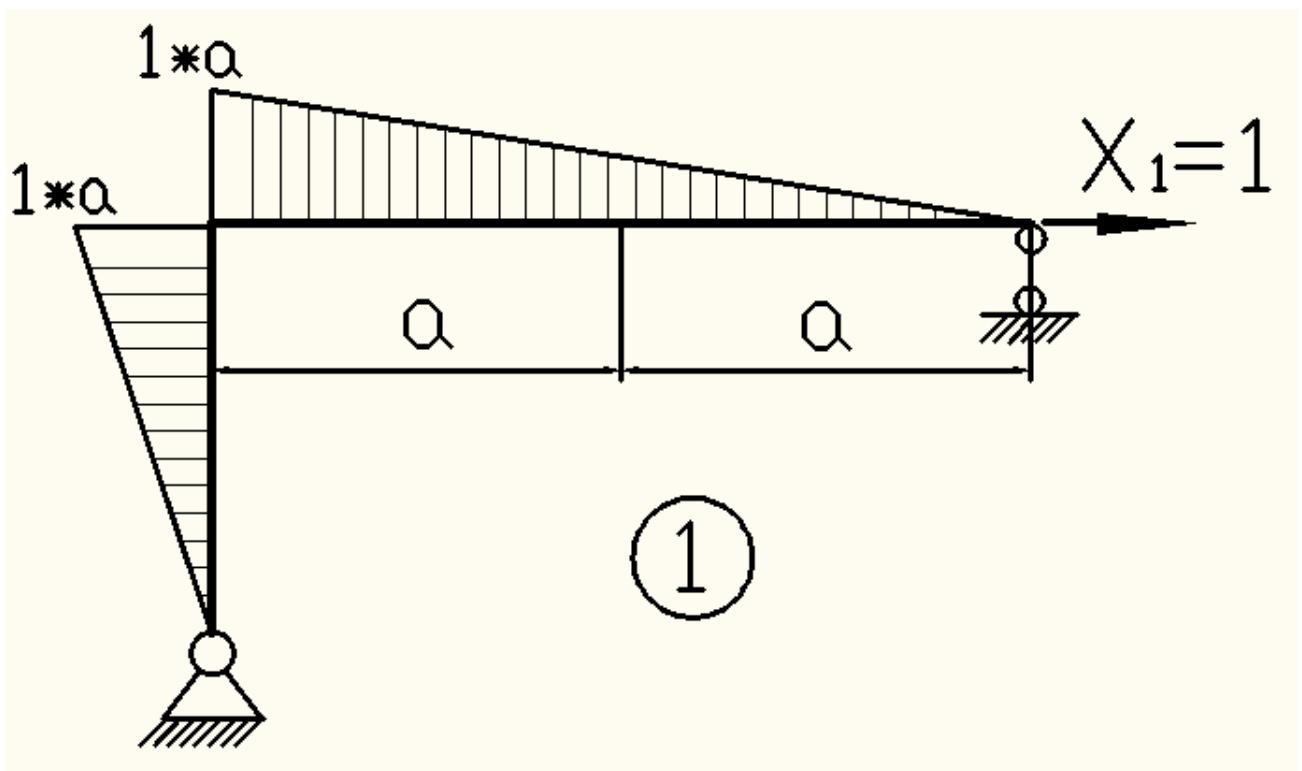


Рис.2.9.3. Эпюра изгибающего момента от единичной силы.

Строим эпюру изгибающих моментов, действующих в сечениях стойки и ригеля. Построение можно вести классическим путем или упрощенным. Рассмотрим упрощенный способ.

Приложенная единичная сила вызывает появление опорных реакций в шарнирных опорах. В левом неподвижном шарнире реакция разложится на две составляющие: горизонтальную и вертикальную. Горизонтальная должна равняться единице, поскольку она противодействует силе $X_1=1$. И другой она тоже не может быть, потому что других сил, которые бы удерживали её, нет. Момент на стойке описывается линейной функцией, с нулевым значением в шарнире и $M_z(y=a)=1*a$ в верхнем сечении стойки рис. 2.9.3. Стойка и ригель жестко соединены в углу, поэтому в крайнем левом сечении ригеля момент имеет ровно такое же значение. Образно говоря, переносим циркулем момент со стойки на ригель. На правом конце ригеля опять шарнир, следовательно, момент в сечении над шарниром равен нулю. Других сил в пролете ригеля нет, потому эпюра линейно изменяется от значения равного $1*a$ до нуля.

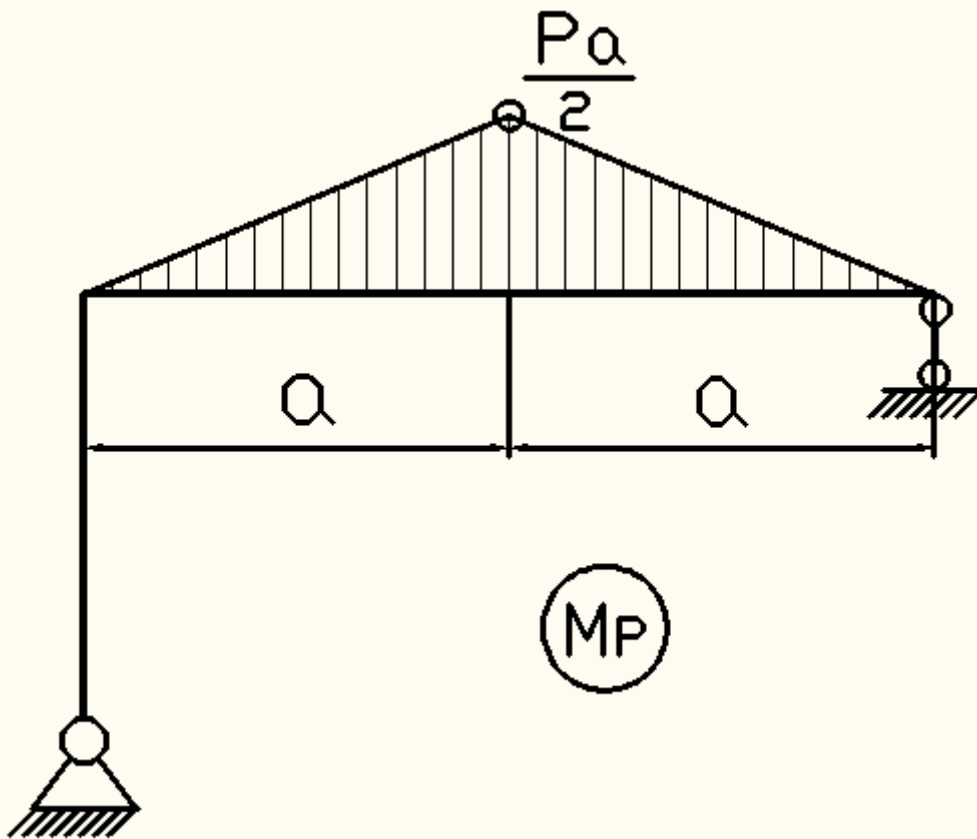


Рис.2.9.4. Эпюра изгибающего момента от внешней нагрузки.

Эпюра изгибающего момента от внешней нагрузки представлена на рисунке 2.9.4. Горизонтальная составляющая реакции в левой опоре равна нулю, поэтому стойка свободна от внутреннего момента. Ригель нагружен силой посередине пролета, поэтому эпюра будет такая же, как для однопролетной шарнирно-опертой балки: равнобедренный треугольник с вершиной

$$\frac{PL}{4} \equiv \frac{Pa}{2}$$

Вычисляем коэффициенты уравнения перемещений (2.9.1) способом Верещагина. Умножаем единичную эпюру саму на себя для нахождения δ_{11}

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1}{EJ_z} \langle 1 \rangle^* \langle 1 \rangle = \frac{1}{EJ_z} \left(1 \cdot a \cdot a \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot a + 1 \cdot a \cdot 2 \cdot a \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot a \right) = \\ &= \frac{a^3}{3EJ_z} (1 + 2) = \frac{a^3}{EJ_z} \end{aligned}$$

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 235 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Для определения свободного члена уравнения Δ_{P1} перемножаем эпюру от внешней нагрузки, которую называют ‘грузовая’, и единичную

$$\Delta_{P1} = \frac{1}{EJ_z} \langle M_P \rangle * (1) = \frac{1}{EJ_z} \left(\frac{Pa}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2} * \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot a + \frac{Pa}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot a \right) = \frac{Pa^3}{12EJ_z} (1 + 2) = \frac{Pa^3}{4EJ_z}$$

$$X_1 = \frac{-Pa^3}{4a^3} = \frac{-P}{4}$$

Любым способом строим суммарную эпюру изгибающих моментов ломаного бруса рис. 2.9.5.

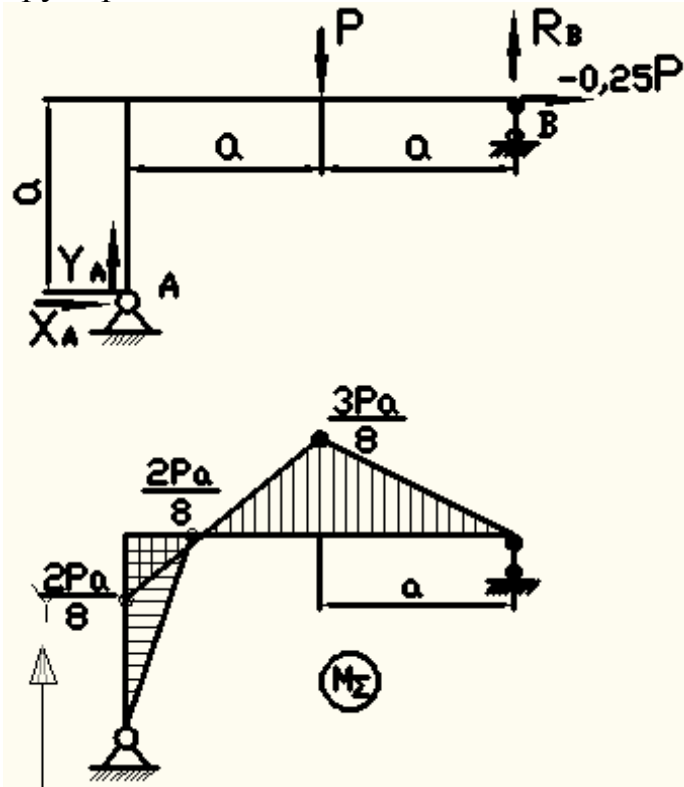


Рис. 2.9.5. Результирующая эпюра изгибающих моментов ломаной балки

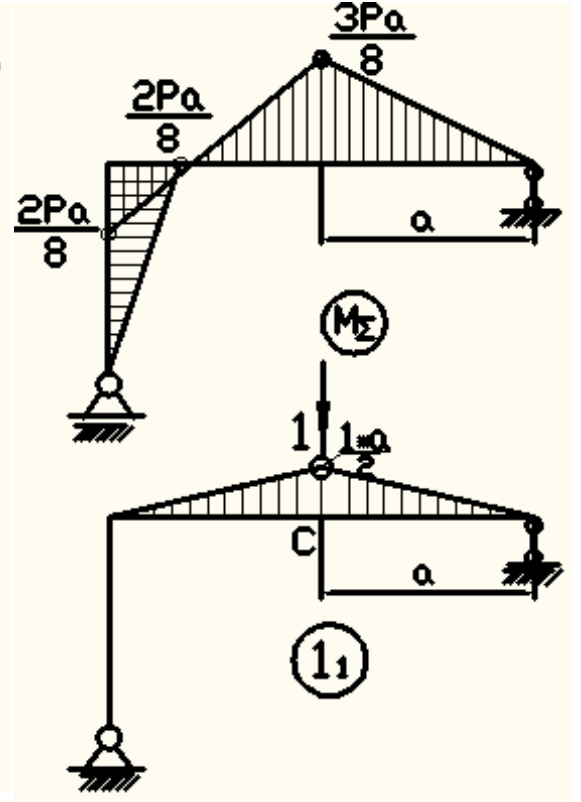


Рис. 2.9.6. Эпюры для определения статического прогиба в точке падения груза

Опасное сечение бруса определяем по результирующей эпюре. Наибольший изгибающий момент действует в месте падения груза. Наибольшие напряжения, которые возникают в опасном сечении при ударе, определим, умножив максимальные напряжения при статическом приложении нагрузки на коэффициент динамичности

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 236 из 270

$\sigma_{\text{дин}}^{\text{max}} = \kappa_{\text{дин}} \sigma_{\text{стат}}^{\text{max}} \leq [\sigma]$ – условие прочности при ударе.

$$\kappa_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h}{f_{\text{С}}^{\text{стат}}}}, \quad (2.9.2)$$

где h – высота падения груза [м];

$f_{\text{С}}^{\text{стат}}$ – прогиб в точке падения груза С при статическом приложении этой же нагрузки.

Статический прогиб в месте падения груза определим способом Верещагина. К основной системе в точке падения груза прикладываем единичную силу, строим эпюру изгибающих моментов (рис. 2.9.6).

Умножаем результирующую статическую эпюру (рис. 2.9.5) на единичную (рис. 2.9.6):

$$\begin{aligned} f_{\text{С}}^{\text{стат}} &= \frac{1}{EJ_z} \langle M_{\Sigma} \rangle * \langle 1_1 \rangle = \\ &= \frac{1}{EJ_z} \left(\frac{3Pa}{8} \cdot a \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot a + \frac{5Pa}{8} \cdot a \cdot \frac{1}{2} * \frac{2}{3} \cdot \frac{1 \cdot a}{2} - \frac{2Pa}{8} \cdot a * \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot a}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{EJ_z} \left(\frac{Pa^3}{16} + \frac{5Pa^3}{48} - \frac{Pa^3}{16} \right) = \\ &= \frac{5Pa^3}{48EJ_z}. \end{aligned}$$

Осей момент инерции сплошного круглого сечения $J_z = \frac{\pi d^4}{64}$.

Осей момент сопротивления этого сечения $W_z = \frac{\pi d^3}{32}$.

Максимальные нормальные напряжения при статической нагрузке определим по формуле

$$\sigma_{\text{стат}}^{\text{max}} = \frac{3Pa}{8W_z} = \frac{3Pa \cdot 32}{8\pi d^3} = \frac{12Pa}{\pi d^3}. \quad (2.9.3)$$

Коэффициент динамичности определится после подстановки выражения статического прогиба

$$\kappa_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h \cdot 48EJ_z}{5Pa^3}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h \cdot 48E\pi d^4}{5Pa^3 \cdot 64}} =$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 237 из 270

$$= 1 + \sqrt[2]{1 + \frac{3 \cdot h \cdot E \pi d^4}{10 Pa^3}}. \quad (2.9.4)$$

$$\left(1 + \sqrt[2]{1 + \frac{3 \cdot h \cdot E \pi d^4}{10 Pa^3}}\right) \frac{12 Pa}{\pi d^3} \leq [\sigma] \quad (2.9.5)$$

Решение неравенства (2.9.5) относительно диаметра представляется затруднительным, поэтому упростим выражение коэффициента динамичности, удалив единицы из-под радикала и из скобок. Запишем условие прочности в упрощенном виде:

$$\sqrt[2]{\frac{3 \cdot h \cdot E \pi d^4}{10 Pa^3}} \frac{12 Pa}{\pi d^3} \leq [\sigma] \quad (2.9.6)$$

Решаем относительно d :

$$d \geq \frac{12}{[\sigma]} \cdot \sqrt[2]{\frac{3 \cdot h \cdot P \cdot E}{10 \text{Па}}} = \frac{12}{160 \cdot 10^6} \cdot \sqrt[2]{\frac{3 \cdot 0,05 \cdot 200 \cdot 2 \cdot 10^5}{10 \cdot 3,14 \cdot 1,5}} = 2,68 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Определяем динамические напряжения в бруске при расчетном диаметре

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{дин}}^{\text{max}} &= \left(1 + \sqrt[2]{1 + \frac{3 \cdot h \cdot E \pi d^4}{10 Pa^3}}\right) \frac{12 Pa}{\pi d^3} = \\ &= \left(1 + \sqrt[2]{1 + \frac{3 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,0268^4}{10 \cdot 200 \cdot 1,5^3}}\right) \frac{12 \cdot 200 \cdot 1,5}{3,14 \cdot 0,0268^3} \\ &= 230 \text{ МПа} \end{aligned}$$

Получили напряжение на 43,75% превышающее допусаемые. Далее подбираем диаметр d_1 методом последовательных приближений. Упуская зависимость в скобках, примем, что напряжения обратно пропорциональны кубу диаметра. Запишем $d_1^3 = 1,438 d^3$. $\sqrt[3]{1,438} = 1,128$
 $d_1 = 0,0302 \text{ м}$.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 238 из 270

$$\sigma_{\text{дин}}^{\text{max}} = \left(1 + \sqrt[2]{1 + \frac{3 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,0302^4}{10 \cdot 200 \cdot 1,5^3}} \right) \frac{12 \cdot 200 \cdot 1,5}{3,14 \cdot 0,0302^3} =$$

$$= 189,4 \text{ МПа}$$

Превышение напряжения на 18%. Принимаем следующее значение диаметра: $d_2 = 0,0302 \cdot \sqrt[3]{1,20} = 0,0321 \text{ м}$

$$\sigma_{\text{дин}}^{\text{max}} = \left(1 + \sqrt[2]{1 + \frac{3 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,0321^4}{10 \cdot 200 \cdot 1,5^3}} \right) \frac{12 \cdot 200 \cdot 1,5}{3,14 \cdot 0,0321^3} =$$

$$= 172,5 \text{ МПа}$$

Превышение напряжения на 7,8%. Принимаем следующее значение диаметра: $d_3 = 0,0321 \cdot \sqrt[3]{1,080} = 0,0330 \text{ м}$

$$\sigma_{\text{дин}}^{\text{max}} = \left(1 + \sqrt[2]{1 + \frac{3 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,033^4}{10 \cdot 200 \cdot 1,5^3}} \right) \frac{12 \cdot 200 \cdot 1,5}{3,14 \cdot 0,033^3} =$$

$$= 165,5 \text{ МПа}$$

На этом шаге можно прервать приближения и принять диаметр бруса равным: $d = 33 \text{ мм}$.

Следует сказать, что можно было ограничиться предварительным значением диаметра $d = 27 \text{ мм}$. Дело в том, что при ударном приложении нагрузки, прочностные характеристики возрастают до 100%. Таким образом, мгновенное возрастание напряжений компенсируется повышением допускаемого напряжения до 320 МПа, что несколько больше 230 МПа, которые были получены выше.

Рекомендации по подготовке к зачёту и экзамену: на зачётной неделе необходимо иметь полный конспект лекций и проработанные практические занятия. Перечень вопросов к зачёту и экзамену помещён в фонде оценочных

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 239 из 270

средств (приложение 2), поэтому подготовить к сдаче зачёта и экзамена лучше систематически, прослушивая очередную лекцию и поработав на очередном практическом занятии.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 240 из 270

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
 высшего профессионального образования
 «Дальневосточный федеральный университет»
 (ДВФУ)

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
 по дисциплине «Сопротивление материалов»
 Направление подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-
 технологических машин и комплексов
 профиль «Автомобили и автомобильное хозяйство»
 Форма подготовки: заочная

Владивосток
2015

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 241 из 270

**Паспорт
фонда оценочных средств
по дисциплине Сопротивление материалов
(наименование дисциплины, вид практики)**

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
(ОПК-3) способностью использовать законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач	знает	основные законы механики; виды деформаций стержня
	умеет	применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем
	владеет	методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил

**Формы текущего и промежуточного контроля по дисциплине
«Сопротивление материалов»**

№ п/п	Контролируемые модули/ разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства - наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел I. Основные понятия. Виды деформаций. Геометрические характеристики плоских сечений	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 1-3
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 4-8
			методами решения	Устный	Экзамен

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 242 из 270

			задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Вопросы 9-11
2	Раздел II. Простые деформации .	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 12-20
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 21-29
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 30-36
3	Раздел III. Определение перемещений	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 37-38
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 39-40
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 41
4	Раздел IV. Теории напряженно-деформированно	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование	Экзамен Вопросы 42-44

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПуд 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 243 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

	ГО состояния			е (ПР-1)	
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 45-47
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Экзамен Вопросы 48-50
5	Раздел V. Сложное сопротивление Устойчивость сжатых стержней	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 1-3
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 4-6
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 22-25
6	Раздел VI. Энергетические методы определения перемещений	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 7-10
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 11-12
			методами решения задач с использованием	Устный опрос (УО-1)	Зачёт Вопросы 13-14

Сопrotивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 244 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

			уравнений равновесия для плоской системы сил	Тестирование (ПР-1)	
7	Раздел VI. Статически неопределимые системы	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 15-16
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 17-18
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 19-21
8	Раздел VIII. Динамическое действие	(ОПК-3)	основные законы механики; виды деформаций стержня	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 26-28
			применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 29-30
			методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	Устный опрос (УО-1) Тестирование (ПР-1)	Зачёт Вопросы 31-32

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 245 из 270

Шкала оценивания уровня сформированности компетенции

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели	баллы
	знает (пороговый уровень)	основные законы механики; виды деформаций стержня			
(ОПК-3) Готовностью применять систему фундаментальных знаний (математических, естественно-научных, инженерных и экономических) для идентификации, формулирования и решения технических и технологических проблем эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов	знает (пороговый уровень)	основные законы механики; виды деформаций стержня	знание существа основных законов механики, видов деформации стержня под нагрузкой	способность назвать все виды деформации стержня и основных законов механики	61-75 баллов
	умеет (продвинутый)	применять полученные знания для решения задач по расчёту стержневых систем	умение систематизировать знания и применять их для расчёта элементов	способность применить полученные знания для расчёта элементов	76-85 баллов
	владеет (высокий)	методами решения задач с использованием уравнений равновесия для плоской системы сил	владение методом решения статически определимых задач с помощью уравнений равновесия	способность решить задачу с помощью уравнений равновесия для плоской системы сил	86-100 баллов

Шкала измерения уровня сформированности компетенций

Итоговый балл	1-60	61-75	76-85	86-100
---------------	------	-------	-------	--------

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 246 из 270

Оценка (пятибалльная шкала)	2 неудовлетворительно	3 удовлетворительно	4 хорошо	5 отлично
Уровень сформированности компетенций	отсутствует	пороговый (базовый)	продвинутый	высокий (креативный)

**Содержание методических рекомендаций,
определяющих процедуры оценивания результатов освоения дисциплины
«Сопротивление материалов»**

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов по дисциплине «Сопротивление материалов» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине «Сопротивление материалов» проводится в форме контрольных мероприятий (*устного опроса (собеседования УО-1) и тестирование ПР-1*) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

Оценка освоения учебной дисциплины «Сопротивление материалов» является комплексным мероприятием, которое в обязательном порядке учитывается и фиксируется ведущим преподавателем. Такие показатели этой оценки, как посещаемость всех видов фиксируется в журнале посещения занятий.

Степень усвоения теоретических знаний оценивается такими контрольными мероприятиями как устный опрос.

Уровень овладения практическими навыками и умениями, результаты самостоятельной работы оцениваются работой студента над вопросами по тестированию.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 248 из 270

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Сопротивление материалов» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

В соответствии с рабочим учебным планом по направлению подготовки 08.03.01 Строительство, профиль «Промышленное и гражданское строительство» видами промежуточной аттестации студентов в процессе изучения дисциплины «Сопротивление материалов» являются экзамен (3 семестр), зачёт (4 семестр).

Экзамен проводится в виде устного опроса в форме ответов на вопросы. Зачёт проводится также в виде устного опроса.

Перечень оценочных средств (ОС) по дисциплине «Сопротивление материалов»

№ п/п	Код ОС	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	УО-1	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	ПР-1	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий

Примерный перечень вопросов для текущего контрольного опроса:

28. Что называется напряжением?

29. Какие выделяют компоненты напряжения?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 249 из 270

30. Почему составляющие напряжения носят такие названия?
31. Почему осевое растяжение-сжатие относится к простым деформациям?
32. Объяснить Закон Гука?
33. Какой геометрический смысл имеет модуль Юнга?
34. Какой физический смысл имеет модуль Юнга?
35. Что такое абсолютная деформация?
36. Что такое относительная деформация?
37. От чего зависит деформация при осевом растяжении-сжатии?
38. Что называется жесткостью при осевом растяжении-сжатии?
39. Почему поперечный изгиб не относится к сложному сопротивлению?
40. Что такое допускаемое напряжение?
41. В чем смысл условия прочности?
42. В чем смысл условия жесткости?
43. Что такое предел текучести материала σ_T ?
44. Что влияет на выбор коэффициента запаса прочности?
45. Что такое поперечная сила?
46. Что такое изгибающий момент?
47. Как определяется величина силы в сечении?
48. Что называется плечом переноса силы?
49. Как проверить правильность построения эпюры $M_{изг}$ по эпюре Q ?
50. Как найти значение изгибающего момента в сечении, если есть в наличии эпюра Q ?
51. Записать основное дифференциальное уравнение при изгибе бруса.
52. Какие приняты допущения при получении основного дифференциального уравнения упругой линии бруса?
53. В чем смысл постоянных интегрирования основного дифференциального уравнения изогнутой оси бруса?
54. Что называется граничным условием?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 250 из 270

55. Что такое чистый изгиб?
56. Что такое поперечный изгиб?
57. Как определить нормальные напряжения в любой точке сечения при чистом изгибе?
58. Как определяются наибольшие нормальные напряжения при изгибе?
59. Что такое опасное сечение?
60. Что называют осевым моментом сопротивления?
61. Что характеризует осевой момент сопротивления?
62. Что характеризует экономичность бруса, испытывающего деформацию изгиба?
63. Почему изгибающий момент в сечении врезанного в брус шарнира равен нулю?
64. Какие гипотезы принимаются при исследовании деформации чистого изгиба?
65. Какая из принятых гипотез не находит подтверждения при поперечном изгибе?
66. Как по эпюре изгибающих моментов Мизг представить вид изогнутой оси бруса?
67. В каком случае при поперечном изгибе учитываются оба напряжения: нормальное и касательное?
68. Какие параметры входят в формулу Журавского?
69. Почему в формуле Журавского допускается раздвоение в определении статического момента части сечения?
70. Чем объясняется “ ступенька ” на эпюре внутреннего силового фактора?
71. В чем состоит условность диаграммы растяжения образца из мягкой стали?
72. Почему по диаграмме $\sigma - \epsilon$ разрушение при растяжении происходит не при наибольших напряжениях?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 251 из 270

73. Имеет ли смысл предел временного сопротивления?
74. Какие задачи называют статически неопределимыми.
75. Что называют степенью статической неопределимости?
76. Как называется дополнительное уравнение при раскрытии статической неопределимости?
77. Что такое внецентренное растяжение-сжатие?
78. Что такое внецентренная сила?
79. Уравнение нормальных напряжений при внецентренном сжатии.
80. Уравнение нейтральной линии при внецентренном растяжении-сжатии.
81. Что такое нейтральная линия?
82. Что такое нейтральная поверхность?
83. Что такое ядро сечения?
84. Что можно сказать о контуре ядра сечения?
85. Когда необходимо учитывать положение ядра сечения?
86. Какая аксиома применяется при построении ядра сечения?
87. Какой порядок построения ядра сечения?
88. Как влияет перемещение полюса на положение нейтральной линии сечения?
89. Как влияет перемещение нейтральной линии на положение полюса сечения?
90. Если полюс находится на оси симметрии, что можно сказать о положении нейтральной линии?

Вопросы к зачёту

- 1 Действие сил на физические тела
- 2 Реальный объект и расчетная модель

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 252 из 270

- 3 Внутренние силы
- 4 Напряжения
- 5 Деформации линейные и угловые
- 6 Связь между напряжениями и деформациями
- 7 Основные геометрические характеристики плоских сечений
- 8 Преобразование моментов инерции при параллельном переносе осей
- 9 Преобразование моментов инерции при повороте координатных осей
- 10 Главные оси и главные моменты инерции
- 11 Задачи, решаемые с помощью круга Мора для плоского сечения
- 12 Осевое растяжение и сжатие
- 13 Графики изменения внутренних силовых факторов и деформаций при растяжении (примеры)
- 14 Деформации при изменении температуры
- 15 Потенциальная энергия деформации растяжения
- 16 Статически определимые и неопределимые системы
- 17 Напряженное состояние при растяжении-сжатии
- 18 Основные механические характеристики материала
- 19 Построение истинной диаграммы растяжения
- 20 Растяжение и сжатие под влиянием собственного веса. Стержень равного сопротивления
- 21 Расчет проводов и тросов
- 22 Деформация сдвига
- 23 Деформация кручения
- 24 Расчет валов на кручение
- 25 Разрушение материалов при кручении
- 26 Кручение бруса с некруглым поперечным сечением
- 27 Применение пленочной (мембранной) аналогии при исследовании кручения
- 28 Деформация изгиба
- 29 Дифференциальные (интегральные) зависимости при изгибе
- 30 Напряжения в бруске при чистом изгибе
- 31 О рациональном сечении при деформации изгиба
- 32 Влияние поперечных сил на распределение нормальных напряжений при изгибе
- 33 Касательные напряжения при поперечном изгибе. Формула Журавского
- 34 Влияние формы сечения на применимость формулы Журавского
- 35 Анализ изгиба свободного и стянутого пакетов листов
- 36 Бруска равного сопротивления при изгибе
- 37 Дифференциальное уравнение упругой линии бруса
- 38 Интегрирование дифференциального уравнения упругой линии бруса
- 39 Интегрирование дифференциального уравнения в случае сложных нагрузок
- 40 Универсальное уравнение упругой линии балки

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 253 из 270

41 Балка на упругом основании

Вопросы к экзамену

- 42 Напряженное состояние в точке
- 43 Определение напряжений в площадке общего положения
- 44 Главные оси и главные напряжения
- 45 Круговая диаграмма напряженного состояния. Круг Мора
- 46 Типы напряженного состояния
- 47 Деформированное состояние
- 48 Объемная деформация
- 49 Потенциальная энергия объемной деформации
- 50 Теории прочности
- 51 Сложное сопротивление
- 52 Внецентренное растяжение-сжатие
- 53 Ядро сечения
- 54 Косой изгиб
- 55 Изгиб с кручением круглого бруса
- 56 Изгиб бруса большой кривизны
- 57 Примеры определения эксцентриситета бруса большой кривизны
- 58 Винтовые цилиндрические пружины
- 59 Обобщенные силы и обобщенные перемещения
- 60 Применение принципа возможных перемещений для определения усилий в статически определимых системах
- 61 Полная потенциальная энергия деформации бруса
- 62 Теорема Кастилиано
- 63 Интегралы Мора
- 64 Примеры применения Интеграла Мора
- 65 Способ Верещагина
- 66 Теорема взаимности работ и перемещений
- 67 Примеры применения теоремы взаимности работ и перемещений
- 68 Типы стержневых систем. Степень статической неопределимости стержневой системы
- 69 Выбор основной системы
- 70 Канонические уравнения метода сил
- 71 Использование свойств симметрии при раскрытии статической неопределимости плоской рамы. Прямая геометрическая симметрия
- 72 Использование свойств симметрии при раскрытии статической неопределимости плоской рамы. Косая геометрическая симметрия
- 73 Многопролетные неразрезные балки. Уравнение трех моментов
- 74 Определение перемещений в статически неопределимых системах
- 75 Устойчивость упругих форм равновесия

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 254 из 270

76 Задача Эйлера

77 Зависимость критической силы от условий закрепления стержня

78 Расчет сжатых стоек по коэффициенту снижения допускаемых напряжений.

Формула Ясинского

79 Напряжения, возникающие вследствие поступательного движения упругого тела

80 Напряжения, возникающие вследствие вращательного движения упругого тела

81 Напряжения, возникающие в упругом бруске при ударе

82 Повышение предела текучести в результате повторных нагружений

83 Ползучесть и релаксация

84 Влияние скорости деформирования на механические характеристики материала

85 Усталостная прочность металлов

86 Влияние концентрации напряжений на прочность конструкций

87 Методы электротензоизмерений в исследовании напряженно-деформированного состояния

88 Методы: делительных сеток, зеркально-оптический и муаровых полос в исследовании напряженно-деформированного состояния

89 Метод хрупких тензочувствительных покрытий в исследовании напряженно-деформированного состояния

90 Поляризационно-оптический метод исследования напряжений

ТЕСТЫ

НАБОР ТЕСТОВ 1:

1. Что изучает сопротивление материалов?

- 1) методы расчёта строительных элементов на прочность
- 2) методы расчёта складирования строительных конструкций
- 3) методы расчёта строительных конструкций на жёсткость
- 4) методы расчёта строительных конструкций на устойчивость

2. Что такое расчётная схема сооружения?

- 1) модель сооружения, отражающая его основные свойства
- 2) модель сооружения без опор
- 3) схема нагрузок на сооружение
- 4) модель сооружения, отражающая его физические свойства

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 255 из 270

3. Какие элементы расчётных схем вы знаете?

- 1) схемы опор
- 2) схематизация элементов
- 3) порядок расчёта
- 4) схематизация нагрузок

4. Какие типы опор вы знаете?

- 1) выдвигающуюся
- 2) скользящую
- 3) защемление
- 4) шарнирно-подвижную

5. Что такое реакция?

- 1) усилие в поперечном сечении консоли
- 2) усилие в опорной связи
- 3) усилие в защемлении
- 4) сила, приложенная в середине пролёта балки

6. Какие виды активных нагрузок вы знаете?

- 1) ветровая нагрузка
- 2) снеговая нагрузка
- 3) нагрузка в шарнирно-подвижной опоре
- 4) собственный вес элемента

7. Назовите характерные признаки классификации нагрузок?

- 1) направление действия нагрузки
- 2) время действия нагрузки
- 3) район строительства объекта
- 4) тип сооружения

8. Что называется внутренними усилиями?

- 1) напряжённость внутренних связей материала

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 256 из 270

- 2) усилия во внешних связях
- 3) усилия во внутренних связях материала
- 4) величина нагрузки, действующей на сооружение

9. Как вычисляется изгибающий момент?

- 1) сумма моментов всех сил, приложенных к элементу
- 2) сумма моментов всех сосредоточенных сил, приложенных к элементу
- 3) сумма моментов всех сосредоточенных сил, расположенных по одну сторону от сечения
- 4) сумма моментов всех сил, расположенных по одну сторону от сечения относительно центра тяжести поперечного сечения элемента

10. Как вычисляется поперечная сила?

- 1) сумма проекций всех сил, приложенных к элементу, на вертикальную ось y
- 2) сумма проекций всех сосредоточенных сил, приложенных к элементу, на вертикальную ось y
- 3) сумма проекций всех сосредоточенных сил, приложенных к элементу, на вертикальную ось y , расположенных по одну сторону от сечения
- 4) сумма проекций всех сил, расположенных по одну сторону от сечения, на вертикальную ось поперечного сечения элемента

11. Как вычисляется продольная сила?

- 1) сумма проекций всех сил, приложенных к элементу, на горизонтальную ось
- 2) сумма проекций всех сосредоточенных сил, приложенных к элементу, на ось элемента
- 3) сумма проекций всех сосредоточенных сил, приложенных к элементу, на ось z , расположенных по одну сторону от сечения
- 4) сумма проекций всех сил, расположенных по одну сторону от сечения, на центральную ось элемента z

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 257 из 270

12. Что такое эпюра?

- 1) график изменения величины внутреннего усилия по длине элемента
- 2) график распределения нагрузок, действующих на элемент
- 3) график взаимодействия сосредоточенных сил и изгибающих моментов
- 4) график взаимодействия всех нагрузок действующих на элемент

13. Перечислите существующие правила построения эпюры изгибающих моментов

- 1) эпюра моментов строится со стороны растянутого волокна элемента
- 2) знак на эпюре моментов не ставится
- 3) эпюра моментов не заштриховывается
- 4) на эпюре моментов не подписываются значения ординат

14. Какие существуют проверки эпюры изгибающих моментов?

- 1) на эпюре моментов есть скачок в том месте, где к элементу приложен сосредоточенный момент
- 2) на эпюре моментов есть скачок в том месте, где к элементу приложена сосредоточенная сила
- 3) на участках, где к элементу приложена распределённая нагрузка, эпюра ограничивается прямой линией
- 4) на участках, где к элементу приложена распределённая нагрузка, эпюра ограничивается кривой линией

15. Перечислите существующие правила построения эпюры поперечных сил

- 1) эпюра поперечных сил не заштриховывается
- 2) эпюра поперечных сил строится со стороны растянутого волокна элемента
- 3) знак на эпюре поперечных сил ставится
- 4) на эпюре поперечных сил подписываются значения ординат

16. Какие существуют проверки эпюры поперечных сил?

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 258 из 270

- 1) на эпюре поперечных сил есть скачок в том месте, где к элементу приложена сосредоточенная сила
- 2) величина скачка равна величине приложенной силы
- 3) на участках, где к элементу приложена распределённая нагрузка, эпюра ограничивается прямой линией
- 4) на участках, где к элементу приложена распределённая нагрузка, эпюра ограничивается кривой линией

17. Перечислите правила построения эпюры продольных сил

- 1) эпюра продольных сил заштриховывается
- 2) эпюра продольных сил строится со стороны растянутого волокна элемента
- 3) знак на эпюре продольных сил ставится
- 4) на эпюре продольных сил подписываются значения ординат

18. Какие существуют проверки эпюры продольных сил?

- 1) на эпюре продольных сил есть скачок в том месте, где к элементу приложена сосредоточенная сила, действующая вдоль элемента
- 2) величина скачка равна величине приложенной силы
- 3) на участках, где к элементу приложена распределённая нагрузка, эпюра ограничивается прямой линией
- 4) на участках, где к элементу приложена распределённая нагрузка, эпюра ограничивается кривой линией

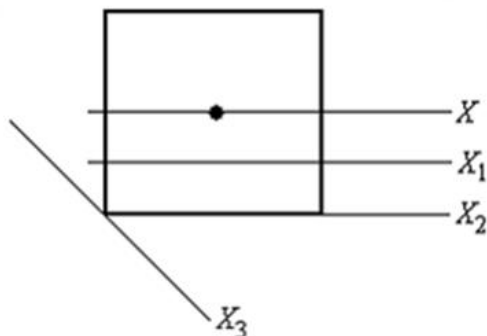
19. Какие зависимости существуют между внутренними усилиями и между нагрузкой?

- 1) первая производная от изгибающего момента есть поперечная сила
- 2) первая производная от изгибающего момента есть продольная сила
- 3) первая производная от поперечной силы есть продольная сила
- 4) первая производная от поперечной силы распределённая

НАБОР ТЕСТОВ 2:

1

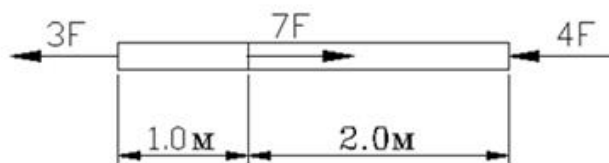
Для прямоугольника статический момент площади имеет наибольшую величину относительно оси



1. X 2. X₃ 3. X₂ 4. X₁

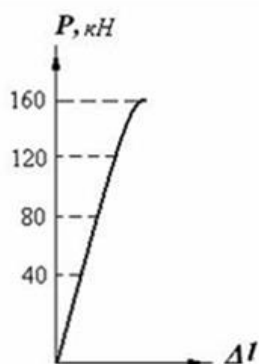
2

Наибольшее по абсолютной величине значение продольной силы равно



1. 4F 2. 3F 3. 2F 4. 7F

3

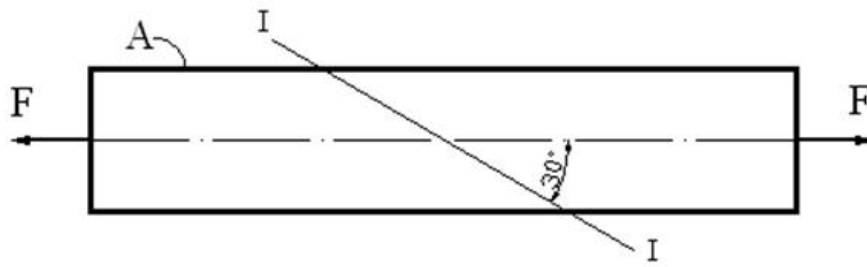


В результате сжатия цилиндрического образца из хрупкого материала с площадью поперечного сечения 400 мм^2 была получена диаграмма, представленная на рисунке. Из приведенных результатов эксперимента можно сделать заключение, что предел прочности материала

1. равен 200 МПа 2. равен 400 МПа
3. равен 300 МПа 4. как механическая характеристика не существует

4

Площадь поперечного сечения стержня А. Чему равно касательное напряжение в сечении I-I?



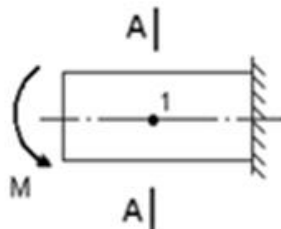
1. $\tau = -\frac{\sqrt{3}F}{3A}$ 2. $\tau = -\frac{\sqrt{3}F}{4A}$ 3. $\tau = -\frac{\sqrt{3}F}{2A}$ 4. $\tau = -\frac{\sqrt{2}F}{3A}$

5 Формула для нормальных напряжений в поперечном сечении балки имеет вид

1. $\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{J_z}$ 2. $\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{A \cdot J_z}$ 3. $\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{b \cdot J_z}$ 4. $\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{A}$

6

В точке 1 поперечного сечения А-А балки



1. действуют нормальные и касательные напряжения
2. действуют касательные напряжения
3. действуют нормальные напряжения
4. нет напряжений

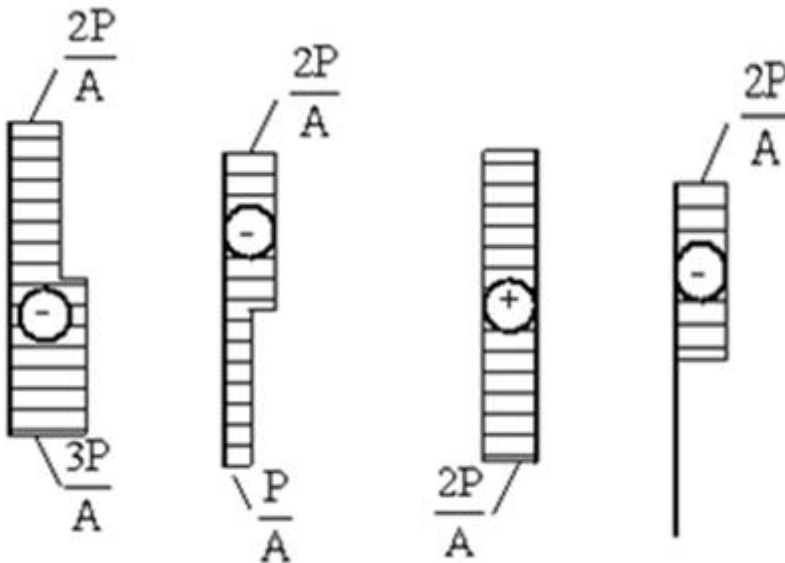
7

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 261 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

Для стержня, изображённого на рисунке,



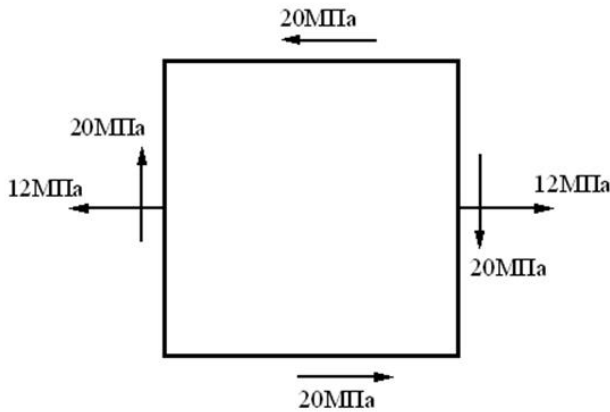
эпюра нормальных напряжений имеет вид



- 1 2 3 4

8

Пластика находится в условиях однородного плоского напряжённого состояния. Напряжения, действующие на боковых гранях пластины, показаны на рисунке. Найдите значение приведенного напряжения по третьей гипотезе прочности.

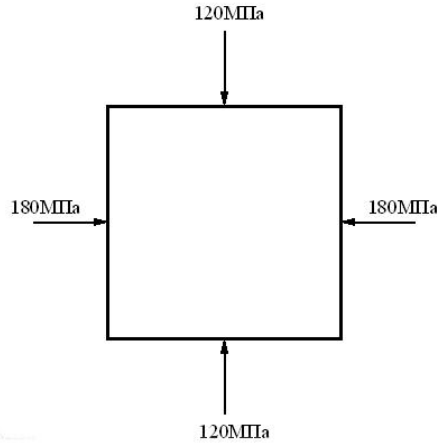


- 1 $\sigma_i = 41,8 \text{ МПа}$ 2 $\sigma_i = 36,5 \text{ МПа}$ 3 $\sigma_i = 45,6 \text{ МПа}$ 4 $\sigma_i = 40,2 \text{ МПа}$

9

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 262 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

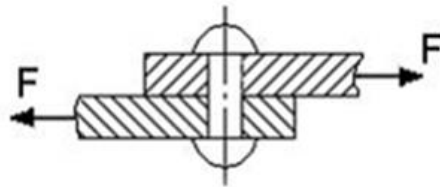
Пластика находится в условия однородного плоского напряженного состояния. Значения упругих постоянных $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0.25$. Коэффициент относительного изменения объема равен



- 1 $-0.75 \cdot 10^{-3}$ 2 $-0.75 \cdot 10^{-4}$ 3 $-0.5 \cdot 10^{-3}$ 4 $-0.5 \cdot 10^{-4}$

10

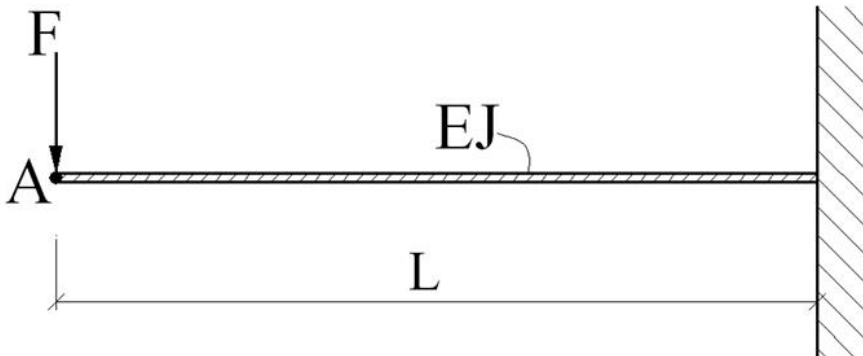
Пусть $[\tau]$ – допустимое напряжение на срез для заклепки, показанной на рисунке. Площадь поперечного сечения тела заклепки определяется по формуле



1. $A \geq \frac{F}{[\tau]}$ 2. $A \geq \frac{F}{3[\tau]}$ 3. $A \geq \frac{2F}{3[\tau]}$ 4. $A \geq \frac{2F}{[\tau]}$

11

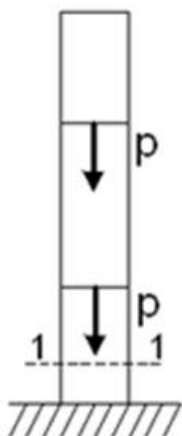
Изгибная жёсткость стержня в вертикальной плоскости EJ. Найти максимальный прогиб.



$$1. f_{max} = \frac{F \cdot L^2}{3EJ} \quad 2. f_{max} = \frac{3F \cdot L^3}{2EJ} \quad 3. f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{2EJ} \quad 4. f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{3EJ}$$

12

Для стержня, схема которого изображена на рисунке, нормальные напряжения, действующие в сечении 1-1, будут



1. растягивающими и сжимающими
2. равными нулю
3. сжимающими
4. растягивающими

13

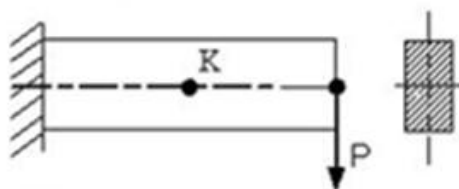
Условие прочности по второй теории прочности имеет вид

$$1. \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma]$$

$$2. \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma] \quad 3. \sigma_1 \leq [\sigma] \quad 4. \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

14

В окрестности точки К консольной балки напряжённое состояние

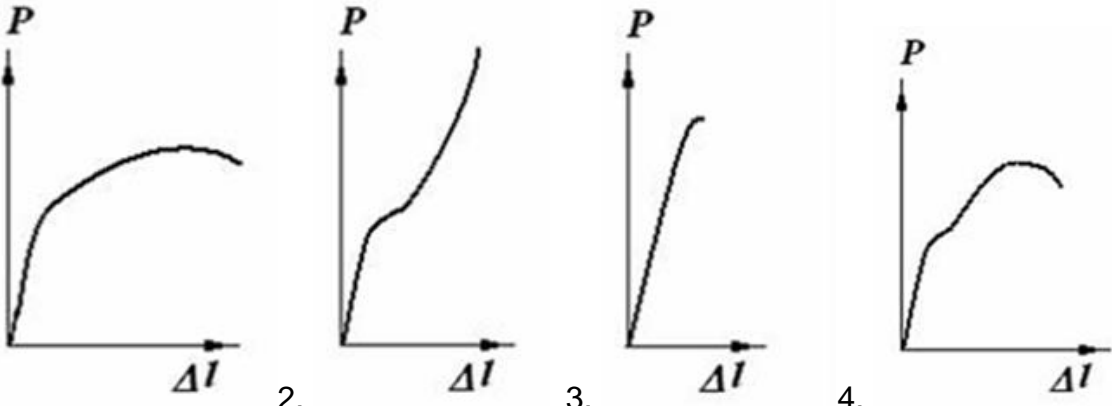


1. линейное (одноосное растяжение).
2. "нулевое" - нормальные и касательные напряжения отсутствуют
3. плоское (чистый сдвиг).
4. линейное (одноосное сжатие)

15

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 264 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

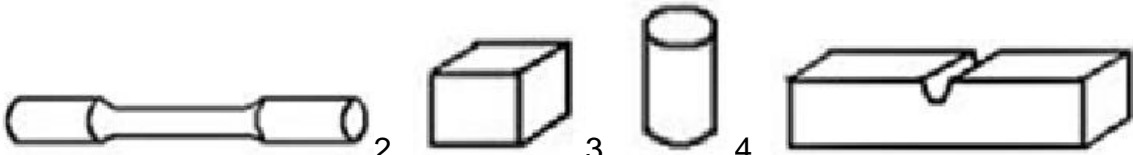
Растяжению образца из пластичного материала с площадкой текучести соответствует диаграмма, приведенная на рисунке



1. 2. 3. 4.

16

Образец из малоуглеродистой стали, предназначенный для испытания на растяжение, имеет вид



1. 2. 3. 4.

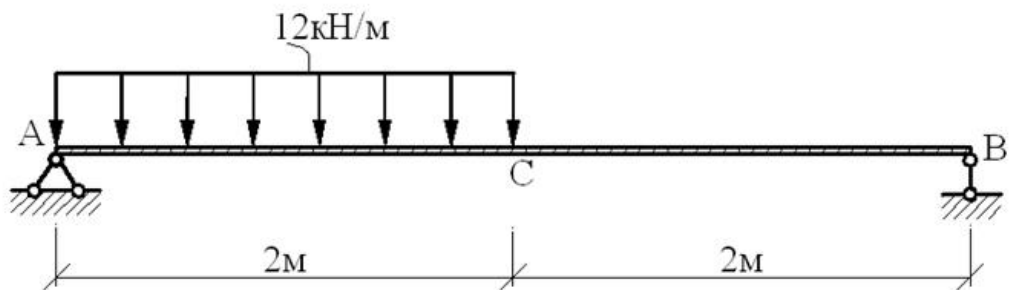
17

Закон Гука при чистом сдвиге имеет вид

1. $\tau = \gamma \cdot G$ 2. $\Delta\varphi = \frac{M_{кр} L}{G \cdot J_p}$ 3. $\sigma = \varepsilon \cdot E$ 4. $\Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A}$

18

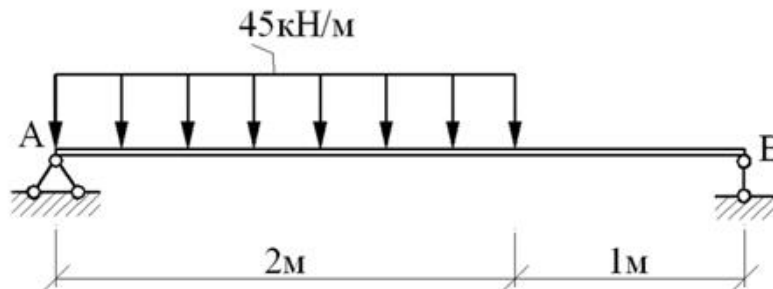
Найдите величину поперечной силы в сечении, проходящем через точку C.



- 1 Q=-6кН 2 Q=-8кН 3 Q=-2кН 4 Q=-4кН

19

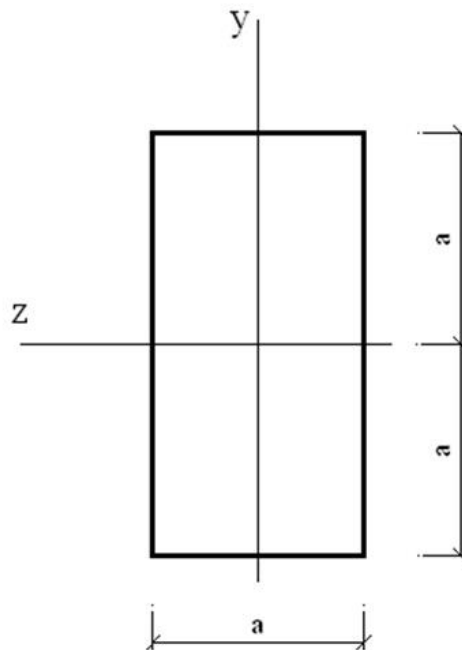
Максимальное значение изгибающего момента в сечениях балки, изображённой на рисунке, равно



1. 40кНм 2. 30кНм 3. 50кНм 4. 60кНм

20

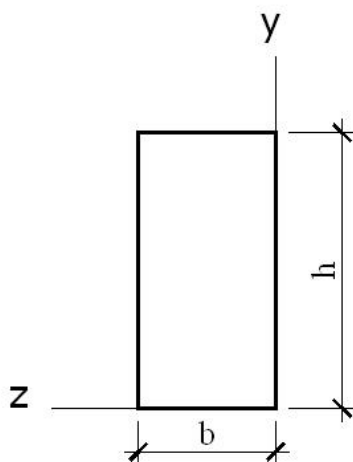
Балка из хрупкого материала имеет прямоугольное поперечное сечение. Чему равен момент сопротивления изгибу относительно оси z?



1. $W_z = \frac{3a^3}{4}$ 2. $W_z = \frac{a^3}{3}$ 3. $W_z = \frac{2a^3}{3}$ 4. $W_z = \frac{a^2}{2}$

21

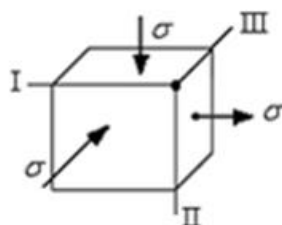
Для прямоугольника, изображённого на рисунке, центробежный момент инерции относительно осей y, z равен



1. $\frac{hb}{2}$ 2. $\frac{h^2b^2}{2}$ 3. $\frac{h^2b^2}{8}$ 4. $\frac{h^2b^2}{4}$

22

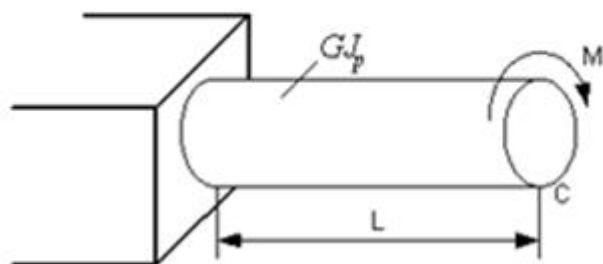
По трём граням элементарного параллелепипеда действуют нормальные напряжения σ . Одинаковую деформацию ϵ имеют рёбра



- 1 Все рёбра деформируются одинаково. 2. II, III 3 I, II. 4. I, III

23

Угол поворота конечного сечения C равен



Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18-2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 267 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------

1. $\frac{ML}{3GJ_p}$

2. $\frac{ML}{2GJ_p}$

3. $\frac{2ML}{GJ_p}$

4. $\frac{ML}{GJ_p}$

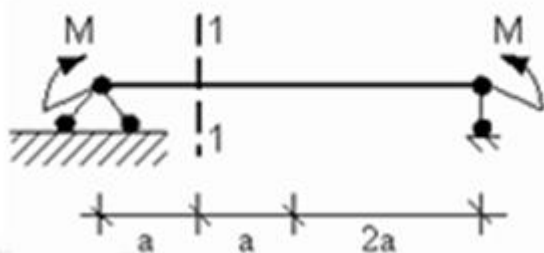
24

Материал, у которого механические свойства во всех точках одинаковы, называется

- 1 хрупким
- 2 упругим
- 3 однородным
- 4 изотропным

25

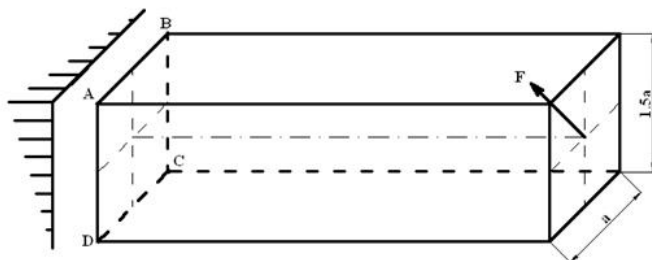
В сечении 1-1 действуют следующие силовые факторы:



- 1 $M=0, Q=0$
- 2 $M=0, Q \neq 0$
- 3 $M \neq 0, Q=0$
- 4 $M \neq 0, Q \neq 0$

26

Для показанного на рисунке стержня вид сложного сопротивления называется



- 1 внецентренным сжатием
- 2 изгибом с кручением
- 3 косым изгибом
- 4 плоским изгибом

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 268 из 270

Критерии выставления оценки студенту на экзамене/зачёте по дисциплине «Сопротивление материалов»:

Баллы (рейтинговой оценки)	Оценка зачета/ экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
100-86 баллов	<i>«отлично»</i>	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
85-76 баллов	<i>«хорошо»</i>	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61 баллов	<i>«удовлетворительно»</i>	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Критерии оценки (устный ответ) при собеседовании

100-85 баллов - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Сопротивление материалов			
Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 269 из 270

аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

85-76 - баллов - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

75-61 - балл – оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

60-50 баллов – ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области.

Критерии оценки тестирования (предлагаются 12 тестов)

Оценка балл	50-60 баллов (неудовлетворительно)	61-75 баллов (удовлетворительно)	76-85 баллов (хорошо)	86-100 баллов (отлично)
Число правильно решенных тестов	Решено 3 теста правильно	Решено 6 тестов правильно	Решено 9 тестов правильно	Решено более 9 тестов правильно

Сопротивление материалов

Разработчики: Уложенко А.Г.	Идентификационный номер: РПУД 40-08.03.01 Б1.Б.18–2014	Контрольный экземпляр находится на кафедре Механики и математического моделирования ИШ	Лист 270 из 270
--------------------------------	---	--	-----------------