



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОП

(подпись)

Капустина А.А.

(ФИО)



УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой общей, неорганической и
элементоорганической химии

Капустина А.А.

(подпись)

(ФИО.)

«29» января 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Высшая математика

Направление подготовки 04.03.01 «Химия»

Профиль «Фундаментальная химия»

Форма подготовки очная

лекции 88 час.
практические занятия 106 час.
лабораторные работы - час.
в том числе с использованием МАО лек. 30 / пр. 30 / лаб. час.
всего часов аудиторной нагрузки 194 час.
в том числе с использованием МАО 60 час.
самостоятельная работа 166 час.
в том числе на подготовку к экзамену 99 час.
контрольные работы (количество) 1,2
курсовая работа / курсовой проект 0 семестр
зачет 2 семестр
экзамен 1,2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ. № 671 от 14.07.2017

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и анализа

протокол № 2 от « 31 » октября 2019 г.

Зав кафедрой: Шепелева Р.П

Составитель : Батурин Г.И.

Владивосток
2020

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « _____ » _____ г. № _____

Заведующий (ая) кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « _____ » _____ г. № _____

Заведующий (ая) кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

Аннотация рабочей программы дисциплины «Высшая математика»

Дисциплина «Высшая математика» относится к разделу Б.1. – обязательная часть учебного плана направления **04.03.01 «Химия»**, профиль «Фундаментальная химия».

Трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных дисциплин, аудиторная нагрузка составляет 194 часов, самостоятельная работа 166 (в том числе на подготовку к экзамену 99 часов). Дисциплина реализуется в 1-2 семестрах, в каждом семестре завершается экзаменом.

Цель преподавания дисциплины – воспитание высокой математической культуры, привитие навыков современных видов мышления, привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования. Изучение курса способствует расширению научного кругозора и повышению общей культуры будущего специалиста, развитию его мышления и становлению его мировоззрения.

Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки квалифицированного бакалавра в области химии.

Задачи преподавания дисциплины

- овладение аппаратом высшей математики: линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа....
- продемонстрировать на примерах понятий и методов сущность научного подхода; научить понимать и пользоваться основными методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики
- приобретение базы, необходимой для изучения прикладных, информационных, специальных (химических) дисциплин...
- формирование устойчивых навыков по компетентностному применению фундаментальных положений математики при изучении дисциплин профессионального цикла и научном анализе ситуаций, с которыми выпускнику приходится сталкиваться в профессиональной и общекультурной деятельности;

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции:

Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Общепрофессиональные навыки	ОПК-3 Способность применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием с использованием современной вычислительной техники	ОПК-3.1. Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности ОПК-3.2. Использует стандартное программное обеспечение при решении задач химической направленности ОПК-3.2. Применяет основные законы, теории, модели, гипотезы физики
Физико-математическая и компьютерная грамотность при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-4 Способность планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач	ОПК-4.1. Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности ОПК-4.2. Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик ОПК-4.3. Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием физических законов и представлений

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Высшая математика» применяются следующие методы активного обучения:

Проблемная лекция - опирается на логику последовательно моделируемых проблемных ситуаций путем постановки проблемных **вопросов** или предъявления проблемных задач

Уровень сложности, характер проблем зависят от подготовленности обучающихся, изучаемой темы и других обстоятельств.

Лекция-консультация. Эта форма занятий предпочтительна при изучении тем с четко выраженной практической направленностью. Варианты проведения подобных лекций:

Вариант 1. Занятия начинаются со вступительной лекции, где преподаватель акцентирует внимание обучающихся на ряде проблем, связанных с практикой применения рассматриваемого положения. Затем слушатели задают вопросы.

Основная часть занятия (до 50% учебного времени) уделяется ответам на вопросы. В конце занятия проводится небольшая дискуссия, свободный обмен мнениями, завершающийся заключительным словом лектора.

Вариант 2. За несколько дней до объявленного занятия преподаватель собирает вопросы слушателей в письменном виде.

Первая часть занятия проводится в виде лекции, в которой преподаватель отвечает на эти вопросы, дополняя и развивая их по своему усмотрению.

Вторая часть проходит в форме ответов на дополнительные вопросы слушателей, свободного обмена мнениями, и завершается заключительным словом преподавателя.

Вариант 3. Слушатели заблаговременно получают материал к занятию. Как правило, он носит не только учебный, но и инструктивный характер, т.е.: представляет собой методическое руководство к практическому использованию.

Слушатели должны изучить материал и подготовить свои вопросы лектору-консультанту. Занятие проводится в форме ответов на вопросы и свободного обмена мнениями

Лекция-беседа. Она предполагает максимальное включение обучающихся в интенсивную беседу с лектором. Преимущество этой формы перед обычной лекцией состоит в том, что она привлекает внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определяет содержание, методы и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории.

. Различают несколько ее разновидностей:

лекция-диалог

лекция-дискуссия,

лекция-диспут,

Лекция с запланированными ошибками (лекция-провокация). Этот способ чтения лекции способствует активизации познавательной деятельности обучающихся на занятиях, позволяет повысить контролирующую функцию лекционных занятий. Слушатели по ходу проведения лекции должны будут выявить все запланированные ошибки и отметить их в конспекте. За 15—20 мин до окончания лекции осуществляется изложение выявленных слушателями ошибок с подробным их анализом и обоснованием верного ответа. В заключительной части занятия или на лекции, завершающей тему, целесообразно наиболее широко использовать контрольные вопросы, логические и практические задания. Делается это в целях

контроля, определения уровня усвоения, понимания наиболее важных, стержневых положений, имеющих методологическое значение для дальнейшей углубленной самостоятельной работы

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (88 часов)

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

РАЗДЕЛ 1 Определители 2-го и 3-го порядка.. (**2 часа**).

Тема 1. Определители второго и третьего порядков, действия над определителями, их основные свойства. Миноры и их алгебраические дополнения, разложение определителя по строке .

Тема 2. Определитель n-го порядка. Методы вычисления определителей.

РАЗДЕЛ 2 . Системы линейных уравнений. . (**4 часа**).

Тема 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Структура общего решения однородной системы линейных уравнений.

Тема 2 Правило Крамера . Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.

РАЗДЕЛ 3 Матрицы. (**4 часа**), в том числе с использованием МАО (**2 часа**).

Тема 1. Матрицы. Операции над матрицами, их свойства. Обратная матрица, ее вычисление. Матричная запись системы линейных уравнений.

Тема 2. Решение матричных уравнений и линейных систем с помощью обратной матрицы. Лекции проводятся с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА.

РАЗДЕЛ 4. Вектор (**6 часов**).

Тема 1. Действия над векторами Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Декартовы координаты векторов и точек.

Тема 2. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное произведение, смешанное произведение и их приложения к решению задач.

РАЗДЕЛ 5. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость. (**6 часов**)

Тема 1. Прямая на плоскости. Способы задания прямой . Взаимное расположение прямых, угловые соотношения. Лекции проводятся с использованием элементов метода активного обучения «лекция-консультация

Тема 2. Прямая в пространстве. Способы задания прямой . Взаимное расположение прямых, угловые соотношения между прямыми , между прямой и плоскостью.

КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

. РАЗДЕЛ 6. Окружность, эллипс (2 часа)

Тема 1. Определение , вывод канонического уравнения

Тема 2. Фокальный радиус и эксцентриситет.

РАЗДЕЛ 7. Гипербола, парабола (4 часа)

Тема 1 . Определение, вывод канонического уравнения.

Тема 2 .Фокальный радиус , эксцентриситет директрисы.

ФУНКЦИЯ

РАЗДЕЛ 8 . Основные понятия о множествах, логическая символика .Теория последовательностей. Понятие числовой последовательности .(4 часа), в том числе с использованием МАО (2часа).

Тема 1. Предел переменной , арифметические свойства предела Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности.

Тема 2. Предел функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

ПРОИЗВОДНАЯ

РАЗДЕЛ 9 . Производная функции.(6 часов)

Тема 1. Геометрический и механический смысл производной. Основные правила дифференцирования.

Тема 2 .Производные некоторых функций. Производная сложной и обратной функций. Лекции проводятся с использованием элементов метода активного обучения «лекция-провокация»

РАЗДЕЛ 10. Производная функции заданной параметрически. Производные различных порядков. (6часов)

Тема 1. Механическое значение второй производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Линеаризация функции.

Тема 2. Логарифмическое дифференцирование.

Тема 3. Исследования функций с помощью первой производной.

РАЗДЕЛ 11. Основные теоремы дифференциального исчисления (2 часа)

Тема 1. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.

Разложение некоторых функций по формуле Тейлора .

Тема 2. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.

Интеграл.

РАЗДЕЛ 12. Первообразная функции. Неопределенный интеграл (4 часа), в том числе с использованием МАО (2 часа).

Тема 1 Свойства неопределенного интеграла .Основные методы интегрирования

Тема 2 Некоторые сведения об алгебраических многочленах. Интегрирование тригонометрических функций.

РАЗДЕЛ 13. Определенный интеграл. (4 часа)

Тема 1 Определенный интеграл.

Тема 2 Приложения определенного интеграла -

Функции многих переменных.

РАЗДЕЛ 14. Функции многих переменных. (6 часов)

Тема 1 Дифференцирование сложной функции, функции заданной параметрически.

Дифференциал, связь дифференциала и приращения.

Тема 2 Приложения .Метод наименьших квадратов.

Дифференциальные уравнения

РАЗДЕЛ 15. Дифференциальные уравнения первого порядка (6 часов)

Тема 1 Задачи приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши

Тема 2 Методы решения простейших дифференциальных уравнений первого порядка (с разделяющимися переменными, однородных, и т д)

РАЗДЕЛ 16. Уравнения высших порядков (8 часов)

Тема 1 Уравнения допускающие понижение порядков.

Тема 2 Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Системы

дифференциальных уравнений. Лекции проводятся с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа»

Теория рядов

РАЗДЕЛ 16 Ряды. Свойства (4 часа)

Тема 1. Числовые ряды их сходимость и расходимость. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости. Знакопеременные ряды.

Тема 2. Функциональные ряды. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование рядов.

Тема 3. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Формула Тейлора. Приближенные вычисления с помощью рядов

ррр

Раздел 17. Ряды Фурье (6 часов)

Тема 1 Нахождение коэффициентов ряда Фурье. Примеры разложения в ряд Фурье.

Тема 2 Ряды Фурье от четных и не четных функций. Замечание о разложении в ряд Фурье. Ряды Фурье в комплексной форме. Применение рядов. Биномиальный ряд.

Раздел 18. (4 часа)

Тема 1. Применение рядов к решению дифференциальных уравнений.

интегралы 2 рода. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.

Тема 2. Приложения

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Практические занятия (106 часов)

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Высшая математика» применяется метод активного обучения

«**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых

вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

РАЗДЕЛ 1.

Занятия 1-4 (8 часов)

Определители 2-го и 3-го порядка. Действия над определителями. Системы линейных неоднородных уравнений. Матрицы. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Структура общего решения однородной системы линейных уравнений

РАЗДЕЛ 2.

Занятия 5-6 (8 часов)

Векторная алгебра. Действия над векторами. Прямая на плоскости. Прямая в пространстве. Способы задания прямой. Взаимное расположение прямых, угловые соотношения между прямыми, между прямой и плоскостью. **Применяется метод активного обучения «групповая консультация»**

РАЗДЕЛ 3.

Занятия 7-8 (6 часов)

Кривые второго порядка. Определение, вывод канонического уравнения. Фокальный радиус, эксцентриситет директрисы

РАЗДЕЛ 4.

Занятия 8-9(6 часов)

Предел функции. Предел переменной. Способы вычисления пределов. Замечательные пределы. Производные некоторых функций. Производная сложной и обратной функций.

Занятия 10 (10 часов)

Производная функции. Механическое значение второй производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Логарифмическое дифференцирование.

Исследования функций с помощью первой и второй производной **Применяется метод активного обучения «групповая консультация»**

РАЗДЕЛ 5

Занятия 11-12 (10 часов)

Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Свойства, методы интегрирования

РАЗДЕЛ 6.

Занятия 13 (6 часов)

Определенный интеграл. Свойства, методы интегрирования

Занятия 14-15 (8 часов)

Приложения определенного интеграла.

РАЗДЕЛ 7.

Занятия 16-18 (8 часов)

Функции многих переменных. Дифференцирование сложной функции, функции заданной параметрически. Дифференциал, связь дифференциала и приращения

Дифференциальные уравнения. Методы решения. Дифференциальные уравнения высших порядков. **Применяется метод активного обучения «групповая консультация»**

РАЗДЕЛ 8.

Занятие 19-20 (8 часа)

Числовые ряды их сходимость и расходимость. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости

Занятие 21 (4 часа).

Знакопеременные ряды.

Занятие 22.(8 часа)

. Функциональные ряды. Непрерывность суммы ряда

Занятие 23. .(2 часа)

Интегрирование и дифференцирование рядов

Занятие 24. . (8 часа)

Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Приближенные вычисления с помощью рядов **Применяется метод активного обучения «групповая консультация»**

Занятие 25. (8 часов) .

Примеры на разложения в ряд Фурье. Ряды Фурье в комплексной форме Применение рядов к решению дифференциальных уравнений.)

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение, час	Форма контроля
Осенний семестр				
1	1-4 недели	Контрольная работа	10	Зачет по заданию
2	5-6 недели	Индивидуальное задание	7	Зачет по заданию
3	7-8 недели	Индивидуальное задание	7	Зачет по заданию
4	9-10 недели	Контрольная работа	7	Зачет по заданию
5	11-14 недели	Индивидуальное задание	9	Зачет по заданию
6	15-17 недели	Индивидуальное задание	9	Зачет по заданию
	Промежуточная аттестация	Подготовка к экзамену	45	Экзамен
Весенний семестр				
1	1 неделя	Контрольная работа	2	Зачет по заданию
2	2-4 недели	Индивидуальное задание	4	Зачет по заданию
3	5-10 недели	Индивидуальное задание	6	Зачет по заданию
4	11-18 недели	Индивидуальное задание	6	Зачет по заданию
	Промежуточная аттестация	Подготовка к экзамену	54	Экзамен

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий и контрольных работ по каждой теме.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение, час	Форма контроля
Осенний семестр				
1	1-4 недели	Контрольная работа	10	Зачет по заданию
2	5-6 недели	Индивидуальное задание	7	Зачет по заданию
3	7-8 недели	Индивидуальное задание	7	Зачет по заданию
4	9-10 недели	Контрольная работа	7	Зачет по заданию
5	11-14 недели	Индивидуальное задание	9	Зачет по заданию
6	15-17 недели	Индивидуальное задание	9	Зачет по заданию
	Промежуточная аттестация	Подготовка к экзамену	45	Экзамен
Весенний семестр				
1	1 неделя	Контрольная работа	2	Зачет по заданию
2	2-4 недели	Индивидуальное задание	4	Зачет по заданию
3	5-10 недели	Индивидуальное задание	6	Зачет по заданию
4	11-18 недели	Индивидуальное задание	6	Зачет по заданию
	Промежуточная аттестация	Подготовка к экзамену	54	Экзамен

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий и контрольных работ по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены ниже).. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

.Индивидуальное задание № 1 (системы)

Вариант № 1

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$$

Вариант № 2

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант № 3

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 2, \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 14, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант № 4

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 8, \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -2. \end{cases}$$

Вариант № 5

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

Вариант № 6

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 8, \\ 6x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 14, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Вариант № 7

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 8, \\ -2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -11, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант № 8

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 4, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 18. \end{cases}$$

Вариант № 9

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

Вариант № 10

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -3, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$$

Вариант № 11

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 = -4. \end{cases}$$

Вариант № 12

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

Вариант № 13

Исследовать и решить систему

по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 9, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

Вариант № 14

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ -2x_1 + x_2 - 2x_3 = -11. \end{cases}$$

Вариант № 15

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 7, \\ -4x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

Вариант № 16

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 15, \\ x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант № 17

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,

методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 12, \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -14, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Вариант № 18

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = -7, \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 = -5, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5. \end{cases}$$

Вариант № 19

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 16, \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -13, \\ 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 11. \end{cases}$$

Вариант № 20

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -1, \\ 3x_1 + 5x_2 + 9x_3 = -1. \end{cases}$$

Вариант № 21

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

Вариант № 22

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = -6. \end{cases}$$

Вариант № 23

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 11, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

Вариант № 24

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 11x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 15, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 2. \end{cases}$$

Вариант № 25

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -8. \end{cases}$$

Вариант № 26

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

Вариант № 27

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

Вариант № 28

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 8, \\ 7x_1 + x_2 + 4x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант № 29

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 11, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

Вариант № 30

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

Вариант № 31

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$$

Вариант № 32

Исследовать и решить систему
по формулам Крамера,
методом Гаусса,
методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

Индивидуальное задание № 2 (прямая и плоскость)

Вариант № 1

1. Найти уравнение плоскости, параллельной оси Oz и проходящей через точки $A(2; 3; -1)$ и $B(-1; 2; 4)$.

2. Общие уравнения прямой $\begin{cases} x + 3y - 4z + 5 = 0 \\ 2x - y + z - 4 = 0 \end{cases}$ преобразовать к каноническому виду.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x=3t+1$, $y=2t+3$, $z=-t-2$ параллельно прямой $2x - y + z - 3 = 0$, $x + 2y - z - 5 = 0$.

Вариант № 2

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -3; 2)$ и $B(7; 1; 0)$ и параллельной оси Ox .

2. Уравнения прямой $\begin{cases} x - 4y + 5z - 1 = 0 \\ 2x + 3y + z + 9 = 0 \end{cases}$ преобразовать к каноническому виду и определить углы,

образуемые этой прямой с координатными осями.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ перпендикулярно к плоскости $3x + 2y - z - 5 = 0$.

Вариант № 3

1. Найти уравнение плоскости, параллельной оси Oy и проходящей через точки $A(2; 1; -2)$ и $B(-7; -2; 1)$.

2. Привести к каноническому виду Общие уравнения прямой $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 2x + 3y - 4z + 5 = 0 \end{cases}$

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_I(1; 2; -3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$, $\frac{x+5}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$.

Вариант № 4

1. Найти уравнение плоскости, параллельной плоскости xOy и проходящей через точку $A(1; 2; -4)$.

2. Преобразовать к каноническому виду общие уравнения прямой $\begin{cases} 2x + 3y + 2z + 8 = 0 \\ x - y - z - 9 = 0 \end{cases}$

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_O(1; -2; 1)$ перпендикулярно к прямой $x - 2y + z - 3 = 0$, $x + y - z + 2 = 0$.

Вариант № 5

1. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной оси Ox и проходящей через точку $A(3; 7; -1)$.

2. Найти уравнения плоскостей, проектирующих прямую $\begin{cases} 2x - 4y + 5z + 7 = 0 \\ x + 2y + 3z + 11 = 0 \end{cases}$ на координатные плоскости.

3. Убедившись, что прямые $2x + 2y - z - 10 = 0$, $x - y - z - 22 = 0$, $\frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ параллельны, вычислить расстояние d между ними.

Вариант № 6

1. Найти уравнение плоскости, параллельной плоскости xOz и проходящей через точку $A(2; -3; 4)$.
3. Найти точку Q , симметричную точке $P(4; 1; 6)$ относительно прямой $x - y - 4z + 12 = 0$, $2x + y - 2z + 3 = 0$.

Вариант № 7

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $A(2; 1; 3)$.

2. Определить следы прямой
$$\begin{cases} 5x + 3y - 4z + 8 = 0 \\ x - y + z + 5 = 0 \end{cases}$$

на координатных плоскостях (следом прямой на плоскости называется точка пересечения прямой с плоскостью).

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}, \quad 2x + 3y + z - 1 = 0.$$

Вариант № 8

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $A(-2; 4; -4)$.

2. Найти координаты следов прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{4}$ на координатных плоскостях (следом прямой на плоскости называется точка пересечения прямой с плоскостью).

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости:

$$\frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+1}{-5}, \quad x - 2y + z - 15 = 0.$$

Вариант № 9

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2; -5; 4)$ и через ось Oy .

2. Найти острый угол между прямыми $\begin{cases} 2x + 3y - 4z + 5 = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x - y + 2z - 4 = 0 \\ 2x + y - z - 5 = 0 \end{cases}$

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости:

$$\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}, \quad x + 2y - 2z + 6 = 0.$$

Вариант № 10

1. Какие отрезки на координатных осях отсекает плоскость $2x + 3y - 5z + 30 = 0$?

2. Через точку $A(1; -1; 2)$ провести прямую, параллельную прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2}$.

3. Доказать, что прямая $x=3t-2, y=-4t+1, z=4t-5$ параллельна плоскости $4x - 3y - 6z - 5 = 0$.

Вариант № 11

1. Найти величины отрезков, отсекаемых плоскостью $x - 10y + 2z - 12 = 0$ на координатных осях.
2. Через точку $(2; -1; 3)$ провести прямую, параллельную оси Ox .
3. При каком значении C прямая $3x - 2y + z + 3 = 0$, $4x - 3y + z + 1 = 0$, параллельна плоскости $2x - y + Cz - 2 = 0$?

Вариант № 12

1. Найти расстояние между параллельными плоскостями $5x + 3y - 4z + 15 = 0$; $15x + 9y - 12z - 5 = 0$.
2. Найти уравнения прямой, проходящей через точки $A(1; 2; -1)$ и $B(0; 3; -4)$.
3. Найти точку Q , симметричную точке $P(2; -5; 7)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(5; 4; 6)$ и $M_2(-2; -17; -8)$.

Вариант № 13

1. Найти расстояние между параллельными плоскостями $2x - 3y + 6z - 14 = 0$; $2x - 3y + 6z + 28 = 0$.
2. Найти уравнения прямой, проходящей через точки $A(3; 0; 4)$ и $B(-1; -2; 3)$.
3. Вычислить расстояние d точки $P(1; -1; -2)$ от прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$.

Вариант № 14

1. Через точку $M(2; 3; -1)$ провести плоскость, параллельную плоскости $2x - 3y + 5z - 4 = 0$.
2. Найти острый угол между прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью $2x + y - z + 4 = 0$.
3. Вычислить расстояние d от точки $P(2; 3; -1)$ до прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$.

Вариант № 15

1. Через точку $M(-4; -1; 2)$ провести плоскость, параллельную плоскости $3x + 4y - z - 8 = 0$.
2. Найти острый угол между прямой $\begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ 2x - y + 4z + 5 = 0 \end{cases}$ и плоскостью $x + y + 3z - 1 = 0$.
3. Вычислить расстояние d от точки $P(2; 3; -1)$ до прямой $x = t + 1$, $y = t + 2$, $z = 4t + 13$.

Вариант № 16

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $(2; 5; -1)$ и параллельной плоскости $x + 3y - 4z + 5 = 0$.
2. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $P(1; 2; -1)$ перпендикулярно прямой

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{4}.$$

3. Вычислить расстояние d от точки $P(2; 3; -1)$ до прямых $2x - 2y + z + 3 = 0$, $3x - 2y + 2z + 17 = 0$.

Вариант № 17

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $(1; -3; 2)$ и параллельно плоскости $7x - 4y + z - 4 = 0$.
2. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $P(2, -4, -2)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} x - 4y + 5z - 1 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$.
3. Вычислить проекцию точки $P(5; 2; -1)$ на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$.

Вариант № 18

1. Через точки $M(1; 2; 3)$ и $N(-2; -1; 3)$ провести плоскость, перпендикулярную плоскости $x + 4y - 2z + 5 = 0$.
2. Через точку $(2, 1, 6)$ провести прямую, перпендикулярную плоскости $x - 4y + 5z - 1 = 0$, и определить направляющие косинусы этой прямой.
3. При каких значениях A и B плоскость $Ax + By + 3z - 5 = 0$ перпендикулярна к прямой $x = 3 + 2t$, $y = 5 - 3t$, $z = -2 - 2t$?

Вариант № 19

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $M(-1; 2; -3)$ и $N(1; 4; -5)$ и перпендикулярной плоскости $3x + 5y - 6z + 1 = 0$.
2. Найти уравнение перпендикуляра к плоскости $3x - y - 5z - 8 = 0$, проходящего через точку $(1, -1, 2)$.
3. Найти точку Q , симметричную точке $P(1; 3; -4)$ относительно плоскости $3x + y - 2z = 0$.

Вариант № 20

1. Выяснить геометрический смысл коэффициентов A, B и C в общем уравнении плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$.
2. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{5}$ с плоскостью $x + y - 2z - 4 = 0$.
3. найти проекцию точки $P(2; -1; 3)$ на прямую $x = 3t$, $y = 5t - 7$, $z = 2t + 2$.

Вариант № 21

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки: $M_1(1;2;-1)$, $M_2(-1;0;4)$, $M_3(-2;-1;1)$.

2. Найти уравнения перпендикуляра к плоскости

$$x + 3y - 4z - 13 = 0,$$

проходящего через точку $(2; -1; 3)$, и определить координаты основания этого перпендикуляра.

3. При каких значениях A и D прямая $x = 3 + 4t$, $y = 1 - 4t$, $z = -3 + t$ лежит в плоскости $Ax + 2y - 4z + D = 0$?

Вариант № 22

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через три точки: $M_1(1;-3;4)$, $M_2(0;-2;-1)$, $M_3(1;1;-1)$.

2. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскости $3x - 4y - z + 5 = 0$.

3. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x - 3y + 6z + 7 = 0$?

Вариант № 23

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через три точки: $M_1\left(1; -2; -\frac{1}{2}\right)$, $M_2(2;1;3)$, $M_3(0;-1;-1)$.

2. Найти точку пересечения прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ и плоскости $x + y - z + 5 = 0$.

3. Найти точку Q , симметричную точке $P(-3; 2; 5)$ относительно плоскости, проходящей через прямые $\begin{cases} x - 2y + 3z - 5 = 0 \\ x - 2y - 4z + 3 = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x + y + 3z + 7 = 0 \\ 5x - 3y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$.

Вариант № 24

1. Найти расстояние от точки $A(2, 3, -1)$ до плоскости $7x - 6y - 6z + 42 = 0$.

2. Проверить, что прямая $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$ лежит в плоскости $x + y - z - 6 = 0$.

3. Найти точку Q , симметричную точке $P(3;-4;-6)$ относительно плоскости, проходящей через $M_1(-6;1;-5)$, $M_2(7;-2;-1)$ и $M_3(10;-7;1)$.

Вариант № 25

1. На плоскость $5x - y + 3z + 12 = 0$ из начала координат опущен перпендикуляр. Найти его длину и углы, образованные им с координатными осями, а также координаты основания этого перпендикуляра.

2. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{9}$ и плоскости $2x - 3y + z - 3 = 0$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = 2t + 1$, $y = -3t + 2$, $z = 2t - 3$ и

точку $M_1(2; -2; 1)$.

Вариант № 26

1. Найти длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость $10x - 15y - 6z - 380 = 0$, и углы, образуемые этим перпендикуляром с координатными осями.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} 3x + y - 4z + 5 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$ и точку $M(1; -1; 2)$.
3. Написать уравнение плоскости, которая принадлежит пучку плоскостей $\alpha(x - 3y + 72z + 36) + \beta(2x + y - z - 15) = 0$ и отстоит от начала координат на расстояние $d=3$.

Вариант № 27

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 3; -1)$ параллельно плоскости $5x - 3y + 2z - 10 = 0$
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 0)$ и прямую $\begin{cases} x - y + 3z - 1 = 0 \\ 2x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$.
3. Написать уравнение плоскости, которая принадлежит пучку плоскостей $\alpha(10x - 8y - 15z + 36) + \beta(4x + y + 3z - 1) = 0$ и отстоит от точки $C(3; -2; -3)$ на расстояние $d=7$

Вариант № 28

1. Из точки $P(2; 3; -5)$ на координатные оси опущены перпендикуляры. Составить уравнение плоскости, проходящей через их основания.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $(1; 1; -2)$ и прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{5}$.
3. Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ и координатными плоскостями.

Вариант № 29

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(5; 4; 3)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
2. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} 3x - 1y + z - 5 = 0 \\ x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{2}$.
3. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_1(2; -3; -4)$ и отсекает на координатных осях отличные от нуля отрезки одинаковые величины (считая каждый отрезок направленными из начала координат).

Вариант № 30

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $x + y + 5z - 1 = 0$, $2x + 3y - z + 2 = 0$ и через точку $M(3; 2; 1)$.
2. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 2z - 2 = 0$.
3. Найти проекцию точки $C(3; -4; -2)$ на плоскость, проходящую через параллельные прямые $\frac{x-5}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4}$, $\frac{x-2}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4}$.

Вариант № 31

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки $P(4; -2; 1)$ и $Q(2; 4; 3)$.
2. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} 3x + 2y + 3z - 5 = 0 \\ x + y + z - 4 = 0 \end{cases}$ параллельно прямой $\begin{cases} x - y + 2z + 1 = 0 \\ 2x + y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$.

Вариант № 32

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $2x - y - 12z - 3 = 0$ и $3x + y - 7z - 2 = 0$ и перпендикулярной плоскости $x + 2y + 5z - 1 = 0$.
2. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x - 2y + 3z - 1 = 0 \\ x - y + z + 5 = 0 \end{cases}$ перпендикулярно плоскости $2x + 2y - z + 5 = 0$.

Вариант № 33

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -1; 4)$ и $B(3; 2; -1)$ перпендикулярно плоскости $x + y + 2z - 3 = 0$.
2. Найти уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые: $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$, $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

Вариант № 34

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $M(3; -1; -5)$ и перпендикулярной плоскостям $3x - 2y + 2z + 7 = 0$ и $5x - 4y + 3z + 1 = 0$.
2. Дана плоскость $x + y - 2z - 6 = 0$ и вне её точка $M(1; 1; 1)$. Найти точку N симметричную точке M относительно данной плоскости.

Вариант № 35

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $x + 3y + 5z - 4 = 0$ и $x - y - 2z + 7 = 0$ и параллельно оси Oy .
2. Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ на плоскость $x + y + 2z - 5 = 0$.

Индивидуальное задание № 3 (кривые 2-го порядка)

Вариант № 1

1. Составить уравнение общей хорды окружностей $x^2 + y^2 = 16$ и $(x-5)^2 + y^2 = 9$.
2. Установить, какие линии определяются следующими уравнениями. Изобразить эти линии на чертеже
 - a) $y = +\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$;
 - b) $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}$;
 - c) $y = -\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$;
 - d) $y = +\frac{1}{7}\sqrt{49-x^2}$ /
3. Из точки $C(1; -10)$ проведены касательные к гиперболе $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$. Составить уравнение хорды, соединяющей точки касания.
4. Составить уравнения касательных к параболе $y^2 = 36x$, проведенных из точки $A(2; 9)$.

Вариант № 2

1. Найти множество середины хорд окружности $x^2 + y^2 = 4(y+1)$, проведенных через начало координат.
2. Вычислить расстояние от фокуса $F(c; 0)$ эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ до одной из директрис.
3. Составить уравнение касательной к гиперболе $x^2 - y^2 = 16$, проведенных из точки $A(-1; -7)$.
4. К параболу $y^2 = 2px$ проведена касательная. Доказать, что вершина этой параболы лежит посередине между точкой пересечения касательной с осью Ox и проекцией точки касания на ось Ox .

Вариант № 3

1. Составить уравнение касательных к окружности $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$, проведенных в точках пересечения окружности с прямой $x - y + 2 = 0$.

2. Через фокус эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{15} = 1$ проведен перпендикуляр к его большой оси. Определить расстояния от точек пересечения этого перпендикуляра с эллипсом до фокусов.
3. Составить уравнения касательных к гиперболе $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$, параллельных прямой $10x - 3y + 9 = 0$.
4. Из точки $A(5; 9)$ проведены касательные к параболе $y^2 = 5x$. Составить уравнение хорды, соединяющей точки касания.

Вариант № 4

1. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(1;2)$; $B(0;-1)$; $C(-3;0)$.
2. Эксцентриситет эллипса $e = \frac{2}{3}$, фокальный радиус точки M эллипса равен 10. Вычислить расстояние от точки M до односторонней с этим фокусом директрисы.
3. На гиперболе $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{18} = 1$ найти точку, ближайшую к прямой $3x + 2y + 1 = 0$.
4. Установить, что каждое из следующих уравнений определяет параболу, и найти координаты ее вершины A и величину параметра p :
- а) $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2$;
- б) $y = 4x^2 - 8x + 7$;
- с) $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 7$

Вариант № 5

1. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(5;0)$; $B(1;4)$, если её центр лежит на прямой $x + y - 3 = 0$.
2. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 5y^2 = 20$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что расстояние между фокусами $2c=6$ и эксцентриситет $e = \frac{3}{2}$.
4. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(4; 3)$ и директриса $x - 5 = 0$.

Вариант № 6

1. Найти угол между радиусами окружности $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$, проведенными в точки её пересечения с осью OY .
2. Дан эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Найти его полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения директрис.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что расстояние между директрисами равно $\frac{228}{13}$ и расстояние между фокусами $2c=26$.
4. Вывести условие, при котором прямая $y = kx + b$ касается параболы $y^2 = 2px$.

Вариант № 7

1. Найти уравнение окружности, симметричной с окружностью $x^2 + y^2 = 2x + 4y - 4$ относительно прямой $x - y - 3 = 0$.
2. Дан эллипс $9x^2 + 5y^2 = 45$. Найти его полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения директрис.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$ и эксцентриситет $e = \frac{3}{2}$.
4. Составить уравнение прямой, которая касается параболы $y^2 = 8x$ и параллельна прямой $2x + 2y - 3 = 0$.

Вариант № 8

1. Составить уравнение окружности, если её центр лежит на прямой $3x - y - 2 = 0$ и окружность проходит через точки $A(3;1)$ и $B(-1;3)$.
2. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса $9x^2 + 5y^2 = 1$, две другие лежат с концами его малой оси.
3. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и прямой $9x + 2y - 24 = 0$.
4. Составить уравнение прямой, которая касается параболы $y^2 = 16x$ и перпендикулярна к прямой $2x + 4y + 7 = 0$.

Вариант № 9

1. Составить уравнение окружности, описанной около треугольника, стороны которого заданы уравнениями $9x - 2y - 41 = 0$, $7x + 4y + 7 = 0$, $x - 3y + 1 = 0$.
2. Определить эксцентриситет эллипса, если его малая ось видна из фокусов под углом 60° .
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны точки $M_1(6; -1)$, $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ гиперболы.
4. Вычислить длину стороны правильного треугольника ABC , вписанного в параболу с параметром p , в предположении, что A совпадает с вершиной параболы.

Вариант № 10

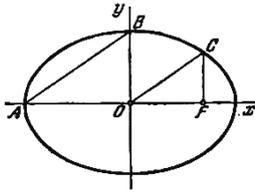
1. Составить уравнение хорды окружности $x^2 + y^2 = 49$, делящейся в точке $A(1; 2)$ пополам.
2. Определить эксцентриситет эллипса, если :
отрезок между фокусами виден и вершин малой оси под прямым углом;
расстояние между директрисами в три раза больше расстояния между фокусами.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если дана точка $M_1\left(-3; \frac{5}{2}\right)$ гиперболы и уравнение директрис $x = \pm \frac{4}{3}$.
4. Поздравляем! Вам выпал счастливый билет ! Задания не будет!

Вариант № 11

1. Составить уравнение диаметра окружности $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 17 = 0$ перпендикулярного к прямой $5x + 2y - 13 = 0$.
2. Составить уравнения касательных к эллипсу $\frac{x^2}{10} + \frac{2y^2}{5} = 1$, параллельных прямой $3x + 2y + 7 = 0$.
3. Установить, какая линия определяется уравнением $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}$. Изобразить её на чертеже.
4. Написать уравнение параболы, если известно, что она проходит через точки пересечения прямой $x + y = 0$ и окружности $x^2 + y^2 - 4x = 0$ и симметрична относительно оси OX .

Вариант № 12

1. Определить, при каких значениях углового коэффициента к прямой $y = kx$ пересекает окружность $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$, касается её, проходит вне её.
2. Через фокус F эллипса проведен перпендикуляр к его большой оси (см. рис.). Определить, при каком значении эксцентриситета эллипса отрезки \overline{AB} и \overline{OC} будут параллельны.



3. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$. Изобразить её на чертеже.
4. Даны вершина параболы $A(6; -3)$ и уравнение ее директрисы $3x - 5y + 1 = 0$. Найти фокус F этой параболы.

Вариант № 13

1. Установить, какие линии определяются следующими уравнениями, изобразить на рисунке:
- a) $y = +\sqrt{9 - x^2}$ b) $y = -\sqrt{25 - x^2}$
 c) $y = -\sqrt{4 - y^2}$ d) $x = +\sqrt{16 - y^2}$
2. Составить уравнения касательных к эллипсу $\frac{x^2}{10} + \frac{2y^2}{5} = 1$, перпендикулярных к прямой $3x + 2y + 7 = 0$.
3. Дано уравнение равносторонней гиперболы $x^2 - y^2 = a^2$. Найти ее уравнение в новой системе, приняв за оси координат ее асимптоты.
4. Определить площадь треугольника, у которого одна вершина принадлежит директрисе параболы $y^2 = 4x$, а две другие служат концами хорды, проходящей через фокус, перпендикулярно оси Ox .

Вариант № 14

1. Определить уравнение линии центров окружностей, заданных уравнениями:
- a) $(x - 3)^2 + y^2 = 9$ и $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 б) $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ и $x^2 + y^2 - 6x = 0$
2. Составить каноническое уравнение эллипса, если его малая ось равна 16, а эксцентриситет $e = \frac{3}{5}$.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны точки $M_1(6; -1)$, $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ гиперболы.
4. На параболе $y^2 = 16x$ найти точки, фокальный радиус которых равен 13.

Вариант № 15

1. Написать уравнение окружности радиуса $R = \sqrt{5}$, касающихся прямой $x - 2y - 1 = 0$ в точке $M(3; 1)$.

2. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно 6, а расстояние между директрисами равно $\frac{50}{3}$.
3. Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет $e = 2$.
4. На параболе $y^2 = 12x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 9.

Вариант № 16

1. Какие из уравнений определяют окружность:
- $$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0,$$
- $$x^2 + y^2 + 6x - 4y - 14 = 0,$$
- $$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0.$$
2. Эксцентриситет эллипса $e = \frac{1}{3}$, центр его совпадает с началом координат, одна из директрис задана уравнением $x = 16$. Вычислить расстояние от точки M_1 эллипса с абсциссой, равной -4, до фокуса, одностороннего с данной директрисой.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которого расположены на оси ординат симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что расстояние между директрисами равно $\frac{50}{7}$ и эксцентриситет $e = \frac{7}{5}$.
4. Мостовая арка имеет форму параболы. Определить параметр этой параболы, зная, что пролет арки равен 24 м и высоты 6 м.

Вариант № 17

1. Составить уравнение окружности, если её центр совпадает с точкой $C(1, -1)$, и прямая $5x - 12y + 9 = 0$ является касательной к окружности.
2. Эксцентриситет эллипса $e = \frac{1}{3}$, центр его совпадает с началом координат, один из фокусов $(-2; 0)$. Вычислить расстояние от точки M_1 эллипса с абсциссой, равной 2, до директрисы, односторонней с данным фокусом.
3. Доказать, что произведение расстояний от любой точки гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ до двух её асимптот есть величина постоянная, равная $\frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$.

4. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(4; 3)$ и директриса $y + 1 = 0$.

Вариант № 18

1. Составить уравнение окружности, если её центр совпадает с началом координат, и прямая $3x - 4y + 20 = 0$ является касательной к окружности.

2. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между его директрисами равно 5, и расстояние между фокусами равно 4.

3. Доказать, что расстояние от фокуса гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ до её асимптоты равно b .

4. Под каким углом к горизонту брошен камень, который, двигаясь по параболе, ушел на расстояние 24 м от начального положения. Определить параметр траектории, зная, что наибольшая высота, достигнутая камнем, 6 м.

Вариант № 19

1. Составить уравнение окружности, которая имеет центр на прямой $2x + y = 0$, касается прямых $4x - 3y + 10 = 0$ и $4x - 3y - 30 = 0$.

2. Вывести условие, при котором прямая $y = kx + m$ касается эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

3. Доказать, что уравнению $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$ определяет гиперболу, найти координаты её центра S , полуоси, эксцентриситет, уравнения асимптот и уравнения директрис.

4. Вывести условие, при котором прямая $y = kx + b$ касается параболы $y^2 = 2px$.

Вариант № 20

1. Составить уравнение окружности, касающейся параллельных прямых $2x + y - 5 = 0$ и $2x + y + 15 = 0$, причем одной из них в точке $A(2,1)$.

2. Из точки $A\left(\frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right)$ проведены касательные к эллипсу $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. Составить их уравнения.

3. Определить, при каких значениях m прямая $y = \frac{5}{2}x + m$ пересекает гиперболу $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$, касается её, проходит вне гиперболы.

4. Стальной трос подвешен за два конца; точки крепления расположены на одинаковой высоте; расстояние между ними равно 20 см. Величина его прогиба на расстоянии 2 м от точки крепления, считая по горизонтали, равна 14,4 см. Определить величину прогиба этого троса в середине между точками крепления, приближенно считая, что трос имеет форму дуги параболы.

Вариант № 21

1. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(1;1)$, $B(1;-1)$ $C(2;0)$

2. Определить точки эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$, расстояние которых до правого фокуса равно 14.

3. Провести касательные к гиперболе $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1$ параллельно прямой $2x + 4y - 5 = 0$ и вычислить расстояние d между ними.

4. Из точки $P(-3; 12)$ проведены касательные к параболе $y^2 = 10x$. Вычислить расстояние d от точки P до хорды параболы, соединяющей точки касания.

Вариант № 22

1. Определить длину хорды окружности $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10$, делящейся в точке $A(1; 2)$ пополам.

2. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат симметрично начала координат, зная что его малая ось равна 16, а эксцентриситет $e = \frac{3}{5}$.

3. Найти точку пересечения прямой $2x - y - 10 = 0$ и гиперболы $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$.

4. Провести касательную к параболе $y^2 = 12x$ параллельно прямой $3x - 2y + 30 = 0$ и вычислить расстояние d между этой касательной и данной прямой.

Вариант № 23

1. Составить уравнение касательной к окружности $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ в точке $A(-5; 7)$.

2. Найти точки пересечения прямой $3x + 10y - 25 = 0$ и эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

3. Из точки $P(1;-5)$ проведены касательные к гиперболе $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{5} = 1$. Вычислить расстояние d от точки P до хорды гиперболы, соединяющей точки касания.

4. На параболе $y^2 = 64x$ найти точку M_1 , ближайшую к прямой $4x + 3y - 14 = 0$, и вычислить расстояние d от точки M_1 до этой прямой.

Вариант № 24

1. Составить уравнение диаметра окружности $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$, проходящего через середину хорды, отсекаемой на прямой $x - 2y - 3 = 0$.

2. Найти точки пересечения прямой $x + 2y - 7 = 0$ и эллипса $x^2 + 4y^2 = 25$.

3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично

относительно начала координат, если даны точки $M_1(6; -1)$, $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ гиперболы.

4. Доказать, что две параболы, имеющую общую ось и общий фокус, расположенный между ее вершинами, пересекаются под прямым углом.

Вариант № 25

1. Составить уравнение окружности, которая, имея центр на прямой $2x + y = 0$, касается прямых $4x - 3y + 10 = 0$, $4x - 3y - 30 = 0$.

2. Через фокус эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{15} = 1$ проведен перпендикуляр к его большой оси. Определить расстояния от точек пересечения этого перпендикуляра с эллипсом до фокусов.

3. Составить уравнения касательных к гиперболе $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$, параллельных прямой $10x - 3y + 9 = 0$.

4. На параболе $y^2 = 12x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 9.

Вариант № 26

1. Определить, как расположена прямая относительно окружности (пересекает ли, касается или проходит вне ее), если прямая и окружность заданы следующими уравнениями:

$$y = x + 10, \quad x^2 + y^2 - 1 = 0,$$

$$y = 2x - 3, \quad x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0,$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, \quad x^2 + y^2 - 8y + 2x + 12 = 0.$$

2. Составить уравнения касательных к эллипсу $\frac{x^2}{10} + \frac{2y^2}{5} = 1$, параллельных прямой $3x + 2y + 7 = 0$.

3. Составить уравнение касательной к гиперболе $x^2 - y^2 = 16$, проведенных из точки $A(-1; -7)$.

4. Установить, что каждое из следующих уравнений определяет параболу, и найти координаты ее вершины A и величину параметра p :

a) $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2$;

b) $y = 4x^2 - 8x + 7$;

c) $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 7$

Вариант № 27

1. Составить уравнения касательных к окружности $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$, проведенных в точках пересечения окружности с прямой $x - y + 2 = 0$.
2. Из точки $A\left(\frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right)$ проведены касательные к эллипсу $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. Составить их уравнения.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если даны точки $M_1(6; -1)$, $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ гиперболы.
4. На параболе $y^2 = 64x$ найти точку M_I , ближайшую к прямой $4x + 3y - 14 = 0$, и вычислить расстояние d от точки M_I до этой прямой.

Вариант № 28

1. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(1;2)$, $B(0;-1)$ $C(-3;0)$.
2. Вычислить расстояние от фокуса $F(c;0)$ эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ до односторонней с этим фокусом директрисы.
3. Составить уравнения касательных к гиперболе $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$, параллельных прямой $10x - 3y + 9 = 0$.
4. Провести касательную к параболе $y^2 = 12x$ параллельно прямой $3x - 2y + 30 = 0$ и вычислить расстояние d между этой касательной и данной прямой.

Вариант № 29

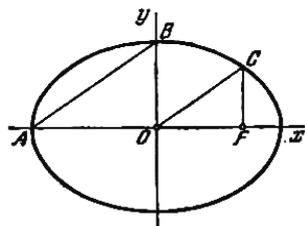
1. Составить уравнение общей хорды окружностей $x^2 + y^2 = 16$ и $(x-5)^2 + y^2 = 9$.
2. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно 6, а расстояние между директрисами равно $\frac{50}{3}$.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которого расположены на оси ординат симметрично относительно начала координат, зная, кроме того, что расстояние между директрисами равно $\frac{50}{7}$ и эксцентриситет $e = \frac{7}{5}$.
4. На параболе $y^2 = 16x$ найти точки, фокальный радиус которых равен 13.

Вариант № 30

1. Найти множество середины хорд окружности $x^2 + y^2 = 4(y+1)$, проведенных через начало

координат.

2. Через фокус F эллипса проведен перпендикуляр к его большой оси (см. рис.). Определить, при каком значении эксцентриситета эллипса отрезки \overline{AB} и \overline{OC} будут параллельны.



3. Доказать, что произведение расстояний от любой точки гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ до двух её асимптот есть величина постоянная, равная $\frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$.

4. Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ и параболы $y^2 = 24x$.

Индивидуальное задание № 4 (производные)

Вариант № 1

найти производные y'_x :

$$1. y = (1 + \sqrt[3]{x})^3,$$

$$6. \ln x + e^{-\frac{y}{x}} = c,$$

$$2. y = 5 \operatorname{tg} \frac{x}{5} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{8},$$

$$7. \begin{cases} x = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}; \end{cases}$$

$$3. y = \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x^2},$$

$$8. y = x \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$4. y = x \cdot 10^{\sqrt{x}},$$

(в 8 применить логарифмическое дифференцирование)

$$5. y = e^{ax} (a \sin x - \cos x),$$

Вариант № 2

найти производные y'_x :

$$1. y = \sqrt{1 + \sqrt{2px}},$$

$$6. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

$$2. y = \sin \frac{x}{2} \cdot \sin 2x,$$

$$7. \begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3; \end{cases}$$

$$3. y = \operatorname{arctg}(x^2 - 3x + 2),$$

$$8. y = \frac{x^2}{1-x} \cdot \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}$$

$$4. y = x \cdot e^{1-\cos x},$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

$$5. y = 2^{\frac{x}{\ln x}},$$

Вариант № 3

найти производные y'_x :

$$1. y = \sqrt[3]{x^6 - 8},$$

$$2. y = \sin^2 \frac{x}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{x}{3},$$

$$3. y = \arccos \sqrt{1 - 3x},$$

$$4. y = e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}},$$

$$5. y = e^x \cdot (\sin 3x - 3 \cos 3x),$$

$$6. \sin(xy) + \cos(xy) = \operatorname{tg}(x + y),$$

$$7. \begin{cases} x = \frac{1}{t+1}, \\ y = \left(\frac{t}{t+1}\right)^2; \end{cases}$$

$$8. y = x \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}.$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 4

найти производные y'_x :

$$1. y = \sqrt{a^2 - x^2} - a \cdot \arccos \frac{x}{a},$$

$$2. y = \cos 2x \cdot \ln x,$$

$$3. y = \arcsin(\sqrt{\sin x}),$$

$$4. y = \ln \frac{1 - e^x}{e^x},$$

$$5. y = 10^{x \operatorname{tg} x},$$

$$6. x^4 + y^4 = x^2 y^2,$$

$$7. \begin{cases} x = a \left(\ln \operatorname{tg} \frac{t}{2} + \cos t - \sin t \right), \\ y = a(\sin t + \cos t); \end{cases}$$

$$8. y = \sqrt{\frac{x(x-1)}{x-2}}$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 5

найти производные y'_x :

$$1. y = x - \sqrt{1 - x^2} \cdot \arcsin x,$$

$$2. y = 3 \cos^2 x - \cos^3 x,$$

$$3. y = x \cdot \arcsin(\ln x),$$

$$4. y = \ln(e^x \cos x + e^{-x} \sin x),$$

$$5. y = \sin x \cdot e^{\cos x},$$

$$6. y^3 = \frac{x-y}{x+y},$$

$$7. \begin{cases} x = e^{-t}, \\ y = e^{2t}; \end{cases}$$

$$8. y = \sqrt[3]{x^2} \cdot \frac{1-x}{1+x^2} \cdot \sin^3 x \cdot \cos^2 x$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 6

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{\sqrt[9]{4x^5 + 2}}{3x^4},$$

$$2. y = \frac{1}{18} \sin^6 3x - \frac{1}{24} \sin^8 3x,$$

$$3. y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}},$$

$$4. y = e^x \sin x \cos^3 x,$$

$$5. y = a^{\sin^3 x},$$

$$6. xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y},$$

$$7. \begin{cases} x = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}; \end{cases}$$

$$8. y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 7

найти производные y'_x :

$$1. y = 3^{\sin x},$$

$$2. y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{10},$$

$$3. y = \frac{\arcsin 4x}{1-4x},$$

$$4. y = \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x},$$

$$5. y = \ln \operatorname{arctg} \frac{1}{1+x},$$

$$6. e^y = x + y,$$

$$7. \begin{cases} x = \frac{3at}{(1+t)^3}, \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3}; \end{cases}$$

$$8. y = x \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}.$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 8

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{1}{\sqrt[3]{x + \sqrt{x}}},$$

$$2. y = \frac{\sin 3x}{2 \sin^2 x \cdot \cos x},$$

$$3. y = \arcsin(n \sin x),$$

$$4. y = \ln \frac{x + \sqrt{1-x^2}}{x},$$

$$5. y = \frac{1+e^x}{1-e^x},$$

$$6. \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a},$$

$$7. \begin{cases} x = a \cdot \cos^3 t, \\ y = b \cdot \sin^3 t; \end{cases}$$

$$8. y = (x+1)^{\frac{2}{x}}$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 9

найти производные y'_x :

$$1. y = \sqrt{1 + tg^2 x + tg^4 x},$$

$$2. y = \sin^2 \frac{x}{3} \cdot ctg \frac{x}{2},$$

$$3. y = \arccos \sqrt{1 - 3x},$$

$$4. y = \log_3(x^2 - \sin x),$$

$$5. y = e^{\sqrt{\ln x}},$$

$$6. \ln y + \frac{x}{y} = c,$$

$$7. \begin{cases} x = \sqrt{t^2 + 1}, \\ y = \frac{t - 1}{\sqrt{t^2 + 1}}; \end{cases}$$

$$8. y = (\arctg x)^x$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 10

найти производные y'_x :

$$1. y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}},$$

$$2. y = \sin^2 \left(\frac{1 - \ln x}{x} \right),$$

$$3. y = \frac{2}{3} \arctg x + \frac{1}{3} \arctg \frac{x}{1 - x^2},$$

$$4. y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right),$$

$$5. y = 10^{2x-3},$$

$$6. x^3 + x^2 y + y^2 = 0,$$

$$7. \begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t}; \end{cases}$$

$$8. y = (x + 1)(2x + 1)(3x + 1)$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 11

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{2x}},$$

$$2. y = \frac{\sin^2 x}{1 + ctgx} + \frac{\cos^2 x}{1 + tgx},$$

$$3. y = \arctg \frac{x + 1}{x - 1},$$

$$4. y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}},$$

$$5. y = 2^{\frac{x}{\ln x}},$$

$$6. y^2 = x + \ln \frac{y}{x},$$

$$7. \begin{cases} x = \frac{2at}{1 + t^2}, \\ y = \frac{a(1 - t^2)}{1 + t}; \end{cases}$$

$$8. y = (\cos x)^{\sin x}$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 12

найти производные y'_x :

$$1. y = \sqrt[3]{9 + 6\sqrt{x^9}},$$

$$2. y = \sin x \cdot e^{\cos x},$$

$$3. y = x(\arcsin x)^2 - 2x + 2\sqrt{1-x^2} \arcsin x,$$

$$4. y = \ln \operatorname{tg} x,$$

$$5. y = \sqrt{1+e^x},$$

$$6. y^2 = 2px,$$

$$7. \begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t), \\ y = a(\sin t - t \cos t); \end{cases}$$

$$8. y = x^{\ln x}$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 13

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{1 + \sqrt[3]{2x}},$$

$$2. y = \sin \sqrt{1+x^2},$$

$$3. y = \operatorname{arctg} x^2,$$

$$4. y = xe^x,$$

$$5. y = e^{\arcsin 2x},$$

$$6. x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}},$$

$$7. \begin{cases} x = e^t \sin t, \\ y = e^t \cos t; \end{cases}$$

$$8. y = x^{\ln x}.$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 14

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}},$$

$$2. y = \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x,$$

$$3. y = \sqrt{1 + \operatorname{tg} \left(x + \frac{1}{x} \right)},$$

$$4. y = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x},$$

$$5. y = e^x \cos x,$$

$$6. x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}},$$

$$8. y = (\operatorname{arctg} x)^x.$$

$$7. \begin{cases} x = \frac{t+1}{t}, \\ y = \frac{t-1}{t}; \end{cases}$$

(в 8 примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 15

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}},$$

$$2. y = \sqrt{x} \operatorname{arctg} x,$$

$$3. y = x \ln x,$$

$$4. y = \frac{\cos x}{e^x},$$

$$5. y = e^x (\sin 3x - 3 \cos 3x),$$

$$6. 2^x + 2^y = 2^{x+y},$$

$$7. \begin{cases} x = a(\phi - \sin \phi), \\ y = a(1 - \cos \phi); \end{cases}$$

$$8. y = (\sin x)^{\cos x} \text{ (применив логарифмическое дифференцирование)}$$

Вариант № 16

найти производные y'_x :

$$1. y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}},$$

$$2. y = \sin(\sin x),$$

$$3. y = \arccos \frac{2x-1}{\sqrt{3}},$$

$$4. y = 2^{\frac{x}{\ln x}},$$

$$5. y = \frac{\ln x}{1+x^2},$$

$$6. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

$$7. \begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = b \sin^3 t; \end{cases}$$

$$8. y = x^{\frac{1}{x}} \text{ (применив логарифмическое дифференцирование).}$$

Вариант № 17

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{a}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{b}{x\sqrt[3]{x}},$$

$$2. y = \operatorname{arctg} x + \arcsin x,$$

$$3. y = e^x \arcsin x,$$

$$4. y = \sqrt[3]{a+bx^3},$$

$$5. y = \sqrt{1+e^x},$$

$$6. xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y},$$

$$7. \begin{cases} x = 2t-1, \\ y = t^3; \end{cases}$$

$$8. y = x\sqrt{x} \text{ (применив логарифмическое дифференцирование).}$$

Вариант № 18

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}},$$

$$2. y = x \operatorname{ctg} x,$$

$$3. y = \frac{e^x}{x^2},$$

$$4. y = \frac{1}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin^2 x},$$

$$5. y = \ln(\arcsin 5x),$$

$$6. xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y},$$

$$7. \begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = b \sin^3 t; \end{cases}$$

$$8. y = \sqrt[3]{x} \text{ (применив логарифмическое дифференцирование).}$$

Вариант № 19

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{2x+3}{x^2-5x+5},$$

$$5. y = \operatorname{arctg} \ln \frac{1}{x},$$

$$2. y = 2x \sin x - (x^2 - 2) \cos x,$$

$$6. \ln x + e^{-\frac{y}{x}} = c,$$

$$3. y = \frac{e^x}{x^3},$$

$$7. \begin{cases} x = \frac{1}{t+1}, \\ y = \left(\frac{t}{t+1}\right)^2; \end{cases}$$

$$4. y = 2x + 5 \cos^3 \frac{1}{x},$$

$$8. y = x^{\sin x} \text{ (применив логарифмическое дифференцирование).}$$

Вариант № 20

найти производные y'_x :

$$1. y = \frac{a}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{b}{x\sqrt{x}},$$

$$5. y = \sqrt{1+e^x},$$

$$2. y = \operatorname{arctg} x + \arcsin x,$$

$$6. xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y},$$

$$3. y = e^x \arcsin x,$$

$$7. \begin{cases} x = 2t-1, \\ y = t^3; \end{cases}$$

$$4. y = \sqrt[3]{a+bx^3},$$

$$8. y = x\sqrt{x} \text{ (применив логарифмическое дифференцирование).}$$

Вариант № 21

найти производные y'_x :

$$1. y = \operatorname{arctg}(x^2 - 3x + 2),$$

$$5. y = \ln(e^x \cos x + e^{-x} \sin x),$$

$$2. y = x^2 \cdot \operatorname{arctg} x^3,$$

$$6. \begin{cases} x = 3 \cos x, & \frac{dy}{dx} = ?, \\ y = 4 \sin x; \end{cases}$$

$$3. y = \frac{2 \cos x^3}{\sqrt{\cos^2 x}},$$

$$7. x^3 + y^3 - 3axy = 0,$$

$$4. y = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x,$$

$$8. x^y = y^x \text{ (применить логарифмическое диф-ние)}$$

Вариант № 22

найти производные y'_x :

$$1. y = \sin(3x+5),$$

$$5. y = \ln \operatorname{tg} \frac{1}{1+x},$$

2. $y = \sin(\sin x)$,

6. $y = \cos(x + y)$,

3. $y = 2^{\frac{x}{\ln x}}$,

7.
$$\begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1} \\ y = \frac{t}{t^2}-1, \end{cases}$$

4. $y = \frac{x}{e^x}$,

8. $y = x^{\sin x}$. (применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 23найти производные y'_x :

1. $y = \sqrt{1-2x^3}$,

2. $y = \cos^3 4x$,

3. $y = 10^{x+tgx}$,

4. $y = \ln^2 x$,

5. $y = e^{\frac{1}{\ln x}}$,

6. $y^2 - 2xy + b^2 = 0$,

7.
$$\begin{cases} x = 2t - 1, \\ y = t^3; \end{cases}$$

8. $y = x^x$.

(в 8-м примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 24найти производные y'_x :

1. $y = \frac{x}{1 - \cos x}$,

5. $y = tg \frac{1-e^x}{1+e^x}$,

2. $y = \cos^2 x$,

6. $x \sin y - \cos y + \cos 2y = 0$,

3. $y = \frac{\ln x}{1+x^2}$,

7.
$$\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t, \end{cases}$$

4. $y = x \cdot 10^x$,

8. $y = x^{\frac{1}{x}}$.

(в 8-м примере применить логарифмическое дифференцирование)

Вариант № 25найти производные y'_x :

1. $y = \sqrt[3]{2+x^2}$,

5. $y = \frac{1}{\ln x}$,

2. $y = \sin^2(\cos 3x)$,

6. $y = 1 + xe^y$,

3. $y = a^x x^a,$

7. $\begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t - t^3; \end{cases} \frac{dy}{dx} = ?$

4. $y = \frac{1}{3^x},$

8. $y = x \cdot e^x.$

(в 8-м примере применить логарифмическое дифференцирование)

Индивидуальное задание № 5(Интегралы)

Вариант №1

1. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \ln(1 + x^2) dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4 + 1}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin x \cdot \sin 3x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + x)}$$

Вариант №2

1. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \ln(1 + x^2) dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4 + 1}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin x \cdot \sin 3x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + x)}$$

Вариант №3

1. Найти интеграл

$$\int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x^2 e^x \sin x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{1+x}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \cos^6 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{2x dx}{x^2 + 3x - 4}$$

Вариант №4

1. Найти интеграл

$$\int \cos(1-2x) dx$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x^2 e^{\frac{x}{2}} dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin 7x \cdot \sin 3x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x^2 dx}{(x^2 + 2)(x + 1)}$$

Вариант №5

1. Найти интеграл

$$\int \left(x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \frac{x \cdot \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2+1}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \cos^3 x \cdot \sin^6 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x-8}{x^3-4x^2+4x} dx$$

Вариант №6

1. Найти интеграл

$$\int \frac{2x+3}{x^2+5} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \arctg x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int x^3 \sqrt{a^2-x^2} dx$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \frac{\sin x dx}{(1-\cos x)^2}$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{xdx}{(x-1)^2(x^2-1)}$$

Вариант №7

1. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{1+x^3} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin^4 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{9-5x}{x^3-6x^2+x-6} dx$$

Вариант №8

1. Найти интеграл

$$\int tg^2 x dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x \cdot 3^x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin^2 3x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x^2+1}{x^3-3x^2+3x-1} dx$$

Вариант №9

1. Найти интеграл

$$\int \frac{(1+\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \cos^4 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{1+\sqrt[4]{x}}{x+\sqrt{x}} dx$$

Вариант №10

1. Найти интеграл

$$\int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \arcsin x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{x-1}} dx$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin^5 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{7x-15}{x^3-2x^2+3x} dx$$

Вариант №11

1. Найти интеграл

$$\int \frac{1+x^2}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{dx}{1+\sqrt{1+x}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \cos^2 5x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{dx}{x^3+x}$$

Вариант №12

1. Найти интеграл

$$\int \frac{1+x^2}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int \arccos x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2-4\sqrt{x}}} dx$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x dx}{x^3 - 1}$$

Вариант №13

1. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{2x - 1}$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x e^{-x} dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \cos^5 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{dx}{x^2 - x}$$

Вариант №14

1. Найти интеграл

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int 3x \cos 3x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$$

Вариант №15

1. Найти интеграл

$$\int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + a^2} dx.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x \cos x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx$$

Вариант №16

1. Найти интеграл

$$\int \operatorname{tg} 3x dx$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x \cdot \sin 2x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^3 x}$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx$$

Вариант №17

1. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5x}}.$$

2. Вычислить интегрированием по частям

$$\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$$

3. Найти интеграл путем замены переменной

$$\int \frac{2x}{x^4 + 3} dx$$

4. Интегрирование тригонометрических функций

$$\int \sin 4x \cdot \cos^2 x dx$$

5. Интегрирование дробно-рациональных функций

$$\int \frac{x^4 dx}{x^4 - 2x^2 + 1}$$

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \frac{3}{x}, y = 4e^x, y = 3, y = 4.$$

$$y = \frac{3}{x}, y = 8e^x, y = 3, y = 8.$$

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

Проверка знаний студентов осуществляется путем проведения контрольных работ, сдачи индивидуальных заданий, семестровыми зачетами и экзаменами. Темы контрольных работ и индивидуальных заданий отражены в программах семестровых экзаменов

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства - наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Определители 2-го и 3-го порядка. Действия над определителями. Системы линейных неоднородных уравнений. Матрицы.	ОПК-3	Знает	Проверка домашних заданий (УО-1)	Экзамен вопросы №5,8,10,11.
			Умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях (ПР-2)	Экзамен вопросы №16,17,21,26,27,31
			Владеет	Выполнение к/р на 4 неделе	Экзамен вопросы №20,21,37,41,45,47
2	Векторная алгебра. Действия над векторами. Прямая на плоскости	ОПК-3	Знает	Проверка домашних заданий (УО-1)	Экзамен вопросы №1,3,6,7,9,14.
			Умеет	Проверка домашних заданий (УО-	Экзамен вопросы №28,29,32,33,34,35,46,5

				1)	1,52
			Владеет	Сдача индивидуальных домашних заданий на 5 неделе. Срок сдачи 6 неделя (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №15,18,19,23,25.
3	Кривые второго порядка	ОПК-3	Знает	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №2,4,12,22.
			Умеет	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №24,30,36,
			Владеет	Сдача индивидуальных домашних заданий на 7 неделе. Срок сдачи 8 неделя. (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №42,43,50.
4	Предел функции. Предел переменной	ОПК-3	Знает	Опрос знания теории(УО-1)	Экзам вопросы №54,55,56,57
			Умеет	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №58,59,60,61,62.
			Владеет	Выполнение к/р на 10 неделе. (ПР-2).	Экзам вопросы №63,66,67.
5	Производная функции	ОПК-3	Знает	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №64,65.
			Умеет	Разбор домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №66.
			Владеет	Сдача индивидуальных домашних заданий на 12 неделе. Срок сдачи 13 неделя (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №68,69,70.
6	Первообразная функции.	ОПК-3	Знает	Проверка домашних	Экзам вопросы №71,72

	Неопределенный интеграл			заданий (УО-1), (ПР-2).	„
			Умеет	Опрос знания теории (УО-1),	Экзам вопросы №74,75
			Владеет		Экзам вопросы №75.
7		ОПК-3	18 неделя	Экзамен за 1 семестр по результатам рейтинга	Экзамен за 1 семестр
8	Неопределенный интеграл. Свойства, методы интегрирования	ОПК-3	Знает	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №73,75
			Умеет	Проверка домашних заданий УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №76.
			Владеет	. Выполнение к/р на 20 неделе. (ПР-2).	Экзам вопросы №76,77
9	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Функции многих переменных	ОПК-3	Знает	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №79-84.
			Умеет	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №85-90.
			Владеет	Сдача индивидуальных домашних заданий на 22 неделе. Срок сдачи 23 неделя. (УО-1), (ПР-2). Тестовый контроль(ПР-1).	Экзам вопросы №91-96.
10	Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения. Методы решения	ОПК-3	Знает		Экзам вопросы №97-105
			Умеет		Экзам вопросы №106-109
			Владеет	Сдача индивидуальных домашних заданий на 28	Экзам вопросы №110.

				неделе. Срок сдачи 29 неделя(УО-1), (ПР-2).	
11	Ряды. Свойства. Применение	ОПК-3	Знает	Проверка домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№111
			Умеет	Разбор домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№111-112
			Владеет	Проверка домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№112-113
				Разбор домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№113-114

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

(электронные и печатные издания)

1. Математика [Электронный ресурс] / Шабунин М.И. - М. : БИНОМ, 2012. - [http://www.studentlibrary.ru / book / ISBN9785996309252.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309252.html)

2. Конспект лекций по высшей математике : [полный курс] / Д. Т. Письменный Москва : Айрис-пресс, 2010 -603 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:417053&theme=FEFU>

3. Курс высшей математики : учебное пособие / Р. П. Шепелева ; Дальневосточный федеральный университет, Институт математики и компьютерных наук, Кафедра математического анализа Владивосток : Изд-во Дальневосточного федерального университета, 2011 – 337 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418094&theme=FEFU>

4. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч 1.: учебное пособие. –Минск «Высшая школа», 2013. – 304 с. Ссылка: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65409

5.Любарский М.Г. Векторная алгебра и ее приложение. Web, 2010 (pdf), 166 с.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Lyubarskij2010ru.pdf>

6. Математика [Электронный ресурс] : учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М. : ГЭОТАР-Медиа, 2013. - [http://www.studentlibrary.ru / book / ISBN9785970426968.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785970426968.html) <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785970426968.html>

Дополнительная литература

(печатные и электронные издания)

1.Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления т.1,2.М.Наука. 1990.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:315151&theme=FEFU>

2.Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов под ред. Б.П. Демидовича. М.: Астрель.- 2004.- 558 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:7674&theme=FEFU>

3.Проскураков И.В.. Сборник задач по линейной алгебре СПб: Физматлит.- 2001.-382 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:17681&theme=FEFU>

4.Бурыйлин А.М. Ряды и интегралы Фурье. Л.: СПбГУ, 2002 (pdf), 127 с.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Budylin2002ru>
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Budylin2002ru>

5. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М. : БИНОМ, 2015." - [http://www.studentlibrary.ru / book / ISBN9785996328857.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html)
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html>

6.Калинин В.В., Петрова И.В., Харин В.Т. Неопределенные и определенные интегралы. М.: МГУНГ им.И.М.Губкина, 2005 (pdf), 153с.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/KalininPetrovaXarin2005ru.pdf>

7.М.М. Постников. Линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, - 400 с.
<http://e.lanbook.com/view/book/319/>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://e.lanbook.com/>
2. <http://www.studentlibrary.ru/>
3. <http://znanium.com/>
4. <http://www.nelbook.ru/>

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для успешного достижения учебных целей занятий должны выполняться следующие основные требования:

-соответствие действий обучающихся ранее изученным на лекционных и семинарских занятиях методикам и методам.

-максимальное приближение действий студентов к реальным, соответствующим будущим функциональным обязанностям.

-поэтапное формирование умений и навыков, т.е. движение от знаний к умениям и навыкам, от простого к сложному и т.д..

-использование при работе на тренажерах или действующей технике фактических документов, технологических карт, бланков и т.п.

-выработка индивидуальных и коллективных умений и навыков.

- распределение времени, отведенного на занятие, на решение каждой задачи;

-подбор иллюстративного материала (графиков, таблиц, схем), необходимого для решения задач, продумывание расположения рисунков и записей на доске.

Студент должен:

- научиться работать с книгой, документацией и схемами, пользоваться справочной и научной литературой.

-формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию, просмотреть практикум с разобранными примерами, которые собраны в изучаемом курсе в системе Bb dvfu. После выполнения задания, студент отправляет его на проверку преподавателю в соответствующем «Назначении». Работа должна быть отослана в формате PDF одним документом. По данному курсу разработаны методические указания, которые выложены в системе Bb dvfu в соответствующем разделе.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории кампуса ДВФУ. Мультимедийная лекционная аудитория (мультимедийный проектор, настенный экран, документ-камера)

Читальные залы Научной библиотеки ДВФУ с открытым доступом к фонду: Моноблок Lenovo C360G-i34164G500UDK – 15 шт.

Интегрированный сенсорный дисплей Polymedia FlipBox - 1 шт.

Копир-принтер-цветной сканер в e-mail с 4 лотками Xerox WorkCentre 5330 (WC5330C – 1 шт. Скорость доступа в Интернет 500 Мбит/сек. Рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованы: портативными устройствами для чтения плоскочечатных текстов, сканирующими и читающими машинами видеоувеличителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и

ультразвуковыми маркировщиками.

VIII. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Паспорт фонда оценочных средств

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства - наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Определители 2-го и 3-го порядка. Действия над определителями. Системы линейных неоднородных уравнений. Матрицы.	ОПК-3	1 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1)	Экзам вопросы №5,8,10,11.
			2-3 недели	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях (ПР-2)	Экзам вопросы №16,17,21,26,27,31
			4 неделя	Выполнение к/р на 4 неделе	Экзам вопросы №20,21,37,41,45,47
2	Векторная алгебра. Действия над векторами. Прямая на плоскости	ОПК-3	5 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1)	Экзам вопросы №1,3,6,7,9,14.
			6 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1)	Экзам вопросы №28,29,32,33,34,35,46,51,52
			6 неделя	Сдача индивидуальных домашних заданий на 5 неделе. Срок сдачи 6 неделя (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №15,18,19,23,25.
3	Кривые второго порядка	ОПК-4	7 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №2,4,12,22.
			8 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №24,30,36,
			8 неделя	Сдача индивидуальных домашних заданий на 7	Экзам вопросы №42,43,50.

				неделе. Срок сдачи 8 неделя. (УО-1), (ПР-2).	
4	Предел функции. Предел переменной	ОПК-3	9 неделя	Опрос знания теории(УО-1)	Экзам вопросы№54,55,56,57
			9 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№58,59,60,61,62.
			10 неделя	Выполнение к/р на 10 неделе. (ПР-2).	Экзам вопросы№63,66,67.
5	Производная функции	ОПК-4	11 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№64,65.
			12-13 неделя	Разбор домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№66.
			14 неделя	Сдача индивидуальных домашних заданий на 12 неделе. Срок сдачи 13 неделя (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№68,69,70.
6	Первообразная функции. Неопределенный интеграл	ОПК-4	15неделя	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№71,72,.
			16 неделя	Опрос знания теории (УО-1),	Экзам вопросы№74,75.
			17 неделя		Экзам вопросы№75.
7		ОПК-3	18 неделя	Экзамен за 1 семестр по результатам рейтинга	Экзамен за 1 семестр
8	Неопределенный интеграл. Свойства, методы интегрирования	ОПК-4	19 неделя	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№73,75
			20 неделя	Проверка домашних заданий УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы№76.
			20 неделя	. Выполнение	Экзам

				к/р на 20 неделе. (ПР-2).	вопросы №76,77.
9	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Функции многих переменных	ОПК-3	21-22	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №79-84.
			21-22	Проверка домашних заданий (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №85-90.
			21-22	Сдача индивидуальных домашних заданий на 22 неделе. Срок сдачи 23 неделя. (УО-1), (ПР-2). Тестовый контроль(ПР-1).	Экзам вопросы №91-96.
10	Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения. Методы решения	ОПК-4	23-25 неделя		Экзам вопросы №97-105
			26-27 неделя		Экзам вопросы №106-109
			28-29 неделя	Сдача индивидуальных домашних заданий на 28 неделе. Срок сдачи 29 неделя (УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №110.
11	Ряды. Свойства. Применение	ОПК-4	30 неделя	Проверка домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №111
			31-32 неделя	Разбор домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №111-112
			33 неделя	Проверка домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №112-113
			34-35 неделя	Разбор домашних заданий(УО-1), (ПР-2).	Экзам вопросы №113-114

12		ОПК-4	36 неделя	Экзамен за 2 семестр по результату рейтинга	Экзамен за 2 семестр .
----	--	-------	-----------	---	------------------------

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-3 Способен применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием с использованием современной вычислительной техники	знает (пороговый уровень)	Порядок и сущность формулировки понятий, определений и теорем, актуальность теоретической и практической значимости их применения в исследованиях. Об основных понятиях и инструментах алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики.	Знание определений, основных понятий алгебры и геометрии, математического анализа, основных законов естественнонаучных (математических) дисциплин и их роли в профессиональной деятельности .	Использует базовые знания в области математики и физики при изучении свойств веществ и процессов с их участием
	умеет (продвинутый)	Проводить исследование в соответствии с поставленной целью и задачами, определять логику проведения исследования относительно оценки эффективности бизнес-проектов	Умение применять полученные знания для решения математических задач, использовать математический язык и символику при построении моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные. применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности

	владеет (высокий)	Инструментами и методами проведения исследований, методами анализа и обоснования эффективности бизнес-проектов, компьютерными программами	Владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих и научных задач, владение навыками работы с компьютером как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности	Использует стандартное программное обеспечение при решении задач химической направленности

<p>ОПК-4 Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач</p>	<p>знает (пороговый уровень)</p>	<p>Порядок и сущность формулировки понятий, определений и теорем, актуальность теоретической и практической значимости их применения в исследованиях. Об основных понятиях и инструментах алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики.</p>	<p>Знание определений, основных понятий алгебры и геометрии, математического анализа, основных законов естественнонаучных (математических) дисциплин и их роли в профессиональной деятельности .</p>	<p>Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности</p>
	<p>умеет (продвинутый)</p>	<p>Проводить исследование в соответствии с поставленной целью и задачами, определять логику проведения исследования относительно оценки эффективности бизнес-проектов</p>	<p>Умение применять полученные знания для решения математических задач, использовать математический язык и символику при построении моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные. применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования</p>	<p>. Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик</p>

	владеет (высокий)	Инструментами и методами проведения исследований, методами анализа и обоснования эффективности бизнес-проектов, компьютерными программами	Владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих и научных задач, владение навыками работы с компьютером как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности	Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием физических законов и представлений
--	-------------------	---	---	---

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Общепрофессиональные навыки	ОПК-3 Способность применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием с использованием современной вычислительной техники	ОПК-3.1. Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности ОПК-3.2. Использует стандартное программное обеспечение при решении задач химической направленности ОПК-3.2. Применяет основные законы, теории, модели, гипотезы физики
Физико-математическая и компьютерная грамотность при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-4 Способность планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач	ОПК-4.1. Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности ОПК-4.2. Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик ОПК-4.3. Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием физических законов и представлений

Критерии оценки знаний умений и навыков при текущей проверке

I. Оценка устных ответов:

Отметка "Отлично"

1. Дан полный и правильный ответ на основе изученных теорий.
2. Материал понят и изучен.
3. Материал изложен в определенной логической последовательности, литературным языком.
4. Ответ самостоятельный.

Отметка "Хорошо"

- 1, 2, 3, 4 – аналогично отметке "Отлично".
5. Допущены 2-3 несущественные ошибки, исправленные по требованию учителя, наблюдалась "шероховатость" в изложении материала.

Отметка "Удовлетворительно"

1. Учебный материал, в основном, изложен полно, но при этом допущены 1-2 существенные ошибки (например, неумение применять законы и теории к объяснению новых фактов).
2. Ответ неполный, хотя и соответствует требуемой глубине, построен несвязно.

Отметка "Неудовлетворительно"

1. Незнание или непонимание большей или наиболее существенной части учебного материала.
2. Допущены существенные ошибки, которые не исправляются после уточняющих вопросов, материал изложен несвязно.

II. Оценка умения решать задачи:

Отметка "Отлично"

1. В решении и объяснении нет ошибок.
2. Ход решения рациональный.
3. Если необходимо, решение произведено несколькими способами.
4. Допущены ошибки по невнимательности (оговорки, описки).

Отметка "Хорошо"

1. Существенных ошибок нет.
2. Допущены 1-2 несущественные ошибки или неполное объяснение, или использование 1 способа при заданных нескольких.

Отметка "Удовлетворительно"

1. Допущено не более одной существенной ошибки, записи неполны, неточности.
2. Решение выполнено с ошибками в математических расчетах.

Отметка "Неудовлетворительно"

1. Решение осуществлено только с помощью учителя.
2. Допущены существенные ошибки.
3. Решение и объяснение построены не верно.

III. Оценка письменных работ:

Критерии те же. Из оценок за каждый вопрос выводится средняя итоговая оценка за письменную работу.

Примерный перечень оценочных средств (ОС)

I. Устный опрос

1. Собеседование (УО-1) (Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.) - Вопросы по темам/разделам дисциплины.
3. Экзамен (Средство промежуточного контроля) – Вопросы к экзамену, образцы билетов.

Программа семестровых экзаменов

1 семестр

1. Векторы: определение, равенство, единичные вектора, сложение векторов, умножение вектора на число.
2. Фокальный радиус, эксцентриситет и директрисы гиперболы.
3. Координаты вектора. Свойства координат. Коллинеарность и компланарность векторов.
4. Фокальный параметр. Уравнение эллипса и гиперболы в полярных координатах.

5. Определители 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей.
6. Скалярное произведение векторов: определение, свойства, угол между векторами.
7. Векторное произведение. Свойства векторного произведения.
8. Правило Крамера. Метод Гаусса.
9. Прямая в пространстве. Способы задания. Угол между прямыми
10. Миноры и их алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки (столбца).
11. Перемножение матриц. Свойства умножения матриц.
12. Эксцентриситет и фокальные радиусы эллипса.
13. Асимптоты гиперболы. Парабола, вывод уравнения параболы.
14. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения.
15. Прямая на плоскости, неполные уравнения прямой.
16. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
17. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матрицы на число.
18. Плоскость в пространстве. Неполные уравнения плоскости.
19. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
20. Обратная матрица. Решения системы уравнений в матричной форме.
21. Вырожденная матрица, левая и правая обратная матрица, присоединенная или взаимная матрица.
22. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
23. Параметрическое представление линии, уравнение линии в полярных координатах.
24. Вычисление расстояния от директрисы до соответствующего фокуса в случае эллипса и гиперболы.
25. Угол между прямыми, между прямой и плоскостью (для различных видов задания прямой).
26. Линейные операции над матрицами.
27. Свойства ранга матрицы. Элементарные преобразования над матрицами.
28. Базис, свойства базиса (линейная зависимость и независимость)

29. Прямая на плоскости, неполное уравнение прямой, различные способы задания прямой.
30. Вывод канонического уравнения параболы.
31. Методы решения систем линейных неоднородных уравнений (общий обзор)
32. Расстояние от точки до прямой в пространстве
33. Расположение прямой относительно системы координат (на плоскости). Угловой коэффициент, геометрический смысл.
34. Уравнение прямой в нормальной форме. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
35. Вектор, определение, модуль, равенство, свойства отношения «равно» векторов.
36. Окружность. Определение, общая теория.
37. Векторное произведение векторов. Свойства, выражение векторного произведения через координаты сомножителей.
38. Каноническое уравнение прямой в пространстве. Угловые соотношения между прямыми, между прямой и плоскостью.
39. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
40. Коллинеарные и компланарные векторы. Необходимые и достаточные условия. Угол между векторами.
41. Структура общего решения линейной неоднородной системы (случай $r < n$).
42. Исследование канонического уравнения гиперболы и эллипса.
43. Фокальный параметр эллипса и гиперболы.
44. Вектора. Действие над векторами. Разложение вектора по базису.
45. Линейные операции над матрицами.
46. Вывод общего уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой в отрезках.
47. Решение системы линейных неоднородных уравнений в матричной форме.
48. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
49. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
50. Фокальные радиусы гиперболы.
51. Свойства векторного и смешанного произведения векторов.

52. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
53. Понятия числа. Числовая ось.
54. Величины постоянные и переменные. Понятие числовой последовательности. Монотонные величины.
55. Определение предела последовательности. Геометрическая интерпретация.
56. Предел последовательности (на примере).
57. Величины бесконечно малые и бесконечно большие. Теорема о сжатой переменной.
58. Предел функции.
59. Основные теоремы о пределах.
60. Ограниченные функции. Теоремы.
61. Функции, стремящиеся к бесконечности.
62. Теоремы о бесконечно малых функциях.
63. Сравнение бесконечно малых функций.
64. Непрерывность функции.
65. Теоремы о непрерывных функциях.
66. Тригонометрические неопределенности. Первый замечательный предел.
67. Раскрытие некоторых типов неопределенностей.
68. Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной.
69. Производная сложной функции. Производные различных порядков.
70. Дифференциал функции. Дифференциалы различных порядков.

2 семестр

71. Первообразная и неопределенный интеграл: общее определение, основные свойства. Таблица интегралов.
72. Неопределенный интеграл: интегрирование по частям, замена переменной (метод подстановки, теорема).
73. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен.
74. Некоторые сведения об алгебраических многочленах.

75. Интегрирование рациональных функций (в зависимости от корней знаменателя дроби).
76. Интегрирование иррациональных функций. Подстановки Эйлера.
77. Интегрирование тригонометрических функций (все случаи).
78. Определенный интеграл: задача о вычислении площади криволинейной трапеции, общее определение.
79. Свойства определенного интеграла.
80. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании производной у непрерывной функции по переменному верхнему пределу (с доказательством).
81. Формула Ньютона-Лейбница и ее доказательство для случая непрерывной на отрезке функции.
82. Замена переменных в определенном интеграле (теорема с доказательством), интегрирование по частям для определенного интеграла.
83. Приложения определенного интеграла: вычисление площади если кривая задана параметрически. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах, вывод формулы.
84. Приложения определенного интеграла :длина дуги кривой в прямоугольной системе координат ,если функция задана параметрически , в полярной системе координат. Приложения определенного интеграла: объем тела вращения, площадь поверхности тела вращения.
85. Приложения определенного интеграла: вычисление объема тел по площади параллельных сечений.
86. Приближенное вычисление определенного интеграла: формула трапеций, прямоугольников.
87. Приближенное вычисление определенного интеграла: формула парабол (Симпсона).
88. Несобственный интеграл: несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования (I рода), признаки сходимости несобственных интегралов I рода.

89. Несобственный интеграл: несобственные интегралы от неограниченных функций (II рода), признаки сходимости несобственных интегралов II рода.
90. Функции многих переменных: определение, открытость, замкнутость, ограниченность и т.д. (общая теория).
91. Функции многих переменных: дифференцируемость, частные производные. Отыскание частных производных.
92. Полный дифференциал функции нескольких переменных функции в точке. Дифференцируемость функции многих переменных: необходимое и достаточное условия.
93. Дифференцирование сложной функции (когда $z = f(x, y)$, где $x = \varphi(u, v)$, $y = \psi(u, v)$).
94. Дифференцирование сложной функции (когда $z = f(x, y)$, где $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$). Частные случаи.
95. Производная функций, заданных неявно.
96. Частные производные различных порядков. Дифференциалы высших порядков.
97. Инвариантность формы дифференциала I-го порядка.
98. Экстремум функции многих переменных: общая теория, необходимое условие экстремума.
99. Экстремум функции многих переменных: общая теория, достаточное условие экстремума.
100. Дифференциальные уравнения: общая теория, задача о движении свободно падающего тела, задача Коши.
101. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения.
102. Дифференциальные линейные уравнения 1-го порядка (оба метода решения).
103. Уравнение Бернулли.
104. Уравнение в полных дифференциалах.
105. Интегрируемый множитель.

106. Приближенные решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера-Коши.
107. Особые точки и особые решения. Виды особых точек.
108. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка, определитель Вронского, общее решение.
109. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка (общее решение).
110. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения: отыскание частного решения по виду правой части.
111. Числовые ряды. Сходимость числового ряда, необходимое условие.
112. Функциональные ряды. Признаки сравнения.
113. Ряды Фурье. Формулы отыскания коэффициентов ряда Фурье.
114. Применение рядов для решения дифференциальных уравнений.

II. Письменные работы

1. Тест (ПР-1) (Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося) - Фонд тестовых заданий.
- 2.. Контрольная работа (ПР-2)(Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу) - Комплект контрольных заданий по вариантам

Задания для тестирования

Тема. Матрицы.

1. $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, тогда матрица $2A - 3B$ равна

1) $\begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 10 & 13 \end{pmatrix}$ 2)* $\begin{pmatrix} -11 & -29 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -11 & -29 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, тогда произведение матриц $A \cdot B$ равно

1)* $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, тогда A^2 равна

1)* $\begin{pmatrix} 11 & 14 \\ 7 & 18 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 7 & 18 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 7 & 18 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, тогда A^T равна

1) $\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 4)* $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

5. Матрица $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$ называется

1) вырожденной 2) невырожденной 3)* нулевой 4) пустой

6. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, тогда произведение матриц $B \cdot A$ равно

1)* $\begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 13 & 9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$

7. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, тогда A^2 равна

1)* $\begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 7 & 18 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 7 & 18 \end{pmatrix}$

8. $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, тогда матрица $2A - 3B$ равна

1) $\begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 10 & 13 \end{pmatrix}$ 2)* $\begin{pmatrix} -11 & -23 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$

Тема. Определители.

1. Определитель $\begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ равен

1)49 2)40 3)59 4)*58

2. Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ равен

1)*-17 2)17 3)-13 4)13

3. Для определителей не справедливо свойство:

1)при транспонировании матрицы ее определитель не изменяется

2)определитель квадратной матрицы равен нулю, если у нее есть две одинаковые строки

если все элементы определителя умножить на число m , то определитель умножится на число m

4)определитель равен нулю, если у него есть нулевой столбец

4. Минор M_{23} элемента a_{23} матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ равен

1)*- 4 2)4 3)0 4)5

5. Разложением определителя третьего порядка по первой строке является выражение

$$1) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1} A_{11} + a_{21}(-1)^{1+2} A_{21} + a_{31}(-1)^{1+3} A_{31}$$

$$2) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$$

$$3)* \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1} A_{11} + a_{12}(-1)^{1+2} A_{12} + a_{13}(-1)^{1+3} A_{13}$$

$$4) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} A_{11} + (-1)^{1+2} A_{12} + (-1)^{1+3} A_{13}$$

6. Определитель $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 0 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ равен

- 1)0 2)21 3)*-15 4)15

7. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ равен

- 1)2 2)3 3)4 4)*5

8. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ равен

- 1)2 2)*0 3)1 4)4

9. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & -4 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ равен

- 1)2 2)*0 3)1 4)4

Тема. Система линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.

1. Сумма корней системы $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 4 \end{cases}$ равна

- 1)9 2)3 3)*17 4)-17

2). Система $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$

1)имеет единственное решение

2)*имеет множество решений

3)не имеет решений

4)несовместна

3. Система
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

- 1) не имеет решений
 2) имеет единственное решение
 3) несовместна
 4)* имеет множество решений

4. Система
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 10 \\ 2x_1 + x_2 = 15 \end{cases}$$
 является

- 1) определенной 2) неопределенной 3) совместной 4)* несовместной

5. Сумма корней системы
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$
 равна

- 1) 3 2)* 0 3) бесконечность 4) 6

6. Базисными переменными системы
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -6 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$
 могут быть

- 1) x_1 2)* x_1, x_2 3) x_1, x_2, x_3 4) x_1, x_2, x_3, x_4

7. Сумма корней системы
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 3x_2 + x_3 = 9 \\ x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$
 равна

- 1)* 6 2) 4 3) 7 4) 3

8. Систему
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -6 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$
 можно решать

- 1)методом Крамера
- 2)матричным методом
- 3)*методом Гаусса
- 4)методом обратной матрицы

9. Система
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

- 1)имеет единственное решение
- 2)имеет множество решений
- 3)*не имеет решений
- 4)несовместна

10. Базисными переменными системы
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -6 \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$
 могут быть

- 1) x_1
- 2) x_1, x_2
- 3)* x_1, x_2, x_3
- 4) x_1, x_2, x_3, x_4

Тема. Системы координат на плоскости и в пространстве. Векторная алгебра.

1. Точка М задана полярными координатами
2. Векторы $a=(1; 2; 0)$, $b=(3;-1;1)$, $c=(0;1;1)$ являются
 - 1)линейно зависимыми
 - 2)*линейно независимыми
 - 3)коллинеарными
 - 4)компланарными

3. Линейно зависимыми являются векторы

1) $\vec{a}(1,3), \vec{b}(3,1)$

2) $\vec{a}(1,3), \vec{b}(3,2)$

3)* $\vec{a}(-6,4), \vec{b}(3,-2)$

4) $\vec{a}(6,4), \vec{b}(3,-2)$

4. Даны векторы $\vec{a} = (2; -1; -2)$ и $\vec{b} = (8; -4; 0)$, вектор $\vec{c} = 2\vec{a}$ и $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$, тогда угол между векторами \vec{c} и \vec{d} равен

1)* 58° 2) 56° 3) 52° 4) 50°

5. Векторы $\vec{a}_1=(1, 3, 1, 3)$, $\vec{a}_2=(2, 1, 1, 2)$ и $\vec{a}_3=(3,-1, 1, 1)$ являются

1) базисными

2)* зависимыми

3) независимыми

4) равными

6. $\vec{a} = (5; -1; 6)$ и $\vec{b} = (6; 3; -3)$, тогда проекция вектора \vec{a} на \vec{b} равна

1) $\frac{\sqrt{54}}{9}$ 2)* $\frac{9}{\sqrt{54}}$ 3) $\frac{9}{6}$ 4) $\frac{6}{\sqrt{54}}$

7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(2,3,4)$, $B(4,7,3)$, $C(1,2,2)$, $D(-2,0,-1)$, тогда площадь грани ABC равна

1) $\sqrt{110}$ 2) 10 3) $\frac{2}{\sqrt{110}}$ 4)* $\frac{\sqrt{110}}{2}$

8. Вершины пирамиды находятся в точках $A(2,3,4)$, $B(4,7,3)$, $C(1,2,2)$, $D(-2,0,-1)$, тогда объем пирамиды равен

1)10 2)*11 3)12 4)13

Тема. Аналитическая геометрия на плоскости

1. Угол между прямыми находится по формуле

1) $\varphi = -\frac{1}{k_2}$ 2) $\varphi = k_2$ 3)* $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$ 4) $\varphi = \pi/2$

2. Острый угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$ равен

1) $\frac{\pi}{3}$ 2)* $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{12}$ 4) $\frac{\pi}{6}$

3. Уравнение прямой, проходящей через точки $M(-1;3)$; $N(2;5)$ имеет вид

1) $2x + 3y - 11 = 0$

2) $x + 3y + 4 = 0$

3)* $2x - 3y + 11 = 0$

4) $2x - y + 11 = 0$

4. Расстояние от точки $M(1,2)$ до прямой $20x - 21y - 58 = 0$ равно

1)3 2) $2\frac{1}{2}$ 3)* $1\frac{1}{2}$ 4) $\frac{80}{29}$

5. Координаты центра окружности $x^2 + y^2 = 2x + 4y - 4$

1)(2;1) 2)(-1;-2) 3)* (1;2) 4)(3;0)

6. Радиус окружности $x^2 + y^2 = 2x + 4y - 4$

1)2 2)*1 3)3 4)4

7. Уравнение прямой, проходящей через точку М (-2;-5) параллельно прямой $3x + 4y + 2 = 0$ имеет вид

1) $3x - 4y + 3 = 0$ 2) $3x + 4y + 14 = 0$ 3)* $3x + 4y + 26 = 0$ 4) $4x + 3y + 26 = 0$

8. Уравнение прямой, проходящей через точку М (-2;-5) перпендикулярно прямой $3x + 4y + 2 = 0$ имеет вид

1) $4x + 3y - 7 = 0$ 2)* $4x - 3y - 7 = 0$ 3) $3x - 4y + 7 = 0$ 4) $4x - 3y - 8 = 0$.

9. Кривая $16x^2 + 25y^2 = 9$ является

1)* эллипсом 2) гиперболой 3) параболой 4) окружностью

10. Кривая $3x^2 - y^2 - 12 = 0$ есть

1) эллипс 2)* гипербола 3) парабола 4) окружность

11. Кривая $y^2 = 8x$ есть

1) эллипс 2) гипербола 3)* парабола 4) окружность

12. Кривая $x^2 + y^2 = 2x + 4y - 4$ есть

1) эллипс 2) гипербола 3) парабола 4)* окружность

13. Параметрические уравнения эллипса имеют вид

1) $x = a \cos t, y = a \sin t$

2)* $x = a \cos t, y = b \sin t$

3) $x = r(t - \sin t), y = r(1 - \cos t)$

4) $x = \frac{a}{\cos t}, y = b \tan t$

14. Параметрические уравнения окружности имеют вид

1)* $x=acost, y=asint$

2) $x=acost, y=bsint$

3) $x=r(t-sint), y=r(1-cost)$

4) $x=\frac{a}{\cos t}, y=btgt$

Тема Аналитическая геометрия в пространстве.

1. Плоскость $3x-4y+5z-60=0$ отсекает на осях координат «отрезки»

1)* $a=20, b=-15, c=12$

2) $a=10, b=-1, c=12$

3) $a=20, b=-15, c=1$

4) $a=30, b=-10, c=12$

2. Расстояние от точки $M(4,3,6)$ до плоскости $2x-y-2z-8=0$ равно

1)10 2)7 3)*5 4)3

3. Расстояние между плоскостями $x+2y-2z-1=0$ и $x+2y-2z+5=0$ равно

1)5 2)4 3)3 4)*2

4. Расстояние между плоскостями $2x+y-2z-1=0$ и $2x+y-2z+5=0$ равно

1)5 2)4 3)3 4)*2

5. Длина перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость $x+2y-2z-1=0$ равна

Длина перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость $2x+y-2z-1=0$ равна

- 1)* $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3)1 4)2

6. Система уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 3x_2 + x_3 = 9 \\ x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$ определяет

- 1) три взаимно параллельные плоскости
2) три взаимно перпендикулярные плоскости
3)* три плоскости, пересекающиеся в одной точке
4) три плоскости, пересекающиеся по прямой

7. Длина перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость $x+2y-3z-1=0$ равна

- 1)* $\frac{1}{\sqrt{14}}$ 2) $\frac{2}{\sqrt{14}}$ 3)1 4)14

8. Плоскость $3x-4y+5z-120=0$ отсекает на осях координат «отрезки»

- 1) $a=20, b=-15, c=12$
2)* $a=40, b=-30, c=24$
3) $a=20, b=-15, c=1$
4) $a=30, b=-10, c=12$

9. Расстояние от точки $M(4,3,1)$ до плоскости $2x-y-2z-8=0$ равно

- 1)3 2)5 3)* $\frac{5}{3}$ 4) $-\frac{5}{3}$

10. Плоскость $2x-4y+5z-120=0$ отсекает на осях координат «отрезки»

1) $a=20, b=-15, c=12$

2) $a=40, b=30, c=24$

3) $a=20, b=-15, c=1$

4) $a=60, b=-30, c=24$

11. Расстояние от точки $M(4,3,9)$ до плоскости $2x-y-2z-8=0$ равно

1) 10 2) *7 3) 5 4) 3

12. Уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9,-11,5), B(7,4,-2), C(-7,13,-3)$ имеет вид

1) * $x+2y+4z-7=0$ 2) $x-2y+4z-7=0$ 3) $x+2y-4z-7=0$ 4) $x+2y+4z+7=0$

Тема. Пределы

1. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{6x}$ равно:

а) 0; б) 3; в) $\frac{1}{3}$; г) 1.

2. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)}{x^2-64}$ равно:

а) -0,5; б) 0,5; в) ∞ ; г) 0.

3. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x^2+3x}{4-3x+x^2}$ равно:

а) -2; б) $\frac{1}{4}$; в) 0; г) ∞ .

Тема. Производная функции

1 Производная функции $y = \ln(\sin x)$ равна:

1) $1/\sin x$. 2) $1/\cos x$. 3) $\operatorname{ctg} x$. 4) $\operatorname{tg} x$. 5) $\cos x$. 6) $\ln(\cos x)$

2. Как называется главная, линейная часть приращения функции?

1. производная;

2. дифференциал (dy);

3. функция;

4. бесконечно малая;

5. бесконечно большая.

.

3. Какие виды неопределенностей можно раскрыть при помощи правила Лопиталя?

1. {0};

2.

3. $c \cdot 0$;

4. $c \cdot \infty$;

5. $\infty \cdot \infty$.

4. Является ли условие $y' = 0$ в т. $x = a$ достаточным условием существования экстремума?

1. да;

2. нет;

3. не всегда;

4. иногда;

5. нет правильного ответа.

5. Производная функции $y = x^2 \operatorname{tg} x$ имеет вид:

а) $y' = 2x \frac{1}{\cos^2 x}$;

б) $y' = 2x \operatorname{tg} x + x^2 \frac{1}{\cos^2 x}$;

$$в) y' = 2x + \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$г) y' = 2x \operatorname{tg} x - x^2 \frac{1}{\cos^2 x}.$$

6. Вторая производная функции $y = 1 - 2x + 4x^2$ имеет вид:

а) $y'' = -2x + 8;$

б) $y'' = 3;$

в) $y'' = 8;$

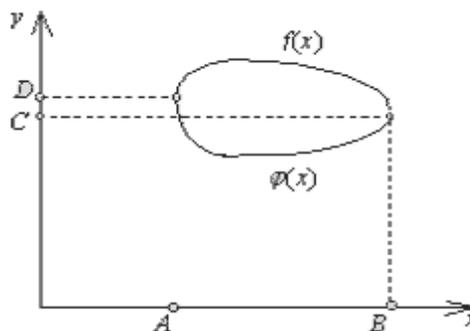
г) $y'' = 0.$

7. Абсциссой точки перегиба графика функции $y = 6x^2 - 2x^3 - 3$ является:

а) -1; б) 0; в) $\frac{3}{2};$ г) 1.

Тема. Интегралы

1. Чему равна площадь фигуры на рисунке?



$$\int_a^b f(x) dx$$

1.

$$\int_C^D (f(x) - \varphi(x)) dx$$

2.

$$\int_A^B f(x) dx - \int_A^B \varphi(x) dx$$

3.

4. $\int_C^D f(x) dx - \int_A^B g(x) dx$

5. $\int_A^B f(x) dx - \int_B^A g(x) dx$

2. Вычислить интеграл, используя формулу интегрирования по частям $\int_0^{\frac{\pi}{2a}} (x+3) \sin ax dx$ и выбрать правильный ответ:

1. $\frac{1+3}{a}$

2. $\frac{3}{a^2}$

3. $\frac{1+3a}{a^2}$

4. $\frac{1+3a}{a}$

5. $\frac{1+3}{a^2}$

3. Вычислить интеграл, используя правило замены переменных $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \cos x}$.

1. $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

2. $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

3. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

4. $\frac{\sqrt{x}}{3}$

5. $\frac{\sqrt{3} \cdot x}{2}$

4. Не производя вычислений, укажите интеграл, равный нулю.

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx$

2. $\int_{-2}^2 x^4 e^{x^2} dx$

5. Чему равен интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x^3}$?

1. 1/8

2. интеграл расходится

3. 0

4. 2

5. 1/4

6. Определённый интеграл $\int_1^2 4x^3 dx$ равен:

а) x^4 ; б) 15; в) 36; г) 17.

7. Используя свойства определённого интеграла, интеграл $\int_0^{2\pi} (\cos(5x-1) + 2x^3) dx$ можно привести к виду:

а) $2 \int_0^{2\pi} (\cos(5x-1) + x^3) dx$;

б) $\int_0^{\pi} \cos(5x-1) dx + \int_{\pi}^{2\pi} 2x^3 dx$;

в) $\int_{2\pi}^0 (\cos(5x-1) + 2x^3) dx$;

$$\Gamma) \int_0^{2\pi} \cos(5x-1)dx + 2 \int_0^{2\pi} x^3 dx.$$

Тема. Дифференциальные уравнения

1. Какое из дифференциальных уравнений не является однородным?

1. $(xy - y^2)dx - (x^2 - 2xy)dy = 0$

2. $y' = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy}$

3. $xy' = y$

4. $xy' = y + 1$

5. $y' = \frac{x^2}{y^2}$

2.. Какое из уравнений не является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными?

1. $x(y+1)dx - (x^2+1)ydy=0;$

2. $dy/dx=f_1(x)/f_2(y);$

3. $dy/y=ctgxdx;$

4. $y' + p(x)y = q(x)$

5. $\frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \left(\frac{u-u^2}{1-2u} - u \right)$

4. Какое из дифференциальных уравнений нельзя свести к линейному?

1. $\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$

2. $dy - \sin x dx = 0$

3. $ydy - dx = 0$

4. $\frac{1}{y} y' = x$

5. $y' = x^2$

**Примеры тестов для проверки сформированности компетенций:
ОПК-3**

1. Определитель $\begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ равен

1)49 2)40 3)59 4)58

2. Система $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

1)имеет единственное решение

2)имеет множество решений

3) не имеет решений

4)несовместна

3. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{6x}$ равно:

а) 0; б) 3; в) $\frac{1}{3}$; г) 1.

4. Определитель $\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ равен

1) 37 2) 40 3) 59 4) 58

5. Система $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$

1)имеет единственное решение

2)имеет множество решений

3)не имеет решений

4)несовместна

6. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)}{x^2 - 64}$ равно: а) -0,5; б) 0,5; в) ∞ ; г) 0.