



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ**

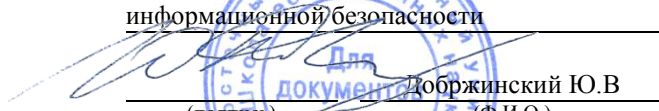
«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП

  
Добжинский Ю.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)

«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. заведующего кафедрой  
информационной безопасности

  
Добжинский Ю.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)

« 15 » июня 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория вероятностей и математическая статистика

Специальность **10.05.01 Компьютерная безопасность**

(Математические методы защиты информации)

**Форма подготовки очная**

курс 3 семестр 5, 6

лекции 72 час.

практические занятия 36 час.

лабораторные работы 00 час.

в том числе с использованием МАО лек. 18 / пр. 18 / лаб. 00 час.

всего часов аудиторной нагрузки 108 час.

в том числе с использованием МАО 36 час.

самостоятельная работа 108 час.

в том числе на подготовку к экзамену 36 час.

контрольные работы (количество) не предусмотрены

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены

зачет 5 Семестр

экзамен 6 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 01.12.2016 №1512

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Компьютерных систем протокол № 19 а \_\_\_\_\_ от 14.06 \_\_\_\_\_ 2017г.

Заведующий кафедрой: Пустовалов Е.В., к.ф.-м.н., доцент

Составитель: д.т.н., Кулешов Е.Л., Д.т.н., профессор

**Владивосток**

**2019**

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## ABSTRACT

**Specialist's degree in 10.05.01 Computer Security**

**Specialization** "Mathematical Methods for Information Security"

**Course title:** Probability theory

**Basic part of Block 1, \_6\_credits**

**Instructor:** Kuleshov E.L.,

**At the beginning of the course a student should be able to:**

- basic knowledge of mathematical analysis;
- the ability to perform analytical actions with the functions of one or more arguments;
- knowledge of the basic concepts of set theory and Boolean algebra;
- readiness for independent work.

**Learning outcomes:**

ОПК-2 the ability to correctly apply in solving professional problems apparatus of mathematical analysis, geometry, algebra, discrete mathematics, mathematical logic, theory of algorithms, probability theory, mathematical statistics, information theory, number-theoretic methods

**Course description:** The content of the discipline covers the following range of issues: random events, random variables, random vectors, the theory of the construction of statistical estimates, the theory of testing statistical hypotheses. Together with these disciplines, "Theory of Probability and Mathematical Statistics" improves the quality of students' training, and also contributes to the formation of a systemic holistic view of the unity of all branches of mathematics, which is a kind of meta-language on which the universal book of nature and society is written.

**Main course literature:**

1. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. – URL:<http://znanium.com/go.php?id=451329>
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов. – 12-е изд., перераб. – М.: Высшее образование , 2008. – 479 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:Lan-91078&theme=FEFU>
3. Климов, Г. П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / Г. П. Климов. — Электрон. текстовые данные. — М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. — 368 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=IPRbooks:IPRbooks-13115&theme=FEFU>
4. Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. Теория вероятностей и случайные процессы - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 238 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-546213&theme=FEFU>
5. Теория вероятностей. Примеры и задачи/Васильчик М.Ю., Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. и др., 2-е изд. - Новосиб.: НГТУ, 2014. - 124 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-549056&theme=FEFU>
6. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие / Под ред. В.И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2014. - 287 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-76845&theme=FEFU>

7. Теория вероятностей и математическая статистика / Балдин К.В., Башлыков В.Н.,  
Рукоуев А.В., - 2-е изд. - М.:Дашков и К, 2014. - 472 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-414902&theme=FEFU>

**Form of final control:** exam and pass-fail exam.

## **Аннотация дисциплины**

### **Теория вероятностей и математическая статистика**

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» предназначена для студентов специалитета, обучающихся по направлению подготовки 10.05.01 «Математические методы защиты информации» (индекс дисциплины Б1.Б.3.3). Изучается дисциплина в 5-6 семестрах.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 7 зачетных единиц (216 часов). Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (72 часов), практические занятия (36 часов), самостоятельная работа студентов (108 часов), в том числе на подготовку к экзамену). Форма контроля – зачёт (5 семестр), зачёт и экзамен (6 семестр).

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» изучает математические модели объектов или систем, свойства которых выражаются в том, что эти свойства зависят от случая.

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» опирается на знания, полученные при освоении дисциплин программы специалитета: «Математический анализ», «Дискретная математика», «Математическая логика и теория алгоритмов». В свою очередь она является базой для изучения дисциплин «Теория информации», «Теория псевдослучайных генераторов» «Теория кодирования, сжатия и восстановления информации».

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов: случайные события, случайные величины, случайные векторы, теория построения статистических оценок, теория проверки статистических гипотез. В совокупности с указанными дисциплинами «Теория вероятностей и математическая статистика» способствует повышению качества профессиональной подготовки студентов, а также способствует формированию системного целостного взгляда на единство всех разделов

математики, являющейся своеобразным метаязыком, на котором написана универсальная «книга» природы и общества.

**Цель дисциплины**—формирование у студентов базовых понятий и теории вероятностей и математической статистики, подготовка студентов к изучению смежных прикладных и специальных курсов, использующих статистические методы и вероятностные модели систем и процессов.

**Задачи дисциплины :**

- изучение основных понятий и методов теории вероятностей;
- изучение методов построения статистических оценок;
- изучение методов построения оптимальных решающих правил проверки статистических гипотез;
- овладеть навыками решения прикладных задач с использованием статистических методов;
- овладеть навыками компьютерного моделирования случайных событий и случайных величин;
- изучение основ построения и анализа моделей стохастических процессов.

Для успешного изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- знание основ математического анализа ;
- умение выполнять аналитические действия с функциями одного или нескольких аргументов;
- знание основных понятий теории множеств и булевой алгебры;
- готовность к самостоятельной работе.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-2 способностью корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов	Знает	Основные методы теории вероятностей и математической статистики
	Умеет	Использовать методы теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач
	Владеет	способностью разрабатывать алгоритмы, реализующие статистические методы

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Теория вероятности и математическая статистика» применяются методы активного обучения: лекция-беседа в рамках теоретической части курса, написание контрольных работ и выполнение задач повышенной сложности – в практической части курса.

## I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (72 ЧАСА)

### Модуль 1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ (12часов)

Опыт со случайным исходом. Статистическая устойчивость в опытах со случайными исходами. Математическое понятие вероятности. Алгебра событий.

Условные вероятности. Формула сложения вероятностей. Обобщение формулы сложения. Формула умножения вероятностей, обобщение формулы умножения. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Пространство элементарных событий, примеры. Аксиомы теории вероятности. Примеры  $\sigma$ -алгебры, вероятностное пространство. Дискретное вероятностное пространство.

Основные формулы комбинаторики. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число в распределении Бернулли. Полиномиальное распределение вероятностей. Асимптотика Пуассона. Пуассоновский поток случайных событий. Гипергеометрическое распределение.

Асимптотика Муавра-Лапласа (локальная теорема). Асимптотика Муавра-Лапласа (интегральная теорема).

## Модуль 2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (14 часов)

Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Плотность распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Плотность распределения вероятностей дискретной случайной величины. Сингулярный тип распределения, теорема Лебега. Примеры распределений вероятностей (нормальное, равномерное, Коши).

Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Дисперсия случайной величины. Числовые параметры нормального распределения. Моменты случайных величин. Неравенство Чебышева. Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Среднеквадратическая ошибка.

Характеристическая функция случайной величины и ее свойства. Характеристическая функция нормальной случайной величины. Связь характеристической функции с моментами. Кумулянтная функция.



### Модуль 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ (10 часов)

Функция распределения вероятностей двумерного случайного вектора. Плотность распределения вероятностей двумерного случайного вектора. Условная функция распределения вероятностей. Условная плотность распределения вероятностей.

Моменты двух случайных величин. Ковариация и корреляция двух случайных величин. Коэффициент корреляции как мера статистической связи. Коэффициент корреляции и метрика.

Функция распределения вероятностей  $n$ -мерного случайного вектора. Плотность распределения вероятностей  $n$ -мерного случайного вектора. Многомерное нормальное распределение. Нормальное распределение вероятностей на плоскости. Распределения вероятностей Пирсона, Стьюдента, Фишера.

### МОДУЛЬ 4. ТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ (12 часов)

Основные задачи математической статистики. Выборка и генеральная совокупность. Закон распределения вероятностей генеральной совокупности. Точечные и интервальные оценки. Статистические гипотезы.

Оценка математического ожидания случайной величины, среднеквадратическая ошибка оценки. Оценка математического ожидания стационарного случайного процесса. Оценки дисперсии, среднеквадратическая ошибка оценки. Оптимальные оценки математического ожидания и дисперсии. Оценки корреляции и ковариации. Линейная регрессия. Функция правдоподобия. Оценка математического ожидания стационарного случайного процесса.

## **МОДУЛЬ 5. ТЕОРИЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ. ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ (12 часов)**

Метод максимального правдоподобия, метод моментов, метод минимума хи-квадрат. Неравенство Рао-Крамера. Основные свойства точечных оценок. Совместные оценки нескольких параметров. Неравенство Рао-Крамера для векторного параметра. Интервальные оценки. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии. Интервальная оценка дисперсии нормального распределения при известном математическом ожидании. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии. Лемма Фишера.

## **МОДУЛЬ 6. ТЕОРИЯ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ (12 часов)**

Проверка двух простых гипотез: критерий Байеса. Критерий максимальной апостериорной вероятности. Критерий максимального правдоподобия. Метод вычисления вероятностей ошибок первого и второго рода. Критерий Неймана-Пирсона. Минимаксный критерий. Последовательное решающее правило, критерий Вальда. Многоальтернативная задача проверки статистических гипотез. Эмпирическая функция распределения вероятностей. Оценка плотности распределения вероятностей. Критерии согласия: минимума хи-квадрат, Колмогорова, Колмогорова-Смирнова.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

## **Практические занятия (36 часов)**

### **МОДУЛЬ 1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ (6 часов)**

#### **Занятие 1. Случайные события – часть 1 (2 часа)**

1. Понятие случайного события.
2. Алгебраические операции над событиями.
3. Классическая вероятностная схема – схема урн.
4. Комбинаторный метод вычисления вероятностей в классической схеме:
  - а) схема выбора, приводящая к сочетаниям;
  - б) схема выбора, приводящая к размещениям.

#### **Занятие 2. Случайные события – часть 2 (2 часа)**

1. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число в распределении Бернулли. Полиномиальное распределение вероятностей. Асимптотика Пуассона. Пуассоновский поток случайных событий. Гипергеометрическое распределение.

#### **Занятие 3. Случайные события – часть 3 (2 часа)**

1. Гипергеометрическое распределение.
2. Асимптотика Муавра-Лапласа (локальная теорема). Асимптотика Муавра-Лапласа (интегральная теорема).

### **Модуль 2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (6 часов)**

#### **Занятие 1. Случайные величины – часть 1 (2 часа)**

1. Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Плотность распределения вероятностей случайной величины, ее свойства.

#### **Занятие 2. Случайные величины – часть 2 (2 часа)**

1. Законы распределения случайных величин:
  - а) нормальное распределение;
  - б) равномерное (прямоугольное) распределение;
  - в) показательное (экспоненциальное) распределение;
  - г) распределение Коши;
  - д) распределение Рэля;
  - е) распределение Максвелла.

### **Занятие 3. Случайные величины– часть 3 (2 часа)**

1. Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Дисперсия случайной величины.
2. Числовые параметры распределений. Неравенство Чебышева. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.

## **Модуль 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ (6 часов)**

### **Занятие 1. Случайные векторы– часть 1 (2 часа)**

1. Функция распределения вероятностей двумерных случайных векторов, её свойства. Плотность распределения вероятностей двумерных случайных векторов, её свойства.

### **Занятие 2. Случайные векторы– часть 2 (2 часа)**

1. Законы распределения вероятностей многомерных случайных векторов.

### **Занятие 3. Случайные векторы– часть 3 (2 часа)**

1. Нормальный закон распределения на плоскости.

## **МОДУЛЬ 4. ТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ (6 часов)**

### **Занятие 1. Точечные оценки – часть 1 (2 часа)**

1. Выборка и способы её представления (часть 1):

- а) генеральная совокупность и выборочная совокупность – выборка;
- б) вариационный ряд выборки;
- в) размах выборки;
- г) частота и относительная частота элемента выборки;
- д) статистический ряд.
- е) эмпирическая функции распределения, эмпирическая плотность распределения.

### **Занятие 2. Точечные оценки – часть 2 (2 часа)**

Метод подстановки (метод моментов). Оценка математического ожидания случайной величины, среднеквадратическая ошибка оценки. Оценка математического ожидания стационарного случайного процесса. Оценки дисперсии, среднеквадратическая ошибка оценки.

### **Занятие 3. Точечные оценки – часть 3 (2 часа)**

Оптимальные оценки математического ожидания и дисперсии. Оценки корреляции и ковариации. Линейная регрессия. Функция правдоподобия. Оценка математического ожидания стационарного случайного процесса.

## **МОДУЛЬ 5. ТЕОРИЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ.**

### **ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ (6 часов)**

#### **Занятие 1. Точечные оценки – часть 1 (2 часа)**

Метод максимального правдоподобия, метод моментов, метод минимума хи-квадрат.

#### **Занятие 2. Точечные оценки – часть 2 (2 часа)**

Неравенство Рао-Крамера. Состоятельные оценки. Основные свойства точечных оценок. Совместные оценки нескольких параметров. Неравенство Рао-Крамера для векторного параметра.

### **Занятие 3. Интервальные оценки – часть 3 (2 часа)**

Интервальные оценки. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии. Интервальная оценка дисперсии нормального распределения при известном математическом ожидании. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.

## **МОДУЛЬ 6. ТЕОРИЯ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ**

**(6 часов)**

### **Занятие 1. Проверка статистических гипотез – часть 1 (2 часа)**

Проверка двух простых гипотез: критерий Байеса. Критерий максимальной апостериорной вероятности. Критерий максимального правдоподобия.

### **Занятие 2. Проверка статистических гипотез – часть 2 (2 часа)**

Вычисление вероятностей ошибок первого и второго рода. Критерий Неймана-Пирсона. Минимаксный критерий. Многоальтернативная задача проверки статистических гипотез.

### **Занятие 3. Проверка статистических гипотез – часть 3 (2 часа)**

Эмпирическая функция распределения вероятностей. Оценка плотности распределения вероятностей. Критерии согласия: минимума хи-квадрат, Колмогорова, Колмогорова-Смирнова.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства - наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Случайные события	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	зачёт, вопросы 1-22
			Умеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 1-8
			Владеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 1-8
2	Случайные величины	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	зачёт, вопросы 23-38
			Умеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 9-14
			Владеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 9-14
3	Случайные векторы	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	зачёт, вопросы 39-50
			Умеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 15-19
			Владеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 15-19
4	Точечные оценки параметров	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 1-11
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 20-21
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 20-21

#### V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Основная литература**  
(электронные и печатные издания)

1. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. – URL:<http://znanium.com/go.php?id=451329>

2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов. – 12-е изд., перераб. – М.: Высшее образование , 2008. – 479 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:Lan-91078&theme=FEFU>

3. Климов, Г. П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / Г. П. Климов. — Электрон. текстовые данные. — М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. — 368 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=IPRbooks:IPRbooks-13115&theme=FEFU>

4. Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. Теория вероятностей и случайные процессы -Новосиб.: НГТУ, 2014. - 238 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-546213&theme=FEFU>

5. Теория вероятностей. Примеры и задачи/Васильчик М.Ю., Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. и др., 2-е изд. - Новосибир.: НГТУ, 2014. - 124 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-549056&theme=FEFU>

6. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие / Под ред. В.И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2014. - 287 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-76845&theme=FEFU>

7. Теория вероятностей и математическая статистика / Балдин К.В., Башлыков В.Н., Рукосуев А.В., - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2014. - 472 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-414902&theme=FEFU>



**Дополнительная литература**  
(печатные и электронные издания)

1. Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. - 2-е изд., испр. и перераб. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 240 с. – URL: <http://znanium.com/go.php?id=447828>
2. Буре В.М. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / В.М. Буре, Е.М. Парилина. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:Lan-10249&theme=FEFU>
3. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: Учебник / Кацман Ю.Я. - Томск:Изд-во Томского политех. университета, 2013. - 131 с.  
[lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-673043&theme=FEFU](http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Znanium:Znanium-673043&theme=FEFU)

**Перечень дополнительных информационно-методических материалов**

1. Семенов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. – Электрон. доп. – СПб.: Питер, 2013. – 192 с. – (Стандарт третьего поколения для бакалавров и специалистов).
2. Соколов Г.А., Чистякова Н.А. Теория вероятностей: учебник. – Электрон. доп. – 2-е изд., стер. – М.: Изд-во «Экзамен», 2012. – 432 с.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике. – 3-е изд., испр. – М.: Айрис-пресс, 2013. – 287 с.
4. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика. – 3-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Изд-во «Лань», 2012.
5. Коршунов Д.А., Чернова Н.И., Сборник задач и упражнений по математической статистике. – 3-е изд., стер. – Новосибирск: Изд-во Института математики, 2014.

**Перечень информационных технологий  
и программного обеспечения**

Приморский край, г. Владивосток, Фрунзенский р-н, Русский Остров, ул.	1) IBM SPSS Statistics Premium Campus Edition. Поставщик ЗАО
--	---

<p>Аякс п., д. 10, корпус L, ауд. L 558, Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, практического и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.</p>	<p>Прогностические решения. Договор ЭА-442-15 от 18.01.16 лот 5. Срок действия договора 30.06.2016. Лицензия бессрочно.</p> <p>2) SolidWorks Campus 500. Поставщик Солид Воркс Р. Договор 15-04-101 от 23.12.2015. Срок действия договора 15.03.2016. Лицензия бессрочно.</p> <p>3) АСКОН Компас 3D v17. Поставщик Навиком. Договор 15-03-53 от 20.12.2015. Срок действия договора 31.12.2015. Лицензия бессрочно.</p> <p>4) MathCad Education Universety Edition. Поставщик Софт Лайн Трейд. Договор 15-03-49 от 02.12.2015. Срок действия договора 30.11.2015. Лицензия бессрочно.</p> <p>5) Corel Academic Site. Поставщик Софт Лайн Трейд. Договор ЭА-442-15 от 18.01.16 лот 4. Срок действия договора 30.06.2016. Лицензия закончилась 28.01.2019.</p> <p>6) Microsoft Office, Microsoft Visual Studio. Поставщик Софт Лайн Трейд. Договор ЭА-261-18 от 02.08.18 лот 4. Срок действия договора 20.09.2018. Лицензия до 30.06.2020.</p>
--	---

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины, описание последовательности действий обучающихся**

Освоение дисциплины следует начинать с изучения рабочей учебной программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам. Обязательно следует учитывать рекомендации преподавателя, данные в ходе установочных занятий. Затем – приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью рекомендуемой основной

литературы. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и включенных в него тем. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовку к началу обучения включает несколько необходимых пунктов:

1) Необходимо создать для себя рациональный и эмоционально достаточный уровень мотивации к последовательному и планомерному изучению дисциплины.

2) Необходимо изучить список рекомендованной основной и дополнительной литературы и убедиться в её наличии у себя дома или в библиотеке в бумажном или электронном виде.

3) Необходимо иметь «под рукой» специальные и универсальные словари, справочники и энциклопедии, для того, чтобы постоянно уточнять значения используемых терминов и понятий. Пользование словарями и справочниками необходимо сделать привычкой. Опыт показывает, что неудовлетворительное усвоение предмета зачастую коренится в неточном, смутном или неправильном понимании и употреблении понятийного аппарата учебной дисциплины.

4) Желательно в самом начале периода обучения возможно тщательнее спланировать время, отводимое на работу с источниками и литературой по дисциплине, представить этот план в наглядной форме (график работы с датами) и в дальнейшем его придерживаться, не допуская срывов графика индивидуальной работы и «аврала» в предсессионный период. Пренебрежение этим пунктом приводит к переутомлению и резкому снижению качества усвоения учебного материала.

### **Рекомендации по работе с литературой**

1) Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект». Чтение литературы, не сопровождаемое конспектированием, даже пусть

самым кратким – бесполезная работа. Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала. Эти навыки обязательны для любого специалиста с высшим образованием независимо от выбранной специальности.

2) Написание конспекта должно быть творческим – нужно не переписывать текст из источников, но пытаться кратко излагать своими словами содержание ответа, при этом максимально структурируя конспект, используя символы и условные обозначения. Копирование и «заучивание» неосмысленного текста трудоемко и по большому счету не имеет большой познавательной и практической ценности.

3) При написании конспекта используется тетрадь, поля в которой обязательны. Страницы нумеруются, каждый новый вопрос начинается с нового листа, для каждого экзаменационного вопроса отводится 1-2 страницы конспекта. На полях размещается вся вспомогательная информация – ссылки, вопросы, условные обозначения и т.д.

4) В итоге данной работы «идеальным» является полный конспект по программе дисциплины, с выделенными определениями, узловыми пунктами, примерами, неясными моментами, проставленными на полях вопросами.

5) При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении установочных лекций и консультаций, либо в индивидуальном порядке.

6) При чтении учебной и научной литературы всегда следить за точным и полным пониманием значения терминов и содержания понятий, используемых в тексте. Всегда следует уточнять значения по словарям или энциклопедиям, при необходимости записывать.

7) При написании учебного конспекта обязательно указывать все прорабатываемые источники, автор, название, дата и место издания, с указанием использованных страниц.

### **Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине: экзамену (зачету)**

К аттестации допускаются студенты, которые систематически в течение всего семестра посещали и работали на занятиях и показали уверенные знания в ходе выполнении практических заданий.

Непосредственная подготовка к аттестации осуществляется по вопросам, представленным в рабочей учебной программе. Тщательно изучите формулировку каждого вопроса, вникните в его суть, составьте план ответа. Обычно план включает в себя:

- определение сущности рассматриваемого вопроса, основных положений, утверждений, определение необходимости их доказательства;
- запись обозначений, формул, необходимых для полного раскрытия вопроса;
- графический материал (таблицы, рисунки, графики), необходимые для раскрытия сущности вопроса;
- роль и значение рассматриваемого материала для практической деятельности, примеры использования в практической деятельности.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Приморский край, г. Владивосток, Фрунзенский р-н, Русский Остров, ул. Аякс п., д. 10, корпус L, ауд. L 558, Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, практического и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Помещение укомплектовано специализированной учебной мебелью (посадочных мест – 60) Оборудование: Доска аудиторная, переносной компьютер (ноутбук Lenovo) с сумкой – 1 шт
---	--

--	--



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

---

---

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Специальность 10.05.01 Компьютерная безопасность  
специализация «Математические методы защиты информации»  
Форма подготовки очная**

**Владивосток  
2019**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	1-8 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций.	4 часов	Собеседование
2	9-16 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	4 часов	Проект
3	17 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций	4 часов	Собеседование
4	18 неделя	Подготовка к зачёту	6 часов	Зачёт
5	19-27 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	18 часов	Проект
6	28-34 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной	18 часов	Собеседование



		литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций		
7	36 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	18 часов	Проект
8	Сессия	Подготовка к экзамену	36 часов	Экзамен

### **Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

По основным темам предусмотрена самостоятельная работа студентов как в теоретической (проработка лекционного материала с использованием предложенного списка литературы по курсу), так и в практической частях курса (решение домашних заданий с использованием примеров и конкретных ситуаций, рассматриваемых на лекциях, а также с использованием учебных пособий из предложенного списка литературы по курсу). Результаты освоения разделов курса оцениваются на основании самостоятельного решения домашних работ с итоговым контрольным мероприятием в виде экзамена.

На самостоятельное изучение вынесены отдельные темы курса. Эти темы изучаются самостоятельно, используя учебную литературу, приведенную в списке литературы.

Примеры решения задач повышенной сложности, предназначенных для самостоятельной работы студентов:

#### **Задача 1.**

Случайная величина  $\xi$  равномерно распределена на отрезке  $[0, 2]$ .

Найти плотность вероятности случайной величины  $\eta = \varphi(\xi) = -\sqrt{\xi + 1}$ .

**Решение:**

Из условия задачи следует, что

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, 2], \\ \frac{1}{2}, & x \in [0, 2]. \end{cases}$$

Далее, функция  $y = \varphi(x) = -\sqrt{x+1}$  является монотонной и дифференцируемой функцией на отрезке  $[0, 2]$  и имеет обратную

функцию  $x = \varphi^{-1}(y) = y^2 - 1$ , производная которой равна  $\frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy} = 2y$ .

Кроме того,  $\varphi(0) = -1$ ,  $\varphi(2) = -\sqrt{3}$ . Следовательно, согласно теории:

$$f_{\eta}(y) = f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \left| \frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy} \right| = f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot 2|y| =$$

Значит,

$$f_{\eta}(y) = \begin{cases} 0, & y \in [-\sqrt{3}, -1], \\ -y, & y \in [-\sqrt{3}, -1]. \end{cases}$$

**Задача 2.** Двумерный случайный вектор распределен по нормальному закону с совместной плотностью вероятностей, определяемой формулой:

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho_{XY}^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_{XY}^2)} \left[ \frac{x-m_X}{\sigma_X} - \frac{2\rho_{XY}(x-m_X)(y-m_Y)}{\sigma_X\sigma_Y} + \frac{(y-m_Y)^2}{\sigma_Y^2} \right] \right\}. \quad (1)$$

Найти безусловную плотность вероятностей компоненты  $X$ , условную плотность вероятности  $f_Y(y/x)$ , условное математическое ожидание  $M[Y/X=x]$  и условную дисперсию  $D[Y/X=x]$ .

**Решение:**

По теоретической формуле имеем:

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) dy, \quad (2)$$

где  $f_{X,Y}(x,y)$  определяется формулой (1). Сделаем замену переменных:

$$\frac{x-m_X}{\sqrt{2}\sigma_X} = u, \quad \frac{y-m_Y}{\sqrt{2}\sigma_Y} = v, \quad \text{и обозначим для краткости } \rho = \rho_{XY}.$$

Тогда

$$f_X(x) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{u^2}{1-\rho^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{1-\rho^2}v^2 + \frac{2\rho uv}{1-\rho^2}\right) dv.$$

Дополняя до полного квадрата в показателе экспоненты под знаком интеграла, получим известный интеграл Пуассона. Результат совпадает с известной плотностью нормального распределения вероятностей с параметрами  $m_X$  и  $\sigma_X$ .

Условную плотность вероятности находим по известной теоретической формуле, учитывая (1) и (3):

$$f_Y(y/x) = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_X(x)} = \frac{1}{\sigma_Y\sqrt{2\pi}\sqrt{1-\rho_{XY}^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_{XY}^2\sigma_Y^2)} \left[y - m_Y - \rho_{XY}\frac{\sigma_X}{\sigma_Y}(x - m_X)\right]^2\right\}. \quad (4)$$

Это значит, что  $f_Y(y/x)$  представляет собой гауссовскую плотность вероятности с параметрами, имеющими смысл условного математического ожидания и условной дисперсии (по образцу (3)):

$$M[Y/X = x] = m_Y + \rho_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - m_X) \quad (5)$$

$$D[Y/X = x] = \sigma_Y^2 (1 - \rho_{XY}^2). \quad (6)$$

Уравнение (5), определяющее условное математическое ожидание как функцию  $x$ , называется в регрессионном анализе уравнением (линейной) регрессии  $Y$  на  $X$ .

**Задача 3.** Пусть случайная величина  $\xi \in N(a, \sigma)$ , причем значения параметра  $a$  (генеральной средней) неизвестно, а генеральная дисперсия  $\sigma^2$  известна. Требуется на уровне значимости  $\alpha$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 : a = a_0$ , если альтернативная гипотеза  $H_1 : a = a_1 > a_0$ . Построить критерий отношения правдоподобия. Вычислить объем выборки

$n$  , необходимый для достижения ошибки второго рода, равный  $\beta$  , при уровне значимости  $\alpha$  .

### Решение:

Если верна гипотеза  $H_0$  , т.е.  $\xi \in N(a, \sigma)$  , то функция правдоподобия в точке  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  равна согласно теории:

$$L_0(x) = \left( \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right)^n \exp \left( -\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a_0)^2}{2\sigma^2} \right).$$

Если же верна гипотеза  $H_1$  , т.е.  $\xi \in N(a_1, \sigma)$  , то функция подобия равна:

$$L_1(x) = \left( \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right)^n \exp \left( -\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a_1)^2}{2\sigma^2} \right).$$

Отношение правдоподобия имеет вид:

$$\frac{L_1}{L_0} = \exp \left[ \frac{(a_1 - a_0)(2\bar{x} - a_1 - a_0)n}{2\sigma^2} \right].$$

где  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  - выборная (эмпирическая средняя или средняя арифметическая).

Поскольку  $a_1 > a_0$  , то это отношение является монотонно возрастающей функцией от  $\bar{x}$  , и поскольку  $L_0(x) \neq 0$  , то неравенство  $L_1/L_0 > c$  равносильно неравенству  $\bar{x} > \bar{C}$  , где  $\bar{C}$  - некоторые константы.

Поэтому согласно теории критическая область имеет вид:  $S = \{x: \bar{x} > \bar{C}\}$  , где  $P(\bar{x} > \bar{C} | H_0) = \alpha$  .

При условии истинности нулевой гипотезы  $H_0$  имеем согласно теории  $\bar{x} \in N\left(a_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$  , поэтому

$$\alpha = \mathbf{P}(\bar{x} > \mathbf{C}H_0) = 1 - \Phi\left(\frac{\bar{C} - a_0}{\sigma} \sqrt{n}\right) = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{\bar{C} - a_0}{\sigma} \sqrt{n}\right),$$

где  $\Phi(u)$  и  $\Phi_0(u)$  - известные стандартная и «укороченная» функции Лапласа.

Отсюда  $\Phi_0\left(\frac{\bar{C} - a_0}{\sigma} \sqrt{n}\right) = \frac{1}{2} - \alpha$ .

Обозначим через  $u_\alpha$  решение уравнения , тогда константа имеет вид  $\bar{C} = a_0 + u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ . Величина  $u_\alpha$  является квантилью уровня (порядка)  $1 - \alpha$  для стандартного нормального распределения и выступает здесь в качестве **критической точки**. Значение её можно найти по таблице функции Лапласа.

Итак, наиболее мощным критерием проверки гипотезы  $H_0: a = a_0$  при альтернативной  $H_1: a = a_1 > a_0$  оказывается следующий:

если  $\bar{x} < a_0 + u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ , то  $H_0$  принимается;

если  $\bar{x} > a_0 + u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ , то  $H_0$  отклоняется (и принимается  $H_1$ ).

По определению ошибка второго рода равна:

$$\beta = \mathbf{P}(\bar{x} \leq \mathbf{C}H_1) = \Phi\left(\frac{\bar{C} - a_1}{\sigma} \sqrt{n}\right). \text{ Отсюда } \Phi\left(\frac{a_1 - \bar{C}}{\sigma} \sqrt{n}\right) = 1 - \beta.$$

Получаем, что должно выполняться равенство

$$1 - \beta = \Phi\left(\frac{a_1 - \bar{C}}{\sigma} \sqrt{n}\right) = \Phi\left(\frac{a_1 - a_0}{\sigma} \sqrt{n} - u_\alpha\right).$$

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Самостоятельная работа включает в себя повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам занятий; самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.

Результаты самостоятельной работы представляются и оформляются в виде ответов на основные положения теоретического и практического материала дисциплины по темам; письменного разбора процесса решения практических заданий и задач.

В случае подготовки слайдов для защиты проекта, они должны быть контрастными (рекомендуется черный цвет шрифта на светлом фоне), кегль текста слайдов – не менее 22pt, заголовков – 32pt. Основная цель использования слайдов - служить вспомогательным инструментом к подготовленному выступлению, цитирование больших фрагментов текста на слайдах не допускается. Приветствуется использование рисунков, графиков, таблиц, интерактивного материала, однако, следует предусмотреть выбор цвета и толщину линий.

Слайды должны содержать титульный лист, цели и задачи (не более 2-х слайдов с обзором актуальности, новизны, теоретической и практической значимости работы), основные публикации с их кратким обзором (1-2 слайда), формальную постановку задачи и формулировку моделей (1-2 слайда), краткое тезисное (!) изложение ключевых положений работы (разумное количество слайдов с учетом общего времени выступления), заключение (с изложением результатов работы, подведением выводов, обсуждением практического использования работы, возможностей проведения дальнейших исследований и разработок в данной области).

Как правило, 12-15 слайдов оказывается достаточным для полного представления работы.

### **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Общие критерии оценки выполнения самостоятельной работы – правильность ответов на вопросы по темам теоретической части дисциплины, верность получаемых ответов в ходе решения практических заданий и задач.

Оценивание знаний в форме собеседования проводится по критериям:

- логичность изложения, знание и понимание основных аспектов и дискуссионных проблем по теме;
- владение методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов по теме.

Оценивание знаний в форме проекта проводится по критериям:

- завершенность и полнота выполненных заданий в рамках проекта;
- владение методами и приемами решения конкретных задач;
- качество оформления письменного отчета в соответствии с правилами и стандартами оформления.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»  
Специальность 10.05.01 Компьютерная безопасность  
специализация «Математические методы защиты информации»  
Форма подготовки очная

Владивосток  
2019

**Паспорт**  
**фонда оценочных средств**  
**по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»**

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-2 способностью корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов	Знает	Основные методы теории вероятностей и математической статистики
	Умеет	Использовать методы теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач
	Владеет	способностью разрабатывать алгоритмы, реализующие статистические методы

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства - наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Случайные события	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	зачёт, вопросы 1-22
			Умеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 1-8
			Владеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 1-8
2	Случайные величины	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	зачёт, вопросы 23-38
			Умеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 9-14
			Владеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 9-14
3	Случайные векторы	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	зачёт, вопросы 39-50
			Умеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 15-19
			Владеет	Проект (ПР-9)	зачёт, проект 15-19
4	Точечные оценки параметров	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 1-11
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 20-21
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 20-21

5	Теория	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 12-28
---	--------	-------	-------	----------------------	------------------------



	оценивания параметров. Интервальные оценки		Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 22-27
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 22-27
6	Проверка статистических гипотез	ОПК-2	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 29-40
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 28-40
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 28-40

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-2 способностью корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов	знает (пороговый уровень)	основные математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	Знание основных математических методов обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	Способность перечислить основные математических методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований
	умеет (продвинутой)	использовать основные математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	Умение использовать основные математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	Способность использовать основные математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований
	владеет (высокий)	Навыками использования основных математических методов обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	Владение навыками использования основных математических методов обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	Способность использовать основные математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований

### Зачетно-экзаменационные материалы

**Вопросы для подготовки к зачёту**  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Опыт со случайным исходом. Статистическая устойчивость в опытах со случайными исходами.
2. Математическое понятие вероятности.
3. Алгебра событий.
4. Условные вероятности.
5. Формула сложения вероятностей.
6. Обобщение формулы сложения на  $n$  событий.
7. Формула умножения вероятностей, обобщение формулы умножения на  $n$  событий.
8. Формула полной вероятности.
9. Формула Байеса.
10. Пространство элементарных событий, примеры.
11. Аксиомы теории вероятности.
12. Примеры  $\sigma$ -алгебры, вероятностное пространство.
13. Дискретное вероятностное пространство.
14. Сочетания и перестановки с повторениями.
15. Формула Бернулли.
16. Наивероятнейшее число в распределении Бернулли.
17. Полиномиальное распределение вероятностей.
18. Асимптотика Пуассона.
19. Пуассоновский поток случайных событий.
20. Гипергеометрическое распределение.
21. Асимптотика Муавра-Лапласа (локальная теорема).
22. Асимптотика Муавра-Лапласа (интегральная теорема).
23. Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства.
24. Плотность распределения вероятностей случайной величины, ее свойства.
25. Плотность распределения вероятностей дискретной случайной величины.

26. Примеры распределений вероятностей (нормальное, равномерное, Коши).
27. Сингулярный тип распределения, теорема Лебега.
28. Математическое ожидание случайной величины.
29. Свойства математического ожидания.
30. Дисперсия случайной величины.
31. Числовые параметры нормального распределения.
32. Моменты случайных величин.
33. Неравенство Чебышева.
34. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
35. Среднеквадратическая ошибка.
36. Характеристическая функция случайной величины и ее свойства.
37. Характеристическая функция нормальной случайной величины.
38. Связь характеристической функции с моментами. Кумулянтная функция.
39. Функция распределения вероятностей двумерного случайного вектора.
40. Плотность распределения вероятностей двумерного случайного вектора.
41. Условная функция распределения вероятностей.
42. Условная плотность распределения вероятностей.
43. Моменты двух случайных величин.
44. Ковариация и корреляция двух случайных величин.
45. Коэффициент корреляции как мера статистической связи.
46. Коэффициент корреляции и метрика.
47. Функция распределения вероятностей  $n$ -мерного случайного вектора.
48. Плотность распределения вероятностей  $n$ -мерного случайного вектора.
49. Многомерное нормальное распределение.

50. Преобразование плотности вероятностей при функциональном преобразовании случайных величин. Распределения вероятностей Пирсона, Стьюдента, Фишера.

**Вопросы для подготовки к экзамену**  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Структура теории вероятностей и математической статистики. Основные объекты исследования. Статистические характеристики случайных величин.
2. Генеральная совокупность и выборка. Задачи математической статистики. Статистика, оценка параметра. Методы построения оценок.
3. Качество оценок. Среднеквадратическая ошибка.
4. Оценка математического ожидания, ее среднеквадратическая ошибка.
5. Оценка дисперсии нормального распределения при известном математическом ожидании, ее среднеквадратическая ошибка.
6. Смещённая и несмещённая оценки дисперсии при неизвестном математическом ожидании.
7. Дисперсия оценки дисперсии нормального распределения при неизвестном математическом ожидании.
8. Оптимальная оценка дисперсии при неизвестном математическом ожидании, ее среднеквадратическая ошибка.
9. Оптимальная оценка математического ожидания, ее среднеквадратическая ошибка.
10. Оценки корреляции, ковариации и коэффициента корреляции.
11. Линейная регрессия.
12. Метод максимального правдоподобия, уравнение максимального правдоподобия.

13. Метод моментов.
14. Метод минимума хи-квадрат.
15. Оценка параметра экспоненциального распределения: а) метод максимального правдоподобия, б) метод моментов.
16. Оценка математического ожидания нормального распределения: а) метод максимального правдоподобия, б) метод моментов.
17. Оценка дисперсии нормального распределения: а) метод максимального правдоподобия, б) метод моментов.
18. Совместное оценивание нескольких параметров.
19. Совместное оценивание математического ожидания и дисперсии нормального распределения: а) метод максимального правдоподобия, б) метод моментов.
20. Совместное оценивание параметров равномерного распределения методом моментов.
21. Уравнение максимального правдоподобия для дискретной наблюдаемой величины.
22. Оценка максимального правдоподобия параметра биномиального распределения. Ошибка оценки.
23. Неравенство Рао-Крамера. Эффективная оценка.
24. Свойства неравенства Рао-Крамера: второе представление информации выборки, условия достижимости равенства.
25. Использование неравенства Рао-Крамера для анализа свойств оценок на примере оценки максимального правдоподобия математического ожидания нормального распределения.
26. Эффективная оценка и оценка максимального правдоподобия.
27. Основные свойства оценок (эффективность, достаточность, состоятельность, несмещенность).
28. Интервальные оценки.
29. Проверка двух простых гипотез: критерий Байеса, оптимальное решающее правило.

30. Проверка двух простых гипотез о значении среднего нормального распределения.
31. Проверка двух простых гипотез: критерий максимальной апостериорной вероятности, оптимальное решающее правило.
32. Проверка двух простых гипотез: критерий максимального правдоподобия, оптимальное решающее правило.
33. Проверка двух простых гипотез: вычисление вероятностей ошибок первого и второго рода.
34. Проверка двух простых гипотез: критерий Неймана-Пирсона, оптимальное решающее правило.
35. Проверка двух простых гипотез: минимаксный критерий, оптимальное решающее правило.
36. Проверка двух простых гипотез о значении параметра экспоненциального распределения: оптимальное байесовское решающее правило.
37. Оценки функции и плотности распределения вероятностей.
38. Критерии согласия.
39. Критерий согласия хи-квадрат.
40. Критерий согласия Колмогорова.

### **Комплекты оценочных средств для текущей аттестации**

#### **Вопросы для собеседования**

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Характеристическая функция случайной величины.
2. Основные свойства характеристической функции.
3. Примеры вычисления характеристической функции (для линейной связи двух случайных величин и для гауссовской случайной величины).

4. Моменты, кумулянты и характеристическая функция.
5. Понятие многомерной случайной величины и закон её распределения. Функция распределения вероятностей многомерного случайного вектора.
6. Плотность вероятности многомерного случайного вектора.
7. Многомерное нормальное распределение.
8. Частный случай: двумерный нормальный закон распределения.
9. Характеристическая функция многомерного случайного вектора.
10. Функции случайных величин (многомерный случай).
11. Частный случай: функция случайных величин, распределение вероятностей функции одной случайной величины.
12. Преобразование нескольких случайных величин (многомерный случай).
13. Частный (двумерный) случай: композиция (свёртка) законов распределения.
14. Хи-квадрат распределение вероятностей.
15. Распределение Стьюдента.
16. Распределение Фишера.
17. Неравенство Чебышёва.
18. Теоремы Чебышёва.
19. Теорема Бернулли.
20. Теорема Пуассона.
21. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

**Критерии оценки:**

✓ 100-86 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и

терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 85-76 - баллов - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 75-61 - балл – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 60-50 баллов – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

Составитель \_\_\_\_\_  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.



## Темы проектов

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

### МОДУЛЬ 1.

1. Понятие случайного события.
2. Алгебраические операции над событиями.
3. Аксиоматическое определение вероятности события.
4. Классическая вероятностная схема – схема урн.
5. Комбинаторный метод вычисления вероятностей в классической схеме (схема выбора, приводящая к сочетаниям; б) схема выбора, приводящая к размещениям).
6. Геометрические вероятности. Условные вероятности. Независимость событий.
7. Вероятности сложных событий.
8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

### МОДУЛЬ 2.

9. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин (гипергеометрическое распределение; равномерное (прямоугольное) распределение; показательное (экспоненциальное) распределение; распределение Коши; распределение Рэля; распределение Мэквелла).
10. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин (распределение арксинуса; распределение Парето; гамма-распределение; распределение хи-квадрат; распределение Вейбулла; бета-распределение).
11. Распределения, связанные с повторными независимыми испытаниями. Схема Бернулли: распределение Бернулли.
12. Полиномиальное распределение.
13. Распределение Пуассона.

14. Нормальный закон распределения.

### **МОДУЛЬ 3.**

15. Законы распределения и числовые характеристики случайных векторов (двумерный случай; многомерный случай).

16. Законы распределения и числовые характеристики случайных векторов: равномерное распределение, нормальный закон распределения на плоскости.

17. Числовые характеристики функций случайных величин.

18. Законы распределения функций случайной величины.

19. Задача композиции (свёртки) законов распределения.

### **МОДУЛЬ 4.**

20. Выборка и способы её представления:

- а) генеральная совокупность и выборочная совокупность – выборка;
- б) вариационный ряд выборки;
- в) размах выборки;
- г) частота и относительная частота элемента выборки;
- д) статистический ряд.

21. Выборка и способы её представления:

- а) эмпирическая и выборочная функции распределения;
- б) эмпирическая плотность распределения;
- в) графическое изображение статистического ряда (полигон, гистограмма, эмпирическая функция распределения).
- б) выборочная (эмпирическая) дисперсия;
- в) выборочная (эмпирическая) мода;
- г) выборочная (эмпирическая) медиана.

## **МОДУЛЬ 5.**

22. Точечные оценки параметров (общие свойства оценок):

- а) Несмещённость и смещённость точечной оценки;
- б) метод подстановки.

23. Состоятельность точечной оценки: состоятельность оценок средней и дисперсии (в трёх модификациях) для случая одной генеральной совокупности и одной выборки заданного объема.

24. Состоятельность точечной оценки: состоятельность оценок средней и дисперсии для случая одной генеральной совокупности и двух выборок заданных объемов.

25. Эффективность точечной оценки:

а) информация (количество информации) Фишера в непрерывном и дискретном случаях;

б) теорема о неравенстве Рао-Крамера;

в) показатель эффективности по Рао-Крамеру.

26. Методы нахождения точечных оценок:

а) метод максимального правдоподобия;

б) метод моментов;

27. Интервальные оценки параметров.

## **МОДУЛЬ 6.**

28. Проверка двух простых гипотез: критерий Байеса, оптимальное решающее правило.

29. Проверка двух простых гипотез о значении среднего нормального распределения.

30. Проверка двух простых гипотез о значении дисперсии нормального распределения.

31. Проверка двух простых гипотез: критерий максимальной апостериорной вероятности, оптимальное решающее правило.

32. Проверка двух простых гипотез: критерий максимального правдоподобия, оптимальное решающее правило.
33. Проверка двух простых гипотез: вычисление вероятностей ошибок первого и второго рода.
34. Проверка двух простых гипотез: критерий Неймана-Пирсона, оптимальное решающее правило.
35. Проверка двух простых гипотез: минимаксный критерий, оптимальное решающее правило.
36. Проверка двух простых гипотез о значении параметра экспоненциального распределения: оптимальное байесовское решающее правило.
37. Оценки функции и плотности распределения вероятностей.
38. Критерии согласия.
39. Критерий согласия хи-квадрат.
40. Критерий согласия Колмогорова.

#### **Критерии оценки:**

✓ 100-86 баллов выставляется, если студент/группа точно определили содержание и составляющие части задания, умеют аргументированно отвечать на вопросы, связанные с заданием. Продемонстрировано знание и владение навыками самостоятельной исследовательской работы по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 85-76 - баллов - работа студента/группы характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 75-61 балл – проведен достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимание базовых

основ и теоретического обоснования выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы

✓ 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок смыслового содержания раскрываемой проблемы.

Составитель \_\_\_\_\_  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г.

## **Описание показателей и критериев оценивания компетенций, шкал оценивания**

### **Критерии оценки собеседования**

✓ 100-86 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 85-76 - баллов - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 75-61 - балл – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 60-50 баллов – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

### **Критерии оценки проектов**

✓ 100-86 баллов выставляется, если студент/группа точно определили содержание и составляющие части задания, умеют аргументированно отвечать на вопросы, связанные с заданием. Продемонстрировано знание и

владение навыками самостоятельной исследовательской работы по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 85-76 - баллов - работа студента/группы характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 75-61 балл – проведен достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимание базовых основ и теоретического обоснования выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы

✓ 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок смыслового содержания раскрываемой проблемы

### **Шкала оценивания**

Менее 60 баллов	незачтено	неудовлетворительно
От 61 до 75 баллов	зачтено	удовлетворительно
От 76 до 85 баллов	зачтено	хорошо
От 86 до 100 баллов	зачтено	отлично

## Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

**Текущая аттестация студентов.** Текущая аттестация студентов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме собеседования и защиты проекта и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

– степень усвоения теоретических знаний -оценивается в форме собеседования;

– уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты проекта.

**Промежуточная аттестация студентов.** Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрен зачёт и экзамен, который проводится в устной форме и с использованием защиты проекта.

### Критерии выставления оценки студенту на экзамене по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Баллы (рейтингов ой оценки)	Оценка зачета/ экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
86-100	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.



76-85	<i>«зачтено»/ «хорошо»</i>	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
61-75	<i>«зачтено»/ «удовлетворительно»</i>	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
0-60	<i>«не зачтено»/ «неудовлетворительно»</i>	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.