

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

(ДВФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

|  |  |
| --- | --- |
| СОГЛАСОВАНО | УТВЕРЖДАЮ |
| Руководитель ОП | Заведующий кафедрой |
| \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_ Степанова А.А.\_\_\_  (подпись) (ФИО) | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_ Шепелева Р.П.\_\_\_\_  (подпись) (ФИО.) |
|  | «\_6\_» февраля 2020 г |

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Кольца и модули

Направление подготовки: 01.04.01 Математика

Форма подготовки: очная

курс 1 семестр 2

лекции 18 час.

практические занятия 36 час.

самостоятельная работа студентов 54 час.

всего часов аудиторной нагрузки 54 час.

в том числе МАО 9 час.

экзамен 2 семестр

зачет не предусмотрен

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 12

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Алгебры, геометрии и анализа «6» февраля 2020 г.

Заведующий кафедрой к.ф.-м.н., профессор Р.П.Шепелева

Составитель: д.ф.-м.н., доцент А.А. Степанова

Владивосток

2020

**Оборотная сторона титульного листа РПД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры**:

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 200 г. № \_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры**:

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 200 г. № \_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(подпись) (И.О. Фамилия)

**Аннотация рабочей программы дисциплины**

**«Кольца и модули»**

Рабочая программа дисциплины «Кольца и модули» разработана для студентов 1 курса направления магистратуры 01.04.01 «Математика», магистерской программы «Алгебра», в соответствии с требованиями федерального государственного стандарта высшего образования.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 З.Е. (144 час.). Учебным планом предусмотрены лекции (18 час.), практические занятия (28 час.), самостоятельная работа студента (98 час., в том числе на подготовку к экзамену 36 час.). Дисциплина «Кольца и модули» входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений и является дисциплиной по выбору, реализуется на 1 курсе, в 2 семестре.

Дисциплина «Кольца и модули» логически и содержательно связана с такими курсами, как «Теория групп», «Конечные поля», «Аксиоматические теории».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с построением абстрактной теории колец и теории модулей, представлениями групп автоморфизмами алгебраических систем.

**Целью** изучения дисциплины «Кольца и модули» является развитие логического и алгоритмического мышления.

**Задачи:**

1. Привить навыки математического исследования социальных, технических, экономических и других проблем науки и производства, умение мыслить научными категориями в области науки, техники, экономики и социальной сферы.
2. Студент должен ознакомиться с современным языком математики; изучить такие понятия и конструкции, как модули, подмодули, фактормодули, кольца, идеалы колец, свободные модули, инъективные и проективные модули, артиновы и нетеровы модули.
3. Развитие способностей общаться со специалистами из других областей, работы в междисциплинарной команде, а также работы самостоятельно.
4. Развитие навыков научно-исследовательской работы.

Для успешного изучения дисциплины «Кольца и модули» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции

* способность видеть методологические аспекты построения математических теорий;
* применять системный подход в формализации математических задач;
* способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, характеризуют этапы формирования следующих профессиональных компетенций:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Задача профессиональной деятельности | Объект или область знания | Код и наименование профессиональной компетенции | Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции |
| Тип задач профессиональной деятельности: Научно-исследовательский | | | |
| планирование и реализация научно-исследовательской деятельности в области математики и ее приложений | Универсальная алгебра и алгебраические методы криптографии. Методы и концепции математической логики. Алгоритмы и конструкции алгебраической геометрии. | ПК-2 способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом | ПК2.1. Умеет: выдвигать научную гипотезу,  принимать участие в ее  обсуждении; правильно ставить  задачи по выбранной тематике,  выбирать для исследования необходимые методы;  применять выбранные методы к  решению научных задач,  оценивать значимость  получаемых результатов.  ПК2.2. Знает: классические и современные  методы решения задач по  выбранной тематике научных  исследований; профессиональную  терминологию, способы  воздействия на аудиторию в  рамках профессиональной  коммуникации;  основы  исследовательской  деятельности  ПК2.3. Владеет: навыками профессионального  мышления, необходимыми для  адекватного использования  методов современной  математики в теоретических и  прикладных задачах;  навыками подготовки научных  публикаций  и выступлений на научных  семинарах |
| Тип задач профессиональной деятельности: Педагогический | | | |
| проектирование, планирование и реализация образовательного процесса по математике в образовательном учреждении высшего и общего образования в соответствии с требованиями ФГОС основного общего образования и ФГОС среднего общего образования | Универсальная алгебра и алгебраические методы криптографии. Методы и концепции математической логики. Алгоритмы и конструкции алгебраической геометрии. | ПК-4 Способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы | ПК-4.1. Умеет: обосновывать и включать научно-исследовательские и научно-образовательные объекты в образовательную среду и процесс обучения математике; использовать возможности социокультурной среды региона в целях достижения результатов обучения математике  ПК-4.2. Знает: компоненты образовательной среды и их дидактические возможности; принципы и подходы к организации предметной среды математики; научно-исследовательский и научно-образовательный потенциал конкретного региона, где осуществляется образовательная деятельность  ПК-4.3. Владеет умениями по проектированию элементов образовательной среды школьной математики на основе учета возможностей конкретного региона |

1. **СТРУКТУРА И содержание теоретической части курса**

**(18 час.)**

**Тема 1. Основные понятия теории категорий. (2 ч.)**

Вводятся понятия категории, функтора. Примеры категорий и функторов. Произведения и копроизведения.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

**Тема 2. Модули, подмодули и фактормодули. Гомоморфизмы модулей. (2 ч.)**

Определяется понятие группы, подгруппы, смежного класса и приводится доказательство теоремы Лагранжа. Вводится понятие порождающего множества, циклической группы, теоремы о циклических группах

**Тема 3. Кольца, идеалы колец, гомоморфизмы колец. (2 ч.)**

Понятия модуля, подмодуля модуля. Теоремы о пересечении и суммы подмодулей. Понятие фактормодуля, гомоморфизмов модулей. Утверждения о мономорфизмах, эпиморфизмах модулей.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

**Тема 4. Прямые произведения и прямые суммы модулей. (2 ч.)**

Конструкция произведений и копроизведений модулей. Связь между внешними и внутренними прямыми суммами. Гомоморфизмы прямых произведений и сумм.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

**Тема 5**. **Свободные модули. (2 ч.)**

Понятие свободного модуля. Свободные и делимые абелевы группы. Примеры.

**Тема 6. Косущественные и существенные подмодули. (2 час.)**

Понятия косущественного и существенного модуля. Примеры.

**Тема 7. Инъективные и проективные модули (2 ч.)**

Инъективные и проективные модули. Примеры. Инъективность и проективность абелевых групп как модулей.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

**Тема 8. Инъективные и проективные оболочки (2 час.)**

Понятия инъективной и проективной оболочки. Примеры. Существенное и максимальное существенное расширение модуля. Связь с понятием инъективной оболочки.

**Тема 9. Артиновы и нетеровы модули (2 час.)**

Понятия артинова и нетерова модуля. Примеры. Теорема Гильберта и базисе. Эндоморфизмы артиновых и нетеровых модулей.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

1. **СТРУКТУРА И содержание практической части курса и самостоятельной работы**

**Практические занятия (28 час.)**

**Занятие 1. Основные понятия теории категорий. (2 ч.)**

Понятия категории, функтора. Примеры категорий и функторов. Произведния и копроизведения.

**Занятие 2. Группы, подгруппы, факторгруппы, гомоморфизм групп. (2 ч.)**

Понятие группы, подгруппы. Группы подстановок, кватернионов. Циклические группы.

**Занятие 3.** **Модули, подмодули и фактормодули. (2 ч.)**

Понятия модуля, подмодуля модуля, фактормодуля, гомоморфизмов модулей. Утверждения о мономорфизмах, эпиморфизмах модулей.

**Занятие 4. Кольца, идеалы колец. (2 ч.)**

Понятия кольца, кольца, порожденного множеством, идеала кольца. Свойства идеалов колец.

**Занятие 5.** **Гомоморфизмы колец (2 час.)**

Понятие гомоморфизма колец, кольца классов вычетов. Утверждения о мономорфизмах, эпиморфизмах колец.

**Занятие 6. Прямые произведения и прямые суммы модулей. (2 ч.)**

Конструкция произведений и копроизведений модулей. Связь между внешними и внутренними прямыми суммами. Гомоморфизмы прямых произведений и сумм.

**Занятие 7**. **Свободные модули. (4 ч.)**

Понятие свободного модуля. Свободные и делимые абелевы группы. Примеры.

**Занятие 8. Косущественные и существенные подмодули. (2 час.)**

Понятия косущественного и существенного модуля. Примеры.

**Занятие 9. Инъективные и проективные модули (3 ч.)**

Инъективные и проективные модули. Примеры. Инъективность и проективность абелевых групп как модулей.

**Занятие 10. Инъективные и проективные оболочки (3 час.)**

Понятия инъективной и проективной оболочки. Примеры. Существенное и максимальное существенное расширение модуля. Связь с понятием инъективной оболочки.

**Занятие 11. Артиновы и нетеровы модули (4 час.)**

Понятия артинова и нетерова модуля. Примеры. Теорема Гильберта и базисе. Эндоморфизмы артиновых и нетеровых модулей.

**III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ обеспечение самостоятельной работы ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Кольца и модули» включает в себя:

1) план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

2) характеристику заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

3) требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

4) критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

**План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Дата/сроки выполнения** | **Вид самостоятельной работы** | **Примерные нормы времени на выполнение** |
| Группы, подгруппы, основные определения | 20.02 - 27.02 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |
| Модули, подмодули и фактормодули | 27.02 - 04.03 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |
| Кольца, идеалы колец, гомоморфизмы колец | 05.03 - 12.03 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |
| Прямые произведения и прямые суммы модулей | 13.03 - 20.03 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |
| Свободные модули | 20.04 - 27.04 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |
| Инъективные и проективные модулии | 5.05 - 12.05 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |
| Артиновы и нетеровы модули | 12.05 - 19.05 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |
| Группы, подгруппы, основные определения | 19.05 - 26.05 | индивидуальное домашнее задание | 1 неделя |

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю на проверку. Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

**IV. контроль достижения целей курса**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Контролируемые разделы / темы дисциплины | Коды и этапы формирования компетенций | Оценочные средства | | | |
| текущий контроль | промежуточная аттестация | | |
| 1 | Группы, подгруппы, основные определения | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2);  способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | УО-3 | | УО-2 |
| 2 | Модули, подмодули и фактормодули | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2); | УО-3 | |  |
| 3 | Кольца, идеалы колец, гомоморфизмы колец | способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | ПР-11 | | УО-2 |
| 4 | Прямые произведения и прямые суммы модулей | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2); | УО-3 | |  |
| 5 | Свободные модули | способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | ПР-11 | | УО-2 |
| 6 | Инъективные и проективные модулии | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2); | УО-3 | |  |
| 7 | Артиновы и нетеровы модули | способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | ПР-11 | | УО-2 |

Типовые контрольные задания и экзаменационные вопросы представлены в Разделе ФОС.

**V. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. [Абызов А.Н., Туганбаев А.А.](https://e.lanbook.com/book/97108) [Кольца и модули: монография](https://e.lanbook.com/book/97108). Издательство "ФЛИНТА", 2017

<https://e.lanbook.com/book/97108>

1. [Туганбаев А.А.](https://e.lanbook.com/book/97108) Целозамкнутые к[ольца и модули: монография](https://e.lanbook.com/book/97108). Издательство "ФЛИНТА", 2012

https://e.lanbook.com/book/44671

1. [Туганбаев А.А.](https://e.lanbook.com/reader/book/119169) [Арифметические кольца и эндоморфизмы: монография](https://e.lanbook.com/reader/book/119169). Издательство "ФЛИНТА", 2018

https://e.lanbook.com/reader/book/119169/#1

**Дополнительная литература**

1. А. Г. Курош Лекции по общей алгебре : учебник. Санкт-Петербург: Лань, 2009
2. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:250624&theme=FEFU>
3. А. А. Туганбаев Теория колец. Арифметические модули и кольца. Москва: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2009
4. http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:290034&theme=FEFU
5. Ф. Каш Модули и кольца. Москва: Мир, 1981.
6. К. Фейс Алгебра: кольца, модули и категории: [монография] . т. 2. Москва : Мир , 1977.
7. К. Фейс Алгебра: кольца, модули и категории: [монография] . т. 1. Москва : Мир , 1977.
8. И. Ламбек. Кольца и модули. – Изд-во Мир, 2006.
9. Фукс. Бесконечные абелевы группы. Том 1 и 2 – Санкт-Петербург, «Лань», 2010, – 384 с.
10. Д.К. Фаддеев. Лекции по алгебре. – Санкт-Петербург, «Лань», 2012, – 416 с.
11. А. Г. Курош, Курс высшей алгебры. – Санкт-Петербург, «Лань», 2011, – 462 с.
12. А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. – Санкт-Петербург, «Лань», 2012, – 304 с.
13. М.М. Постников. Линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, – 400 с.
14. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М. «Наука». 2009.–310 с.
15. Курош А.Г. Теория групп. – 3 издание – М.: Наука, 2005.
16. А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. – Санкт-Петербург, «Лань», 2012, – 304 с.
17. М.М. Постников. Линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, – 400 с.
18. Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. — М.:Мир, 1972
19. Зарисский О., Самюэль Р. Коммутативная алгебра. — М.:ИЛ, 1963
20. Ленг С. Алгебра. — М.:Мир, 1968

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9425> Туганбаев А.А. Теория колец. Арифметические модули и кольца Издательство: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования) 2009
2. [http](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=177)://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\_cid=25&pl1\_id=177 Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М. «Наука». 2009.– 310 с.
3. <http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2751> [Наймарк М.А. Теория представлений групп](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2751): СПб, Лань.– 2010
4. [http://reslib.org/#!/book/Kolza\_i\_moduli/1195650/read/1](http://reslib.org/) И. Ламбек. Кольца и модули. – Изд-во Мир, 1971.

**Профессиональные базы данных и информационные** **справочные системы**

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>
3. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru <http://www.mathnet.ru>
4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронная библиотека Европейского математического общества <https://www.emis.de/>
6. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>

**VI. методическое обеспечение дисциплины**

На изучение дисциплины отводится 54 часа аудиторных занятий. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических и лабораторных занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию. После выполнения задания, студент отправляет его на проверку преподавателю. Работа должна быть отослана в формате PDF одним документом. По данному курсу разработаны методические указания.

**VII мАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование дисциплины (модуля), практик в соответствии с учебным планом** | **Наименование специальных\* помещений и помещений для самостоятельной работы** | **Оснащенность** **специальных помещений и помещений для самостоятельной работы** |
| Кольца и модули | D732 - учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;  А1017- Аудитория для самостоятельной работы, Читальные залы Научной библиотеки ДВФУ с открытым доступом к фонду | Мультимедийное оборудование: Экран проекционный Projecta Elpro Large Electron, 300x173 см, размер рабочей области 290х163 Документ-камера Avervision CP 355 AF Мультимедийный проектор, Mitsubishi FD630U, 4000 ANSI Lumen, 1920х1080 Cетевая видеокамера Multipix MP-HD718 ЖК-панель 47", Full НD, LG М4716 ССBА ЖК-панель 42", Full НD, LG М4214 ССBА ЖК-панель 42", Full НD, LG М4214 ССBА;  Моноблок Lenovo C360G-i34164G500UDK – 15 шт. Интегрированный сенсорный дисплей Polymedia FlipBox - 1 шт. Копир-принтер-цветной сканер в e-mail с 4 лотками Xerox WorkCentre 5330 (WC5330C – 1 шт. Скорость доступа в Интернет 500 Мбит/сек. Рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованы: портативными устройствами для чтения плоскопечатных текстов, сканирующими и читающими машинами видеоувеличителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками |

**VIII** **Фонды оценочных средств**

**Паспорт фонда оценочных средств**

**по дисциплине «Кольца и модули»**

|  |  |
| --- | --- |
| Код и формулировка компетенция | Этапы формирования компетенций |
| ПК-2 способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом | Знает: классические и современные  методы решения задач по  выбранной тематике научных  исследований; профессиональную  терминологию, способы  воздействия на аудиторию в  рамках профессиональной  коммуникации;  основы  исследовательской  деятельности |
| Умеет: выдвигать научную гипотезу,  принимать участие в ее  обсуждении; правильно ставить  задачи по выбранной тематике,  выбирать для исследования необходимые методы;  применять выбранные методы к  решению научных задач,  оценивать значимость  получаемых результатов |
| Владеет: навыками профессионального  мышления, необходимыми для  адекватного использования  методов современной  математики в теоретических и  прикладных задачах;  навыками подготовки научных  публикаций  и выступлений на научных  семинарах |
| ПК-4 Способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы | Знает: компоненты образовательной среды и их дидактические возможности; принципы и подходы к организации предметной среды математики; научно-исследовательский и научно-образовательный потенциал конкретного региона, где осуществляется образовательная деятельность |
| Умеет: обосновывать и включать научно-исследовательские и научно-образовательные объекты в образовательную среду и процесс обучения математике; использовать возможности социокультурной среды региона в целях достижения результатов обучения математике |
| Владеет: умениями по проектированию элементов образовательной среды школьной математики на основе учета возможностей конкретного региона |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Контролируемые разделы / темы дисциплины | Коды и этапы формирования компетенций | Оценочные средства | | | |
| текущий контроль | промежуточная аттестация | | |
| 1 | Группы, подгруппы, основные определения | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2);  способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | УО-3 | | УО-2 |
| 2 | Модули, подмодули и фактормодули | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2); | УО-3 | |  |
| 3 | Кольца, идеалы колец, гомоморфизмы колец | способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | ПР-11 | | УО-2 |
| 4 | Прямые произведения и прямые суммы модулей | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2); | УО-3 | |  |
| 5 | Свободные модули | способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | ПР-11 | | УО-2 |
| 6 | Инъективные и проективные модулии | способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом (ПК-2); | УО-3 | |  |
| 7 | Артиновы и нетеровы модули | способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы (ПК-4) | ПР-11 | | УО-2 |

**II. Шкала оценивания уровня сформированности компетенций по дисциплине «Кольца и модули»**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Код и формулировка компетенции** | **Этапы формирования компетенции** | | **критерии** | **показатели** |
| ПК-2 способен к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом | знает (пороговый уровень) | классические и современные  методы решения задач по  выбранной тематике научных  исследований; профессиональную  терминологию, способы  воздействия на аудиторию в  рамках профессиональной  коммуникации;  основы  исследовательской  деятельности | знание основных понятий и методов научных исследований в выбранной области математики | -способность наличие знаний основных понятий и методов научных исследований в выбранной области математики |
| умеет (продвинутый) | выдвигать научную гипотезу,  принимать участие в ее  обсуждении; правильно ставить  задачи по выбранной тематике,  выбирать для исследования необходимые методы;  применять выбранные методы к  решению научных задач,  оценивать значимость  получаемых результатов | умение применять математические методы при исследовании в выбранной области математики | наличие в диссертации результатов эффективного применения методов системного анализа |
| владеет (высокий) | навыками профессионального  мышления, необходимыми для  адекватного использования  методов современной  математики в теоретических и  прикладных задачах;  навыками подготовки научных  публикаций  и выступлений на научных  семинарах | владение основными математическими методами научных исследований | демонстрация использования основных математических методов научных исследований |
| ПК-4 Способен участвовать в проектировании предметной среды образовательной программы | знает (пороговый уровень) | компоненты образовательной среды и их дидактические возможности; принципы и подходы к организации предметной среды математики; научно-исследовательский и научно-образовательный потенциал конкретного региона, где осуществляется образовательная деятельность | знание наиболее применяемых пакетов прикладных программ | наличие знаний наиболее применяемых пакетов прикладных программ |
| умеет (продвинутый) | обосновывать и включать научно-исследовательские и научно-образовательные объекты в образовательную среду и процесс обучения математике; использовать возможности социокультурной среды региона в целях достижения результатов обучения математике | реализация математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах | демонстрация современных методов и технологий программирования с использованием сетей при реализации курсовых работ, ИДК и ВКР |
| владеет (высокий) | умениями по проектированию элементов образовательной среды школьной математики на основе учета возможностей конкретного региона | использование методов и технологий программирования методами компьютерного и математического моделирования | навыками построения непротиворечивых математических теорий |

Вопросы к экзамену

1. **семестр**

1. Теорема Лагранжа.

2. Модули. Гомоморфизмы модулей. Утверждения о мономорфизмах, эпиморфизмах модулей.

3. Кольцо. Подкольцо. Кольцо, порожденное множеством.

4. Идеал кольца. Факторкольцо.

5. Гомоморфизмы колец.

6. Гомоморфизмы модулей. Типы гомоморфизмов. Ядро и образ гомоморфизма модулей.

7. Теорема о гомоморфизмах.

8. Первая теорема об изоморфизме.

9. Вторая теорема об изоморфизме.

1. Произведение и копроизведение модулей.
2. Связь между внешними и внутренними прямыми суммами.
3. Гомоморфизмы прямых произведений и сумм.
4. Свободные модули.
5. Свободные и делимые абелевы группы.
6. Косущественные и существенные подмодули.
7. Инъективные и проективные модули.
8. Инъективность и проективность абелевых групп как модулей.
9. Инъективные и проективные оболочки.
10. Существенное и максимальное существенное расширение модуля.
11. Артиновы и нетеровы модули.
12. Теорема Гильберта и базисе.
13. Эндоморфизмы артиновых и нетеровых модулей.

**Примеры контрольных работ**

**Тема: Модули. Гомоморфизмы модулей**

Вариант 1

1. Доказать, что отображение из множества М2(R) всех квадратных матриц порядка 2 над кольцом R в себя, зануляющее второй столбец матрицы, является эндоморфизмом R-модуля М2(R).
2. Найти ядро и образ эндоморфизма R-модуля М2(R) всех квадратных матриц порядка 2 над кольцом R в себя, зануляющего второй столбец матрицы.

**Тема: Кольца. Гомоморфизмы колец**

Вариант 1.

1) Найти все подкольца кольца классов вычетов по модулю 32.

2) Найти все идеалы кольца классов вычетов по модулю 32.

3) Найти все гомоморфизмы из кольца Z в кольцо 2Z.

4) Найти все гомоморфизмы из кольца Z в кольцо М2(Z2).

**Примеры индивидуальных домашних заданий**

**Тема: Инъективные и проективные модули**

1) Построить прямую сумму N копий Z2-модуля М2(Z2).

2) если Р проективен и А, В - два прямых слагаемых в Р, то пересечение А и В – также прямое слагаемое Р.

3) если Q инъективен и А, В - два прямых слагаемых в Q, то сумма А и В – также прямое слагаемое Q.

**Тема: Артиновы и нетеровы модули и кольца**

1) Доказать, что кольцо квадратных матриц порядка n с коэффициентами из R артиново (нетерово) справа тогда и только тогда, когда R артиново (нетерово) справа.

2) Доказать, что каждое артиново справа кольцо без делителей нуля – тело.