



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

**ШКОЛА ЭКОНОМИКИ И МЕНЕДЖМЕНТА ДВФУ**

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОП

Заведующий кафедрой бизнес-информатики и  
экономико-математических методов

Е.Г. Юрченко

Ю.Д. Шмидт

« 28 » июня 2018 г.

« 28 » июня 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Приложения линейной алгебры в экономике**

Направление подготовки **38.03.05 «Бизнес-информатика»**  
Форма подготовки **очная**

курс 2, семестр 3

лекции 36 час.

практические занятия 36 час.

лабораторные работы 0 час.

в том числе с использованием МАО лек. 0 /пр. 18 /лаб. 0 час.

всего часов аудиторной нагрузки 72 час.

в том числе с использованием МАО 18 час.

самостоятельная работа 36 час.

в том числе на подготовку к экзамену 27 час.

контрольные работы (количество) – 3

курсовая работа/курсовой проект –

зачет -

экзамен 3 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДВФУ, утвержденного приказом ректора от 21.10.2016 № 12-13-2030

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры бизнес-информатики и экономико-математических методов, протокол № 6 от « 28 » июня 2018 г.

Заведующий кафедрой: д-р экон. наук, проф. Ю.Д. Шмидт

Составители: д-р экон. наук, проф. Ю.Д. Шмидт

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой БИиЭММ \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой БИиЭММ \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## ABSTRACT

**Bachelor's degree in 38.03.05 «Business-Informatics».**

**Course title:** Applications of linear algebra in economics.

**Basic part of Block, 3 credits.**

**Instructor:** Schmidt Yuri D., Doctor of Economics, Professor.

**At the beginning of the course a student should be able to:**

- the ability to use the basics of economic knowledge in the various fields of activity;
- ability to self-organization and self-education
- the ability to use appropriate mathematical apparatus and tools for processing, analyzing and organizing information about the study.

**Learning outcomes:**

professional competence (PC):

- the ability to use the basic methods of the natural sciences in professional activities for theoretical and experimental research;
- the ability to use the appropriate mathematical apparatus and tools for processing, analyzing and systematizing information on the research topic.

**Course description:** The content of the discipline covers the sections of higher mathematics, which are called linear algebra and analytic geometry. Linear algebra is the original problem - the study of systems of linear equations. To do this, the device is developed the theory of determinants (when the number of equations equals the number of unknowns). This unit is no longer sufficient when the number of equations is not equal to the number of unknowns. In this case, it was necessary to develop the theory of matrices. Further study of systems of linear equations required the introduction and study of multidimensional (vector or linear) space. A graphic representation of linear spaces are two-dimensional or three-dimensional Euclidean space. For these physical spaces covers the basics of vector algebra, the theory of a straight line on the plane and the second-order curves, plane and a

straight line in space. These sections are the elements of analytic geometry. Further, these concepts are abstracted to an n-dimensional vector space. The teaching materials on the course provide extensive use of active, creative and interactive lessons, combined with private study in order to create and develop the professional skills of the students.

**Main course literature:**

1. Kremer, N. Sh. Linear algebra: textbook and practical work / N. Sh. Kremer, MN Friedman; by ed. N. Sh. Kremer. - M.: Publishing Yurayt, 2014. - 307 p. - Series: Bachelor. Basic course.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:710743&theme=FEFU>

2. Beklemishev, D.V. The course of analytic geometry and linear algebra: a textbook for universities / D.V. Beklemishev. - M.: Publishing house FIZMATLIT, 2009. - 309 p.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:670384&theme=FEFU>

3. Gevorkyan, PS Higher Mathematics. Linear algebra and analytic geometry: a tutorial. / P.S. Gevorkyan. - M.: Publishing house FIZMATLIT, 2011. - 205 p.

[http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:/usr/vtls/ChamoHome/visualizer/data\\_lan/data\\_lan+%281844%29.xml&theme=FEFU](http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=Lan:/usr/vtls/ChamoHome/visualizer/data_lan/data_lan+%281844%29.xml&theme=FEFU)

**Form of final control:** exam

## **Аннотация к рабочей программе дисциплины «Приложения линейной алгебры в экономике»**

Учебный курс «Приложения линейной алгебры в экономике» предназначен для студентов 2 курса по направлению подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика».

Дисциплина «Приложения линейной алгебры в экономике» включена в состав базовой части блока «Дисциплины (модули)».

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (36 часа), практические занятия (36 часов, в том числе МАО 18 часов), самостоятельная работа студента (36 часов, в том числе 27 часов на подготовку к экзамену). Дисциплина реализуется на 2 курсе в 3 семестре.

Дисциплина «Приложения линейной алгебры в экономике» основывается на знаниях, умениях и навыках, полученных в результате изучения дисциплин «Математика», «Математика для экономистов», и позволяет подготовить студентов к освоению курсов «Эконометрика», «Математические методы и модели в экономике», «Моделирование бизнес-процессов», «Исследование операций», «Объектно-ориентированный анализ и программирование», «Оптимальное управление».

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов: матрицы и определители, системы линейных уравнений, линейные пространства, линейные преобразования линейных пространств, евклидовы пространства, квадратичные формы, векторная алгебра, аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

**Целью** – знакомство с основными методами линейной алгебры и аналитической геометрии, а также развитие аналитического, логического, теоретико-множественного и алгоритмического мышления, привитие навыков математического исследования социальных, экономических и других проблем науки и производства.

### **Задачи:**

– овладение методами и средствами линейной алгебры и аналитической геометрии;

– овладение знаниями и навыками, необходимыми для применения инструментария и методов линейной алгебры при анализе социально-экономических процессов и решении экономических задач.

Для успешного изучения дисциплины «Приложения линейной алгебры в экономике» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

– знакомство с современным языком математики, владение основными вычислительными навыками;

– знание элементарной математики: алгебры, элементарных функций, умение дифференцировать;

– умение самостоятельно работать с учебной литературой, выделять и формулировать основные цели и задачи изучаемых тем и разделов.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие профессиональные компетенции (элементы компетенций).

<b>Код и формулировка компетенции</b>	<b>Этапы формирования компетенции</b>	
ПК-22 способностью использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования	Знает	методы линейной и векторной алгебры, общую теорию линейных операторов и систем линейных уравнений
	Умеет	составлять балансовые соотношения и системы линейных уравнений для описания социально-экономических процессов и их динамики, компонентов ИТ-архитектуры
	Владеет	инструментальными средствами линейной алгебры и аналитической геометрии для теоретических и экспериментальных исследований
ПК-23 способностью использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для	Знает	методы линейной и матричной алгебры, общую теорию матричного исчисления
	Умеет	формировать таблицы исходной информации в виде матриц и линейных операторов, создавать алгоритмы обработки и анализа данных
	Владеет	инструментальными средствами линейной

обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования		алгебры для обработки, анализа и систематизации информации
---	--	--

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Приложения линейной алгебры в экономике» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения: лекция – беседа, лекция – конференция, круглый стол, проектирование (индивидуальное задание).

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### ***Раздел 1. Матрицы и определители (9 часов)***

**Тема 1. Матрицы (2 часа).** Операции с матрицами. Свойства операций над матрицами. Умножение матриц на трансвекцию и диагональную матрицу. Теорема о разложении матрицы в произведение нескольких трансвекций и диагональной матрицы.

**Тема 2. Линейная зависимость и линейная независимость (1 час).** Столбцы и строки. Линейная зависимость и линейная независимость столбцов и строк. Свойства линейно зависимых и линейно независимых совокупностей столбцов и строк.

**1. Тема 3. Определители (2 часа).** Определитель матрицы размерности  $n$ . Теорема основная для определителя. Основные свойства определителей. Достаточное условие равенства определителя нулю. Теорема об определителе произведения двух квадратных матриц.

**Тема 4. Ранг матрицы (2 часа).** Понятие базисного минора матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Приведение матрицы к верхней трапецеидальной форме с помощью элементарных преобразований. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Свойства ранга матрицы.

**Тема 5. Обратная матрица (2 часа).** Понятие обратной матрицы. Формула для определения обратной матрицы. Теорема о равносильности условий для существования обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Литература: [1], гл. 1.

**Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ (4 часа)**

**Тема 1. Понятие СЛАУ (2 часа).** Матричная запись системы линейных алгебраических уравнений. Основная и расширенная матрицы системы. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли).

**Тема 2. Правило Крамера (2 часа).** Крамеровские системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Крамера. Решение крамеровских систем с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы.

**Тема 3. Метод Гаусса (2 часа).** Элементарные преобразования системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса исследования и решения системы линейных алгебраических уравнений. Базисные и свободные неизвестные.

Литература: [1], гл. 2.

**Раздел 3. Линейные пространства (5 часов)**

**Тема 1. Базис и размерность линейного пространства (2 часа).** Понятие линейного пространства. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Базис линейного пространства. Координаты вектора линейного пространства относительно данного базиса. Размерность линейного пространства. Связь понятий базиса и размерности линейного пространства.

**Тема 2. Подпространства (1 час).** Подпространства линейного пространства. Примеры линейных подпространств. Понятие линейной оболочки векторов линейного пространства.



**Тема 3. Замена базиса линейного пространства (1 час).** Формулы преобразования координат вектора линейного пространства при переходе от одного базиса пространства к другому.

**Тема 4. Фундаментальная система решений (1 час).** Пространство решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Размерность пространства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений (ФСР) однородной системы линейных алгебраических уравнений. Отыскание нормальной ФСР. Структура общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений.

Литература: [1], гл. 3.

***Раздел 4. Линейные преобразования линейных пространств (6 часов)***

**Тема 1. Операции над линейными преобразованиями (2 часа).** Понятие линейного оператора и линейного преобразования. Операции над линейными преобразованиями. Обратное линейное преобразование. Свойства операций над линейными преобразованиями. Ядро и образ линейного преобразования. Дефект и ранг линейного преобразования.

**Тема 2. Матрица линейного преобразования (2 часа).** Матрица линейного преобразования в данном базисе линейного пространства. Взаимно однозначное соответствие между линейными преобразованиями  $n$ -мерного линейного пространства и квадратными матрицами порядка  $n$ . Связь между рангом линейного преобразования и рангом соответствующей ему матрицы. Преобразование матрицы линейного преобразования при переходе от одного базиса линейного пространства к другому.

**Тема 3. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования (2 часа).** Характеристический многочлен линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Собственное подпространство, отвечающее данному собственному значению линейного преобразования. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.

Критерий приведения матрицы линейного преобразования к диагональному виду.

Литература: [1], гл. 4.

### ***Раздел 5. Евклидовы пространства (2 часа)***

**Тема 1. Ортонормированный базис (2 часа).** Понятие действительного евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама. Линейное нормированное пространство. Ортонормированный базис евклидова пространства. Процесс ортогонализации. Свойства ортонормированного базиса.

Литература: [1], гл. 5.

### ***Раздел 6. Квадратичные формы (2 часа)***

**Тема 1. Канонический вид квадратичной формы (2 часа).** Понятие квадратичной формы. Матрица, дискриминант и ранг квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции действительной квадратичной формы квадратичной формы. Знакоопределенные и знакопеременные квадратичные формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.

Литература: [1], гл. 6.

### ***Раздел 7. Векторная алгебра (3 часа)***

**Тема 1. Декартовы прямоугольные координаты (1 час).** Понятие вектора. Коллинеарность и равенство векторов. Линейные операции над векторами. Критерий коллинеарности двух ненулевых векторов. Компланарность векторов. Критерий компланарности трех векторов. Ось. Величина направленного отрезка оси. Проекция вектора на ось. Декартовы прямоугольные координаты вектора. Направляющие косинусы вектора. Радиус-вектор точки. Декартовы прямоугольные координаты точки. Деление отрезка в заданном отношении. Преобразование координат точки в пространстве и на плоскости. Полярные, цилиндрические и сферические координаты точки.

**Тема 2. Скалярное произведение векторов (1 час).** Свойства скалярного произведения.

**Тема 3. Векторное и смешанное произведения векторов (1 час).** Свойства произведений.

Литература: [1], гл. 7.

***Раздел 8. Прямая линия на плоскости (2 часа)***

**Тема 1. Уравнение прямой с угловым коэффициентом (1 часа).** Понятие уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой «в отрезках». Угол между прямыми.

**Тема 2. Другие виды уравнений прямой (1 час).** Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Литература: [1], гл. 8.

***Раздел 9. Плоскость и прямая линия в пространстве(3 часа)***

**Тема1. Плоскость в пространстве (1 час).** Уравнение плоскости в векторном виде. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору (вектору нормали к плоскости). Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости «в отрезках». Нормированное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности плоскостей. Условие перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки, не лежащие на одной прямой.

**Тема 2. Прямая линия в пространстве (1 час).** Общие уравнения прямой в пространстве. Направляющий вектор прямой. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой. Угол между прямыми в пространстве. Условие параллельности прямых. Условие перпендикулярности прямых.

**Тема 3. Прямая и плоскость (1 час).** Пучок плоскостей. Ось пучка как прямая, принадлежащая всем плоскостям пучка. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности прямой и плоскости. Условие перпендикулярности прямой и плоскости.

Литература: [1], гл. 10.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (36 часов, в том числе МАО – 18 час.)**

*Все занятия проводятся с элементами МАО - проектирование (индивидуальное задание), решение ситуационных задач.*

**Занятие 1. Матрицы (2 часа).** Понятие матрицы. Операции над матрицами.

**Занятие 2. Определители. Ранг матрицы (4 часа).** Понятие определителя. Вычисление определителей третьего и четвертого порядков. Базисный минор. Способы вычисления ранга матрицы.

**Занятие 3. Обратная матрица (2 часа).** Понятие обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы.

**Занятие 4. Решение крамеровских систем (2 часа).** Решение крамеровских систем двумя способами: по формулам Крамера и с помощью обратной матрицы.

**Занятие 5. Метод Гаусса (2 часа).** Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Приведение основной матрицы системы к верхней трапецеидальной форме. Базисные и свободные переменные. Исследование совместности СЛАУ. Обратный ход метода Гаусса. Исследование линейной зависимости строк и столбцов с помощью метода Гаусса.

**Занятие 6. Линейная зависимость и независимость элементов абстрактного линейного пространства (2 часа).** Пространство строк, пространство столбцов, пространство матриц, пространство многочленов определенной степени. Представление элемента пространства в виде

линейной комбинации других элементов этого пространства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства.

**Занятие 7. Базис и координаты (2 часа).** Понятие базиса линейного пространства. Отыскание координат произвольного элемента линейного пространства относительно фиксированного базиса пространства. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому. Выражение координат произвольного элемента линейного пространства относительно одного базиса через его координаты относительно другого базиса.

**Занятие 8. Подпространства. Пространство решений однородной СЛАУ (2 часа).** Понятие линейного подпространства линейного пространства. Операции над подпространствами. Пространство решений однородной СЛАУ. Базис пространства решений однородной СЛАУ – фундаментальная система решений (ФСР). Отыскание нормальной ФСР однородной СЛАУ.

**Занятие 9. Линейные операторы и линейные преобразования линейных пространств (3 часа).** Понятие линейного оператора. Операции над линейными операторами. Понятие линейного преобразования. Операции над линейными преобразованиями. Ядро и образ линейного преобразования. Ранг и дефект линейного преобразования. Критерий обратимости линейного преобразования.

**Занятие 10. Матрица линейного преобразования (2 часа).** Понятие матрицы линейного преобразования в данном базисе линейного пространства. Связь между координатами прообраза и образа элемента линейного пространства. Выражение матрицы линейного преобразования в одном базисе через его матрицу в другом базисе. Характеристический определитель линейного преобразования.

**Занятие 11. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования (2 часа).** Вычисление собственных значений линейного преобразования как его действительных характеристических корней. Алгебраическая кратность собственного значения. Вычисление

координат собственных векторов как ненулевых решений соответствующих однородных СЛАУ. Геометрическая кратность собственного значения. Приведение матрицы линейного преобразования к диагональному виду.

**Занятие 12. Евклидовы пространства (2 часа).** Ортогональность элементов евклидова пространства. Матрица Грама базиса евклидова пространства. Дополнение ортогональной системы векторов евклидова пространства до базиса. Ортонормированный базис евклидова пространства. Процесс ортогонализации.

**Занятие 13. Квадратичные формы (2 часа).** Матрица квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Индексы инерции действительной квадратичной формы. Критерий Сильвестра положительной и отрицательной определенности квадратичной формы.

**Занятие 14. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов (2 часа).** Определение и свойства скалярного произведения двух векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных декартовыми прямоугольными координатами. Критерий ортогональности векторов. Вычисление угла между векторами. Определение и свойства векторного произведения двух векторов. Площади параллелограмма и треугольника, построенных на данных векторах. Вычисление векторного произведения векторов, заданных декартовыми прямоугольными координатами. Смешанное произведение трех векторов. Свойства смешанного произведения. Объем параллелепипеда и пирамиды, построенных на данных трех векторах. Вычисление смешанного произведения векторов, заданных декартовыми прямоугольными координатами.

**Занятие 18. Прямая линия на плоскости (1 час).** Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой «в отрезках». Угол между прямыми. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном

направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Расстояние от точки до прямой.

**Занятие 19. Плоскость (1 час).** Общее уравнение плоскости. Связка плоскостей. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости «в отрезках». Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Перпендикулярность и параллельность плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.

**Занятие 20. Прямая в пространстве (2 часа).** Общие уравнения прямой в пространстве как система уравнений плоскостей, пересекающихся по данной прямой. Направляющий вектор прямой. Канонические уравнения прямой. Переход от общих уравнений прямой к каноническим уравнениям. Параметрические уравнения прямой. Угол между прямыми в пространстве. Условие параллельности прямых. Условие перпендикулярности прямых.

**Занятие 21. Плоскость и прямая линия в пространстве (1 час).** Пучок плоскостей. Ось пучка. Угол между прямой и плоскостью. Параллельность прямой и плоскости. Перпендикулярность прямой и плоскости.

### **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение заданий;
- характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
- требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел 1, Тема 1, Тема 2 Раздел 2I, Тема 1, Тема 2 Раздел 3II, Тема 2, Тема 3 Раздел 4, Тема 1, Тема 2 Раздел 8, Раздел 9	ПК-22	Знает методы линейной и векторной алгебры, общую теорию линейных операторов и систем линейных уравнений	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену 5,8 -40 (УО -1)
			Умеет составлять балансовые соотношения и системы линейных уравнений для описания социально-экономических процессов и их динамики, компонентов ИТ-архитектуры	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену 1, 5,8 -40 (УО -1)
			Владеет инструментальными средствами линейной алгебры и аналитической геометрии для теоретических и экспериментальных исследований	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену (УО -1)
2	Раздел 1, Тема 1, Тема 2 Раздел 2I, Тема 1, Тема 2 Раздел 3II, Тема 2, Тема 3 Раздел 4, Тема 1, Тема 2 Раздел 8, Раздел 9	ПК-23	Знает методы линейной и матричной алгебры, общую теорию матричного исчисления	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену (УО -1)
			Умеет формировать таблицы исходной информации в виде матриц и линейных операторов, создавать алгоритмы обработки и анализа данных	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену (УО -1)
			Владеет инструментальными средствами линейной алгебры для обработки,	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13,	Вопросы к экзамену (УО -1)



			анализа и систематизации информации	ПР-15)	
--	--	--	-------------------------------------	--------	--

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

*(электронные и печатные издания)*

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. – Санкт-Петербург: Лань, 2015. НБ ДВФУ: <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:777158&theme=FEFU>
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2004, НБ ДВФУ: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:7030&theme=FEFU>.
3. Кремер Н.Ш., Фридман М.Н. Линейная алгебра: учебник и практикум для академического бакалавриата по экономическим специальностям. – Москва: Юрайт, 2015, 307с. НБ ДВФУ: <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:790980&theme=FEFU>
4. Лившиц К.И. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник для вузов. – Санкт-Петербург: Лань, 2017, 504 с. НБ ДВФУ: <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:844739&theme=FEFU>
5. Малугин В.А., Рощина Я.А. Линейная алгебра для экономистов: учебник, практикум и сборник задач для академического бакалавриата по экономическим направлениям и специальностям. – Москва: Юрайт, 2017, 478 с. НБ ДВФУ: <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:841237&theme=FEFU>

6. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с.: 60x90 1/16. ISBN 978-5-16-004533-7 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/363158>.

### Дополнительная литература

7. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник для университетов и технических вузов. – Москва: Изд-во МГУ, 2015, 393 с. НБ ДВФУ: <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:817753&theme=FEFU>

8. Епихин В.Е., Граськин. С.С. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: теория и решение задач: учебное пособие. – Москва: КноРус, 2013, 608 с. НБ ДВФУ: <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:784080&theme=FEFU>

9. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие. – Санкт-Петербург: Лань, 2010, 475 с. НБ ДВФУ: <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:305907&theme=FEFU>

10. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие / Бортаковский А.С., Пантелеев А.В., - 3-е изд., стер. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 592 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010586-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/494895>

11. Юрченко Е.Г., Митченко А.Д. Линейная алгебра: метод. указания. – Владивосток: Издательский дом Дальневост. федерал. ун-та, 2012, 35 с. НБ ДВФУ: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:678464&theme=FEFU>.

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека и базы данных ДВФУ .  
<http://dvfu.ru/web/library/elib>

2. Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com>
3. Электронно-библиотечная система «Научно-издательского центра ИНФРА-М» <http://znanium.com>
4. Электронно-библиотечная система БиблиоТех.  
<http://www.bibliotech.ru>
5. Электронный каталог научной библиотеки ДВФУ <http://ini-fb.dvgu.ru:8000/cgi-bin/gw/chameleon>
6. Научная библиотека КиберЛенинка: <http://cyberleninka.ru/>

### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

1. Microsoft Word
2. Microsoft Excel
3. Microsoft PowerPoint
4. Microsoft Publisher
5. КонсультантПлюс / Гарант
6. Microsoft Internet Explorer/ Mozilla Firefox/ Opera

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Реализация дисциплины предусматривает следующие виды учебной работы: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студентов, текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Освоение курса дисциплины предполагает рейтинговую систему оценки знаний студентов и предусматривает со стороны преподавателя текущий контроль за посещением студентами лекций, подготовкой и выполнением всех практических работ и контрольных мероприятий (контрольные и самостоятельные работы) с обязательным предоставлением отчета о работе, выполнением всех видов самостоятельной работы.

Промежуточной аттестацией по дисциплине является экзамен, который проводится в виде тестирования и собеседования.

В течение учебного семестра обучающимся нужно:

- освоить теоретический материал;
- успешно выполнить аудиторные и контрольные задания;
- своевременно и успешно выполнить все виды самостоятельной работы.

Студент считается аттестованным по дисциплине при условии выполнения всех видов текущего контроля и самостоятельной работы, предусмотренных учебной программой.

Критерии оценки по дисциплине для аттестации на экзамене следующие: 86-100 баллов – «отлично», 76-85 баллов – «хорошо», 61-75 баллов – «удовлетворительно», 60 и менее баллов – «неудовлетворительно».

Пересчет баллов по текущему контролю и самостоятельной работе производится по формуле:

$$P(n) = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{O_i}{O_i^{max}} \times \frac{k_i}{W} \right],$$

где:  $W = \sum_{i=1}^n k_i^n$  для текущего рейтинга;

$W = \sum_{i=1}^m k_i^n$  для итогового рейтинга;

$P(n)$  – рейтинг студента;

$m$  – общее количество контрольных мероприятий;

$n$  – количество проведенных контрольных мероприятий;

$O_i$  – балл, полученный студентом на  $i$ -ом контрольном мероприятии;

$O_i^{max}$  – максимально возможный балл студента по  $i$ -му контрольному мероприятию;

$k_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го контрольного мероприятия;

$k_i^n$  – весовой коэффициент  $i$ -го контрольного мероприятия, если оно является основным, или 0, если оно является дополнительным.

***Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины***

Планирование – важнейшая черта человеческой деятельности, один из характерных, обязательных признаков человеческого труда. Для организации сложной учебной деятельности очень эффективным является использование средств, напоминающих о стоящих перед нами задачах, их последовательности выполнения. Такими средствами могут быть мобильный телефон, имеющий программу органайзера, включающего будильник, календарь и список дел; таймеры, напоминающие о выполнении заданий по дисциплине; компьютерные программы составления списка дел, выделяющие срочные и важные дела.

Составление списка дел – первый шаг к организации времени. Список имеет то преимущество, что позволяет видеть всю картину в целом. Упорядочение, классификация дел в списке – второй шаг к организации времени.

Регулярность – первое условие поисков более эффективных способов работы. Рекомендуется выбрать один день недели для регулярной подготовки по дисциплине. Регулярность не просто позволяет подготовиться к делу, она создает настрой на это дело, позволяет выработать правила выполнения дела (например, сначала проработка материала лекции, учебника, чтение первоисточника, затем выделение и фиксирование основных идей в тетради).

Чтобы облегчить выполнение заданий, необходимо определить временные рамки. Еженедельная подготовка по дисциплине требует временных затрат. Четкое фиксирование по времени регулярных дел, закрепление за ними одних и тех же часов – важный шаг к организации времени. При учете времени надо помнить об основной цели рационализации – получить наибольший эффект с наименьшими затратами. Учет – лишь средство для решения основной задачи: сэкономить время.

По мнению специалистов по психологии, важность планирования и выполнения дел обуславливается также тем, что у нас накапливаются дела,

задачи или идеи, которые мы не реализуем, откладываем на потом – все это негативно сказывается на нашем внутреннем состоянии в целом.

Важная роль в организации учебной деятельности отводится программе дисциплины, дающая представление не только о тематической последовательности изучения курса, но и о затратах времени, отводимом на изучение курса. Успешность освоения дисциплины во многом зависит от правильно спланированного времени при самостоятельной подготовке (в зависимости от специальности от 2 – 3 до 5 часов в неделю).

***Описание последовательности действий обучающихся (алгоритм изучения дисциплины)***

Начиная изучение дисциплины «Приложения линейной алгебры в экономике», студенту необходимо:

- ознакомиться с программой, изучить список рекомендуемой литературы; к программе курса необходимо будет возвращаться постоянно, по мере усвоения каждой темы в отдельности, для того чтобы понять: достаточно ли полно изучены все вопросы;

- внимательно разобраться в структуре дисциплины «Приложения линейной алгебры в экономике», в системе распределения учебного материала по видам занятий, формам контроля, чтобы иметь представление о курсе в целом, о лекционной и практической части всего курса изучения;

- переписать в тетрадь для лекций (на отдельной странице) и прикрепить к внутренней стороне обложки структуру и содержание теоретической части курса, а в тетрадь для практических занятий – темы практических (лабораторных) занятий.

При подготовке к занятиям по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике» необходимо руководствоваться нормами времени на выполнение заданий. Например, при подготовке к занятию на проработку конспекта одной лекции, учебников, как правило, отводится от 0,5 часа до 2 часов, а на изучение первоисточников объемом 16 страниц печатного текста

с составлением конспекта 1,5–2 часа, с составлением лишь плана около 1 часа.

### ***Рекомендации по работе с литературой***

Наиболее предпочтительна потемная последовательность в работе с литературой. Ее можно представить в виде следующего примерного алгоритма:

- ознакомление с рабочей учебной программой и учебно-методическим комплексом дисциплины;
- изучение основной учебной литературы;
- проработка дополнительной (учебной и научной) литературы.

В ходе чтения очень полезно, хотя и не обязательно, делать краткие конспекты прочитанного, выписки, заметки, выделять неясные, сложные для восприятия вопросы. В целях прояснения последних нужно обращаться к преподавателю. По завершении изучения рекомендуемой литературы полезно проверить уровень своих знаний с помощью контрольных вопросов для самопроверки.

Настоятельно рекомендуется избегать механического заучивания учебного материала. Практика убедительно показывает: самым эффективным способом является не «зубрежка», а глубокое, творческое, самостоятельное проникновение в существо изучаемых вопросов.

Необходимо вести систематическую каждодневную работу над литературными источниками. Объем информации по курсу настолько обширен, что им не удастся овладеть в «последние дни» перед сессией, как на это иногда рассчитывают некоторые студенты.

Следует воспитывать в себе установку на прочность, долговременность усвоения знаний по курсу. Надо помнить, что они потребуются не только и не столько в ходе курсового зачета, но – что особенно важно – в последующей профессиональной деятельности.

Литература имеется в библиотеке университета.

При работе с учебной и научной литературой принципиально важно принимать во внимание момент развития. Студент обязан знать не только рекомендуемую литературу, но и новые, существенно важные издания по курсу, вышедшие в свет после его публикации.

### ***Рекомендации по подготовке к экзамену***

Итоговым контролем при изучении дисциплины «Приложения линейной алгебры в экономике» является экзамен. Примерный перечень вопросов к экзамену содержится в рабочей программе дисциплины. Непосредственно перед сессией вопросы могут обновляться. Обновленный перечень вопросов к экзамену выдается студентам перед началом экзаменационной сессии. На экзамене студенту предлагается ответить на два теоретических вопроса по изученным разделам дисциплины и решить практическую задачу. Цель экзамена – проверка и оценка уровня полученных студентом специальных познаний по учебной дисциплине, а также умения логически мыслить, аргументировать избранную научную позицию, реагировать на дополнительные вопросы, ориентироваться в массиве дефиниций и категорий. Оценке подлежит также и правильность речи студента. Дополнительной целью итогового контроля в виде экзамена является формирование у студента таких качеств, как организованность, ответственность, трудолюбие, самостоятельность. Таким образом, экзамен по дисциплине проверяет сложившуюся у студента систему знаний по данной дисциплине и играет большую роль в подготовке будущего специалиста, способствует получению фундаментальной и специальной подготовки в области математических методов и моделей и их применения к решению практических задач экономики и управления.

При подготовке к экзамену студент должен правильно и рационально распланировать свое время, чтобы успеть качественно и на высоком уровне подготовиться к ответам по всем вопросам. Экзамен призван побудить студента получить дополнительно новые знания. Во время подготовки к экзамену студенты также систематизируют знания, которые они приобрели



при изучении разделов курса. Это позволяет им уяснить логическую структуру курса, объединить отдельные темы в единую систему, увидеть перспективы развития управления персоналом.

Рекомендуемые учебники и специальная литература при изучении курса, имеются в рекомендованном списке литературы в рабочей программе по данному курсу, также их называет студентам преподаватель на первой лекции.

Студент в целях получения качественных и системных знаний должен начинать подготовку к экзамену задолго до его проведения, лучше с самого начала лекционного курса. Для этого, как уже отмечалось, имеются в учебно-методическом пособии примерные вопросы к экзамену. Целесообразно при изучении курса пользоваться рабочей программой и учебно-методическим комплексом.

Самостоятельная работа по подготовке к экзамену во время сессии должна планироваться студентом, исходя из общего объема вопросов, вынесенных на экзамен и дней, отведенных на подготовку к экзамену. При этом необходимо, чтобы последний день или часть его, был выделен для дополнительного повторения всего объема вопросов в целом. Это позволяет студенту самостоятельно перепроверить уровень усвоения материала. Важно иметь в виду, что для целей воспроизведения материала учебного курса большую вспомогательную роль может сыграть информация, которая содержится в рабочей программе курса.

### ***Рекомендации по самостоятельной работе студентов***

Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов (СРС)

1. Текущая и опережающая СРС, направленная на углубление и закрепление знаний, а также развитие практических умений заключается в:

– работе студентов с лекционным материалом, поиске и анализе учебной литературы и электронных источников информации по изучаемым темам дисциплины;

- выполнении домашних индивидуальных заданий;
- изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку, активное участие в их обсуждении на занятиях;
- изучении теоретического материала тем практических занятий;
- освоении технологий взаимодействия с заданными интернет-ресурсами и их использования для решения практических задач;
- подготовке к экзамену.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедийным проектором.

Для проведения практических занятий - аудитория, оснащенная мультимедийным проектором, большой доской для демонстрации всех этапов решения практических задач.

В читальных залах Научной библиотеки ДВФУ предусмотрены рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья, оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованные портативными устройствами для чтения плоскочечатных текстов, сканирующими и читающими машинами, видеоувелечителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками.

В целях обеспечения специальных условий обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ДВФУ все здания оборудованы пандусами, лифтами, подъемниками, специализированными местами, оснащенными туалетными комнатами, табличками информационно-навигационной системы.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

---

**ШКОЛА ЭКОНОМИКИ И МЕНЕДЖМЕНТА**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике»  
Направление 38.03.05 «Бизнес-информатика»  
Форма подготовки: очная**

**Владивосток  
2018**

## I. План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/ сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	Индивидуальное задание 1 (сентябрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам: операции с матрицами, вычисление определителей и обратной матрицы, решение систем линейных уравнений методом Крамера и Гаусса	2 часа	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.
2	Индивидуальное задание 2 (октябрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам: ранг матрицы, базис системы векторов, общее решение системы линейных уравнений, нахождение ФСР однородной системы линейных уравнений	2 часа	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.
3	Индивидуальное задание 3 (ноябрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам Раздела 8 и Раздела 9.	2 часа	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.
4	Индивидуальное задание 4 (декабрь)	Изучение теоретической части темы, выполнение заданий по темам: линейные операторы и их матрицы, нахождение ядра и образа линейного оператора, собственные вектора, приведение матриц линейного оператора к диагональному виду	3 часа	Проверка наличия лекций, решения индивидуального задания, активное участие в обсуждении вопросов по темам занятий и заданий.
5	Подготовка к экзамену и выполнению контрольных работ	Изучение теоретической части курса, выполнение практических заданий по темам курса	27 часов	Проверка контрольных работ, текущий опрос
	ИТОГО	-	36 часов	-

## II. Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся, методические рекомендации по их выполнению

Темы и ориентировочное содержание аналитических, научно-исследовательских и творческих заданий

**Индивидуальное задание 1 (у каждого студента свой вариант).**

1. Найдите произведение матриц  $AB, A^T B, AB^T, A^T B^T, BA, B^T A, BA^T, B^T A^T$  в тех случаях, когда умножение определено. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите значение выражения  $3BA + CB$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить определитель  $\Delta$  двумя способами:

- разложив по элементам третьей строки;
- получив 3 нуля в четвертом столбце и разложив по нему;
- Найти минор  $M_{24}$  и алгебраическое дополнение  $A_{13}$  определителя  $\Delta$ ;

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. Решить систему методом Крамера; при этом: а)  $\Delta$  вычислить по правилу треугольников; б)  $\Delta_1$  вычислить, разложив по первой строке; в)  $\Delta_2$  вычислить, разложив по второму столбцу; г)  $\Delta_3$  вычислить, получив нули в каком-либо столбце и разложив по нему.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$$

5. Систему  $AX=B$  решить с помощью обратной матрицы, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

6. Найдите обратную матрицу для матрицы  $A$  с помощью элементарных преобразований, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 9 & -5 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. Найдите неизвестную матрицу  $X$  если

$$X \cdot \begin{pmatrix} -5 & -4 & 7 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -9. \end{cases}$$

9. Определите, что произойдет с квадратной матрицей  $A$  порядка 10 при умножении слева на трансвекцию  $T_{27}(5)$ .

**Индивидуальное задание 2 (у каждого студента свой вариант).**

1. Вычислите ранг матрицы двумя способами: а) методом окаймления миноров; б) с помощью элементарных преобразований.

$$\begin{pmatrix} 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найдите среди векторов  $a_1, a_2, a_3, a_4$  базис линейной оболочки  $L(a_1, a_2, a_3, a_4)$  и координаты остальных векторов в этом базисе.

$$a_1 = (2; 2; 7; -1), a_2 = (3; -1; 2; 4), a_3 = (1; 1; 3; 1), \\ a_4 = (3; 3; 11; -3).$$

3. Доказать, что система векторов  $l_1, l_2, \dots, l_n$  образуют базис и найти координаты элемента  $x$  в этом базисе.

$$l_1 = (1; 1; 1), l_2 = (0; 1; 1), l_3 = (0; 0; 1), x = (1; 2; 3).$$

4. Исследовать систему на совместность и найти общее решение системы.

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$$

5. Найдите фундаментальную систему решения и общее решение системы однородных линейных уравнений.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 - 8x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0; \end{cases}$$

### Индивидуальное задание 3 (у каждого студента свой вариант).

1. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найти: 1)  $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{a})$ ; 2)  $|\vec{a}|$ ; 3)  $\cos(\widehat{\vec{a}, \vec{c}})$ , если  $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ; 4)  $\cos \beta$  для  $\vec{a}$ ; 5)  $|\vec{a} + \vec{b}|$ ; 6)  $\text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$ .

$$\vec{a} = (4; 5; 6), \vec{b} = (-2; -8; -6).$$

2. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найти: а)  $\vec{a} \cdot 4\vec{b}$ ; б)  $\text{пр}_{\vec{a}}(2\vec{a} - 3\vec{b})$ ;

с)  $\cos\left(-\vec{a} + 2\vec{b}, 3\vec{a}\right)$ , если

$$\vec{a} = 3\vec{m} - \vec{n}, \vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}, |\vec{m}| = 3, |\vec{n}| = 2, \left(\vec{m}, \vec{n}\right) = \frac{\pi}{3}.$$

3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{c} = \vec{a} + 4\vec{b} \text{ и } \vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b}, \text{ если } |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, (\vec{a}, \vec{b}) = 150^\circ.$$

4. Даны вершины пирамиды ABCD: A (2, 1, 0); B (5, 3, 1); C (0, 1, 2); D (4, 3, 1). Найти:

1) площадь треугольника ABC, 2)  $\cos \angle DAB$ ,

3) высоту  $\triangle ABC$ , опущенную из C на AB, 4) объем пирамиды ABCD,

5) высоту пирамиды ABCD, опущенную из D на основание ABC.

5. Известны координаты вершин треугольника ABC: A (-3, -2); B (14, 4);

C (6, 8).. Найти:

1) уравнения всех сторон в общем виде;

2) уравнения всех высот в общем виде ( $AN_1, BN_2, CN_3$ );

3) уравнения всех медиан в общем виде ( $AM_1, BM_2, CM_3$ );

4)  $\text{tg } A$ ;

5) уравнения прямых AE и  $AE_1$ , проходящих под углом  $45^\circ$  к AC;

6) точку  $B_1$ , симметричную точке B относительно AC;

7) расстояние от точки C до прямой AB;

8) уравнение прямой  $CS_1$ , проходящей параллельно AB;

9) уравнение прямой CS, если точка S такая, что  $\frac{BS}{SA} = 2$ ;

10) длину стороны AB; 11) длину медианы  $AM_1$

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$3x - 2y + z - 3 = 0, \quad x - 2z = 0$  перпендикулярно плоскости

$x - 2y + z + 5 = 0$ .

#### Индивидуальное задание 4 (у каждого студента свой вариант).

1. Являются ли следующие преобразования векторного пространства  $R^3$  линейными. Если преобразование линейное, то найдите его матрицу в стандартном базисе. Пусть  $x = (x_1, x_2, x_3)$ .

а)  $\varphi(x) = (x_1 + x_2; x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_2 + x_3)$ .



б)  $\varphi(x) = (x_1 + x_2; x_2 - x_3; x_3 - 1)$ .

2. Для линейного оператора  $\varphi$  найдите ядро и образ.

Пусть  $\varphi(\vec{x}) = (\vec{a}, \vec{x}) \cdot \vec{a}$ , где  $\vec{a} = (1; 2; 3)$

3. Пусть  $\varphi$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  в базисе  $a_1 = (1; 1)$ ,  $a_2 = (0; 1)$  и  $\psi$  имеет матрицу  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  в базисе  $b_1 = (1; 2)$ ,  $b_2 = (1; 1)$ . Найдите матрицу преобразования  $\varphi + \psi$  в базисе  $b_1, b_2$ .

5. Линейный оператор  $\varphi$  в базисе  $f_1(x) = 1$ ,  $f_2(x) = x$ ,  $f_3(x) = x^2$  имеет матрицу  $A$ . Найдите матрицу оператора  $\varphi$  в базисе  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$ ,  $g_3(x)$ .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, g_1(x) = 1 + x + x^2, g_2(x) = 1 + 3x + 2x^2$$

$$g_3(x) = x + x^2$$

5. Линейный оператор  $\varphi$  переводит базисные вектора  $e_1$  и  $e_2$  в элементы  $a_1$  и  $a_2$  соответственно. Найдите собственные значения и собственные вектора оператора  $\varphi$ .

$$a_1 = -2e_1 - e_2; a_2 = e_1$$

6. Найдите базис, в котором матрица линейного оператора имеет диагональный вид. Если в некотором базисе матрица линейного оператора имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЭКОНОМИКИ И МЕНЕДЖМЕНТА**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике»  
Направление 38.03.05 «Бизнес-информатика»  
Форма подготовки: очная

**Владивосток**  
**2018**

**Паспорт  
фонда оценочных средств  
по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике»**

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ПК-22 способностью использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования	знает	методы линейной и векторной алгебры, общую теорию линейных операторов и систем линейных уравнений
	умеет	составлять балансовые соотношения и системы линейных уравнений для описания социально-экономических процессов и их динамики, компонентов ИТ-архитектуры
	владеет	инструментальными средствами линейной алгебры и аналитической геометрии для теоретических и экспериментальных исследований
ПК-23 способностью использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	знает	методы линейной и матричной алгебры, общую теорию матричного исчисления
	умеет	формировать таблицы исходной информации в виде матриц и линейных операторов, создавать алгоритмы обработки и анализа данных
	владеет	инструментальными средствами линейной алгебры для обработки, анализа и систематизации информации

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Раздел 1, Тема 1, Тема 2 Раздел 2I, Тема 1, Тема 2 Раздел 3II, Тема 2, Тема 3 Раздел 4,	ПК-22  Знает методы линейной и векторной алгебры, общую теорию линейных операторов и систем линейных уравнений	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену 5,8 -40 (УО -1)
		Умеет составлять балансовые соотношения и	конспект (ПР-7);	Вопросы к экзамену 1,

	Тема 1, Тема 2 Раздел 6, Раздел 8, Раздел 9		системы линейных уравнений для описания социально-экономических процессов и их динамики, компонентов ИТ-архитектуры	контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	5,8 -40 (УО -1)
			Владеет инструментальными средствами линейной алгебры и аналитической геометрии для теоретических и экспериментальных исследований	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену (УО -1)
2	Раздел 1, Тема 1, Тема 2 Раздел 2I, Тема 1, Тема 2 Раздел 3II, Тема 2, Тема 3 Раздел 4, Тема 1, Тема 2 Раздел 5, Раздел 7,  Раздел 8, Раздел 9	ПК-23	Знает методы линейной и матричной алгебры, общую теорию матричного исчисления	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену (УО -1)
			Умеет формировать таблицы исходной информации в виде матриц и линейных операторов, создавать алгоритмы обработки и анализа данных	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену (УО -1)
			Владеет инструментальными средствами линейной алгебры для обработки, анализа и систематизации информации	конспект (ПР-7); контрольная работа 1-3 (ПР-2); ИДЗ 1-6 (ПР-13, ПР-15)	Вопросы к экзамену (УО -1)

## II. Шкала оценивания уровня сформированности компетенций по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике»

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ПК-22 способностью использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в	знает (пороговый уровень)	методы линейной и векторной алгебры, общую теорию линейных операторов и систем	Знание основных понятий и теорем линейной алгебры и аналитической геометрии и их	– способность использовать методы и модели математики линейной алгебры и аналитической

<p>профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования</p>		линейных уравнений	применение к конкретной экономической ситуации	геометрии для решения экономических задач; – способность обосновать применение теоретических знаний к решению конкретных задач
	умеет (продвинутой)	составлять балансовые соотношения и системы линейных уравнений для описания социально-экономических процессов и их динамики, компонентов ИТ-архитектуры	Умение применить методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения конкретной экономической задачи	– способность обработать исходную информацию с помощью методов линейной алгебры и аналитической геометрии; – способность решить конкретную задачу и экономически обосновать полученное решение
	владеет (высокий)	инструментальными средствами линейной алгебры и аналитической геометрии для теоретических и экспериментальных исследований	Владение методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии; владение методами математического описания экономических процессов;	– способность выбрать метод решения конкретной экономической задачи посредством линейной алгебры, проанализировать полученные результаты и обосновать полученные выводы, сделать прогноз
<p>ПК-23 способностью использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования</p>	знает (пороговый уровень)	методы линейной и матричной алгебры, общую теорию матричного исчисления	Знает инструментарий линейной алгебры для использования в экономических исследованиях бизнес-процессов	– способен применить выбранный инструментарий для решения конкретной задачи
	умеет (продвинутой)	формировать таблицы исходной информации в виде матриц и линейных операторов, создавать алгоритмы обработки и анализа данных	Умение осуществлять сбор, анализ и обработку экспериментальных данных для решения конкретных задач	– способность обработать исходную информацию с помощью математических методов; – способность решить конкретную задачу и экономически обосновать полученное решение
	владеет (высокий)	инструментальными средствами линейной алгебры для обработки, анализа и систематизации информации	Владение методами решения задач линейной алгебры; владение методами математического описания экономических процессов	– способность выбрать математические и инструментальные средства для обработки экономических данных, проанализировать полученные результаты и обосновать полученные выводы, сделать прогноз

## Оценочные средства для проверки сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Задание
ПК-22 способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования	<p>1. Пусть определитель матрицы <math>A</math> равен 7. Существует ли обратная матрица для матрицы <math>A</math> и чему равен ее определитель?</p> <p>2. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса</p> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$
ПК-23 способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	<p>1. Линейный оператор <math>\varphi</math> переводит базисные вектора <math>e_1</math> и <math>e_2</math> в элементы <math>a_1</math> и <math>a_2</math> соответственно. Найдите собственные значения и собственные вектора оператора <math>\varphi</math>.</p> $a_1 = 2e_1 + 5e_2; a_2 = 4e_1 + 3e_2$ <p>2. Пусть матрица линейного преобразования в базисе <math>e_1, e_2</math> имеет вид:</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}.$ <p>Найдите размерность и базис ядра данного преобразования.</p>

### Зачетно-экзаменационные материалы

(оценочные средства по промежуточной аттестации и критерии оценки)

#### Вопросы к экзамену

1. Матрицы и операции над ними. Доказательство свойства дистрибутивности.
2. Леммы об умножении матриц на трансвекцию и диагональную матрицу.
3. Определитель матрицы размерности  $n$ . Теорема основная для определителя.
4. Свойства определителей.
5. Теорема о разложении матрицы в произведение нескольких трансвекций и диагональной матрицы.
6. Теорема о равносильности условий для существования обратной матрицы.

7. Теорема об определителе произведения двух квадратных матриц.
8. Система линейных уравнений. Основные понятия и матричная запись.
9. Теорема о существовании решения невырожденной системы линейных уравнений (формулы Крамера)
10. Теорема о формуле для вычисления обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
12. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
13. Линейное пространство. Простейшие свойства линейных пространств.
14. Линейная зависимость векторов. Равносильность двух определений.
15. Базис пространства. Теорема об операциях сложении и умножении на число в линейном пространстве с фиксированным базисом.
16. Размерность линейного пространства. Теорема о  $n$  линейно независимых элементах в пространстве размерности  $n$ .
17. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
18. Теорема о базисном миноре. Теорема о равенстве нулю определителя матрицы.
19. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы.
20. Линейные подпространства. Примеры.
21. Теорема о размерности линейного пространства, в котором имеется базис из  $n$  элементов.
22. Однородная система линейных уравнений. Множество ее решений. Связь решений однородной и неоднородной систем.
23. Фундаментальная система решений однородной системы. Теорема о способе построения ФСР.
24. Линейные операции над векторами и их свойства. Проекция вектора.
25. Разложение вектора по ортам. Направляющие косинусы вектора.
26. Скалярное произведение векторов.
27. Деление отрезка в данном отношении.
28. Векторное произведение векторов. Свойства.

29. Векторное произведение векторов в координатной форме.
30. Смешанное произведение векторов. Свойства.
31. Уравнение прямой на плоскости.
32. Полярная система координат. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
33. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
34. Нормальное и общее уравнения плоскости.
35. Связка плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Уравнение плоскости в отрезках.
36. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
37. Прямая линия в пространстве. Параметрическое, каноническое и общее уравнения прямой.
38. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
39. Прямая и плоскость.
40. Линейные операторы. Матрица линейного преобразования.
41. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису.
42. Ядро и образ линейного оператора.
43. Теорема о размерностях ядра и образа линейного преобразования.
44. Операции над линейными операторами.
45. Теорема о матрицах суммы и произведения линейных преобразований.
46. Теорема о равносильности условий для невырожденного преобразования.
47. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и вектора линейного оператора.
48. Теоремы о диагональном виде матрицы линейного оператора.
49. Теорема Гамильтона-Кэли о корне характеристического многочлена.



50. Евклидово пространство. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского.
51. Теорема об ортонормированном базисе в евклидовом пространстве.
52. Нормированные пространства. Свойства.
53. Процесс ортогонализации системы независимых векторов.
54. Понятие квадратичной формы. Матрица, дискриминант и ранг квадратичной формы.
55. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
56. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции действительной квадратичной формы.
57. Знакоопределенные и знакопеременные квадратичные формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
58. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований (приведение квадратичной формы к главным осям).

#### Задачи на экзамен

1. Верно ли равенство  $(A \cdot B)^T = A^T \cdot B^T$ , обоснуйте, приведите доказательство, где  $(A)^T$  – операция транспонирования матриц.

2. Пусть  $A$  – квадратная матрица размерности 4. Что произойдет с матрицей  $A$ , если рассмотреть матрицу:

$$T_{13}(3) \cdot A \cdot T_{24}(5),$$

где  $T_{ij}(a)$  – трансвекция порядка 4.

3. Докажите, что определитель верхнетреугольной матрицы  $A$  ( $a_{ij} = 0$ , если  $i > j$ ) равен произведению диагональных элементов  $|A| = a_{11} \cdot a_{22} \cdot \dots \cdot a_{nn}$ .

4. Как изменится определитель порядка  $n$ , если:

а) у всех его элементов изменить знак на противоположный;

б) его первый столбец поставить на последнее место, а остальные столбцы сдвинуть влево, сохраняя их расположение.

5. Разложите матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  в виде произведения диагональной матрицы и нескольких трансвекций.

6. Пусть определитель матрицы  $A$  равен 7. Существует ли обратная матрица для матрицы  $A$  и чему равен ее определитель?

7. Найдите определитель матрицы  $X$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $|B| = 12$  и  $AX = B$ .

8. Система  $\begin{cases} ay + bx = c \\ cx + az = b \\ bx + cy = a \end{cases}$  имеет единственное решение. Докажите, что  $abc \neq 0$ .

9. Решите систему линейных уравнений  $\begin{cases} ay + bx = c \\ cx + az = b \\ bx + cy = a \end{cases}$ , если  $abc \neq 0$ .

10. Если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ . Существует ли обратная матрица для матрицы  $A$ ? Если да, то вычислите ее.

11. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

Ответ:  $x_1 = 3, x_2 = x_3 = 1$ .

12. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 = -9 \\ 2x_1 + 3x_2 = -6 \end{cases}$$

13. Является ли множество квадратных матриц второго порядка вида:

а)  $\{A = (a_{ij}) \mid a_{11} + a_{22} = 1\}$

б)  $\{A = (a_{ij}) \mid a_{ij} = -a_{ji}\}$

в)  $\{A = (a_{ij}) \mid trA = a_{11} + a_{22} = 0\}$

линейным пространством.

14. Покажите, что если система векторов  $e_1, \dots, e_n$  содержит нулевой вектор, то она будет линейно зависимой.

15. Докажите, что  $e_1, e_2, e_3$  – образуют базис в  $R^3$  и найдите координаты вектора  $x$  в этом базисе:

$$e_1 = (1; 1; 1), e_2 = (1; 1; 2), e_3 = (1; 2; 3), x = (6; 9; 14).$$

16. Найдите базис в пространстве матриц квадратных порядка 2  $A = (a_{ij})$  таких, что  $a_{ij} = a_{ji}$ .

17. Найдите все значения  $\lambda$ , при которых вектор  $b$  линейно выражается через векторы  $a_1, a_2, a_3$ .

$$a_1 = (3; 2; 6), a_2 = (5; 1; 3), a_3 = (7; 3; 9), b = (\lambda; 2; 5).$$

18. Выясните, является ли следующая система векторов линейно независимой:

$$a_1 = (2; -3; 1), a_2 = (3; -1; 5), a_3 = (1; -4; 3).$$

19. Найдите размерность линейной оболочки векторов:

$$a_1 = (1; 2; 3; 4), a_2 = (2; 3; 4; 5), a_3 = (3; 4; 5; 6), a_4 = (4; 5; 6; 7).$$

20. В пространстве многочленов степени  $\leq 3$  рассматривается множество многочленов с дополнительным условием  $f(0) = 0$ . Является ли это множество линейным пространством. Если да, то какова его размерность.

21. Образуют ли вектора  $a_1, a_2, a_3$  базис в пространстве  $R^3$ .

$$a_1 = (0; 2; -1), a_2 = (3; 7; 1), a_3 = (2; 0; 3).$$

22. Линейное преобразование  $\varphi: R^3 \rightarrow R^3$  имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

в некотором базисе. Найдите  $\text{Ker } \varphi$ .

23. Пусть матрица линейного преобразования в базисе  $e_1, e_2$  имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Найдите размерность и базис ядра данного преобразования.

24. В треугольнике ABC точка M середина стороны AB. Найдите вектор  $\overrightarrow{CM}$ , если  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ .

25. Определить и построить вектор  $c = \vec{a} \times \vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$ , где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты.

26. Вычислить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = -2\vec{j} + \vec{k}$ , где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты.

27. Даны точки  $A = (2; 4; -2)$ ,  $B = (-2; 4; 2)$ . На прямой AB найти точку M, которая делит отрезок AB в отношении  $\lambda = 3$ .

28. Вектор составляет с осями OY и OZ углы  $60^\circ$  и  $120^\circ$ . Какой угол он составляет с осью OX?

29. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = (6; 3; -2)$ ,  $\vec{b} = (3; -2; 6)$ .

30. Найдите объем треугольной пирамиды с вершинами  $A = (2; 2; 2)$ ,  $B = (4; 3; 3)$ ,  $C = (4; 5; 4)$ ,  $D = (5; 5; 6)$ .

31. Составить уравнение медианы AE в треугольнике с вершинами

$$A = (-2; 0), B = (2; 4), C = (4; 0).$$

32. Найти расстояние от точки  $A = (9; -11)$  до прямой  $5x - 6y + 11 = 0$ .

33. Найти проекцию точки  $A = (10; 14)$  на прямую  $l: 4x + 3y - 7 = 0$ .

Ответ:  $P = (-2; 5)$ .

34. Через точку  $M(-1; 2; 3)$  проведена плоскость, перпендикулярная радиус-вектору  $\overrightarrow{OM}$ . Напишите ее уравнение.

Ответ:  $x - 2y - 3z - 14 = 0$ .

35. Найдите нормальный вектор плоскости, проходящей через точки  $M_1 = (1; -1; 2)$ ,  $M_2 = (2; 1; 2)$  и  $M_3 = (1; 1; 4)$ .

Ответ:  $\vec{N} = (2; -1; 1)$ .

36. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1 = (-1; -2; 0)$ ,  $M_2 = (1; 1; 2)$  и перпендикулярной к плоскости  $x + 2y + 2z - 4 = 0$ .

Ответ:  $2x - 2y + z - 2 = 0$ .

37. Для уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 13 = 0 \\ 3x + y + 4z - 14 = 0 \end{cases}$$

записать каноническое уравнение прямой.

Ответ:  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z}{-1}$

38. Найти угол прямой:

$$\begin{cases} x = 2z - 1 \\ y = -2z + 1 \end{cases}$$

с прямой, проходящей через начало координат и точку  $(1; -1; -1)$ .

Ответ:  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$

39. Найдите точку пересечения прямой  $x = 2t - 1$ ,  $y = t + 2$ ,  $z = 1 - t$  с плоскостью  $3x - 2y + z = 3$ .

Ответ:  $(5; 5; -2)$ .

40. Являются ли линейными следующие отображения:

а)  $\forall x \in R^3$ ,  $x = (x_1, x_2, x_3)$   $\varphi(x) = (x_2, x_3, x_1 + 2x_2)$

б)  $\varphi(x) = (x_1, x_1 + x_2, x_3 + 1)$

в)  $\forall A$  – матрицы квадратной размерности  $n$

$\varphi(A) = A^T$  – операция трансформирования матриц.

41. Матрица линейного оператора  $\varphi$  в базисе  $e_1, e_2$  имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдите матрицу линейного оператора в базисе  $e'_1 = 2e_1 - e_2$ ,

$$e'_2 = -3e_1 + 2e_2.$$

42. Пусть  $\varphi$  линейный оператор  $\varphi: R^2 \rightarrow R^2$ , действующий на вектор  $x = (x_1, x_2)$  следующим образом  $\varphi(x) = (x_1 + 2x_2; x_2 - 2x_1)$ .

Найдите матрицу линейного оператора  $\varphi$  в базисе  $a_1 = (1; 1)$ ,  
 $a_2 = (1; 2)$ .

43. Найдите размерность и базис ядра и образа линейного оператора  $\varphi$ , который в некотором базисе имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

44. Пусть  $\varphi$  и  $\psi$  линейные преобразования  $\varphi: R^3 \rightarrow R^3$ ,  $\psi: R^3 \rightarrow R^3$  такие, что  $\varphi(x) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 - x_1)$ ,  $\psi(x) = (x_1 + x_2 - x_3, x_2 + x_3 - x_1, x_2 + x_3)$  для любого вектора  $x = (x_1, x_2, x_3)$ .

Найдите матрицу линейного оператора  $\varphi \cdot \psi$  в стандартном базисе.

45. Пусть  $\varphi$  и  $\psi$  линейные преобразования  $\varphi: R^3 \rightarrow R^3$ ,  $\psi: R^3 \rightarrow R^3$  такие, что  $\varphi(x) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 - x_1)$ ,  $\psi(x) = (x_1 + x_2 - x_3, x_2 + x_3 - x_1, x_2 + x_3)$  для любого вектора  $x = (x_1, x_2, x_3)$ .

Найдите матрицу линейного оператора  $\varphi + \psi$  в стандартном базисе.

46. Является ли преобразование  $\varphi: R^2 \rightarrow R^2$  такое, что  $\varphi(x) = (x_1 + 2x_2, x_2)$  для любого  $x = (x_1, x_2)$  невыраженным.

47. Линейный оператор  $\varphi$  задан матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

в некотором базисе  $e_1, e_2, e_3$ . Выяснить является ли вектор  $x = e_1 + e_2 + 2e_3$  собственным вектором этого линейного оператора.

48. Линейный оператор в базисе  $e_1, e_2$  задан матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найдите базис в котором линейный оператор имеет диагональную матрицу.

49. Найдите все собственные векторы и собственные значения линейного оператора  $\varphi$ , заданного в некотором базисе матрицей:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

50. Проверьте является ли функция заданная на множестве квадратных матриц размерности 2 вида:

$$f(A, B) = \text{tr}(A^T B)$$

скалярным произведением.

51. Определите значения параметра  $\lambda$ , при котором вектора  $e_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1; \lambda; 2)$ ,  $e_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1; -1; \lambda)$  ортогональны и входят в ортогональный базис пространства  $R^3$ .
52. Может ли в пространстве матриц квадратных порядка 2 в качестве нормы элемента  $A$  выступать функция  $\|A\| = \sqrt{\text{tr}(A^T A)}$ .
53. В линейной оболочке векторов  $a_1 = (1; 2; 1; 0)$ ,  $a_2 = (2; 1; 4; -5)$  постройте ортонормированный базис.

### Критерии оценки студента на экзамене по дисциплине

#### «Приложения линейной алгебры в экономике» (промежуточная аттестация – экзамен)

Баллы (рейтинговая оценка)	Оценка экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
86-100	«отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
76-85	«хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их

		выполнения.
75-61	<i>«удовлетворительно»</i>	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при ответах на дополнительные вопросы.
менее 61	<i>«неудовлетворительно»</i>	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

**Оценочные средства для текущей аттестации (типовые ОС по текущей аттестации и критерии оценки по каждому виду аттестации по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике»)**

**Контрольная работа** является формой контроля усвоения студентами практической части курса. Выполняется студентами во время практических занятий по завершению изучения практической части разделов курса. Контрольная работа сдается преподавателю на проверку и оценивается в форме дифференцированного зачета.

Контрольная работа считается выполненной успешно при получении оценок «отлично», «хорошо» или «удовлетворительно». При получении оценки «неудовлетворительно» контрольная работа считается не сданной, а соответствующий раздел практикума неусвоенным.

Студенту предоставляется возможность пересдать контрольную работу один раз во время консультаций по дисциплине с получением оценки на один балл ниже.

**Вопросы, выносимые на контрольные работы**



**Контрольная работа №1** предназначена для проверки качества освоения студентами следующих компонент курса (в соответствии с программой):

1. Умножение матриц. Вычисление определителей.
2. Вычисление обратной матрицы.
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

**Контрольная работа №2** предназначена для проверки качества освоения студентами следующих компонент курса (в соответствии с программой):

1. Вычисление ранга матриц.
2. Нахождение общего решения систем линейных уравнений.

**Контрольная работа №3** предназначена для проверки качества освоения студентами следующих компонент курса (в соответствии с программой):

1. Линейные пространства.
2. Линейные преобразования и их матрицы.
3. Евклидовы пространства.

### Критерии оценки контрольной работы

Оценка	Описание
<i>Отлично / зачтено</i>	Задания выполнены полностью и абсолютно правильно.
<i>Хорошо / зачтено</i>	Задания выполнены полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки.
<i>Удовлетворительно / зачтено</i>	Задания выполнены не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны.
<i>Неудовлетворительно / незачтено</i>	Задания не выполнены или задания выполнены частично (менее 50 процентов), имеются грубые ошибки.

Типовые оценочные средства по текущей аттестации по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике» размещены в разделе

рабочей учебной программы дисциплины «Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся».

### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины**

**Текущая аттестация студентов.** Текущая аттестация студентов по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике» проводится в форме контрольных мероприятий (контрольные работы, индивидуальные практические задания, общие практические задания) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

– учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);

– степень усвоения теоретических знаний (активность в ходе обсуждений материалов лекций, активное участие в дискуссиях с аргументами из дополнительных источников, внимательность, способность задавать встречные вопросы в рамках дискуссии или обсуждения, заинтересованность изучаемыми материалами);

– уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы (определяется по результатам контрольных работ, практических занятий, ответов на тесты);

– результаты самостоятельной работы (задания и критерии оценки размещены в Приложении 1).

**Промежуточная аттестация студентов.** Промежуточная аттестация

студентов по дисциплине «Приложения линейной алгебры в экономике» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

**Вид промежуточной аттестации – экзамен** (1 семестр), состоящий из устного опроса в форме собеседования и индивидуального практического задания (в экзаменационный билет включаются два теоретических вопроса и практическая задача).

**Краткая характеристика процедуры применения используемого оценочного средства.** В результате посещения лекций, практических занятий студент последовательно осваивает материалы дисциплины и изучает ответы на вопросы к зачету, представленные в структурном элементе ФОС IV.1. В ходе промежуточной аттестации студент готовит индивидуальные практические задания и выполняет три контрольные работы (индивидуальные практические задания размещены в структурном элементе ФОС IV.2). Критерии оценки студента на экзамене представлены в структурном элементе ФОС IV.3.