




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

**ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА**


«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП  
«Профилактика и тушение природных пожаров»

  
(подпись) Олишевский А.Т.  
(Ф.И.О. рук. ОП)  
«14» 06 2016 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Безопасность в чрезвычайных ситуациях и  
защиты окружающей среды

  
(подпись) Петухов В.И.  
(Ф.И.О. зав. каф.)  
«14» 06 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория вероятностей и математическая статистика

**Специальность — 20.05.01 Пожарная безопасность**

Специализация «Профилактика и тушение природных пожаров»

**Форма подготовки очная**

курс 2 семестр 4

лекции 18 час.

практические занятия 18 час.

лабораторные работы 0 час.

в том числе с использованием МАО лек. 0/пр. 0/лаб. 0 час.

всего часов аудиторной нагрузки 36 час.

в том числе с использованием МАО 0 час.

самостоятельная работа 108 час.

в том числе на подготовку к экзамену 0 час.

контрольные работы 0

курсовая работа/курсовой проект – не предусмотрен

зачет 4 семестр

экзамен – не предусмотрен

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 17.08.2015 № 851

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры безопасности в чрезвычайных ситуациях и защиты окружающей среды, протокол от 14.06.2016 №10.

Составитель: д.ф.-м.н., доцент Ксендзенко Л.С.

**Оборотная сторона титульного листа РПУД****I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (ФИО)**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (ФИО)

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина предназначена для специалистов специальности **20.05.01** «Пожарная безопасность» специализация «Профилактика и тушение природных пожаров». Дисциплина «Теория вероятности и математическая статистика» является дисциплиной базовой части Блока 1 Дисциплины (модули) (согласно учебному плану – Б1.Б.10). Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (18 часов), практические занятия (18 часов), самостоятельная работа (108 часов). Дисциплина реализуется на 2 курсе в 4 семестре. Форма контроля – зачет с оценкой.

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов: комбинаторика, случайные события, случайные величины, числовые характеристики выборки, двумерная выборка.

**Целью** преподавания дисциплины является:

- развитие логического мышления;
- повышение уровня математической культуры;
- овладение математическим аппаратом, необходимым для изучения естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- освоение методов вычисления вероятности события и анализа результатов;
- освоение методов математической обработки экспериментальных данных, знакомство студентов с вероятностными методами решения прикладных задач и методами обработки и анализа статистического материала

**Задачи дисциплины:**

- сформировать у студентов навыки применения вероятностных методов решения прикладных задач.
- сформировать у студентов навыки применения статистических методов обработки экспериментальных данных.

Для успешного изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» у обучающихся должны быть сформированы следующие компетенции:

- способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1).

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общекультурные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-1 способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знает	основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности
	Умеет	решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления
	Владеет	методами анализа и синтеза.

Для формирования элементов вышеуказанной компетенции в рамках дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» применяются следующие методы активного обучения: лекция-беседа, групповая консультация, лекция вдвоем, лекция с запланированными ошибками.

«Лекция-беседа» или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

«Групповые консультации» представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К

доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

«Лекция вдвоем» заключается в том, что вторым лектором наряду с преподавателем становится студент (студенты) лекционного потока. Второму лектору заранее выдается задание для подготовки фрагмента лекции: доказательство теоремы, вывод формулы, решение задачи и т.п.

При проведении лекции вдвоем присутствуют все признаки активного метода обучения: проблемность, взаимообучение, индивидуализация, самостоятельность, усиление мотивации, эмоциональное воздействие. Помимо этого, студенты получают наглядное представление о культуре дискуссии, способах ведения диалога, совместного поиска и принятия решений.

«Лекция с запланированными ошибками» заключается в том, что преподаватель при чтении лекции сознательно совершает ошибки, задача студентов – выявление и исправление этих ошибок (студенты заранее ставятся в известность о проведении подобной лекции).

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**Тема 1.** Предмет и задачи курса «Теория вероятностей и математическая статистика». Краткие исторические сведения. Применение статистических методов обработки информации. Рекомендуемая литература. Случайные события, пространство элементарных событий, алгебра событий, вероятность событий, непосредственный подсчет вероятностей (классический случай).

(2 часа). Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является

наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

**Тема 2.** Основные теоремы теории вероятностей: теорема сложения вероятностей, условная вероятность, теорема умножения вероятностей. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (2 часа).

**Тема 3.** Формула Бернулли. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. (2 часа). Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа».

**Тема 4.** Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения вероятностей. Свойства. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Числовые характеристики. Свойства. Законы распределения: биномиальный, закон Пуассона. (2 часа).

**Тема 5.** Плотность вероятностей. Свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Законы распределения: равномерный, экспоненциальный, нормальный (2 часа). Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-вдвоем».

**Тема 6.** Неравенство П.Л. Чебышева, теорема П.Л. Чебышева, ее сущность и значение для практики. Теорема Бернулли (2 часа).

**Тема 7.** Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма (2 часа). Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

**Тема 8.** Основные выборочные величины. Статистические оценки и требования к ним. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Выравнивание частот. Теоретические и эмпирические частоты (2 часа). Лекция проводится с использованием

элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

**Тема 9.** Статистическая гипотеза, простая и сложная, нулевая и конкурирующая. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона и Колмогорова. (2 часа).

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (18 час.)**

#### **Семестр IV**

*Занятие 1.* Элементы комбинаторики. Алгебра событий (2 часа).

*Занятие 2.* Различные подходы к понятию вероятность. Классическая вероятность (2 часа). Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам

обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

**Занятие 3.** Вычисление вероятностей сложных событий с использованием формул сложения и умножения вероятностей (2 часа). Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация».

**Занятие 4.** Полная вероятность. Формула Байеса. Формула Бернулли. Закон редких событий (формула Пуассона). Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа (2 часа). Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация».

**Занятие 5.** Дискретные случайные величины: числовые характеристики, законы распределения (2 часа). Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация».

**Занятие 6.** Непрерывные случайные величины: числовые характеристики, законы распределения. (2 часа). Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация».

**Занятие 7.** Группировка данных, построение полигона и гистограммы. Эмпирическая функция распределения. Вычисление выборочных моментов. Доверительные интервалы (2 часа). Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация».

**Занятие 8.** Вычисление теоретических частот в случае нормального распределения. Статистическая проверка гипотез. Критерий согласия Пирсона  $\chi^2$  (2 часа).

**Занятие 9.** (2 часа). Статистическая проверка гипотез. Критерий Колмогорова. Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация».

### III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся



по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представлено в Приложении 1. Оно содержит: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристику заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Элементы комбинаторики Классическая вероятность	ОК-1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Вопросы к зачету.	
решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления					
методами анализа и синтеза.					
		ОК-1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные РГЗ;	
умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления					
владеет методами анализа и синтеза.					
		ОК-1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания;	

			умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления	5. Вопросы к зачету.
			владеет методами анализа и синтеза.	
		ОК-1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Вопросы к зачету.
			умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления	
			владеет методами анализа и синтеза.	

Типовые контрольные задания, ИДЗ, вопросы зачету, представлены в разделах «Контрольно-измерительные материалы» и «Материалы для самостоятельной работы студентов».

## V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : [учебное пособие для студентов вузов (бакалавров)] / В. Е. Гмурман .— 15-е изд. — Москва : Юрайт, 2015 .— 480 с. : ил. ; 21 см .— (Бакалавр) .— Предметный указатель: с. 474-479 .— ISBN 978-5-9916-3461-8 .— ISBN 978-5-9692-1278-7
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / В. Е. Гмурман .— 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2015 .— 404 с. : ил. ; 21 см .— Серия : Бакалавр. Прикладной курс .— ISBN 978-5-9916-3625-4 .— ISBN: 978-5-9692-1180-3 .
3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный.— 9-е изд. — М.:

Айрис-пресс, 2013. – 686 с.: ил. – (Высшее образование). ISBN: 978-5-8112-3340-3.

#### **Дополнительная и справочная литература:**

4. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие для вузов: в 2 ч. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Оникс 21 век: Мир и образование, 2009. – Ч. 1. – 368 с. – ISBN: 978-5-488-02199-0.

5. А.П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике: Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика. Минск, «Вышэйшая школа», 2006. Учебник в электронном варианте, формата PDF и DJVU на сайте <http://www.alleng.ru>

6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: «Академия», 2005. – 576 с.

7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее применения. Том 1,2. М., Либроком, 2010. ISBN 978-5-397-01035-1, 978-5-397-01036-8; 2010 г.

8.Ивановский, Р. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad : [учебное пособие] / Р. И. Ивановский .— СПб. : БХВ-Петербург, 2008 .— 528 с. : ил. ; 24 см .— (Учебное пособие) .— Библиогр.: с. 524-525 .— Предметный указатель: с. 526-528 .— ISBN 978-5-9775-0199-6.

9. Репин, О. А. Задачи всероссийских студенческих олимпиад по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / О. А. Репин, Е. И. Суханова, Л. К. Ширяева .— 2-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2011 .— 186 с. ; 21 см .— (Учебники для вузов. Специальная литература).— Библиогр.: с. 184 .— ISBN 978-5-8114-1113-9 .

10. Чашкин, Ю. Р. Математическая статистика : Анализ и обработка данных : [учебное пособие для студентов высших учебных заведений] / Ю. Р. Чашкин .— Изд. 2-е, перераб. и доп. — Ростов-на-Дону : Феникс, 2010 .— 236, [1] с. ; 22 см .— (Высшее образование) .— Библиогр.: с. 232-234 (26 назв.) .— ISBN 978-5-222-16474-7 .

**Internet-ресурсы:**

11. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/tv/examples.asp> (примеры решения типовых задач курса теории вероятностей, решенные в среде математического пакета MathCad)
12. <http://teorver-online.narod.ru/> (А.Д. Манита, МГУ, Интернет-учебник «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов естественных факультетов).
12. <http://www.ksu.ru/infres/volodin/> (И.Н.Володин, Казанский ГУ, лекции по теории вероятностей и математической статистике).
13. [www.math.omsu.omskreg.ru/info/learn/terver/0\\_0.htm](http://www.math.omsu.omskreg.ru/info/learn/terver/0_0.htm) (операции над случайными величинами).
14. <http://psi.webzone.ru/st/087600.htm> (проверка статистических гипотез).
15. <http://www.gost.ru>
16. <http://www.primstat.ru>

**ПАКЕТЫ ПРИКЛАДНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ПРОГРАММ (ППП)**

1. Microsoft Excel. Встроенные статистические функции.
2. Statistica for Windows. Мощный статистический пакет для обработки данных.
3. SPSS. Мощный статистический пакет для обработки данных.

**VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

На изучение дисциплины отводится 36 часов аудиторных занятий и 108 часов на самостоятельную работу. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства, формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Преподаватель поддерживает непрерывный контакт с аудиторией, отвечает на возникающие у

студентов вопросы.

На практических занятиях преподаватель сначала кратко опрашивает студентов по теории, затем подробно решает примеры по пройденной теме, взаимодействуя с учениками.

Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения, затем выдает индивидуальное домашнее задание.

После получения задания, студенту рекомендуется в этот же день приступить к его выполнению.

В случае затруднения при выполнении домашнего задания студенту следует повторно прочитать лекцию, просмотреть практикум с разобранными примерами, или прийти на еженедельную плановую консультацию и выполнить задание с помощью преподавателя.

После выполнения задания студент отдает его на проверку преподавателю. Работа проверяется в течение 2-3 дней и в случае необходимости с соответствующими указаниями возвращается на доработку.

Работа зачитывается только в том случае, когда все задачи решены правильно.

В начале семестра для проведения текущей самостоятельной работы, подготовки к коллоквиуму, зачету старостам групп отправляются по электронной почте учебно-методическая литература и перечень вопросов к коллоквиуму и экзаменам. Затем старосты отправляют все эти файлы всем членам группы.

Студент получает зачет только в случае выполнения всех теоретических контрольных работ, индивидуальных домашних заданий, контрольной работы, РГЗ и ответа на зачетном мероприятии, как минимум на удовлетворительную оценку.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий Инженерной школы ДВФУ учебного корпуса Е по адресу: п. Аякс, кампус ДВФУ, корпус Е. Аудитории оснащены современным оборудованием (компьютер, видеопроектор, интерактивная доска), позволяющим проводить лекционные и практические занятия на высоком профессиональном уровне.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность**

**Специализация «Профилактика и тушение природных пожаров»**

**Форма подготовки очная**

**Владивосток**

**2016**

### План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
<b>Семестр IV</b>				
1	(1-4) неделя	Выполнение ИДЗ по теме «Элементы комбинаторики. Классическая, статистическая и геометрическая вероятность»	10	Прием и защита задания
2	(5-7) неделя	Выполнение ИДЗ по теме «Теорема сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности, формула Байеса. Схема Бернулли»	10	Прием и защита задания
3	(7-9) неделя	Выполнение ИДЗ по теме «Дискретные и непрерывные случайные величины. Законы распределения»	10	Прием и защита задания
4	(9-11) неделя	Подготовка к теоретическим контрольным по темам «Случайные события. Случайные величины», изучение базовой литературы.	18	Проверка теоретических к/р
5	(11-13) неделя	Подготовка к контрольной работе по теме «Случайные события. Случайные величины. Законы распределения», изучение базовой литературы.	10	Опрос на зачете
6	(13-15) неделя	Контрольная работа по теме «Случайные события. Случайные величины»	2	Проверка контрольной работы
7	(11-15) неделя	Подготовка к коллоквиуму по теории вероятностей	30	Опрос на коллоквиуме
8	(15-16)	Коллоквиум	8	
9	(16-18) неделя	Выполнение РГЗ по теме «Статистическая проверка гипотез. Критерии согласия Пирсона $\chi^2$ – квадрат и Колмогорова»	10	Прием и защита задания
10	(15-18) неделя	Подготовка к зачету, изучение конспектов и базовой литературы.		Зачет

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ (РГЗ) представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа сдается преподавателю на проверку и выдается через 2-3



дня. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя. При наличии ошибок указывается сама ошибка с указанием средств для ее исправления. После чего работа возвращается для доработки. Работа не зачитывается до тех пор, пока все задания не будут выполнены правильно. При затруднении выполнения ИДЗ (РГЗ) студент выполняет работу на консультации с помощью преподавателя.

Для глубокого изучения теоретического материала и выработки элементов компетенции ОК-1 один раз в семестр проводится коллоквиум во внеурочное время. Список вопросов к коллоквиуму приводится в Приложении 2.

По данной дисциплине автором (совместно с соавторами.) разработаны:

- 1) учебное пособие: Ксендзенко Л.С., Гузев М.А., Макаров В.В., Макарова Н.В. «Математические методы строительной геотехнологии». Владивосток, ДВГТУ, 2003. В данном пособии глава 4 посвящена методам математической статистики, а глава 5 методам планирования эксперимента.
- 2) Ксендзенко Л.С., Полещук Г.С. Методические указания для студентов очной и заочной форм обучения «Материалы для организации самостоятельной работы студентов направления Техносферная безопасность». Владивосток, ДВФУ, 2012.
- 3) Ксендзенко Л.С. Методические указания для студентов очной и заочной форм обучения технических специальностей «Дискретные и непрерывные случайные величины» Владивосток, ДВФУ, 2015.
- 4) Ксендзенко Л.С. Методические указания для студентов очной и заочной форм обучения технических специальностей «Теория вероятностей». Методические указания и индивидуальные задания для выполнения типового расчета. Владивосток, ДВФУ, 2016.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

## **ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»  
Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность  
Специализация «Профилактика и тушение природных пожаров»  
Форма подготовки очная

**Владивосток**  
**2014**

**Паспорт  
фонда оценочных средств  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»**

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-1 способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	знает	основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности
	умеет	решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления
	владеет	методами анализа и синтеза.

№ п/п	Контролируемые темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Элементы комбинаторики. Классическая вероятность	ОК-1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности  решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления  методами анализа и синтеза	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Вопросы к зачету.

**Шкала оценивания уровня сформированности компетенций**

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		Критерии	Показатели
ОК-1. Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	знает (пороговый уровень)	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности	Знание определения классической вероятности, ее свойств; теорем сложения и умножения вероятностей; знание формулы полной вероятности и Байеса; схемы независимых испытаний Бернулли; знание определений дискретных и непрерывных случайных величин, их числовых характеристик; функции распределения, плотности вероятностей, их свойств; Законов: биномиального, Пуассона;	-способность вычислять вероятности суммы и произведения событий; находить закон распределения, числовые характеристики случайной величины; строить полигон, гистограмму частот; выдвинуть гипотезу о законе распределения сл. величины; проверить гипотезу по критерию Пирсона.

			равномерного, экспоненциальное, нормального. Знает суть выборочного метода и основных понятий математической статистики.	
умеет (продвинутый)	умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления		Умение работать самостоятельно, решая задачи и разбирая конспект лекций; использовать интернет-источники; находить вероятности событий на основе изученных теорем; определять законы распределения; выдвинуть гипотезу и проверить ее по критериям Пирсона и Колмогорова. Умение применять знания при решении профессиональных задач	- способность применять методы теории вероятностей и математической статистики при решении профессиональных задач; -способность логически верно выстраивать устную и письменную речь, аргументировать выводы и результаты исследования.
владеет (высокий)	владеет методами анализа и синтеза.		Владение методами теории вероятностей и математической статистики для решения типовых задач, навыками применения теории вероятностей и математической статистики при изучении специальной литературы и при решении профессиональных задач	-способность самостоятельного изучения литературы по теории вероятностей и математической статистике, их приложениям; -способность самостоятельно выбрать метод решения профессиональных задач и обосновать его; способность самостоятельно решить задачу и грамотно оформить решение задачи; -способность логически верно выстраивать устную и письменную речь, аргументировать выводы и результаты исследования.

### Шкала измерения уровня сформированности компетенций

Итоговый балл	1-61	62-72	75-84	85-100
Оценка (5-тибальная шкала)	2(не зачтено)	3(зачтено)	4(зачтено)	5(зачтено)
Уровень сформированности компетенции	Отсутствует	Пороговый (базовый)	Продвинутый	Высокий (креативный)

### Перечень используемых оценочных средств (ОС)

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Случайные события	ОК-1	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и	Устный опрос на практическом занятии, (вопросы 1-14 тек. контроля). Коллоквиум: вопросы 1-45	Вопросы 1-6 из перечня вопросов для подготовки к зачету

			последовательности		
			умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления	Решение задач на практическом занятии. Выполнение ИДЗ «Элементы комбинаторики. Классическая, статистическая и геометрическая вероятность». «Теорема сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности, формула Байеса. Схема Бернулли»	Задачи 1-11 из примерного перечня задач для зачета,
			владеет методами анализа и синтеза.	Коллоквиум.	Зачет
2	Случайные величины	ОК-1	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности	Устный опрос на практическом занятии, вопросы тек. контроля 15-34 Коллоквиум: вопросы 46-64	Вопросы 7-13 из перечня вопросов к зачету
			умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления	Решение задач на практическом занятии. ИДЗ «Дискретные и непрерывные случайные величины. Законы распределения».	Задачи 12-17 из перечня задач к зачету.
			владеет методами анализа и синтеза.	Тест. Коллоквиум (вопросы 46-64).	Зачет
3	Статистическое оценивание	ОК-1	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в их логической целостности и последовательности	Устный опрос на практическом занятии. Вопросы тек. контроля 35-39	Вопросы 14-18 из перечня вопросов к зачету
			умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления	Решение задач на практическом занятии.	Задачи 1 из списка задач для зачета
			владеет методами анализа и синтеза.	Решение задач на практическом занятии. Выполнение РГЗ по теме.	Зачет
4	Проверка статистических гипотез	ОК-1	знает основные принципы, законы и категории философских знаний в	Устный опрос на практическом занятии. Вопросы 35-39	Вопросы 19-21 из перечня вопросов к зачету

			их логической целостности и последовательности	текущего контроля	
			умеет решать задачи, требующие навыков абстрактного мышления	Решение задач на практическом занятии. Выполнение РГЗ по теме «Статистическая проверка гипотез. Критерии согласия Пирсона $\chi^2$ – квадрат и Колмогорова» Вопросы 40-47 текущего контроля	
			владеет методами анализа и синтеза.	Решение задач на практическом занятии. Выполнение РГЗ по теме.	Зачет

### Оценочные средства для текущей аттестации

#### Вопросы для текущего контроля по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

#### Модуль I. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

##### Тема 1. Случайные события.

- Какие виды случайных событий Вы знаете? Приведите примеры.  
Проиллюстрируйте с помощью диаграмм Эйлера-Венна.
- Какие операции применимы к случайным событиям? Какими свойствами они обладают? Приведите примеры.
- Какие способы расчёта вероятностей случайных событий Вы знаете? В каких случаях они применимы?
- Чем отличаются и в чём схожи такие понятия комбинаторики, как сочетания, размещения и перестановки? Приведите примеры.
- Чем отличаются совместные и несовместные события?  
Проиллюстрируйте с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

6. Сформулируйте теорему сложения для совместных и несовместных событий.

7. Независимые и зависимые события. Теоремы умножения.

8. В каких случаях применяется формула полной вероятности? Каким свойствам должны удовлетворять гипотезы?

9. Что такое априорные и апостериорные вероятности?

10. Применение и значение формулы Байеса.

11. Какие испытания являются повторными независимыми? Приведите пример. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в  $n$  испытаниях событие  $A$  появится ровно  $m$  раз при малом числе испытаний?

12. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в  $n$  испытаниях событие  $A$  появится ровно  $m$  раз при большом числе испытаний и вероятности  $p$ , отличной от 0 и 1?

13. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в  $n$  испытаниях событие  $A$  появится ровно  $m$  раз при большом числе испытаний и малой вероятности  $p$ ?

14. Какая формула используется для вычисления вероятности того, что в  $n$  испытаниях событие  $A$  появится от  $a$  до  $b$  раз при большом числе испытаний и вероятности  $p$ , отличной от 0 и 1?

## **Тема 2. Случайные величины**

15. Как Вы понимаете, что такое дискретная случайная величина? Приведите пример.

16. Какими свойствами обладает функция распределения дискретной случайной величины?

17. Какими способами можно задать дискретную случайную величину?

18. Назовите основные числовые характеристики дискретной случайной величины, способы их вычисления и свойства.

19. Как Вы понимаете, что такое непрерывная случайная величина? Приведите пример.

20. Какими свойствами обладает функция распределения непрерывной

случайной величины?

21. Какими способами можно задать непрерывную случайную величину?

22. Какими свойствами обладает функция плотности вероятностей непрерывной случайной величины? Что она показывает?

23. Назовите основные числовые характеристики непрерывной случайной величины, способы их вычисления и свойства.

24. Почему нормальный закон распределения вынесен в отдельную тему теории вероятностей? К какому типу случайных величин он относится?

25. Как называется функция плотности вероятностей нормального закона распределения и какими свойствами обладает?

26. Что такое функция Лапласа, для чего она используется и какими свойствами обладает? Функция распределения нормально распределённой случайной величины.

27. Стандартный нормальный закон распределения. Его свойства.

28. Математическое ожидание и дисперсия нормально распределённой случайной величины, их влияние на график функции плотности вероятностей.

29. Свойства случайной величины, имеющей нормальный закон распределения. Правило трёх сигм.

30. Что такое закон больших чисел в широком смысле и в узком смысле?

31. Что позволяет оценить лемма Маркова и неравенство Чебышева?

32. Сформулируйте теорему Чебышева и условия её применения.

33. Сформулируйте теорему Бернулли и теорему Пуассона.

34. Что устанавливает центральная предельная теорема? Сформулируйте теорему Ляпунова.

## **Модуль II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

### **Тема 3. Статистическое оценивание**

35. Дайте определения генеральной и выборочной совокупности.

36. Перечислите свойства точечных оценок.

37. Назовите основные методы получения точечных оценок.

38. Укажите основные этапы получения интервальных оценок.



39. Укажите распределения статистик, используемых при интервальном оценивании определенных параметров распределения.

#### **Тема 4. Проверка статистических гипотез**

40. Дайте определения статистических гипотез - нулевой и конкурирующей.

41. Дайте определение статистического критерия.

42. Укажите условия нахождения границ критической области.

43. Дайте определения уровня значимости, мощности критерия.

44. Дайте определение ошибок первого и второго рода.

45. Укажите основные этапы процедуры проверки гипотез.

46. Укажите распределения статистик, используемых при проверке определенных статистических гипотез.

47. Назовите основные этапы процедуры проверки гипотезы о виде законов распределения генеральной совокупности.

На основе данных вопросов составлены тестовые задания, позволяющие контролировать качество усвоения студентами теоретического материала курса.

Занятия, на которых предлагаются тестовые задания, указаны в рейтинговом плане дисциплины.

#### **Вопросы к коллоквиуму по теории вероятностей**

1. Что называют опытом или испытанием?
2. Что называется событием?
3. Какое событие называется достоверным в данном опыте?
4. Какое событие называется невозможным в данном опыте?
5. Какое событие называется случайным в данном опыте?
6. Какое событие называется совместными в данном опыте?
7. Какое событие называется несовместными в данном опыте?
8. Какое событие называются противоположными?
9. Какое событие считают равновероятными?

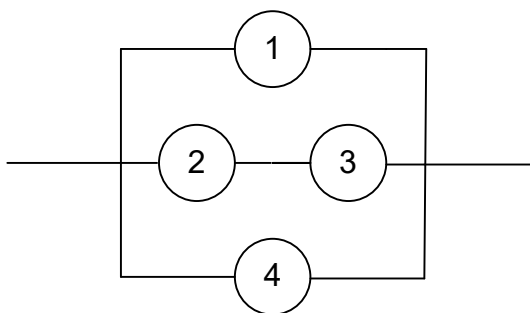
10. Что называется полной группой событий?
11. Что называется элементарным исходом?
12. Какие элементарные исходы называют благоприятствующими данному событию?
13. что представляет собой полная группа событий при подбрасывании одной монеты?
14. Что называется вероятностью события?
15. Чему равна вероятность достоверного события?
16. Чему равна вероятность невозможного события?
17. В каких пределах заключена вероятность случайного события?
18. В каких пределах заключена вероятность любого события?
19. Дайте определение классической вероятности.
20. Дайте определение частоты события.
20. Дайте определение статистической вероятности.
21. Дайте определение геометрической вероятности.
22. Перечислите недостатки классической вероятности.
23. Что называется перестановками?
24. По какой формуле вычисляют число перестановок из  $n$  различных элементов?
25. Что называют размещениями?
26. По какой формуле вычисляют число размещений из  $n$  различных элементов по  $k$  элементов?
27. Что называют сочетаниями?
28. По какой формуле вычисляют число сочетаний из  $n$  различных элементов по  $k$  элементов?
29. Каким равенством связаны числа перестановок, размещений и сочетаний?
30. По какой формуле вычисляют число перестановок из  $n$  элементов, если некоторые элементы повторяются?

31. Какой формулой определяется число размещений по  $k$  элементов с повторениями из  $n$  элементов?
32. Какой формулой определяется число сочетаний с повторениями из  $n$  элементов по  $k$  элементов?
33. Дайте определение суммы и произведения двух и нескольких событий.
34. Сформулировать теоремы сложения для совместных и несовместных событий.
35. Дайте определение зависимых и независимых событий. Привести примеры
36. Дать определение условных вероятностей событий.
37. Сформулировать теоремы умножения для зависимых и независимых событий.
38. Как найти вероятность появления хотя бы одного события?
39. Определение гипотезы. Формула полной вероятности (постановка задачи и формула).
40. Записать и объяснить формулу Байеса (теорема гипотез).
41. Повторение независимых испытаний. Постановка задачи.
42. Как проводятся повторные испытания по схеме Бернулли? Записать формулу Бернулли.
43. Когда применяется общая теорема о повторении независимых испытаний? Что такое производящая функция?
44. Как найти наивероятнейшее число наступления события в  $n$  независимых испытаниях?
45. Сформулировать локальную и интегральную теоремы Лапласа. Когда применимы эти теоремы?
46. Что называется дискретной случайной величиной? Какие ее способы задания?
47. Дать определение закона распределения случайной величины.
48. Что такое ряд распределения, многоугольник распределения?

49. Дать определение функции распределения и записать вычислительную формулу для дискретной случайной величины.
50. Что называется непрерывной случайной величиной? Способы их задания.
51. Дать определение интегральной функции распределения  $F(x)$  и перечислить ее свойства.
52. Дать определение дифференциальной функции распределения  $f(x)$  и перечислить ее свойства.
53. Дать определения основных характеристик положения (мода, математическое ожидание). Перечислить свойства математического ожидания. Записать формулы для вычисления.
54. Дать определения основных характеристик рассеивания (дисперсия, среднее квадратическое отклонение). Каковы свойства дисперсии? Записать формулы для вычисления.
55. Как строится биномиальный закон распределения?
56. Как строится закон распределения Пуассона. Дать определение простейшего потока событий.
57. Как строится геометрическое распределение (закон Паскаля).
58. Нормальный, равномерный и экспоненциальный законы распределения одномерной непрерывной случайной величины и их параметры.
59. Что называется функцией распределения случайной величины? Сформулируйте ее свойства. В чем различие графиков функций распределения для непрерывной и дискретной случайных величин?
60. В чем заключается “правило трех сигм”? Как, пользуясь этим правилом, найти наименьшее и наибольшее значения нормально распределенной случайной величины?
61. Изобразите график кривой Гаусса.
62. Что подразумевается под законом Больших чисел?
63. Основные неравенства и теоремы закона Больших чисел.
64. Сущность и значение теоремы П.Л. Чебышева для практики.

### Задачи к коллоквиуму по теории вероятностей

1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места.
2. Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.
3. Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.
4. На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?
5. Шесть рукописей случайно раскладывают по пяти папкам. Какова вероятность того, что ровно одна папка останется пустой?
6. Цифры 1, 2, 3, ..., 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.
7. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник Пушкина. Найти вероятность того, что эти тома стоят в порядке возрастания номера слева направо, но не обязательно рядом.
8. На каждой из пяти одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: «а», «м», «р», «т», «э». Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех вынутых по одной карточке можно прочесть слово «март».
9. Вероятность отказов элементов электрической цепи соответственно равны  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ . Найти вероятность того, что в цепи будет ток.



10. В данный район изделие поставляется тремя поставщиками в соотношении 6:3:8. Среди продукции первого поставщика стандартные изделия составляют 70%, второго – 80%, третьего – 75%. Найти вероятность того, что приобретенное изделие окажется нестандартным.
18. В одной страховой фирме застраховано 10 000 клиентов. Вероятность смерти клиента в течение года  $\approx 0,006$ . Каждый клиент первого января вносит 12 долларов. Если в течение года он умрет, то фирма обязана выплатить его родственникам 1000 \$. Чему равна вероятность того, что фирма получит не менее 40 000 \$ прибыли?
11. Сколько следует сыграть партий в шахматы с вероятностью победы в одной партии, равной  $1/3$ , чтобы наивероятнейшее число побед было равно 5?
20. 10 000 деталей произвольно распределены по девяти ящикам. Какова вероятность того, что в первом ящике не менее 1100 и не более 1200 деталей?

12. Дано следующее распределение дискретной, случайной величины  $X$

$X$	1	2	4	5
$P$	0,2	0,1	0,3	$P_4$

Заполнить во второй строке последнюю клетку и найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение случайной величины  $X$ , используя формулы для их определения. Найти функцию распределения  $F(x)$  и построить ее график.

13. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа любого элемента в течение времени  $t$  равна 0,002.

Необходимо:

- 1) Составить закон распределения отказавших за время  $t$  элементов;
- 2) найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  этой случайной величины;
- 3) определить вероятность того, что за время  $t$  откажет хотя бы один элемент.

14. Случайная величина распределена равномерно и имеет следующие числовые характеристики:  $M(X)=2$ ,  $D(X)=3$ . Найти  $F(X)$ .

Написать плотность вероятности нормально распределенной случайной величины  $X$ , зная, что  $M(X)=3$ ,  $D(X)=16$ .

10. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 20 и 5. Определить вероятность того, что в результате испытания  $X$  принимает значения, заключенные в интервале (15, 25).

15. ДСВ  $X$  задана законом распределения.

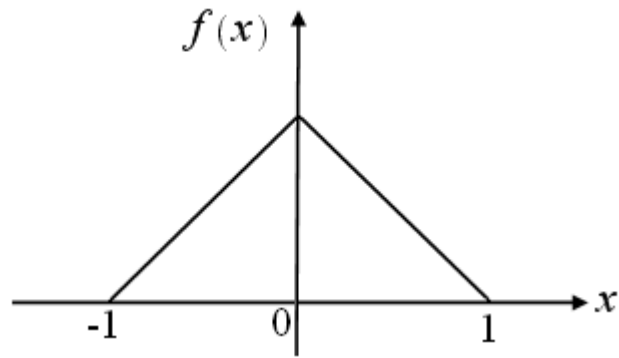
$x_i$	0	2	3	4	5
$p_i$	0,2	0,15	0,3	0,25	0,10

Оценить вероятность события  $A = \{|X - M(X)| < 1,5\}$ , пользуясь неравенством

П.Л. Чебышева.

16. Случайная величина  $X$  распределена по показательному закону с параметром  $\lambda = 0,4$ . Найти дифференциальную и интегральную функции распределения, а также вероятность попадания значений случайной величины  $X$  в интервал (0,25; 5).

17. График дифференциальной функции распределения случайной величины  $X$  дан на рисунке. Записать аналитическое выражение функции  $f(x)$ . Найти интегральную функцию распределения  $F(X)$ . Построить график функции  $F(x)$ . Найти математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ . Вычислить вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение в интервале (0;2).



### *Контрольные, расчетно-графические и индивидуальные*

#### Образцы индивидуальных заданий

#### Теория вероятностей

##### Пример задания.

1. Карточка «Спортлото» содержит 49 чисел. В тираже участвует 6 чисел. Какова вероятность того, что будет угадано 5 чисел?
2. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает ее наугад. Определить вероятность того, что ему придется звонить не более чем в четыре места.
3. В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция I завода содержит 20% телевизоров со скрытым дефектом, второго – 10% и третьего - 5%. Какова вероятность приобрести исправный телевизор, если в магазин поступило 30% телевизоров с I завода, 20% - со второго и 50% - с третьего?
4. Найти вероятность того, что из 500 посеянных семян не взойдет 130, если всхожесть семян оценивается вероятностью 0,75.
5. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } -\infty < x < 0, \\ \frac{x}{4}, & \text{при } 0 \leq x \leq 4, \\ 1, & \text{при } 4 < x < +\infty. \end{cases}$$



Требуется:

- 1) Найти дифференциальную функцию распределения;
- 2) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ ;
- 3) Построить графики функции  $F(x)$  и  $f(x)$ ;
- 4) Найти медиану распределения и вероятность того, что случайная величина  $X$  окажется в пределах интервала  $(1;3)$ .

### Математическая статистика

#### Пример задания.

В результате эксперимента получены данные.

135	133	124	132	104	152	134	130	129	120	122	124
117	123	123	129	121	122	125	131	147	124	137	112
126	128	111	129	115	147	131	132	137	119	125	120
129	125	123	127	132	118	133	132	132	134	131	120
135	132	125	132	108	114	121	133	133	135	131	125
114	115	122	131	125	132	120	126	115	117	118	118
132	134	127	127	124	135	128	127	115	144	129	120
137	127	125	116	132	120	117	127	118	109	127	122
120	135	116	118	133	136	125	126	119	126	129	127
129	124	127	132	126	131	127	130	126	124	135	127
124	123	123	130	132	143	122	139	120	134	108	132
121	111	123	140	437	120	125	131	118	120	120	136
129	127	116	138	128	133	122	131	128	140	138	134
120	126	109	137	111	115	117	130	113	126	115	124
125	118	115	128	123	129	128	120	115	134	118	135
134											

$N=181$  Начало первого интервала: 102 Длина интервала: 4

1. Составить интервальные статистические ряды распределения частот и относительных частот и частот наблюдаемых значений непрерывной случайной величины.
2. Построить полигон частот и гистограмму относительных частот.
3. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.
4. Вычислить числовые характеристики выборки: выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.
5. По виду гистограммы и полигона относительных частот сделать предварительный выбор закона распределения случайной величины.

6. Найти точечные оценки неизвестных параметров, предполагаемую плотность и функцию распределения случайной величины.
7. Найти теоретические частоты распределения, проверить согласие эмпирической функции распределения с модальной функцией при помощи критериев согласия Пирсона критерия  $\chi^2$  и Колмогорова.
8. Найти интервальные оценки параметров распределения, приняв доверительную вероятность равной 0,95.

Образец контрольной работы (Случайные величины и законы распределения)

1. Закон распределения дискретной случайной величины задан таблицей

$x_i$	0	1	2	3
$p_i$	0,4	$p_2$	0,2	0,1

Найти 1)  $p_2$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ ; 2) функцию распределения и построить ее график.

2. Задана непрерывная случайная величина  $X$  функцией распределения  $F(x)$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \cos 3x, & \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{2\pi}{3}, \\ 1, & x > \frac{2\pi}{3}. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти плотность распределения вероятностей  $f(x)$ ; 2) схематично построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ ; 3) найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины  $X$ ; 4) найти вероятность того, что  $X$  примет значение из интервала  $\left(\frac{\pi}{2}, \infty\right)$ .

3. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$  случайной величины, распределенной равномерно на отрезке  $(0,2]$ . Найти так же вероятность попадания в интервал  $(1;15)$ .

4. На станке изготавливаются втулки. Длина  $l$  втулки представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону и имеет среднее

значение  $l_{cp} = 20 \text{ см}$  и дисперсию  $\sigma^2 = 0,04 \text{ см}^2$ . Найти вероятность того, что длина втулки заключена между 19,7 и 20,3 см, т.е. отклонение в ту или иную сторону не превысит 0,3 см. Какую длину изделия можно гарантировать с вероятностью  $p=0,95$ ?

Образцы билетов к зачету с оценкой

**Билет 1**

Теоретические вопросы

1. Плотность нормального распределения. График. Зависимость формы кривой Гаусса от параметров распределения.
2. Метод наименьших квадратов.

Задачи

3. На лекции присутствует 200 студентов. Найти вероятность того, что двое из них родились восьмого марта.
4. На пути следования автомобиля пять светофоров, каждый из которых запрещает или разрешает дальнейшее движение с вероятностью 0,5. Составить закон распределения ДСВ  $X$  – числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки.

**Билет 2**

Теоретические вопросы

1. Значение теоремы П.Л. Чебышева для практики.
2. Вычисление теоретических частот нормального распределения.

Задачи

3. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что на верхней грани выпадет не более трех очков.
4. Страховая компания заключила 40000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому из них в течение года составляет 2%. Найти вероятность, что таких случаев будет не более 870.

## Вопросы к зачету с оценкой по теории вероятностей и математической статистике

1. Элементы комбинаторики.
2. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятностей. Свойства классической вероятности. Недостатки.
3. Сумма событий, произведение событий, совместные и несовместные события. Определения, примеры. Зависимые и независимые события. Определения, примеры.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимые события. Условная вероятность. Вероятность наступления хотя бы одного из событий. Пример.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса (вероятности гипотез). Пример.
6. Схема независимых испытаний Бернулли. Приближенные формулы в схеме Бернулли. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Формула Пуассона. Свойства функции  $\Phi(x)$ , ее график. Интегральная теорема Лапласа.
7. Дискретные (ДСВ) и непрерывные (НСВ) случайные величины, определения, примеры. Закон распределения вероятностей ДСВ. Числовые характеристики случайных величин. Свойства.
8. Функция распределения вероятностей случайной величины  $X$ . Свойства, следствия. Вероятность попадания случайной величины в интервал  $(a, b)$ .
9. Дифференциальная функция распределения НСВ (плотность распределения). Ее свойства. Вероятность попадания НСВ в заданный интервал. Числовые характеристики НСВ.
10. Основные законы распределения ДСВ – биномиальный и Пуассона. Числовые характеристики.
11. Основные законы распределения НСВ – равномерное распределение; экспоненциальное; нормальное распределение. Все о них. Свойства, графики. Нахождение функции распределения для нормально

- распределенной случайной величины.
12. Вероятность заданного отклонения. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал. Правило трех сигм.
  13. Закон больших чисел. Неравенство П.Л. Чебышева. Теорема Чебышева. Доказать. Следствие. Значение теоремы П.Л. Чебышева для практики.
  14. Генеральная совокупность, выборка, объем выборки, вариационный ряд. Определения примеры.
  15. Эмпирический закон распределения выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
  16. Основные выборочные величины. Статистические оценки и требования к ним.
  17. Определение доверительного интервала. Доверительный интервал статистической оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины при неизвестной дисперсии.
  18. Доверительная вероятность. Доверительный интервал статистической оценки среднеквадратического отклонения нормально распределенной случайной величины при неизвестной дисперсии.
  19. Определение теоретических частот. Нахождение теоретических частот в случае, если:
    - 1) случайная величина  $X$  – дискретная; 2) случайная величина  $X$  – непрерывная; 3) случайная величина  $X$  – имеет нормальное распределение.
  20. Основная и нулевая гипотезы. Ошибки I и II рода. Уровень значимости. Статистический критерий. Критическая область. Правило проверки гипотезы.
  21. Статистические критерии Пирсона и Колмогорова.

### **Тест (образец) по модулю «Теория вероятностей»**

1. Заданы множества  $A = \{1, 3, 4\}$ ;  $B = \{2, 3, 1, 4\}$  тогда для них будет

неверным утверждением

- а) множество  $A$  есть подмножество множества  $B$ ;
- б) множества  $A, B$  пересекаются;
- в) множество  $A$  не равно множеству  $B$ ;
- г)  $A$  и  $B$  не имеют общих элементов.

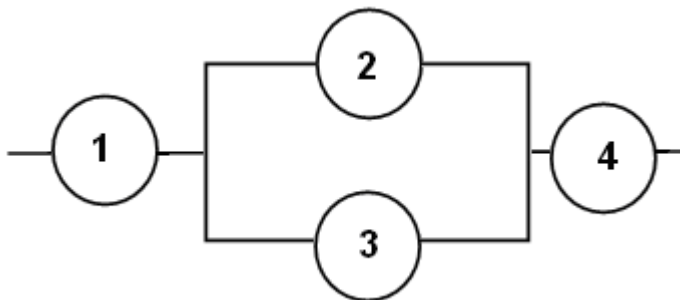
2. Одновременно подбрасывают две монеты. События  $A = \{\text{первый раз выпал герб}\}$ ,  $B = \{\text{оба раза выпали цифры}\}$ . Тогда верным для этих событий будет утверждение

- а) событие  $A$  тождественно событию  $B$ ;
- б)  $A$  и  $B$  не имеют общих элементов;
- в) события  $A$  и  $B$  несовместны;
- г)  $A$  и  $B$  – пересекаются.

3. Вероятность, что кубик упадет на грань «4» при условии, что выпадет число очков больше двух, равна:

- а)  $1/6$ ;
- б)  $1/4$ ;
- в)  $1/3$ .

4. Электрическая цепь имеет вид, как на рисунке



Событие  $A_k = \{\text{элемент с номером } k \text{ вышел из строя}\}$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ . Как

выражается событие  $B = \{\text{разрыв цепи}\}$  в алгебре событий  $A_k$ ?

а)  $B = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$ ,

б)  $B = A_1 + A_2 \cdot A_3 + A_4$ ;

в)  $B = A_1 \cdot (A_2 + A_3) \cdot A_4$ .

5. Сколько различных двузначных чисел можно составить из шести цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, если все цифры различны?

а) 20;

б) 30;

в) 36.

6. Урна содержит 3 белых и 5 черных шаров. Вероятность достать первым черный шар, а вторым – белый

а)  $3/28$ ;

б)  $15/56$ ;

в)  $8/15$ .

7. СВ  $X$  задана на отрезке  $[-11, 27]$ . Чему равна вероятность  $P(-7 < X)$ ?

а)  $34/38$ ;

б)  $20/37$ ;

в)  $25/38$ .

8. Количество перестановок в слове «МИР» равно:

а) 6;

б) 9;

в) 16.

9. Наиболее вероятным числом выпадений герба при 4 бросаниях монеты является:

а) 3 и 2;

б) 4;

в) 3.

10. Первый завод выпускает качественные станки с вероятностью 0,8;

второй завод – 0,7. На каждом заводе купили по одному станку. Вероятность того, что оба они качественные, равна:

а) 0,87;

б) 1,5;

в) 0,56.

11. Одновременно бросают четыре монеты. Какова вероятность, что все монеты выпадут одной стороной?

а) 0,0005;

б) 0,125;

в) 0,25.

12. Одновременно бросают 4 кубика. Какова вероятность, что сумма очков на кубиках не меньше 4?

а) 0;

б) 0,895;

в) 1.

13. Сколько существует способов выбора трех карт из колоды в 36 карт, так чтобы среди них был один туз?

а) 1244;

б) 1984;

в) 686.

14. Сколько существует четырехзначных чисел, в записи которых нет четных цифр?

а) 294;

27

б) 625;

в) 1584.

15. Сколько возможно различных исходов при одновременном подбрасывании 4 игральных костей?

а) 1024;

б) 1296;



в) 1684.

16. Чему равна вероятность, что из двух проверенных изделий хотя бы одно окажется стандартным, если вероятность брака одного изделия составляет 0,1?

а) 0,2;

б) 0,99;

в) 0,96.

17. Имеются три партии деталей по 15 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях соответственно равно 11, 13, 12. Какова вероятность, что наудачу извлеченная деталь окажется бракованной?

а) 4/15;

б) 11/15;

в) 12/15.

18. ДСВ  $X$  имеет закон распределения вероятностей

$x_i$	-5	3	6
$p_i$	0,3	0,2	0,5

Чему равно значение математического ожидания  $M(X)$ ?

а) 2,1;

б) 3,6;

в) 5,1.

19. ДСВ  $X$  имеет закон распределения вероятностей

$x_i$	1	3	6	7
$p_i$	0,4	0,3	0,2	0,1

Чему равно значение дисперсии  $D(X)$ ?

а) 15,2; б) 10,24; в) 4,96.

20. Как записывается эмпирическая функция распределения для

выборочной случайной величины, заданной в виде статистического ряда?

$x_i$	1	2	5	6
$p_i$	0,2	0,4	0,3	0,1

$$а) F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,2, & 1 < x \leq 2, \\ 0,4, & 2 < x \leq 5, \\ 0,6, & 5 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

$$б) F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,2, & 1 < x \leq 2, \\ 0,6, & 2 < x \leq 5, \\ 0,9, & 5 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

$$в) F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,2, & 1 < x \leq 2, \\ 0,4, & 2 < x \leq 5, \\ 0,3, & 5 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

21. Пусть  $X$  – случайная величина с функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,3, & 0 < x \leq 2, \\ 0,8, & 2 < x \leq 5, \\ 0,9, & 5 < x \leq 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

Как представить закон распределения СВ  $X$  в виде таблицы?

а)	$x_i$	0	2	5	8	>8
	$p_i$	0	0,3	0,8	0,9	1

б)	$x_i$	0	2	5	8
	$p_i$	0,3	0,8	0,9	1

в)	$x_i$	0	2	5	8
	$p_i$	0,3	0,5	0,1	0,1



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

---

## **ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»  
**Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность**  
Специализация «Профилактика и тушение природных пожаров»  
**Форма подготовки очная**

**Владивосток**  
**2014**

## Методические указания по теме «Статистическое распределение выборки и его основные числовые характеристики»

Выборочный метод – один из основных методов математической статистики. Его сущность заключается в том, что изучение большой совокупности объектов относительно некоторого количественного признака  $X$  производится по сравнительно небольшому числу отобранных объектов.

Генеральной совокупностью называется множество всех изучаемых объектов, из которых производится выборка.

Выборочной совокупностью (выборкой) называется множество объектов, отобранных для изучения из генеральной совокупности.

Выборка должна быть организована случайным образом, чтобы правильно представлять генеральную совокупность.

Объемом совокупности называется количество объектов в совокупности.

Объем выборки  $n$  значительно меньше объема  $N$  генеральной совокупности:  $n \ll N$ .

Основные числовые характеристики выборки.

1. Средняя выборочная (среднее взвешенное значение признака в выборке).

$$\bar{x}_v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i = \frac{1}{n} (x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k).$$

2. Дисперсия выборочная. Характеризует разброс (рассеяние значений вариант  $x_i$  от выборочного среднего значения  $\bar{x}_v$  и измеряется в квадратных единицах признака  $X$ ):

$$D_v = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_v)^2 \cdot n_i = \frac{1}{n} \left( (x_1 - \bar{x}_v)^2 \cdot n_1 + (x_2 - \bar{x}_v)^2 \cdot n_2 + \dots + (x_k - \bar{x}_v)^2 \cdot n_k \right).$$

3. Среднее квадратическое отклонение выборки, характеристика рассеяния значений признака в выборке от среднего выборочного в

единицах признака  $X$ :  $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{D_{\bar{x}}}$ .

Для вычисления дисперсии используют также другую формулу

$$D_{\bar{x}} = \overline{x^2} - (\bar{x})^2, \text{ где } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i; \quad \overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i.$$

### Образец решения задачи.

#### Задача.

В заочном вузе, где обучается 2000 студентов, была образована собственно случайная бесповторная выборка с целью определить средний стаж работы студентов по специальности. Результаты даны в таблице:

Стаж работы по специальности, годы	X	1-5	5-9	9-13	13-17	17-21
Количество студентов	$n_i$	15	20	50	12	13

Найти:

- среднее выборочное значение показателя  $X$ ,
- дисперсию и среднее квадратическое отклонение значений признака.

С надежностью  $\gamma$  указать доверительный интервал для генеральной средней признака  $X$  при условии, что в генеральной совокупности признак  $X$  распределен по нормальному закону, и генеральная дисперсия совпадает с выборочной дисперсией.

Решение. Данные выборки означают, что 15 значений признака  $X$  попали в интервал от 1 до 5; 20 значений содержатся в интервале от 5 до 9 и т. д. Это интервальное статистическое распределение выборки. В качестве значений признака  $X$  выбираем значения, стоящие в середине каждого интервала, в результате получим следующее дискретное выборочное статистическое распределение для признака  $X$ :

X	3	7	11	15	19
$n_i$	15	20	50	12	13

Объем выборки  $n = \sum_{i=1}^5 n_i = 15+20+50+12+13 = 110$ .

$$1) \text{ Средняя выборочная: } \bar{x}_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i = \frac{1}{n} (x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k) = \\ = 1 / 110 \cdot (3 \cdot 15 + 7 \cdot 20 + 11 \cdot 50 + 15 \cdot 12 + 19 \cdot 13) = 10,564.$$

2) Выборочная дисперсия:

$$D_g = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_g)^2 \cdot n_i = \frac{1}{n} \left( (x_1 - \bar{x}_g)^2 \cdot n_1 + (x_2 - \bar{x}_g)^2 \cdot n_2 + \dots + (x_k - \bar{x}_g)^2 \cdot n_k \right).$$

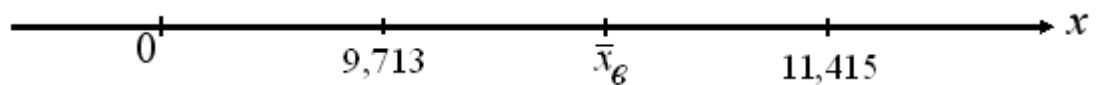
$$D_B = 1 / 110 \left( (3 - 10,564)^2 \cdot 15 + (7 - 10,564)^2 \cdot 20 + (11 - 10,564)^2 \cdot 50 + (15 - 10,564)^2 \cdot 12 + (19 - 10,564)^2 \cdot 13 \right) = 20,755.$$

В данной задаче  $\gamma = 0,95$ , поэтому  $2 \Phi(t) = 0,95$ ;  $\Phi(t) = 0,475$ . По таблице приложения 2 находим  $t = 1,96$ . По условию задачи генеральная дисперсия равна выборочной, то есть  $\sigma = \sigma_B = 4,556$ . Выше найдены значения  $n = 110$ ,  $\bar{x}_B = 10,564$ . Найдем точность оценки

$$\delta = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,96 \cdot 4,556}{\sqrt{110}} = 0,851.$$

Тогда доверительный интервал  $(10,564 - 0,851; 10,564 + 0,851)$ , или  $(9,713; 11,415)$ .

С вероятностью  $0,95 = 95\%$  неизвестная генеральная средняя (математическое ожидание «а») находится в этом интервале.



Ответ:

$$\bar{x}_g = 10,564, D_B = 20,755; \sigma_B = 4,556; a \in (9,713; 11,415).$$

$$\bar{x}_g = 10,564 \quad a \in (9,713; 11,415)$$

Замечание. Второй способ вычисления дисперсии:  $D_g = \overline{x_g^2} - (\bar{x}_g)^2$ ;

$$\overline{x_g^2} = \frac{1}{110} \cdot (3^2 \cdot 15 + 7^2 \cdot 20 + 11^2 \cdot 50 + 15^2 \cdot 12 + 19^2 \cdot 13) = 132,345.$$

$$D_B = 132,345 - (10,564)^2 \approx 20,755.$$

Результаты вычисления по двум способам равны.

$$\sigma_g = \sqrt{D_g} = \sqrt{20,755} = 4,556.$$

3) Доверительный интервал для оценки генеральной средней. Найденные характеристики выборки  $\bar{x}_g$ ,  $D_g$ ,  $\sigma_g$  лишь приближенно характеризуют генеральную совокупность и могут оказаться далекими от соответствующих характеристик генеральной совокупности:  $x = a$ ,  $D$ ,  $\sigma$ . Поэтому для генеральных характеристик используют интервальные оценки, когда неизвестная характеристика заключена в некотором интервале с заданной надежностью (вероятностью)  $\gamma$ . Такой интервал называется доверительным. Значения надежности берут 0,9; 0,95; 0,99; 0,999, что соответствует 90; 95; 99 или 99,9 %.

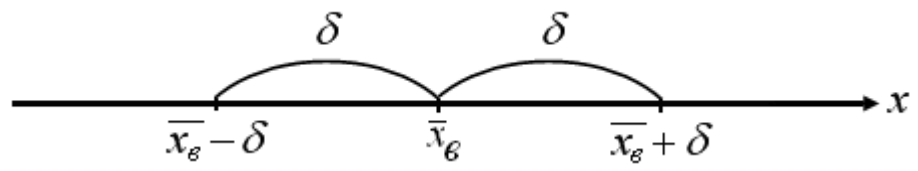
Пусть значения количественного признака  $X$  в генеральной совокупности распределены по нормальному закону. Тогда с вероятностью  $\gamma$  доверительный интервал для генеральной средней вычисляют по формуле:

$$(\bar{x}_g - \delta, \bar{x}_g + \delta), \text{ где } \delta = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}}.$$

$\delta$  – точность оценки,  $\sigma$  – генеральное среднее квадратическое отклонение, которое известно,  $t$  – вспомогательный параметр, который находится из соотношения  $2 \cdot \Phi(t) = \gamma$  с помощью таблицы для интегральной функции Лапласа.  $(\bar{x}_g - \delta, \bar{x}_g + \delta)$ ,

Доверительный интервал можно изобразить графически







МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

## ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

### ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

по дисциплине Теория вероятностей и математическая  
статистика

Раздел «Наименование по РПУД»

**Выполнил:** студент(ка) группы номер  
Фамилия И.О.

**Проверил:** должность преподавателя кафедры  
алгебры, геометрии и анализа  
Фамилия И.О.

Владивосток  
2014