



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

**ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА**

«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП  
«Прикладная механика»

  
\_\_\_\_\_  
(подпись) Г.П. Озерова  
(Ф.И.О. рук.ОП)  
«25» июня 2017 г.

«УТВЕРЖДАЮ»  
Заведующий кафедрой  
Механики и математического моделирования

  
\_\_\_\_\_  
(подпись) А.А. Бочарова  
(Ф.И.О. зав. каф.)  
«25» июня 2017 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ В МЕХАНИКЕ**

**Направление подготовки 15.03.03 Прикладная механика**

**Профиль подготовки:**

**Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов**

**Форма подготовки: очная**

курс 3 семестр 5,6  
лекции 54 час.  
практические занятия 54 час.  
лабораторные работы -18 час.  
в том числе с использованием МАО лек. -12 /пр 22/лаб. 4 час.  
всего часов аудиторной нагрузки 126 час.  
в том числе с использованием МАО 38 час.  
самостоятельная работа 90 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 27 час.  
контрольные работы (количество)  
курсовая работа / курсовой проект \_\_\_\_\_ семестр  
зачет 6 семестр  
экзамен 5 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, ОС-15.03.03-47/1-2016, самостоятельно устанавливаемого ДВФУ, утвержденного приказом ректора от 10.03.2016 № 12-13-391

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры механики и математического моделирования, протокол № 9 от «23» июня 2017 г.

Заведующий кафедрой: к.ф.-м.н. А.А. Бочарова  
Составитель: к.ф.-м.н. А.А. Бочарова

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## Аннотация дисциплины

### «Методы математической физики в механике»

Дисциплина «Методы математической физики в механике» разработана для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.03 «Прикладная механика», профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов» и является обязательной дисциплиной вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана (Б1.В.ОД.8).

Трудоемкость дисциплины составляет 216 часов (6 зачетных единиц). Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (54 часа), практические занятия (54 часа), лабораторные работы (18 часов) и самостоятельная работа студентов (90 часов, из них 36 часов на экзамен). Дисциплина реализуется на 3 курсе в 5,6 семестре. Форма промежуточной аттестации – зачет (5 семестр), экзамен (6 семестр).

Дисциплина «Методы математической физики в механике» логически связана с дисциплинами «Численные методы в механике», «Механика сплошных сред», «Вычислительная механика», «Теория упругости».

**Цель дисциплины:** выработать у студентов представление о математическом моделировании физических процессов, о постановке и методах аналитического решения краевых задач для уравнений в частных производных.

#### **Задачи дисциплины:**

- Систематизация и структурирование основных представлений в области постановки и методов решения задач математической физики
- Освоение студентами основных методов решения задач для уравнений в частных производных.
- Выработка у студентов навыков самостоятельной работы с современными вычислительными пакетами для аналитических преобразований и численных расчетов.

- Формирование у студентов мотивации к самообразованию за счет активизации с помощью систем компьютерной математики самостоятельной познавательной деятельности.

Для успешного изучения дисциплины «Методы математической физики в механике» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией;

- представлять взаимосвязь между основными знаниями по естественным наукам и математике;

- использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, характеризуют этапы формирования следующих компетенций:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
<b>ОПК-2</b> способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	Знает	основные законы естественных наук, математический аппарат, методики математического анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования.
	Умеет	применять физические и математические методы при решении профессиональных задач.
	Владеет	методами построения физической и математической модели профессиональных задач, способностью содержательной оценки полученных результатов
<b>ОПК-3</b> способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	Знает	–основные определения и понятия математической физики, классификацию дифференциальных уравнений в частных производных; –основные уравнения математической физики: уравнение колебания струны и мембраны,

		уравнение распространения тепла, уравнение диффузии, уравнение Лапласа;
	Умеет	– определять тип дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка; – формулировать начальные, начально-краевые и краевые задачи для основных уравнений математической физики
	Владеет	основными методами решения дифференциальных уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов: метод Даламбера, метод разделения переменных, метод функций Грина
<p><b>ПК-3</b> готовность выполнять научно-исследовательские работы и решать научно-технические задачи в области прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям</p>	Знает	- основные понятия и методы математической физики; - математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике
	Умеет	-- провести физическую и математическую классификацию уравнений математической физики; - иметь четкое представление о постановке краевых задач, включая понятие о корректности их постановки; - применять методы математической физики для решения практических задач.
	Владеет	- методами построения в явном виде решений краевых задач; - методами определения корректности начально-краевых задач для основных типов линейных уравнений второго порядка; - владеть методом вывода уравнений на основе физических законов.

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Методы математической физики в механике» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения: лекции -презентации, групповые консультации, проблемные занятия.

# **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

## **СЕМЕСТР 1. Уравнения математической физики(16 час).**

**Раздел I. Уравнения математической физики и их классификация (8час.)**

**Тема 1. Математическое моделирование физических процессов (4 час.)**

Математическое моделирование физических процессов, основные этапы. Вывод уравнений движения идеальной жидкости, уравнения неразрывности, метод возмущений, уравнения электростатики и магнитостатики.

**Тема 2. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка (4час.)**

Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, характеристическое уравнение, классификация. Канонические формы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

**Раздел II. Уравнения гиперболического типа (8 час.).**

**Тема 1. Уравнения гиперболического типа (4 час.)**

Вывод уравнения малых колебаний струны, мембраны, продольных колебаний стержней, энергия колебаний. Граничные и начальные условия. Теорема единственности.

**Тема 2. Задача Коши для уравнения колебаний (4 час.)**

Задача Коши для уравнения свободных колебаний струны, метод Даламбера, частные случаи. Метод характеристик. Метод Римана, метод разделения переменных. Понятие корректности краевой задачи. Дисперсия волн.

**СЕМЕСТР 2. Метод Фурье(20 час.)**

**Раздел I. Метод разложения в ряд по собственным функциям задачи (12 час.)**

### **Тема 1. Метод Фурье решения задачи о свободных колебаниях струны (4час.)**

Метод Фурье решения задачи о свободных колебаниях струны. Интерпретация решения, стоячие волны, гармоники.

### **Тема 2. Метод Фурье решения задачи о вынужденных колебаниях струны (4 час.)**

Метод Фурье решения задачи о вынужденных колебаниях струны. Неоднородное уравнение. Метод разделения переменных. Собственные функции, свойства. Разложение функций в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля.

### **Тема 3. Уравнения параболического типа, уравнения теплопроводности и диффузии (4час.)**

Вывод уравнения теплопроводности. Метод Фурье решения краевой задачи для однородного и неоднородного уравнений теплопроводности. Принцип максимума, теорема единственности. Применение преобразования Фурье для решения задачи Коши, формула Пуассона, фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Преобразование Лапласа.

### **Раздел II. Уравнения эллиптического типа, постановка задач, корректность (8час.)**

#### **Тема 1. Уравнения эллиптического типа (4час.)**

Уравнение Лапласа, Пуассона, фундаментальные решения в пространстве и на плоскости. Краевые задачи для уравнения Лапласа, Гельмгольца и для бигармонического уравнения.

#### **Тема 2. Гармонические функции (4 час.)**

Гармонические функции, функция Грина, теория потенциала. Интегральное представление решений. Свойства гармонических функций, принцип максимума. Метод функций Грина для решения задач Дирихле и Неймана.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (18 час.)**

#### **Занятие 1. Уравнения математической физики. (2 час.)**

1. Основные этапы математического моделирования физических процессов.
2. Простейшие уравнения в частных производных и их решения.

#### **Занятие 2. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка (2 час.)**

1. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка гиперболического, параболического, эллиптического типа с постоянными коэффициентами; с переменными коэффициентами.
2. Приведение к каноническому виду с использованием программного комплекса MAPLE, дифференциальная подстановка.

#### **Занятие 3. Метод Даламбера. Метод характеристик (2 часа)**

1. Решение задачи с заданным начальным отклонением точек струны методом распространяющихся прямой и обратной волны, характеристики.
2. Решение задачи с заданной начальной скоростью точек струны методом распространяющихся волн, построение профиля струны в начальные моменты времени.

#### **Занятие 4. Метод Фурье для однородного уравнения колебаний(2 часа)**

1. Решение задачи о свободных колебаниях струны методом разделения переменных.
2. Построение графика процесса с использованием программного комплекса MAPLE.

#### **Занятие 5. Метод Фурье для неоднородного уравнения колебаний (2 часа)**

1. Решение задачи с заданным законом отклонения в одной из граничных точек отрезка; с заданием вынужденной силы во внутренней точке струны

2. Гармоническое воздействие, резонанс.

### **Занятие 6. Метод собственных функций (2 часа)**

1. Решение задачи о продольных колебаниях стержня при граничных условиях второго и третьего рода, при внешнем воздействии, в условиях сопротивления среды

2. Построение графиков процесса с использованием программного комплекса MAPLE.

### **Занятие 7. Решение уравнения теплопроводности методом разделения переменных (2 часа)**

1. Решение задачи об остывании стержня конечной длины, задачи с заданным тепловыделением по указанному закону в граничной точке.

2. Решения задач для неоднородного уравнения теплопроводности.

### **Занятие 8. Применение преобразования Фурье (2 часа)**

1. Решение задачи Коши для бесконечного стержня, применение преобразования Фурье, вывод формулы Пуассона.

2. Решение задачи для составного стержня с помощью интегральной функции Лапласа.

### **Занятие 9. Применение программного комплекса MAPLE к решению задач математической физики (2 час.)**

1. Приведение дифференциальных уравнений в частных производных к каноническому виду с использованием программного комплекса MAPLE.

2. Решение задач для уравнения свободных колебаний струны с различными неоднородными граничными условиями. Решение задач для вынужденных колебаний струны.

Решение задач нестационарной теплопроводности стержня с различными граничными условиями, используя вычислительные средства MAPLE.

## Лабораторные работы (18 час.)

### III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Уравнения математической физики» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
  - характеристика заданий для самостоятельной работы студентов и методические рекомендации по их выполнению;
  - требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	«Уравнения математической физики»	ОПК-2 ОПК-3	основные законы естественных наук, математический аппарат, методики математического анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования.	Собеседование (УО-1)	Вопросы к зачету 1-8
			применять физические и математические методы при решении профессиональных задач.		

			методами построения физической и математической модели профессиональных задач, способностью содержательной оценки полученных результатов	ИДЗ (ПР-12)	Вопросы к зачету 1-8
2	«Метод Фурье»	ОПК-3 ПК-3	– основные определения и понятия математической физики, классификацию дифференциальных уравнений в частных производных;	Собеседование (УО-1)	Вопросы к зачету 9-15
			– основные уравнения математической физики: уравнение колебания струны и мембраны, уравнение распространения тепла, уравнение диффузии, уравнение Лапласа;		
			– определять тип дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка;		
			– формулировать начальные, начально-краевые и краевые задачи для основных уравнений математической физики	ИДЗ (ПР-12)	Вопросы к зачету 9-15
			основными методами решения дифференциальных уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов: метод Даламбера, метод разделения переменных, метод функций Грина	ИДЗ (ПР-12)	Вопросы к зачету 9-15

## V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## Основная литература

1. Бочарова А. А. Математическая физика. – УМК – 148 с. Вл-к. изд-во ДВГТУ – 2008 г.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:385006&theme=FEFU>
2. Михлин С. Г. Курс математической физики. 575 с. Спб: Лань – 2008 г.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:1120&theme=FEFU>
3. Емельянов В. М. Уравнения математической физики. Практикум. 213 с. Спб: Лань – 2008.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:275948&theme=FEFU>
4. Абакумов М.В. Лекции по численным методам математической физики: Уч.пос./ М.В.Абакумов, А.В.Гулин; МГУ им. М.В.Ломоносова. Факультет вычисл. математике и кибернетики. - М.:НИЦ ИНФРА-М,2013-158 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=364601>
5. Кудряшов Н.А. Методы нелинейной математической физики: Учебное пособие / Н.А. Кудряшов. - Долгопрудный: Интеллект, 2010. - 368 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=247670>

## Дополнительная литература

1. В. П. Глушко А. В. Глушко. Курс уравнений математической физики с использованием пакета Mathematica. Уч. пособие. - Спб: Лань, 2010. - 319 с.
2. Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов. Математика в техническом университете. Выпуск XII. Дифференциальные уравнения математической физики. - М:Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. - 368 с.
3. А. Д. Полянин. Линейные уравнения математической физики. Справочник. М:ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 576 с.
4. Тихонова А.И., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., 2002 – 724 с.
5. Голоскоков Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в среде Maple. - Спб:Питер, 2004. - 538 с.

6. А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев, А. И. Журов. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 256 с.

7. Даишев Р.А., Никитин Б.С. Уравнения математической физики. Сборник задач. - Казань: Каз. гос. ун-т, 2005. - 76 с.

<http://window.edu.ru/resource/340/78340>

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

На изучение дисциплины отводится 126 часов аудиторных занятий и 90 часов самостоятельной работы.

На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. На практических занятиях преподаватель разбирает решение некоторых задач математической физики, подсказывает ход и метод решения.

Если полученных в аудитории знаний окажется недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочесть лекцию или соответствующее пособие.

По данной дисциплине разработаны учебные пособия, которые доступны в фондах НБ ДВФУ в соответствующем разделе:

1. Бочарова А. А. Математическая физика. – УМК – 148 с. Вл-к. изд-во ДВГТУ – 2008 г.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:385006&theme=FEFU>

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения лекционных и практических занятий необходим компьютерный класс, оборудованный следующим образом:

Моноблок Lenovo C306G-i34164G500UDK (20 шт),

Акустическая система для потолочного монтажа с низким профилем, Extron SI 3CT LP (пара)

Акустическая система для потолочного монтажа с низким профилем,  
Extron SI 3CT LP (пара)

Акустическая система для потолочного монтажа с низким профилем,  
Extron SI 3CT LP (пара)

Врезной интерфейс с системой автоматического втягивания кабелей TLS  
TAM 201 Standart III

Документ-камера Avervision CP355AF

ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716CCBA

Комплект удлинителей DVI по витой паре (передатчик/приёмник),  
Extron DVI 201 Tx/Rx

Матричный коммутатор DVI 4x4. Extron DXP 44 DVI PRO

Микрофонная петличная радиосистема УВЧ диапазона Sennheiser EW  
122 G3 в составе рэкового приёмника EM 100 G3, передатчика SK 100 G3,  
петличного микрофон ME 4 с ветрозащитой и антенн (2 шт.)

Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen,  
1280x800

Расширение для контроллера управления Extron IPL T CR48

Сетевая видеочамера Multipix MP-HD718

Сетевой контроллер управления Extron IPL T S4

Стойка металлическая для ЖК-дисплея У SMS Flatscreen FH T1450

Усилитель мощности, Extron XPA 2001-100V

Цифровой аудиопроцессор, Extron DMP 44 LC

Шкаф настенный 19" 7U, Abacom VSP-W960SG60

Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice, 50 см черная кайма  
сверху, размер рабочей области 236x147 см

**Приложение 1 к рабочей программе учебной дисциплины**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

**ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Уравнения математической физики»**

**Направление подготовки – 15.03.03 «Прикладная механика»**

**профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических  
систем и процессов»**

**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**

**2016**

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине  
«Методы математической физики в механике»

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	5 неделя	Собеседование по разделу «Уравнения математической физики»	8 часов	УО-1
2	10 неделя	Решение задач по разделу «Уравнения математической физики»	10 часов	ПР-12
	5-18 неделя	Подготовка к экзамену	36 часов	Экзамен
3	10 неделя (6 семестр)	Собеседование по разделу «Метод Фурье»	4 часов	УО-1
4	16 неделя (6 семестр)	Решение задач по разделу «Метод Фурье»	8 часов	ПР-12
5	18 неделя	Подготовка к зачету	24 часа	Зачет
<b>Итого</b>			<b>54 час.</b>	

**Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

**Индивидуальные задания**

При организации самостоятельной работы преподаватель должен учитывать уровень подготовки каждого студента и предвидеть трудности, которые могут возникнуть при выполнении самостоятельной работы. Преподаватель дает каждому студенту индивидуальные и дифференцированные задания. Некоторые из них могут осуществляться в группе. Выдача индивидуальных заданий производится в зависимости от проходимой тематики курса и определяется преподавателем. Далее приводятся образцы решения типовых заданий.

**Индивидуальное задание по разделу «Уравнения математической физики», базовый уровень**

Для системы уравнений  $ut - a vx = 0$ ,  $vt - ux = 0$  ( $a = \text{const}$ ) решить задачу Коши с начальными данными  $u(x, 0) = \phi(x)$ ,  $v(x, 0) = \psi(x)$ .

- При каких  $a$  это удастся сделать?
- Считая в формулах для общего решения, что  $a$  имеет любой знак, преобразовать эти формулы «к разумному виду».
- Истолковать полученные результаты.

**Индивидуальное задание по разделу «Уравнения математической физики», продвинутый уровень**

Для системы уравнений  $ut + ux - u + w - 1 = 0$ ,  $vt + 2ux - wx - 2u + w - v^2 + 2vw - w^2 = 0$ ,  $wt + 2ux - wx - 2u + w = 0$  найти характеристики и соотношения на них. Получить уравнение для функции  $(v-w)$ . Вывести отсюда, что решение задачи Коши с данными  $u(x, 0) = 1$ ,  $v(x, 0) = 3$ ,  $w(x, 0) = 2$  имеет особенность на прямой  $t = 1$ .

**Индивидуальное задание по разделу «Метод Фурье», базовый уровень**

Решить задачу Дирихле

$$u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (0 < x < a, 0 < y < b),$$

$$u|_{x=0} = \psi_1(y), \quad u|_{x=a} = \psi_2(y), \quad u|_{y=0} = \phi_1(x), \quad u|_{y=b} = \phi_2(x).$$

Указание. Искать решение в виде  $u = u_1 + u_2$ , где  $u_1$  (и  $u_2$ ) — решение такой же задачи, но в которой вместо  $\phi_{1,2}$  (соответственно вместо  $\psi_{1,2}$ ) написаны нули.

**Индивидуальное задание по разделу «Метод Фурье», продвинутый уровень**

Рассмотрим задачу об асимптотике (при больших  $t$ ) температуры в стержне с заданной температурой на концах:  $u_t = u_{xx}$  ( $t > 0$ ,  $0 < x < \pi$ ),

$$u|_{t=0} = \phi(x), \quad u|_{x=0} = \alpha, \quad u|_{x=\pi} = \beta.$$

а) Найти предельную температуру (когда процесс стабилизируется, решение  $u$  более не зависит от  $t$ ) как решение задачи

$$v_{xx} = 0, \quad v|_{x=0} = \alpha, \quad v|_{x=\pi} = \beta.$$

б) Переписать задачу для разности  $w = u - v$ , решить ее и доказать, что  $|u - v| \leq C e^{-t}$ . Указания. а) Оценить все коэффициенты Фурье одной постоянной.

б) Использовать оценку  $e^{-k^2 t} e^{-kt}$ , которая не загроубляет всю оценку, так как главный член остается тем же. Вывод. При отсутствии источников тепла (нулевая правая часть в уравнении) и изменения температуры на концах ( $\alpha$ ,  $\beta$  постоянны) температура в стержне экспоненциально стремится к предельному (линейному) распределению независимо от начального состояния.

Типовые вопросы для собеседования и вопросы к зачету по дисциплине «Уравнения математической физики» представлены в приложении 2.

**Приложение 2 к рабочей программе учебной дисциплины**



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

**ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «Уравнения математической физики»  
Направление подготовки – 15.03.03 «Прикладная механика»  
профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических  
систем и процессов»  
**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**  
**2016**

## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
<p><b>ОПК-2</b>                      способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики</p>	Знает	основные законы естественных наук, математический аппарат, методики математического анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования.
	Умеет	применять физические и математические методы при решении профессиональных задач.
	Владеет	методами построения физической и математической модели профессиональных задач, способностью содержательной оценки полученных результатов
<p><b>ОПК-3</b>                      способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат</p>	Знает	– основные определения и понятия математической физики, классификацию дифференциальных уравнений в частных производных; – основные уравнения математической физики: уравнение колебания струны и мембраны, уравнение распространения тепла, уравнение диффузии, уравнение Лапласа;
	Умеет	– определять тип дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка; – формулировать начальные, начально-краевые и краевые задачи для основных уравнений математической физики
	Владеет	основными методами решения дифференциальных уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов: метод Даламбера, метод разделения переменных, метод функций Грина
<p><b>ПК-3</b>                      готовность выполнять научно-исследовательские работы и решать научно-технические задачи в области</p>	Знает	- основные понятия и методы математической физики; - математические модели простейших систем и процессов в

прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям		естествознании и технике
	Умеет	-- провести физическую и математическую классификацию уравнений математической физики; - иметь четкое представление о постановке краевых задач, включая понятие о корректности их постановки; - применять методы математической физики для решения практических задач.
	Владеет	- методами построения в явном виде решений краевых задач; - методами определения корректности начально-краевых задач для основных типов линейных уравнений второго порядка; - владеть методом вывода уравнений на основе физических законов.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	«Уравнения математической физики»	ОПК-2 ОПК-3	основные законы естественных наук, математический аппарат, методики математического анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования.	Собеседование (УО-1)	Вопросы к зачету 1-8
			применять физические и математические методы при решении профессиональных задач.	ИДЗ (ПР-12)	Вопросы к зачету 1-8
			методами построения физической и математической модели профессиональных задач, способностью	ИДЗ (ПР-12)	Вопросы к зачету 1-8

			содержательной оценки полученных результатов		
2	«Метод Фурье»	ОПК-3 ПК-3	– основные определения и понятия математической физики, классификацию дифференциальных уравнений в частных производных;	Собеседование (УО-1)	Вопросы к зачету 9-15
			– основные уравнения математической физики: уравнение колебания струны и мембраны, уравнение распространения тепла, уравнение диффузии, уравнение Лапласа;		
			– определять тип дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка;		
			– формулировать начальные, начально-краевые и краевые задачи для основных уравнений математической физики	ИДЗ (ПР-12)	Вопросы к зачету 9-15
			основными методами решения дифференциальных уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов: метод Даламбера, метод разделения переменных, метод функций Грина	ИДЗ (ПР-12)	Вопросы к зачету 9-15

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	критерии	показатели
--------------------------------	--------------------------------	----------	------------

<p><b>ОПК-2</b>          способностью представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики</p>	Знает	<p>основные законы естественных наук, математический аппарат, методики математического анализа, моделирования,</p> <p>теоретического и экспериментального исследования.</p>	<p>иметь представление о современных информационных технологиях в научно-исследовательской проектно-конструкторской; производственно-технологической; научно-инновационной видах деятельности</p>	<p>способность применения информационных технологий в научно-исследовательской, научно-педагогической; проектно-конструкторской; производственно-технологической; научно-инновационной; консультационно-экспертной деятельности</p>
	Умеет	<p>применять физические и математические методы при решении профессиональных задач.</p>	<p>способность грамотно осуществлять отбор научного материала, литературных источников для эффективного решения научно-исследовательских и профессиональных задач</p>	<p>умение выбирать адекватные способы и методы решения теоретических, прикладных и экспериментальных задач,</p>
	Владеет	<p>методами построения физической и математической модели профессиональных задач, способностью содержательно оценить полученных результатов</p>	<p>владение навыками работы с современными системами компьютерной математики, владение физико-математическими и вычислительными методами, современными научными теориями</p>	<p>способность самостоятельно осваивать и применять современные теории, физико-математические и вычислительные методы, новые системы компьютерной математики и системы компьютерного проектирования и компьютерного инжиниринга (CAD/CAE-системы) для эффективного решения научно-исследовательских и профессиональных задач</p>
<p><b>ОПК-3</b>          способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат</p>	Знает	<p>– основные определения и понятия математической физики, классификацию дифференциальных уравнений в частных производных;</p>	<p>иметь представление об основных тенденции развития в области математики и механики, изучение отечественного и зарубежного опыта по избранной задаче</p>	<p>способность применения информационных технологий в научно-исследовательской, научно-педагогической; проектно-конструкторской; производственно-технологической; научно-инновационной; консультационно-экспертной деятельности</p>

		– основные уравнения математической физики: уравнение колебания струны и мембраны, уравнение распространения тепла, уравнение диффузии, уравнение Лапласа;		
	Умеет	– определять тип дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка; формулировать начальные, начально-краевые и краевые задачи для основных уравнений математической физики	способность применять современные теории, физико-математические и вычислительные методы	умение выбирать адекватные способы и методы решения задач, анализировать, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты
	Владеет	основными методами решения дифференциальных уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов: метод Даламбера, метод разделения переменных, метод функций Грина	владение современными фундаментальными и прикладными методами решения задач механики, теоретических и расчетно-экспериментальных исследованиях	умение самостоятельно выполнять научные исследования в области механики сплошных сред для различных отраслей промышленности, решать сложные научно-технические задачи, которые для своего изучения требуют разработки и применения математических и компьютерных моделей (CAD-CAE-технологии мирового уровня)
<b>ПК-3</b> готовность выполнять научно-исследовательские работы и решать научно-технические задачи в области	Знает	- основные понятия и методы математической физики; - математически	знание фундаментальных законов природы, законов естественнонаучных дисциплин и механики	знание современных программных комплексов компьютерного моделирования и компьютерного инжиниринга для решения задач механики сплошных сред и ее подразделов

<p>прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям</p>		<p>е модели простейших систем и процессов в естествознании и технике</p>		
	<p>Умеет</p>	<p>-- провести физическую и математическую классификацию уравнений математической физики; - иметь четкое представление о постановке краевых задач, включая понятие о корректности их постановки; - применять методы математической физики для решения практических задач.</p>	<p>способность применять полученные знания для решения конкретных фундаментальных и прикладных вычислительных задач</p>	<p>способность проводить расчеты аналитическими и вычислительными методами прикладной механики, а также с помощью программных систем компьютерного инжиниринга; анализировать полученные результаты расчетов</p>
	<p>Владеет</p>	<p>- методами построения в явном виде решений краевых задач; - методами определения корректности начально-краевых задач для основных типов линейных уравнений второго порядка; - владеть методом вывода уравнений на основе физических законов.</p>	<p>владение навыками работы с современными вычислительными методами и пакетами прикладных программ для решения избранных задач прикладной механики</p>	<p>владение навыками расчетно-экспериментальных исследований в области прикладной механики на основе классических и технических теорий и методов, достижений техники и технологий, в первую очередь, с помощью экспериментального оборудования для проведения механических испытаний, высокопроизводительных вычислительных систем и широко используемых в промышленности наукоемких компьютерных технологий (CAD/CAE-систем мирового уровня);</p>

## Оценочные средства для промежуточной аттестации

### Типовые вопросы к зачету

1. Вывод уравнений движения идеальной жидкости, уравнение неразрывности.
2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Характеристическое уравнение.
3. Вывод уравнений малых колебаний струны. Граничные и начальные условия.
4. Вывод уравнений продольных колебаний стержня.
5. Метод Даламбера решения задачи Коши для бесконечной струны. Прямая и обратная плоские волны. Фазовая плоскость, характеристики.
6. Метод Фурье решения задачи о свободных колебаниях конечной струны.
7. Решение задачи о вынужденных колебаниях конечной струны методом Фурье.
8. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных функций и собственных значений.
9. Вывод уравнения теплопроводности.
10. Решение задач о теплопроводности стержня конечной длины методом Фурье.
11. Решение неоднородного уравнения теплопроводности стержня конечной длины методом Фурье.
12. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье, формула Пуассона.
13. Фундаментальные решения уравнения Лапласа на плоскости и пространстве.
14. Вывод формул Грина. Свойства гармонических функций.
15. Интегральное представление решений. Функция Грина для задач Дирихле и Неймана.

## КОМПЛЕКСЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ

### Перечень оценочных средств

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<b>Устный опрос</b>			
1	Собеседование (УО-1)	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по разделам дисциплины

### Вопросы для собеседования

по дисциплине «Уравнения математической физики»

1. Общие понятия теории уравнений в частных производных. Решение квазилинейных уравнений первого порядка.
2. Задача Коши для квазилинейных уравнений первого порядка. Теорема Коши-Ковалевской.
3. Классификация уравнений УРЧП второго порядка и приведение их к каноническому виду.
4. Вывод одномерного волнового уравнения. Начальные и граничные условия. Постановки краевых задач.
5. Решение задачи Коши для волнового уравнения и системы уравнений акустики методом Даламбера. Полубесконечная струна. Решение методом Даламбера.
6. Характеристики УРЧП второго порядка. Области зависимости и влияния. Условия на характеристиках.

7. Характеристики гиперболических систем с двумя независимыми переменными. Условия на характеристиках.

8. Система уравнений акустики. Характеристики. Условия на характеристиках. Инварианты Римана.

9. Характеристики линейной системы с тремя независимыми переменными. Симметрические системы. Инвариантность характеристик.

10. Метод Фурье решения краевой задачи для волнового уравнения. Различные постановки задач.

11. Уравнение теплопроводности (вывод). Постановки краевых задач. Приведение неоднородных краевых задач к однородным.

12. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

13. Теоремы единственности начальной задачи для уравнения теплопроводности.

14. Решение начальной задачи для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона для уравнения теплопроводности.

15. Решение различных краевых задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.

16. Принцип максимума для уравнения Лапласа.

17. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах.

18. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье в виде ряда и интеграла Пуассона.

19. Понятие о корректности постановок задач. Пример Адамара.

20. Колебания плоской мембраны. Вывод двумерного волнового уравнения. Решение краевой задачи для прямоугольной мембраны методом Фурье.

21. Колебания плоской круглой мембраны. Функции Бесселя. Решение краевой задачи для круглой мембраны методом Фурье.

## Критерии выставления оценки студенту на зачете по дисциплине

### «Методы математической физики в механике»

Баллы (рейтингово й оценки)	Оценка экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
60-100	«зачет»	Оценка «зачет» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил учебный материал последовательно, четко и логически стройно его излагает, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач, в области профессиональной деятельности.
0-59	«незачет»	Оценка «незачет» выставляется студенту, который не знает значительной части учебного материала по дисциплине, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине