



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)  
Школа педагогики

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОП

(подпись)

Синько В.Г.

(Ф.И.О. рук. ОП)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой математики, физики и методики преподавания

(подпись)

«28» июня 2019 г.

Синько В.Г.

(Ф.И.О.)



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Практикум по решению разноуровневых задач по математике  
**Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование**  
(Преподавание математики в школе (углубленный уровень))  
**Форма подготовки очная**

курсы 2 семестры 3  
лекции не предусмотрены  
практические занятия 54 час.  
лабораторные работы не предусмотрены  
в том числе с использованием МАО практ. 18 час.  
всего часов аудиторной нагрузки 54 час.  
в том числе с использованием МАО 18 час.  
самостоятельная работа 90 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 36 час.  
контрольные работы (количество) 1  
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрен  
экзамен 3 семестр  
зачет не предусмотрен

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. № 126.

Рабочая программа дисциплины обсужден на заседании кафедры математики, физики и методики преподавания «28» июня 2019 г. протокол № 12.

Заведующий кафедрой канд. физ.-мат. наук, доцент

Синько В.Г.

Составитель канд. физ.-мат. наук, доцент

Горностаев О.М.

Владивосток  
2019

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**III. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**IV. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## 1. Цель изучения дисциплины.

### Цели:

- формирование у студентов практических навыков отработки основ школьного и вузовского курсов математики, умения со знанием дела применять в научном творчестве те или иные математические методы и результаты.

### Задачи:

- формирование представлений о современных математических методах и проблемах, сложности их отражения в школьном курсе математики;
- формирование представления о взаимосвязи различных математических дисциплин;
- развитие самостоятельного мышления студентов в отношении освоения и использования базовых достижений математики;
- формирование навыков самостоятельной аналитической и научно-исследовательской деятельности.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции.

Универсальные компетенции освоивших дисциплину и индикаторы их достижения:

| Наименование категории (группы) универсальных компетенций | Код и наименование универсальной компетенции выпускника   | Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции  |
|---|---|---|
| Системное и критическое мышление                          | УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК 1.1. Знает сущность, свойства, виды и источники информации, методы поиска и критического анализа информации, принципы системного подхода.<br>УК 1.2. Умеет осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации; обобщать результаты анализа для решения поставленных задач<br>УК 1.3. Владеет навыками применения системного подхода для решения поставленных задач |

# **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

Лекционный курс учебным планом не предусмотрен

## **СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Раздел 1. Тождественные преобразования алгебраических выражений (10 часов)**

1. Свойства арифметических корней (2 часа).
2. Рациональные и иррациональные выражения (6 часов).
3. Разложение на множители (2 часа).

### **Раздел 2. Алгебраические уравнения и неравенства (14 часов)**

1. Рациональные уравнения и неравенства (4 часа).
2. Иррациональные уравнения и неравенства (4 часа).
3. Системы уравнений и неравенств (4 часа).
4. Задачи на составление уравнений и неравенств (2 часа).

### **Раздел 3. Тождественные преобразования тригонометрических выражений (6 часов)**

1. Основные формулы. Формулы приведения (2 часа).
2. Доказательство тригонометрических тождеств (4 часа).

### **Раздел 4. Тригонометрические уравнения и неравенства (8 часов)**

1. Использование единичной окружности при решении тригонометрических уравнений и неравенств (2 часа).
2. Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами (6 часов).

### **Раздел 5. Прогрессии (8 часов)**

1. Основные формулы (2 часа).
2. Арифметическая прогрессия (2 часа).
3. Геометрическая прогрессия (2 часа).
4. Задачи, приводящие к прогрессиям (2 часа).

## **Раздел 6. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства (8 часов)**

1. Основные формулы (2 часа).
2. Логарифмические уравнения (2 часа).
3. Логарифмические неравенства (2 часа).
4. Показательные уравнения и неравенства (2 часа).

## **II. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

### **План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине**

| <b>№ п/п</b> | <b>Дата/сроки выполнения</b> | <b>Вид самостоятельной работы</b>   | <b>Примерные нормы времени на выполнение</b> | <b>Форма контроля</b>  |
|--------------|------------------------------|---|--|--|
| 1.           | 1-18 неделя обучения         | Проработка литературы и подготовка к практическим занятиям                              | 18 часов                                     | Опрос по контрольным вопросам темы                             |
| 2.           | 1-18 неделя обучения         | Проработка литературы и подготовка доклада по предложенной теме, подготовка к зачёту    | 36 часов                                     | Опрос по контрольным вопросам темы, проверка доклада           |
| 3.           | 1-18 неделя обучения         | Проработка литературы и подготовка реферата по предложенной теме, подготовка к экзамену | 36 часов                                     | Опрос по контрольным вопросам темы, проверка реферата, экзамен |
|              | <b>Итого</b>                 |   | <b>90 часов</b>                              |  |

### **Характеристика заданий для самостоятельной работы студентов и методические рекомендации по их выполнению**

В ходе самостоятельного изучения дисциплины «Практикум по решению разноуровневых задач по математике» методические рекомендации позволяют студентам получить комплексное всестороннее представление о предмете, ознакомиться с основами терминологической, теоретической и практической стороны содержания дисциплины.

Самостоятельная работа студентов состоит из подготовки к практическим занятиям, работы над рекомендованной литературой,

написания докладов, подготовки презентаций и рефератов, подготовки к зачёту и экзамену.

### ***Подготовка к практическим занятиям***

Подготовку к каждому практическому занятию каждый студент должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме практического занятия и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

### ***Работа с литературными источниками***

В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое

отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

При подготовке к работе на практическом занятии ответ студента может быть оформлен в виде небольшого (не более 10 мин.) доклада по 1 из предложенных в плане практического занятия вопросов.

## **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

### **Тематика заданий**

**Задание 1.** Подготовка доклада.

Тематика докладов:

1. Алгебраические уравнения с модулем.
2. Неравенства с модулем.
3. Решение уравнений из базы заданий ЕГЭ.
4. Алгебраические уравнения с параметрами.
5. Тригонометрические уравнения с параметрами.
6. Показательные и логарифмические уравнения с параметрами.

Общие требования к докладу:

- первый лист – это титульный лист;
- собственно текст доклада. Титульный лист и текст доклада оформляется согласно требованиям, предъявляемым к написанию письменных работ студентов ДВФУ;
- заключение (вывод).

### **Методические указания по подготовке доклада**

## *Этапы подготовки к докладу*

1. Уяснение темы доклада.

2. Составление предварительного плана доклада, подбор фактов и теоретического материала. Прежде всего, необходимо составить предварительный план, который в процессе подготовки к выступлению с докладом уточняется. Это рабочий план. Он нужен в процессе подбора материала. Подбор теоретического материала предполагает конспектирование необходимой литературы, цитирование. При выписывании цитат из источника нужно избегать их искажений, стремиться к их точному пониманию. Цитаты должны быть понятны, доступны, уместны; неумеренное цитирование загромождает речь.

3. Написание полного текста или конспекта, или составление плана выступления.

4. Репетиция выступления. После того как текст (конспект, план) готов, целесообразно прочитать доклад или воспроизвести устно, чтобы уточнить его продолжительность, обратить внимание на технику произношения, соблюдение орфоэпических норм, дикцию, темп речи, громкость голоса, паузы, умение голосом выделить основные положения.

### Структура доклада:

1. Вступление. Относительный объем введения – не более 1/8 всей части. Все, что говорится, должно быть прямо связано с темой доклада. При подготовке к выступлению с докладом введение обдумывается в последнюю очередь, когда уже хорошо представляется все выступление.

**2. Основная часть доклада.** В этой части сообщается информация, обусловленная темой доклада, излагается собственная точка зрения выступающего.

### Требования к основной части:

1. Как можно раньше и точнее сформулировать тезис – главную мысль всей речи, доказательству которой подчинено все выступление. Зачастую



тезис завершает введение и одновременно открывает основную часть речи. Тезис должен оставаться неизменным в процессе всего выступления.

2. Приводить лишь те факты, которые имеют непосредственное отношение к теме, к доказываемому тезису.

3. При подборе аргументов предпочитать не столько их количество, сколько качество.

4. При выборе основного метода изложения (дедуктивного, индуктивного, аналогии) необходимо учитывать специфику темы и характер фактического материала.

### **3. Заключение.** Основные задачи заключения:

1. Дать возможность слушателям припомнить, о чем говорил выступающий, поэтому нужно повторить самое главное.

Правильно организованная речь предполагает не только четкую структуру, но и наличие необходимых переходов между частями - это отдельные фразы или несколько фраз, которые необходимы между введением и основной частью; между позициями основной части; между основной частью и заключением.

### **Критерии оценки доклада**

«отлично» – выставляется студенту, если студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Приведены данные отечественной и зарубежной литературы, статистические сведения, информация нормативно-правового характера. Студент знает и владеет навыком самостоятельной исследовательской работы по теме исследования; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно.

«хорошо» – работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Для аргументации

приводятся данные отечественных и зарубежных авторов. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы.

«удовлетворительно» – студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы.

«неудовлетворительно» – если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

### **Составление презентации по тематике доклада**

#### Общие требования к презентации:

- презентация не должна быть меньше 10 слайдов;
- первый лист – это титульный лист, на котором обязательно должны быть представлены: название; фамилия, имя автора; номер группы.

#### Рекомендации по стилю оформлению слайдов:

- желательно соблюдать единый стиль оформления всей презентации;
- следует избегать эффектов, которые будут отвлекать от доклада или смыслового ядра презентации;
- вспомогательная информация не должна преобладать над основной;
- для фона слайдов лучше выбрать пастельную гамму цветов, не отвлекающую и не раздражающую реципиентов;
- на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов одновременно;
- заголовки и текст должны четко выделяться на выбранном фоне;

- следует обратить внимание на цвет гиперссылок (до и после их использования);

- возможности анимации позволят сделать представление информации на слайде более интересным, однако не следует перегружать презентацию различными эффектами, чтобы не отвлекать внимание от содержания, кроме того, их тип и скорость рекомендуется выбирать в зависимости от скорости представления информации докладчиком.

Рекомендации по представлению информации:

- краткость и лаконичность (словосочетания или короткие предложения);

- минимальное количество служебных слов (предлогов, наречий, прилагательных);

- заголовки должны быть четки для восприятия аудитории;

- предпочтительно горизонтальное расположение информации;

- наиболее важную информацию следует располагать в центре слайда, или выделять специальными средствами (рамка, шрифт, другой цвет и т.п.);

- надписи лучше располагать под картинками \ графиками \ диаграммами;

- выбор используемого в презентации шрифта (его типа и размера) зависит от размеров аудитории, в которой предполагается демонстрация презентации, от расстояния аудитории до экрана, от других особенностей аудитории (обычно для заголовков рекомендуется использовать размер шрифта не менее 24, для прочей информации – не менее 18);

- не рекомендуется смешивать разные типы шрифтов в одной презентации;

- для выделения информации можно использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание (последним не следует злоупотреблять, так как часто оно ассоциируется с гиперссылкой);

- при использовании различных изображений, аудио- и видеороликов следует обратить особое внимание на их качество;

- не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации (как правило, не более трех выводов, определений).

### **Критерии оценки презентации доклада**

1. Соответствие требованиям, приведенным в настоящих методических рекомендациях.

2. Полнота раскрытия выбранной темы.

За это задание студент может получить:

«Отлично» – презентация составлена в соответствии с требованиями оформления, содержание раскрыто полно и точно. Студент демонстрирует понимание задания, выражает своё мнение по сформулированной проблеме, логично аргументирует его, приводит конкретные факты и примеры. Демонстрирует умение защищать свои взгляды. Логично излагает материал. Вся работа выполнена самостоятельно. Форма представления задания является авторской, интересной. Содержится большое число примеров.

«Хорошо» – презентация характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения. Содержание соответствует заданию, но не все аспекты раскрыты, допущено не более одной ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. В работе есть элементы творчества, отдельные интересные «находки». Презентация выполнена в соответствии с требованиями оформления.

«Удовлетворительно» – презентация в основном составлена, но содержание раскрыто недостаточно полно. Студент демонстрирует понимание задания, но собранная информация не анализируется и не оценивается. Включены материалы, не имеющие непосредственного отношения к теме. Стандартная работа, не содержит авторской индивидуальности. Презентация выполнена не в полном соответствии с требованиями оформления.

«Неудовлетворительно» – содержание презентации не относится в рассматриваемой проблеме. Включены материалы, не имеющие непосредственного отношения к теме. Стандартная работа, не содержит

авторской индивидуальности. Презентация выполнена не в соответствии с требованиями оформления.

## **Задание 2** Подготовка реферата.

Темы рефератов:

1. История исследования уравнений третьей степени.
2. Решение уравнений четвёртой степени.
3. Делимость многочленов. Алгоритм Евклида.
4. «Экономические» задачи ЕГЭ.
5. Задачи математических олимпиад.

### **Методические указания по подготовке реферата**

Реферат — письменная работа объемом 10-18 печатных страниц, выполняемая студентом в течение длительного срока (от одной недели до месяца).

Реферат (от лат. *referre* — докладывать, сообщать) — краткое точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы на основе одной или нескольких книг, монографий или других первоисточников. Реферат должен содержать основные фактические сведения и выводы по рассматриваемому вопросу.

Реферат отвечает на вопрос — что содержится в данной публикации (публикациях).

Однако реферат — не механический пересказ работы, а изложение ее существа.

В настоящее время, помимо реферирования прочитанной литературы, от студента требуется аргументированное изложение собственных мыслей по рассматриваемому вопросу. Тему реферата может предложить преподаватель или сам студент, в последнем случае она должна быть согласованна с преподавателем.

В реферате нужны развернутые аргументы, рассуждения, сравнения. Материал подается не столько в развитии, сколько в форме констатации или описания.

Содержание реферируемого произведения излагается объективно от имени автора. Если в первичном документе главная мысль сформулирована недостаточно четко, в реферате она должна быть конкретизирована и выделена.

#### **Функции реферата:**

Информативная (ознакомительная); поисковая; справочная; сигнальная; индикативная; адресная коммуникативная.

Степень выполнения этих функций зависит от содержательных и формальных качеств реферата, а также от того, кто и для каких целей их использует.

Требования к языку реферата: он должен отличаться точностью, краткостью, ясностью и простотой.

#### **Структура реферата:**

Титульный лист (заполняется по единой форме)

После титульного листа на отдельной странице следует оглавление (план, содержание), в котором указаны названия всех разделов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие начало этих разделов в тексте реферата.

После оглавления следует введение. Объем введения составляет 1,5-2 страницы.

Основная часть реферата может иметь одну или несколько глав, состоящих из 2-3 параграфов (подпунктов, разделов) и предполагает осмысленное и логичное изложение главных положений и идей, содержащихся в изученной литературе. В тексте обязательны ссылки на первоисточники. В том случае если цитируется или используется чья-либо неординарная мысль, идея, вывод, приводится какой-либо цифрой материал,

таблицу - обязательно сделайте ссылку на того автора у кого вы взяли данный материал.

Заключение содержит главные выводы, и итоги из текста основной части, в нем отмечается, как выполнены задачи и достигнуты ли цели, сформулированные во введении.

Приложение может включать графики, таблицы, расчеты.

Библиография (список литературы) здесь указывается реально использованная для написания реферата литература. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

### **Этапы работы над рефератом.**

Работу над рефератом можно условно подразделить на три этапа:

- Подготовительный этап, включающий изучение предмета исследования;
- Изложение результатов изучения в виде связного текста;
- Устное сообщение по теме реферата.

### **Подготовительный этап работы.**

#### *Формулировка темы.*

Подготовительная работа над рефератом начинается с формулировки темы. Тема в концентрированном виде выражает содержание будущего текста, фиксируя как предмет исследования, так и его ожидаемый результат. Для того чтобы работа над рефератом была успешной, необходимо, чтобы тема заключала в себе проблему, скрытый вопрос (даже если наука уже давно дала ответ на этот вопрос, студент, только знакомящийся с соответствующей областью знаний, будет вынужден искать ответ заново, что даст толчок к развитию проблемного, исследовательского мышления).

*Поиск источников.* Грамотно сформулированная тема зафиксировала предмет изучения; задача студента — найти информацию, относящуюся к данному предмету и разрешить поставленную проблему.

Выполнение этой задачи начинается с поиска источников. На этом этапе необходимо вспомнить, как работать с энциклопедиями и энциклопедическими словарями (обращать особое внимание на список литературы, приведенный в конце тематической статьи); как работать с систематическими и алфавитными каталогами библиотек; как оформлять список литературы (выписывая выходные данные книги и отмечая библиотечный шифр).

#### *Работа с источниками.*

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет.



Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу.

Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции — это сравнительное чтение, в ходе которого студент знакомится с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравнивает весомость и доказательность аргументов сторон и делает вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

#### *Создание конспектов для написания реферата.*

Подготовительный этап работы завершается созданием конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы. Здесь важно вспомнить, что конспекты пишутся на одной стороне листа, с полями и достаточным для исправления и ремарок межстрочным расстоянием (эти правила соблюдаются для удобства редактирования). Если в конспектах приводятся цитаты, то непременно должно быть дано указание на источник (автор, название, выходные данные, № страницы).

По завершении предварительного этапа можно переходить непосредственно к созданию текста реферата.

#### **Создание текста.**

##### *Общие требования к тексту.*

Текст реферата должен подчиняться определенным требованиям: он должен раскрывать тему, обладать связностью и цельностью.

Раскрытие темы предполагает, что в тексте реферата излагается относящийся к теме материал и предлагаются пути решения содержащейся в теме проблемы; связность текста предполагает смысловую соотносительность отдельных компонентов, а цельность - смысловую законченность текста.

С точки зрения связности все тексты делятся на тексты - констатации и тексты - рассуждения. Тексты-констатации содержат результаты ознакомления с предметом и фиксируют устойчивые и несомненные суждения. В текстах-рассуждениях одни мысли извлекаются из других, некоторые ставятся под сомнение, дается им оценка, выдвигаются различные предположения.

#### *План реферата.*

Изложение материала в тексте должно подчиняться определенному плану - мыслительной схеме, позволяющей контролировать порядок расположения частей текста. Универсальный план научного текста, помимо формулировки темы, предполагает изложение вводного материала, основного текста и заключения. Все научные работы - от реферата до докторской диссертации - строятся по этому плану, поэтому важно с самого начала научиться придерживаться данной схемы.

#### *Требования к введению.*

Введение - начальная часть текста. Оно имеет своей целью сориентировать читателя в дальнейшем изложении.

Во введении аргументируется актуальность исследования, - т.е. выявляется практическое и теоретическое значение данного исследования. Далее констатируется, что сделано в данной области предшественниками; перечисляются положения, которые должны быть обоснованы. Введение может также содержать обзор источников или экспериментальных данных, уточнение исходных понятий и терминов, сведения о методах исследования. Во введении обязательно формулируются цель и задачи реферата.

Объем введения - в среднем около 10% от общего объема реферата.

#### *Основная часть реферата.*

Основная часть реферата раскрывает содержание темы. Она наиболее значительна по объему, наиболее значима и ответственна. В ней обосновываются основные тезисы реферата, приводятся развернутые

аргументы, предполагаются гипотезы, касающиеся существования обсуждаемого вопроса.

Важно проследить, чтобы основная часть не имела форму монолога. Аргументируя собственную позицию, можно и должно анализировать, и оценивать позиции различных исследователей, с чем-то соглашаться, чему-то возражать, кого-то опровергать. Установка на диалог позволит избежать некритического заимствования материала из чужих трудов - компиляции.

Изложение материала основной части подчиняется собственному плану, что отражается в разделении текста на главы, параграфы, пункты. План основной части может быть составлен с использованием различных методов группировки материала: классификации (эмпирические исследования), типологии (теоретические исследования), периодизации (исторические исследования).

#### *Заключение.*

Заключение — последняя часть научного текста. В ней краткой и сжатой форме излагаются полученные результаты, представляющие собой ответ на главный вопрос исследования. Здесь же могут намечаться и дальнейшие перспективы развития темы. Небольшое по объему сообщение также не может обойтись без заключительной части - пусть это будут две-три фразы. Но в них должен подводиться итог проделанной работы.

#### *Список использованной литературы.*

Реферат любого уровня сложности обязательно сопровождается списком используемой литературы. Названия книг в списке располагают по алфавиту с указанием выходных данных использованных книг.

#### **Требования, предъявляемые к оформлению реферата.**

Объемы рефератов колеблются от 5 до 10 машинописных страниц. Работа выполняется на одной стороне листа стандартного формата. По обеим сторонам листа оставляются поля размером 25 мм. слева и 15 мм. справа, рекомендуется шрифт 12-14, интервал – 1 - 1,5. Все листы реферата должны

быть пронумерованы. Каждый вопрос в тексте должен иметь заголовок в точном соответствии с наименованием в плане-оглавлении.

При написании и оформлении реферата следует избегать типичных ошибок, например, таких:

- поверхностное изложение основных теоретических вопросов выбранной темы, когда автор не понимает, какие проблемы в тексте являются главными, а какие второстепенными,
- в некоторых случаях проблемы, рассматриваемые в разделах, не раскрывают основных аспектов выбранной для реферата темы,
- дословное переписывание книг, статей, заимствования рефератов из интернет и т.д.

#### **Критерии оценки реферата:**

- 100-86 - баллов - выставляется студенту, если студент выразил своё мнение по сформулированной проблеме, аргументировал его, точно определив ее содержание и составляющие. Приведены примеры использования теоретических положений в смежных областях. Студент знает и владеет навыком самостоятельной исследовательской работы по теме исследования; методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов изучаемой области. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; графически работа оформлена правильно
- 85-76 - баллов - работа характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет. Допущены одна-две ошибки в оформлении работы

- 75-61 балл - студент проводит достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимает базовые основы и теоретическое обоснование выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы, оформлении работы
- 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок в смысловом содержании раскрываемой проблемы, в оформлении работы.

### III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

| № п/п | Контролируемые модули/ разделы / темы дисциплины                   | Коды и этапы формирования компетенций |         | Оценочные средства - наименование       |                                  |
|-------|--|---------------------------------------|---------|---|----------------------------------|
|       |  |                                       |         | текущий контроль                        | промежуточная аттестация         |
| 1     | Раздел 1. Тожественные преобразования алгебраических выражений     | УК-1.1                                | Знает   | УО-1 (Собеседование)                    | По результатам текущего контроля |
|       |  | УК-1.2                                | Умеет   | ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
|       |  | УК-1.3                                | Владеет | ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
| 2     | Раздел 2. Алгебраические уравнения и неравенства                   | УК-1.1                                | Знает   | УО-1 (Собеседование)                    | По результатам текущего контроля |
|       |  | УК-1.2                                | Умеет   | ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
|       |  | УК-1.3                                | Владеет | ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
| 3     | Раздел 3. Тожественные преобразования тригонометрических выражений | УК-1.1                                | Знает   | УО-1 (Собеседование)                    | По результатам текущего контроля |
|       |  | УК-1.2                                | Умеет   | ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
|       |  | УК-1.3                                | Владеет | ПР-11 (Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
| 4     | Раздел 4. Тригонометрические уравнения и неравенства               | УК-1.1                                | Знает   | УО-1 (Собеседование)                    | По результатам текущего контроля |
|       |  | УК-1.2                                | Умеет   | ПР-11 (Разноуровневые                   |                                  |

|   |   |        |         |  |                                  |
|---|---|--------|---------|--|----------------------------------|
|   |   |        |         | задачи и задания)                          |                                  |
|   |   | УК-1.3 | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
| 5 | Раздел 5. Прогрессии  | УК-1.1 | Знает   | УО-1 (Собеседование)                       | По результатам текущего контроля |
|   |   | УК-1.2 | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
|   |   | УК-1.3 | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
| 6 | Раздел 6. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства | УК-1.1 | Знает   | УО-1 (Собеседование)                       | По результатам текущего контроля |
|   |   | УК-1.2 | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые задачи и задания) |                                  |
|   |   | УК-1.3 | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые задачи и задания) |                                  |

#### **IV. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **Основная литература**

*(электронные и печатные издания)*

1. Элементарная математика при изучении высшей [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / И.А. Круглова, И.В. Уразова. — Омск: ОмГУ, 2018. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/110880>
2. Добрынина, И.В. Элементарная математика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / И.В. Добрынина, Н.М. Исаева, Н.В. Сорокина. — Тула: ТГПУ, 2018. — 95 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/113615>
3. Миронова, С.В. Практикум по решению задач школьной математики: применение Web-квест технологии [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / С.В. Миронова, С.В. Напалков. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 120 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/100930>

## Дополнительная литература

(электронные и печатные издания)

1. Лисичкин, В.Т. Математика в задачах с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Т. Лисичкин, И.Л. Соловейчик. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/112074>. — Загл. с экрана. Рузавин, Г.И. Методология научного познания: Учебное пособие для вузов / Рузавин Г.И. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. - 287 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=881053>
2. Туганбаев, А.А. Высшая математика. Основы математического анализа. Задачи с решениями и теория [Электронный ресурс]: учебник / А.А. Туганбаев. — Электрон. дан. — Москва: ФЛИНТА, 2018. — 316 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/105199>. — Загл. с экрана.
3. Оучи, М. Занимательная математика. Комплексные числа [Электронный ресурс] / М. Оучи. — Электрон. дан. — Москва: ДМК Пресс, 2018. — 234 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/116127>
4. ЕГЭ 2017. Математика. Арифметика и алгебра. Задача 19 (профильный уровень) [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г.И. Вольфсон [и др.]. — Электрон. дан. — Москва: МЦНМО, 2017. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/87785>
5. Совертков, П.И. Справочник по элементарной математике [Электронный ресурс]: учебное пособие / П.И. Совертков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 404 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/115529>

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Федеральный образовательный портал «Информационные и коммуникационные технологии в образовании». Режим доступа:

<http://www.ict.edu.ru/>

2. Интернет - университет информационных технологий, в котором собраны электронные и видеокурсы по отраслям знаний. Режим доступа:

<http://www.intuit.ru>

3. Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Режим доступа:

<http://www.iqlib.ru>

4. Осин А.В. Электронные образовательные ресурсы нового поколения: открытые образовательные модульные мультимедиа системы (электронный ресурс). Режим доступа:

[http://portal.gersen.ru/coiriponerit/option.coiri\\_intree/task.viewlink/link\\_id.705/Itemid.50/](http://portal.gersen.ru/coiriponerit/option.coiri_intree/task.viewlink/link_id.705/Itemid.50/)

## **V. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Методические указания для студентов.** Учебная работа студента делится на аудиторную, самостоятельную подготовку и учебно-контрольные формы оценки успеваемости студентов. Аудиторная работа включает: лекции и практические занятия. Практические занятия по дисциплине предусматривают систематизацию теоретического материала. В начале практических занятий целесообразно актуализировать необходимый теоретический материал, полученный на лекциях. Коллективное обсуждение любых вопросов позволяет уяснить непонятное и сложное для самостоятельного осмысления. Поэтому студент на практическом занятии должен быть активен и дисциплинирован. Практические занятия имеют и оценочно-контрольную функцию, где осуществляется текущий и рубежный контроль за успеваемостью студентов.

*Самостоятельная работа.* Работа с учебной литературой способствует студенту выработать собственное видение изучаемой проблемы. Кроме литературы из основного и дополнительного списков,



студент может использовать любые другие доступные ему источники. Домашние работы и индивидуальные задания являются важной формой самостоятельной работы по предмету.

**Подготовка к экзамену.** При подготовке к экзамену следует пользоваться программой дисциплины, конспектом лекций, учебной и дополнительной литературой. Прежде всего, прочитав формулировку того или иного вопроса, следует найти материал по нему в программе дисциплины – этот материал будет планом ответа на вопрос. Далее следует найти необходимую информацию в конспекте лекций и учебной литературе, внимательно прочитать и систематизировать материал по плану, данному в программе. Желательно в отдельной тетради записать развёрнутый план ответа на каждый из экзаменационных вопросов. В случае необходимости можно составить конспекты некоторых (или даже всех) ответов на экзаменационные вопросы.

Текущий контроль освоения теоретического материала студентами производится в форме зачета. Задания к зачету составлены в соответствии с содержанием курса и отражают все дидактические единицы дисциплины.

Итогом курса является экзамен, который выставляется на основе рейтинг-контроля. Рейтинговая система учитывает отдельные виды деятельности студента по освоению учебной дисциплины (посещение и работа на лекционных занятиях, выполнение творческих заданий (написание рефератов), контрольных работ и тестов, составление конспектов). Каждый вид деятельности оценивается в баллах. На основании общей суммы баллов выводится итоговый результат. Набрив необходимую сумму баллов в течение семестра, студент получает соответствующую экзаменационную оценку.

## **VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Реализация направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование профиль «Преподавание математики в школе (углубленный уровень)» предполагает наличие следующего материально-технического обеспечения по дисциплине «Практикум по решению разноуровневых задач по математике»:

– аудитории для проведения практических занятий (оснащённые соответствующим образом).

При осуществлении образовательного процесса студентами и профессорско-преподавательским составом используется следующее программное обеспечение: OpenOffice, программное обеспечение электронного ресурса сайта ДВФУ, включая ЭБС ДВФУ.

| № п/п | Наименование дисциплины (модуля), практик в соответствии с УП | Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы   | Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы  | Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа  |
|-------|---|--|--|---|
| 1.    | Практикум по решению разноуровневых задач по математике       | 690922, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус G, каб. G508, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа (практических занятий); учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ); учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций; учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации | 25 посадочных мест, автоматизированное рабочее место преподавателя, переносная магнитно-маркерная доска, Wi-Fi Ноутбук Acer ExtensaE2511-30VO Экран с электроприводом 236*147 см Trim Screen Line; Проектор DLP, 3000 ANSI Lm, WXGA 1280x800, 2000:1 EW330U Mitsubishi; Подсистема специализированных креплений оборудования CORSA-2007 Tuarex; Подсистема видеокмутации; Подсистема аудиокмутации и звукоусиления; акустическая система для потолочного монтажа SI ЗСТ LP Extron; цифровой аудиопроцессор DMP 44 LC Extron. | Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. Родительская программа Campus 3 49231495. Торговый посредник: JSC "Softline Trade" Номер заказа торгового посредника: Tr000270647-18. ЭУ0205486_ЭА-261-18_02.08.2018_СофтЛайн Трейд_Microsoft ESETNOD32 SecureEnterprise Контракт №ЭА-091-18 от 24.04.2018. ЭУ0201024_ЭА-091-18_24.04.2018_Софтлайн Проекты (2967212 v1) Сублицензионное соглашение Blackboard № 2906/1 от 29.06.2012.Blackboard Far Eastern Federal University - AC, Mobile Learn (6-29-12) |

## VIII. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

| №<br>п/п | Контролируемые модули/<br>разделы / темы<br>дисциплины                       | Коды и этапы<br>формирования<br>компетенций |         | Оценочные средства - наименование             |  |
|----------|--|---|---------|---|--|
|          |  |   |         | текущий контроль                              | промежуточная<br>аттестация            |
| 1        | Раздел 1.<br>Тождественные<br>преобразования<br>алгебраических<br>выражений  | УК-1.1                                      | Знает   | УО-1 (Собеседование)                          | По результатам<br>текущего<br>контроля |
|          |  | УК-1.2                                      | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
|          |  | УК-1.3                                      | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
| 2        | Раздел 2. Алгебраические<br>уравнения и неравенства                          | УК-1.1                                      | Знает   | УО-1 (Собеседование)                          | По результатам<br>текущего<br>контроля |
|          |  | УК-1.2                                      | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
|          |  | УК-1.3                                      | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
| 3        | Раздел 3. Тождественные<br>преобразования<br>тригонометрических<br>выражений | УК-1.1                                      | Знает   | УО-1 (Собеседование)                          | По результатам<br>текущего<br>контроля |
|          |  | УК-1.2                                      | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
|          |  | УК-1.3                                      | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
| 4        | Раздел 4.<br>Тригонометрические<br>уравнения и неравенства                   | УК-1.1                                      | Знает   | УО-1 (Собеседование)                          | По результатам<br>текущего<br>контроля |
|          |  | УК-1.2                                      | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
|          |  | УК-1.3                                      | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
| 5        | Раздел 5. Прогрессии   | УК-1.1                                      | Знает   | УО-1 (Собеседование)                          | По результатам<br>текущего<br>контроля |
|          |  | УК-1.2                                      | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
|          |  | УК-1.3                                      | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
| 6        | Раздел 6. Показательные и<br>логарифмические<br>уравнения и неравенства      | УК-1.1                                      | Знает   | УО-1 (Собеседование)                          | По результатам<br>текущего<br>контроля |
|          |  | УК-1.2                                      | Умеет   | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |
|          |  | УК-1.3                                      | Владеет | ПР-11<br>(Разноуровневые<br>задачи и задания) |  |

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

| Код и формулировка компетенции  | Этапы формирования компетенции   |   | Критерии   | Показатели  |
|---|----------------------------------|---|--|---|
| <p>УК-1:<br/>Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий</p> | <p>знает (пороговый уровень)</p> | <p>основные научные понятия и специфику их использования, методы изучения и анализа научной литературы в области образования;<br/>- принципы, методы, средства образовательной деятельности</p>   | <p>знание определений основных понятий предметной области исследования;</p>  | <p>способность дать определения основных понятий предметной области исследования;</p>   |
|   | <p>умеет (продвинутый)</p>       | <p>воспринимать научную информацию, ставить цели и выборы путей её достижения;<br/>- пользоваться научной и справочной литературой;<br/>- самостоятельно и в составе научного коллектива решать конкретные задачи профессиональной деятельности;<br/>- самостоятельно и под научным руководством осуществлять сбор и обработку информации</p> | <p>умение применять известные методы научных исследований, умение представлять результаты исследований учёных по изучаемой проблеме и собственных исследований, умение применять методы научных исследований для нестандартного решения поставленных задач</p> | <p>- способность перечислить и раскрыть суть методов научного исследования;<br/>- способность самостоятельно сформулировать объект предмет и научного исследования;<br/>- способность обосновать актуальность выполняемого задания или исследования;<br/>- способность перечислить источники информации по методам и подходам к проведению исследований</p> |
|   | <p>владеет (высокий)</p>         | <p>навыками работы с основными научными категориями;<br/>- системой основных понятий и терминологией, анализом исследований в контексте современных концепций;<br/>- методикой сопоставительного анализа исследуемых</p>  | <p>владение известными методами научных исследований, владение формами представления результатов исследований учёных по изучаемой проблеме и собственных исследований,</p>   | <p>- способность найти труды учёных и обосновать объективность применения изученных результатов научных исследований в качестве доказательства или опровержения исследовательских аргументов;</p>   |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  | проблем, использует систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования |  | - способность изучить научные определения относительно объекта и предмета исследования;<br>- способность применять методы научных исследований для нестандартного решения поставленных задач |
|--|--|--|--|--|

### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины**

**Промежуточная аттестация** студентов по дисциплине «Практикум по решению разноуровневых задач по математике» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной. По дисциплине «Практикум по решению разноуровневых задач по математике» предусмотрен следующий вид промежуточной аттестации - **экзамен** в третьем семестре.

**Текущая аттестация студентов.** Текущая аттестация студентов по дисциплине «Практикум по решению разноуровневых задач по математике» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине «Практикум по решению разноуровневых задач по математике» проводится в форме контрольных мероприятий:

- устного опроса по вопросам практических занятий;
- выполнения самостоятельных работ;

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (своевременность выполнения поставленных заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);

- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

**Промежуточная аттестация** проводится с применением рейтинговой системы оценивания результатов обучения по результатам текущей аттестации и подготовки докладов и рефератов.

### **Критерии выставления оценки студенту на зачете и экзамене по дисциплине**

| <b>Баллы</b> | <b>Оценка зачета/ экзамена</b>         | <b>Требования к сформированным компетенциям</b>   |
|--------------|--|---|
| 100-86       | «зачтено»/<br>«отлично»                | Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, умеет тесно увязывать теорию с решением задач, свободно справляется с вопросами, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач, сопровождает решение грамотной краткой записью. Подготовил доклад и реферат. |
| 85-76        | «зачтено»/<br>«хорошо»                 | Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, правильно применяет теоретические положения при решении задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. Подготовил доклад и реферат.   |
| 61-75        | «зачтено»/<br>«удовлетворительно»      | Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания материала на уровне формулировок, умеет решать типовые задачи и упражнения. Подготовил доклад и реферат.   |
| Менее 60     | «не зачтено»/<br>«неудовлетворительно» | Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, с большими затруднениями выполняет практические упражнения.   |

## Оценочные средства для текущей аттестации

### Примеры задач для самостоятельного решения

1. (Кенгуру, 9-10 класс, 2016) Натуральное число  $N$  имеет ровно 6 натуральных делителей (включая 1 и  $N$ ). Произведение пяти из них равно 648. Найдите шестой делитель.
2. (Тренировочный вариант ЕГЭ-2010) Натуральное число  $n$  делится на 42 и имеет 42 делителя. Найдите все такие натуральные числа.
3. Натуральное число  $N$  имеет в качестве простых делителей только 5 и 7. Найдите все такие  $N$ , удесятеренное число натуральных делителей которого равно сумме количеств натуральных делителей чисел  $N^2$  и  $N^3$ .
4. Найдите натуральное число  $N$ , имеющее 6 делителей, сумма которых равна 104.
5. Найдите целочисленные решения уравнения  $3x^2 - 8xy - 16y^2 = 19$ .
6. Докажите, что уравнение  $x^2 - 2y^2 = 204$  не имеет целочисленных решений.
7. Найдите все пары целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющие системе уравнений  $x^2 + 8xy + 17y^2 = 2$ ;  $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 1$
8. Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи, 1180 – 1240). Некто купил 30 птиц за 30 монет, из числа этих птиц за каждых трех воробьев заплачена 1 монета, за каждые две горлицы – также 1 монета и, наконец, за каждого голубя – по 2 монеты. Сколько было птиц каждой породы?
9. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая 1 и само число).
10. Найдите целочисленные решения уравнения  $5x^2 + 8xy - 4y^2 = 17$ .
11. Найдите все пары целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе

уравнений:  $17x^2 + 8xy + y^2 = 2$ ,  $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 1$ , системе уравнений  $x^2 + xy - y^2 = 4$ ,  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ .

12. Найдите все целочисленные решения уравнений:

1)  $x^2 = 3y + 5$ ;

2)  $x^2 = 9y + 8$ ;

3)  $2x^2 y^2 + y^2 - 6x^2 - 10 = 0$ ;

4)  $3x^2 y^2 + 4y^2 = 24x^2 + 48$ ;

5)  $x^2 - 2xy + 2y^2 = 4$ ;

6)  $x^2 + 2xy + 2y^2 = 4$ .

13. Докажите, что не имеют решений в целых числах уравнения:

1)  $2001x^2 + 2002 = y^2$ ;

2)  $2002x^2 + 2003 = y^2$ .

14. Используя алгоритм Евклида, найдите  $(733, 1998)$  и  $(221, 565, 42)$ .  
Найдите линейное представление наибольшего общего делителя для каждого случая.

15. Найдите все целые решения уравнения

а)  $101x - 83y = 13$ ,

б)  $53x - 71y = 17$ .

16. Докажите, что число  $a$  делится на  $m$ , если

1)  $a = 18^4 + 52^3 + 86^4 + 14$ ,  $m = 17$ ;

2)  $a = 20^3 + 58^4 + 77^2 + 16$ ,  $m = 19$ . Решите задачу двумя способами.

17. Докажите, что число  $a$  делится на  $m$ , если

1)  $a = 4 \cdot 35^{19} + 13 \cdot 52^{15}$ ,  $m = 17$ ;

2)  $a = 3 \cdot 5 \cdot 25 + 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 6$ ,  $m = 19$ .

18. Найдите остаток от деления  $a = 2^{425} + 50^{37}$  на 17.

19. Пусть  $k$  – натуральное число. Найдите возможные остатки от деления  $k^2$  на 4, 5, 6, 7, 8, 9.

20. Докажите, что при делении на 3 куб целого числа и само число дают одинаковые остатки (0, 1, 2).

21. Попробуйте сформулировать признаки делимости на 13, 17, 19, 23.



22. (Московские математические олимпиады, 1937 год, 1-й тур) Даны прямая и две точки  $A$  и  $B$  по одну сторону от нее. Найдите на прямой такую точку  $M$ , чтобы сумма  $AM + BM$  равнялась заданному отрезку.

Избранные задачи по алгебре.

244. Решить уравнение

$$|x+1| - |x| + 3|x-1| - 2|x-2| = x+2.$$

245. Решить уравнение

$$1 - \frac{x}{1} + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} - \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots \\ \dots + (-1)^n \frac{x(x-1)(x-2) \dots (x-n)}{n!} = 0.$$

246. Решить уравнение  $x^3 - [x] = 3$ , где, как обычно,  $[x]$  — целая часть числа  $x$  (см. стр. 37).

247. Система двух уравнений второй степени

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ (x-a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет, вообще говоря, четыре решения. При каких значениях  $a$  число решений этой суммы уменьшается до трех или до двух?

248. а) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} ax + y = a^2, \\ x + ay = 1. \end{cases}$$

При каких значениях  $a$  эта система вовсе не имеет решений и при каких имеет бесконечно много решений?

б) Тот же вопрос относительно системы

$$\begin{cases} ax + y = a^3, \\ x + ay = 1. \end{cases}$$

в) Тот же вопрос относительно системы

$$\begin{cases} ax + y + z = 1, \\ x + ay + z = a, \\ x + y + az = a^2. \end{cases}$$

249. Найти условия, которым должны удовлетворять данные числа  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  для того, чтобы система 6 уравнений с 4 неизвестными

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \alpha_1 \alpha_2, \\ x_1 + x_3 = \alpha_1 \alpha_3, \\ x_1 + x_4 = \alpha_1 \alpha_4, \\ x_2 + x_3 = \alpha_2 \alpha_3, \\ x_2 + x_4 = \alpha_2 \alpha_4, \\ x_3 + x_4 = \alpha_3 \alpha_4 \end{cases}$$

имела решения. Найти значения неизвестных  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

285. Что больше  $\cos \sin x$  или  $\sin \cos x$ ?

286. Доказать, не пользуясь логарифмическими таблицами, что

$$\text{а) } \frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi} > 2; \quad \text{б) } \frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_{\pi} 2} > 2.$$

287. Доказать, что если  $\alpha$  и  $\beta$  — острые углы и  $\alpha < \beta$ , то

$$\text{а) } \alpha - \sin \alpha < \beta - \sin \beta, \quad \text{б) } \operatorname{tg} \alpha - \alpha < \operatorname{tg} \beta - \beta.$$

288\*. Доказать, что если  $\alpha$  и  $\beta$  — острые углы и  $\alpha < \beta$ , то  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\alpha} < \frac{\operatorname{tg} \beta}{\beta}$ .

325. Упростить

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 2\alpha + \dots + \cos^2 n\alpha$$

и

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 2\alpha + \dots + \sin^2 n\alpha.$$

326. Упростить

$$\cos \alpha + C_n^1 \cos 2\alpha + C_n^2 \cos 3\alpha + \dots + C_n^{n-1} \cos n\alpha + \cos(n+1)\alpha$$

и

$$\sin \alpha + C_n^1 \sin 2\alpha + C_n^2 \sin 3\alpha + \dots + C_n^{n-1} \sin n\alpha + \sin(n+1)\alpha.$$

327. Доказать, что если  $m, n, p$  — произвольные целые числа, то

$$\begin{aligned} \sin \frac{m\pi}{p} \sin \frac{n\pi}{p} + \sin \frac{2m\pi}{p} \sin \frac{2n\pi}{p} + \sin \frac{3m\pi}{p} \sin \frac{3n\pi}{p} + \dots \\ \dots + \sin \frac{(p-1)m\pi}{p} \sin \frac{(p-1)n\pi}{p} = \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} -\frac{p}{2}, & \text{если } m+n \text{ делится на } 2p, \text{ а } m-n \text{ не делится} \\ & \text{на } 2p; \\ \frac{p}{2}, & \text{если } m-n \text{ делится на } 2p, \text{ а } m+n \text{ не делится} \\ & \text{на } 2p; \\ 0, & \text{если } m+n \text{ и } m-n \text{ одновременно делятся или} \\ & \text{одновременно не делятся на } 2p. \end{cases}$$

328. Доказать, что

$$\begin{aligned} \cos \frac{2\pi}{2n+1} + \cos \frac{4\pi}{2n+1} + \cos \frac{6\pi}{2n+1} + \dots + \cos \frac{2n\pi}{2n+1} = \\ = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$