



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Согласовано

Школа естественных наук)

Руководитель ОП

 Степанова А.А.
(подпись) (Ф.И.О. рук. ОП)

«11» июля 2019 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой алгебры, геометрии и анализа

 Шепелева Р.П.
(подпись) (Ф.И.О. зав. каф.)

«11» июля 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (РПУД)

Теория групп

Направление подготовки: 01.04.01 Математика

Форма подготовки: очная

Школа естественных наук

Кафедра алгебры, геометрии и анализа

курс 1 семестр 2

лекции 18 час.

практические занятия 36 час.

самостоятельная работа студентов 54 час.

всего часов аудиторной нагрузки 54 час.

В том числе МАО 18 час.

контрольные работы 4

зачет 2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 12

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Алгебры, геометрии и анализа «8» июля 2019 г.

Заведующий кафедрой к.ф.-м.н., профессор Р.П.Шепелева

Составитель: к.ф.-м.н., доцент С.Г. Чеканов

Владивосток

2019

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

[Введите текст]

Аннотация рабочей программы учебной дисциплины «Теория групп»

Рабочая программа учебной дисциплины «Теория групп» разработана для студентов 1 курса направления магистратуры 01.04.01 «Математика», магистерской программы «Алгебра», в соответствии с требованиями федерального государственного стандарта высшего образования и образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДВФУ.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 ЗЕ (108 час.). Учебным планом предусмотрены лекции (18 час.), практические занятия (36 час.), самостоятельная работа студента (54 час.), всего часов аудиторной нагрузки (54 час). Дисциплина «Теория групп» входит в обязательную часть цикла дисциплин образовательной программы, реализуется на 1 курсе, во 2 семестре.

Дисциплина «Теория групп» логически и содержательно связана с такими курсами, как «Кольца и модули», «Конечные поля», «Аксиоматические теории», «Криптографические методы защиты информации».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с построением абстрактной теории групп и представлениями групп автоморфизмами алгебраических систем.

Курс построен на таких ранее изученных дисциплинах как «Алгебра», «Конечные поля».

Целью изучения дисциплины «Теория групп» является развитие логического и категорного мышления, установление связей между важнейшими алгебраическими и геометрическими конструкциями в современной математике, ознакомление студентов с ролью алгебраических методов в современной криптографии.

[Введите текст]

Задачи:

- 1) ознакомление студентов с основными концепциями современной теории групп;
- 2) изучение базовых принципов применения теоретико-группового подхода к решению задач защиты информации;
- 3) знакомство с теорией линейных представлений в целях формирования навыка проведения конкретных вычислений в группах;
- 4) выявление основополагающей роли теории групп для построения современных криптографических примитивов.

Для успешного изучения дисциплины «Теория групп» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции

- способность видеть методологические аспекты построения математических теорий;
- применять системный подход в формализации математических задач;
- способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, характеризуют этапы формирования компетенций.

Общепрофессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
---	--	--

[Введите текст]

Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1 умеет: методологически правильно формулировать и решать математические проблемы ОПК-1.2 знает: основные концепции современной математики и методологические особенности построения математических теорий ОПК-1.3 владеет: навыками построения непротиворечивых математических теорий
---	--	--

Профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Задача профессиональной деятельности	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задач профессиональной деятельности: Научно-исследовательский			

[Введите текст]

планирование и реализация научно-исследовательской деятельности в области математики и ее приложений	Универсальная алгебра и алгебраические методы криптографии и. Методы и концепции математической логики. Алгоритмы и конструкции алгебраической геометрии.	ПК-1. способен к интенсивной научно-исследовательской работе	ПК1.1. Умеет: правильно ставить задачи по выбранной тематике, выбирать для исследования необходимые методы; применять выбранные методы к решению научных задач, оценивать значимость получаемых результатов ПК-1.2. Знает: классические и современные методы решения задач по выбранной тематике научных исследований; новые научные результаты, связанные с тематикой научных исследований работы магистранта ПК-1.3 Владеет: навыками критического анализа и оценки современных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач; навыками выступлений на научно-тематических конференциях и современными методами решения задач по выбранной тематике научных исследований
--	---	--	--

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

2 семестр (18 час.)

Тема 1. Определение и примеры групп (4 часа).

Определение группы, подгруппы, порядка группы. Смежный класс. Группа подстановок. Примеры конечных и бесконечных групп. Доказательство теоремы Лагранжа.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

Тема 2. Действия групп на множествах (4 часа).

[Введите текст]

Действие группы на множестве. Орбита и стабилизатор. Теорема о стабилизаторе. Классы сопряженных элементов и нормализаторы. Теоремы Силова.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

Тема 3. Расширения групп с помощью автоморфизмов (4 часа).

Гомоморфизмы групп, теоремы о гомоморфизмах. Автоморфизмы групп, прямое и полупрямое произведение групп. Копредставления групп.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

Тема 4. Линейные представления групп, матричные группы (3 часа).

Линейные представления групп. Группы матриц над конечными полями. Группы автоморфизмов линейных пространств. Характеры линейных представлений групп.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

Тема 5. Криптографические примитивы на основе конечных групп (3 часа).

Конечные абелевы группы. Эллиптические кривые над конечными полями. Группа точек эллиптической кривой. Асимметричные шифры на основе группы точек эллиптической кривой.

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «лекция-беседа».

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (36 час.)

2 семестр (18 час.)

[Введите текст]

Занятие 1. Группы, подгруппы, смежные классы (8 часа).

Примеры групп малого порядка. Построение решетки подгрупп в группах небольшого порядка. Определение порядков элементов, индексов подгрупп, порождающих множеств.

Занятие 2. Группы подстановок, действие групп на множествах (8 часа).

Определение действия групп на различных множествах, вычисление длин орбит и стабилизаторов.

Занятие 3. Автоморфизмы групп и расширения групп (6 часа).

Построение гомоморфных образов групп, вычисление ядра гомоморфизма, изоморфные группы. Определение группы автоморфизмов конечной группы. Построение расширений конечных групп.

Занятие 4. Линейные представления групп (6 часа).

Построение и изучение линейных представлений конечных групп. Вычисление неприводимых характеров построенных групп.

Занятие 5. Криптографические примитивы и конечные группы (8 часа).

Примеры эллиптических кривых над конечными полями. Группы точек эллиптических кривых. Шифры на основе группы точек эллиптической кривой.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Теория групп» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

- 1) план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- 2) характеристику заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
- 3) требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

[Введите текст]

4) критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Группы, подгруппы, основные определения	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	УО-3 ПР-2	УО-2
2	Нормальные подгруппы и факторгруппы	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	ПР-11	УО-2
3	Расширения групп	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	УО-3 ПР-2	ПР-4
4	Линейные представления групп	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной	ПР-11	УО-2

[Введите текст]

		научно-исследовательской работе (ПК-1).		
5	Характеры линейных представлений	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	УО-3 ПР-2	ПР-4
6	Эллиптические кривые	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	УО-3 ПР-2	УО-2
7	Криптографические примитивы на основе эллиптических кривых	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	ПР-11	УО-2

Типовые контрольные задания и экзаменационные вопросы представлены в Приложении 2.

V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. а) основная литература:

[Введите текст]

1. М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. Основы теории групп. М. «Наука». 2009.- 310 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:670271&theme=FEFU>

2. Наймарк М.А. Теория представлений групп, М.: Физматлит, 2011

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:417285&theme=FEFU>

3. Курош А. Г., Теория групп, М.: Физматлит, 2011

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:662750&theme=FEFU>

б) дополнительная литература:

1. Холл М., Теория групп. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 2005

2. Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям. М.: «Мир», 1989.

3. Берже М. Геометрия. Том 1. М.: Мир, 1984. 366 с.

4. Ф. Каш. Кольца и модули. – Санкт-Петербург, «Лань», 2005, – 368 с.,

5. Фукс. Бесконечные абелевы группы. Том 1 и 2 – Санкт-Петербург, «Лань», 2010, – 384 с.

6. Д.К. Фаддеев. Лекции по алгебре. – Санкт-Петербург, «Лань», 2012, – 416 с.

7. А. Г. Курош, Курс высшей алгебры. – Санкт-Петербург, «Лань», 2011, – 462 с.

8. А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. – Санкт-Петербург, «Лань», 2012, – 304 с.

9. М.М. Постников. Линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, – 400 с.

10. Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. Задачи по высшей алгебре. – Санкт-Петербург, «Лань», 2008, – 288 с.

11. З.И. Борович. Определители и матрицы. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, – 192 с.

[Введите текст]

12. П.С. Александров. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, – 512 с.
13. Х.Д. Задачник по линейной алгебре. – Санкт-Петербург, «Лань», 2012, – 320 с.
14. В.В. Воеводин. Линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, – 416 с
15. Ляховский В. Д., Болохов А. А. Группы симметрии и элементарные частицы, Изд-во ЛГУ, 1983.
16. Барут А., Рончка Р. Теория представлений групп и её приложения, т.1, 2, М., 1980.
17. Желобенко Д. П. Компактные группы Ли и их представления, М., 1970.
18. Желобенко Д. П., Штерн А. И. Представления групп Ли, М., 1980.

Интернет-ресурсы

1. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=177
Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М. «Наука». 2009.– 310 с.
2. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2751 Наймарк М.А. Теория представлений групп: СПб, Лань.– 2010

VI. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

На изучение дисциплины отводится 54 часа аудиторных занятий. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических и лабораторных занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует

[Введите текст]

работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию. После выполнения задания, студент отправляет его на проверку преподавателю. Работа должна быть отослана в формате PDF одним документом. По данному курсу разработаны методические указания.

VII МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории кампуса ДВФУ.

[Введите текст]

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учётом рекомендаций и ПрООП ВПО по Направление подготовки: 01.04.01

Математика

Автор (ы) __С.Г. Чеканов

Рецензент (ы) _____

Программа одобрена на
заседании _____

(Наименование уполномоченного органа вуза (УМК, НМС, Ученый совет)

от _____ года, протокол № _____.

[Введите текст]

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ
по дисциплине «Теория групп»
Направление подготовки: 01.04.01 «Математика»
Форма подготовки очная**

**Владивосток
2019**

[Введите текст]

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение
1. Группы, подгруппы, основные определения	20.02 - 27.02	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
2. Нормальные подгруппы, факторгруппы	27.02 - 04.03	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
3. Расширения групп	05.03 - 12.03	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
4. Линейные представления групп	13.03 - 20.03	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
5. Эллиптические кривые	20.04 - 27.04	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
6. Криптографические примитивы	5.05 - 12.05	индивидуальное домашнее задание	1 неделя

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю на проверку. Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

[Введите текст]

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Теория групп»
Направление подготовки: 01.04.01 «Математика»
Форма подготовки очная

Владивосток
2019

[Введите текст]

**Паспорт фонда оценочных средств
по дисциплине «Теория групп»**

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1 умеет: методологически правильно формулировать и решать математические проблемы ОПК-1.2 знает: основные концепции современной математики и методологические особенности построения математических теорий ОПК-1.3 владеет: навыками построения непротиворечивых математических теорий

Профессиональные компетенции выпускников и индикаторы их достижения:

Задача профессиональной деятельности	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
Тип задач профессиональной деятельности: Научно-исследовательский			

[Введите текст]

<p>планирование и реализация научно-исследовательской деятельности в области математики и ее приложений</p>	<p>Универсальная алгебра и алгебраические методы криптографии и. Методы и концепции математической логики. Алгоритмы и конструкции алгебраической геометрии.</p>	<p>ПК-1. способен к интенсивной научно-исследовательской работе</p>	<p>ПК1.1. Умеет: правильно ставить задачи по выбранной тематике, выбирать для исследования необходимые методы; применять выбранные методы к решению научных задач, оценивать значимость получаемых результатов ПК-1.2. Знает: классические и современные методы решения задач по выбранной тематике научных исследований; новые научные результаты, связанные с тематикой научных исследований работы магистранта ПК-1.3 Владеет: навыками критического анализа и оценки современных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач; навыками выступлений на научно-тематических конференциях и современными методами решения задач по выбранной тематике научных исследований</p>
---	--	---	---

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Группы, подгруппы, основные определения	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	УО-3 ПР-2	УО-2

[Введите текст]

2	Нормальные подгруппы, факторгруппы	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	ПР-11	УО-2
3	Расширения групп	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	УО-3 ПР-2	ПР-4
4	Линейные представления групп	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	ПР-11	УО-2
5	Эллиптические кривые	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1); способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).	УО-3 ПР-2	ПР-4
6	Криптографические примитивы	Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики (ОПК-1);	УО-3 ПР-2	УО-2

[Введите текст]

		способен к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1).		
--	--	--	--	--

II. Шкала оценивания уровня сформированности компетенций по дисциплине «Теория групп»

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ПК-1: способность к интенсивной научно-исследовательской работе	знает (пороговый уровень)	классические и современные методы решения задач по выбранной тематике научных исследований; новые научные результаты, связанные с тематикой научных исследований работы магистранта	знание основных понятий и методов научных исследований в выбранной области математики	-способность наличие знаний основных понятий и методов научных исследований в выбранной области математики
	умеет (продвинутый)	правильно ставить задачи по выбранной тематике, выбирать для исследования необходимые методы; применять выбранные методы к решению научных задач, оценивать значимость получаемых результатов	умение применять математические методы при исследовании в выбранной области математики	наличие в диссертации результатов эффективного применения методов системного анализа
	владеет (высокий)	навыками критического анализа и оценки современных достижений и результатов	владение основными математическим и методами научных	демонстрация использования основных математических методов научных

[Введите текст]

		деятельности по решению исследовательских и практических задач; навыками выступлений на научно-тематических конференциях и современными методами решения задач по выбранной тематике научных исследований	исследований	исследований
ОПК-1 Способность формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математик и	знает (пороговый уровень)	основные концепции современной математики и методологические особенности построения математических теорий	знание наиболее применяемых пакетов прикладных программ	наличие знаний наиболее применяемых пакетов прикладных программ
	умеет (продвинутый)	методологически правильно формулировать и решать математические проблемы	реализация математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах	демонстрация современных методов и технологий программирования с использованием сетей при реализации курсовых работ, ИДК и ВКР
	владеет (высокий)	умениями по планированию и проектированию образовательного процесса; методами обучения математике и современными образовательным и технологиями	использование методов и технологий программирования методами компьютерного и математического моделирования	навыками построения непротиворечивых математических теорий

Вопросы к зачету

1. Группа. Аддитивная группа. Мультипликативная группа.

[Введите текст]

2. Многообразие. Класс гладкости. Карта, атлас. Сфера как двумерное многообразие.
3. Векторные поля на многообразиях. Скобка Пуассона векторных полей. Алгебра векторных полей. Интегральные кривые векторных полей.
4. Теорема Фробениуса
5. Экспоненциальное отображение для данного векторного поля
6. Левоинвариантное векторное поле, однопараметрическая подгруппа группы Ли
7. Группа Ли
8. Алгебра Ли группы Ли
9. Локальная группа Ли. Группы Ли преобразований.
10. Группа Ли $GL(n)$. Размерность, проверка аксиом, построение алгебры Ли.
11. Группа Ли $Sp(n)$. Размерность, проверка аксиом, построение алгебры Ли. Циклические группы
12. Группы Ли $SO(n)$ и $O(n)$. Размерность, проверка аксиом, построение алгебры Ли.

Примеры контрольных работ

Тема: Многообразие. Класс гладкости. Карта, атлас

Вариант 1

1. Построить атлас карт для следующих многообразий: а) сферы S^2 б) тора T^2 . Задать эти многообразия двухпараметрическими поверхностями в \mathbb{R}^3 . Используя теорему о неявной функции картировать многообразия.
2. Вычислить размерность групп $GL(3)$ и $O(3)$ как дифференцируемых многообразий. Определить число компонент связности. Установить, каким образом можно задать эти группы в виде поверхностей в \mathbb{R}^9 .

[Введите текст]

Тема: Группа Лоренца

Вариант 1.

1. Опишите поворот трехмерного пространства на угол $\pi/4$ вокруг оси, совпадающей с прямой $x=y=z=t$ (заданной параметрически) с использованием матриц поворота и кватернионов. Вычислите действие этого поворота на единичный квадрат со стороной 1 в плоскости xOy . Сделайте вывод о том, какой способ описания удобнее с вычислительной точки зрения.
2. Используя формулы преобразования Лоренца и принцип относительности объясните парадокс шеста и сарая.

Примеры индивидуальных домашних заданий

Тема: Группа вращений. Декомпозиция вращения. Углы Эйлера

- 1) Рассмотрите однопараметрические группы поворота на угол α вокруг осей Oz и Ox в трехмерном пространстве. Определите порождаемые этими группами левоинвариантные векторные поля. Запишите их в терминах базиса касательного пространства.
- 2) Вычислите скобку Пуассона этих векторных полей. Для полученного векторного поля найдите интегральную кривую.

Тема: Левоинвариантное векторное поле. Алгебра Ли

- 1) Определите, из каких матриц будет состоять алгебра Ли группы а) $GL(n)$; б) $Sp(n)$; в) $O(n)$.
- 2) Для алгебр Ли каждой из указанных групп при $n=2$ вычислите структурные константы.