



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»
Руководитель ОП

Добжинский Ю.В.

«01» сентября 2017 г.



«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой

«Информационные системы управления»

А.И. Сухомлинов

«01» сентября 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Образовательная программа «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Форма подготовки очная

Курс 1 семестр 1

лекции 36 час.

лабораторные работы час.

практические занятия 36 час.

в том числе с использованием МАО лекц. / пр. 36 час.

всего часов аудиторной нагрузки 72 час.

в том числе с использованием МАО 36 час.

самостоятельная работа 72 час.

в том числе на подготовку к экзамену 36 час.

Курсовая работа / курсовой проект – не предусмотрено

Контрольные работы 1 семестр

зачет семестр

экзамен 1 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДВФУ, утвержденного приказом ректора от 04.04.2016 №12-13-593

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Алгебры, геометрии и анализа протокол №7от23 июня 2017 г.

Заведующая кафедрой: к.ф.-м.н., профессор Шепелева Р.П.

Составитель (ли): доцент кафедры алгебры, геометрии и анализа Чеканов С.Г., к.ф.-м.н.

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « ____ » _____ 20 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « ____ » _____ 20 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

ABSTRACT

Bachelor's/Specialist's/Master's degree in 09.03.01 – computer information technology

Study profile/ Specialization/ Master's Program “Title” Programming technology

Course title:analytic geometry and linear algebra

Basic part of Block 1, 3 credits

Instructor:Chekanov S.

At the beginning of the course a student should know high school mathematics

Learning outcomes: ability to apply knowledge of the mathematical bases of computer science in professional activity.

Course description: the modern concepts and methods of analytic geometry and linear algebra

Main course literature:

1. Faddeev D.K. Lectures on algebra. – St. Petersburg: Lan, 2007. – 416 p. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=397
2. Beklemishev D.B. Course of analytic geometry and linear algebra. – M.: Nauka, 2005, <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:275482&theme=FEFU> 1 ЭКЗ.
3. Faddeev D.K., Sominskiy I.S. Tasks of higher algebra. St. Petersburg:Lan, 2008, - 288 p. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:251141&theme=FEFU> 3 ЭКЗ.
4. Kurosh A.G. Course of higher algebra – St. Petersburg: Lan, 2013. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=30198
5. Vinogradov I.M. Foundations of the numbers theory. – St. Petersburg: Lan 2009. – 176 p. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46
6. Kostrikin A.I. Кострикина А.И. etc. Collection of tasks for algebra. – МСНМО, 2009. – 450 p. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9360

Form of final control: exam.

Аннотация к рабочей программе дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Курс «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» предназначен для студентов направления 09.03.01 Информатика и вычислительная техника. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц и 144 часа. Учебным планом по данному курсу предусмотрены лекции (36 часов), практические занятия (36 часов), самостоятельная работа студентов (72 часа), в том числе подготовка к экзамену (36 часов). Дисциплина реализуется на первом курсе в первом семестре и входит в базовую часть естественнонаучного цикла. Курс «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» связан с дисциплиной «Математический анализ».

Аналитическая геометрия и линейная алгебра являются базовыми дисциплинами в образовании специалистов в области вычислительной техники. На их основе строятся такие дисциплины как дифференциальные уравнения, топология, алгебраическая геометрия, вычислительная математика.

Цель преподавания дисциплины: - знакомство студентов с классическими понятиями и методами аналитической геометрии и линейной алгебры.

Задачи преподавания дисциплины:

- овладение основными алгоритмическими навыками;
- знакомство с современным языком математики;
- изучение основных понятий и конструкций алгебры и геометрии;
- применение полученных знаний при изучении явлений природы и общества и исследование простейших процессов с помощью методов алгебры и геометрии.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-4- способность творчески воспринимать и использовать достижения науки, техники в профессиональной сфере в соответствии с потребностями регионального и мирового рынка труда	Знает	примеры практического использования геометрических теорем
	Умеет	применять методы линейной алгебры различать эквивалентные многообразия в многомерных пространствах
	Владеет	алгоритмами расчета характеристик линейных алгебраических многообразий
ОК-5 - способность использовать современные методы и технологии (в том числе	Знает	аналитические методы описания геометрических объектов; характеристика линейных операторов алгебраическими методами

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
информационные) в профессиональной деятельности	Умеет	выводить уравнения различных геометрических многообразий; определять свойства линейного оператора по его матрице
	Владеет	основными алгоритмами аналитической геометрии и линейной алгебры

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения: групповая консультация.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

1 семестр (36 час.)

Тема 1. (2 час.) «Системы линейных уравнений. Метод Гаусса».

Общее и частное решение системы линейных уравнений. Свободные и связанные переменные. Фундаментальная система решений.

Тема 2. (2 час.) «Подстановки на конечных множествах».

Подстановки и способы их представления. Четность подстановок. Теорема о числе четных подстановок.

Тема 3. (4 час.) «Алгебра матриц».

Операции на множестве матриц. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Теорема о произведении определителей. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы.

Тема 4. (2 час.) «Линейные пространства».

Базис и размерность линейного пространства. Теорема о базисе. Матрица перехода.

Тема 5. (2 час.) «Подпространства линейного пространства».

Сумма подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств. Прямая сумма подпространств. Линейные многообразия.

Тема 6. (2 час.) «Линейные операторы».

Представление линейного оператора матрицей. Зависимость матрицы оператора от базиса.

Тема 7. (4 час.) «Собственные векторы линейных операторов».

Собственные векторы. Характеристическое уравнение линейного оператора. Инвариантные подпространства.

Тема 8. (2 час.) «Евклидовы пространства».

Скалярное произведение и ортогональные базисы. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение. Ортогональные операторы.

Тема 9. (4 час.) «Векторная алгебра».

Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Ориентация базиса. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой.

Тема 10. (4 часов) «Уравнения плоскости».

Различные уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

Тема 11. (4 час.) «Кривые второго порядка».

Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Директориальные свойства эллипса, гиперболы и параболы.

Тема 12. (2 час.) «Классификация кривых второго порядка»

Оптические свойства кривых второго порядка. Аффинная классификация кривых второго порядка.

Тема 13. (2 час.) «Поверхности второго порядка».

Примеры поверхностей второго порядка. Сечений поверхностей плоскостями. Классификация поверхностей.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Трудоемкость практической части курса 36 час.

1 семестр (36 час.)

Занятие 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени

индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Нахождение фундаментальной системы решений. Представление общего решения системы.

Занятие 2. Подстановки на конечных множествах (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Операция умножения подстановок. Определение четности подстановок. Решение уравнений на множестве подстановок.

Алгебра матриц (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует

ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Действия с матрицами. Проверка свойств операций над матрицами. Вычисление обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы.

Линейные пространства (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение базисов в различных линейных пространствах. Вычисление координат векторов в базисе. Переход от одного базиса к другому с помощью матрицы перехода.

Занятие 3. Подпространства линейных пространств (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается

сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение базисов суммы и пересечения подпространств. Вычисление размерности суммы подпространств.

Линейные операторы (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Вычисление матрицы линейного оператора в различных базисах. Определение ядра линейного оператора.

Занятие 4. Собственные векторы линейных операторов (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным

содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Собственные векторы и характеристические уравнения линейных операторов. Инвариантные подпространства. Базис из собственных векторов.

Занятие 5. Евклидовы пространства (2 час.)

Занятие 6. Занятие проводится с использованием метода **активного обучения «групповая консультация».**

Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение ортогонального базиса. Нахождение ортогонального дополнения линейного подпространства.

Векторная алгебра (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведения. Вычисление площадей и объемов с помощью векторной алгебры.

Уравнения прямой на плоскости (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени

индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Параметрическое, каноническое и общее уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.

Занятие 11. Уравнение прямой в пространстве (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Уравнение прямой в различных системах координат. Взаимное расположение прямых.

Занятие 12. Уравнения плоскости. (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный мате-

риал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучающихся, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Составление уравнений плоскости в различных системах координат. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.

Занятие 13. Каноническое уравнение эллипса, гиперболы и параболы. (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучающихся, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Составление канонических уравнений эллипса, гиперболы и параболы. Вычисление координат фокусов, эксцентриситета.

Занятие 14. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах (4 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается

сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Построение уравнений кривых в полярных координатах. Определение касательных к кривым второго порядка.

Занятие 15. Классификация кривых второго порядка. (4 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Распознавание кривых второго порядка по общему уравнению. Определение положения кривой на плоскости.

Занятие 16. Поверхности второго порядка(2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным

содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Распознавание поверхностей второго порядка. Определение положения поверхности в пространстве.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Системы линейных	ОК-4	знает		

	уравнений	ОК-5		Теоретически е диктанты	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуаль ные домашние здания	Экзаменационн ые вопросы 1-3
2	Подстановки на конечных множествах	ОК-4 ОК-5	знает	Теоретически е диктанты	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуаль ные домашние здания	Экзаменационн ые вопросы 4-6
3	Алгебра матриц	ОК-4 ОК-5	знает	Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуаль ные домашние здания	Экзаменационн ые вопросы 7- 12
4	Линейные операторы	ОК-4 ОК-5	знает	Теоретически е диктанты	
			умеет	Решение задач по	

				изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 1-4
5	Уравнения прямых	ОК-4 ОК-5	знает	Легучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 5-11
6	Кривые второго порядка	ОК-4 ОК-5	знает	Теоретические диктанты	
			умеет	Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях Контрольная работа (ПР-2)	
			владеет	Индивидуальные домашние задания	Экзаменационные вопросы 12-14

Типовые контрольные задания и экзаменационные вопросы представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

(электронные и печатные издания)

1. Д. К. Фаддеев. Лекции по алгебре – СПб.: Лань, 2007. – 416 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=397
2. Д. В. Беклемишев. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 2005, <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:275482&theme=FEFU> 1 экз.
3. Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. Задачи по высшей алгебре. – Санкт-Петербург, «Лань», 2008, - 288 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:251141&theme=FEFU> 3 экз.
4. А. Г. Курош, Курс высшей алгебры – Санкт-Петербург, «Лань», 2013. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=30198
5. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2009. – 176 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=46
6. Кострикин А.И. и др. Сборник задач по алгебре. – МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2009. – 450 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9360

Дополнительная литература

(печатные и электронные издания)

1. А. Г. Курош, Курс высшей алгебры. – Санкт-Петербург, «Лань», 2011, - 462 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:410558&theme=FEFU>
2. А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. – Санкт-Петербург, «Лань», 2008, – 303 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:281458&theme=FEFU> 7 эк.
3. А.И. Мальцев. Основы линейной алгебры. – Санкт-Петербург, «Лань», 2005, - 470 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:239638&theme=FEFU> 1 эк.
4. М.М. Постников. Линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, - 400 с. <http://e.lanbook.com/view/book/319/>
5. З.И. Борович. Определители и матрицы. – Санкт-Петербург, «Лань», 2009, - 192 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:281936&theme=FEFU> 1 экз.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://e.lanbook.com/>
2. <http://www.studentlibrary.ru/>
3. <http://znanium.com/>
4. <http://www.nelbook.ru/>

VI. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

На изучение дисциплины отводится 72 часа аудиторных занятий. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию. После выполнения задания, студент отправляет его на проверку преподавателю. Работа должна быть отослана в формате PDF одним документом. По данному курсу разработаны методические указания.

По данному курсу разработаны методические указания:

1. Чеканов С.Г., Степанова А.А. Строение конечных полей. Учебно-методическое пособие. Изд. ДВФУ. Владивосток, 2013, 30 с.

VII МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории кампуса ДВФУ.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Направление подготовки: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Форма подготовки очная

Владивосток

2017

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1.	1.09 - 28.09	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	проверка выполнения ИДЗ
2.	28.09 - 28.10	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	проверка выполнения ИДЗ
3.	28.10 - 28.11	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	проверка выполнения ИДЗ

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю. Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения лабораторного занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»
Направление подготовки: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Форма подготовки очная

Владивосток
2017

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
	ОК-4- способность творчески воспринимать и использовать достижения науки, техники в профессиональной сфере в соответствии с потребностями регионального и мирового рынка труда	Знает
Умеет		применять методы линейной алгебры различать эквивалентные многообразия в многомерных пространствах
Владеет		алгоритмами расчета характеристик линейных алгебраических многообразий
ОК-5 - способность использовать современные методы и технологии (в том числе информационные) в профессиональной деятельности	Знает	аналитические методы описания геометрических объектов; характеристика линейных операторов алгебраическими методами
	Умеет	выводить уравнения различных геометрических многообразий; определять свойства линейного оператора по его матрице
	Владеет	основными алгоритмами аналитической геометрии и линейной алгебры

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Системы линейных уравнений	ОК-4 ОК-5	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 1-16
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	

2	Алгебра матриц	ОК-4 ОК-5	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 17-19
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	
3	Линейные пространства	ОК-4 ОК-5	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 20-24
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	
4	Уравнения прямых	ОК-4 ОК-5	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 25-26
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	
5	Уравнения	ОК-4	Знает	- Устный или письменный опрос	Экзамен, вопросы 27-39

	плоскостей	ОК-5		студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
6	Кривые второго порядка	ОК-4 ОК-5	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 40-42
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания; - Контрольная работа (ПР-2)	

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОК-4- способность творчески воспринимать и использовать достижения науки, техники в профессиональной сфере в соответствии с потребностями регионального и мирового рынка труда	знает (пороговый уровень)	основные теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии; основные алгоритмы дисциплины	Знание теоретического материала по дисциплине	Способность отвечать на вопросы по теории
	умеет (продвинутый)	оценивать вычислительную сложность самостоятельно разработанных алгоритмов; строить тестовые примеры для верификации алгоритмов и программ	Умение выбирать требуемые формулы при выполнении практических заданий	Наличие выполненных практических заданий, способность обосновать выбор формул
	владеет (высший)	методами оценивания	Владение методами	Наличие выпол-

	сокий)	вания вычислительной сложности самостоятельно разработанных алгоритмов и построения тестовых примеров для верификации алгоритмов и программ	ми построения вывода формул при выполнении практических заданий	ненных заданий, способность дать пояснения процесса вывода
ОК-5 - способность использовать современные методы и технологии (в том числе информационные) в профессиональной деятельности	знает (пороговый уровень)	методы решения систем линейных уравнений алгоритмах; операции с матрицами, определение и свойства определителей квадратных матриц; линейные пространства и линейные операторы; уравнения прямых и плоскостей; кривые и поверхности второго порядка; значение аналитической геометрии и линейной алгебры и методов этой науки в других областях науки и техники	Знание теоретического материала по дисциплине	Способность отвечать на вопросы по теории
	умеет (продвинутый)	применять знания по аналитической геометрии и линейной алгебре при решении теоретических и прикладных вопросов	Умение выбирать требуемые формулы при выполнении практических заданий	Наличие выполненных практических заданий, способность обосновать выбор формул
	владеет (высокий)	основными алгоритмическими методами аналитической геометрии и линейной алгебры	Владение методами построения вывода формул при выполнении практических заданий	Наличие выполненных заданий, способность дать пояснения процесса вывода
	умеет (продвинутый)	применять знания по аналитической геометрии и линейной алгебре при решении теоретических и прикладных задач с использованием ЭВМ	Умение выбирать требуемые формулы при выполнении практических заданий	Наличие выполненных практических заданий, способность обосновать выбор формул
	владеет (вы-	основными алго-	Владение метода-	Наличие выпол-

	сокий)	ритмическим методами аналитической геометрии и линейной алгебры	ми построения вывода формул при выполнении практических заданий	ненных заданий, способность дать пояснения процесса вывода
--	--------	---	---	--

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме собеседования (устного опроса) для проверки теоретических знаний, а также в форме защиты выполненных практических заданий.

Объектами оценивания выступают:

- степень усвоения теоретических знаний - оценивается в форме собеседования и контрольных работ;
- уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты задания.

Критерии оценки устного ответа

– **100-85 баллов** - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

– **85-76 баллов** - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

– **75-61 балл** - оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить при-

меры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

– **60-50** баллов - ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области

Критерии оценки практических заданий

100-86 баллов выставляется, если содержание и составляющие части соответствуют выданному заданию. Продемонстрировано владение навыками выбора необходимых формул и построений выводов.

85-76 - баллов выставляется, если при выполнении задания допущено не более одной ошибки.

75-61 балл выставляется, если при выполнении задания допущено не более двух ошибок.

60-50 баллов - если структура и содержание задания не соответствуют требуемым

Шкала оценивания

Менее 60 баллов	незачтено	неудовлетворительно
От 61 до 75 баллов	зачтено	удовлетворительно
От 76 до 85 баллов	зачтено	хорошо
От 86 до 100 баллов	зачтено	отлично

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрен экзамен.

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений
2. Теорема о числе четных подстановок
3. Элементарные свойства определителей
4. Теорема Лапласа для определителей
5. Теорема о произведении определителей
6. Критерий обратимости матриц
7. Теорема о ранге матриц
8. Теорема о базисе линейного пространства.
9. Теорема о размерности суммы подпространств.
10. Линейные многообразия.
11. Теорема Кронекера-Капелли
12. Представление линейного оператора матрицей
13. Собственные векторы линейного оператора
14. Теорема Лагранжа для квадратичных форм
15. Закон инерции квадратичных форм.
16. Критерий Сильвестра.
17. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
18. Уравнения прямой на плоскости
19. Уравнения прямой в пространстве
20. Расстояние от точки до прямой
21. Уравнения плоскости
22. Расстояние от точки до плоскости
23. Взаимное расположение прямых.
24. Взаимное расположение плоскостей
25. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
26. Эллипс его уравнения и свойства.
27. Гипербола, уравнения и свойства
28. Парабола, уравнения и свойства
29. Классификация кривых второго порядка

Оценочные средства для текущей аттестации

Примеры вариантов контрольных работ

Тема: Системы линейных уравнений

Задача 1. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы.

$$3.1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 - 14x_3 + 2x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} 12x_1 - x_2 + 7x_3 + 11x_4 - x_5 = 0, \\ 24x_1 - 2x_2 + 14x_3 + 22x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} \frac{3}{2}x_1 + \frac{5}{4}x_2 + \frac{5}{7}x_3 + x_4 = 0, \\ \frac{3}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{2}{7}x_3 + \frac{2}{5}x_4 = 0, \\ \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{6}x_2 + \frac{2}{21}x_3 + \frac{2}{15}x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.16. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.17. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.18. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.19. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.20. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.21. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.22. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.23. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 \quad \quad \quad - 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.24. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.25. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.26. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.27. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.28. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.29. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3.30. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3.31. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Тема: Алгебра матриц

Контрольная работа №5 по теме «Матрицы и определители»

1 вариант

1. Входит ли в определитель соответствующего порядка произведение и, если входит, то с каким знаком: а) $a_{34}a_{25}a_{51}a_{66}a_{13}a_{42}$; б) $a_{51}a_{12}a_{23}a_{34}a_{45}$?

2. Выполните умножение подстановок: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.
3. Вычислите определители:

а)
$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

4. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 7 & -3 & 9 & 5 & -4 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ -6 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 8 & -2 & -9 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Вычислите определители:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$$

6. Вычислите определитель, применяя метод рекуррентных соотношений:

$$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b \\ 0 & a & 0 & \dots & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a & \dots & b & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & b & \dots & a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & \dots & 0 & a & 0 \\ b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a \end{vmatrix}, \text{ (порядка } 2n \text{).}$$

7. Пусть X – матрица второго порядка. Решите уравнение: $X^2 = X$.

8. Вычислите: а) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$; в) $\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & \dots & a^n \\ 0 & 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & a & \dots & a^{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^{-1}$.
9. Решите матричное уравнение: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$.

2 вариант

1. Входит ли в определитель соответствующего порядка произведение и, если входит, то с каким знаком: а) $a_{27}a_{36}a_{51}a_{74}a_{25}a_{43}a_{62}$; б) $a_{33}a_{16}a_{72}a_{27}a_{55}a_{61}a_{44}$?

2. Выполните умножение подстановок: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Вычислите определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{2} & \frac{2}{5} & \frac{3}{2} \\ 3 & -12 & \frac{21}{5} & 15 \\ \frac{2}{3} & -\frac{9}{2} & \frac{4}{5} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

4. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \\ -3 & 2 & 7 & 2 & 9 & -8 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 8 & 5 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Вычислите определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} a & a+b & a+2b & \dots & a+(n-1)b \\ -a & a & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -a & a & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2 & 1 & y & y & \dots & y \\ 3 & 2 & 1 & y & \dots & y \\ 4 & 3 & 2 & 1 & \dots & y \\ 5 & 4 & 3 & 2 & \dots & y \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n-1 & n-2 & n-3 & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

6. Вычислите определитель, применяя метод рекуррентных соотношений:

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 5 \end{vmatrix}, \text{ (порядка } n \text{)}.$$

7. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$, где $a, b, c \in R$. Найдите все такие a, b, c , чтобы $A^n = E$ при каком-нибудь натуральном n .

8. Вычислите: а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}^2$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; в)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^{-1}.$$

9. Решите матричное уравнение: $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

3 вариант

1. Входит ли в определитель соответствующего порядка произведение и, если входит, то с каким знаком: а) $a_{43}a_{21}a_{35}a_{12}a_{54}$; б) $a_{61}a_{23}a_{45}a_{36}a_{12}a_{54}$?

2. Выполните умножение подстановок: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Вычислите определители:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{3} \\ \sqrt{6} & \sqrt{21} & \sqrt{10} & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{10} & 2\sqrt{15} & 5 & \sqrt{6} \\ 2 & 2\sqrt{6} & \sqrt{10} & \sqrt{15} \end{vmatrix}$

4. Вычислите определитель, пользуясь теоремой Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 9 & -8 & 7 & -6 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислите определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ a_2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2-x & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 3-x & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n+1-x \end{vmatrix}.$$

6. Вычислите определитель, применяя метод рекуррентных соотношений:

$$\begin{vmatrix} x_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & x_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & x_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \end{vmatrix}.$$

7. Найдите все матрицы, перестановочные с матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

8. Вычислите: а) $\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 1 & b & b \\ 1 & c & a \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 2 \ 3)$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 1 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}^{-1}$.

Решите матричное уравнение: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 11 & 7 \\ 7 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$

Тема: Линейные операторы

Вариант 1

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}$,
 $Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}$.

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти ABx .

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_1 - 4x_2 + x_3, 2x_1, 3x_2 - 2x_3\}$,

$$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти $(3B + 2A^2)x$.

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 3

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{-3x_1 - 2x_2 + x_3, 2x_1, x_2 - 2x_3\}$,

$$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти $(A + BA - B)x$.

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 4

1. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_1 - 3x_2 + 3x_3, 2x_1, 2x_2 - 2x_3\}$,

$$Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

а) Доказать, что A, B – линейные операторы.

б) Найти матрицу, область значений и ядро оператора A .

с) Найти $(B(A+B))x$.

2. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Примеры индивидуальных домашних заданий

Задача 1. Представить вектор \mathbf{x} линейной комбинацией векторов \mathbf{p} , \mathbf{q} , \mathbf{r} .

1.1.

$$\mathbf{x} = \{-2, 4, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 2, 4\}.$$

1.2.

$$\mathbf{x} = \{6, 12, -1\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 3, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{2, -1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{0, -1, 2\}.$$

1.3.

$$\mathbf{x} = \{1, -4, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 1, -1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, -1, 1\}.$$

1.4.

$$\mathbf{x} = \{-9, 5, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{4, 1, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{2, 0, -3\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 2, 1\}.$$

1.5.

$$\mathbf{x} = \{-5, -5, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{-2, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 3, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{0, 4, 1\}.$$

1.6.

$$\mathbf{x} = \{13, 2, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{5, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{2, -1, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, -1\}.$$

1.7.

$$\mathbf{x} = \{-19, -1, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{-2, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{3, 1, 0\}.$$

1.8.

$$\mathbf{x} = \{3, -3, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, -1, 4\}.$$

1.9.

$$\mathbf{x} = \{3, 3, -1\}, \quad \mathbf{p} = \{3, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 2, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 0, 2\}.$$

1.10.

$$\mathbf{x} = \{-1, 7, -4\}, \quad \mathbf{p} = \{-1, 2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{2, 0, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 1, -1\}.$$

1.11.

$$\mathbf{x} = \{6, 5, -14\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 1, 4\}, \quad \mathbf{q} = \{0, -3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 1, -1\}.$$

1.12.

$$\mathbf{x} = \{6, -1, 7\}, \quad \mathbf{p} = \{1, -2, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 1, 3\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, 4\}.$$

1.13.

$$\mathbf{x} = \{5, 15, 0\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 5\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 3, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{0, -1, 1\}.$$

1.14.

$$\mathbf{x} = \{2, -1, 11\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, -2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 0, 3\}.$$

1.15.

$$\mathbf{x} = \{11, 5, -3\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{-1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 5, -3\}.$$

1.16.

$$\mathbf{x} = \{8, 0, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 1, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 1, 2\}.$$

1.17.

$$\mathbf{x} = \{3, 1, 8\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 3\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 2, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{2, 0, -1\}.$$

1.18.

$$\mathbf{x} = \{8, 1, 12\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 2, -1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 0, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 1\}.$$

1.19.

$$\mathbf{x} = \{-9, -8, -3\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 4, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{-3, 2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{1, -1, 2\}.$$

1.20.

$$\mathbf{x} = \{-5, 9, -13\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, -2\}, \quad \mathbf{q} = \{3, -1, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 1, 0\}.$$

1.21.

$$\mathbf{x} = \{-15, 5, 6\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 5, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 2, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 0\}.$$

1.22.

$$\mathbf{x} = \{8, 9, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, -2, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 3, 0\}.$$

1.23.

$$\mathbf{x} = \{23, -14, -30\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -1, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{-3, 2, 5\}.$$

1.24.

$$\mathbf{x} = \{3, 1, 3\}, \quad \mathbf{p} = \{2, 1, 0\}, \quad \mathbf{q} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 2, 1\}.$$

1.25.

$$\mathbf{x} = \{-1, 7, 0\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 3, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -1, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{2, -1, 0\}.$$

1.26.

$$\mathbf{x} = \{11, -1, 4\}, \quad \mathbf{p} = \{1, -1, 2\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 1, 1\}.$$

1.27.

$$\mathbf{x} = \{-13, 2, 18\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 1, 4\}, \quad \mathbf{q} = \{-3, 0, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{1, 2, -1\}.$$

1.28.

$$\mathbf{x} = \{0, -8, 9\}, \quad \mathbf{p} = \{0, -2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{3, 1, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{4, 0, 1\}.$$

1.29.

$$\mathbf{x} = \{8, -7, -13\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 1, 5\}, \quad \mathbf{q} = \{3, -1, 2\}, \quad \mathbf{r} = \{-1, 0, 1\}.$$

1.30.

$$\mathbf{x} = \{2, 7, 5\}, \quad \mathbf{p} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{1, -2, 0\}, \quad \mathbf{r} = \{0, 3, 1\}.$$

1.31.

$$\mathbf{x} = \{15, -20, -1\}, \quad \mathbf{p} = \{0, 2, 1\}, \quad \mathbf{q} = \{0, 1, -1\}, \quad \mathbf{r} = \{5, -3, 2\}.$$

Задача 2. Коллинеарны ли векторы \mathbf{c}_1 и \mathbf{c}_2 , построенные по векторам \mathbf{a} и \mathbf{b} ?

2.1. $\mathbf{a} = \{1, -2, 3\}, \quad \mathbf{b} = \{3, 0, -1\}, \quad \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} + 4\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - \mathbf{a}.$

2.2. $\mathbf{a} = \{1, 0, 1\}, \quad \mathbf{b} = \{-2, 3, 5\}, \quad \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}.$

2.3. $\mathbf{a} = \{-2, 4, 1\}, \quad \mathbf{b} = \{1, -2, 7\}, \quad \mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}.$

2.4. $\mathbf{a} = \{1, 2, -3\}, \quad \mathbf{b} = \{2, -1, -1\}, \quad \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} + 3\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 8\mathbf{a} - \mathbf{b}.$

2.5. $\mathbf{a} = \{3, 5, 4\}, \quad \mathbf{b} = \{5, 9, 7\}, \quad \mathbf{c}_1 = -2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$

2.6. $\mathbf{a} = \{1, 4, -2\}, \quad \mathbf{b} = \{1, 1, -1\}, \quad \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 4\mathbf{a} + 2\mathbf{b}.$

2.7. $\mathbf{a} = \{1, -2, 5\}, \quad \mathbf{b} = \{3, -1, 0\}, \quad \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$

2.8. $\mathbf{a} = \{3, 4, -1\}, \quad \mathbf{b} = \{2, -1, 1\}, \quad \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$

2.9. $\mathbf{a} = \{-2, -3, -2\}, \quad \mathbf{b} = \{1, 0, 5\}, \quad \mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} + 9\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = -\mathbf{a} - 3\mathbf{b}.$

- 2.10. $\mathbf{a} = \{-1, 4, 2\}$, $\mathbf{b} = \{3, -2, 6\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - 6\mathbf{a}$.
- 2.11. $\mathbf{a} = \{5, 0, -1\}$, $\mathbf{b} = \{7, 2, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - 6\mathbf{a}$.
- 2.12. $\mathbf{a} = \{0, 3, -2\}$, $\mathbf{b} = \{1, -2, 1\}$, $\mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$.
- 2.13. $\mathbf{a} = \{-2, 7, -1\}$, $\mathbf{b} = \{-3, 5, 2\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$.
- 2.14. $\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}$, $\mathbf{b} = \{1, -3, 4\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}$.
- 2.15. $\mathbf{a} = \{-1, 2, -1\}$, $\mathbf{b} = \{2, -7, 1\}$, $\mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}$.
- 2.16. $\mathbf{a} = \{7, 9, -2\}$, $\mathbf{b} = \{5, 4, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 4\mathbf{b} - \mathbf{a}$.
- 2.17. $\mathbf{a} = \{5, 0, -2\}$, $\mathbf{b} = \{6, 4, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 6\mathbf{b} - 10\mathbf{a}$.
- 2.18. $\mathbf{a} = \{8, 3, -1\}$, $\mathbf{b} = \{4, 1, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 2\mathbf{b} - 4\mathbf{a}$.
- 2.19. $\mathbf{a} = \{3, -1, 6\}$, $\mathbf{b} = \{5, 7, 10\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}$.
- 2.20. $\mathbf{a} = \{1, -2, 4\}$, $\mathbf{b} = \{7, 3, 5\}$, $\mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 2\mathbf{a}$.
- 2.21. $\mathbf{a} = \{3, 7, 0\}$, $\mathbf{b} = \{4, 6, -1\}$, $\mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 5\mathbf{a} - 7\mathbf{b}$.
- 2.22. $\mathbf{a} = \{2, -1, 4\}$, $\mathbf{b} = \{3, -7, -6\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$.
- 2.23. $\mathbf{a} = \{5, -1, -2\}$, $\mathbf{b} = \{6, 0, 7\}$, $\mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 4\mathbf{b} - 6\mathbf{a}$.
- 2.24. $\mathbf{a} = \{-9, 5, 3\}$, $\mathbf{b} = \{7, 1, -2\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$.
- 2.25. $\mathbf{a} = \{4, 2, 9\}$, $\mathbf{b} = \{0, -1, 3\}$, $\mathbf{c}_1 = 4\mathbf{b} - 3\mathbf{a}$, $\mathbf{c}_2 = 4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$.
- 2.26. $\mathbf{a} = \{2, -1, 6\}$, $\mathbf{b} = \{-1, 3, 8\}$, $\mathbf{c}_1 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 2\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$.
- 2.27. $\mathbf{a} = \{5, 0, 8\}$, $\mathbf{b} = \{-3, 1, 7\}$, $\mathbf{c}_1 = 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 12\mathbf{b} - 9\mathbf{a}$.

$$2.28. \mathbf{a} = \{-1, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{2, -1, 0\}, \mathbf{c}_1 = 6\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = \mathbf{b} - 3\mathbf{a}.$$

$$2.29. \mathbf{a} = \{4, 2, -7\}, \mathbf{b} = \{5, 0, -3\}, \mathbf{c}_1 = \mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 6\mathbf{b} - 2\mathbf{a}.$$

$$2.30. \mathbf{a} = \{2, 0, -5\}, \mathbf{b} = \{1, -3, 4\}, \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} - 5\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 5\mathbf{a} - 2\mathbf{b}.$$

$$2.31. \mathbf{a} = \{-1, 2, 8\}, \mathbf{b} = \{3, 7, -1\}, \mathbf{c}_1 = 4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \mathbf{c}_2 = 9\mathbf{b} - 12\mathbf{a}.$$

Задача 3. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

$$3.1. A(1, -2, 3), B(0, -1, 2), C(3, -4, 5).$$

$$3.2. A(0, -3, 6), B(-12, -3, -3), C(-9, -3, -6).$$

$$3.3. A(3, 3, -1), B(5, 5, -2), C(4, 1, 1).$$

$$3.4. A(-1, 2, -3), B(3, 4, -6), C(1, 1, -1).$$

$$3.5. A(-4, -2, 0), B(-1, -2, 4), C(3, -2, 1).$$

$$3.6. A(5, 3, -1), B(5, 2, 0), C(6, 4, -1).$$

$$3.7. A(-3, -7, -5), B(0, -1, -2), C(2, 3, 0).$$

$$3.8. A(2, -4, 6), B(0, -2, 4), C(6, -8, 10).$$

$$3.9. A(0, 1, -2), B(3, 1, 2), C(4, 1, 1).$$

$$3.10. A(3, 3, -1), B(1, 5, -2), C(4, 1, 1).$$

$$3.11. A(2, 1, -1), B(6, -1, -4), C(4, 2, 1).$$

$$3.12. A(-1, -2, 1), B(-4, -2, 5), C(-8, -2, 2).$$

$$3.13. A(6, 2, -3), B(6, 3, -2), C(7, 3, -3).$$

- 3.14. $A(0, 0, 4)$, $B(-3, -6, 1)$, $C(-5, -10, -1)$.
- 3.15. $A(2, -8, -1)$, $B(4, -6, 0)$, $C(-2, -5, -1)$.
- 3.16. $A(3, -6, 9)$, $B(0, -3, 6)$, $C(9, -12, 15)$.
- 3.17. $A(0, 2, -4)$, $B(8, 2, 2)$, $C(6, 2, 4)$.
- 3.18. $A(3, 3, -1)$, $B(5, 1, -2)$, $C(4, 1, 1)$.
- 3.19. $A(-4, 3, 0)$, $B(0, 1, 3)$, $C(-2, 4, -2)$.
- 3.20. $A(1, -1, 0)$, $B(-2, -1, 4)$, $C(8, -1, -1)$.
- 3.21. $A(7, 0, 2)$, $B(7, 1, 3)$, $C(8, -1, 2)$.
- 3.22. $A(2, 3, 2)$, $B(-1, -3, -1)$, $C(-3, -7, -3)$.
- 3.23. $A(2, 2, 7)$, $B(0, 0, 6)$, $C(-2, 5, 7)$.
- 3.24. $A(-1, 2, -3)$, $B(0, 1, -2)$, $C(-3, 4, -5)$.
- 3.25. $A(0, 3, -6)$, $B(9, 3, 6)$, $C(12, 3, 3)$.
- 3.26. $A(3, 3, -1)$, $B(5, 1, -2)$, $C(4, 1, -3)$.
- 3.27. $A(-2, 1, 1)$, $B(2, 3, -2)$, $C(0, 0, 3)$.
- 3.28. $A(1, 4, -1)$, $B(-2, 4, -5)$, $C(8, 4, 0)$.
- 3.29. $A(0, 1, 0)$, $B(0, 2, 1)$, $C(1, 2, 0)$.
- 3.30. $A(-4, 0, 4)$, $B(-1, 6, 7)$, $C(1, 10, 9)$.
- 3.31. $A(-2, 4, -6)$, $B(0, 2, -4)$, $C(-6, 8, -10)$.

Задача 4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах **a** и **b**.

4.1. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.

4.2. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

4.3. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1/5$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

4.4. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 5\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1/2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 5\pi/6$.

4.5. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4$.

4.6. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

4.7. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

4.8. $\mathbf{a} = 4\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 7$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

4.9. $\mathbf{a} = \mathbf{p} - 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.

4.10. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 7$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

4.11. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 10$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

4.12. $\mathbf{a} = 4\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 5$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.

4.13. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 6$, $|\mathbf{q}| = 7$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

4.14. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.

- 4.15. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.
- 4.16. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.
- 4.17. $\mathbf{a} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.
- 4.18. $\mathbf{a} = 7\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 1/2$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.
- 4.19. $\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.
- 4.20. $\mathbf{a} = 10\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 4$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/6$.
- 4.21. $\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 8$, $|\mathbf{q}| = 1/2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.
- 4.22. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{q} - \mathbf{p}$; $|\mathbf{p}| = 2,5$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.
- 4.23. $\mathbf{a} = 7\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4$.
- 4.24. $\mathbf{a} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 3$, $|\mathbf{q}| = 5$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 2\pi/3$.
- 4.25. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} + \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 7$, $|\mathbf{q}| = 2$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.
- 4.26. $\mathbf{a} = 5\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 5$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 5\pi/6$.
- 4.27. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 4\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 3\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/4$.
- 4.28. $\mathbf{a} = 6\mathbf{p} - \mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 5\mathbf{q} + \mathbf{p}$; $|\mathbf{p}| = 1/2$, $|\mathbf{q}| = 4$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 5\pi/6$.
- 4.29. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} + 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = \mathbf{p} - 2\mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 1$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/3$.
- 4.30. $\mathbf{a} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$, $\mathbf{b} = 5\mathbf{p} + \mathbf{q}$; $|\mathbf{p}| = 2$, $|\mathbf{q}| = 3$, $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = \pi/2$.

$$4.31. \mathbf{a} = 3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}, \mathbf{b} = 2\mathbf{p} - \mathbf{q}; |\mathbf{p}| = 4, |\mathbf{q}| = 3, (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) = 3\pi/4.$$

Задача 5. Компланарны ли векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{c} ?

$$5.1. \mathbf{a} = \{2, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{-1, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 2, 2\}.$$

$$5.2. \mathbf{a} = \{3, 2, 1\}, \mathbf{b} = \{2, 3, 4\}, \mathbf{c} = \{3, 1, -1\}.$$

$$5.3. \mathbf{a} = \{1, 5, 2\}, \mathbf{b} = \{-1, 1, -1\}, \mathbf{c} = \{1, 1, 1\}.$$

$$5.4. \mathbf{a} = \{1, -1, -3\}, \mathbf{b} = \{3, 2, 1\}, \mathbf{c} = \{2, 3, 4\}.$$

$$5.5. \mathbf{a} = \{3, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{1, -2, 1\}, \mathbf{c} = \{1, 1, 1\}.$$

$$5.6. \mathbf{a} = \{3, 1, -1\}, \mathbf{b} = \{-2, -1, 0\}, \mathbf{c} = \{5, 2, -1\}.$$

$$5.7. \mathbf{a} = \{4, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{1, -2, 1\}, \mathbf{c} = \{2, 2, 2\}.$$

$$5.8. \mathbf{a} = \{4, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{6, 7, 4\}, \mathbf{c} = \{2, 0, -1\}.$$

$$5.9. \mathbf{a} = \{3, 2, 1\}, \mathbf{b} = \{1, -3, -7\}, \mathbf{c} = \{1, 2, 3\}.$$

$$5.10. \mathbf{a} = \{3, 7, 2\}, \mathbf{b} = \{-2, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 2, 1\}.$$

$$5.11. \mathbf{a} = \{1, -2, 6\}, \mathbf{b} = \{1, 0, 1\}, \mathbf{c} = \{2, -6, 17\}.$$

$$5.12. \mathbf{a} = \{6, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

$$5.13. \mathbf{a} = \{7, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{4, 2, 4\}.$$

$$5.14. \mathbf{a} = \{2, 3, 2\}, \mathbf{b} = \{4, 7, 5\}, \mathbf{c} = \{2, 0, -1\}.$$

$$5.15. \mathbf{a} = \{5, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{4, 2, 4\}.$$

$$5.16. \mathbf{a} = \{3, 10, 5\}, \mathbf{b} = \{-2, -2, -3\}, \mathbf{c} = \{2, 4, 3\}.$$

$$5.17. \mathbf{a} = \{-2, -4, -3\}, \mathbf{b} = \{4, 3, 1\}, \mathbf{c} = \{6, 7, 4\}.$$

$$5.18. \mathbf{a} = \{3, 1, -1\}, \mathbf{b} = \{1, 0, -1\}, \mathbf{c} = \{8, 3, -2\}.$$

$$5.19. \mathbf{a} = \{4, 2, 2\}, \mathbf{b} = \{-3, -3, -3\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

$$5.20. \mathbf{a} = \{4, 1, 2\}, \mathbf{b} = \{9, 2, 5\}, \mathbf{c} = \{1, 1, -1\}.$$

$$5.21. \mathbf{a} = \{5, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{4, 3, 3\}, \mathbf{c} = \{9, 5, 8\}.$$

$$5.22. \mathbf{a} = \{3, 4, 2\}, \mathbf{b} = \{1, 1, 0\}, \mathbf{c} = \{8, 11, 6\}.$$

$$5.23. \mathbf{a} = \{4, -1, -6\}, \mathbf{b} = \{1, -3, -7\}, \mathbf{c} = \{2, -1, -4\}.$$

$$5.24. \mathbf{a} = \{3, 1, 0\}, \mathbf{b} = \{-5, -4, -5\}, \mathbf{c} = \{4, 2, 4\}.$$

$$5.25. \mathbf{a} = \{3, 0, 3\}, \mathbf{b} = \{8, 1, 6\}, \mathbf{c} = \{1, 1, -1\}.$$

$$5.26. \mathbf{a} = \{1, -1, 4\}, \mathbf{b} = \{1, 0, 3\}, \mathbf{c} = \{1, -3, 8\}.$$

$$5.27. \mathbf{a} = \{6, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-1, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{2, 1, 2\}.$$

$$5.28. \mathbf{a} = \{4, 1, 1\}, \mathbf{b} = \{-9, -4, -9\}, \mathbf{c} = \{6, 2, 6\}.$$

$$5.29. \mathbf{a} = \{-3, 3, 3\}, \mathbf{b} = \{-4, 7, 6\}, \mathbf{c} = \{3, 0, -1\}.$$

$$5.30. \mathbf{a} = \{-7, 10, -5\}, \mathbf{b} = \{0, -2, -1\}, \mathbf{c} = \{-2, 4, -1\}.$$

$$5.31. \mathbf{a} = \{7, 4, 6\}, \mathbf{b} = \{2, 1, 1\}, \mathbf{c} = \{19, 11, 17\}.$$

Задача 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках

A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

$$6.1. A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1), A_4(-4, 6, -3).$$

6.2.

$$A_1(-4, 2, 6), A_2(2, -3, 0), A_3(-10, 5, 8), A_4(-5, 2, -4).$$

6.3. $A_1(7, 2, 4), A_2(7, -1, -2), A_3(3, 3, 1), A_4(-4, 2, 1).$

6.4.

$$A_1(2, 1, 4), A_2(-1, 5, -2), A_3(-7, -3, 2), A_4(-6, -3, 6).$$

6.5.

$$A_1(-1, -5, 2), A_2(-6, 0, -3), A_3(3, 6, -3), A_4(-10, 6, 7).$$

6.6.

$$A_1(0, -1, -1), A_2(-2, 3, 5), A_3(1, -5, -9), A_4(-1, -6, 3).$$

6.7. $A_1(5, 2, 0), A_2(2, 5, 0), A_3(1, 2, 4), A_4(-1, 1, 1).$

6.8.

$$A_1(2, -1, -2), A_2(1, 2, 1), A_3(5, 0, -6), A_4(-10, 9, -7).$$

6.9.

$$A_1(-2, 0, -4), A_2(-1, 7, 1), A_3(4, -8, -4), A_4(1, -4, 6).$$

6.10.

$$A_1(14, 4, 5), A_2(-5, -3, 2), A_3(-2, -6, -3), A_4(-2, 2, -1).$$

6.11. $A_1(1, 2, 0), A_2(3, 0, -3), A_3(5, 2, 6), A_4(8, 4, -9).$

6.12.

$$A_1(2, -1, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(3, 2, 1), A_4(-4, 2, 5).$$

6.13.

$$A_1(1, 1, 2), A_2(-1, 1, 3), A_3(2, -2, 4), A_4(-1, 0, -2).$$

6.14. $A_1(2, 3, 1), A_2(4, 1, -2), A_3(6, 3, 7), A_4(7, 5, -3).$

6.15. $A_1(1, 1, -1), A_2(2, 3, 1), A_3(3, 2, 1), A_4(5, 9, -8).$

6.16.

$$A_1(1, 5, -7), A_2(-3, 6, 3), A_3(-2, 7, 3), A_4(-4, 8, -12).$$

6.17.

$$A_1(-3, 4, -7), A_2(1, 5, -4), A_3(-5, -2, 0), A_4(2, 5, 4).$$

6.18.

$$A_1(-1, 2, -3), A_2(4, -1, 0), A_3(2, 1, -2), A_4(3, 4, 5).$$

6.19.

$$A_1(4, -1, 3), A_2(-2, 1, 0), A_3(0, -5, 1), A_4(3, 2, -6).$$

6.20.

$$A_1(1, -1, 1), A_2(-2, 0, 3), A_3(2, 1, -1), A_4(2, -2, -4).$$

6.21. $A_1(1, 2, 0), A_2(1, -1, 2), A_3(0, 1, -1), A_4(-3, 0, 1).$

6.22. $A_1(1, 0, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(2, -2, 1), A_4(2, 1, 0).$

6.23.

$$A_1(1, 2, -3), A_2(1, 0, 1), A_3(-2, -1, 6), A_4(0, -5, -4).$$

6.24.

$$A_1(3, 10, -1), A_2(-2, 3, -5), A_3(-6, 0, -3), A_4(1, -1, 2).$$

6.25.

$$A_1(-1, 2, 4), A_2(-1, -2, -4), A_3(3, 0, -1), A_4(7, -3, 1).$$

6.26.

$$A_1(0, -3, 1), A_2(-4, 1, 2), A_3(2, -1, 5), A_4(3, 1, -4).$$

6.27. $A_1(1, 3, 0), A_2(4, -1, 2), A_3(3, 0, 1), A_4(-4, 3, 5).$

6.28.

$$A_1(-2, -1, -1), A_2(0, 3, 2), A_3(3, 1, -4), A_4(-4, 7, 3).$$

6.29.

$$A_1(-3, -5, 6), A_2(2, 1, -4), A_3(0, -3, -1), A_4(-5, 2, -8).$$

6.30.

$$A_1(2, -4, -3), A_2(5, -6, 0), A_3(-1, 3, -3), A_4(-10, -8, 7).$$

6.31. $A_1(1, -1, 2), A_2(2, 1, 2), A_3(1, 1, 4), A_4(6, -3, 8).$