МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»	«УТВЕРЖДАЮ»
Руководитель ОП	Заведующая (ий) кафедрой
д.ф.-м.н., профессор, академик РАН, Гузев М.А.	информатики, математического и компьютерного моделирования
	(название кафедры)
________________________	____________ Чеботарев А.Ю.
(подпись) (Ф.И.О. рук. ОП)	(подпись) (Ф.И.О. зав. каф.)
«9» июля 2018 г.	«9» июля 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (РПУД)
Математическая логика и теория алгоритмов

09.03.03 «Прикладная информатика»
Профиль: «Прикладная информатика в компьютерном дизайне»

Форма подготовки ***очная***

Школа естественных наук ДВФУ
Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования
Курс 2 семестр 4
лекции 36 (час.)
практические занятия -36(час.)
семинарские занятия - час.
лабораторные работы –час.
консультации
всего часов аудиторной нагрузки 72 (час.)
самостоятельная работа 36(час.)
реферативные работы (количество)
контрольные работы – 15(количество)
зачет - 4 семестр
экзамен - семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно установленного ДВФУ, принятого решением Ученого совета Дальневосточного федерального университета, протокол от 28.01.2016 № 01-16, и введенного в действие приказом ректора ДВФУ от 18.02.2016 № 12-13-235.
Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол №18 «9» июля 2018 г..
Заведующий кафедрой информатики, математического и компьютерного моделирования
А.Ю. Чеботарёв

Составитель старший преподаватель кафедры И.А. Курочкина

АННОТАЦИЯ

Программа по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» для направления ООП «09.03.03 – прикладная информатика».

Изучаемая дисциплина формирует у студентов положительную мотивацию на использование современных методов в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Изучаемая дисциплина формирует основные компетенции специалиста в области математической логики и теории алгоритмов.

УМКД, предназначенный для организации учебной работы по дисциплине, содержит основной теоретический материал, маршрутную схему изучения и путеводитель по темам дисциплины, задания для самостоятельной работы и рекомендации по их выполнению, описание контрольных работ с методическими указаниями, глоссарий, каталог образовательных ресурсов в сети Интернет, средства педагогического контроля.

Целью изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» является развитие теоретико-множественного, комбинаторного, и алгоритмического мышления. Привить навыки математического исследования социальных, технических, экономических и других проблем науки и производства, умение мыслить научными категориями в области науки, техники, экономики и социальной сферы.

Студент должен овладеть основными вычислительными навыками, необходимыми для решения задач исчисления высказываний,логики предикатов, машины Тьюринга, ознакомиться с современным языком математики; изучить основы исчисления высказываний, логики предикатов и машин Тьюринга и использовать эти знания при знакомстве с задачами математического и компьютерного моделирования. Применять полученные знания при изучении явлений природы и общества и исследовании простейших моделей с помощью методов математической логики и теории алгоритмов.

По результатам выполненных самостоятельно каждым студентом работ и активности студента на занятиях выставляется итоговая отметка.

При подготовке к практическим занятиям следует пользоваться настоящими указаниями, лекционным материалом, представленным студентам в электронном виде и рекомендуемой литературой.

Полученные навыкипо курсу«Математическая логика и теория алгоритмов» в дальнейшем будут использоваться при изучении таких дисциплин,какинформационные системы, программирование, информационное и компьютерное моделирование, экономика и управление производством.

ОПК-3 Способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	знает	принципы теорий, связанных с
	умеет	использовать базовые знания дисциплины в профессиональной деятельности
	владеет	навыками использования базовых знаний математической логикой и теорией алгоритмов

ПК-27 Способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	знает	теоретические системные основы математической логикой и теорией алгоритмов формализации проблемных ситуаций; принципы, методы математического моделирования; этапы формализации прикладных задач.
	умеет	проводить системный анализ прикладной области; применять математические методы для формализации и решения прикладных задач; строить модели экономических процессов, исследовать их и вырабатывать рекомендации по их практическому применению;
	владеет	использовать для анализа проблемной ситуации методы и принципы системного подхода, соответствующие методы измерений и оценки информационных ресурсов в конкретной предметной области; обрабатывать статистическую информацию.

Пояснительная записка

Программа учебного курса «Математическая логика и теория алгоритмов» разработана на основе требований государственного образовательного стандартапо соответствующей дисциплине.

Цель настоящего курса дать студентамтеоретическое представлениео математической логике и теории алгоритмов применительно кполучаемой ими квлификации.

Курс позволит студентам подготовитьсяк практическому использованию конкретных методов математической логики и теории алгоритмов, оценить их значение для математика и программистас точки зрения практических исследований.

Основными задачами курса выступают:

— освоениестудентами методованализа с помощью булевых функций, методов исчисления высказываний, логики предикатов, теории алгоритмов;

— повышение уровня математической культуры;

— формирование базовых навыков самостоятельной практической работыс программными продуктами и информационными сервисами при знакомстве с задачами машин Тьюринга;

— знакомство студентов с общими принципами работы машины Тьюринга;

— приобретение базы, необходимой для дальнейшего изучения специальных дисциплин.

Преподавание дисциплины связано с курсами математического анализа, геометрии, функционального анализа, дифференциальных уравнений, информатики, прикладными дисциплинами.

Знать:

основные понятия теории математической логики и теории алгоритмов.

Уметь:

- формировать и реализовывать программы и технологии, направленные на решение прикладных и информационных задач;
- применять методы математической логики и дискретной математики при решении задач и проблем науки и производства;
- ориентироваться в справочной научной литературе;

- приобретать новые прикладные знания, используя современные методы математической логики;
- использовать математическую логику для формирования суждений по профессиональным проблемам.

Владеть:

- приемами комплексногопрофессионального воздействия на уровень развития и функционирования познавательной и мотивационно-волевой сферы, самосознания, способностей, функциональных состояний;
- приемами пропаганды математических знанийс целью повышения уровня математической культуры общества

Данный курс предполагает значительный объем самостоятельной работы студентов, особенностью которой является поиск и использование необходимой для выполнения заданий практического практикума информации, найденной в ресурсах глобальной компьютерной сети Интернет.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Исчисление высказываний

1. **Исчисление высказываний- аксиоматическая логическая система.** Общий обзор курса. Анализ специфики задач, требующих от обучаемых использования аппарата математической логики. Понятие формулы исчисления высказываний. Система аксиом исчисления высказываний. Правила вывода. Определение доказуемой формулы. Получение доказуемых формул.
2. **Производные правила вывода.**

   Правило одновременной подстановки. Правило сложного заключения. Правило силлогизма. Правило контрпозиции. Правило снятия двойного отрицания.
3. **Понятие выводимости формулы из совокупности формул.**

   Определение формулы, выводимой из совокупности. Пример вывода формулы из совокупности. Понятие вывода. Правила выводимости.
4. **Правила выводимости.**

   Теорема индукции. Обобщенная теорема индукции. Правило введения конъюнкции. Правило введения дизъюнкции.
5. **Доказательство законов логики.**

   Закон перестановки посылок. Закон соединения посылок. Закон разъединения посылок. Закон исключенного третьего. Законы де Моргана.
6. **Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний.**
7. **Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.**

   Проблемы разрешимости, непротиворечивости, полноты и независимости.

Логика предикатов

8. **Основные понятия, связанные с предикатами.**

   Понятие предиката. Классификация предикатов. Множество истинности предиката. Равносильность и следование предикатов.
9. **Логические операции над предикатами.**

   Отрицание предиката. Конъюнкция двух предикатов. Дизъюнкция двух предикатов. Импликация и эквиваленция двух предикатов. Свойства операций.
10. **Кванторные операции над предикатами.**

    Квантор общности. Квантор существования. Численные кванторы. Ограниченные кванторы.
11. **Формулы логики предикатов.**

    Определение формулы логики предикатов. Классификация формул логики предикатов. Тавтологии логики предикатов. Законы де Моргана для кванторов.

Законы пронесния кванторов через конъюнкцию и дизъюнкцию. Законы пронесния кванторов через импликацию. Законы удаления квантора общности и введения квантора существования.Законы коммутативности для кванторов.

12. Равносильные преобразования формул.

Понятие равносильности формул. Приведенная форма для формул логики предикатов.

Предваренная нормальная форма для формул логики предикатов.

13. Проблемы разрешения для общезначимостии и выполнимости формул.

14. Применение логики предикатов в математике.

Логика предикатов и алгебра множеств. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений. Построение противоположных утверждений. Прямая, обратная и противоположная теоремы.

Алгоритмы. Машины Тьюринга.

15. Понятие алгоритма.

Свойства алгоритма. Разрешимые и перечислимые множества. Вычислимые функции.

16. Машины Тьюринга

Устройство машины Тьюринга. Программа машины Тьюринга. Реализация алгоритма в машине Тьюринга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герасимов, А.С. Курс математической логики и теории вычислимости [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.С. Герасимов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 416 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/50159. — Загл. с экрана.
2. Лихтарников, Л.М. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.М. Лихтарников, Т.Г. Сукачева. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/231. — Загл. с экрана.
3. Синюк В.Г. Алгоритмы и структуры данных [Электронный ресурс] : лабораторный практикум. Учебное пособие / В.Г. Синюк, Ю.Д. Рязанов. — Электрон. текстовые данные. — Белгород: Белгородский государственный технологический

университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2013. — 204 c. — 978-5-361-00194-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28363.html

4.
5. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М. : Физматлит, 2005, 416 с.
6. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.– М. : Физматлит, 2004, 384 с.
7. Лихтарников Л. М., Сукачева Т. Г. Математическая логика: курс лекций : задачник-практикум и решения. – СПб. : Лань, 2009, 288 с.
8. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2004. – 336 с.
9. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Академия, 2007. - 304 с.
10. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. – М.: КомКнига, 2006. - 240 с.
11. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. – СПб.: Лань, 1999. - 288 с.
12. Тимофеева И.Л. Математическая логика в вопросах и задачах. Учебное пособие для студентов математических факультетов педвузов. – М.: Прометей, 2002. - 112 с.
13. Тимофеева И.Л. Математическая логика. Курс лекций. Часть 1. – М.: Прометей, 2003. - 144 с.
14. Тимофеева И.Л. Математическая логика. Курс лекций. Часть 2. – М.: Прометей, 2003. - 164 с.
15. http://window.edu.ru/resource/271/75271Дурнев, В.Г. Элементы теории алгоритмов: учебное пособие / В.Г. Дурнев; Яросл. гос. ун-т. - Ярославль: ЯрГУ, 2008. - 248 с.
16. http://window.edu.ru/resource/345/27345Моисеев В.И. Математическая логика: Учебные материалы. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 1999.
17. http://www.telesys.pfu.edu.ru/Зарипова Э.Р., Кокотчикова М.Г., Севастьянов Л.А. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие. Математическая логика. - М.: РУДН, 2011. - 79 с.

Дополнительная литература

18. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов.– Саратов: Издательство Саратовского университета,1991.

19. Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. – М.: Просвещение, 1986.
20. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – 5-е изд. – М. : Физматлит, 2004, 256 с.

5. Найти области истинности предикатов:

1) $\frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+2}=0;$
2) $\sqrt{x^2-1}=-3;$
3) $\begin{cases} x^2-13x+4 \geq 0 \\ 2x^2+x-30<0 \end{cases};$
4) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x-3}=0.$
5) $\frac{(x^2-9)(x-2)}{x^2+2x-3} \geq 0$
6) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-10+20}<0$
7) $\frac{x+1}{1-x}+\frac{x-1}{x}<2$
8) $\frac{x^4-3x^2+2x^2}{x^3-5x^2}<2$
9) $\frac{2x^2-7x+8}{x^2+2}>1$
10) $\frac{3x^2+10x+3}{(3-x)^2(4-x)^2}$
11) $\frac{(1-2x)^3(3-2x)^4}{(2x-5)^5}$
12) $\begin{cases} x^2+3x+2>0 \\ \frac{x}{x+1} \leq 0 \end{cases}$
13) $\begin{cases} 4x^2>1 \\ -2x^2+5x-3>0 \end{cases}$
14) $\begin{cases} x^2-x-6 \geq 0 \\ x^2-4x<0 \end{cases}$
15) $\begin{cases} x^2 \leq 4 \\ x^2-4x<0 \end{cases}$
16) $\begin{cases} \frac{2x-3}{x^2-x+2}>0 \\ x^2-14x+45<0 \\ x^2-11x+30>0 \end{cases}$
17) $\begin{cases} x^2+2x-3 \geq 0 \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases}$
18) $\begin{cases} 3x^2-4x+1>0 \\ 3x^2-5x+2 \leq 0 \end{cases}$
19) $\sqrt{2x-3}>x$
20) $\sqrt{4x+5}<x$
21) $\sqrt{5-2x}<6x-1$
22) $\sqrt{x+18}<2+x$
23) $\sqrt{2x-x^2}<5-x$
24) $\sqrt{x^2+3x+2}<2x+1$
25) $\sqrt{(x+4)(x+3)}>6-x$
26) $|x^2+2x| \geq 3$
27) $|2x^2+5x-4|<3$
28) $x^2-5|x|+6<0$
29) $x^2-|x|-12 \geq 0$
30) $7|x|-x^2-12 \geq 0$

6. Изобразите на декартовой плоскости области истинности предикатов:

1) $x+y=1;$
2) $x+3y=3;$
3) $x-y^2 \geq 0;$
4) $\sin x=\sin y;$
5) $(x-2)^2+(y+3)^2=0;$
6) $lgx=lgy.$
7) $|y|=2-x$
8) $|y+1|=2-x$
9) $|y|=3x-4$
10) $|y-2|=3x-4$
11) $|y+x|=3$
12) $|y-x|=x$
13) $(y-2)^2+(x+1)^2=1$
14) $(y+2)^2+(x-1)^2=0$
15) $|y|=9-x^2$
16) $|y|=x^2-4x$
17) $y>3|x|-2$
18) $|y|>3x-2$

19) $y \leq |3x-2|$

20) $|x| + |y| \leq 3$

21) $|y| + |x| \geq 2$

22) $xy \leq 2$

7. На множестве *M* = {1, 2, 3, …, 20} заданы предикаты:

A **(*x*): «*x* не делится на 5»;**

***B*(*x*): «*x* - четное число»;**

***C*(*x*): «*x* - число простое»;**

***D*(*x*): «*x*кратно 3».**

Найдите множества истинности следующих предикатов:

1) $A(x) \& B(x)$;
2) $C(x) \& B(x)$;
3) $C(x) \& D(x)$;
4) $B(x) \& D(x)$;
5) $\overline{B(x)} \& D(x)$
6) $A(x) \& \overline{D(x)}$;
7) $\overline{B(x)} \& \overline{D(x)}$
8) $A(x) \& B(x) \& D(x)$;
9) $A(x) \vee B(x)$
10) $B(x) \vee C(x)$;
11) $C(x) \vee D(x)$;
12) $B(x) \vee D(x)$;
13) $\overline{B(x)} \vee D(x)$
14) $B(x) \vee \overline{D(x)}$;
15) $A(x) \vee B(x) \vee D(x)$
16) $C(x) \rightarrow A(x)$;
17) $D(x) \rightarrow \overline{C(x)}$;
18) $A(x) \rightarrow B(x)$;
19) $(A(x)\ \& C(x)) \rightarrow \overline{D(x)}$.
20) $(A(x) \& D(x)) \rightarrow \overline{C(x)}$.

8. **Изобразите на диаграммах Эйлера-Венна области истинности для следующих предикатов:**

1) $\overline{P(x)}$;&$\overline{Q(x)}$;);
2) $\overline{P(x)} \leftrightarrow \overline{Q(x)}$;
3) $(P(x) \ \rightarrow Q(x)) \vee R(x) \ \& \overline{Q(x)})$;
4) $P(x) \rightarrow \left(Q(x) \vee \overline{Q(x)}\right)$;
5) $P(x) \ \& Q(x) \rightarrow \overline{R(x)}$.

9. **Изобразите на координатной плоскости области истинности предикатов:**

1) $\overline{x > 2}$& (x<y);
2) $(x \leq \text{y}) \vee (|x| \leq 1)$;
3) $(x \geq 3) \rightarrow (\text{y} < 5)$;
4) $\big((x > 2)\&(\text{y} \geq 1)\big)\&\big((x < -1) \vee (\text{y} < -2)\big)$
5) $\big((x > 2) \vee (\text{y} > 1)\big)\&\big((x < -1) \vee (\text{y} < -2)\big)$

10. **Записать предикаты, полученные в результате логических операций над предикатами $P(x)$,$Q(x)$, $R(x)$, области истинности которых заштрихованы на следующих рисунках:**

11. **Установить, какие из следующих высказываний истинны, а какие ложны, при условии, что область определения предикатов *M* совпадает с *R*:**

1) $\exists x(\text{c} + 5 = x + 3)$;
2) $x\left(x^2 \ + x + \frac{1}{2} = 0\right)$;
3) $\forall x(x^2 \ + x + 1 > 0)$;
4) $\forall x(x^2 - 5x + 6 \geq 0)$;
5) $\exists x \ ((x^2 - 5x + 6 \geq 0) \ \& \ (x^2 - 2x + 1 > 0))$;
6) $\exists x((x^2 - 5x + 6 \geq 0) \ \& \ (x^2 - 6x + 8 \leq 0))$;
7) $\exists x\big((x^2 - 6x + 8 \geq 0) \vee (x^2 - 6x + 8 < 0)\big)$;
8) $\exists x\big((x \in \{2{,}5\}) \rightarrow (x^2 - 6x + 8 = 0)\big)$
9) $\forall x\big((x \in \{3{,}5\}) \rightarrow \ (x^2 - 6x + 8 < 0)\big)$

12. **Приведите примеры таких значений *a*, для которых данное высказывание: а) истинно; б) ложно.(*M*=*R*).**

1) $\exists x < 0 \ (x^2 + \ ax + a = 0)$;
2) $\forall x \in [0, 1](x^2 + \ x + a < 0)$;
3) $\forall x > 7 \ (x^2 + \ ax + 1 > 0)$;

4) $\exists x \in [a, a+1](x^2 - x - 2 < 0)$

13. Укажите, какие из следующих выражений являются формулами логики предикатов. В каждой формуле выделите свободные и связанные переменные:

14. Даны утверждения

***A*(*n*): « число n делится на 3 »,**

***B*(*n*): « число n делится на 2 »,**

***C*(n): « число n делится на 4 »,**

***D*(*n*): « число n делится на 6 »,**

***E*(*n*): « число *n* делится на 12 ».**

Укажите, какие из следующих утверждений истинны, какие ложны:

1) $\forall n(A(n)\&B(n) \to E(n))$;
2) $\forall n(B(n)\& D(n) \to E(n))$;
3) $\forall n(C(n)\&\mathrm{D}(n) \to E(n))$;
4) $\forall n(E(n) \to \mathrm{C}(n)\&D(n))$;
5) $\forall n\ (\overline{E(n)} \to \mathrm{B}(n)\ \&D(n))$;
6) $\exists n\ (B(n)\&\mathrm{C}(n)\ \ \to \overline{D(n)})$;
7) $\forall n\ (\overline{A(n)} \to \overline{E(n)})$.

15. Пусть предикат *P*(x,y) определен на множестве *M* = *N*×*N* и означает «*x*<*y*».

1) Какие из следующих предикатов тождественно истинные и какие тождественно ложные:
   a) $\exists x P(x, y)$
   b) $\forall x P(x, y)$
   c) $\exists \mathrm{y}\ P(x, y)$
   d) $\forall y P(x, y)$
2) Для тех предикатов из 1), которые не являются ни тождественно истинными, ни тождественно ложными, указать область истинности и область ложности.
3) Какие из следующих предложений истинны и какие ложны:
   a) $\exists x \forall y P(x, y)$
   b) $\forall x \exists y P(x, y)$
   c) $\forall y \exists x P(x, y)$
   d) $\forall x \forall y\ P(x, y)$
   e)) $\forall y \forall x P(x, y)$
   f) $\exists y \forall x\ P(x, y)$
   g) $\exists x \exists y P(x, y)$

h) $\exists y \exists x\, P(x,y)$

16. Показать, что кванторы общности и существования не перестановочны, то-есть высказывания $\forall x \exists y F(x,y)$ и $\exists y \forall x\, F(x,y)$ могут, вообще говоря, иметь различные значения.

17. Среди следующих пар предикатов выберите те, в которых предикаты являются отрицаниями друг друга:

1) «$a<b$» и «$b<a$»;
2) «Треугольник *ABC* прямоугольный» и «Треугольник *ABC* тупоугольный»;
3) «Целое число k четно» и «Целое число kнечетно»;
4)) «Функцияf нечетна» и «Функция f четна»;
5) «Натуральное число n – простое» и «Натуральное число n – составное»

18. Доказать следующие равносильности:

1) $\forall x A(x) \equiv \overline{\exists x\, \overline{A(x)}}$
2) $\exists x A(x) \equiv \overline{\forall x \overline{A(x)}}$
3) $c\& \forall x A(x) \equiv \forall x\big(c\&A(x)\big)$
4) $c\vee \forall x A(x) \equiv \forall x(c\vee A(x))$
5) $\exists x\big(A(x)\vee B(x)\big) \equiv \exists x A(x)\vee \exists x B(x)$
6) $\exists x\big(c\vee A(x)\big) \equiv c\vee \exists x A(x)$
7) $\exists x\big(c\&A(x)\big) \equiv c\& \exists x A(x)$
8) $\exists x A(x)\& \exists y B(y) \equiv \exists x \exists y\big(A(x)\&B(y)\big)$
9) $\forall x(A(x) \to c) \equiv \exists x A(x) \to c$
10) $\exists x\big(c \to A(x)\big) \equiv c \to \exists x A(x)$
11) $\exists x(A(x) \to c) \equiv \forall x A(x) \to c$

19. Найти отрицания следующих формул:

1) $\exists x\big(A(x)\&B(x)\&C(x)\big)$
2) $\forall x\big(A(x) \to \forall y B(y)\big)$
3) $\forall x(A(x) \vee \exists y B(y))$
4) $\forall x\big(A(x) \to B(x)\big)\&\exists x(S(x)\&\overline{R(x)})$
5) $\exists x\big(R(x) \leftrightarrow Q(x)\big)$
6) $\forall x \exists y \forall z\big(P(x,y,z) \to Q(x,y,z)\big)$

20. Пусть $A(x)$ и $B(x)$ – любые предикаты. Какие из следующих формул равносильны формуле $A(x) \to \overline{B(x)}$(*)?

1) $A(x) \vee B(x)$

2) $\overline{A(x)} \vee \overline{B(x)}$;

3) $\overline{A(x)} \to B(x)$;

4) $\overline{B(x)} \to A(x)$;

5) $\overline{\overline{A(x)} \& B(x)}$;

6) $\overline{A(x) \& \overline{B(x)}}$;

7) $B(x) \to \overline{A(x)}$.

21. Доказать, что для любой формулы логики предикатов можно построить ей равносильную формулу, не содержащую:

1) кванторов существования;

2) кванторов общности.

22. Доказать, что формулы $\exists x\big(P(x) \& \, Q(x)\big)$ и $\exists x \, P(x) \& \, \exists x \, Q(x)$ не равносильны.

23. Доказать, что формулы $\forall x \, \big(P(x) \, \vee \, Q(x)\big)$ и $\forall x \, P(x) \, \vee \, \forall x \, Q(x)$ не равносильны.

24. Доказать что:

1) $\exists x \forall y\big(F(x) \& \, G(y)\big) \equiv \, \forall y \exists x\big(F(x) \& \, G(y)\big)$;

2) $\exists x \forall y\big(F(x) \, \vee \, G(y)\big) \equiv \, \forall y \exists x\big(F(x) \, \vee \, G(y)\big)$;

3) **Можно ли в 1) и 2) заменить $F(x)$и$G(y)$ двухместными предикатами, зависящими от x и y?**

25. Пусть $A(x)$ и $B(x)$ два одноместных предиката, определенных на множестве M таких, что высказывание $\exists x \left(A(x) \to \left(\overline{A(x)} \, \vee \, \overline{\left(\overline{B(x)} \to A(x) \right)} \right) \right)$ истинно.

Доказать, что высказывание $\forall x A(x)$ ложно.

26. Даны два предиката $Q(x, \, y)$ и $R(y, \, z)$, определенные на множестве $M \times M$, где $M = \{a, b, c\}$. Для следующих предложений записать их выражения без использования кванторных операций:

1) $\exists x Q(x, y) \& \forall z \, R(y, z)$

2) $\forall x \exists y\big(Q(x, y) \, \vee \, R(y, z)\big)$

3) $\forall x \exists y Q(x, y) \to \exists y \forall x \, R(x, y)$

4) $\forall x \forall y Q(x, y) \leftrightarrow \forall y \forall x R(x, y)$

27. Каким условиям будут удовлетворять области истинности предикатов $A(x)$ и $B(x)$, определенных на множествеM, если истинны высказывания:

1) $\forall x\big(A(x) \, \to \, B(x)\big) \& \, \exists x \left(\overline{A(x)} \& B(x) \right)$;

2) $\overline{\exists x\big(A(x)\& B(x)\big)}\&\Big(\forall x\big(A(x) \to B(x)\big)\Big)$;

3) $\exists x\big(A(x)\& B(x)\big) \to \Big(\forall x\big(A(x) \to B(x)\big)\Big)$?

28. Выполнимы ли следующие формулы:

1) $F \equiv \exists x P(x)$

2) $F \equiv \forall x P(x)$

29. Можно ли привести пример формулы $A(x)$, **такой, что выполнима формула:**

1) $F \equiv \overline{\forall x\, A(x) \to A(t)}$;

2) $F \equiv \overline{A(t) \to \forall x\, A(x)}$.

30. Доказать, что формула

$$\exists x\big(P(x)\&(r \to Q(x))\big) \to \big(\forall x\big(P(x) \to \overline{Q(x)}\big) \to \overline{r}\big)$$

является общезначимой.

31. Какие из нижеприведенных формул являются общезначимыми:

1) $\exists x\big(P_1(x)\&P_2(x)\big) \to \big(\exists x P_1(x)\& \exists x P_2(x)\big)$;

2) $\exists x\big(P_1(x)\&P_2(x)\big) \leftrightarrow \big(\exists x P_1(x)\& \exists x P_2(x)\big)$;

3) $\big(\forall x P_1(x) \vee \exists x P_2(x)\big) \to \forall x\big(P_1(x) \vee P_2(x)\big)$;

4) $\big(\forall x P_1(x) \vee \exists x P_2(x)\big) \leftrightarrow \forall x\big(P_1(x) \vee P_2(x)\big)$

32. Доказать тождественную ложность формулы

$\exists x \exists y \Big((F(x) \to F(y))\&\big(F(x) \to \overline{F(y)}\big)\&F(x)\Big)$.

33. Привести к приведенной нормальной форме следующие формулы логики предикатов:

1) $F \equiv \exists x \forall y P(x,y) \to \exists x \forall y Q(x,y)$;

2) $F \equiv \exists x \forall y P(x,y) \vee \exists x \forall y Q(x,y)$;

3) $F \equiv \exists x \forall y P(x,y)\& \exists x \forall y Q(x,y)$;

4) $F \equiv \forall x \big(A(x) \to \exists y B(y)\big)$;

5) $F \equiv \overline{\forall x \exists y\big(A(x) \leftrightarrow \exists y A(y)\big)}$;

6) $F \equiv \overline{p \to \exists x\, R(x)}$;

7) $F \equiv \overline{\forall x\, R(x)} \vee \exists x Q(x,y)$;

8) $F \equiv \overline{\exists x \forall y \exists z\, \forall u P(x,y,z,u)}$.