МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО» Руководитель образовательной программы	«УТВЕРЖДАЮ» Заведующий кафедрой математических методов в экономике
_____________ А.С. Величко	_____________ А.С. Величко
«15» июля 2017 г.	«15» июля 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Математическая теория управления
Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
профиль «Математические методы в экономике»
Форма подготовки очная

курс 4 семестр 7, 8
лекции 48 час.
практические занятия 60 час.
лабораторные работы 0 час.
в том числе с использованием МАО лек. 0 час. / пр. 0 час. / лаб. 0 час.
всего часов аудиторной нагрузки 108 час.
в том числе с использованием МАО 0 час.
самостоятельная работа 72 час.
в том числе на подготовку к экзамену 27 час.
контрольные работы (количество) не предусмотрены
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены
зачет 7 семестр
экзамен 8 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта по направлению 01.03.04 «Прикладная математика», самостоятельно устанавливаемого ДВФУ, утвержденного приказом ректора от 18.02.2016 № 12-13-235

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математических методов в экономике, протокол №16 от «15» июля 2017 г.

Заведующий кафедрой математических методов в экономике, к.ф.-м.н., доцент А.С. Величко

Составитель:
доцент кафедры математических методов в экономике к.ф.-м.н., доцент Д.В. Долгий

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Математическая теория управления» предназначена для студентов направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика», профиль «Математические методы в экономике».

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 5 зачетных единицах (180 часов). Дисциплина реализуется на 4 курсе в 7-м и 8-м семестрах. Дисциплина входит в обязательные дисциплины базовой части блока «Дисциплины (модули)».

Особенности построения курса: лекции (48 часов), практические занятия (60 часов), самостоятельная работа (45 часов), подготовка к экзамену (27 часов).

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов: введение понятия математической модели управляемого объекта, классификация задач оптимального управления, решение проблем управляемости, идентификации, наблюдаемости, существования решений задачи оптимального управления, необходимых и достаточных условий оптимальных решений различных типов задач оптимального управления.

Цель - на основе актуальной научной литературы в области теории оптимального управления изучить современные разработки в данном направлении и научиться ставить и решать проблемы управления сложных динамических объектов привлекая передовые математические методы.

Задачи:

- развитие способности знать разнообразие задач оптимального управления, средства и методы решения различных прикладных проблем;
- развитие способности уметь применять инструментарий для решения задач оптимального управления;
- развитие способности владеть методами и средствами оптимального управления для решения соответствующих задач.

Для успешного изучения дисциплины «Математическая теория управления» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- способностью и готовностью применять методы алгебры и начал анализа по темам: решение систем линейных уравнений, построение графиков функций, преобразования функций и их графическое отображение, вычисление производных.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	**Этапы формирования компетенции**	
ПК-9 - способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	Знает	базовые понятия и основные технические приемы матричной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа и интегрального исчисления, теории дифференциальный уравнений, методов оптимизации
	Умеет	решать широкого класса задачи из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач
	Владеет	стандартными методами алгебры, математического анализа и теории дифференциальных уравнений и их применением к решению прикладных задач
ПК-10 - готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов	Знает	математический аппарат необходимый для решения задач оптимального управления
	Умеет	применять соответствующую процессу математическую модель оптимального управления и проверять ее адекватность
	Владеет	навыками анализа результатов модели оптимального управления, принятия решений на основе полученных результатов
ПК-12 - способность самостоятельно изучать новые разделы	Знает	основы линейной алгебры и аналитической геометрии, необходимые для успешного изучения математических дисциплин, решения

фундаментальных наук		экономических задач
	Умеет	применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений для решения математических задач, для построения и анализа моделей в экономике
	Владеет	навыками применения современного математического инструментария для решения задач экономики; методикой построения, анализа и применения математических моделей в экономике

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Модуль 1. (36 часов)

Тема 1. Множество достижимости (4 часа)

Множество достижимости, формула Коши, свойства фундаментальной матрицы.

Определение множества достижимости.

Ограниченность и выпуклость, замкнутость, непрерывность.

Экстремальный принцип, применение экстремального принципа.

Тема 2. Управляемость линейных систем (8 часов)

Управляемость линейных систем, точечная управляемость.

Анализ критерия точечной управляемости, вспомогательная лемма, теорема Калмана.

Управление с минимальной нормой, построение управления с минимальной нормой.

Полная управляемость линейной системы, синтез управления с минимальной нормой.

Теорема Красовского, полная управляемость стационарной системы.

Геометрия неуправляемой системы, преобразование неуправляемой системы, управляемость преобразованной системы.

Тема 3. Двухточечная задача быстродействия (6 часов)

Двухточечная задача быстродействия, постановка задачи, существование решения задачи быстродействия.

Критерий оптимальности

Принцип максимума для задачи быстродействия, стационарная задача быстродействия.

Тема 4. Синтез оптимальной по быстродействию системы (6 часов).

Синтез оптимальной по быстродействию системы.

Общая схема применения принципа максимума.

Управление ускорением материальной точки.

Понятие синтеза оптимального управления.

Тема 5. Проблема наблюдаемости (6 часов).

Проблема наблюдаемости, постановка задачи, критерий наблюдаемости.

Наблюдение в однородной системе, наблюдение в неоднородной системе, наблюдение начального состояния.

Связь между управляемостью и наблюдаемостью, полная наблюдаемость стационарной системы.

Тема 6. Проблема идентификации (6 часов)

Проблема идентификации, постановка задачи.

Критерий идентифицируемости, восстановление вектора параметров.

Критерий полной идентифицируемости стационарной системы.

Модуль 2. (12 часов)

Раздел I. Типы задач оптимального управления. Малые приращения траектории. (4 часа)

Тема 1. Типы задач оптимального управления (2 часа).

Общая характеристика, целевые функционалы, ограничения на концы траектории, простейшая задача, двухточечная задача быстродействия, стандартная задача, задача с промежуточными состояниями .

Тема 2. Оценка приращения траектории (2 часа).

Малые приращения траектории, постановка вопроса, , представление малых приращений траектории, связь концов траекторий.

Раздел II. Простейшая задача оптимального управления. (4 часа)

Тема 3. Простейшая задача оптимального управления (4 часа).

Простейшая задача оптимального управления, формула приращения функционала, принцип максимума для простейшей задачи, краевая задача принципа максимума, непрерывность гамильтониана, достаточность принципа максимума, применение принципа максимума в линейной задаче, решение примера «груз-пружина».

Раздел III. Стандартная задача оптимального управления. (4 часа)

Тема 4. Стандартная задача оптимального управления (4 часа).

Стандартная задача оптимального управления, формула приращения функционала, вариация процесса, необходимые условия оптимальности, правило множителей Лагранжа, универсальные множители Лагранжа, принцип максимума для стандартной задачи, достаточность принципа максимума, принцип максимума для задачи быстродействия, принцип максимума и уравнение Эйлера-Лагранжа, принцип максимума и оптимальность процесса.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (60 часов)

Модуль 1. (36 часов)

Занятие 1. Множество достижимости (4 часа)

1. Множество достижимости, формула Коши, свойства фундаментальной матрицы.

2. Определение множества достижимости.

3. Ограниченность и выпуклость, замкнутость, непрерывность.

4. Экстремальный принцип, применение экстремального принципа.

Занятие 2. Управляемость линейных систем (8 часов)

1. Управляемость линейных систем, точечная управляемость.

2 Анализ критерия точечной управляемости, вспомогательная лемма, теорема Калмана.

3. Управление с минимальной нормой, построение управления с минимальной нормой.

4. Полная управляемость линейной системы, синтез управления с минимальной нормой.

5. Теорема Красовского, полная управляемость стационарной системы.

6. Геометрия неуправляемой системы, преобразование неуправляемой системы, управляемость преобразованной системы.

Занятие 3. Двухточечная задача быстродействия (6 часов)

1. Двухточечная задача быстродействия, постановка задачи, существование решения задачи быстродействия.

2. Критерий оптимальности

3. Принцип максимума для задачи быстродействия, стационарная задача быстродействия.

Занятие 4. Синтез оптимальной по быстродействию системы (6 часов).

1. Синтез оптимальной по быстродействию системы.

2. Общая схема применения принципа максимума.

3. Управление ускорением материальной точки.

4. Понятие синтеза оптимального управления.

Занятие 5. Проблема наблюдаемости (6 часов).

1. Проблема наблюдаемости, постановка задачи, критерий наблюдаемости.

2. Наблюдение в однородной системе, наблюдение в неоднородной системе, наблюдение начального состояния.

3. Связь между управляемостью и наблюдаемостью, полная наблюдаемость стационарной системы.

Занятие 6. Проблема идентификации (6 часов)

1. Проблема идентификации, постановка задачи.

2. Критерий идентифицируемости, восстановление вектора параметров.

3. Критерий полной идентифицируемости стационарной системы.

Модуль 2. (24 часа)

Занятие 7. Простейшая задача оптимального управления (10 часов)

1. Простейшая задача оптимального управления, принцип максимума для простейшей задачи.

2. Краевая задача принципа максимума, достаточность принципа максимума.

3. Применение принципа максимума в линейной задаче.

Занятие 8. Стандартная задача оптимального управления (14 часов)

1. Стандартная задача оптимального управления, необходимые условия оптимальности.

2. Принцип максимума для стандартной задачи, достаточность принципа максимума.

3. Принцип максимума для задачи быстродействия, принцип максимума и уравнение Эйлера-Лагранжа.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математическая теория управления» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

Контролируемые разделы дисциплины, этапы формирования компетенций, виды оценочных средств, зачетно-экзаменационные материалы, комплекты оценочных средств для текущей аттестации, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

(электронные и печатные издания)

1. Кочегурова Е.А. Теория и методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Кочегурова Е.А. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2013. — 134 c. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/34723

2. Машунин Ю.К. Теория управления. Математический аппарат управления в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие/

Машунин Ю.К. — Электрон. текстовые данные. — М.: Логос, 2013. — 448 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16954

3. Охорзин В. А., Сафонов К. В. Теория управления: учебник для вузов. Санкт-Петербург: Лань, 2014. 223 с.

Дополнительная литература

(электронные и печатные издания)

1. Деменков Н.П. Вычислительные аспекты решения задач оптимального управления [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Деменков Н.П. — Электрон. текстовые данные. — М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2007. — 171 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/30953.

2. Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лагоша Б.А. — Электрон. текстовые данные. — М.: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. — 133 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/10731.

3. Коробко В.И. Теория управления [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Коробко В.И. — Электрон. текстовые данные. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 383 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/15476

4. Методы оптимизации и теории управления [Электронный ресурс]: методические указания к самостоятельной работе по дисциплинам «Методы оптимизации», «Математические методы теории управления»/ — Электрон. текстовые данные. — Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013. — 18 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22891

Перечень дополнительных информационно-методических материалов

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979. 429 с.

2. Ащепков Л.Т. Оптимальное управление разрывными системами. - Новосибирск: Наука, 1987. 226 с.

3. Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: Изд-во иностр. литературы, 1960. 400 с.

4. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1986. 552 с.

5. Величенко В.В. О задачах оптимального управления для уравнений с разрывными правыми частями // Автоматика и телемеханика. 1966. №7. С. 20-30.

6. Величенко В.В. О вариационном методе в проблеме инвариантности управляемых систем // Автоматика и телемеханика. 1972. №4. С. 22-35.

7. Величенко В.В. О методе поля экстремалей в достаточных условиях оптимальности // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1974. Т.14. №1. С.45-67.

8. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Оптимизация линейных систем. – Минск: Изд-во Белорусского гос. ун-та, 1973. 248 с.

9. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971. 400 с.

10. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. 476 с.

11. Кротов В.Ф., Букреев В.З., Гурман В.И. Новые методы вариационного исчисления в динамике полета. – М.: Машиностроение, 1969. 289 с.

12. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1965. 332 с.

13. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961. 388 с.

14. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем. I-III // Автоматика и телемеханика. 1959. Т.20. №10. С. 1320-1344; №11. С. 1441-1458; №12. С. 1561-1578

15. Тятюшкин А.И. Численные методы и программные средства оптимизации управляемых систем. - Новосибирск: Наука, 1992. 193 с.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины, описание последовательности действий обучающихся

Освоение дисциплины следует начинать с изучения рабочей учебной программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам. Обязательно следует учитывать рекомендации преподавателя, данные в ходе установочных занятий. Затем – приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью рекомендуемой основной литературы. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и включенных в него тем. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовку к началу обучения включает несколько необходимых пунктов:

1) Необходимо создать для себя рациональный и эмоционально достаточный уровень мотивации к последовательному и планомерному изучению дисциплины.

2) Необходимо изучить список рекомендованной основной и дополнительной литературы и убедиться в её наличии у себя дома или в библиотеке в бумажном или электронном виде.

3) Необходимо иметь «под рукой» специальные и универсальные словари, справочники и энциклопедии, для того, чтобы постоянно уточнять значения используемых терминов и понятий. Пользование словарями и справочниками необходимо сделать привычкой. Опыт показывает, что неудовлетворительное усвоение предмета зачастую коренится в неточном, смутном или неправильном понимании и употреблении понятийного аппарата учебной дисциплины.

4) Желательно в самом начале периода обучения возможно тщательнее спланировать время, отводимое на работу с источниками и литературой по дисциплине, представить этот план в наглядной форме (график работы с датами) и в дальнейшем его придерживаться, не допуская срывов графика индивидуальной работы и «аврала» в предсессионный период. Пренебрежение этим пунктом приводит к переутомлению и резкому снижению качества усвоения учебного материала.

Рекомендации по работе с литературой

1) Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект». Чтение литературы, не сопровождаемое конспектированием, даже пусть самым кратким – бесполезная работа. Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала. Эти навыки обязательны для любого специалиста с высшим образованием независимо от выбранной специальности.

2) Написание конспекта должно быть творческим – нужно не переписывать текст из источников, но пытаться кратко излагать своими словами содержание ответа, при этом максимально структурируя конспект, используя символы и условные обозначения. Копирование и «заучивание» неосмысленного текста трудоемко и по большому счету не имеет большой познавательной и практической ценности.

3) При написании конспекта используется тетрадь, поля в которой обязательны. Страницы нумеруются, каждый новый вопрос начинается с нового листа, для каждого экзаменационного вопроса отводится 1-2 страницы конспекта. На полях размещается вся вспомогательная информация – ссылки, вопросы, условные обозначения и т.д.

4) В итоге данной работы «идеальным» является полный конспект по программе дисциплины, с выделенными определениями, узловыми пунктами, примерами, неясными моментами, проставленными на полях вопросами.

5) При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении установочных лекций и консультаций, либо в индивидуальном порядке.

6) При чтении учебной и научной литературы всегда следить за точным и полным пониманием значения терминов и содержания понятий, используемых в тексте. Всегда следует уточнять значения по словарям или энциклопедиям, при необходимости записывать.

7) При написании учебного конспекта обязательно указывать все прорабатываемые источники, автор, название, дата и место издания, с указанием использованных страниц.

Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине: экзамену (зачету)

К аттестации допускаются студенты, которые систематически в течение всего семестра посещали и работали на занятиях и показали уверенные знания в ходе выполнении практических заданий и лабораторных работ.

Непосредственная подготовка к аттестации осуществляется по вопросам, представленным в рабочей учебной программе. Тщательно изучите формулировку каждого вопроса, вникните в его суть, составьте план ответа. Обычно план включает в себя:

— определение сущности рассматриваемого вопроса, основных положений, утверждений, определение необходимости их доказательства;

— запись обозначений, формул, необходимых для полного раскрытия вопроса;

— графический материал (таблицы, рисунки, графики), необходимые для раскрытия сущности вопроса;

— роль и значение рассматриваемого материала для практической деятельности, примеры использования в практической деятельности.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима лекционная аудитория с доской для проведения занятий.

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

по дисциплине «Математическая теория управления»

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

профиль «Математические методы в экономике»

Форма подготовки очная

Владивосток
2017

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

Модуль 1.

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	4 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций.	8 часов	Собеседование
2	6 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	4 часа	Проект
3	10 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций.	8 часов	Собеседование
4	12 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	4 часа	Проект
5	16 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной	8 часов	Собеседование

		литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций.		
6	18 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	4 часа	Проект

Модуль 2.

№ п/п	**Дата/сроки выполнения**	**Вид самостоятельной работы**	**Примерные нормы времени на выполнение**	**Форма контроля**
1	4 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций.	2 часа	Собеседование
2	6 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	1 час	Проект
3	10 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций.	2 часа	Собеседование
4	12 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на	1 час	Проект

		практических занятиях.		
5	16 неделя	Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций.	2 часа	Собеседование
6	18 неделя	Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях.	1 час	Проект

Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

По основным темам предусмотрена самостоятельная работа студентов как в теоретической (проработка лекционного материала с использованием предложенного списка литературы по курсу), так и в практической частях курса (решение домашних заданий с использованием примеров и конкретных ситуаций, рассматриваемых на лекциях, а также с использованием учебных пособий из предложенного списка литературы по курсу). Результаты освоения разделов курса оцениваются на основании самостоятельного решения домашних работ с итоговым контрольным мероприятием в виде экзамена.

На самостоятельное изучение вынесены отдельные темы курса. Эти темы изучаются самостоятельно, используя учебную литературу, приведенную в списке литературы.

Примеры решения задач повышенной сложности, предназначенных для самостоятельной работы студентов:

Задача 1. Точечная управляемость. Проверить точечную управляемость системы $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{x}_3 = x_1 + u \end{cases}$ из положения $x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t_0 = 0$ в положение $x_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t_1 = 1$ при $u \in R$. Если данная модель точечно управляема, найти управление с минимальной нормой, переводящее систему из одного заданного положения в другое.

Решение. Воспользуемся теоремой Калмана 4.2. По условию

$$n = 3,\ A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ \ B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Фундаментальная матрица имеет вид

$$F(t,\tau) = \begin{pmatrix} 1 & t-\tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t-\tau & \dfrac{(t-\tau)^2}{2} & 1 \end{pmatrix}.$$

В соответствии с теоремой Калмана линейная система точечно управляема в том и только том случае, если разрешима система линейных алгебраических уравнений

$$W(t_0,t_1)z = x_1 - F(t_1,t_0)x_0$$

с матрицей коэффициентов

$$W(t_0,t_1) = \int_{t_0}^{t_1} F(t_1,t)B(t)B(t)'F(t_1,t)'dt\ .$$

Здесь

$$F(t_1,t_0)=F(1,0)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & \frac{1}{2} & 1\end{pmatrix},\ W(t_0,t_1)=W(0,1)=\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{5}{8}\\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{7}{6}\\ \frac{5}{8} & \frac{7}{6} & \frac{83}{60}\end{pmatrix},$$

$$x_1-F(t_1,t_0)x_0=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}.$$

Линейная система

$$\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{5}{8}\\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{7}{6}\\ \frac{5}{8} & \frac{7}{6} & \frac{83}{60}\end{pmatrix}z=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$$

имеет единственное решение $z=\begin{pmatrix}-312\\ -613\\ 660\end{pmatrix}$ и, соответственно, исходная модель управления точечно управляема.

Найдем управление с минимальной нормой. По формуле (4.15)

$$u^z(t)=B(t)'F(t_1,t)'z=$$

$$=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1-t & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1-t & \frac{(1-t)^2}{2} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-312\\ -613\\ 660\end{pmatrix}=-\frac{613}{2}t^2+925t+\frac{177}{2}.$$

Задача 2. Нестационарная система. Проверить полную управляемость системы

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=(t-1)u\ ,\quad u\in R\\ \dot{x}_3=x_1\end{cases}$$

на отрезке времени [0,1].

Решение. Здесь $n = 3,\ A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t-1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Фундаментальная матрица имеет вид $F(t,\tau) = \begin{pmatrix} 1 & t-\tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t-\tau & \frac{(t-\tau)^2}{2} & 1 \end{pmatrix}$ Воспользуемся критерием (4.16), в соответствии с которым условие $\operatorname{rank} W(t_0,t_1) = n$ (в данном случае $\operatorname{rank} W(0,1) = 3$) необходимо и достаточно для полной управляемости системы на отрезке [0,1]. Поскольку определитель матрицы $W(0,1) = \begin{pmatrix} \frac{8}{15} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{10} & \frac{173}{140} \end{pmatrix}$ отличен от нуля (проверьте!), то критерий полной управляемости выполняется, и система полностью управляема на отрезке [0,1].

Задача 3. Нестационарная система. Проверить полную управляемость системы $\begin{cases} \dot{x}_1 = tx_3 - t^2 u_1 \\ \dot{x}_2 = x_1 - t^2 x_3 + u_2 \\ \dot{x}_3 = tx_1 - \frac{1}{t} x_2 + (\ln t) u_1 - u_2 \end{cases}$, $u \in R^2$ на отрезке времени $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$.

Решение. Воспользуемся достаточным условием полной управляемости (теорема Красовского 4.3). Здесь

$$n=3,\ A(t)=\begin{pmatrix}0 & 0 & t\\ 1 & 0 & -t^2\\ t & -\frac{1}{t} & 0\end{pmatrix},\quad B(t)=\begin{pmatrix}-t^2 & 0\\ 0 & 1\\ \ln t & -1\end{pmatrix}.$$

Составим матрицу $K(t)=\left(K_0(t),K_1(t),...,K_{n-1}(t)\right)$, пользуясь рекурсией

$$K_{m+1}(t)=-A(t)K_m(t)+\dot{K}_m(t)\ ,\ m=0,...,n-2,\ K_0(t)=B(t)\ .$$

Получим

$$K(t)=(K_0(t),K_1(t),...)=\begin{pmatrix}-t^2 & 0 & -2t-t\ln t & t & ...\\ 0 & 1 & t^2(1+\ln t) & -t^2 & ...\\ \ln t & -1 & \frac{1}{t}+t^3 & \frac{1}{t} & ...\end{pmatrix}.$$

Для решения задачи достаточно воспользоваться матрицами $K_0(t)$ и $K_1(t)$.

Если выбрать $t=\tau=1\in\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$, то ранг матрицы $K(1)=\begin{pmatrix}-1 & 0 & -2 & 1 & ...\\ 0 & 1 & 1 & -1 & ...\\ 0 & -1 & 2 & 1 & ...\end{pmatrix}$

равен 3. Следовательно, система является полностью управляемой.

Задача 4. Стационарная система. Проверить полную управляемость системы

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_1+u_1+u_2\\ \dot{x}_2=x_3+u_2\\ \dot{x}_3=u_1\end{cases},\ u\in R^2\ .$$

Решение. Система уравнений имеет постоянные коэффициенты (стационарна), поэтому для проверки полной управляемости можно воспользоваться теоремой Калмана 4.4. Здесь

$$n=3,\ A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}.$$

Проверим условие (4.24) $\operatorname{rank}\left(B,AB,...,A^{n-1}B\right)=n$. Имеем

$$\operatorname{rank}\left(B, AB, A^2B\right) = \operatorname{rank}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 3.$$

Следовательно, исходная система полностью управляема.

Задача 5. Задача быстродействия. Решить стационарную задачу быстродействия

$$t_1 \to \min, \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 2u \end{cases}, \ |u| \le 1, \ x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ x(t_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

на фазовой плоскости $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

Решение. Условия задачи удовлетворяют теореме 5.5 об n интервалах. Действительно, здесь $n = 2, \ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ и 1) $\operatorname{rank}\left(Bw, ABw\right) = \operatorname{rank}\begin{pmatrix} 0 & 2w \\ 2w & 0 \end{pmatrix} = 2$ для $w \ne 0$; 2) многогранник U задан неравенством $|u| \le 1$; 3) собственные значения матрицы A действительные $(\lambda_1 = 0, \ \lambda_2 = 0)$. Поэтому экстремальное управление имеет не более одной точки переключения (двух интервалов постоянства). Следовательно, возможны четыре варианта:

1) $u(t) = 1, \ 0 \le t \le t_1$; 2) $u(t) = -1, \ 0 \le t \le t_1$;

3) $u(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t < \tau, \\ -1, & \tau \le t \le t_1. \end{cases}$; 4) $u(t) = \begin{cases} -1, & 0 \le t < \tau, \\ 1, & \tau \le t \le t_1. \end{cases}$

Анализ показывает, что оптимальное управление представлено в третьем варианте. Оптимальная траектория находится решением задачи Коши при подстановке управления в систему дифференциальных уравнений.

Если $u(t) = 1$, $0 \le t < \tau$, то система дифференциальных уравнений при указанном начальном условии имеет решение $x_1(t) = t^2, \ x_2(t) = 2t$. При $t = \tau$

получим $x_1(\tau)=\tau^2,\ x_2(\tau)=2\tau$. На отрезке $\tau \le t \le t_1$ по условию $u(t)=-1$, и общее решение дифференциальных уравнений имеет вид $x_1(t)=-t^2+c_2t+c_1,\ x_2(t)=-2t+c_2$, где c_1, c_2 - постоянные интегрирования. Учитывая условие непрерывности траектории в момент времени $t=\tau$ и условие ее прохождения через точку $x_1(t_1)=1$, $x_2(t_1)=0$ в момент $t=t_1$ находим $t_1=\sqrt{2}$ и $\tau=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Задача 6. *П*-задача. Найти оптимальный процесс в простейшей задаче оптимального управления

$$x_2(\pi)\to\min,\quad \begin{cases}\dot{x}_1=u\\ \dot{x}_2=-\dfrac{x_1}{2}\sin t\end{cases},\quad x_1(0)=0,\ x_2(0)=0,\ 0\le u\le 1,\ 0\le t\le\pi .$$

Решение**.** В данном случае задача линейно-выпуклая, поэтому принцип максимума есть необходимое и достаточное условие оптимальности. Запишем функцию Гамильтона

$$H(\psi,x,u,t)=\psi_1u+\psi_2(-\frac{x_1}{2}\sin t)$$

и сопряженную задачу Коши

$$\dot{\psi}_1=\frac{1}{2}\psi_2\sin t,\ \dot{\psi}_2=0\ ,\psi_1(\pi)=0,\ \psi_2(\pi)=-1.$$

Отсюда находим

$$\psi_1(t)=\frac{1}{2}\cos t+\frac{1}{2},\ \psi_2(t)=-1.$$

Согласно принципу максимума, оптимальное управление удовлетворяет условию

$$u(t)=\arg\max_{0\le u\le 1}(\frac{1}{2}\cos t+\frac{1}{2})u=1,\ 0\le t\le\pi .$$

Подставляя оптимальное управление в исходные дифференциальные уравнения и интегрируя, получим оптимальную траекторию

$$x_1(t)=t,\ x_2(t)=\frac{t}{2}\cos t-\frac{1}{2}\sin t\,,\ \ 0\le t\le\pi\ \ .$$

Задача 7. Решить задачу вариационного исчисления

$$\int_0^4(\dot{x}^2+x)dt\to\min,\ |\dot{x}|\le 1,\ x(0)=0$$

методами оптимального управления.

Решение. Используя новые переменные $\dot{x}=u$, $x_1=x$ и преобразуя функционал Лагранжа в функционал Майера, приведем исходную задачу к виду простейшей линейно-выпуклой задачи оптимального управления

$$x_2(4)\to\min,\ \begin{cases}\dot{x}_1=u\\ \dot{x}_2=x_1+u^2\end{cases},\ x_1(0)=0,\ x_2(0)=0,\ |u|\le 1,\ 0\le t\le 4\,.$$

Для ее решения применим принцип максимума – необходимое и достаточное в данном случае условие оптимальности. Строим функцию Гамильтона

$$H(\psi,x,u,t)=\psi_1u+\psi_2(x_1+u^2)$$

и сопряженную задачу Коши

$$\dot{\psi}_1=-\psi_2,\ \dot{\psi}_2=0\ ,\psi_1(4)=0,\ \psi_2(4)=-1.$$

Решение последней есть $\psi_1(t)=t-4$, $\psi_2(t)=-1$. Следуя принципу максимума, определим оптимальное управление из условия

$$u(t)=\underset{|u|\le 1}{\arg\max}\,[(t-4)u-u^2]=\begin{cases}-1, & 0\le t<2,\\ \dfrac{t}{2}-2, & 2\le t\le 4.\end{cases}$$

Соответствующая оптимальная траектория находится интегрированием дифференциальных уравнений и имеет вид

$$\begin{cases}x_1(t)=-t\\ x_2(t)=-\dfrac{t^2}{2}+t\end{cases},\ 0\le t<2;\qquad \begin{cases}x_1(t)=\dfrac{t^2}{4}-2t+1\\ x_2(t)=\dfrac{t^3}{6}-2t^2+5t-\dfrac{10}{3}\end{cases},\ 2\le t\le 4.$$

Итак, решением вариационной задачи служит функция

$$x(t)=-t,\ 0\le t<2;\ \ x(t)=\frac{t^2}{4}-2t+1,\ 2\le t\le 4\,.$$

Задача 8. Решить задачу вариационного исчисления

$$\int_0^2 |\ddot{x}|\,dt \to \min,\ |\ddot{x}| \le 1,\ x(0) = 0,\ x(2) = -1$$

методами оптимального управления.

Решение. Полагая $\ddot{x} = u$, $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$ и преобразуя интегральный функционал в терминальный, представим исходную задачу в виде линейно-выпуклой C-задачи оптимального управления

$$x_3(2) \to \min,\ \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{x}_3 = |u| \end{cases},\ x_1(0) = 0,\ x_3(0) = 0,\ x_1(2) = -1,\ |u| \le 1,\ 0 \le t \le 2.$$

Составим функции Лагранжа и Гамильтона

$$L = \lambda_0 x_3(2) + \lambda_1 x_1(0) + \lambda_2 x_3(0) + \lambda_3 [x_1(2) + 1],\quad H = \psi_1 x_2 + \psi_2 u + \psi_3 |u|$$

и сопряженную систему дифференциальных уравнений

$$\dot{\psi}_1 = 0,\ \dot{\psi}_2 = -\psi_1,\ \dot{\psi}_3 = 0$$

с условиями трансверсальности

$$\psi_1(0) = \lambda_1,\ \psi_2(0) = 0,\ \psi_3(0) = \lambda_3;\quad \psi_1(2) = -\lambda_3,\ \psi_2(2) = 0,\ \psi_3(2) = -\lambda_0.$$

Интегрированием сопряженных уравнений с учетом условий трансверсальности получим

$$\psi_1(t) = 0,\ \psi_2(t) = 0,\ \psi_3(t) = -\lambda_0,$$
$$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -\lambda_0,\ \lambda_3 = 0.$$

Если $\lambda_0 = 0$, то все множители Лагранжа равны нулю, что противоречит принципу максимума. Поэтому без потери общности считаем $\lambda_0 = 1$. В результате функция Гамильтона примет вид

$$H = -\lambda_0 |u| = -|u|.$$

На отрезке $|u| \le 1$ функция H имеет единственную точку максимума $u = 0$. Поскольку для линейно-выпуклой C-задачи принцип максимума есть необходимое и достаточное условие оптимальности, то управление $u(t) = 0$ будет оптимальным. Интегрируя исходные дифференциальные уравнения и учитывая краевые условия, находим соответствующую оптимальную траекторию

$$x_1(t) = -\frac{t}{2},\ x_2(t) = -\frac{1}{2},\ x_3(t) = 0.$$

Итак, решением вариационной задачи служит функция $x(t) = -\frac{t}{2}$.

Задача 9. *C*-задача. Определить оптимальный процесс в *C*-задаче

$$t_1 \to \min,\ \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases},\ x_1(0) = \xi_1,\ x_2(0) = \xi_2,\ ,x_2(t_1) = 0,\ |u| \le 1,\ t_1 \ge 0,$$

где ξ_1 , ξ_2 - некоторые вещественные числа.

Решение задачи тривиально, если $\xi_2 = 0$, поэтому рассмотрим случай $\xi_2 \ne 0$. Построим функции Лагранжа, Гамильтона

$$L = \lambda_0 t_1 + \lambda_1[x_1(0) - \xi_1] + \lambda_2[x_2(0) - \xi_2] + \lambda_3 x_2(t_1),\quad H = \psi_1 x_2 + \psi_2 u$$

и запишем сопряженную систему уравнений и условия трансверсальности

$$\begin{cases} \dot{\psi}_1 = 0 \\ \dot{\psi}_2 = -\psi_1 \end{cases},\quad \begin{cases} \psi_1(0) = \lambda_1 \\ \psi_2(0) = \lambda_2 \end{cases},\quad \begin{cases} \psi_1(t_1) = 0 \\ \psi_2(t_1) = -\lambda_3 \end{cases},\quad \lambda_0 + \lambda_3 \dot{x}_2(t_1) = 0\ .$$

Отсюда находим

$$\psi_1(t) = \lambda_1 = 0,\ \psi_2(t) = \lambda_2 = -\lambda_3,$$

следовательно, $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\lambda_0, 0, \lambda_2, -\lambda_2)$. Из условия максимума функции H по управлению получим $u(t) = \operatorname{sign}\psi_2(t) = \operatorname{sign}\lambda_2$. Тогда последнее условие трансверсальности примет вид

$$\lambda_0 + \lambda_3 \dot{x}_2(t_1) = \lambda_0 - \lambda_2 u(t_1) = \lambda_0 - \lambda_2 \operatorname{sign}\lambda_2 = \lambda_0 - |\lambda_2| = 0.$$

Если $\lambda_0 = 0$, то из данного равенства имеем $\lambda_2 = 0$, что ведет к тривиальности всех множителей Лагранжа и противоречит принципу максимума. Поэтому без потери общности примем $\lambda_0 = |\lambda_2| = 1$. В результате определяется структура экстремального управления $u(t) = \operatorname{sign}\lambda_2$ - это постоянное управление, принимающее значения +1 или -1. Управление $u(t) = 1$ порождает траекторию

$$x_1(t) = \frac{t^2}{2} + \xi_2 t + \xi_1, \;\; x_2(t) = t + \xi_2,$$

которая пересекает прямую $x_2 = 0$ в моменты $t_1 = -\xi_2$ при $\xi_2 < 0$. Аналогично управлению $u(t) = -1$ отвечает траектория

$$x_1(t) = -\frac{t^2}{2} + \xi_2 t + \xi_1, \;\; x_2(t) = -t + \xi_2,$$

которая попадает на прямую $x_2 = 0$ в момент $t_1 = \xi_2$ при $\xi_2 > 0$.

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Самостоятельная работа включает в себя повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам занятий; самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях; самостоятельный повтор действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ, в том числе при работе со специальным программным обеспечением.

Результаты самостоятельной работы представляются и оформляются в виде ответов на основные положения теоретического и практического материала дисциплины по темам; письменного разбора процесса решения практических заданий и задач; собственных действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ.

В случае подготовки слайдов для защиты проекта, они должны быть контрастными (рекомендуется черный цвет шрифта на светлом фоне), кегль текста слайдов – не менее 22pt, заголовков – 32pt. Основная цель использования слайдов - служить вспомогательным инструментом к подготовленному выступлению, цитирование больших фрагментов текста на слайдах не допускается. Приветствуется использование рисунков, графиков, таблиц, интерактивного материала, однако, следует предусмотреть выбор цвета и толщину линий.

Слайды должны содержать титульный лист, цели и задачи (не более 2-х слайдов с обзором актуальности, новизны, теоретической и практической значимости работы), основные публикации с их кратким обзором (1-2 слайда), формальную постановку задачи и формулировку моделей (1-2 слайда), краткое тезисное (!) изложение ключевых положений работы (разумное количество слайдов с учетом общего времени выступления), заключение (с изложением результатов работы, подведением выводов, обсуждением практического использования работы, возможностей проведения дальнейших исследований и разработок в данной области).

Как правило, 12-15 слайдов оказывается достаточным для полного представления работы.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Общие критерии оценки выполнения самостоятельной работы – правильность ответов на вопросы по темам теоретической части дисциплины, верность получаемых ответов в ходе решения практических заданий и задач.

Оценивание знаний в форме собеседования проводится по критериям:

- логичность изложения, знание и понимание основных аспектов и дискуссионных проблем по теме;
- владение методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов по теме.

Оценивание знаний в форме проекта проводится по критериям:

- завершенность и полнота выполненных заданий в рамках проекта;
- владение методами и приемами решения конкретных задач;
- качество оформления письменного отчета в соответствии с правилами и стандартами оформления.

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Математическая теория управления»
Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
профиль «Математические методы в экономике»
Форма подготовки очная

Владивосток
2017

Паспорт

фонда оценочных средств
по дисциплине «Математическая теория управления»

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ПК-9 - способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	Знает	базовые понятия и основные технические приемы матричной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа и интегрального исчисления, теории дифференциальный уравнений, методов оптимизации
	Умеет	решать широкого класса задачи из различных разделов курса, поисковой и творческой деятельности при решении задач повышенной сложности и нетиповых задач
	Владеет	стандартными методами алгебры, математического анализа и теории дифференциальных уравнений и их применением к решению прикладных задач
ПК-10 - готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов	Знает	математический аппарат необходимый для решения задач оптимального управления
	Умеет	применять соответствующую процессу математическую модель оптимального управления и проверять ее адекватность
	Владеет	навыками анализа результатов модели оптимального управления, принятия решений на основе полученных результатов
ПК-12 - способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	Знает	основы линейной алгебры и аналитической геометрии, необходимые для успешного изучения математических дисциплин, решения экономических задач
	Умеет	применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений для решения математических задач, для построения и анализа моделей в экономике
	Владеет	навыками применения современного математического инструментария для решения задач экономики; методикой построения, анализа и применения математических моделей в экономике

Модуль 1.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства - наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Предмет оптимального управления	ПК-9	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 1-3
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 1-3
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 1-3
		ПК-10	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 1-3
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 1-3
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 1-3
		ПК-12	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 1-3
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 1-3
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 1-3
2	Множество достижимости и проблема управляемости	ПК-9	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 4-13
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 4-13
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 4-13
		ПК-10	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 4-13
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 4-13
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 4-13
		ПК-12	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 4-13
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 4-13
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 4-13
3	Двухточечная задача быстродействия	ПК-9	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 14-20
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 14-20
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 14-20
		ПК-10	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 14-20
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 14-20
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 14-20
		ПК-12	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 14-20
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 14-20
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 14-20
4	Проблемы наблюдаемости и идентификации	ПК-9	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 21-25
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 21-25
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 21-25
		ПК-10	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 21-25
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 21-25
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 21-25
		ПК-12	Знает	Собеседование (УО-1)	Зачет, вопросы 21-25
			Умеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 21-25
			Владеет	Проект (ПР-9)	Зачет, проект 21-25

Модуль 2.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства - наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Типы задач оптимального управления. Малые приращения траектории	ПК-9	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 1-6
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 1-6
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 1-6
		ПК-10	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 1-6
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 1-6
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 1-6
		ПК-12	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 1-6
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 1-6
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 1-6
2	Простейшая задача оптимального управления.	ПК-9	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 7-11
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 7-11
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 7-11
		ПК-10	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 7-11
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 7-11
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 7-11
		ПК-12	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 7-11
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 7-11
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 7-11
3	Стандартная задача оптимального управления	ПК-9	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 12-18
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 12-18
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 12-18
		ПК-10	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 12-18
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 12-18
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 12-18
		ПК-12	Знает	Собеседование (УО-1)	Экзамен, вопросы 12-18
			Умеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 12-18
			Владеет	Проект (ПР-9)	Экзамен, проект 12-18

Зачетно-экзаменационные материалы

Вопросы для подготовки к зачету
по дисциплине «**Математическая теория управления**»

Модуль 1.

1. Предмет оптимального управления, пример «груз-пружина».

2. Предмет и задачи оптимального управления, место оптимального управления.

3. Математическая модель управляемого объекта, управляемый объект, управление и траектория, математическая модель, существование и единственность процесса, линейные модели.

4. Множество достижимости, формула Коши, свойства фундаментальной матрицы.

5. Определение множества достижимости, ограниченность и выпуклость, замкнутость, непрерывность.

6. Экстремальный принцип, применение экстремального принципа.

7. Управляемость линейных систем, точечная управляемость, анализ критерия точечной управляемости

8. Вспомогательная лемма, теорема Калмана.

9. Управление с минимальной нормой, построение управления с минимальной нормой

10. Полная управляемость линейной системы, синтез управления с минимальной нормой.

11. Теорема Красовского.

12. Полная управляемость стационарной системы, геометрия неуправляемой системы.

13. Преобразование неуправляемой системы, управляемость преобразованной системы.

14. Двухточечная задача быстродействия, постановка задачи

15. Существование решения задачи быстродействия, критерий оптимальности.

16. Принцип максимума для задачи быстродействия, стационарная задача быстродействия.

17. Синтез оптимальной по быстродействию системы.

18. Общая схема применения принципа максимума.

19. Управление ускорением материальной точки.

20. Понятие синтеза оптимального управления, примеры синтеза оптимальных по быстродействию систем.

21. Проблема наблюдаемости, постановка задачи, критерий наблюдаемости.

22. Наблюдение в однородной системе, наблюдение в неоднородной системе, наблюдение начального состояния.

23. Связь между управляемостью и наблюдаемостью, полная наблюдаемость стационарной системы.

24. Проблема идентификации, постановка задачи, критерий идентифицируемости

25. Восстановление вектора параметров, критерий полной идентифицируемости стационарной системы.

Вопросы для подготовки к экзамену
по дисциплине «**Математическая теория управления**»

Модуль 2.

1. Типы задач оптимального управления, общая характеристика.
2. Целевые функционалы, ограничения на концы траектории.
3. Простейшая задача, двухточечная задача быстродействия.
4. Стандартная задача, задача с промежуточными состояниями.
5. Малые приращения траектории, постановка вопроса.
6. Оценка приращения траектории, представление малых приращений траектории, связь концов траекторий.
7. Простейшая задача оптимального управления, формула приращения функционала.
8. Принцип максимума для простейшей задачи.
9. Краевая задача принципа максимума, непрерывность гамильтониана.
10. Достаточность принципа максимума.
11. Применение принципа максимума в линейной задаче, решение примера «груз-пружина».

12. Стандартная задача оптимального управления, формула приращения функционала, вариация процесса.

13. Необходимые условия оптимальности.

14. Правило множителей Лагранжа, универсальные множители Лагранжа.

15. Принцип максимума для стандартной задачи, достаточность принципа максимума.

16. Принцип максимума для задачи быстродействия.

17. Принцип максимума и уравнение Эйлера-Лагранжа.

18. Принцип максимума и оптимальность процесса.

Комплекты оценочных средств для текущей аттестации

Вопросы для собеседования

по дисциплине «**Математическая теория управления**»

Модуль 1.

1. Предмет оптимального управления, пример «груз-пружина».

2. Предмет и задачи оптимального управления, место оптимального управления.

3. Математическая модель управляемого объекта, управляемый объект, управление и траектория, математическая модель, существование и единственность процесса, линейные модели.

4. Множество достижимости, формула Коши, свойства фундаментальной матрицы.

5. Определение множества достижимости, ограниченность и выпуклость, замкнутость, непрерывность.

6. Экстремальный принцип, применение экстремального принципа.

7. Управляемость линейных систем, точечная управляемость, анализ критерия точечной управляемости

8. Вспомогательная лемма, теорема Калмана.

9. Управление с минимальной нормой, построение управления с минимальной нормой

10. Полная управляемость линейной системы, синтез управления с минимальной нормой.

11. Теорема Красовского.

12. Полная управляемость стационарной системы, геометрия неуправляемой системы.

13. Преобразование неуправляемой системы, управляемость преобразованной системы.

14. Двухточечная задача быстродействия, постановка задачи

15. Существование решения задачи быстродействия, критерий оптимальности.

16. Принцип максимума для задачи быстродействия, стационарная задача быстродействия.

17. Синтез оптимальной по быстродействию системы.

18. Общая схема применения принципа максимума.

19. Управление ускорением материальной точки.

20. Понятие синтеза оптимального управления, примеры синтеза оптимальных по быстродействию систем.

21. Проблема наблюдаемости, постановка задачи, критерий наблюдаемости.

22. Наблюдение в однородной системе, наблюдение в неоднородной системе, наблюдение начального состояния.

23. Связь между управляемостью и наблюдаемостью, полная наблюдаемость стационарной системы.

24. Проблема идентификации, постановка задачи, критерий идентифицируемости

25. Восстановление вектора параметров, критерий полной идентифицируемости стационарной системы.

Модуль 2.

1. Типы задач оптимального управления, общая характеристика.
2. Целевые функционалы, ограничения на концы траектории.
3. Простейшая задача, двухточечная задача быстродействия.
4. Стандартная задача, задача с промежуточными состояниями.
5. Малые приращения траектории, постановка вопроса.
6. Оценка приращения траектории, представление малых приращений траектории, связь концов траекторий.
7. Простейшая задача оптимального управления, формула приращения функционала.
8. Принцип максимума для простейшей задачи.
9. Краевая задача принципа максимума, непрерывность гамильтониана.
10. Достаточность принципа максимума.
11. Применение принципа максимума в линейной задаче, решение примера «груз-пружина».
12. Стандартная задача оптимального управления, формула приращения функционала, вариация процесса.
13. Необходимые условия оптимальности.
14. Правило множителей Лагранжа, универсальные множители Лагранжа.
15. Принцип максимума для стандартной задачи, достаточность принципа максимума.
16. Принцип максимума для задачи быстродействия.
17. Принцип максимума и уравнение Эйлера-Лагранжа.
18. Принцип максимума и оптимальность процесса.

Критерии оценки:

✓ 100-86 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

- ✓ 85-76 - баллов - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.
- ✓ 75-61 - балл – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.
- ✓ 60-50 баллов – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

Темы проектов

по дисциплине «**Математическая теория управления»**

Модуль 1.

1. Предмет оптимального управления, пример «груз-пружина».

2. Предмет и задачи оптимального управления, место оптимального управления.

3. Математическая модель управляемого объекта, управляемый объект, управление и траектория, математическая модель, существование и единственность процесса, линейные модели.

4. Множество достижимости, формула Коши, свойства фундаментальной матрицы.

5. Определение множества достижимости, ограниченность и выпуклость, замкнутость, непрерывность.

6. Экстремальный принцип, применение экстремального принципа.

7. Управляемость линейных систем, точечная управляемость, анализ критерия точечной управляемости

8. Вспомогательная лемма, теорема Калмана.

9. Управление с минимальной нормой, построение управления с минимальной нормой

10. Полная управляемость линейной системы, синтез управления с минимальной нормой.

11. Теорема Красовского.

12. Полная управляемость стационарной системы, геометрия неуправляемой системы.

13. Преобразование неуправляемой системы, управляемость преобразованной системы.

14. Двухточечная задача быстродействия, постановка задачи

15. Существование решения задачи быстродействия, критерий оптимальности.

16. Принцип максимума для задачи быстродействия, стационарная задача быстродействия.

17. Синтез оптимальной по быстродействию системы.

18. Общая схема применения принципа максимума.

19. Управление ускорением материальной точки.

20. Понятие синтеза оптимального управления, примеры синтеза оптимальных по быстродействию систем.

21. Проблема наблюдаемости, постановка задачи, критерий наблюдаемости.

22. Наблюдение в однородной системе, наблюдение в неоднородной системе, наблюдение начального состояния.

23. Связь между управляемостью и наблюдаемостью, полная наблюдаемость стационарной системы.

24. Проблема идентификации, постановка задачи, критерий идентифицируемости

25. Восстановление вектора параметров, критерий полной идентифицируемости стационарной системы.

Модуль 2.

1. Типы задач оптимального управления, общая характеристика.
2. Целевые функционалы, ограничения на концы траектории.
3. Простейшая задача, двухточечная задача быстродействия.
4. Стандартная задача, задача с промежуточными состояниями.
5. Малые приращения траектории, постановка вопроса.
6. Оценка приращения траектории, представление малых приращений траектории, связь концов траекторий.
7. Простейшая задача оптимального управления, формула приращения функционала.
8. Принцип максимума для простейшей задачи.

9. Краевая задача принципа максимума, непрерывность гамильтониана.

10. Достаточность принципа максимума.

11. Применение принципа максимума в линейной задаче, решение примера «груз-пружина».

12. Стандартная задача оптимального управления, формула приращения функционала, вариация процесса.

13. Необходимые условия оптимальности.

14. Правило множителей Лагранжа, универсальные множители Лагранжа.

15. Принцип максимума для стандартной задачи, достаточность принципа максимума.

16. Принцип максимума для задачи быстродействия.

17. Принцип максимума и уравнение Эйлера-Лагранжа.

18. Принцип максимума и оптимальность процесса.

Критерии оценки:

- ✓ 100-86 баллов выставляется, если студент/группа точно определили содержание и составляющие части задания, умеют аргументированно отвечать на вопросы, связанные с заданием. Продемонстрировано знание и владение навыками самостоятельной исследовательской работы по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.
- ✓ 85-76 - баллов - работа студента/группы характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.
- ✓ 75-61 балл – проведен достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимание базовых

основ и теоретического обоснования выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы

- ✓ 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок смыслового содержания раскрываемой проблемы.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, шкал оценивания

Критерии оценки собеседования

- ✓ 100-86 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.
- ✓ 85-76 - баллов - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.
- ✓ 75-61 - балл – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.
- ✓ 60-50 баллов – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

Критерии оценки проектов

- ✓ 100-86 баллов выставляется, если студент/группа точно определили содержание и составляющие части задания, умеют аргументированно отвечать на вопросы, связанные с заданием. Продемонстрировано знание и владение навыками самостоятельной исследовательской работы по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

- ✓ 85-76 - баллов - работа студента/группы характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.
- ✓ 75-61 балл – проведен достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимание базовых основ и теоретического обоснования выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы
- ✓ 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок смыслового содержание раскрываемой проблемы

Шкала оценивания

Менее 60 баллов	незачтено	неудовлетворительно
От 61 до 75 баллов	зачтено	удовлетворительно
От 76 до 85 баллов	зачтено	хорошо
От 86 до 100 балов	зачтено	отлично

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов по дисциплине «Методы и модели прикладной математики» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине «Методы и модели прикладной математики» проводится в форме собеседования и защиты проекта и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

– степень усвоения теоретических знаний - оценивается в форме собеседования;

– уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты проекта.

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Методы и модели прикладной математики» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрен зачет/экзамен, который проводится в устной форме и с использованием защиты проекта.

Критерии выставления оценки студенту на зачете/экзамене по дисциплине «Математическая теория управления»

Баллы (рейтинговой оценки)	**Оценка зачета/ экзамена** (стандартная)	**Требования к сформированным компетенциям**
86-100	*«зачтено»/ «отлично»*	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

76-85	*«зачтено»/ «хорошо»*	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
61-75	*«зачтено»/ «удовлетвори тельно»*	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
0-60	*«не зачтено»/ «неудовлетво рительно»*	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.