



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»

Школа естественных наук ДФУ

Руководитель ОП

к.ф.-м.н., Крайнова Г.С.

« 31 » августа 2016 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Физики низкоразмерных структур

Для  
ДОКУМЕНТОВ

д.ф.-м.н., Саранин А.А.

« 31 » августа 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Основы математического анализа

Направление подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника

Форма обучения очная

курс 1 семестр 1,2  
лекции 18/18 (час.)  
практические занятия 18/18 час.  
всего часов аудиторной нагрузки 72 (час.)  
в том числе с использованием МАО лек. 0 /практ. 0  
самостоятельная работа 72 (час.)  
в том числе на подготовку к экзамену 54 час.  
контрольные работы 1,2 семестр  
курсовые работы не предусмотрены  
зачет \_\_\_\_\_ семестр  
экзамен 1,2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДФУ, утвержденного приказом ректора от 18.02.2016 № 12-13-235.

Рабочая программа учебной дисциплины обсужден на заседании  
Кафедры физики низкоразмерных структур « 31 » августа 2016г.

Заведующий кафедрой д.ф.-м.н., профессор А. А. Саранин  
Составитель: к.ф.м.н., доцент П.В.Зиновьев

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 2 из 55

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

(и.о. фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

(и.о. фамилия)

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 3 из 55

## ABSTRACT

### **Bachelor's degree in 11.03.04- Electronics and Nanoelectronics.**

**Course title:** Fundamentals of mathematical analysis

**Basic part of Block,** 4 credits.

**Instructor:** Zinovyev P.V.

#### **Learning outcomes:**

GPC-1: The ability to present an adequate modern level of knowledge of the scientific picture of the world on the basis of knowledge of the basic provisions, laws and methods of natural Sciences and mathematics .

PC-1: The ability to build simple physical and mathematical models of devices, circuits, devices and installations of electronics and nanoelectronics for various functional purposes, as well as to use standard software for their computer simulation.

**Course description:** The theory of limits of sequences and functions, numerical series, Fourier series.

#### **Main course literature**

1. L.D.Kudryavtsev Short course of mathematical analysis (in two volumes). 3rd ed. FIZMATLIT, 2005. Vol.1 -. 400 pages ISBN 5-9221-0184-6. T. 2 -. 424 pages ISBN 5-9221-0185-4.

2.S.M.Nikol'skii Course of mathematical analysis: a textbook for high schools. Moscow, FIZMATLIT 2011, 592 p.

3. Fikhtengol'ts G.M. Fundamentals of mathematical analysis. St. Petersburg, publishing house "Lan". ISBN 978-5-8114-0190-1, 978-5-9511-0010-8. 2008 448 p.

4. Ryabushko A.P. Individual jobs in higher mathematics. At 4 h. 1 H .: tutorial. - Minsk "Vysheyshaya School", 2013. - 304 p. Link:

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65409](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65409)

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 4 из 55

5. Ryabushko A.P. Individual jobs in higher mathematics. At 4 h. H 2 .: tutorial. - Minsk "Vysheyshaya School", 2014. - 398 p. Link:

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65409](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65409)

6. Ryabushko A.P. Individual jobs in higher mathematics. In 4 hours. 3 H .: tutorial. - Minsk "Vysheyshaya School", 2013. - 368 p. Link

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65410](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65410)

7. Ryabushko A.P. Individual jobs in higher mathematics. At 4 h. H .: 4 tutorial. - Minsk "Vysheyshaya School", 2013. - 334 p. Link

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65411](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65411)

8. Danko P.E., Popov A.G., Tatyana Kozhevnikova Higher Mathematics in the exercises and tasks in 2 hours, R1:.. Textbook for High Schools, 2006 - 324, ISBN 9785488002937

9. Danko PE, Popov AG, Tatyana Kozhevnikova Higher Mathematics in the exercises and tasks in 2 hours, R2:.. Textbook for High Schools, 2005 - 324, ISBN 9785488001138

**Form of final knowledge control: Exam**

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 5 из 55

### Аннотация

Рабочая программа дисциплины «Основы математического анализа» разработана для студентов 1 курса по направлению 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника» в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДВФУ, утвержденного приказом ректора от 18.02.2016 № 12-13-235.

Дисциплина «Основы математического анализа» входит в базовую часть дисциплин.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (36 часов), практические занятия (36 часов), самостоятельная работа студента (72 часа, включая подготовку к экзамену 54 часа). Дисциплина реализуется на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

**Целями** освоения дисциплины «Основы математического анализа» являются формирование и развитие личности студентов, их способностей к алгоритмическому и логическому мышлению, а также обучение основным математическим понятиям и методам математического анализа. Изучение курса основы математического анализа способствует расширению научного кругозора и повышению общей культуры будущего специалиста, развитию его мышления и становлению его мировоззрения.

**Задачами** курса «Основы математического анализа» являются:

- формирование устойчивых навыков по компетентностному применению фундаментальных положений математического анализа при изучении дисциплин профессионального цикла и научном анализе ситуаций, с которыми выпускнику приходится сталкиваться в профессиональной и общекультурной деятельности;

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 6 из 55

- освоение теории пределов последовательностей и функций, числовых рядов, функциональных последовательностей и рядов, рядов Фурье при решении практических задач;

- обучение применению математического анализа для построения математических моделей реальных физических процессов.

Для успешного изучения дисциплины «Основы математического анализа» студенты должны быть знакомы с основными положениями школьной математики. На материале математического анализа базируется большое число общих и специальных инженерных дисциплин, таких как физика, теоретическая механика, дифференциальные уравнения, численные методы, аналитическая геометрия и др. Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения естественнонаучных и профессиональных дисциплинах, модулях и практиках ООП.

Изучение основ математического анализа позволяет будущему специалисту научно анализировать проблемы его профессиональной области (в том числе связанные с наблюдающимися в природе физическими явлениями, процессами и структурами), успешно решать разнообразные физические задачи в теоретических и прикладных аспектах, самостоятельно – используя современные образовательные и информационные технологии – овладевать той новой информацией, с которой ему придется столкнуться в производственной и научной деятельности.

Изучение теоретического и алгоритмического аппарата основ математического анализа способствует развитию у будущих специалистов склонности и способности к творческому мышлению, выработке системного подхода к исследуемым явлениям, умения самостоятельно строить и анализировать математические модели различных физических систем. В

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 7 из 55

результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные и профессиональные компетенции:

<b>Код и формулировка компетенция</b>	<b>Этапы формирования компетенций</b>
Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1);	<p>В результате освоения дисциплины студент должен:</p> <p><b>Знать:</b> теорию пределов последовательностей и функций, теорию числовых рядов, функциональных последовательностей и рядов, рядов Фурье. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Уметь:</b> применять методы математического анализа при решении физических задач. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Владеть:</b> инструментом для решения математических задач в своей предметной области. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p>
Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1).	<p>В результате освоения дисциплины студент должен:</p> <p><b>Знать:</b> теорию пределов последовательностей и функций, теорию числовых рядов, функциональных последовательностей и рядов, рядов Фурье. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Уметь:</b> применять методы математического анализа при решении физических задач. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Владеть:</b> инструментом для решения математических задач в своей предметной области. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p>

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 8 из 55

## I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(36 часов)

### Модуль 1. Теория пределов последовательностей

#### *Тема 1.* Теория пределов последовательностей. (2 часа).

1.1. Множества. Операции над множествами. Свойства операций. Простейшие логические символы. Верхняя и нижняя грани множества, супремум и инфимум.

1.2. Понятие числовой последовательности.  $\varepsilon$ -окрестность.

#### *Тема 2.* Теория пределов последовательностей. (2 часа).

2.1. Предел числовой последовательности.

2.2. Теоремы о сходящихся последовательностях.

#### *Тема 3.* Теория пределов последовательностей. (2 часа).

3.1. Арифметические действия с последовательностями, имеющими предел.

3.2. Бесконечно-малые и бесконечно-большие последовательности. Леммы о бесконечно-малых величинах.

3.3. Неопределенные выражения.

#### *Тема 4.* Теория пределов последовательностей. (2 часа)

4.1. Монотонные последовательности.

4.2. Число  $e$ .

4.3. Принцип вложенных отрезков.

#### *Тема 5.* Теория пределов последовательностей. (2 часа).

5.1 Подпоследовательность.

5.2. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

5.3. Частичные пределы.

5.4. Критерий Коши сходимости последовательности.



ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 9 из 55

## **Модуль 2. Теория пределов функций.**

### **Тема 6. Теория пределов функций. (2 часа).**

6.1. Понятие функции. Предел функции (определение по Коши, определение по Гейне).

6.2. Односторонние пределы.

6.3. Свойства пределов функций.

### **Тема 7. Теория пределов функций. (2 часа).**

7.1. Непрерывность функции. Разрывы I и II родов.

7.2. I Замечательный предел.

### **Тема 8. Теория пределов функций. (2 часа).**

8.1. II Замечательный предел.

8.2. Эквивалентные бесконечно-малые. Основные эквивалентности.

8.3. Порядок переменной. Сравнение функций в окрестности заданной точки.

8.4. Функции, непрерывные на отрезке.

### **Тема 9. Теория пределов функций. (2 часа).**

9.1. Теорема Вейерштрасса.

9.2. Теорема Больцано-Коши.

9.3. Равномерная непрерывность функции.

## **Модуль 3. Числовые ряды.**

### **Тема 10. Числовые ряды. (2 часа).**

10.1. Определение ряда, суммы ряда

10.2. Свойства сходящихся рядов.

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 10 из 55

10.3. Необходимый признак сходимости ряда.

10.4. Критерий Коши сходимости ряда.

10.5 Интегральный признак сходимости ряда.

**Тема 11. Числовые ряды. (2 часа).**

11.1. Признаки сравнения рядов с положительными членами.

11.2. Признак Даламбера.

11.3. Радикальный признак Коши.

11.4. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.

**Тема 12. Числовые ряды (2 часа).**

12.1. Абсолютно сходящиеся ряды.

12.2. Критерий Коши абсолютной сходимости ряда.

12.3. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

12.4. Условно сходящиеся ряды.

12.5. Теорема Римана.

12.6 Признаки сходимости Дирихле и Абеля.

**Модуль 4. Функциональные последовательности и ряды.**

**Тема 13. Функциональные последовательности и ряды. (2 часа).**

13.1. Определение функциональных последовательностей и рядов.

13.2. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.

13.3. Критерий Коши равномерной сходимости последовательности и ряда.

**Тема 14. Функциональные последовательности и ряды. (2 часа).**

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 11 из 55

14.1. Необходимое условие равномерной сходимости ряда.

14.2. Критерий Коши равномерной сходимости ряда.

14.3. Признак Вейерштрасса.

14.4 Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.

**Тема 15.** Функциональные последовательности и ряды (2 часа).  
15.1. Степенные ряды. Теорема Абеля.

15.2. Радиус сходимости степенного ряда.

15.3. Ряд Тейлора.

**Тема 16.** Функциональные последовательности и ряды. (2 часа)

16.1. Записи остаточного члена ряда Тейлора.

16.2. Достаточное условие разложимости функций в ряд Тейлора.

16.3. Разложение функций в ряд Тейлора.

16.4. Применение ряда Тейлора в приближенных вычислениях.

### **Модуль 5. Ряды Фурье.**

**Тема 17.** Ряды Фурье. (2 часа)

17.1. Определение ряда Фурье.

17.2. Определение коэффициентов ряда Фурье.

17.3. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.

Логарифмическое дифференцирование.

**Тема 18.** Ряды Фурье. (2 часа)

18.1. Достаточный признак разложимости функции в ряд Фурье.

18.2. Ряд Фурье для четной и нечетной функций.

18.3. Ряд Фурье для функции с произвольным периодом.

18.4. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.

18.5. Запись ряда Фурье в комплексной форме.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 12 из 55

## II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (36 ЧАСОВ)

### Модуль 1. Теория пределов последовательностей.

#### *Занятие 1.* Теория пределов. (2 часа).

- 1.1. Конечные суммы.
- 1.2. Преобразование графиков функций.

#### *Занятие 2.* Теория пределов. (2 часа)

- 2.1. Метод математической индукции

#### *Занятие 3.* Теория пределов. (2 часа)

- 3.1. Контрольная работа №1 «Конечные суммы»
- 3.2. Предел числовой последовательности. Нахождение номера  $N(\varepsilon)$ .

### Модуль 2. Теория пределов функций.

#### *Занятие 4.* Теория пределов функций. (2 часа).

- 4.1. Формула Бинома Ньютона.
- 4.2. Предел функции. Раскрытие неопределенностей  $\left[\frac{0}{0}\right]$ ,  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ ,  $[\infty - \infty]$ .

#### *Занятие 5.* Теория пределов функций. (2 часа).

- 5.1. Предел функции. Раскрытие неопределенностей  $\left[\frac{0}{0}\right]$ ,  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ ,  $[\infty - \infty]$ .

#### *Занятие 6.* Теория пределов функций. (2 часа)

- 6.1. Вычисление пределов с помощью I Замечательного предела.

#### *Занятие 7.* Теория пределов функций. (2 часа)

- 7.1. Вычисление пределов с помощью II Замечательного предела.
- 7.2. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых.

#### *Занятие 8.* Теория пределов функций. (2 часа)

- 8.1. Символ о-малое, О-большое.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 13 из 55

8.2. Выделение главного степенного члена.

**Занятие 9.** Теория пределов функций. (2 часа)

9.1. Контрольная работа №2 по теме «Теория пределов числовых последовательностей и функций».

9.2. Непрерывность функции.

**Модуль 3. Числовые ряды.**

**Занятие 10.** Числовые ряды. (2 часа)

10.1. Нахождение суммы ряда.

10.2. Исследование ряда на сходимость с помощью необходимого признака сходимости, интегрального признака Коши.

**Занятие 11.** Числовые ряды. (2 часа).

11.1. Исследование ряда на сходимость с помощью признаков сравнения.

**Занятие 12.** Числовые ряды (2 часа).

12.1. Исследование на сходимость с помощью признаков Даламбера, радикального признака Коши.

**Занятие 13.** Числовые ряды (2 часа).

13.1. Исследование знакочередующегося ряда на абсолютную и условную сходимость.

**Модуль 4 Функциональные последовательности и ряды.**

**Занятие 14.** Функциональные последовательности и ряды. (2 часа)

14.1. Нахождение области и радиуса сходимости степенного ряда

14.2. Ряд Тейлора.

**Занятие 15.** Функциональные последовательности и ряды. (2 часа)

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 14 из 55

15.1. Применение рядов в приближенных вычислениях, решении дифференциальных уравнений

***Занятие 16.*** Функциональные последовательности и ряды. **(2 часа)**

16.1. Контрольная работа №1 по теме «Числовые ряды, функциональные последовательности и ряды».

***Модуль 5. Ряды Фурье.***

***Занятие 17.*** Ряды Фурье. **(2 часа)**

17.1. Ряды Фурье.

***Занятие 18.*** Ряды Фурье.

18.1. Контрольная работа №2 по теме «Ряды Фурье».

### **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Основы математического анализа» представлено в Приложении 1 и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 15 из 55

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЙ КУРСА

№ п\п	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1.	Теория пределов последовательностей	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (сентябрь-октябрь 2016 г.)	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.	
2.	Теория пределов функций	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.	

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 16 из 55

		использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (ноябрь-декабрь 2016 г.)	
3.	Числовые ряды	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (февраль-март 2017)	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.
4.	Функциональные последовательности и ряды	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (март-май 2017 г.)	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.



<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 17 из 55

5.	Ряды Фурье	<p>1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1);</p> <p>2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (май-июнь 2017 г.)</p>	<p>1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;</p> <p>2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу;</p> <p>3. Теоретические диктанты;</p> <p>4. Индивидуальные домашние задания;</p> <p>5. Тесты.</p> <p>6. Экзаменационные вопросы.</p>
----	------------	---	---

Типовые контрольные задания, экзаменационные вопросы представлены в разделах «Контрольно-измерительные материалы» и «Материалы для самостоятельной работы студентов».

## **V. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч 1.: учебное пособие. – Минск «Вышейшая школа», 2013. – 304 с. Ссылка: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65409](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65409)

2. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч 2.: учебное пособие. – Минск «Вышейшая школа», 2014. – 398 с. Ссылка: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65409](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65409)

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 18 из 55

3. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч 3.: учебное пособие. –Минск «Высшая школа», 2013. – 368 с. Ссылка [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65410](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65410)

4. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч 4.: учебное пособие. –Минск «Высшая школа», 2013. – 334 с. Ссылка [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=65411](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65411)

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1.Фролов С.В., Шостак Р.Я. Курс высшей математики т.1,2.М.Высшая школа. 1973 <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:324397&theme=FEFU>

2.Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления т.1,2.М.Наука. 1990. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:315151&theme=FEFU>

3. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов под ред. Б.П. Демидовича. М.: Астрель.- 2004.- 558 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:7674&theme=FEFU>

4. В. С. Шипачев. Высшая математика. – Санкт-Петербург, «Лань», 2006.-479 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:237535&theme=FEFU>

5. Математика [Электронный ресурс] : учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М. : ГЭОТАР-Медиа, 2013. - [http://www.studentlibrary.ru / book / ISBN9785970426968.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785970426968.html)  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785970426968.html>

6. Математика [Электронный ресурс] / Шабунин М.И. - М. : БИНОМ, 2012. - [http://www.studentlibrary.ru / book / ISBN9785996309252.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309252.html)  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996309252.html>

7. Математика. Сборник задач по углублённому курсу [Электронный ресурс] / Б.А. Будак [и др.]; под ред. М.В. Федотова. - М. : БИНОМ, .2015." - [http://www.studentlibrary.ru / book / ISBN9785996328857.html](http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html)  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996328857.html>

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 19 из 55

1. <http://e.lanbook.com/>
2. <http://www.studentlibrary.ru/>
3. <http://znanium.com/>
4. <http://www.nelbook.ru/>

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 20 из 55

## VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

**Для успешного достижения учебных целей занятий должны выполняться следующие основные требования:**

-соответствие действий обучающихся ранее изученным на лекционных и семинарских занятиях методикам и методам.

-максимальное приближение действий студентов к реальным, соответствующим будущим функциональным обязанностям.

-поэтапное формирование умений и навыков, т.е. движение от знаний к умениям и навыкам, от простого к сложному и т.д..

-использование при работе на тренажерах или действующей технике фактических документов, технологических карт, бланков и т.п.

-выработка индивидуальных и коллективных умений и навыков.

-распределение времени, отведенного на занятие, на решение каждой задачи;

-подбор иллюстративного материала (графиков, таблиц, схем), необходимого для решения задач, продумывание расположения рисунков и записей на доске.

**Студент должен:**

- научиться работать с книгой, документацией и схемами, пользоваться справочной и научной литературой.

-формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

На изучение дисциплины отводится 72 часов аудиторных занятий. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией,

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 21 из 55

отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме как самостоятельно, так и, вызывая студентов к доске. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения.

### **МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учебные аудитории кампуса ДВФУ.

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 22 из 55

Приложение 1



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

(ДФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Основы математического анализа»

Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»

Форма подготовки очная

Владивосток

2016

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 23 из 55

### План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид СРС	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1. Метод математической индукции.	16.09.16- 30.09.16	ИДЗ	2 недели	Проверка
2. Конечные суммы.	30.09.16	К.р.	1 неделя	Проверка
3. Теория пределов	25.11.16- 09.12.16	ИДЗ	2 недели	Проверка
4. Выделение главного степенного члена	09.12.16- 23.12.16	ИДЗ	2 недели	Проверка
5. Теория пределов	23.12.16	К.р.	1 неделя	Проверка
6. Числовые ряды	07.04.17- 21.04.17	ИДЗ	2 недели	Проверка
7. Числовые ряды и функциональные ряды.	05.05.17	К.р.	1 неделя	Проверка
8. Ряды Фурье	19.05.17- 02.06.17	ИДЗ	2 недели	Проверка
9. Ряды Фурье	02.06.17	К.р.	1 неделя	Проверка

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме. Работа должна быть выполнена в письменном виде и отдана на проверку преподавателю. Критерии

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 24 из 55

оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

**Демонстрационный вариант индивидуального домашнего задания №1  
(осенний семестр) по теме «Метод математической индукции, теория  
пределов числовой последовательности»**

**Задание 1:** Написать общий член последовательности, если он не задан. Вычислить предел последовательности, обозначив его  $a$ . Используя язык « $\varepsilon$ - $\delta$ », доказать, что  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ ; получить формулу для  $N(\varepsilon)$ . Вычислить  $N(\varepsilon)$  для  $\varepsilon=0,1$  и  $\varepsilon=0,01$

$$x_n = e^{10n - n^2 - 24}$$

**Задание 2:** Доказать методом математической индукции

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

**Задание 3:** Сформулировать утверждение на языке « $\varepsilon$ - $\delta$ »:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$$

**Демонстрационный вариант индивидуального домашнего задания №2  
(осенний семестр) по теме «Теория пределов функций».**

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4} \quad 2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3} \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 5x + 1} \quad 5. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x + 4}{3x^3 - 5x + 1} \quad 6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4 - 2x}{1 - 2x} \right)^{x+1} \quad 8. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x + 5}{4x - 2} \right)^{3x} \quad 9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$$



<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 25 из 55

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x} \quad 11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{e^{6x^2} - 1}$$

**Демонстрационный вариант индивидуального домашнего задания №3  
(осенний семестр) по теме «Выделение главного степенного члена».**

Выделить главный степенной член вида  $\alpha(x - x_0)^m$ ,  $x \rightarrow x_0$  ( $x_0 \neq \infty$ ) или  $\alpha x^m$ ,  $x \rightarrow \infty$ :

1.  $\sqrt{1+4x} - \sqrt{1+7x}$  ( $x \rightarrow 0$ ),
2.  $\frac{x+3}{2(x^2-x-2)}$  ( $x \rightarrow -1$ ),
3.  $\frac{x+2}{\arctg x}$  ( $x \rightarrow \infty$ )

**Демонстрационный вариант индивидуального домашнего задания №1  
(весенний семестр) по теме «Числовые ряды».**

1-8. Исследовать на сходимость.

- 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{n+3}{2n+5}$ .
- 2)  $\frac{3}{\sqrt{1 \cdot 2}} + \frac{5}{\sqrt{2 \cdot 2^2}} + \frac{7}{\sqrt{3 \cdot 2^3}} + \dots$ .
- 3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5) \ln(n+5) \ln \ln 5}$ .
- 4)  $\frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 8} + \frac{1}{4 \cdot 9} + \dots$ .
- 5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin\left(\frac{3+(-1)^n}{4}\right)}{(3n)!}$ .
- 6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n \cdot \sqrt[3]{n+5}}$ .
- 7)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$ .
- 8)  $\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \left(\frac{n-2}{2n+1}\right)^{3n}$ .

9-10. Исследовать на абсолютную и условную сходимость

- 9)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ .
- 10)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sin^n \frac{\pi}{2n}$ .

11-12. Найти интервал сходимости степенного ряда

- 11)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot (x-3)^n}{(2n+9)^5 \cdot (x+2)^{2n}}$ .
- 12)  $\sum_{n=1}^{\infty} \lg^n x$ .

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 26 из 55

13-14. Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$ , сводя к известным разложениям

13)  $y = \frac{x}{2-x}, a=1.$                       14)  $f(x) = (x-1) \operatorname{ch} x.$

15) Вычислить сумму ряда с точностью  $\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+1}, \quad \varepsilon=0,1.$

16-17. Используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить интеграл с указанной точностью  $\varepsilon$ .

16)  $\int_0^1 \sin x^2 dx, \varepsilon=0,001.$                       17)  $\int_0^{0,4} \sqrt{1+x^3} dx, \quad \varepsilon=0,001.$

18) Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$  решения дифференциального уравнения (записать три первых члена, отличных от нуля)

$y' = x^2 + e^y, \quad y(0) = 0.$

**Демонстрационный вариант индивидуального домашнего задания №2  
(весенний семестр) по теме «Ряды Фурье».**

**Задание:** Разложить заданную функцию в ряд Фурье:

1.  $f(x) = \frac{x}{5}, \quad -5 < x < 5, \quad T = 10$
2.  $f(x) = -x^2, \quad -\pi < x < \pi, \quad T = 2\pi$
3.  $f(x) = 2, \quad 0 < x < 3$  по синусам.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДФУ)

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине «Основы математического анализа»**

**Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»**

**Форма подготовки очная**

**Владивосток**

**2016**

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 28 из 55

## I. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Основы математического анализа»

Код и формулировка компетенция	Этапы формирования компетенций
Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1);	<p>В результате освоения дисциплины студент должен:</p> <p><b>Знать:</b> теорию пределов последовательностей и функций, теорию числовых рядов, функциональных последовательностей и рядов, рядов Фурье. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Уметь:</b> применять методы математического анализа при решении физических задач. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Владеть:</b> инструментом для решения математических задач в своей предметной области. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p>
способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1).	<p>В результате освоения дисциплины студент должен:</p> <p><b>Знать:</b> теорию пределов последовательностей и функций, теорию числовых рядов, функциональных последовательностей и рядов, рядов Фурье. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Уметь:</b> применять методы математического анализа при решении физических задач. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p> <p><b>Владеть:</b> инструментом для решения математических задач в своей предметной области. <b>(1-2 семестры обучения)</b></p>

№ п\п	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1.	Теория пределов последовательностей	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;	

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 29 из 55

		основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (сентябрь-октябрь 2016 г.)	2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.
2.	Теория пределов функций	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (ноябрь-декабрь 2016 г.)	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.
3.	Числовые ряды	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1);	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты;

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 30 из 55

		2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (февраль-март 2017)	4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.
4.	Функциональные последовательности и ряды	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (март-май 2017 г.)	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.
5.	Ряды Фурье	1. Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ОПК – 1); 2. Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние задания; 5. Тесты. 6. Экзаменационные вопросы.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 31 из 55

		нанoeлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования (ПК – 1). (май-июнь 2017 г.)	
--	--	--	--

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 32 из 55

## II. Шкала оценивания уровня сформированности компетенций по дисциплине «Основы математического анализа»

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели	баллы
<b>ОПК-1</b>  Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук и математики;	знает  (пороговый уровень)	Порядок и сущность формулировки понятий, определений и теорем, актуальность теоретической и практической значимости их применения в исследованиях.  Об основных понятиях и инструментах математического анализа.	Знание определений, основных понятий математического анализа; основных законов естественнонаучных (математических) дисциплин и их роли в профессиональной деятельности .	способность дать определения основных понятий математического анализа.  -способность перечислить источники информации  -способность работы с компьютером как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности	61-75
	умеет (продвинутый)	Проводить исследование в соответствии с поставленной целью и задачами, определять логику проведения исследования относительно оценки	Умение применять полученные знания для решения математических задач, использовать математический язык и символику при построении моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные	- способность самостоятельно изучить доказательство некоторых понятий математики  -способность применять изученные методы решения для нестандартного	76-85



<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 33 из 55

		эффективности бизнес-проектов	данные. применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	решения поставленных задач  - способность обосновать выбранный метод решения	
	владеет (высокий)	Инструментами и методами проведения исследований, методами анализа и обоснования эффективности бизнес-проектов, компьютерными программами	Владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно- управленческих и научных задач, владение навыками работы с компьютером как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности	способность уверенно владеть математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно- управленческих и научных задач  - способность бегло и точно применять терминологический аппарат предметной области исследования в устных ответах на вопросы и в письменных работах	86-100

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 34 из 55

<p><b>ПК-1</b></p> <p>Способность строить простейшие физические и математические модели приборов, схем, устройств и установок электроники и наноэлектроники различного функционального назначения, а также использовать стандартные программные средства их компьютерного моделирования.</p>	<p>знает (пороговый уровень)</p>	<p>Порядок и сущность формулировки понятий, определений и теорем, актуальность теоретической и практической значимости их применения в исследованиях.</p> <p>Об основных понятиях и инструментах математического анализа.</p>	<p>Знание определений, основных понятий математического анализа; основных законов естественнонаучных (математических) дисциплин и их роли в профессиональной деятельности .</p>	<p>способность дать определения основных понятий математического анализа.</p> <p>-способность перечислить источники информации</p> <p>-способность работы с компьютером как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности</p>	<p>61-75</p>
	<p>умеет (продвинутый)</p>	<p>Проводить исследование в соответствии с поставленной целью и задачами, определять логику проведения исследования относительно оценки эффективности бизнес-проектов</p>	<p>Умение применять полученные знания для решения математических задач, использовать математический язык и символику при построении моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные. применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и</p>	<p>- способность самостоятельно изучать доказательства некоторых понятий математики</p> <p>-способность применять изученные методы решения для нестандартного решения поставленных задач</p> <p>- способность обосновать выбранный метод решения</p>	<p>76-85</p>

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 35 из 55

			экспериментального исследования		
	владеет (высокий)	Инструментами и методами проведения исследований, методами анализа и обоснования эффективности бизнес-проектов, компьютерными программами	Владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно- управленческих и научных задач, владение навыками работы с компьютером как в социальной сфере, так и в области познавательной и профессиональной деятельности	способность уверенно владеть математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно- управленческих и научных задач  -способность бегло и точно применять терминологический аппарат предметной области исследования в устных ответах на вопросы и в письменных работах	86-100

## Критерии оценки знаний умений и навыков при текущей проверке

### I. Оценка устных ответов:

#### Отметка "Отлично"

1. Дан полный и правильный ответ на основе изученных теорий.
2. Материал понят и изучен.
3. Материал изложен в определенной логической последовательности, литературным языком.
4. Ответ самостоятельный.

#### Отметка "Хорошо"

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 36 из 55

1, 2, 3, 4 – аналогично отметке "Отлично".

5. Допущены 2-3 несущественные ошибки, исправленные по требованию учителя, наблюдалась "шероховатость" в изложении материала.

### **Отметка "Удовлетворительно"**

1. Учебный материал, в основном, изложен полно, но при этом допущены 1-2 существенные ошибки (например, неумение применять законы и теории к объяснению новых фактов).

2. Ответ неполный, хотя и соответствует требуемой глубине, построен несвязно.

### **Отметка "Неудовлетворительно"**

1. Незнание или непонимание большей или наиболее существенной части учебного материала.

2. Допущены существенные ошибки, которые не исправляются после уточняющих вопросов, материал изложен несвязно.

## **II. Оценка умения решать задачи:**

### **Отметка "Отлично"**

1. В решении и объяснении нет ошибок.
2. Ход решения рациональный.
3. Если необходимо, решение произведено несколькими способами.
4. Допущены ошибки по невнимательности (оговорки, описки).

### **Отметка "Хорошо"**

1. Существенных ошибок нет.
2. Допущены 1-2 несущественные ошибки или неполное объяснение, или использование 1 способа при заданных нескольких.

### **Отметка "Удовлетворительно"**

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 37 из 55

1. Допущено не более одной существенной ошибки, записи неполны, неточности.
2. Решение выполнено с ошибками в математических расчетах.

### **Отметка "Неудовлетворительно"**

1. Решение осуществлено только с помощью учителя.
2. Допущены существенные ошибки.
3. Решение и объяснение построены не верно.

### **III. Оценка письменных работ:**

Критерии те же. Из оценок за каждый вопрос выводится средняя итоговая оценка за письменную работу.

### **Примерный перечень оценочных средств (ОС)**

#### **I. Устный опрос**

1. Собеседование (УО-1) (Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.) - Вопросы по темам/разделам дисциплины.
3. Экзамен (Средство промежуточного контроля) – Вопросы к экзамену, образцы билетов.

#### **Общие положения**

Фонд оценочных средств образовательного учреждения (ФОС ОУ) является центральным элементом системы оценивания уровня сформированности компетенций обучающихся и выпускников на соответствие требованиям ФГОС ВПО

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 38 из 55

. ФОС ОУ систематизирует и обобщает различные аспекты, связанные с оценкой качества образования, уровня сформированности компетенций обучающихся и выпускников на соответствие требованиям ФГОС ВПО

В соответствии с требованиями ФГОС НПО и ФГОС СПО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям соответствующей ОПОП создает настоящие фонды оценочных средств для проведения **текущего** контроля успеваемости и **промежуточной аттестации** обучающихся.

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе повседневной учебной работы по курсу дисциплины, МДК, учебной практики по индивидуальной инициативе преподавателя, мастера производственного обучения. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины, МДК, овладению профессиональными и общими компетенциями.

Промежуточная аттестация обучающихся по учебной дисциплине, междисциплинарному курсу осуществляется в рамках завершения изучения данной дисциплины, междисциплинарного курса и позволяет определить качество и уровень ее (его) освоения. Предметом оценки освоения МДК являются умения и знания.

Промежуточная аттестация обучающихся по профессиональному модулю в целом осуществляется в форме экзамена (квалификационного) и позволяет определить готовность к выполнению соответствующего вида профессиональной деятельности и обеспечивающих его профессиональных компетенций, а также развитие общих компетенций, предусмотренных для ОПОП в целом. Условием допуска к экзамену (квалификационному) является успешное освоение обучающимися всех элементов программы профессионального модуля: теоретической части модуля (МДК) и практик.

При помощи фонда оценочных средств осуществляется контроль и управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, практического опыта и компетенций, определенных ФГОС НПО / СПО по соответствующему направлению подготовки в качестве результатов

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 39 из 55

освоения профессиональных модулей, либо отдельных учебных дисциплин.

**Фонд оценочных средств должен формироваться на основе ключевых принципов оценивания:**

валидность: объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;

надежность: использование единообразных показателей и критериев для оценивания достижений;

объективность: получение объективных и достоверных результатов при проведении контроля с различными целями.

**Основными требованиями, предъявляемыми к ФОС, являются:**

интегративность;

проблемно-деятельностный характер;

актуализация в заданиях содержания профессиональной деятельности;

связь критериев с планируемыми результатами; экспертиза в профессиональном сообществе.

Фонд оценочных средств по отдельной профессии НПО/специальности СПО состоит из комплектов контрольно-оценочных средств (КОС) по каждой учебной дисциплине, профессиональному модулю.

Непосредственным исполнителем разработки комплекта контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине, профессиональному модулю является преподаватель, по соответствующей профессии / специальности. Комплект контрольно-оценочных средств может разрабатываться коллективом авторов по поручению председателя предметно-цикловой комиссии.

Работы, связанные с разработкой комплекта контрольно-оценочных средств, вносятся в индивидуальные планы преподавателей.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 40 из 55

### Перечень типовых экзаменационных вопросов (1 семестр):

1. Множества. Операции над множествами. Верхняя и нижняя грани множества. Ограниченность множества. Супремум и инфимум множества.
2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
3. Теоремы о сходящихся последовательностях.
4. Арифметические действия с последовательностями, имеющими предел.
5. Бесконечно-малые последовательности. Бесконечно-большие последовательности. Леммы о бесконечно-малых последовательностях.
6. Монотонные последовательности.
7. Формула Бинома-Ньютона.
8. Число  $e$ .
9. Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
10. Частичные пределы.
11. Фундаментальные последовательности. Леммы о фундаментальных последовательностях. Критерий Коши сходимости последовательности.
12. Функция. Определение предела функции по Гейне, определение предела функции по Коши.
13. Односторонние пределы. Свойства пределов функций. Критерий Коши существования предела функции в точке.
14. Непрерывность функции. Эквивалентные определения. Классификация точек разрыва.
15. Замечательные пределы.
16. Эквивалентные бесконечно-малые функции в точке. Основные эквивалентности.
17. Порядок переменной. Сравнение функций в окрестности заданной точки. Символы  $o$ -малое и  $O$ -большое.
18. Функции, непрерывные на отрезке. Теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке.
19. Теорема Вейерштрасса.
20. Теорема Больцано-Коши.
21. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.



ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 41 из 55

### **Перечень типовых экзаменационных вопросов (2 семестр):**

1. Числовые ряды (Определение, частичные суммы, сумма ряда).
2. Необходимое условие сходимости числового ряда, сходимость линейной комбинации сходящихся рядов.
3.  $n$ -остаток ряда. Сходимость остатка ряда сходящегося ряда.
4. Критерий Коши сходимости числового ряда.
5. Интегральный признак Коши сходимости числового ряда.
6. Признак сравнения.
7. Следствие признака сравнения (второй признак сравнения).
8. Признак Даламбера.
9. Радикальный признак Коши сходимости числового ряда.
10. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
11. Абсолютно сходящиеся ряды. (Определение, Критерий Коши абсолютной сходимости, теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда, теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда, теорема об абсолютной сходимости ряда, составленного из всевозможных произведений членов двух абсолютно сходящихся рядов).
12. Условно сходящиеся ряды (Определение, теорема Римана).
13. Преобразование Абеля. Признак Дирихле сходимости числового ряда.
14. Признак Абеля сходимости числового ряда.
15. Функциональные последовательности и ряды (определение, сходящиеся последовательности, предел последовательности, сумма ряда).
16. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов (определение). Лемма о равномерно сходящейся последовательности. Следствие.
17. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
18. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда.
19. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
20. Признак Вейерштрасса.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 42 из 55

21. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.  
Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда.
22. Свойство о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда.
23. Свойство о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда.
24. Степенные ряды. Определение. Теорема Абеля.
25. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда. Определение радиуса сходимости степенного ряда.
26. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в ряд Тейлора.
27. Сходимость ряда Тейлора. Записи остаточного члена.
28. Достаточное условие разложимости функций в ряд Тейлора.
29. Разложение функций в ряд Тейлора. (Используя формулу суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, по определению, стандартные разложения элементарных функций, биномиальный ряд).  
Использование формулы Тейлора в приближенных вычислениях.
30. Ряды Фурье. Основные понятия.
31. Метод Эйлера-Фурье определения коэффициентов.
32. Ряд Фурье по тригонометрической системе функций. Случай произвольного промежутка. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Случай непериодической функции

## II. Письменные работы

1. Тест (ПР-1) (Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося) - Фонд тестовых заданий.
- 2.. Контрольная работа (ПР-2)(Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу) – Демонстрационный вариант контрольных заданий.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 43 из 55

## Задания для тестирования

### Тема.Пределы

1. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{6x}$  равно:

- а) 0;      б) 3;      в)  $\frac{1}{3}$ ;      г) 1.

2. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)}{x^2-64}$  равно:

- а) -0,5;      б) 0,5;      в)  $\infty$ ;      г) 0.

3. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x^2+3x}{4-3x+x^2}$  равно:

- а) -2;      б)  $\frac{1}{4}$ ;      в) 0;      г)  $\infty$ .

### Примерные варианты контрольных работ

для рубежной аттестации:

**Контрольная работа №1 (осенний семестр) по теме «Конечные суммы»:**

**Задания ко всем примерам: расписать, если это возможно, конечную сумму:**

1.  $\sum_{k=2}^6 \frac{x^k}{(k+1)^2}$

2.  $\sum_{-1 < j \leq 3} a_{jm}$

3.  $\sum_{j=3}^6 a_{kj} d_m^j$

4.  $\sum_{m=1}^2 \sum_{i=2}^4 a_{im} x^{m-1}$

5.  $\sum_{k=-2}^1 \sum_{s=2k+1}^2 b_{k+1}^s$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 44 из 55

$$6. \sum_{i=2}^4 \sum_{0 < j \leq i-4} d_{i+2}^j$$

**Контрольная работа № 2 (осенний семестр) по теме «Предел функции.»**

*Вычислить пределы*

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{\sqrt{x^2 + 25} - 5} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{2x}{x-1}} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \sin 2x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 4x^2 + 2}{6x^4 + 2x^3 - 1} \quad 5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^4 - 2n + 2}{n^4 + 3} \quad 6. \lim_{t \rightarrow \infty} (t-1) \ln \frac{2t+1}{t+3}$$

**Контрольная работа №1 (весенний семестр) по теме «Ряды»**

1. Исследовать на сходимость

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin\left(\frac{3+(-1)^n}{4}\right)}{(3n)!} \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n \cdot \sqrt[3]{n} + 5} \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!} \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \left(\frac{n-2}{2n+1}\right)^{3n}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

1. Вычислить сумму ряда с точностью  $\alpha$   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3 + 1}$ ,  $\alpha = 0,1$ .

3. Найти область сходимости ряда, исследовать сходимость на концах интервала  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)} x^n$ .

**Контрольная работа №2 (весенний семестр) по теме «Ряды Фурье».**

**Задание:** Разложить заданную функцию в ряд Фурье:

$$1. f(x) = \frac{x}{5}, \quad -5 < x < 5, \quad T = 10$$

$$2. f(x) = -x^2, \quad -\pi < x < \pi, \quad T = 2\pi$$

$$3. f(x) = 2, \quad 0 < x < 3 \quad \text{по синусам.}$$

<b>ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ</b>			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 45 из 55

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДФУ)**

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
по дисциплине «Основы математического анализа»  
Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»  
«Бакалавр»  
Форма подготовки очная

**Владивосток  
2016**

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 46 из 55

## Программа курса.

### *Теория пределов числовых последовательностей*

Множества. Операции над множествами. Верхняя и нижняя грани множества. Ограниченность множества. Супремум и инфимум множества. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Теоремы о сходящихся последовательностях. Арифметические действия с последовательностями, имеющими предел. Бесконечно-малые последовательности. Бесконечно-большие последовательности. Леммы о бесконечно-малых последовательностях. Монотонные последовательности. Формула Бинома-Ньютона. Число  $\epsilon$ . Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Частичные пределы. Фундаментальные последовательности. Леммы о фундаментальных последовательностях. Критерий Коши сходимости последовательности.

### *Теория пределов функций*

Функция. Определение предела функции по Гейне, определение предела функции по Коши. Односторонние пределы. Свойства пределов функций. Критерий Коши существования предела функции в точке. Непрерывность функции. Эквивалентные определения. Классификация точек разрыва. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно-малые функции в точке. Основные эквивалентности. Порядок переменной. Сравнение функций в окрестности заданной точки. Символы  $o$ -малое и  $O$ -большое. Функции, непрерывные на отрезке. Теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.

### *Числовые ряды*

Числовые ряды (Определение, частичные суммы, сумма ряда). Необходимое условие сходимости числового ряда, сходимость линейной комбинации сходящихся рядов.  $n$ -остаток ряда. Сходимость остатка ряда сходящегося ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 47 из 55

Интегральный признак Коши сходимости числового ряда. Признак сравнения. Следствие признака сравнения (второй признак сравнения). Признак Даламбера. Радикальный признак Коши сходимости числового ряда. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно сходящиеся ряды. (Определение, Критерий Коши абсолютной сходимости, теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда, теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда, теорема об абсолютной сходимости ряда, составленного из всевозможных произведений членов двух абсолютно сходящихся рядов). Условно сходящиеся ряды (Определение, теорема Римана). Преобразование Абеля. Признак Дирихле сходимости числового ряда. Признак Абеля сходимости числового ряда.

### *Функциональные последовательности и ряды*

Функциональные последовательности и ряды (определение, сходящиеся последовательности, предел последовательности, сумма ряда). Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов (определение). Лемма о равномерно сходящейся последовательности. Следствие. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Свойство о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда. Свойство о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда. Степенные ряды. Определение. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в ряд Тейлора. Сходимость ряда Тейлора. Записи остаточного члена. Достаточное условие разложимости функций в ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. (Используя формулу суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, по определению, стандартные разложения элементарных функций, биномиальный ряд). Использование формулы Тейлора в приближенных вычислениях.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 48 из 55

### *Ряды Фурье*

Ряды Фурье. Основные понятия. Метод Эйлера-Фурье определения коэффициентов. Ряд Фурье по тригонометрической системе функций. Случай произвольного промежутка. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Случай непериодической функции

#### **Методические указания к решению задач по пределам, непрерывности.**

Пусть какая-либо выколота окружность точки  $a$  лежит в области определения функции  $y = f(x)$ .

**Определение 1.** Число  $B$  называется пределом функции  $y = f(x)$  в точке  $a$ , если для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $\delta > 0$  такое, что

$$|x - a| < \delta \text{ и } x \neq a \Rightarrow |f(x) - B| < \varepsilon.$$

Обозначение предела:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B$ .

**Пример.** Докажем, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x+1) = 5$ . Возьмем произвольное  $\varepsilon > 0$ . Нам надо найти такое  $\delta > 0$ , что  $|x - 2| < \delta \Rightarrow |(2x+1) - 5| < \varepsilon$ . Начнем преобразовывать последнее неравенство:

$$|(2x+1) - 5| < \varepsilon \Leftrightarrow |2x - 4| < \varepsilon \Leftrightarrow 2|x - 2| < \varepsilon \Leftrightarrow |x - 2| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Теперь легко понять, что если мы возьмем  $\delta < \frac{\varepsilon}{2}$ , то получим требуемое соотношение:  $|x - 2| < \delta \Rightarrow |(2x+1) - 5| < \varepsilon$ .

Сформулируем основные теоремы теории пределов, которые нам понадобятся в дальнейшем.

**Теорема 1.** Если в точке  $a$  существуют пределы функций  $f(x)$  и  $g(x)$ , то в этой точке существует и предел суммы  $f(x) + g(x)$ , причем



ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 49 из 55

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x).$$

**Теорема 2.** Пусть  $f(x) = C$ , тогда в любой точке  $a$  существует предел  $f(x)$ , причем  $\lim_{x \rightarrow a} C = C$ .

**Теорема 3.** Пусть в точке  $a$  существуют пределы функций  $f(x)$  и  $g(x)$ , причем  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = C$ , тогда функция  $f(x) \cdot g(x)$  также имеет в точке  $a$  предел причем

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = B \cdot C.$$

**Теорема 4.** Если в точке  $a$  существует предел функции  $f(x)$ , то в этой точке существует и предел функции  $C \cdot f(x)$ , причем

$$\lim_{x \rightarrow a} C \cdot f(x) = C \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

**Теорема 5.** Пусть в точке  $a$  существуют пределы функций  $f(x)$  и  $g(x)$ , причем  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = B$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = C$ ,  $C \neq 0$ , тогда функция  $\frac{f(x)}{g(x)}$  также имеет в точке

$a$  предел, причем  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{B}{C}$ .

Перейдем к вычислению некоторого класса пределов, связанных с тригонометрическими, показательными и логарифмическими функциями.

**Теорема 6. (Первый замечательный предел)**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 50 из 55

### Примеры.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = \left[ \begin{array}{l} ax = y \\ y \rightarrow 0 \end{array} \right] = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y/a} = a \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y} = a.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = \left[ \begin{array}{l} \arcsin x = y \\ x = \sin y \\ y \rightarrow 0 \end{array} \right] = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{\sin y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{\left( \frac{\sin y}{y} \right)} = \frac{\lim_{y \rightarrow 0} 1}{\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y}} = 1.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x \cdot \cos ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} : \lim_{x \rightarrow 0} \cos ax = a : 1 = a.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin ax) : x}{(\sin bx) : x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} : \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin bx}{x} = a : b.$$

### Теорема 7. (Второй замечательный предел)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e.$$

### Примеры.

3.. Прологарифмируем равенство  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)^{1/x} = \ln e \text{ или } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+ax)}{x} = \left[ \begin{array}{l} ax = y \\ y \rightarrow 0 \end{array} \right] = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln(1+y)}{y/a} = a \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln(1+y)}{y} = a.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \left[ \begin{array}{l} e^x - 1 = y \\ x = \ln(1+y) \\ y \rightarrow 0 \end{array} \right] = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y}{\ln(1+y)} = 1 : \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln(1+y)}{y} = 1.$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 51 из 55

### 3.2. Непрерывность функции

**Определение 1.** Пусть  $f(x)$  определена в окрестности точки  $a$ . Функция  $f(x)$  называется непрерывной в точке  $a$ , если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Если  $f(x)$  не является непрерывной в точке  $a$ , то говорят, что она разрывна в этой точке.

**Определение 2.**

А) Функция  $f(x)$  непрерывна на множестве  $X$ , если она непрерывна в каждой точке этого множества;

б)  $f(x)$  непрерывна в области, если она непрерывна в каждой точке области определения функции  $f(x)$ ;

в)  $f(x)$  всюду непрерывна, если  $f(x)$  определена и непрерывна на всей вещественной оси.

**Теорема 1.** Если  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в точке  $a$ , то  $f(x)+g(x)$ ,  $f(x) \cdot g(x)$  также непрерывны в этой точке. Если, кроме того,  $g(a) \neq 0$ , то  $f(x):g(x)$  непрерывна в точке  $a$ .

**Теорема 2. (Теорема о сложной функции).** Пусть  $y = f(x)$ ,  $z = g(y)$ ,  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ ,  $g(y)$  непрерывна в точке  $y_0 = f(x_0)$ , тогда функция  $z = g(f(x))$  непрерывна в точке  $x_0$

**Теорема 3. (Больцано-Коши).** Пусть  $f(x)$  определена и непрерывна в промежутке  $[a;b]$  и на концах промежутка  $f(x)$  принимает значения разных знаков, т.е.  $f(a) \cdot f(b) < 0$ . Тогда существует точка  $c \in (a;b)$  такая, что  $f(c) = 0$ .

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 52 из 55

**Теорема 4. (Вторая теорема Больцано-Коши).** Пусть  $f(x)$  определена и непрерывна на промежутке  $[a;b]$  и  $f(a) = A$ ,  $f(b) = B$ , причем  $A < B$ . Тогда для любого  $C$ ,  $A < C < B$ , существует точка  $c \in (a;b)$  такая, что  $f(c) = C$ .

### Тренировочные задания

Найти указанные пределы.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + x} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{1+x} \right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{x+1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$$

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 53 из 55

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$$

### Методические указания к решению задач по рядам

**Определение 1.** Бесконечная сумма чисел  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$  называется числовым рядом. Чаще его записывают с помощью знака сигма:  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ .

С каждым числовым рядом связывается последовательность частичных сумм:

$$S_1 = a_1, S_2 = a_1 + a_2, \dots, S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n.$$

**Определение 2.** Числовой ряд  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  называется сходящимся, если последовательность  $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$  имеет конечный предел, причем число  $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  называется суммой ряда и записывается это так:  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = S$ . Если ряд не сходится, то он называется расходящимся.

**Пример.** Рассмотрим ряд  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k$

$$S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{\frac{1}{3} \left( \left(\frac{1}{3}\right)^n - 1 \right)}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{1}{2} \left( 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right), \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2}, \text{ поэтому } \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k = \frac{1}{2}.$$

В теории числовых рядов выделяются две задачи: исследование рядов на сходимость и нахождение сумм рядов. Мы будем в основном решать задачи первого типа.

**Теорема 1.** Если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, то  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

**Следствие (достаточный признак расходимости).** Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ , то ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  расходится.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 54 из 55

**Теорема 2 (интегральный признак сходимости).** Пусть  $f(x)$  непрерывна на  $[0; \infty]$ , убывает на этом промежутке,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  связан с  $f(x)$  соотношением  $a_n = f(n)$ . Тогда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится в том и только в том случае, когда  $\int_1^{\infty} f(x) dx$  конечен.

Очень важный пример. Исследуем на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ , который называется гармоническим рядом. Для этого исследуем  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$ :  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_1^{\infty} = \infty$ . Следовательно, ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  расходится.

Ряды вида  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  называются гармоническими с показателем  $p$ . Если  $p \leq 1$ , то ряд расходится, если  $p > 1$ , то ряд сходится.

**Теорема 3 (предельный признак).** Пусть даны два ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  и пусть существует, конечен и отличен от 0  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ . Тогда ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится в том и только в том случае, когда  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходится.

**Пример.** Исследуем ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{3n^3 + 5n^2}$ . Сравним его с рядом  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ . вычислим  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{3n^3 + 5n^2} : \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + n}{3n^3 + 5n^2} = \frac{1}{3}$ . Следовательно, ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{3n^3 + 5n^2}$  расходится.

**Теорема 4 (признак Даламбера).** Пусть число Даламбера  $\rho_D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ . Тогда ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится. Если  $\rho_D > 1$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  расходится. Если  $\rho_D = 1$ , то о сходимости или расходимости ничего сказать нельзя.

ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ			
Учебно-методический комплекс дисциплины «Основы математического анализа»			
Разработал: Зиновьев П.В., Дикарева Н.П.	Направление подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»	Контрольный экземпляр находится на кафедре физики низкоразмерных структур	Лист 55 из 55

**Пример.**

Исследуем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}.$$

ВЫЧИСЛИМ

$$\rho_D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n+1} = 0 < 1. \quad \text{Ряд сходится.}$$

### Тренировочные задания

Исследовать сходимость рядов

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \dots$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}} + \dots$$

$$3 \cdot \frac{1!}{1} + 3 \cdot \frac{2!}{2^2} + 3 \cdot \frac{3!}{3^3} + \dots + 3 \cdot \frac{n!}{n^n} + \dots$$

$$\frac{1!^2}{2} + \frac{2!^2}{2^4} + \frac{3!^2}{2^9} + \dots + \frac{n!^2}{2^{n^2}} + \dots$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 4 + \dots + \frac{1}{n} \cdot (n+1) + \dots$$