МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ

«СОГЛАСОВАНО»	«УТВЕРЖДАЮ»
Руководитель ОП	Заведующая (ий) кафедрой
д.ф.-м.н., профессор, академикРАН, Гузев М.А.	информатики, математического и компьютерного моделирования
	(название кафедры)
______________________________	______________ Чеботарев А.Ю.
(подпись) (Ф.И.О. рук. ОП)	(подпись) (Ф.И.О. зав. каф.)
«23» июня 2017 г.	«23» июня 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (РПУД)
Аналитическая геометрия

Направление подготовки 09.03.03Прикладная информатика

Форма подготовки очная

курс 1 семестр 1
лекции 18 час.
практические занятия 18 час., лабораторные работы 0 час.
в том числе с использованием МАО лек. 8 час, пр. 8 час, лаб. 0 час
всего часов аудиторной нагрузки 36 час.
в том числе с использованием МАО 16 час.
самостоятельная работа 108 (час.)
в том числе на подготовку к экзамену 27 час.
контрольные работы 4 (количество)
экзамен 1 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно установленного ДВФУ, принятого решением Ученого совета Дальневосточного федерального университета, протокол от 28.01.2016 № 01-16, и введенного в действие приказом ректора ДВФУ от 18.02.2016 № 12-13-235.
Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол №22 «23» июня 2017 г.
Заведующая кафедрой к.ф.-м.н., профессор Шепелева Р.П.
Составители:к.ф.-м.н., профессор Пак Геннадий Константинович,
ст. преподаватель Коробецкая Юлия Ивановна.

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» __________________ 20 г. № ______

Заведующий кафедрой _________________________ ___________________

(подпись)   (и.о. фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» __________________ 20 г. № ______

Заведующий кафедрой _________________________ ___________________

(подпись)   (и.о. фамилия)

АННОТАЦИЯКРАБОЧЕЙПРОГРАММЕДИСЦИПЛИНЫ «АНАЛИТИЧЕСКАЯГЕОМЕТРИЯ»

Дисциплина относится к учебным дисциплинам базовой части профессионального цикла основной образовательной программы (ООП) направления подготовки 09.03.09 – Прикладная информатика, квалификация (академическая степень) – бакалавр.

Трудоёмкость дисциплины 2 зачётных единиц. Дисциплина является базовой для математического и естественнонаучного цикла ООП.

Цели освоения дисциплины –привитие научного подхода к исследованиям явлений природы, экономических и производственных процессов; развитие абстрактного логического мышления; ознакомление студентов с фундаментальными понятиями линейной алгебры и геометрии, приобретение знаний и навыков, необходимых для эффективного использования математического моделирования в процессе достижения целей научной деятельности. Изучение курса способствует расширению научного кругозора и повышению математической культуры специалиста, развитию его мышления и становлению его мировоззрения.

Задачи курса:

– овладение студентами аппаратом аналитической геометрии, аналитическими моделями исследования геометрических форм;

–приобретение базы, необходимой для изучения математических, естественнонаучных, информационных и специальных дисциплин;

– привитие навыков математического исследования социальных, технических, экономических и других проблем науки и производства, умение мыслить научными категориями в области науки, техники, экономики и социальной сферы.

– развитие способностей общаться со специалистами из других областей, работы в междисциплинарной команде, а также работы самостоятельно.

– формирование устойчивых навыков по компетентностному применению аналитической геометрии при изучении дисциплин профессионального цикла и научном анализе ситуаций, с которыми выпускнику приходится сталкиваться в профессиональной и общекультурнойдеятельности;

– обучение применению методов аналитической геометрии для построения математических моделей физических и химических процессов..

Место дисциплины в структуре ООП ВО

Особенность построения и содержания курса в том, что в подготовке специалистов естественнонаучных, экономических и технических направлений геометрия и алгебра играют фундаментальную роль. Задача изучения дисциплины – формирование логического мышления, развитие абстрактного мышления.

Для успешного усвоения дисциплины необходимы знания базовых понятий и умений обязательного минимума содержания среднего (полного) образования по математике.

Знания и умения, полученные при изучении дисциплины в рамках ООП могут быть востребованы дисциплинами: Линейная алгебра, Теория вероятностей и статистика, Информатика, Математические методы в экономике и других, использующих в той или иной степени математический инструментарий. Преподавание геометрии тесно связано с курсами математического анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений, информатики, прикладными дисциплинами. Изучениедисциплины позволяет будущему специалисту научно анализировать проблемы его профессиональной области (в том числе связанные с созданием новой техники и технологий), успешно решать разнообразные научно-технические задачи с использованием геометрических знаний, используя современные образовательные и информационные технологии – овладевать той новой информацией, с которой ему придётся столкнуться в производственной и научной деятельности.

Изучение теоретического и алгоритмического аппарата геометрии способствует развитию у будущих специалистов склонности и способности к творческому мышлению, выработке системного подхода к исследуемым явлениям, умения самостоятельно строить и анализировать математические модели различных систем.

Достоинством данного документа является то, что в нём последовательно проводится линия развития логического и алгоритмического мышления, привития навыков математического исследования социальных, технических, экономических и других проблем науки и производства, умение мыслить научными категориями.

Изучение дисциплины формирует теоретические и прикладные знания по основным видам деятельности квалификационной характеристики магистров. Материал формирует навыки научно-исследовательской работы, математического моделирования и алгоритмической реализации принятия решений. Знания, полученные по данной дисциплине, позволят принимать научно обоснованные оптимальные решения в организационно – управленческой и аналитической деятельности. Студент ознакомится с современным языком математики; изучит векторный анализ, теории линий и поверхностей второго порядка, разовьёт способности общаться со специалистами из других областей, работать в междисциплинарной команде, а также применять методы в исследовательской работе.

2. Требования к результатам освоения дисциплины

Изучение дисциплины должно обеспечивать приобретение студентами совокупности знаний, умений и навыков, способствующих развитию и у них специальных видов компетенций:

Общепрофессиональные:

– способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);

Профессиональные:

– способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).

● В результате теоретического изучения дисциплины студент **должен *знать***:

– фундаментальные понятия алгебры и геометрии(о многочленах, комплексных числах, матрицах и определителях, группах, кольцах, полях; геометрических объектах);

– основные алгебраические и геометрические методы исследования;

– значении геометрии и алгебры и методов этих наук в других областях науки и техники;

уметь:

– использовать при решении экономических, управленческих и производственных задач основы алгебры и геометрии:

– решать основные типы алгебраических и геометрических задач, решать системы линейных уравнений, производить действия с многочленами, комплексными числами, матрицами, отображениями, линейными операторами, квадратичными формами, собственными векторами, уметь использовать уравнения линий и поверхностей;

– применять свои геометрические алгебраические знания при решении теоретических и прикладных вопросов

владеть:

– основными методами геометрического и алгебраического анализа.

Код и формулировка компетенций	**Этапы формирования компетенций**	
ОПК-4 Способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	Знает	основные факты, концепции, принципы геометрии, связанные с прикладной математикой и информатикой
	Умеет	Использовать законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности
	Владеет	Методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;
ПК-2 Способностью разрабатывать, внедрять и адаптировать прикладное программное обеспечение	Знает	Основные профессиональные ППП, основные понятия и методы геометрии.
	Умеет	применять методы аналитической геометрии при решении прикладных геометрических задач с использованием вычислительной техники.
	Владеет	Программными средствами для решения математических задач в своей предметной

		области.
ПК-3 Способностью проектировать ИС в соответствии с профилем подготовки по видам обеспечения	Знает	Математические основы построения компьютерных изображений.
	Умеет	применять методы аналитической геометрии при решении графических ИС
	Владеет	инструментом для решения в своей предметной области.

Для формирования указанных компетенций в ходе изучения дисциплины применяются методы активного обучения:

1. **Работа в команде** – совместная деятельность обучающихся в группе под руководством лидера, направленная на решение общей задачи путём творческого сложения результатов индивидуальной работы членов команды с делением полномочий и ответственности.
2. **Проблемное обучение** – стимулирование обучающихся к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.
3. **Контекстное обучение** – мотивация студентов к усвоению знаний путём выявление связей между конкретным знанием и его применением.
4. **Обучение на основе опыта** – активизация познавательной деятельности студентов за счёт ассоциации и собственного опыта с предметом обучения, лекция-беседа, лекция-дискуссия, мозговой штурм и метод группового обучения.
5. **Групповая консультация.** Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводятся с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагает для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-

консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

РАЗДЕЛ 1.Действия над векторами (**6 часа**)

Тема 1. Векторы на плоскости и в пространстве

Тема 2. Скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведения и их свойства

Тема 3. Кольцо векторов.Лекция с запланированными ошибками (лекция-провокация)

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ

РАЗДЕЛ 2. Уравнения прямой на плоскости. Кривые второго порядка (**6 часа**)

Тема 1. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости. Уравнения прямой на плоскости..

Тема 2. Эллипс. Гипербола. Парабола. Общая теория кривых второго порядка..

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

РАЗДЕЛ 3. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Поверхности второго порядка **(6 час)**

Тема 1 Уравнения прямой в пространстве; лекции проводятся с использованием элементов метода активного обучения "лекция-беседа"

Тема 2 Метод сечений. Общая теория поверхностей второго порядка.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (18час.)

РАЗДЕЛ 1

Занятие 1 (2 час.)Арифметические операции с векторами. Координаты вектора. Преобразования систем координат. Свойства скалярного произведения векторов.Применяется метод активного обучения «групповая консультация»

Занятие 2 (2 час.)Свойства векторного, двойного векторного и смешанного произведений векторов.
Занятие 3 (2 час.) Кольцо векторов.Применяется метод активного обучения «групповая консультация»

РАЗДЕЛ 2

Занятие 4 (2 час.) Уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости.
Занятие 5 (2 час.) Директриса и эксцентриситет эллипса и гиперболы
Занятие 6 (2час.) Общая теория линий второго порядка.

РАЗДЕЛ 3

Занятие 7(2 **час.**) Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. **Занятие 8 (2 час.**)Уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей, прямой и плоскости в пространстве. **Занятие 9**(2 **час.**) Применение теории квадратичных форм к линиям и поверхностям второго порядка.Применяется метод активного обучения «групповая консультация»

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид СРС	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля

Координаты векторов. Векторная алгебра	Вторая неделя семестра	ИДЗ	1 неделя	Назначение в системе Bbdvfu
Скалярное произведение	Четвёртая неделя семестра	ИДЗ	1 неделя	Назначение в системе Bbdvfu
Применения векторной алгебры	Шестая неделя семестра	ИДЗ	1 неделя	Назначение в системе Bbdvfu
Прямая на плоскости	Восьмая неделя семестра	ИДЗ	1 неделя	Назначение в системе Bbdvfu
Линии второго порядка	Десятая неделя семестра	ИДЗ	1 неделя	Назначение в системе Bbdvfu
Аналитическая геометрия в пространстве	Двенадцатая неделя семестра	ИДЗ	1 неделя	Назначение в системе Bbdvfu
Метод сечеиий	Четырнадцатая неделя семестра	ИДЗ	1 неделя	Назначение в системе Bbdvfu
Тест проверки остаточных знаний	Зачётная неделя	Тест	1 час	Тест в системе Bbdvfu

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю на проверку в системе Bbdvfu по соответствующему «Назначению». Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

2 Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

Задания для самостоятельного выполнения:

1. Выполнение заданий в форме ИДЗ (МАО).
2. Написание реферата по теме, предложенной преподавателем или самостоятельно выбранной студентом и согласованной с преподавателем.
3. Подготовка к тестированию по темам курса.

Методические рекомендации по выполнению ситуационных заданий (МАО)

Самостоятельная работа бакалавров предполагает:

1. Изучение материала по теме занятия и подготовка к практическому занятию.

2. Поиск и сбор первичной и вторичной информации по заявленной проблеме в рамках ситуационных заданий к практическим занятиям и подготовка отчета по результатам самостоятельно проведенных исследовании форме презентации (файл с расширением .ppt).

3. Защита ситуационного задания на практическом занятии с демонстрацией отчета или презентации, ответы на вопросы, обсуждение.

По результатам проверки студенту выставляется определенное количество баллов, которое входит в общее количество баллов студента, набранных им в течение семестра. При оценке результатов выполнения кейс-задачи учитываются четкость структуры работы, умение ставить проблему и анализировать ее, умение логически мыслить, владение профессиональной терминологией, грамотность оформления.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы представлено в Приложении 1 и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

Изучение дисциплины предусматривает:

– лекции, в соответствии с программой, с использованием раздаточного материала;

– выполнение домашних заданий;

– выполнение индивидуальных заданий;

– обязательная проработка материала, который будет разбираться на лекции с подбором дополнительных материалов.

Текущий контроль. Предусматривает учет посещения студентами занятий в течение периода обучения и оценку своевременности и качества выполнения студентами тестов и домашних заданий.

Итоговый контроль. Предусматривает рейтинговую оценку по учебной дисциплине в течение семестра и экзамен

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Свойства скалярного, векторного, смешанного и двойного векторного произведений

Взаимное расположение прямых. Линии второго порядка.

Взаимное расположение прямых и плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.

Метод сечений. Цилиндры.

Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду.

4. Проверка знаний студентов

Фронтальный опрос, 4 контрольных, индивидуальных и самостоятельных работ.

5. Итоговая аттестация: экзамен

Программа экзамена по аналитической геометрии

1. Группы. Кольца. Поля.
2. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Коллинеарные и компланарные векторы. Координаты вектора. Ориентация тройки. Преобразование координат.
3. Скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведения. Произведения в координатной форме. Алгебра векторов.
4. Уравнения прямых на плоскости: общее, через угловой коэффициент, через точку, через 2 точки, в отрезках. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых. Пучок прямых. Деление отрезка в данном отношении.
5. Эллипс. Гипербола. Парабола. Эксцентриситет и директриса. Линии второго порядка в полярных координатах.
6. Уравнения плоскости: общее, через точку, через 3 точки, в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Пучок плоскостей.
7. Уравнения прямой в пространстве: общее, каноническое, через 2 точки. Взаимное расположения прямых, прямой и плоскости.

8. Метод сечений в теории поверхностей второго порядка. Цилиндры. Эллипсоид. Гиперболоид однополостный и двуполостный. Параболоид эллиптический и гиперболический.

№ п\п	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства - наименование	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1.	Векторная алгебра	1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты;	

		теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1); 2. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).	4. Индивидуальные домашние здания; 5. Тесты. 6.Экзаменационные вопросы.
2.	Аналитическая геометрия на плоскости	1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1); 2. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние здания; 5. Тесты. 6.Экзаменационные вопросы.
3.	Теория кривых второго порядка	инструментом для решения математических задач в своей предметной области.	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние здания; 5. Тесты. 6.Экзаменационные вопросы.
4.	Аналитическая геометрияв пространстве	1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние здания; 5. Тесты.

		информатикой (ОПК-1); 2. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).	6.Экзаменационные вопросы.
5.	Теория поверхностей второго порядка	1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1); 2. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).	1. Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; 2. Летучий устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; 3. Теоретические диктанты; 4. Индивидуальные домашние здания; 5. Тесты. 6.Экзаменационные вопросы.

Типовые контрольные задания, экзаменационные вопросы и тесты представлены в разделах «Контрольно-измерительные материалы» и «Материалы для самостоятельной работы студентов».

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Д. В. Беклемишев. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – Санкт-Петербург, «Лань», 2014, - 496 с.

2. Д.В. Клетеник. Сборник задач по аналитической геометрии. – Санкт-Петербург, «Лань», 2011, - 224 с.

3. Учебное пособие Г.К. Пака на сайте Открытого университета ДВФУ

Дополнительная литература

П.С. Александров. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – Санкт-Петербург, «Лань», 2013, – 512 с.

А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. – Санкт-

Петербург, «Лань», 2012, – 304 с.

М.М. Постников. Аналитическая геометрия. – Санкт-Петербург, «Лань», 2012, – 400 с.

Нормативно-правовые материалы

1. Приказ Министерства образования и науки РФ от 30 марта 2015 г. № 323 "Об утверждении ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.04 "Прикладная математика и информатика".

2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 19 декабря 2013 г. N 1367 "Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры".

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. http://www.biblioclub.ru"Универсальная библиотека онлайн" – электронная библиотечная система, специализирующаяся на учебных материалах, в том числе электронных учебников для вузов.

2. http://www.elibrary.ruНаучная электронная библиотека eLIBRARY.RU – крупнейший российский портал в области, науки, экономики, управления и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и монографий.

3. http://www.rsl.ru Электронная полнотекстовая библиотека диссертаций и авторефератов по всем областям знаний, содержащая более 620000 документов.

4. http://www.prlib.ru В режиме электронного читального зала представлен весь полнотекстовый контент электронной национальной библиотеки: монографии, сборники трудов, периодические издания учебники, пособия, графика, музейные коллекции, законодательство России; даны ссылки на все правовые базы данных "Гарант", "Кодекс", "Консультант Плюс" и др.

5. MS Excel.

6. Mathcad.

7. Maple.

8. http://www.dvfu.ru

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для успешного достижения учебных целей занятий должны выполняться следующие основные требования:

-соответствие действий обучающихся ранее изученным на лекционных и семинарских занятиях методикам и методам.

-максимальное приближение действий студентов к реальным, соответствующим будущим функциональным обязанностям.

-поэтапное формирование умений и навыков, т.е. движение от знаний к умениям и навыкам, от простого к сложному и т.д..

-использование при работе на тренажерах или действующей технике фактических документов, технологических карт, бланков и т.п.

-выработка индивидуальных и коллективных умений и навыков.

-распределение времени, отведенного на занятие, на решение каждой задачи;

-подбор иллюстративного материала (графиков,таблиц, схем), необходимого для решения задач, продумывание расположения рисунков и записей на доске.

Студент должен:

-научиться работать с книгой, документацией и схемами, пользоваться справочной и научной литературой.

-формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию, просмотреть практикум с разобранными примерами.

Помощь в освоении данного курсаокажут методические указания:

1.Аналитическая геометрия на плоскости. Конспект лекций.

2.Аналитическая геометрия в пространстве. Конспект лекций.

3.Аналитическая геометрия. Практикум.

4.Векторная алгебра. Конспект лекций.

5. Теория групп. Учебное пособие.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории и компьютерные классы ДВФУ. Дисциплина обеспечена учебно-методической литературой посредством библиотечного фонда университета, раздаточными материалами, презентационными материалами, бланками экзаменационных билетов.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учётом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению и профилю подготовки

____

АвторГ.К.Пак

Рецензент (ы) _________________________

Программа одобрена на

заседании____

(Наименование уполномоченного органа вуза (УМК, НМС, Ученый совет)

от ___________ года, протокол № ________.

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

по дисциплине «Аналитическая геометрия»

Направление подготовки 01.03.02» Прикладная математика и информатика

профили: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности», «Системное программирование»

Образовательная программа бакалавриата

Форма подготовки очная

Владивосток

2016

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	1-2 недели	Контрольная работа	1 пара	Зачет по заданию
2	3-4 недели	Индивидуальное задание	1 неделя	Зачет по заданию
3	5-6 недели	Индивидуальное задание	1 неделя	Зачет по заданию
4	7-8 недели	Контрольная работа	1 пара	Зачет по заданию
5	9-10 недели	Индивидуальное задание	2 недели	Зачет по заданию
6	11-12 недели	Индивидуальное задание	2 недели	Зачет по заданию
7	13-14 неделя	Контрольная работа	1 неделя	Зачет по заданию
8	15-16 недели	Индивидуальное задание	1 неделя	Зачет по заданию
9	17-18 недели	Индивидуальное задание	2 недели	Зачет по заданию
10	19-21 недели	Индивидуальное задание	2 недели	Зачет по заданию
11	22-24 недели	Контрольная работа	2 пары	Зачет по заданию
12	25-27 недели	Контрольная работа	2 пары	Зачет по заданию
13	28-30 недели	Контрольная работа	2 пары	Зачет по заданию
14	31-33 недели	Контрольная работа	1 пара	Зачет по заданию
15	34-36 недели	Индивидуальное задание	2 недели	Зачет по заданию

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю на проверку в системе Bbdvfu по соответствующему «Назначению». Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Аналитическая геометрия»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

профили: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности», «Системное программирование»

Образовательная программа бакалавриата

Форма подготовки очная

Владивосток

2016

Паспорт ФОСпо дисциплине «Аналитическая геометрия»

Код и формулировка компетенция	Этапы формирования компетенций
ОПК-1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;	В результате освоения дисциплины студент должен: Знать основные факты, концепции, принципы геометрии, связанные с прикладной математикой и информатикой: Уметь: Использовать законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности Владеть: Методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;
ПК-2способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	В результате освоения дисциплины студент должен: Знать: Основные профессиональные ППП, основные понятия и методы геометрии, Уметь: применять методы аналитической геометрии при решении инженерных задач, .использовать информационные технологии в исследовательской и учебной работе Владеть: инструментом для решения математических задач в своей предметной области.

2 ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

ОПК-1 – способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

Планируемые результаты обучения* (показатели достижения заданного уровня освоения	Критерии оценивания результатов обучения**				
	1	2	3	4	5

компетенций)					
Знает:основные факты, концепции, принципы геометрии, связанные с прикладной математикой и информатикой:	Отсутствие знания элементов аналитической геометрии, основных методы теории групп, колец полей.	Фрагментарное знание понятий аналитической геометрии, теории чисел, методов решения различных систем уравнений,	Неполное знание понятий и методов аналитической геометрии, теории чисел, методов решения различных систем уравнений,	В целом сформировавшееся знание аналитической геометрии, теории чисел, методов решения различных систем уравнений, элементов линейной алгебры, основные методов теории групп, колец полей.	Сформировавшееся систематическое знание аналитической геометрии, теорию чисел, методы решения различных систем уравнений, элементы линейной алгебры, основные методы теории групп, колец полей.
Умеет: Использовать законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.	Отсутствие умения использовать различные методы аналитической геометрии	Фрагментарное умение использовать методы аналитической геометрии	Неполное умение использовать и применять методы аналитической геометрии	В целом сформировавшееся умение использовать различные методы аналитической геометрии	Сформировавшееся систематическое умение использовать различные методы аналитической геометрии при решении задач физики, химии криптографии, прикладной математики.
Владеет: Методами математического анализа и моделирования, теоретического и эксперимента	Отсутствие владения методами аналитической геометрии при решении задач в своей предметной области.	Фрагментарное владение методами аналитической геометрии при решении задач в своей предметной области.	Неполное владение навыками аналитической геометрии при решении задач в своей предметной области.	В целом сформировавшееся владение методами аналитической геометрии при решении задач в своей предметной	Сформировавшееся систематическое владение методами аналитической геометрии при решении задач в своей предметной

льного исследования;				области.	области.
Шкала оценивания*** (соотношение с традиционным и формами аттестации)	0–8 неудовлетворительно	9–12 неудовлетворительно	13–15 удовлетворительно	16–18 хорошо	19–20 отлично

ПК-2 –способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Планируемые результаты обучения* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения**				
	1	2	3	4	5
Знает:Основные профессиональные ППП, основные понятия и методы геометрии,	Отсутствие знания основных понятий и методов аналитической геометрии, основные методы теории групп, колец и полей.	Фрагментарное знание понятий и методов аналитической геометрии, методов теории групп, колец и полей.	Неполное знание основных понятий и методов аналитической геометрии, основных методов теории групп, колец и полей.	В целом сформировавшееся знание основных понятий и методов аналитической геометрии, основных методов теории групп, колец и полей.	Сформировавшееся систематическое знание основных понятий и методов аналитической геометрии, основных методов теории групп, колец и полей.
Умеет:применять методы аналитической геометрии при решении инженерных задач,	Отсутствие умения использовать различные методы аналитической геометрии при	Фрагментарное умение использовать методы аналитической геометрии при решении	Неполное умение применять методы аналитической геометрии при решении	В целом сформировавшееся умение использовать различные методы аналитическо	Сформировавшееся систематическое умение использовать различные методы

.использовать информационные технологии в исследовательской и учебной работе	решении инженерных задач.	инженерных задач.	инженерных задач.	й геометрии при решении инженерных задач.	аналитической геометрии при решении инженерных задач.
Владеет: инструментом для решения математических задач в своей предметной области.	Отсутствие владения методами решения математических задач в своей предметной области.	Фрагментарное владение методами решения математических задач в своей предметной области.	Неполное владение навыками решения математических задач в своей предметной области.	В целом сформировавшееся владение методами решения математических задач в своей предметной области.	Сформировавшееся систематическое владение методами решения математических задач в своей предметной области.
Шкала оценивания*** (соотношение с традиционными формами аттестации)	0–8 неудовлетворительно	9–12 неудовлетворительно	13–15 удовлетворительно	16–18 хорошо	19–20 отлично

Критерии оценки разноуровневых задач и заданий

для дисциплины «Аналитическая геометрия»:

- ✓ 100-86 баллов выставляется студенту, если студент правильно выполнил все расчеты, сформулировал аргументированные выводы и безукоризненно графически оформил работу.
- ✓ 85-76 баллов – в расчетах студент допустил не более одной ошибки, не сформулировал выводов, но графическое оформление работы в целом выполнено верно.

✓ 75-61 балл - студент допустил несколько (2-3) ошибок в расчетах, не смог сформулировать выводов и некорректно оформил результаты графически

✓ 60-50 баллов – студент не смог воспроизвести последовательность расчетов и не имеет представления о графическом оформлении результатов

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов по дисциплине проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной. Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме контрольных мероприятий (контрольные и самостоятельные работы, ИДЗ, коллоквиумы, беглый опрос) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);

- степень усвоения теоретических знаний;

- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;

- результаты самостоятельной работы.

По каждому объекту выше дается характеристика процедур оценивания в привязке к используемым оценочным средствам.

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Промежуточный контроль осуществляется в 7 семестре в форме экзамена.

Предполагается комбинированная (устная/письменная) формы текущего контроля и экзамена: устный опрос в форме собеседования на вопросы экзаменационных билетов (билетов к зачету) и письменный ответ на практические задания и задачи.

Критерии выставления оценки студенту на экзамене

Баллы (рейтинговой оценки)	**Оценка Экзамена/зачета** (стандартная)	**Требования к сформированным компетенциям**
100-86 баллов	**«отлично»/** **«Зачтено»**	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
85-76	**«хорошо» »/** **«Зачтено»**	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61	**«удовлетворительно» »/** **«Зачтено»**	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
60-50	**«неудовлетворительно» »/** **«не зачтено»**	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не

		могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Комплект заданий для контрольной работы по дисциплине «Аналитическая геометрия»

Тема «Векторная алгебра»

Контрольная работа

Задание:

1) Убедитесь, что $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - базис.
2) Найдите разложение вектора $\vec{d}$ по базису $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Сделайте проверку.
3) Найдите $2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.
4) Найдите $\vec{a}\ \vec{b}$.
5) Найдите угол $\alpha = \angle(\vec{a}, \vec{b})$.
6) Найдите $np_{\vec{b}}\ \vec{a}$.
7) Найдите $\vec{a} \times \vec{b}$.
8) Найдите площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
9) Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
10) Определите ориентацию тройки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
11) Найдите вектор $\vec{e}$ такой, что $|\vec{e}| = 1, \vec{e} \perp \vec{a}, \vec{e} \perp \vec{b}$, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – левая тройка.
12) Найдите вектор $\vec{g}$: $\vec{g} \uparrow\downarrow \vec{a}, \quad |\vec{g}| = |\vec{b}|$.

Варианты

1) $\vec{a}$ = (-3, 4 , 7), $\vec{b}$ = (0, -8, 11), $\vec{c}$ = (13, 1, 5), $\vec{d}$ = (-19, -1, 20).
2) $\vec{a}$ = (4, 0 , 9), $\vec{b}$ = (10, -7, 2), $\vec{c}$ = (-1, 1, 14), $\vec{d}$ = (-25, 20, -11).
3) $\vec{a}$ = (-8, 13 , -7), $\vec{b}$ = (-3, 1, -7), $\vec{c}$ = (4, -3, 3), $\vec{d}$ = (11, 0, 19).
4) $\vec{a}$ = (-4, 17 , 3), $\vec{b}$ = (-2, 0, 2), $\vec{c}$ = (12, 6, 5), $\vec{d}$ = (-20, 11, 2).
5) $\vec{a}$ = (2, -3 , 14), $\vec{b}$ = (7, 0, -8), $\vec{c}$ = (11, 13, 0), $\vec{d}$ = (-6, 7, 52).
6) $\vec{a}$ = (15, -1 , 0), $\vec{b}$ = (4, 7, -11), $\vec{c}$ = (-1, -2, 3), $\vec{d}$ = (-9, 12, -17).
7) $\vec{a}$ = (-4, 11 , 9), $\vec{b}$ = (1, -2, 0), $\vec{c}$ = (-3, 2, -1), $\vec{d}$ = (-12, 19, 7).

8) $\vec{a}$ = (-1, 16 , 7), $\vec{b}$ = (0, 3, -7), $\vec{c}$ = (3, 4, -5), $\vec{d}$ = (-2, -23, 5).

9) $\vec{a}$ = (0, -13 , 2), $\vec{b}$ = (8, 5, -7), $\vec{c}$ = (-1, -1, 4), $\vec{d}$ = (7, 30, -7).

10) $\vec{a}$ = (-3, -7 ,4), $\vec{b}$ = (12, -1, 0), $\vec{c}$ = (-2, 2, 11), $\vec{d}$ = (3, -2, 37).

11) $\vec{a}$ = (-11, 7 ,0), $\vec{b}$ = (2, 2, 5), $\vec{c}$ = (-3, -6, 1), $\vec{d}$ = (4, -17, -9).

12) $\vec{a}$ = (2, 14 ,-1), $\vec{b}$ = (7, 0, 3), $\vec{c}$ = (9, 1, 1), $\vec{d}$ = (-12, 27, -6).

13) $\vec{a}$ = (3, -9 ,3), $\vec{b}$ = (0, 4, 11), $\vec{c}$ = (17, 1, -1), $\vec{d}$ = (20, 0, 24).

14) $\vec{a}$ = (-7, 11 ,0), $\vec{b}$ = (1, -5, 7), $\vec{c}$ = (3, 3, -5), $\vec{d}$ = (-25, 35, -2).

15) $\vec{a}$ = (0, 18 ,3), $\vec{b}$ = (-7, 1, -2), $\vec{c}$ = (1, 9, 5), $\vec{d}$ = (-4, -8, 7).

16) $\vec{a}$ = (11, -5 ,3), $\vec{b}$ = (4, -6, 0), $\vec{c}$ = (-7, 7, 2), $\vec{d}$ = (17, -7, -1).

17) $\vec{a}$ = (5, -13 ,2), $\vec{b}$ = (7, 0, 4), $\vec{c}$ = (-3, -1, 6), $\vec{d}$ = (-16, 14, -16).

18) $\vec{a}$ = (-3, 4 , 0), $\vec{b}$ = (17, 2, -11), $\vec{c}$ = (7, 5, -7), $\vec{d}$ = (4, 5, -4).

19) $\vec{a}$ = (0, 4 , -18), $\vec{b}$ = (5, -3, 6), $\vec{c}$ = (1, -11, -5, $\vec{d}$ = (-3, -11, -32).

20) $\vec{a}$ = (-7, 9 , 2), $\vec{b}$ = (10, 0, -6), $\vec{c}$ = (3, -1, 8), $\vec{d}$ = (30, -10, -6).

21) $\vec{a}$ = (12, -1 , 0), $\vec{b}$ = (3, 7, -2), $\vec{c}$ = (-1, 5, 15), $\vec{d}$ = (14, 11, 13).

22) $\vec{a}$ = (2, 17 , -5), $\vec{b}$ = (4, 8, 0), $\vec{c}$ = (1, 10, -1), $\vec{d}$ = (-3, 5, 2).

23) $\vec{a}$ = (3, -8 , 0), $\vec{b}$ = (12, -7, -4), $\vec{c}$ = (2, 1, -2), $\vec{d}$ = (-5, -18, 8).

24) $\vec{a}$ = (7, -8 , 3), $\vec{b}$ = (10, 0, -15), $\vec{c}$ = (4, -5, 8), $\vec{d}$ = (-27, -3, 40).

25) $\vec{a}$ = (-3, -1 , 6), $\vec{b}$ = (7, 0, 4), $\vec{c}$ = (5, -13, 2), $\vec{d}$ = (0, 27, -6).

26) $\vec{a}$ = (-7, 7 , 2), $\vec{b}$ = (4, -6, 0), $\vec{c}$ = (11, -5, 3), $\vec{d}$ = (14, -22, -9).

27) $\vec{a}$ = (1, 9 , 5), $\vec{b}$ = (-7, 1, -2), $\vec{c}$ = (0, 18, 3), $\vec{d}$ = (-9, -35, -15).

28) $\vec{a}$ = (3, 3 , -5), $\vec{b}$ = (1, -5, 7), $\vec{c}$ = (-7, 11, 0), $\vec{d}$ = (18, -24, 2).

29) $\vec{a}$ = (17, 1 , -1), $\vec{b}$ = (0, 4, 11), $\vec{c}$ = (3, -9, 3), $\vec{d}$ = (-23, 21, 6).

30) $\vec{a}$ = (9, 1 , 1), $\vec{b}$ = (7, 0, 3), $\vec{c}$ = (2, 14, -1), $\vec{d}$ = (30, -25, 8).

Тема Аналитическая геометрия в пространстве

Даны точки M, N, K, L и S и плоскость α. Найдите

Задание 1 – уравнение плоскости MNK

Задание 2 – уравнение прямой пересечения плоскостей MNK и α

Задание 3 – угол между плоскостями MNK и α

Задание 4 – уравнение прямой LS

Задание 5 – угол между прямой LS и плоскостью α

Задание 6 – расстояние от точки L до плоскости α

Задание 7 – расстояние от точки M до прямой LS.

Вариант 1. $M(0;0;0), N(2;4;0), K(0;4;3), L(0;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x - y + 3z + 1 = 0$.
Вариант 2. $M(0;0;0), N(3;0;04), K(3;;0), L(3;2;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $-x + 2y + z - 2 = 0$.

Вариант 3. $M(0;0;0), N(2;0;4), K(0;0;4), L(0;4;4)$ и $S(1;1;1)$; α: $x - y + 3z + 1 = 0$.

Вариант 4. $M(0;0;0), N(1;3;0), K(0;3;0), L(0;3;4)$ и $S(1;1;1)$; α: $3x + y - z - 4 = 0$.

Вариант 5. $M(0;0;0), N(4;0;2), K(4;3;0), L(4;0;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $3x - y + 2z + 1 = 0$.

Вариант 6. $M(0;0;0), N(0;4;3), K(0;0;3), L(2;0;3)$ и $S(1;1;1)$; α: $x + y + 2z - 2 = 0$.

Вариант 7. $M(0;0;0), N(0;4;2), K(0;4;0), L(3;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x - y + z + 1 = 0$.

Вариант 8. $M(0;0;0), N(3;0;1), K(3;0;0), L(3;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α:-$-x + y + 3z - 4 = 0$.

Вариант 9. $M(0;0;0), N(2;4;0), K(0;4;3), L(0;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $x + y - z - 2 = 0$.

Вариант 10. $M(0;0;0), N(3;0;4), K(3;0;0), L(3;2;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x + y + z + 1 = 0$.

Вариант 11. $M(0;0;0), N(2;0;4), K(0;0;4), L(0;3;4)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x - y + 3z + 1 = 0$.

Вариант 12. $M(0;0;0), N(1;3;0), K(0;4;3), L(0;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x + y - z - 1 = 0$.

Вариант 13. $M(0;0;0), N(2;4;0), K(0;3;0), L(0;3;4)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x - y + 3z + 1 = 0$.

Вариант 14. $M(0;0;0), N(4;0;2), K(4;3;0), L(4;0;0)$, $S(1;1;1)$; α:$-x + 2y + 2z + 3 = 0$.

Вариант 15. $M(0;0;0), N(0;4;3), K(0;0;3), L(2;0;3)$ и $S(1;1;1)$; α: $-x + y + z - 2 = 0$.

Вариант 16. $M(0;0;0), N(0;4;2), K(0;4;0), L(3;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $x + y + 2z + 1 = 0$.

Вариант 17. $M(0;0;0), N(3;0;1), K(3;0;0), L(3;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $-x + y + z - 2 = 0$.

Вариант 18. $M(0;0;0), N(2;4;0), K(0;4;3), L(0;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $x - y + 2z + +1 = 0$.

Вариант 19. $M(0;0;0), N(3;0;4), K(3;0;0), L(3;2;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x - y + 3z + 1 = 0$.

Вариант 20. $M(0;0;0), N(2;0;4), K(0;0;4), L(0;3;4)$ и $S(1;1;1)$; α: $3x + y - z - 4 = 0$.

Вариант 21. $M(0;0;0), N(1;3;0), K(0;3;0), L(0;3;4)$ и $S(1;1;1)$; α: $3x - y + 2z + 1 = 0$.

Вариант 22. $M(0;0;0), N(4;0;2), K(4;3;0), L(4;0;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $x + 2y - z - 2 = 0$.

Вариант 23. $M(0;0;0), N(0;4;3), K(0;0;3), L(2;0;3)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x - y + z + 1 = 0$.

Вариант 24. $M(0;0;0), N(0;4;2), K(0;4;0), L(3;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $-x + y + 3z - 4 = 0$.

Вариант 25. $M(0;0;0), N(3;0;1), K(3;0;0), L(3;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $x + y - z - 2 = 0$.

Вариант 26. $M(0;0;0), N(2;4;0), K(0;4;3), L(0;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x + y + z + 1 = 0$.

Вариант 27. $M(0;0;0), N(3;0;4), K(3;0;0), L(3;2;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $2x + y - z - 3 = 0$.

Вариант 28. $M(0;0;0), N(1;3;0), K(0;3;0), L(0;3;4), S(1;1;1)$; α: $-x + 2y + 2z + 3 = 0$.

Вариант 29. $M(0;0;0), N(4;0;2), K(4;3;0), L(4;0;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $-x + y + z - 2 = 0$.

Вариант 30. $M(0;0;0), N(0;4;3), K(0;0;3), L(3;0;3)$ и $S(1;1;1)$; α: $x + y + 2z + 1 = 0$.

Вариант 31. $M(0;0;0), N(0;4;2), K(0;4;0), L(3;4;0)$ и $S(1;1;1)$; α: $-x + y + 2z - 3 = 0$.

Тема Поверхности второго порядка

К.р. **Методом сечений** определите вид и название поверхности

1. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad xy = z$ **2.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1, \quad xy = z^2$

3. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, \quad xy = z^2 + 1$ **4.** $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad xy = z^2 - 1$

5. $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1, \quad xz = y$ **6.** $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, \quad xz = y^2$

7. $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad xz = y^2 + 1$ **8.** $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1, \quad xz = y^2 - 1$

9. $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0, \quad yz = x$ **10.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad yz = x^2$

11. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1, \quad yz = x^2 + 1$ **12.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0, \quad yz = x^2 - 1$

13. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -2z, \quad xy = -z$ **14.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = -2y, \quad xy = -z^2$

15. $\frac{z^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -2x, \quad xy = -z^2 + 1$ **16.** $-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z, \quad xy = -z^2 - 1$

17. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -2z, \quad xz = -y$ **18.** $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -2z, \quad xz = -y^2$

19. $\frac{z^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -2x, \quad xz = -y^2 + 1$ **20.** $\frac{z^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -2x, \quad xz = -y^2 - 1$

21. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = -2y, \quad yz = -x$ **22.** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -2z, \quad yz = -x^2$

23. $-\frac{z^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -2x, \quad yz = -x^2 + 1$ **24.** $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = -2y, \quad yz = -x^2 - 1$

25. $-\frac{z^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = -2z, \quad 2xy = z$ **26.** $-\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = -2z, \quad 2xy = z^2$

27. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -2, \quad 2xy = z^2 + 1$ **28.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = -2, \quad 2xy = z^2 - 1$

29. $\frac{z^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -2, \quad 2xz = y$ **30.** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = +2, \quad 2xz = y^2$

31. $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0, 2xz = y^2 + 1$ **32.** $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, 2xz = y^2 - 1$

33.$-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1{,}2yz=x$**34.**$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0{,}2yz=x^2$

35.$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1{,}2yz=x^2+1$**36.**$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1{,}2yz=x^2-1$

37. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-4z, \qquad xz=2y^2$**38**. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-4z, \qquad xz=2y^2-1$

39.$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=4z, \qquad yz=2x^2$**40**. $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-4z, \qquad yz=2x^2-1$

Составитель________ ГК Пак

20 мая 2016 года

Приложение 3

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Кафедра алгебры, геометрии и анализа

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

«Аналитическая геометрия»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

профили: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности», «Системное программирование»

Владивосток 2016

Методические указания к изучению темы: § 1.Векторы

Отрезком AB на прямой называется множество всех точек прямой, лежащих между *A* и *B*. Отрезок *AB* называется *направленным,* если точка *A* называется *началом,* а *B* – *концом* отрезка. Направленный отрезок называется *вектором.* Можно сказать, что – вектор есть упорядоченная пара точек. Обозначение вектора***AB.***

Лучи *AB* и *CD*называются *одинаково направленными,* если лежат на параллельных прямых и в одной полуплоскости относительно прямой *AC.* Если один луч принадлежит другому, то лучи такженазываем *одинаково направленными.* Векторы ***AB***и ***CD***называют *сонаправленными,* если лучи *AB* и *CD*одинаково направлены. Обозначение:$\boldsymbol{AB}\uparrow\uparrow\boldsymbol{CD}$. Параллельные, но не сонаправленные векторы называются *противоположно направленными.* Обозначение: $\boldsymbol{AB}\uparrow\downarrow\boldsymbol{CD}$. Длину отрезка *AB* называем *длиной* или *модулем* вектора***AB*** и обозначаем просто *AB.* Вектор длины нуль называем *нулевым* и обозначаем символом ***0***. Направление нулевого вектора считаем неопределенным. Удобно считать направление нулевого вектора произвольным. Вектор длины единица называем *единичным* или *ортом.*

Векторы называют *равными* или *эквиполлентными,* если они одинаково направлены и их длины равны. Значок равенства применяем тот же, что для чисел:$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{CD}$. С вектором связывают понятие параллельный перенос, так как два вектора равны тогда и только тогда, когда их можно совместить с помощью параллельного переноса. Все нулевые векторы считаем равными друг другу.

Свойства равенства векторов:

1) $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$(*рефлексивность*);
2) $(\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b})\Rightarrow(\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a})$ (*симметричность*);
3) $(\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c})\Rightarrow(\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c})$ (*транзитивность*).

Отношения, обладающие этими свойствами, называются *эквивалентными.* Отношение эквивалентности разбивают множество всех векторов плоскости и пространства на классы равных векторов. Каждый вектор попадает в один класс и считается представителем этого класса. Класс называется *свободным вектором* потому, что он представляется направленным отрезком независимо от точки приложения.

ТЕОРЕМА. От любой точки можно отложить вектор, равный данному, и притом только один.

Доказательство. $\boxed{\exists}$Даны вектор ***AB*** и точка *C*, не лежащая на прямой *AB*. Через три точки можно провести плоскость. В этой плоскости отложим отрезок ***CD***, параллельный ***AB***, длины *AB,* причем,в той же полуплоскости, в которой лежит вектор ***AB.*** По определению $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{CD}$.

$\boxed{!}$ Теорема единственности следует из того, что через три точки можно провести единственную плоскость, а через точку в этой плоскости, не лежащей на данной прямой можно провести единственную параллельную ей прямую. ■

Класс равных между собой векторов, расположенных на одной прямой, называется *скользящим вектором*. *Связанные векторы* считаются равными, если имеют равные длины, одинаковые направления и общую точку приложения. Конкретный вектор называют еще *закрепленным,* его никуда нельзя перенести из точки приложения.

Упражнения

1. Докажите первый признак равенства векторов: если четырехугольник $ABCD$– параллелограмм, то $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{DC}$.
2. Докажите второй признак равенства векторов: $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{CD} \Leftrightarrow \boldsymbol{AC} = \boldsymbol{BD}$.
3.

§ 2. Сложение векторов

Пусть даны два вектора $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Отложим вектор $\boldsymbol{a}$ от какой-либо точки A. Получим вектор $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{a}$. Затем от точки B отложим вектор $\boldsymbol{BC} = \boldsymbol{b}$. Вектор $\boldsymbol{AC} = \boldsymbol{c}$ принимаем за сумму векторов: $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$. Надо доказать, что эта сумма не зависит от выбора точки A.

ТЕОРЕМА. Если $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{A_1B_1}$, $\boldsymbol{BC} = \boldsymbol{B_1C_1}$, то $\boldsymbol{AC} = \boldsymbol{A_1C_1}$.

Доказательство. $(\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{A_1B_1} \Leftrightarrow \boldsymbol{AA_1} = \boldsymbol{BB_1},\ \boldsymbol{BC} = \boldsymbol{B_1C_1} \Leftrightarrow \boldsymbol{BB_1} = \boldsymbol{CC_1}) \Rightarrow (\boldsymbol{AA_1} = \boldsymbol{CC_1}) \Leftrightarrow (\boldsymbol{AC} = \boldsymbol{A_1C_1})$. Корректность введенного определения доказана. ■

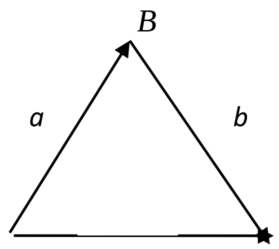


Рис. 1

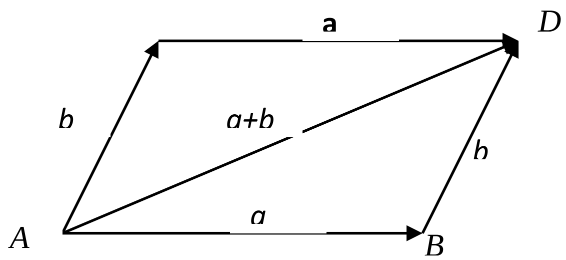


Рис. 2

Описана операция получения вектора суммы *по правилу треугольника.* Этот же вектор $\boldsymbol{c}$ можно получить при сложении *по правилу параллелограмма.* Оно производится так.

Пусть векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ не параллельны. Откладываем их от одной точки: $\boldsymbol{AB} = \boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{AC} = \boldsymbol{b}$. Полученную фигуру достроим до параллелограмма. Его диагональ AD и дает сумму $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$. Действительно, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{AB} = \boldsymbol{CD}$, $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{AC} = \boldsymbol{BD} \Rightarrow \boldsymbol{AD} = \boldsymbol{AB} + \boldsymbol{BD} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$.

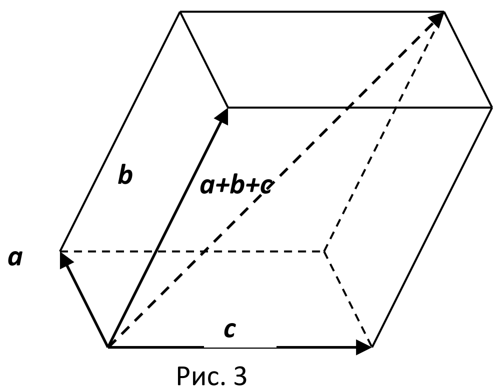


Рис. 3

Аналогично, сумма трех векторов, не параллельных одной плоскости, представляется диагональю параллелепипеда, построенного на этих векторах, отложенных от одной точки, как ребрах (*правило параллелепипеда)*.

Свойства сложения векторов:

1. Сложение векторов коммутативно, т. е.$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}$.
2. Сложение векторов ассоциативно, т. е. $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c})$.
3. Прибавление нулевого вектора ничего не меняет: $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{0} = \boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{0} + \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$.
4. Для каждого вектора есть противоположный вектор.

Доказательство. 1. Из правила параллелограмма $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b} = \boldsymbol{AD} = \boldsymbol{AC}+\boldsymbol{CD} = \boldsymbol{b}+ \boldsymbol{a}$. 2. $(\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{BC}) + \boldsymbol{CD} = \boldsymbol{AC}+ \boldsymbol{CD} = \boldsymbol{AD} = \boldsymbol{AB}+\boldsymbol{BD} = \boldsymbol{AB} +(\boldsymbol{BC} + \boldsymbol{CD})$.

3. $\boldsymbol{AB} + \boldsymbol{BB} = \boldsymbol{AB}$. 4. $\boldsymbol{AB} + \boldsymbol{BA} = \boldsymbol{AA} = \boldsymbol{0} \Rightarrow \boldsymbol{BA} = - \boldsymbol{AB}$.

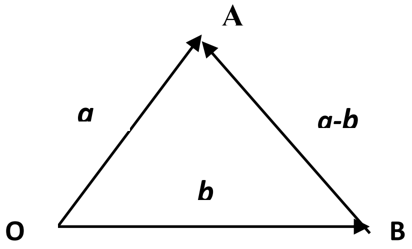


Рис. 4

Эти свойства означают, что векторы образуют аддитивную абелеву группу. *Разностью* $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$называется вектор $\boldsymbol{c}$, который надо прибавить к вектору $\boldsymbol{b}$, чтобы получить вектор$\boldsymbol{c}$. В параллелограмме, построенном на векторах $\boldsymbol{a}$и$\boldsymbol{b}$ как на сторонах, вектор разности представлен второй диагональю. Свойство ассоциативности позволяет ввести понятие суммы нескольких векторов.

Задача. Докажите, что если *M* – точка пересечения медиан треугольника *ABC,* то $\boldsymbol{MA} + \boldsymbol{MB} + \boldsymbol{MC} = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{AM} + \boldsymbol{BM} + \boldsymbol{CM} = \boldsymbol{0}$.

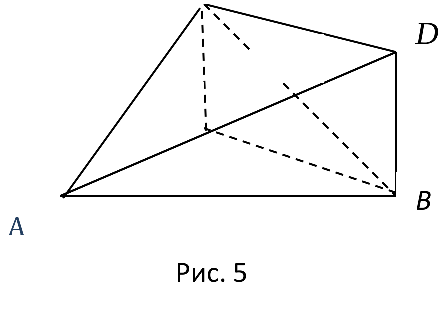


Рис. 5

Решение. Пусть *K* – середина стороны *BC.* Отразим точку *M* симметрично относительно середины *K*стороны *BC.* Получим точку *D.* Четырехугольник*MBDC*– параллелограмм, поэтому$\boldsymbol{MD} = \boldsymbol{MB} + \boldsymbol{MC}$. С другой стороны, $\boldsymbol{MD} = - \boldsymbol{MA} \Rightarrow - \boldsymbol{MA} = \boldsymbol{MB} + \boldsymbol{MC} \Rightarrow \boldsymbol{MA} + \boldsymbol{MB} + \boldsymbol{MC} = \boldsymbol{0}$, $-\boldsymbol{MA} - \boldsymbol{MB} - \boldsymbol{MC} = \boldsymbol{0} \Rightarrow \boldsymbol{AM} + \boldsymbol{BM} + \boldsymbol{CM} = \boldsymbol{0}$.

Упражнения

1. Докажите, что для любых двух векторов***a***и***b***существует и притом единственный вектор их разности.
2. Пусть *ABCD* – параллелограмм,*O* – произвольная точка пространства. Докажите, что а)***OB – OA = OC – OD;*** б)***OB - OC = DA.***
3. Упростите выражение а) ***AB + MN + BC + CF + PQ + NM;*** б) ***FK + MQ + KP + AM + QK + PF;*** в) ***KM + DF + AC + FK + CD + MP;*** г) ***AB + BA + CD + MN + DC + NM,*** д)***OP – EP + KD – KA;*** е)***AD + MP + EK – EP – MD;*** ж)***AC – BC – PM – AP + BM.***
4. Докажите, что если *M* – точка пересечения медиан треугольника *ABC, O* – произвольная точка пространства, то

$$\boldsymbol{OM} = \frac{1}{3}(\,\boldsymbol{OA} + \boldsymbol{OB} + \boldsymbol{OC}\,).$$

5. Векторы ***a=AC*** и ***b=BD***служат диагоналями параллелограмма ABCD. Выразить векторы ***AB, ИС, CD, DA***через ***a***и***b***.

6. Найдит точку М в плоскости четырехугольника ABCD, для которой ***MA+MB+MC+MD=θ.***
7. Основанием четырехугольной пирамиды с вершиной *P* является трапеция *ABCD*. Точка*O* – середина средней линии трапеции. Докажите, что ***PA + PB + PC + PD =*** 4***PO.***
8. Точки *E* и *F* являются серединами сторон *AB* и *CD* четырехугольника *ABCD*. Докажите, что $\boldsymbol{EF} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{BC} + \boldsymbol{AD})$.
9. Диагонали параллелограмма *ABCD*пересекаются в точке O. Докажите, что для любой точки *M* пространства справедливо неравенство $MO < \frac{1}{4}(MA + MB + MC + MD\,)$.

10. Точки A_1, B_1, C_1и M_1 – основания перпендикуляров, проведенных к плоскости из вершин треугольника *ABC* и из точки *M* пересечения медиан этого треугольника. Докажите, что

$$MM_1 = \frac{1}{3}(\,AA_1 + BB_1 + CC_1).$$

§3. Умножение вектора на число

Произведением вектора ***a*** на действительное число λназывается вектор, обозначаемый λ***a***, если

1) его длина вычисляется по формуле |λ||***a***| и
2) для ненулевого вектора ***a*** он сонаправлен***a*** при λ> 0и противоположно направлен вектору ***a*** при λ< 0.

Свойства умножения вектора на число:

1. Если $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$ или $\lambda = 0$,то $\lambda\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$ (так как $|\lambda\boldsymbol{a}| = |\lambda||\boldsymbol{a}|$).
2. $\lambda(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) = \lambda\boldsymbol{a} + \lambda\boldsymbol{b}$ для любых векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$и любого числа λ.
3. $(\lambda + \mu)\boldsymbol{a} = \lambda\boldsymbol{a} + \mu\boldsymbol{a}$для любого вектора $\boldsymbol{a}$ и любых чисел λ и μ .
4. $(\lambda\mu)\boldsymbol{a} = (\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ для любого вектора $\boldsymbol{a}$ и любых чисел λ и μ .
5. $1\cdot\mathbf{a} = \mathbf{a}$ для любого вектора **a**.
6. $(-1)\cdot\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{a}$ для любого вектора $\boldsymbol{a}$.

   Доказательство свойств оставляем для самостоятельной работы.

Векторы называют *коллинеарными*, если они параллельны некоторой прямой.

ТЕОРЕМА. Ненулевой вектор $\boldsymbol{a}$ и вектор $\boldsymbol{b}$коллинеарны тогда и только тогда, когда существует такое число λ,для которого $\boldsymbol{b} = \lambda\boldsymbol{a}$. Для данных $\boldsymbol{a}$ и$\boldsymbol{b}$такое λ единственное.

Доказательство. $\boxed{\Rightarrow}$Пусть векторы $\boldsymbol{a}$ и$\boldsymbol{b}$коллинеарны. Если $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$, то $\lambda = 0$. Если сонаправлены, то $\lambda = |\boldsymbol{b}| / |\boldsymbol{a}|$. Если противоположно направлены, то

$\lambda = -|\boldsymbol{b}| / |\boldsymbol{a}|$.

$\boxed{\Leftarrow}$ Если $\boldsymbol{b} = \lambda\boldsymbol{a}$, то векторы $\boldsymbol{a}$ и$\boldsymbol{b}$коллинеарны по определению умножения вектора на число.■

Упражнения

1. Если из того, что $\lambda_1\boldsymbol{a}_1 + \lambda_2\boldsymbol{a}_2 + \ldots + \lambda_n\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{0}$ следует, что $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \ldots, \lambda_n = 0$, то система векторов $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$называется *линейно независимой*. В противном случае называется *линейно зависимой.* Докажите, что

а) конечная система векторов, содержащая нулевой вектор, линейно зависима:

б) конечная система векторов, содержащая два равных вектора, линейно зависима:

в) если подсистема линейно зависима, то и вся система линейно зависима.

2. Докажите, что для любых векторов $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ и любых чисел α, β, γ векторы $\alpha\boldsymbol{a} - \beta\boldsymbol{b}$, $\gamma\boldsymbol{b} - \alpha\boldsymbol{c}$,$\beta\boldsymbol{c} - \gamma\boldsymbol{a}$ линейно зависимы.
3. Из одной точки пространства отложены три вектора$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$. Докажите, что конец вектора $\boldsymbol{c}$тогда и только тогда лежит на отрезке, соединяющем концы векторов $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, когда$\boldsymbol{c} = \alpha\boldsymbol{a} + \beta\boldsymbol{b}$, где $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\alpha + \beta = 1$. В каком отношении конец вектора $\boldsymbol{c}$ делит этот отрезок?
4. Три точки *A, B* и *M* удовлетворяют условию $\boldsymbol{AM} = \lambda\cdot\boldsymbol{MB}$, где $\lambda \neq -1$. Докажите, что эти точки лежат на одной прямой и для любой точки O пространства
$$\boldsymbol{OM} = \frac{OA + \lambda OB}{1 + \lambda}.$$
5. Векторы $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$коллинеарны. Докажите, что $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$коллинеарны.
6. Из точки *O* выходят два вектора $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{OA}$и$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{OB}$. Найдите какой-нибудь вектор$\boldsymbol{OM}$, идущий по биссектрисе угла*AOB*.   Ответ:$\boldsymbol{a}/|a| + \boldsymbol{b}/|b|$.

§4. Проекция вектора на ось

Векторной цепью называется совокупность векторов, расположенных так, что конец каждого вектора служит началом следующего. Вектор, соединяющий начало первого звена цепи с концом последнего, называется *замыкающим вектором* для данной цепи или *геометрической суммой* векторной цепи. Это определение суммы нескольких векторов согласуется с определением суммы двух векторов, благодаря свойству ассоциативности сложения векторов. *Пространственной* называется цепь, у которой все звенья не могут уместиться в одной плоскости. *Плоской* называется цепь, если все звенья цепи лежат в одной плоскости. Если все звенья цепи лежат на одной прямой, то цепь называется *прямолинейной.*

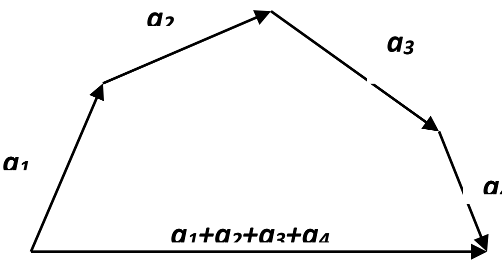


Рис. 6

ТЕОРЕМА Шаля. Сумма векторов прямолинейной цепи равна ее замыкающему вектору.

Доказательство проводится методом полной математической индукции по числу слагаемых.■

Точка может двигаться по прямой в двух противоположных направлениях. Прямая, на которой выбрано положительное направление называется *осью.* Положительное направление на оси отмечается стрелкой. *Направляющий вектор прямой* – это вектор, параллельный этой прямой.Направление оси удобно задававть с помощью направляющего вектора. *Проекцией точки A на ось* называется основание перпендикуляра A_1, опущенного из данной точки на данную ось. Пусть задан вектор $\boldsymbol{AB}$ и ось, заданная направляющим вектором $\boldsymbol{l}$. Рассмотрим вектор $\boldsymbol{A_1B_1}$, началом которого служит проекция начала, а концом – проекция конца вектора на ось. *Проекцией вектора* $\boldsymbol{AB}$ *на ось* $\boldsymbol{l}$называется длина отрезка A_1B_1, если направление вектора $\boldsymbol{A_1B_1}$ совпадает с направлением оси и длину отрезка A_1B_1, если направление вектора $\boldsymbol{A_1B_1}$ противоположно направлению оси. Введем обозначение: $\mathbf{пр}_l\boldsymbol{AB}$.

Свойства проекции вектора на ось:

1. Проекция суммы равна сумме проекций.
2. Проекция произведения вектора на число равна произведению этого числа на проекцию вектора.
3. Проекция вектора на ось равна произведению длины этого вектора на косинус угла между осью проекции и вектором.

Доказательство. Первое свойство следует из теоремы Шаля, второе - из подобия треугольников, третье - из определения косинуса.

§5. Координаты вектора

ТЕОРЕМА. Для любых двух неколлинеарных векторов $\boldsymbol{a}$ и$\boldsymbol{b}$и любого третьего вектора $\boldsymbol{d}$существует и притом единственная пара чисел x, y, для которых

$$\boldsymbol{d} = x\boldsymbol{a} + y\boldsymbol{b}.$$

Доказательство. $\boxed{\exists}$Приведем векторы ***a, b***и ***d***к общему началу О. Получим ***OA = a, OB = b, OD = d.*** Прямая, проведенная через точку *D* параллельно

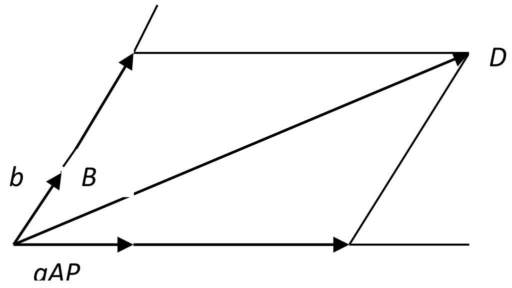


Рис. 7

прямой ОВ, пересекает прямую ОА в некоторой точке *P*. Векторы ***OA и OP*** коллинеарны. Следовательно, существует число *x*, для которого ***OP*** = *x**OA.*** Прямая, проведенная через точку *D* параллельно прямой ОА, пересекает прямую ОВ в некоторой точке *Q*. Существует число *y*, для которого ***OQ*** = *y**OB.*** По правилу параллелограмма ***OD*** = *x**OA***+ *y**OB***$\Rightarrow$***d*** = *x**a*** + *y**b.***

$\boxed{!}$ Предположим, что нашлась еще одна пара чисел, для которой ***d*** = x_1***a*** + y_1***b,*** где, скажем, $x \neq x_1$. Тогдаx***a*** + y***b*** =x_1***a*** + y_1***b***$\Rightarrow(x-x_1)$ ***a*** = $(y_1 - y)$ ***b,***

$$\boldsymbol{a} = \frac{x - x_1}{y_1 - y}\boldsymbol{b},$$

векторы ***a*** и***b***коллинеарны. Противоречие. Значит, наше предположение неверно и разложение вектора ***d*** по векторам ***a*** и***b*** единственно.■

Векторы называются *компланарными*, если параллельны некоторой плоскости. Удобно считать нулевой вектор параллельным любой плоскости. Поэтому три вектора, среди которых есть нулевой, компланарны.

ТЕОРЕМА. Для любых трех некомпланарных векторов ***a, b***и ***c*** и любого вектора ***d***существует и притом единственная тройка чисел *x, y, z,* для которых

d = *x**a*** + *y**b***+ *z**c.***

Доказательство. $\boxed{\exists}$Приведем векторы ***a, b, c***и ***d***к общему началу О. Получим ***OA = a, OB = b, OC = c, OD = d.*** Прямая, проведенная через точку *D* параллельно прямой ОС, пересекает плоскость (ОАВ) в некоторой точке *M.* По предыдущей теореме существуют числа *x* и *y*, для которых ***OM*** = *x**OA***+ *y**OB.*** Векторы ***OC***и***MD***коллинеарны, поэтому существует число *z,* для которого ***MD*** =*z**c.***По правилу треугольника ***OD = OM + MD*** = *x**OA***+ *y**OB*** + *z**OC***$\Rightarrow$***d*** = *x**a*** + *y**b***+ *z**c.***

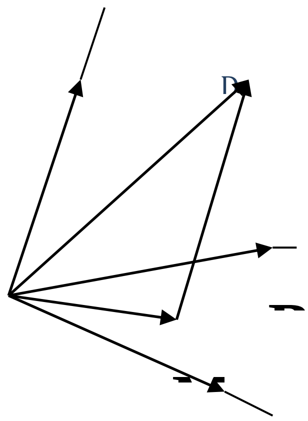


Рис. 8 *A*

$\boxed{!}$ Предположим, что нашлась еще одна тройка чисел, для которой ***d*** = x_1***a*** + y_1***b***+ z_1***c***. Тогдаx***a*** + y***b***+ z***c*** = x_1***a*** + y_1***b***+ z_1***c***$\Rightarrow$

$(x_1 - x)$ ***a*** +$(y_1 - y)$ ***b***+ $(z_1 - z)$ ***c***= ***0***.

Векторы $(x_1 - x)$ ***a***, $(y_1 - y)$ ***b***,$(z_1 - z)$ ***c***принадлежат одной плоскости. Отсюда, векторы ***a, b, c*** компланарны. Противоречие. Значит, наше предположение неверно. ■

Числа x, y в первой теореме называют *координатами* вектора $\boldsymbol{d}$в базисе $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, а также координатами точки D в этом базисе.Числа x, y, zво второй теореме называют *координатами* вектора $\boldsymbol{d}$в базисе $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$, а также координатами точки D.Записываем это так $\boldsymbol{d}\{x, y, z\}$ и $D(x, y, z)$. Заметим, что любая пара чисел является координатами какого-либо вектора в базисе $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, а любая тройка чисел является координатами какого-либо вектора в базисе $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$. Вектор $\boldsymbol{OD}$называется *радиусом-вектором точки* D.

Свойства координат:

1. Два вектора равны тогда и только тогда, когда у них равны соответствующие координаты.
2. Координаты суммы равны суммам соответствующих координат.
3. Координаты произведения вектора на число равны произведениям координат на это число.
4. Если x_1, y_1, z_1 - координаты точки A, а x_2, y_2, z_2 - координаты точки B, то $x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$ - координаты вектора $\boldsymbol{AB}$.
5. Два вектора коллинеарны тогда и только тогда, когда их координаты пропорциональны.

Доказательство. Свойство 1 следует из утверждения единственности в теореме.

Остальные свойства следуют из свойств проекции вектора на ось.

Задача. *Деление отрезка в данном отношении.* Пусть дан вектор $\boldsymbol{M_1M_2}$с началом $\boldsymbol{M_1}(x_1 , y_1)$ и концом $\boldsymbol{M_2}(x_2, y_2)$. Разделить отрезок в данном отношении – это значит найти на нем точку $M(x, y)$, которая делила бы его на две части M_1M и MM_2 пропорционально заданным числам. Требуется произвести деление в отношении двух положительных чисел l_1: l_2 .

Решение. По условию $\dfrac{M_1M}{MM_2} = \dfrac{l_1}{l_2}$. Тогда $l_2\ \boldsymbol{M_1M} = l_1\ \boldsymbol{MM_2}$**.** Равенство векторов означает равенства для координат

$$l_2(x - x_1) = l_1(x_2 - x), \quad l_2(y - y_1) = l_1(y_2 - y), \quad l_2(z - z_1) = l_1(z_2 - z).$$

Решив уравнения относительно неизвестных x, $y$$z$, получим *формулы деления отрезка в данном отношении*

$$x = \frac{x_1l_2 + x_2l_1}{l_2 + l_1}\ ,\ y = \frac{y_1l_2 + y_2l_1}{l_2 + l_1}\ , z = \frac{z_1l_2 + z_2l_1}{l_2 + l_1}\ .$$

Часто заданное отношение длин отрезков обозначают через λ и тогда формулы деления в данном отношении можно записать так:

$$x = \frac{x_1 + x_2\lambda}{1+\lambda}\ ,\ y = \frac{y_1 + y_2\lambda}{1+\lambda}\ , z = \frac{z_1 + z_2\lambda}{1+\lambda}\ .$$

В частности, если точка M делит отрезок на две равные части, то получим *формулы деления отрезка пополам:*

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}\ ,\ y = \frac{y_1 + y_2}{2}\ , z = \frac{z_1 + z_2}{2}\ .$$

Если $\lambda > 0$, то говорят, что M делит отрезок M_1M_2 внутренним образом, если $\lambda < 0$, то внешним образом. Формулы деления отрезка в данном отношении верны и при делении отрезка внешним образом.

Упражнения

1. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(-2; 1)$, $B(1; 3)$, $C(4; 0)$. Найдите четвертую вершину D.
2. В параллелограмме $ABCD$точка K - серединаBCиO – точка пересечения диагоналей. Принимая за базисные векторы$\boldsymbol{AB}$ и$\boldsymbol{AD}$, найдите в этом базисе координаты векторов$\boldsymbol{BD}$, $\boldsymbol{CO}$, $\boldsymbol{KD}$.
3. В треугольнике ABC точка M – середина отрезка AB и точка O – точка пересечения медиан. Принимая за базисные векторы $\boldsymbol{AB}$ и $\boldsymbol{AC}$, найдите в этом базисе координаты векторов $\boldsymbol{AM}$, $\boldsymbol{AO}$, $\boldsymbol{MO}$.
4. В трапеции $ABCD$ длины оснований ADиBCотносятся как 3 : 2. Принимая за базисные векторы $\boldsymbol{AC}$и$\boldsymbol{BD}$, найдите в этом базисе координаты векторов$\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{BC}$, $\boldsymbol{CD}$, $\boldsymbol{DA}$.
5. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD . Найдите координаты вектора $\boldsymbol{AD}$ в базисе, образованном векторами AB и AC.
6. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Принимая за начало координат вершинуA, а за базисные векторы$\boldsymbol{AC}$и $\boldsymbol{AE}$,найдите координаты вершин шестиугольника и его центра.
7. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Принимая за базисные векторы $\boldsymbol{AB}$ и $\boldsymbol{AC}$, найдите в этом базисе координаты векторов $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{BC}$, $\boldsymbol{CD}$, $\boldsymbol{DF}$, $\boldsymbol{EF}$, $\boldsymbol{FA}$.
8. Даны параллелограммы $ABCD$и$AB_1C_1D_1$. Докажите, что векторы$\boldsymbol{BB}_1$, $\boldsymbol{CC}_1$ и$\boldsymbol{DD}_1$ компланарны.
9. Даны векторы $\boldsymbol{a}\{1; 5; 3\}$,$\boldsymbol{b}\{6; -4;-2\}$,$\boldsymbol{c}\{0;-5; 7\}$,$\boldsymbol{d}\{-20; 27;-15\}$. Подберите числа α, β, γ так, чтобы векторы $\alpha\boldsymbol{a}$, $\beta\boldsymbol{b}$, $\gamma\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$ образовали замкнутую ломаную линию, если начало каждого совместить с концом последующего.
10. Установите, какие тройки векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$линейно зависимы. В том случае, когда это возможно, представьте вектор $\boldsymbol{c}$ как линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}$ и$\boldsymbol{b}$:

    а) $\boldsymbol{a}\{5; 2; 1\}$, $\boldsymbol{b}\{-1; 4; 2\}$, $\boldsymbol{c}\{-1; -1; 6\}$; б) $\boldsymbol{a}\{6; 4; 2\}$, $\boldsymbol{b}\{-9; 6; 3\}$, $\boldsymbol{c}\{-3; 6; 3\}$;

    в) $\boldsymbol{a}\{6; -18; 12\}$, $\boldsymbol{b}\{-8; 24; -16\}$, $\boldsymbol{c}\{8; 7; 3\}$.

11. Даны два вектора $\boldsymbol{a}\{2; 5; 14\}$, $\boldsymbol{b}\{14; 5; 2\}$. Найдите проекцию вектора $\boldsymbol{a}$на плоскостьOxyпри направлении проектирования, параллельном вектору$\boldsymbol{b}$.

12. Даны четыре вектора $\boldsymbol{a}\{1; 2; 3\}$, $\boldsymbol{b}\{2; -2; 1\}$, $\boldsymbol{c}\{4; 0; 3\}$, $\boldsymbol{d}\{16;10;18\}$. Найдите

    вектор, являющийся проекцией вектора $\boldsymbol{d}$ на плоскость, определяемую

    векторами $\boldsymbol{a}$ и$\boldsymbol{b}$, при направлении проектирования, параллельном вектору$\boldsymbol{c}$.

13. Зная радиусы-векторы $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$, $\boldsymbol{r}_3$ трех последовательных вершин параллелограмма, найдите радиус-вектор $\boldsymbol{r}_4$ четвертой его вершины.

14. Даны радиусы-векторы $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$, $\boldsymbol{r}_3$ вершин треугольника ABC. Найдите радиус-вектор точки пересечения его медиан.

15. Даны точки $M_1(1; 1)$ и $M_2(7; 4)$. Найдите точку $M(x, y)$, которая в два раза ближе в M_1, чем к M_2. Ответ: (3; 2).

16. Даны вершины треугольника $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$,$C(x_3, y_3, z_3)$. Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника.
    Ответ: $((x_1+y_1+z_1)/3, (x_2+y_2+z_2)/3,(x_3+y_3+z_3)/3)$.

§ 6. Скалярное произведение

Углом между двумя векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ называется угол, образованный представляющими их направленными отрезками, отложенными от одной точки О. Угол не зависит от выбора точки О. Его обозначение: $\angle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$. Два ненулевых вектора называются *ортогональными,* если угол между ними равен 90°. Нулевой вектор считается ортогональным любому.

Скалярным произведением двух ненулевых векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними. Его обозначение $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ или $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ или просто $\boldsymbol{ab}$. Итак,

$$\boldsymbol{ab} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\angle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}).$$

Если хотя бы один из векторов нулевой, то $\boldsymbol{ab} = 0$. Произведение $\boldsymbol{aa}$ обозначается $\boldsymbol{a}^2$ и называется *скалярным квадратом.*

Свойства скалярного произведения:

1. $\boldsymbol{a}^2 = |\boldsymbol{a}|^2$; $\boldsymbol{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$;
2. Коммутативность: $\boldsymbol{ab} = \boldsymbol{ba}$.
3. $\boldsymbol{ab} = |\boldsymbol{a}|\text{пр}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}$.
4. Ассоциативность по отношению к числовому множителю: $(\lambda\boldsymbol{a})\boldsymbol{b} = \lambda(\boldsymbol{ab})$.
5. Дистрибутивность относительно сложения: $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$.
6. Если $\boldsymbol{ax} = 0$ для всех векторов $\boldsymbol{a}$, то вектор $\boldsymbol{x}$ нулевой.
7. Если $\boldsymbol{ab} = \boldsymbol{ac}$ для всех векторов $\boldsymbol{a}$, то $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{c}$.
8. Если векторы перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю. Если скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю, то векторы перпендикулярны.

Доказательство. 1. Следует из того, что *cos 0° = 0.*

7. Следует из того, что функция косинус четная.
8. Следует из свойств проекции вектора на ось.
9. $(\lambda\boldsymbol{a})\,\boldsymbol{b} = |\boldsymbol{b}|\text{пр}_{\boldsymbol{b}}\lambda\boldsymbol{a} = |\boldsymbol{b}|\lambda\text{пр}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{a} = \lambda\boldsymbol{ba} = \lambda(\boldsymbol{ab})$.
10. $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = |\boldsymbol{a}|\text{пр}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = |\boldsymbol{a}|\text{пр}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b} + |\boldsymbol{a}|\text{пр}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{c} = \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$.
11. $\boldsymbol{a}^2 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$.
12. Так как $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}) = 0$ для всех векторов $\boldsymbol{a}$, то $\boldsymbol{b} - \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0} \Rightarrow \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c}$.

Упражнения

1. Докажите, что $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2 + 2\boldsymbol{ab}$, $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2 - 2\boldsymbol{ab}$,
$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 + (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2 = 2(\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2)$.

2. Пусть a, b, c - длины ребер, а d - длина диагонали параллелепипеда, α, β, γ - углы между ребрами ab, ac, bc соответственно. Докажите, что
$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab\cos\gamma + 2ac\cos\beta + 2bc\cos\alpha$.

3. Составьте таблицу скалярного умножения для попарно ортогональных единичных векторов $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$.

4. Найдите скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, если

а) $|\boldsymbol{a}| = 3$, $|\boldsymbol{b}| = 1$, $\angle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = 45°$;

б) $|\boldsymbol{a}| = 6$, $|\boldsymbol{b}| = 7$, $\angle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = 120°$.

5. Докажите, что векторы $\boldsymbol{a}$ и $(\boldsymbol{ac})\,\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{ab})\boldsymbol{c}$ перпендикулярны.
6. Даны три вектора $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$, для которых $|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{c}| = 1$, $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$. Вычислите $\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac} + \boldsymbol{bc}$.
7. Дан треугольник ABC. Выразите через $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{AB}$ и $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{AC}$ длину стороны BC; длину медианы AM; площадь треугольника.

§ 7. Скалярное произведение в координатной форме

Известны координаты векторов в базисе, состоящем из трех попарно ортогональных единичных векторов $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$.

ТЕОРЕМА. Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений одноименных координат.

Доказательство. $\boldsymbol{a} = x_1\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j} + z_1\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = x_2\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j} + z_2\boldsymbol{k} \Rightarrow$

$\boldsymbol{ab} = (x_1\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j} + z_1\mathrm{k})(x_2\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j} + z_2\boldsymbol{k}) = x_1\boldsymbol{i}\cdot x_2\boldsymbol{i} + x_1\boldsymbol{i}\cdot y_2\boldsymbol{j} + x_1\boldsymbol{i}\cdot z_2\boldsymbol{k} + y_1\boldsymbol{j}\cdot x_2\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j}\cdot y_2\boldsymbol{j} + y_1\boldsymbol{j}\cdot z_2\boldsymbol{k} + z_1\boldsymbol{k}\cdot x_2\boldsymbol{i} + z_1\boldsymbol{k}\cdot y_2\boldsymbol{j} + z_1\boldsymbol{k}\cdot z_2\boldsymbol{k} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$. ■

Таким образом, в пространстве

$$\boldsymbol{ab} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2, \boldsymbol{a}^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2,$$

на плоскости

$$\boldsymbol{ab} = x_1x_2 + y_1y_2, \quad \boldsymbol{a}^2 = x_1^2 + y_1^2.$$

Отсюда следуют полезные формулы.

Формула вычисления длины вектора $\boldsymbol{a}\{x,\ y,\ z\}$ через его координаты

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\,.$$

Если известны концы вектора $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{AB}$, $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, то координаты вектора $\boldsymbol{a}$ равны $\{x_2 - x_1,\ y_2 - y_1\ \ z_2 - z_1\}$. Тогда из последней формулы получаем формулу для вычисления длины отрезка через координаты его концов:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Формула вычисления косинуса угла между векторами через их координаты

$$cos\angle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

Задача. Решите систему уравнений $x + y + z = \sqrt{3}$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Решение. Введем векторы $\boldsymbol{a}\{1;\ 1;\ 1\}$, $\boldsymbol{b}\{x,\ y,\ z\}$. Их длины равны $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{b}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = 1$. По определению скалярного произведения

$$\boldsymbol{ab} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\varphi = \sqrt{3}\cos\varphi,$$

где φ - угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Это же произведение в координатной форме дает равенства $\boldsymbol{ab} = x + y + z = \sqrt{3} \Rightarrow \cos\varphi = 1$. Векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ коллинеарны, поэтому их координаты пропорциональны и, следовательно, $x = y = z$; $3x = \sqrt{3}$; $x = 1/\sqrt{3}$.
Ответ: $(1/\sqrt{3},\ 1/\sqrt{3},\ 1/\sqrt{3})$.

Упражнения

1. Проекции единичного вектора на оси есть косинусы углов, которые он образует с осями. Они называются направляющими косинусами вектора. Докажите, что сумма квадратов направляющих косинусов равна 1.
2. Найдите скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, если
   а) $\boldsymbol{a}\{4, -1\}$, $\boldsymbol{b}\{-1, -7\}$;

   б) $\boldsymbol{a}\{3, 2, -5\}$, $\boldsymbol{b}\{10, 1, 2\}$;

   в) $\boldsymbol{a}\{1, 0, 3\}$, $\boldsymbol{b}\{-4, 15, 1\}$;

   г) $\boldsymbol{a}\{2, 1, 5\}$, $\boldsymbol{b}\{7, -9, -1\}$.
3. Найдите угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, если
   а) $\boldsymbol{a}\{1, 2\}$, $\boldsymbol{b}\{2, 4\}$;

   б) $\boldsymbol{a}\{1, -1, 1\}$, $\boldsymbol{b}\{4, 4, -4\}$;

   в) $\boldsymbol{a}\{1, -1, 1\}$, $\boldsymbol{b}\{3, 1, -2\}$;

   г) $\boldsymbol{a}\{1, -1, 1\}$, $\boldsymbol{b}\{3, -3, 3\}$.
4. Даны векторы $\boldsymbol{a} = m\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j} + 4\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{i} + m\boldsymbol{j} - 7\boldsymbol{k}$. При каком значении m векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ перпендикулярны?
5. Даны точки $A(0;\ 1;\ 2)$, $B(\sqrt{2};\ 1;\ 2)$, $C(\sqrt{2};\ 2;\ 1)$ и $D(0;\ 2;\ 1)$. Докажите, что $ABCD$ – квадрат.
6. Даны два вектора $\boldsymbol{a}(3;\ -1)$ и $\boldsymbol{b}(-1;\ 1)$. Найдите вектор $\boldsymbol{x}$, удовлетворяющий системе уравнений $\boldsymbol{ax} = 13$, $\boldsymbol{bx} = -3$.
7. Даны три вектора $\boldsymbol{a}(4;\ 1;\ 5)$, $\boldsymbol{b}(0;\ 5;\ 2)$, $\boldsymbol{c}(-6;\ 2;\ 3)$. Найдите вектор $\boldsymbol{x}$, удовлетворяющий системе уравнений $\boldsymbol{ax} = 18$, $\boldsymbol{bx} = 1$, $\boldsymbol{cx} = 1$.
8. Даны два вектора $\boldsymbol{a}(1;\ -1;\ 1)$ и $\boldsymbol{b}(5;\ 1;\ 1)$. Найдите вектор $\boldsymbol{x}$, который имеет длину 1 и ортогонален векторам $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.
9. Решите систему уравнений $x^4 + y^4 + z^4 = 1$, $x^2 + y^2 + 2z^2 = \sqrt{6}$.

§ 8. Векторное произведение

Тройка векторов называется *упорядоченной,* если указан порядок, какой из них является первым, какой вторым и какой третьим. Тройка некомпланарных векторов называется *правой,* если эти векторы, отложенные от одного начала, располагаются также, как расставленные примерно под прямыми углами пальцы правой руки: большой палец – по первому вектору, указательный – по второму, средний – по третьему. Если такое соответствие устанавливается для пальцев левой руки, то тройка называется *левой.* Каждая тройка некомпланарных векторов правая или левая. Если не оговорено противное, то мы всегда выбираем правую тройку. Будем говорить, что правые тройки или только левые *одной ориентации.* Если одна тройка правая, а другая

левая, то говорят, что они разной ориентации.

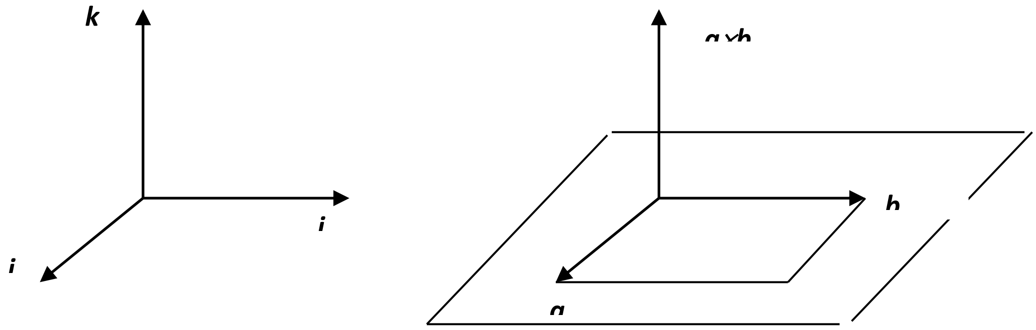


Рис. 9

Векторным произведением вектора ***a*** на неколлинеарный ему вектор ***b*** называют вектор ***c,*** который определяется следующими условиями:

1) вектор ***c*** перепендикулярен плоскости векторов ***a*** и ***b,*** т. е. $\boldsymbol{c} \perp \boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{c} \perp \boldsymbol{b}$;
2) вектор ***c*** направлен так, что векторы ***a***, ***b, c*** образуют правую тройку;
3) длина вектора ***c*** равна произведению длин векторов на синус угла между ними: $|\boldsymbol{c}| = |\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot \sin\angle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$.

Векторное произведение обозначается через $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$, в некоторых книгах $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$. Если векторы ***a*** и ***b*** коллинеарны, то положим $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$.

Свойства векторного произведения:

1. Модуль векторного произведения векторов ***a*** и ***b*** равен площади параллелограмма, сторонами которого служат векторы ***a*** и ***b,*** отложенные от одной точки.
2. Векторное произведение равно нулевому вектору тогда и только тогда, когда сомножители коллинеарны.
3. Антикоммутативность: $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}$.
4. Ассоциативность по отношению к числовому множителю: $\lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) = (\lambda\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{b}$.
5. Дистрибутивность относительно сложения: $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}$.

Доказательство. 1. Известно, что площадь параллелограмма как раз равна $|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot \sin\angle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$.

2. Следует из определения векторного произведения.
3. Перестановка векторов ***a*** и ***b*** изменяет направление вращения от первого сомножителя ко второму.

4. При $\lambda > 0$ свойство очевидно. При $\lambda < 0$ вектор $\lambda\boldsymbol{a}$ направлен противоположно вектору $\boldsymbol{a}$ и вращение от $\lambda\boldsymbol{a}$ к $\boldsymbol{b}$противоположно вращению от $\boldsymbol{a}$к $\boldsymbol{b}$.

Свойство 5 будет доказано позднее.

Упражнения

1. Пусть $\boldsymbol{a}$и $\boldsymbol{b}$ – два неколлинеарных вектора, вектор $\boldsymbol{b_1}$ получен проектированием вектора $\boldsymbol{b}$на плоскость, перпендикулярную вектору$\boldsymbol{a}$. Тогда $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b_1}$. Докажите.
2. Докажите, что векторное произведение не изменится, если к одному из сомножителей прибавить вектор, коллинеарный другому сомножителю.
3. Векторы
4. Составьте таблицу векторного умножения для попарно ортогональных единичных векторов $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$.
5. Докажите, что $\boldsymbol{a}$и $\boldsymbol{b}$коллинеарны. При каких значениях скаляра λколлинеарны векторы$\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$и$3\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$?
6. Упростите выражения $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$, $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c})\times(-\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-5\boldsymbol{c})$.
7. Известно, что $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$. Найдите длины векторов $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ и углы между ними.
8. Докажите, что для трех неколлинеарных векторов$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ равенства $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}$выполняются тогда и только тогда, когда $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$.
9. Объясните геометрический смысл всех решений векторного уравнения $\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$, а также его частного решения, коллинеарного вектору $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$.
10. Из одной точки отложены четыре вектора $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}$. Вектор$\boldsymbol{d}$имеет длину 1 и образует с некомпланарными векторами$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$

    а) равные острые углы;

    б) равные тупые углы.

Выразите вектор$\boldsymbol{d}$через векторы$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$.

§ 9. Векторное произведение в координатной форме

Пусть $\boldsymbol{a} = x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k}$. Тогда $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = (x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\mathrm{k})\times(x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k}) = x_1\boldsymbol{i}\times x_2\boldsymbol{i}+x_1\boldsymbol{i}\times y_2\boldsymbol{j}+x_1\boldsymbol{i}\times z_2\boldsymbol{k}+y_1\boldsymbol{j}\times x_2\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}\times y_2\boldsymbol{j}+y_1\boldsymbol{j}\times z_2\boldsymbol{k}+z_1\boldsymbol{k}\times x_2\boldsymbol{i}+z_1\boldsymbol{k}\times y_2\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k}\times z_2\boldsymbol{k} = x_1y_2(\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j})+x_1z_2(\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{k})+y_1x_2(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{i})+y_1z_2(\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{k})+z_1x_2(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{i})+z_1y_2(\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}) = x_1y_2\boldsymbol{k}-x_1z_2\boldsymbol{j}-y_1x_2\boldsymbol{k}+y_1z_2\boldsymbol{i}+z_1x_2\boldsymbol{j}-z_1y_2\boldsymbol{i} = (y_1z_2-z_1y_2)\,\boldsymbol{i}-(x_1z_2-z_1x_2)\,\boldsymbol{j}+(x_1y_2-y_1x_2)\,\boldsymbol{k}$. Следовательно, если координаты векторов известны, то

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = (y_1z_2-z_1y_2)\,\boldsymbol{i}-(x_1z_2-z_1x_2)\,\boldsymbol{j}+(x_1y_2-y_1x_2)\,\boldsymbol{k}.$$

Запишем эту формулу с помощью определителей второго порядка

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}\boldsymbol{i} - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}\boldsymbol{j} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\boldsymbol{k},$$

а с помощью определителя третьего порядка к виду наиболее запоминающемуся

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_3 \end{vmatrix}.$$

Модуль векторного произведения равен

$$|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}| = \sqrt{(y_1z_2 - z_1y_2)^2 + (x_1z_2 - z_1x_2)^2 + (x_1y_2 - y_1x_2)^2}\ .$$

Упражнения

1. Найдите векторное произведение векторов ***a*** и ***b*** , если

   а) ***a***{3 ;-1; 2}, ***b***{2; -3; -5};

   б) ***a***{2; - 1, 1}, ***b***{- 4, 2, - 2};

   в) ***a***{6; 1, 0}, ***b***{3, - 2, 0};

г) ***a***{2 , 3, 1 }, ***b***{- 1, 1, 2}.

2. На векторах ***a***{2 , 3, 1 } и ***b***{- 1, 1, 2}, отложенных от одной точки, построен треугольник. Найдите площадь треугольника и длины трех его высот.
3. Из одной точки отложены четыре вектора***a***{ -1; 1; - 1} **,** ***b***{-1; 1; 1} **,** ***c***{5; -1; -1}и***d.*** Вектор ***d***имеет длинй 1 и образует с векторами ***a, b, c***равные острые углы. Вычислите координаты вектора ***d.***

§10. Смешанное произведение

Смешанным произведением тройки векторов называется скалярное произведение первого вектора на векторное произведение второго на третий:

$$(\boldsymbol{abc}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}).$$

ТЕОРЕМА. Смешанное произведение равно нулю тогда и только тогда, когда векторы компланарны.

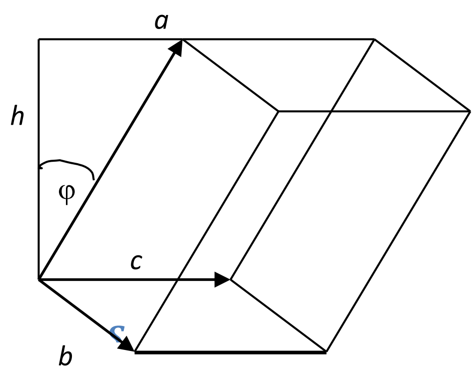


Рис. 10

Доказательство. Пусть (***abc***) = 0. Если хотя бы один из векторов нулевой, то векторы компланарны. Считаем, что все три вектора ненулевые. Из условия (***abc***) = 0 следует, что либо векторы***a***и***b***×***c*** перпендикулярны (тогда вектор ***a***параллелен плоскости векторов***b***и***c***), либо вектор ***b***×***c*** нулевой (тогда векторы. ***b***и***c***коллинеарны). В обоих случаях векторы компланарны. Обратное столь же очевидно.■

ТЕОРЕМА. Смешанное произведение(***abc***) некомпланарной тройки векторов равно по модулю объему параллелепипеда с ребрами ***a, b, c*** (отложенными из одной точки). Если тройка ***a***, ***b***, ***c*** правая, то смешанное произведение положительно. Если тройка ***a***, ***b***, ***c*** левая, то смешанное произведение отрицательно.

Доказательство. Пусть трйка $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ правая. Отложим векторы от одной точки. По определению

$$(\boldsymbol{abc}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}|\cos\varphi,$$

где φ - угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$. Построим на векторах $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ параллелепипед. Параллелограмм со сторонами $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ примем за основание. Его площадь равны $S = |\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}|$. Другое ребро $\boldsymbol{a}$ образует с перпендикуляром к плоскости основания угол φ. Так как тройка $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ правая, то вектор $\boldsymbol{a}$ направлен в ту же сторону, что и $\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$. Поэтому угол φ острый и $\cos\varphi > 0$. Высота параллелепипеда $h = |\boldsymbol{a}|\cos\varphi$, поэтому по формуле $V = Sh$ получаем, что $|\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}||\boldsymbol{a}|\cos\varphi = V$.

Для левой тройки $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$ направлены в разные стороны от плоскости векторов $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$. Поэтому угол φ тупой, $\cos\varphi < 0$, $|\boldsymbol{a}|\cos\varphi = -h \Rightarrow (\boldsymbol{abc}) = -V$. ■

Следствие 1. $(\boldsymbol{abc}) = (\boldsymbol{bca}) = (\boldsymbol{cab})$.

Доказательство. Во всех трех случаях параллелепипед один и тот же с одной и той же ориентацией троек. Поэтому числа равны по модулю и имеют один и тот же знак.

Следствие 2. При перестановке любых двух сомножителей местами смешанное произведение меняет знак.

Доказательство. $(\boldsymbol{acb}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{b}) = -\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = -(\boldsymbol{abc})$.

$(\boldsymbol{bac}) = (\boldsymbol{acb}) = -(\boldsymbol{abc})$; $(\boldsymbol{cba}) = (\boldsymbol{bac}) = -(\boldsymbol{abc})$.

ТЕОРЕМА. Смешанное произведение векторов равно определителю из их координат.

Доказательство. Пусть в некоторой правой прямоугольной системе координат координаты векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ известны: $\boldsymbol{a} = x_1\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j} + z_1\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = x_2\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j} + z_2\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{c} = x_3\boldsymbol{i} + y_3\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$. Тогда

$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (x_1\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j} + z_1\boldsymbol{k})((y_2z_3 - z_2y_3)\,\boldsymbol{i} - (x_2z_3 - z_2x_3)\,\boldsymbol{j} + (x_2y_3 - y_2x_3)\,\boldsymbol{k}) =$

$x_1(y_2z_3 - z_2y_3) - y_1(x_2z_3 - z_2x_3) + z_1(x_2y_3 - y_2x_3)$,

$$(\boldsymbol{abc}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}.$$

Докажем дистрибутивность векторного умножения относительно сложения:

$\boldsymbol{x}\cdot(\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})) = (\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{a}) + \boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{x}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) + \boldsymbol{x}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}) =$

$\boldsymbol{x}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c})$.

Равенство

$$\boldsymbol{x}\cdot(\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})) = \boldsymbol{x}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c})$$

выполняется для всех векторов $\boldsymbol{x}$, поэтому из свойств скалярного произведения

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}.$$

Упражнения

1. Найдите смешанное произведение векторов ***a***, ***b***, ***c***, если

а) $\boldsymbol{a}\{1;-1;1\}$, $\boldsymbol{b}\{7;3;-5\}$, $\boldsymbol{c}\{-2;2;2\}$;

б) $\boldsymbol{a}\{3;\ 5,1\}$, $\boldsymbol{b}\{4,0,-1\}$, $\boldsymbol{c}\{2;1;1\}$;

в) $\boldsymbol{a}\{2;1,0\}$, $\boldsymbol{b}\{3,4,-1\}$, $\boldsymbol{c}\{-1;-3;1\}$;

г) $\boldsymbol{a}\{1,2,3\}$, $\boldsymbol{b}\{5,-2,1\}$, $\boldsymbol{c}\{2;1;2\}$.

2. Компланарны ли векторы?

а) $\boldsymbol{a}\{2;3;5\}$, $\boldsymbol{b}\{7;1;-1\}$, $\boldsymbol{c}\{3;-5;-11\}$;

б) $\boldsymbol{a}\{2;\ 0,1\}$, $\boldsymbol{b}\{5,3,-3\}$, $\boldsymbol{c}\{3;3;10\}$.

2 Векторы ***a***, ***b***, ***c*** некомпланарны. При каких значениях скаляра λ компланарны векторы $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}+\lambda\boldsymbol{c}$, $4\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}+6\boldsymbol{c}$, $7\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}+\lambda^2\boldsymbol{c}$?

3 Три некомпланарных вектора ***a***, ***b***, ***c*** отложены из одной точки. Найдите
а) объем треугольной призмы, основание которой построено на векторах ***a*** и ***b***, а боковое ребро совпадает с вектором ***c***;

б) объем тетраэдра, построенного на векторах ***a***, ***b***, ***c***.

4 Даны точки $A(2;\ 1;\ -1)$, $B(3;\ 0;\ 2)$, $C(5;\ 1;\ 1)$, $D(0;\ -1;\ 3)$, являющиеся вершинами тетраэдра. Найдите объем тетраэдра и длину высоты тетраэдра, опущенной из вершины C.

5 Объясните геометрический смысл всех решений уравнения $(\boldsymbol{xab}) = \lambda$, а также его частного решения, ортогонального к векторам ***a***, ***b***.

6 Докажите тождества
а) $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}) = (\boldsymbol{abd})\boldsymbol{c} - (\boldsymbol{abc})\boldsymbol{d}$;

б) $((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a})) = (\boldsymbol{abc})^2$;

в) $(\boldsymbol{abc})(\boldsymbol{xyz}) = \begin{vmatrix} ax & bx & cx \\ ay & by & cy \\ az & bz & cz \end{vmatrix}$.

§ 11. Двойное векторное произведение

Вектор $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})$ называется *двойным векторным произведением.* Так как он перпендикулярен вектору $\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$, то лежит в плоскости векторов ***b*** и ***c***. Если векторы ***b*** и ***c*** неколлинеарны, то его можно разложить по базису ***b***, ***c***.

ТЕОРЕМА. $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{ab})\boldsymbol{c}$, $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{c} = (\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{bc})\boldsymbol{a}$.

Доказательство. Выберем систему координат, в которой $\boldsymbol{a} = x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = x_2\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{c} = x_3\boldsymbol{i}+y_3\boldsymbol{j}$, т. е. вектор ***i*** параллелен вектору ***b***, вектор ***j*** лежит в плоскости векторов ***b*** и ***c***. Тогда $\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c} = x_2y_3\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = x_2y_1y_3\,\boldsymbol{i} - x_1x_2y_3\boldsymbol{j}$. С другой стороны $(\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{ab})\boldsymbol{c} = (x_1x_3+y_1y_3)x_2\boldsymbol{i} - x_1x_2(x_3\boldsymbol{i}+y_3\boldsymbol{j}) = x_2y_1y_3\,\boldsymbol{i} - x_1x_2y_3\boldsymbol{j} \Rightarrow \boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{ab})\boldsymbol{c}$. Первое утверждение доказано.

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times \boldsymbol{c} = -\boldsymbol{c} \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = -(\boldsymbol{bc})\boldsymbol{a} + (\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b}. \blacksquare$$

Упражнения

1. Докажите, что векторы образуют некоммутативное, неассоциативное кольцо без единицы и с делителями нуля.

§12. Преобразования координат

Координаты на прямой. Прямая, на которой указаны начало отсчета, единица масштаба и положительное направление, называется *координатной прямой.* Число, определяющее положение точки на числовой оси, называется *координатой точки.* Координата точки на числовой оси равна расстоянию точки от начала отсчета, выраженному в выбранных единицах масштаба и взятому со знаком плюс, если точка лежит в положительном направалении от начала, и со знаком минус в противном случае. Начало отсчета называют *началом координат.* Координата начала отсчета равна нулю. Запись $M(x)$ означает, что координата точки M равна x.

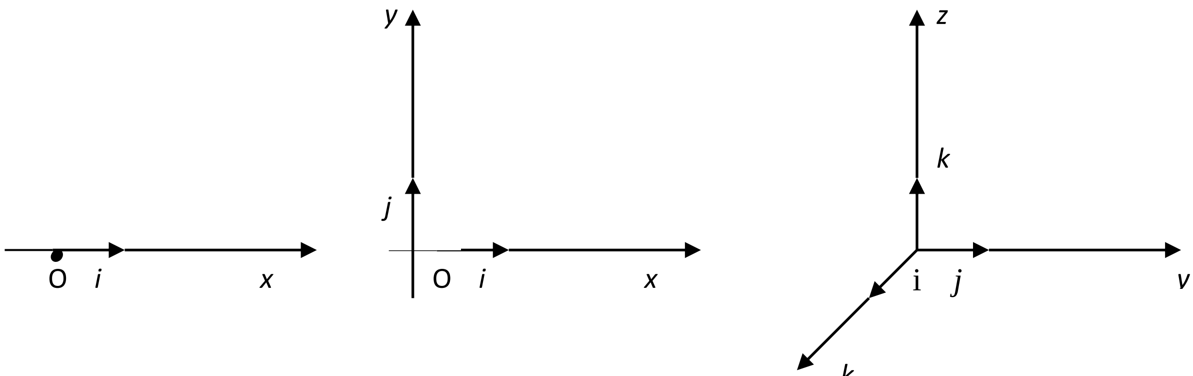


Рис. 11

Координаты на плоскости. Две взаимно перпендикулярные оси Ox и Oy, имеющие общую точку O и одинаковую масштабную единицу, образуют *прямоугольную декартову систему координат на плоскости.* Ось Ox называется *осью абсцисс,* ось Oy – *осью ординат,* а обе оси вместе осями координат. Точка O называется началом координат. Плоскость, в которой расположены оси Ox и $Oy,$ называется *координатной плоскостью* и обозначается Oxy. Координаты точки $M(x, y)$ называются соответственно ее *абсциссой* и *ординатой.* Начало координат имеет координаты (0, 0). Оси координат разбивают плоскость на четыре части. Их называют четвертями, квадрантами или координатными углами.

Координаты в пространстве. Прямоугольная декартова система координат $Oxyz$в пространстве определяется заданием масштабной единицы измерения длин и трех пересекающихся в одной точке O взаимно перпендикулярных осей Ox, Oy, Oz. Точка O – *начало координат,* Ox *– ось абсцисс,* Oy *– ось ординат,* Oz *– ось аппликат.* Координаты точки $M(x, y, z)$ называются соответственно x - *абсциссой,* y - *ординатой,* z *– аппликатой* точки M. Плоскости Oxy, Oxz, Oyzназывают *координатными плоскостями.* Они делят все на восемь частей, называемых *октантами.* Введение системы координат позволяет установить взаимно однозначное соответствие между множеством всех точек плоскости и множеством пар или троек чисел в зависимости от того, в плоскости или в пространстве она введена. Это дает возможность при решении геометрических задач применять алгебраические методы. Так возникла наука *аналитическая геометрия.*

Полярные координаты на плоскости. Выберемточку O, исходящий из нее луч a и направление отсчета углов от луча a вокруг точки O. Каждой точке плоскости M, отличной от O, сопоставим два числа: расстояние rот O до M и выраженный в радианах угол φ, образуемый лучом OM с лучом a и отсчитываемый в выбранном направлении (в противоположном направлении угол считается отрицательным). Эти числа r, φ называют *полярными координатами* точки M. Точка O *– центр,* луч a *– полярная ось* системы полярных координат. Центру O соответствует $r = 0$, φ не определен. Для угла φдопускаются любые значения, прри этом, углы, отличающиеся на целое кратное 2π, определяют один и тот же луч с началом O. Формулы

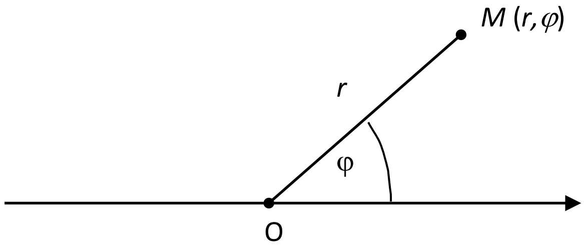


Рис. 12

$$x = r\cos\varphi,\ \ y = r\sin\varphi$$

связывают полярные координаты и прямоугольные декартовы координаты, у которых O – начало координат, а полярная ось принадлежит оси Ox.

При изучении геометрических вопросов весьма важно бывает выбрать подходящую координатную систему. Может оказаться, что при одном выборе осей координат уравнения интересующих нас линий или поверхностей выглядят наиболее просто. Возникает вопрос о замене выбранных осей новыми. Но когда новые координатные оси намечены, возникает вопрос, как зная старые координаты точек, уравнений линий или поверхностей, найти новые координаты или уравнения. Переход от одних координат к другим совершается путем *преобразования координат.*

Перенос начала. Пусть новое начало O'системы координат на плоскости имеет старые координаты x_0, y_0. Новые оси параллельны старым и одинаково с ним направлены. Для произвольной точки $M(x, y)$ плоскости имеем $\boldsymbol{OM} = \boldsymbol{OO'} + \boldsymbol{O'M}$, $\boldsymbol{OO'}\{x_0, y_0\}$, $\boldsymbol{OM}\{x, y\}$ Если x', y' - новые координаты точки M, то перейдя в этом векторном равенстве к координатам, получим *формулы перехода,* которые выражают старые координаты точки через ее новые координаты

$$x = x_0 + x', y = y_0 + y'.$$

Отсюда *формулы параллельного переноса на плоскости* имеют вид:

$$x' = x - x_0, y' = y - y_0.$$

Аналогично, *формулы параллельного переноса в пространстве* имеют вид:

$$x' = x - x_0, y' = y - y_0, \quad z' = z - z_0.$$

Поворот вокруг начала на плоскости. Пусть новые координаты на плоскости имеют то же начало O, что и старые, но оси повернуты на угол α. Пусть x', y' - новые прямоугольные декартовы координаты точки $M(x, y)$, r, φ - полярные координаты точки M в системе, в которой O – начало, Ox – полярная ось, r', φ' - полярные координаты точки M в системе, в которой O – начало, Ox' - полярная ось.

Тогда

$$r' = r, \varphi' = \varphi - \alpha,$$

$$x' = r' \cos \varphi' = r \cos (\varphi - \alpha),$$

$$y' = r' \sin \varphi' = r \sin (\varphi - \alpha).$$

Отсюда

$$x' = r \cos \varphi \cos\alpha + r \sin \varphi \sin\alpha,$$

$$y' = r \sin \varphi \cos \alpha - r \cos \varphi \sin\alpha.$$

Получили *формулы перехода*

$$x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha,$$

$$y' = -x\sin\alpha + y\cos\alpha.$$

Обратный переход сводится к повороту на угол $-\alpha$. Поэтому

$$x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha,$$

$$y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha.$$

Если соединить поворот с переносом, то получим *формулы перехода*

$$x' = x\cos\varphi + y\sin\alpha - x_0,$$

$$y' = -x\sin\alpha + y\cos\alpha - y_0.$$

Поворот вокруг начала в пространстве. Рассмотрим случай, когда новые оси имеют старое начало, но новые направления. Положение новых осей определяются углами, которые новые оси образуют со старыми. Пусть ось Ox_1образует с осями Ox, Oy, Ozуглы α, β, γ, ось Oy - углы α_1, β_1, γ_1, ось Oz – углы α_2, β_2, γ_2. Пусть x', y', z' - новые прямоугольные декартовы координаты точки $M(x, y, z)$ и пусть M_1, M_2, M_3 проекции точки M на новые оси. Тогда $\boldsymbol{OM} = \boldsymbol{OM}_1 + \boldsymbol{OM}_2 + \boldsymbol{OM}_3$, $\boldsymbol{OM}_1\{x_1\cos\alpha,\ x_1\cos\beta,\ x_1\cos\gamma\}$,

$\boldsymbol{OM}_2\{y_1 cos\alpha_1,\ y_1 cos\beta_1,\ y_1 cos\gamma_1\}$, $\boldsymbol{OM}_3\{z_1 cos\alpha_2,\ z_1 cos\beta_2,\ z_1 cos\gamma_2\}$. Перейдя в этом векторном равенстве к координатам, получим *формулы перехода* в рассматриваемом случае

$$x = x_1 cos\ \alpha + y_1 cos\ \alpha_1 + z_1 cos\ \alpha_2,$$

$$y = x_1 cos\ \beta + y_1 cos\ \beta_1 + z_1 cos\ \beta_2$$

$$z = x_1 cos\gamma + y_1 cos\gamma_1 + z_1 cos\gamma_2.$$

В общем случае, когда новые оси имеют и новое начало и новые направления, *формулы перехода* имеют вид

$$x = x_1 cos\ \alpha + y_1 cos\ \alpha_1 + z_1 cos\ \alpha_2 + x_0,$$

$$y = x_1 cos\ \beta + y_1 cos\ \beta_1 + z_1 cos\ \beta_2 + y_0$$

$$,z = x_1 cos\ \gamma + y_1 cos\ \gamma_1 + z_1 cos\ \gamma_2 + z_0.$$

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Кафедра алгебры, геометрии и анализа

КОНСПЕКТЫ ЛЕКЦИЙ

«Аналитическая геометрия»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

профили: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности», «Системное программирование»

Владивосток 2016

Аналитическая геометрия в пространстве

§ 13.1. Уравнения плоскости в пространстве

Задача. Найдите уравнение плоскости, проходящей через точку

$M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно ненулевому вектору $\boldsymbol{n}\{A, B, C\}$.

Решение. Точка $M(x, y, z)$ принадлежит плоскости$\Leftrightarrow$перпендикулярны векторы

$\boldsymbol{M_0M}\{x - x_0, y - y_0, z - z_0\}$ и $\boldsymbol{n}\{A, B, C\} \Leftrightarrow A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Ответ. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно ненулевому вектору $\boldsymbol{n}\{A, B, C\}$, имеет вид

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0. \qquad (1)$$

Здесь $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$, так как вектор $\boldsymbol{n}\{A, B, C\}$ ненулевой.

Пусть $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$, тогда это уравнение перепишется в виде

$$Ax + By + Cz + D = 0, A^2 + B^2 + C^2 \neq 0, \qquad (2)$$

оно называется *общим уравнением плоскости.*

Частные случаи общего уравнения. При $D = 0$ – уравнение плоскости, проходящей через начало координат.

При $A = 0, B = 0, C \neq 0$ – уравнение плоскости, параллельной плоскости xOy.

При $A = 0, B = 0, C \neq 0, D = 0$ – уравнение плоскости xOy.

При $A = 0, B \neq 0, C = 0$ – уравнение плоскости, параллельной плоскости xOz.

При $A = 0, B \neq 0, C = 0, D = 0$ – уравнение плоскости xOz.

При $A \neq 0, B = 0, C = 0$ – уравнение плоскости, параллельной плоскости yOz.

При $A \neq 0, B = 0, C = 0, D = 0$ – уравнение плоскости yOz.

Задача. Найдите уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(x_1, y_1, z), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3)$, не принадлежащие одной прямой.

Решение. Три точки, не лежащие на одной прямой, определяют плоскость, через них проходящую. Векторы $\overrightarrow{M_1M}, \overrightarrow{M_1M_2}, \overrightarrow{M_1M_3}$ компланарны тогда и только тогда, когда точка $M(x, y, z)$ лежит в этой плоскости. Записав условие компланарности этих векторов, получим *уравнение плоскости, проходящей через три данные точки,*

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0. \qquad (3)$$

Если $(a, 0,0)$, $(0, b, 0)$ $(0, 0, c)$– точки пересечения прямой с осями координат, то это уравнение примет вид

$$\begin{vmatrix} x-a & y-0 & z-0 \\ 0-a & b-0 & 0-0 \\ 0-a & 0-0 & c-0 \end{vmatrix} = 0.$$

Получили *уравнение плоскости в отрезках*

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1. \qquad (4)$$

Задача. Даны точка $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и два неколлинеарных вектора $\vec{a}\{a_1, a_2, a_3\}, \vec{b}\{b_1, b_2, b_3\}$. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 параллельно векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Решение. Если точка $M(x, y, z)$ лежит в этой плоскости, то векторы $\overrightarrow{M_0M}, \vec{a}, \vec{b}$ компланарны и существует единственная пара чисел u и v, для которой

$$M_0\overline{M} = u\vec{a} + v\vec{b}. \qquad (5)$$

Обратное тоже верно, т. е. если для точки M выполняется условие (5), то она принадлежит этой плоскости.Записав условие (5) в координатной форме, получим

$$\begin{cases} x - x_0 = ua_1 + vb_1, \\ y - y_0 = ua_2 + vb_2, \\ z - z_0 = ua_3 + vb_3. \end{cases}$$

Параметрическое уравнение плоскости

$$\begin{cases} x = x_0 + ua_1 + vb_1, \\ y = y_0 + ua_2 + vb_2, \\ z = z_0 + ua_3 + vb_3. \end{cases} \qquad (6)$$

Задача. Найдите уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно ненулевому вектору $\boldsymbol{n}\{A, B, C\}$.

Решение. Пусть O – начало координат. Для произвольной точки M вектор $\vec{r} = \boldsymbol{OM}$ называется радиусом-вектором точки M. Точка M принадлежит заданной плоскости $\Leftrightarrow$ когда векторы $\vec{n}$ и $\vec{r} - \vec{r}_0$ перпендикулярны, т. е. $\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0) = 0$. Обозначив число $\vec{n} \cdot \vec{r}_0$ через p, получим *векторное уравнение плоскости* $\vec{n} \cdot \vec{r} = p$.

Упражнения

1. Докажите, что уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ параллельно неколлинеарным векторам $\vec{a}\{a_1, a_2, a_3\}$, $\vec{b}\{b_1, b_2, b_3\}$, можно записать в виде
$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = 0 .$$

2. Докажите, что уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(x_1, y_1, z), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3)$, не лежащих на одной прямой можно записать в виде
$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Докажите, что уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{l; m; n\}$, можно записать в виде
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix}.$$

4. Докажите, что уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ перпендикулярно плоскостям $A_1x + B_1y + C_1z + DE_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, можно записать в виде
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}.$$

5. Точка $P(2; -1; -1)$ – основание перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составьте уравнение этой плоскости.

6.Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_1(3, -2, -7)$ параллельно плоскости $2x - 2z + 5 = 0$.

7.Установите, что три плоскости имеют одну общую точку и вычислите её координаты
$$x - 2y + z - 7 = 0, 2x + y - z + 2 = 0, x - 3y + 2z - 11 = 0.$$

8. Докажите, что три плоскости проходят через одну прямую

$$7x + 4y + 7z + 1 = 0, 2x - y - z + 2 = 0, x + 2y + 3z + 2 = 0.$$

9. *Докажите, чтотриплоскостипересекаютсяпотрёмразличным параллельнымпрямым*

$$2x - y + 3z - 5 = 0, 3x + y + 2z - 1 = 0, 4x + 3y + z + 2 = 0.$$

10. При каких a и b плоскости имеют 1) одну общую точку; 2) проходят через одну прямую; 3) пересекаются по трём различным параллельным прямым?

$$2x - y + 3z - 1 = 0, x + 2y - z + b = 0, x + ay - 6z + 10 = 0.$$

§ 13.2. Взаимное расположение плоскостей

Взаимное расположение двух плоскостей

Плоскости, определяемые уравнениями

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, (1)$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, (2)$$

параллельны тогда и только тогда, когда векторы нормалей $\vec{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\}$ и $\vec{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\}$ параллельны. Получили *условие параллельности двух плоскостей*

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}. \qquad (3)$$

Условия, при которых два уравнения определяют одну и ту же плоскость

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}. \qquad (4)$$

Действительно, все коэффициенты одного уравнения получаются из другого умножением на некоторое отличное от нуля число, т. е. уравнения эквивалентны. Ясно, что если плоскости совпадают, то имеет место пропорция (4).

Угол между плоскостями можно вычислить как угол φ между нормалями

$$cos\varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}. (5)$$

Отсюда *условие перпендикулярности плоскостей:*

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0. (6)$$

Взаимное расположение трех плоскостей

Если существует общая точка плоскостей, заданных уравнениями

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

$$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0,$$

то ее координаты удовлетворяют этим уравнениям и обратно, если координаты некоторой точки удовлетворяют уравнениям одновременно, то эта точка есть точка пересечения плоскостей. Следовательно, для нахождения координат общей точки надо решить систему, составленную из этих двух уравнений. Если

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} \neq 0,,$$

то существует единственное решение системы, т. е. плоскости образуют трехгранный угол.

Пусть r_1 и r_2 ранги матриц соответственно

$$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_2 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{pmatrix}.$$

Если $r_1 = r_2 = 1$, то все три строчки второй матрицы пропорциональны и уравнения являются уравнениями одной и той же плоскости. Если $r_1 = 1$, то $r_2 < 3$ и поэтому случай $r_1 = 1, r_2 = 3$ невозможен. Если $r_1 = 1, r_2 = 2$, то либо все три плоскости параллельны друг другу, либо две плоскости совпадают и параллельны третьей. Если $r_1 = 2, r_2 = 2$, то либо две плоскости совпадают и пересекаются с третьей, либо все три различны и проходят через одну прямую. Если $r_1 = 2, r_2 = 3$, то либо каждые две из плоскостей пересекаются по прямой и все три прямые параллельны (трехгранная призма), либо две плоскости параллельны и пересекаются третьей.

Пучок плоскостей

Пучком пересекающихся плоскостей, называется совокупность всех плоскостей, проходящих через одну и ту же прямую. Эта прямая называется *осью пучка*. *Пучком параллельных плоскостей* называется совокупность всех плоскостей, параллельных между собой.

ТЕОРЕМА. Уравнение пучка плоскостей, определяемого различными пересекающимися плоскостями (1) и (2), имеет вид

$$\lambda(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \mu(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0,$$

где λ и μ принимают всевозможные значения, не равные одновременно нулю.

Доказательство. Ясно, что эта плоскость проходит через точку пересечения плоскостей (1) и (2). Пусть плоскость $A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$ проходит через прямую пересечения плоскостей (1) и (2). Система

$$\begin{cases} \lambda A_1 + \mu A_2 = A_3, \\ \lambda B_1 + \mu B_2 = B_3, \\ \lambda C_1 + \mu C_3 = C_3 \end{cases}$$

имеет единственное решение и $\lambda D_1 + \mu D_2 = D_3$. Теорема доказана.

При решении задач удобнее уравнение пучка использовать в виде

$$(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \alpha(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0.$$

Так можно записать уравнение любой плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей (1) и (2), кроме второй.

Упражнения

Выясните взаимное расположение плоскостей

2. При каком значении параметра t плоскости параллельны

§ 13.3. Расстояние от точки до плоскости

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ называется уравнением плоскости в *нормальной форме,* если $A^2 + B^2 + C^2 = 1$. Общее уравнение плоскости приводится к нормальному виду с помощью *нормирующего множителя*

$$\mu = \frac{\pm 1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}},$$

где принято знак выбирать противоположным свободному члену,

т. е. μ*c*< 0.

Пусть точка $M_1(x_1, y_1, z_1)$ лежит на расстоянии d от плоскости α и $M_0(x_0, y_0, z_0)$ - проекция точки на эту плоскость, $\vec{n}\{A, B, C\}$ – нормаль к плоскости. Для нормального уравнения длина вектора нормали равна 1. *Отклонением точки М от плоскости* называется число δ, равное *d*, если векторы***n***и***M*₀*M*₁**сонаправлены и *–d,* если***n***и***M*₀*M*₁**противоположно направлены. Тогда

$$\delta = \boldsymbol{n}\cdot \boldsymbol{M_0M_1} = A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0).$$

Так как $-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$, то

$$\delta = Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D,$$

$$d = \left|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D\right|.$$

Для общего уравнения расстояние от точки M_1 до плоскости вычисляется по формуле

$$d = \left|\frac{Ax + By + Cz + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}\right|.$$

Нормальное уравнение часто записывают в виде

$$x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0.$$

Здесь $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ - направляющие косинусы вектора нормали. Геометрический смысл параметра p – расстояние от начала координат до плоскости. Вектор нормали направлен в сторону полупространства, в котором нет начала координат.

§13.4. Прямая в пространстве

Уравнения прямой в пространстве

Задача. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ параллельно ненулевому вектору $\vec{a}\{m, n, p\}$.

Решение. Точка $M(x, y, z)$ принадлежит этой прямой $\Leftrightarrow$ когда векторы $M_0\vec{M}$ и направляющий вектор прямой $\vec{a}$ коллинеарны $\Leftrightarrow$

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}.$$

Полученное уравнение прямой называется *каноническим.* Вводя значение отношения в каноническом уравнении в качестве параметр t, получим *параметрическое уравнение прямой*

$$\begin{cases} x = x_0 + mt, \\ y = y_0 + nt, \\ z = z_0 + pt. \end{cases}$$

Если заданы две различные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$, то за направляющий вектор прямой, проходящей через эти точки, можно взять вектор $M_1\vec{M}_2$ и тогда получим уравнение *прямой, проходящей через две данные точки*

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

Если две плоскости пересекаются, то система, составленная из их уравнений задает прямую пересечения. *Общее уравнение прямой*

$$\left.\begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{aligned}\right\}.$$

Каноническое уравнение прямой можно записать в виде системы двух уравнений первой степени, осуществив тем самым переход от канонического уравнения к общему. Гораздо чаще приходится решать задачу перехода от общего уравнения к каноническому. Для решения этой задачи надо найти произвольное решение системы и учесть, что векторное произведение нормалей заданных плоскостей и есть направляющий вектор прямой.

Взаимное расположение прямых в пространстве

Пусть две прямые заданы их каноническими уравнениями

$$\frac{x - x_1}{m_1} = \frac{y - y_1}{n_1} = \frac{z - z_1}{p_1}, \qquad (1)$$

$$\frac{x - x_2}{m_2} = \frac{y - y_2}{n_2} = \frac{z - z_2}{p_2}. \qquad (2)$$

Углом между двумя прямыми назовем любой из двух углов, образуемых двумя прямыми, соответственно параллельными данным прямым и проходящими через одну точку. Один из двух углов равен углу φ между направляющими векторами прямых.

$$\cos\varphi = \frac{m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}.$$

Прямые перпендикулярны $\Leftrightarrow$ угол между направляющими векторами прямой, т. е. скалярное произведение равно нулю. Поэтому условие перпендикулярности прямых

$$m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0.$$

Условие параллельности

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Кратчайшим расстоянием между двумя прямыми называют длину общего перпендикуляра к прямым, концы которого лежат на этих прямых. Формула вычисления расстояния между прямыми

$$h = \frac{\operatorname{mod}\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ m_1 & n_1 & p_1 \\ m_2 & n_2 & p_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} n_1 & p_1 \\ n_2 & p_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & p_1 \\ m_2 & p_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & n_1 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2}}.$$

Следует из того, что это расстояние равно высоте параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{M_1M_2}\{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}, \vec{a}_1\{m_1, n_1, p_1\}, \vec{a}_2\{m_2, n_2, p_2\}$ как на сторонах. В числителе записана абсолютная величина смешанного произведения этих векторов, а в знаменателе абсолютная величина векторного произведения векторов $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$, т. е. получили отношение объема параллелепипеда к площади основания.

Задача. Найдите кратчайшее расстояние между прямыми $x = -2y = z и x = y = 2$.

Решение. Направляющий вектор первой прямой $\{-2; 1; -2\}$; это можно увидеть, переписав его в виде $\frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Очевидно, что точка (0; 0; 0) лежит на ней. Вторая прямая параллельна оси Oz, поэтому в качестве её направляющего вектора можно взять вектор $\{0; 0; 1\}$, а точку на ней с координатами (2; 2; 0). Отсюда кратчайшее расстояние между этими прямыми равно

$$\frac{\begin{vmatrix} 2-0 & 2-0 & 0-0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}.$$

Нахождение общих точек прямой и плоскости

Для определения общих точек прямой

$$\begin{cases} x = x_0 + mt, \\ y = y_0 + nt, \\ z = z_0 + pt. \end{cases}$$

и плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$ подставим в уравнение плоскости значения переменных из параметрического уравнения прямой. После преобразований получим

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D + t(Am + Bn + Cp) = 0.$$

Если $Ax_0 + By_0 Cz_0 + D = 0, Am + Bn + Cp = 0$, то равенство выполняется для всех t. А это означает, что прямая лежит в плоскости. Если $Ax_0 + By_0 Cz_0 + D \neq 0, Am + Bn + Cp = 0$, то равенство не выполняется ни для одного значения t. А это означает, что прямая параллельна плоскости. Если $Am + Bn + Cp \neq 0$, то равенство выполняется для единственного значения $t = -\dfrac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{Am + Bn + Cp}$. Подставив найденное значение t в уравнение прямой, получим единственную точку пересечения прямой с плоскостью.

Расстояние от точки до прямой

Расстоянием от точки до прямой называется длина перпендикуляра, опущенного из точки на прямую. Расстояние от точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ до прямой

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

вычисляем по формуле

$$d = \frac{\sqrt{\begin{vmatrix} y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ n & p \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 - x_0 & z_1 - z_0 \\ m & p \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 \\ m & n \end{vmatrix}^2}}{\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

Следует из того, что это расстояние равно высоте параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}\{m, n, p\}, M_0M_1\{x_1 - x_0, y_1 - y_0, z_1 - z_0\}$ как на сторонах.

Взаимное расположение прямой и плоскости

Под углом между прямой и плоскостью понимается острый угол между прямой и ее проекцией на плоскость. Для вычисления угла φ между прямой $\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n} = \dfrac{z - z_0}{p}$ и плоскостью $Ax + By + Cz + D = 0$ будем пользоваться формулой

$$\sin\varphi = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

Следует из того, что угол φ дополняет до прямого угол между направляющим вектором прямой и нормалью.

Условие параллельности прямой и плоскости

$$Am + Bn + Cp = 0$$

следует из того, что прямая параллельна плоскости $\Leftrightarrow$ направляющий вектор прямой и нормаль к плоскости перпендикулярны.

Условие перпендикулярности прямой и плоскости

$$\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

следует из того, что прямая перпендикулярна плоскости $\Leftrightarrow$ направляющий вектор прямой перпендикулярен к нормали плоскости.

§13.5. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

Эллипсоид

Трехосный эллипсоид – поверхность, которая в некоторой пространственной системе координат задается каноническим уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1. \qquad (1)$$

Так как все переменные входят в уравнение во второй степени, то координатные плоскости являются плоскостями симметрии эллипсоида, а начало координат – центром симметрии. Числа *a, b, c* называются полуосями эллипсоида и представляют собой длины отрезков, от начала координат до точек пересечения эллипсоида с осями координат. Эллипсоид представляет собой ограниченную поверхность, заключенную в параллелепипеде $|x| \le a, |y| \le b, |z| \le c$.

Чтобы более наглядно представить себе форму эллипсоида применим *метод сечений.* Для этого выясним форму линий пересечения его плоскостями, параллельными какой-либо из координатных плоскостей.

Пусть $x = 0$. Линия пересечения эллипсоида плоскостью $x = 0$ – это эллипс с вершинами $A(0,0,c), B(0,b,0), C(0,0,-c), D(0,-b,0)$.

Пусть $x = h, |h| < a$. Линия пересечения эллипсоида плоскостью $x = h$ и в этом случае есть эллипс

$$\begin{cases} x = h, \\ \dfrac{y^2}{b^2\sqrt{1-\dfrac{h^2}{a^2}}} + \dfrac{z^2}{c^2\sqrt{1-\dfrac{h^2}{a^2}}} = 1 \end{cases}$$

с вершинами $A(h, 0, c\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}), B(h, b\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}, 0), C(h, 0, -c\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}), D(h, -b\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}, 0)$. Чем больше h, тем меньше оси этого эллипса.

Пусть $x = h, |h| = a$. Тогда $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$ и эллипс пересечения вырождается в точку (a, 0, 0) или (–a, 0, 0).

Плоскость $x = h, |h| > a$ общих точек с эллипсоидом не имеет. Действительно, для всех точек с координатами (h, y, z) в этом случае $\frac{h^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} > 1$, а не = 1, как это должно быть для точек эллипсоида.

Пусть z = 0. Линия пересечения эллипсоида плоскостью z = 0 – это эллипс с вершинами $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(-a, 0, 0), D(0, -b, 0)$. Заметим, что эллипсы плоскостей $x = 0$ и $z = 0$ имеют общие вершины.

Пусть $z = h, |h| < c$. Линия пересечения эллипсоида плоскостью $z = h$ и в этом случае есть эллипс

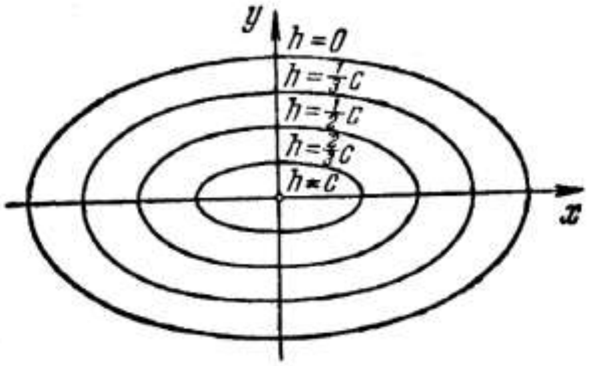
$$\begin{cases} z = h, \\ \dfrac{x^2}{a^2\sqrt{1-\dfrac{h^2}{c^2}}} + \dfrac{y^2}{b^2\sqrt{1-\dfrac{h^2}{c^2}}} = 1 \end{cases}$$

с вершинами $A(a\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}}, 0, h), B(0, b\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}}, h), C(-a\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}}, 0, h), D(0, -b\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}}, h)$. Чем больше h, тем меньше оси этого эллипса. ВершиныAиCпри изменении h двигаются в плоскости xOz по эллипсу $\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$, а вершины B и Dпри изменении h двигаются в плоскости yOz по эллипсу $\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

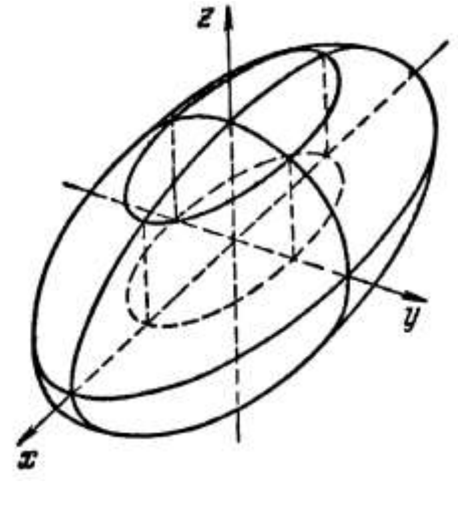
Пусть $z=h, |h|=c$. Тогда $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=0$ и эллипс пересечения вырождается в точку

(0, 0, c) или (0, 0,-c).

Плоскость $z=h, |h|>c$ общих точек с эллипсоидом не имеет. Действительно, в этом случае для всех точек с координатами (x, y, h) в этом случае $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{h^2}{c^2}>1$, а не = 1, как это должно быть для точек эллипсоида. Спроектировав эллипсы в плоскость xOy, получили своего рода «карту» эллипсоида.



Повторив рассуждения для переменной у, получим вид эллипсоида:



Эллипсоид может быть получен равномерным сжатием сферы относительно двух перпендикулярных плоскостей. Именно, если a – наибольшая полуось эллипсоида, то он может быть получен из сферы (очевидно, сфера представляет собой эллипсоид с равными полуосями) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$ равномерным сжатием ее сначала относительно плоскости Oxy с коэффициентом сжатия $\frac{b}{a}$, а затем относительно плоскости Oxz с коэффициентом сжатия $\frac{c}{a}$. Вращая эллипса вокруг его оси, получим эллипсоид вращения. Например, уравнение $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ определяет эллипсоид вращения, полученный вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ относительно оси Oz.

Однополостный гиперболоид

Однополостный гиперболоид – поверхность, которая в некоторой пространственной системе координат задается каноническим уравнением

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Так как все переменные входят в уравнение в четной степени, то координатные плоскости являются плоскостями симметрии, а начало координат – центром симметрии однополостного гиперболоида.

Чтобы более наглядно представить себе форму однополостного гиперболоида применим метод сечений.

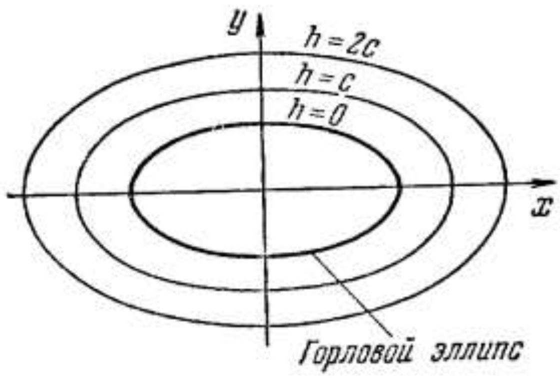
Пусть $z = 0$. Линия пересечения гиперболоида плоскостью $z = 0$ – это эллипс с вершинами $A(a,0,0), B(0,b,0), C(-a,0,0), D(0,-b,0)$; его называют *горловым* эллипсом.

Пусть $z=h$. Линия пересечения эллипсоида плоскостью $z=h$ и в этом случае есть эллипс

$$\begin{cases} z=h, \\ \dfrac{x^2}{a^2\sqrt{1+\dfrac{h^2}{c^2}}}+\dfrac{y^2}{b^2\sqrt{1+\dfrac{h^2}{c^2}}}=1 \end{cases}$$

с вершинами $A(a\sqrt{1+\frac{h^2}{c^2}},0,h), B(0,b\sqrt{1+\frac{h^2}{c^2}},h), C(-a\sqrt{1+\frac{h^2}{c^2}},0,h), D(0,-b\sqrt{1+\frac{h^2}{c^2}},h)$. Чем больше h, тем больше оси этого эллипса.

Рассмотрим «карту» части однополостного гиперболоида, расположенной над плоскостью *Oxy*. Расположенная под плоскостью *Oxy* часть однополостного гиперболоида симметрична рассматриваемой части относительно этой плоскости. Каждый из эллипсов снабжен отметкой *h*, указывающей, на какую высоту по оси *Oz* должен быть поднят эллипс.



Пусть $x=0$. Линия пересечения гиперболоида этой плоскостью – гипербола $\begin{cases} x=0, \\ \frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \end{cases}$

с вершинами $A(0,b,0), B(0,-b,0)$. Обратим внимание на то, что эти вершины принадлежат горловому эллипсу.

Пусть $x=h, |h|<a$. Линия пересечения гиперболоида плоскостью $x=h$ есть гипербола

$$\begin{cases} x=h, \\ \frac{y^2}{b^2\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}}-\frac{z^2}{b^2\sqrt{1-\frac{h^2}{a^2}}}=1 \end{cases}$$

с вершинами $B(0,b\sqrt{\frac{h^2}{a^2}-1},h), D(0,-b\sqrt{\frac{h^2}{a^2}-1},h)$. Чем больше h, тем больше расстояние между этими вершинами.

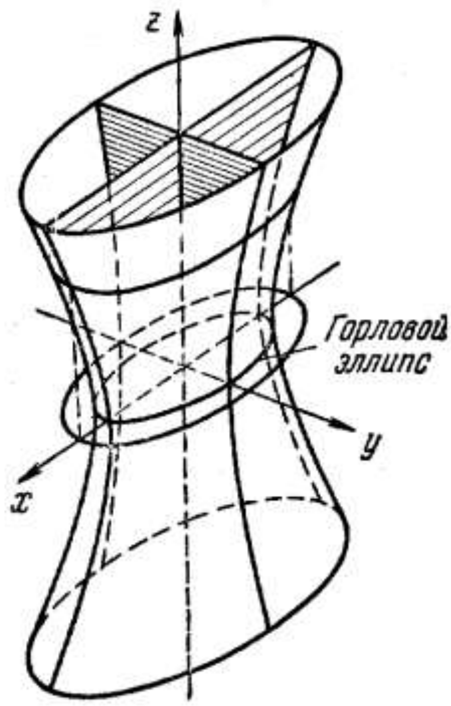
Пусть $x = h, |h| > a.$ Линия пересечения гиперболоида плоскостью $x = h$ есть сопряженная гипербола

$$\begin{cases} x = h, \\ \dfrac{y^2}{b^2\sqrt{\dfrac{h^2}{a^2} - 1}} - \dfrac{z^2}{b^2\sqrt{\dfrac{h^2}{a^2} - 1}} = -1 \end{cases}$$

с вершинами $B(0, b\sqrt{1 - \frac{h^2}{a^2}}, h), D(0, -b\sqrt{1 - \frac{h^2}{a^2}}, h)$. Чем больше h, тем меньше расстояние между этими вершинами.

При $x = h, |h| = a$ в сечении получаем пару прямых, пересекающихся в точке $(a, b, 0)$ при $x = a$ или $(-a, b, 0)$ при $x = -a.$

Аналогично проводятся рассуждения для переменной *y*. Таким образом, однополостный гиперболоид имеет вид



Двуполостный гиперболоид

Двуполостный гиперболоид – поверхность, которая в некоторой пространственной системе координат задается каноническим уравнением

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$$

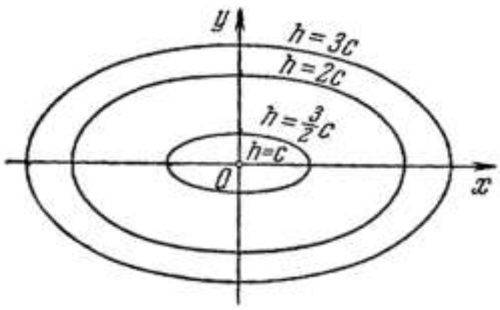
Для двуполостного гиперболоида координатные плоскости являются его <u>плоскостями симметрии</u>, а начало координат – его <u>центром симметрии</u>.

Пусть $z = 0$. Линия пересечения гиперболоида плоскостью $z = 0$ – это мнимый эллипс, т. е. в плоскости xOy точек гиперболоида нет. Аналогично можно увидеть, что нет точек гиперболоида в плоскости $z=h, |h|<c$. В плоскости $z=c$ лежит только одна точка гиперболоида $(0,0,c)$, а в плоскости $z=-c$ точка $(0,0,-c)$.

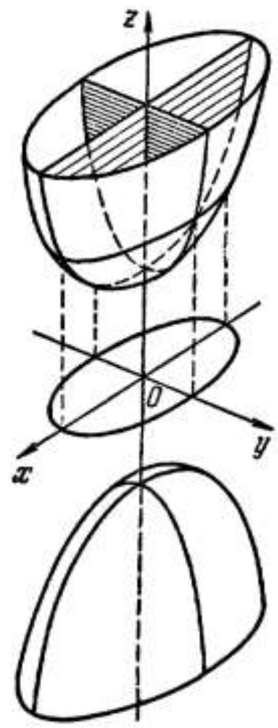
Пусть $z=h, |h|>c$. Линия пересечения гиперболоида плоскостью $z=h$ есть эллипс

$$\begin{cases} z=h, \\ \dfrac{x^2}{a^2\sqrt{\dfrac{h^2}{c^2}-1}}+\dfrac{y^2}{b^2\sqrt{\dfrac{h^2}{c^2}-1}}=1 \end{cases}$$

с вершинами $A(a\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1},0,h), B(0,b\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1},h), C(-a\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1},0,h), D(0,-b\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1},h)$. Чем больше h, тем больше оси этого эллипса.



Сечения двуполостного гиперболоида плоскостями Oyz и Oxz представляют собой гиперболы. Двуполостный гиперболоид имеет вид:



Эллиптический параболоид

Эллиптический параболоид – поверхность, которая в некоторой пространственной системе координат задается каноническим уравнением

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z; \quad p > 0, q > 0.$$

Так как первые две переменные входят в уравнение во второй степени, то плоскости *OxzиOyz* являются плоскостями симметрии. Ясно, что эллиптический параболоид расположен в полупространстве $z \geq 0$.

Пусть $z = 0$. Тогда $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 0$ и $x = 0, y = 0$. Плоскости xOy принадлежит единственная точка параболоида (0, 0, 0). Пусть $z = h, h > 0.$ В сечении получим эллипс

$$\begin{cases} z = h, \\ \dfrac{x^2}{2ph} + \dfrac{y^2}{2qh} = 1. \end{cases}$$

При увеличении *h* оси эллипса неограниченно увеличиваются.

Плоскость *x*=*h* пересекает эллиптический параболоид по параболе

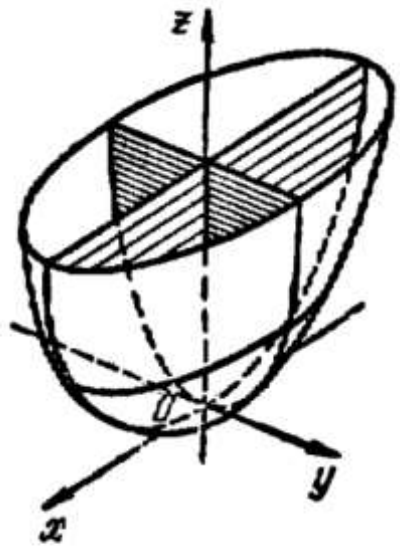
$$\begin{cases} x = h, \\ y^2 = 2q(z - \dfrac{h^2}{2p}). \end{cases}$$

Чем больше h, тем выше по параболе $x^2 = 2pz$ в плоскости xOz поднимается вершина параболы $(h, 0, \dfrac{h^2}{2p})$.

Плоскость y=h пересекает эллиптический параболоид по параболе

$$\begin{cases} y = h, \\ x^2 = 2p(z - \dfrac{h^2}{2q}). \end{cases}$$

Чем больше h, тем выше по параболе $y^2 = 2qz$ в плоскости yOz поднимается вершина параболы $(0, h, \dfrac{h^2}{2q})$. Эллиптический параболоид имеет вид:



Вращая параболу вокруг ее оси, получим параболоид вращения. Уравнение $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{a^2} = 2z$ определяет эллипсоид вращения.

Гиперболический параболоид

Гиперболический параболоид – поверхность, которая в некоторой пространственной системе координат имеет каноническое уравнение

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z; \quad p > 0, q > 0.$$

Для гиперболического параболоида плоскости *Oxz* и *Oyz* являются плоскостями симметрии.

Пусть $z = 0$. Тогда $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 0$. В сечении получили пару пересекающихся прямых.

Пусть $z = h,\ h > 0.$ В сечении получим гиперболу

$$\begin{cases} z = h, \\ \frac{x^2}{2ph} - \frac{y^2}{2qh} = 1. \end{cases}$$

При увеличении h расстояние между вершинами неограниченно увеличивается.

Пусть $z = h, h < 0.$ В сечении получим сопряженную гиперболу

$$\begin{cases} z = h, \\ \frac{x^2}{-2ph} - \frac{y^2}{-2qh} = -1. \end{cases}$$

При увеличении h расстояние между вершинами неограниченно увеличивается.

Плоскость $x = 0$ пересекает гиперболический параболоид по параболе $\begin{cases} x = 0, \\ y^2 = -2qz. \end{cases}$

Ветви параболы опущены вниз.

Плоскость x=h пересекает гиперболический параболоид по параболе

$$\begin{cases} x = h, \\ y^2 = -2q(z - \frac{h^2}{2p}). \end{cases}$$

Чем больше h, тем выше по параболе $x^2 = 2pz$ в плоскости xOz поднимается вершина параболы $(h, 0, \frac{h^2}{2p})$.

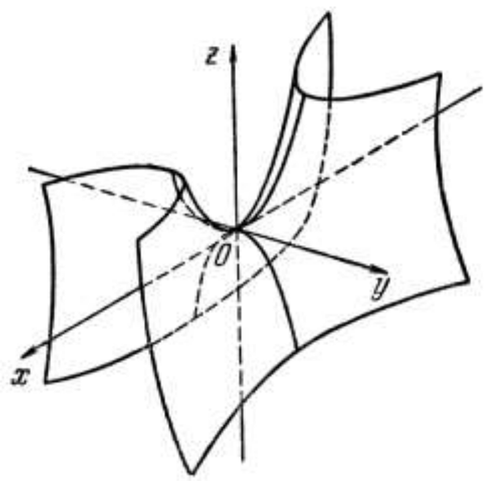
Плоскость $y = 0$ пересекает гиперболический параболоид по параболе $\begin{cases} y = 0, \\ x^2 = 2pz. \end{cases}$

Ветви параболы поднимаются вверх.

Плоскость $y=h$ пересекает гиперболический параболоид по параболе

$$\begin{cases} y = h, \\ x^2 = 2p(z + \frac{h^2}{2q}). \end{cases}$$

Чем больше h, тем ниже по параболе $y^2 = 2qz$ в плоскости yOz опускается вершина параболы $(0, h, \frac{h^2}{2q})$. Гиперболический параболоид имеет вид:

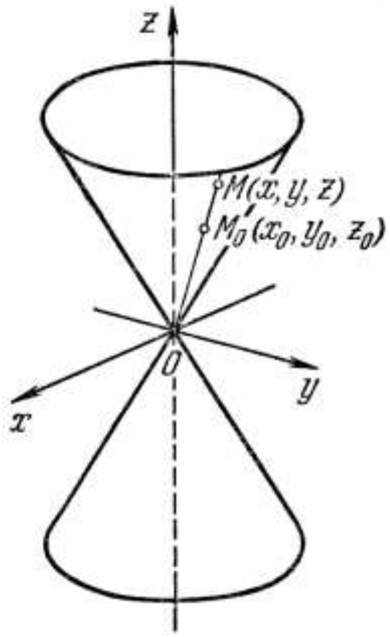


Конус

Двуполостным конусом называется поверхность, определяемая в некоторой пространственной системе координат каноническим уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0\,.$$

Начало координат точку O называют <u>вершиной конуса</u>. Представление о форме конуса может быть получено методом сечений. В плоскости xOz находится лишь одна точка конуса – его вершина. Пересекая поверхность конуса плоскостями, параллельными плоскости xOy, получим эллипсы. Длины их осей тем больше, чем дальше плоскость сечения отстоит от плоскости xOy Линии пересечения с плоскостями xOz или yOz есть пары прямых, пересекающихся в вершине конуса. Пересекая поверхность плоскостями, параллельными плоскости xOz или yOz, получим гиперболы. Расстояния между их вершинами тем больше, чем дальше плоскость сечения отстоит от плоскости xOy или yOz соответственно. Конус имеет вид:



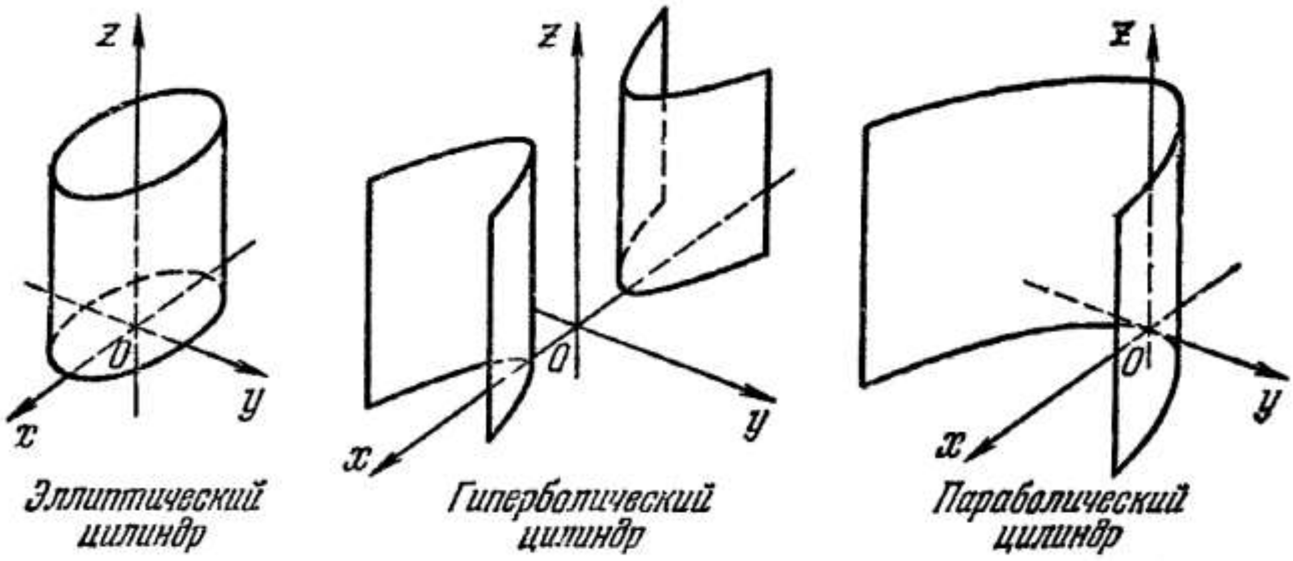
Цилиндры

Цилиндрической поверхностью называетсяповерхность, образованная поступательным движением прямой параллельно самой себе, при котором прямая имеет общую точку с заданной линией. Данная прямая называется *образующей цилиндрической поверхности*, а данная линия называется *направляющей.*

Эллиптический цилиндр – это цилиндрическая поверхность с эллипсом в качестве направляющей. *Гиперболический цилиндр* – это цилиндрическая поверхность с гиперболой в качестве направляющей. *Параболический цилиндр* – это цилиндрическая поверхность с параболой в качестве направляющей.

ТЕОРЕМА. Уравнение $F(x,y)=0$ в пространственной системе координат определяет цилиндрическую поверхность с направляющей линией $\begin{cases} F(x,y)=0, \\ z=0 \end{cases}$ и с образующими, параллельными оси Oz.

Доказательство. Если $F(x^*,y^*)=0$, то все точки (x^*,y^*,h) для любого h лежат на поверхности $F(x,y)=0$. А эти точки образуют прямую. Теорема доказана.



Глава 14. Общая теория поверхностей второго порядка

Поверхностью второго порядка называется множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$a_{11}x^2+a_{22}y^2+a_{33}z^2+2a_{12}xy+2a_{13}xz+2a_{23}yz+b_1x+b_2y+b_3z+c=0.$$

При $i\neq k$ здесь $a_{ik}=a_{ki}$ и матрица $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$ ненулевая.

Возникают задачи:

1) Определить все виды поверхностей второго порядка, заданных общим уравнением.
2) Найти простейший вид уравнения поверхности второго порядка.

Введем обозначения:

$$I_1 = a_{11} + a_{22} + a_{33},\ I_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\ I_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$I_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix},\ I_5 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix},$$

$$I_6 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{41} & a_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{24} \\ a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Общее преобразование прямоугольной системы координат получается в результате последовательного выполнения преобразований параллельного переноса и вращения. *Инвариантом* уравнения относительно данного преобразования называется такая функция коэффициентов уравнения, которая не изменяет своего значения и для преобразованного уравнения. Числа I_1, I_2, I_3 и I_4 инвариантны относительно общего преобразования системы координат. Числа I_5 и I_6 являются инвариантами относительно поворота, но не являются инвариантами относительно параллельного переноса. Такие функции коэффициентов уравнения называют *семиинвариантами* или *полуинвариантами.*

Характеристическим уравнением поверхности второго порядка называется уравнение

$$\begin{vmatrix} a_{11} - s & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} - s & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} - s \end{vmatrix} = 0.$$

Корни характеристического уравнения s_1, s_2, s_3 всегда действительны и $I_1 = s_1 + s_2 + s_3$, $I_2 = s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_2 s_3$, $I_3 = s_1 s_2 s_3$. Уравнение поверхности второго порядка при помощи вращения системы координат можно привести к виду, в котором нет произведений переменных и коэффициенты при квадратах переменных именно корни характеристического уравнения. Через корни характеристического уравнения и инварианты можно записать коэффициенты приведенных уравнений и определить вид поверхности.

Классификация поверхностей второго порядка по инвариантам

Тип	Признак типа	Название	Признак поверхности по инвариантам	Приведенное уравнение	Каноническое уравнение
1	$I_3 \neq 0$	Трехосный эллипсоид	$I_2 > 0, I_4 < 0,$ $I_1 I_3 > 0$	$s_1 X^2 + s_2 Y^2 +$ $+ s_3 Z^2 + \frac{I_4}{I_3} = 0$	$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 1$
		Мнимый эллипсоид	$I_2 > 0, I_4 > 0,$ $I_1 I_3 > 0$		$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = -1$
		Однополостный гиперболоид	$I_4 > 0$ и не выполняется по крайней мере одно условие $I_2 > 0$ или $I_1 I_3 > 0$		$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} - \frac{Z^2}{c^2} = 1$
		Двухполостный гиперболоид	$I_4 < 0$ и не выполняется по крайней мере одно условие $I_2 > 0$ или $I_1 I_3 > 0$		$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} - \frac{Z^2}{c^2} = -1$
		Двухполостный конус	$I_4 = 0$ и не выполняется по крайней мере одно условие $I_2 > 0$ или $I_1 I_3 > 0$		$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} - \frac{Z^2}{c^2} = 0$
		Мнимый конус, точка	$I_2 > 0, I_4 = 0,$ $I_1 I_3 > 0$		$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 0$
2	$I_3 = 0$ $I_4 \neq 0$	Эллиптический параболоид	$I_2 > 0$	$s_1 X^2 + s_2 Y^2$ $\pm 2\sqrt{-\frac{I_4}{I_2}} Z = 0$	$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 2Z$

		Гиперболический параболоид	$I_2 < 0$		$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 2Z$
3	$I_3 = 0$ $I_4 = 0$	Эллиптический цилиндр	$I_2 > 0,$ $I_1 I_5 < 0$	$s_1 X^2 + s_2 Y^2 +$ $+ \frac{I_5}{I_2} = 0$	$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$
		Мнимый эллиптический цилиндр	$I_2 > 0,$ $I_1 I_5 > 0$		$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = -1$
		Гиперболический цилиндр	$I_2 < 0,$ $I_5 \neq 0$		$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = \pm 1$
		Пара пересекающихся плоскостей	$I_2 < 0,$ $I_5 = 0$		$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 0$
		Пара мнимых плоскостей, пересекающих по действительной прямой, прямая	$I_2 > 0,$ $I_5 = 0$		$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 0$
4	$I_3 = 0, I_4 = 0,$ $I_2 = 0, I_5 \neq 0$	Параболический цилиндр		$I_1 X^2 \pm 2 \cdot$ $\sqrt{-\frac{I_5}{I_1}} Y = 0$	$X^2 = \pm 2pY$

5	$I_3=0, I_4=0,$ $I_2=0, I_5=0$	Пара параллельных плоскостей	$I_6<0$	$X^2+\frac{I_6}{I_1^2}=0$	$X^2-a^2=0$
		Пара мнимых параллельных плоскостей	$I_6>0$		$X^2+a^2=0$
		Две совпавшие плоскости	$I_6=0$		$X^2=0$

Упражнения

1. Определите вид и название поверхностей $xy=z, xy=z^2, xy=z^2-1, xy=z^2+1$
2. Найдите точки пересечения поверхности и прямой

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Кафедра алгебры, геометрии и анализа

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

«Аналитическая геометрия»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

профили: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности», «Системное программирование»

Владивосток 2016

ИДЗ. Тема Прямая на плоскости

Вариант 1

1. Найдите точку M_1, симметричную точке $M_2(8;9)$относительно прямой $AB; A(3;4), B(-1,-2)$.
2. Определите угол между прямыми $x-2y+4=0$ и $2x+3y-7=0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. В пучке $\alpha(x+2y+1)+\beta(x-y-1)=0$ найдите прямую, перпендикулярную прямой $2x+y-3=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;6), B(-4{,}0), C(-1;-4)$. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;2)$ на одинаковом расстоянии от точек $A(-7;3), B(12{,}3)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$16x^2-16xy+4y^2-72x+36y+81=0$$

Вариант 2

1. Найдите точку M, симметричную точке $B(2;1)$относительно точки $A(3;4)$.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3{,}1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. В пучке $\alpha(2x-y-1)+\beta(3x-2y+5)=0$ найдите прямую, параллельную прямой $5x-3y+1=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;6), B(-4{,}0), C(-1;-4)$. Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, параллельной двум прямым $3x-2y-1=0$ и $3x-2y-13=0$ и проходящей посередине между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$6x^2-6xy+9y^2-4x+18y+14=0$$

Вариант 3

1 Из точки $M(-2{,}3)$ под углом αк оси Oxнаправлен луч света; $tg\alpha=3$. Дойдя до оси Oxлуч от неё отразился. Составьте уравнение падающего луча.

2 Отрезок AB точками C(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.

3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x-3y+5=0$ и $3x+2y-7=0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. В пучке $\alpha(x+2y+1)+\beta(3x-2y+1)=0$ найдите прямую, параллельную прямой $4x+3y+5=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;6), B(-4{,}0), C(-1;-4)$. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершиныB
6. Вычислите расстояние между прямыми $3x-4y-10=0$ и $6x-8y+5=0$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$2x^2+3xy-2y^2+5x+10y=0$$

Вариант 4

1. Из точки $M(-2,3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha = 3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение отражённого луча.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3,1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки $A(2;-1), B(1,-4)$, и $C(-2;2)$– середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. В пучке $\alpha(x+y-5)+\beta(3x-2y+1)=0$ найдите прямую, параллельную прямой $2x+3y+7=0$
5. Дан треугольник $ABC; A(4;1), B(7,5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *A* со стороной *BC*.
6. Найдите уравнение геометрического места точек, равноудалённых от прямых $3x-4y+10=0$ и $6x-8y+15=0$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$17x^2-18xy-7y^2+34x-18y+7=0$$

Вариант 5

1 Найдите точку M_1, симметричную точке $M_2(-5;13)$относительно прямой
$$2x+3y-3=0.$$
2. Определите угол между прямыми $x-2y+4=0$ и $2x+3y-7=0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. Прямые $ax+by=1;\ 2x-3y+5=0;\ x-1=0$ проходят через одну точку. Найдите a, b.
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;6), B(-4,0), C(-1;-4)$. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины A
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2;3)$ на одинаковом расстоянии от точек $A(5;-1), B(3,7)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$16x^2+16xy+4y^2-5x+7y=0$$

Вариант 6

1. Найдите точку M, симметричную точке $B(3;4)$относительно точки $A(1;2)$.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3,1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. В пучке $\alpha(2x+5y-4)+\beta(7x+2y-20)=0$ найдите прямую, параллельную прямой $3x+2y+1=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;6), B(-4,0), C(-1;-4)$. Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Уравнение биссектрисы угла между прямыми $x-3y+5=0$ и $3x-y-3=0$?
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$25x^2-20xy+4y^2+3x-y+11=0$$

Вариант 7

1 Найдите проекциюточки $M_2(-5;13)$на прямую $2x+3y-3=0$.
2. Отрезок AB точками C(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.

3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x-3y+5=0$ и $3x+2y-7=0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. В пучке $\alpha(2x+5y-4)+\beta(7x+2y-20)=0$ найдите прямую, перпендикулярную прямой $3x+2y+1=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;6), B(-4,0), C(-1;-4)$. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;5)$ на расстоянии 5 от точки с координатами $(1;2)$
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$2x^2+3xy-2y^2+5x+10y=0$$

Вариант 8

1. Найдите проекцию точки $M_2(-6;4)$на прямую $4x-5y+3=0$
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3,1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки $A(1;1), B(2,3), C(5;-1)$ – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. В пучке $\alpha(2x+5y-4)+\beta(7x+2y-20)=0$ найдите прямую, параллельную прямой $2x-y=0$
5. Дан треугольник $ABC; A(4;1), B(7,5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *A* со стороной *BC*.
6. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;5)$ на расстоянии 3 от точки с координатами $(5;1)$
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$9x^2-42xy+49y^2+3x-2y-24=0$$

Вариант 9

1. Найдите т. M_1, симметричную т. $M_2(-6;4)$относительно прямой $4x-5y+3=0$
2. Определите угол между прямыми $x-2y+4=0$ и $2x+3y-7=0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. В пучке $\alpha(2x+5y-4)+\beta(7x+2y-20)=0$ найдите прямую, перпендикулярную прямой $2x-y=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(0;0), B(3,1), C(1;7)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины C
6. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $A(7;-2)$ на расстоянии 5 от точки с координатами $(4;-6)$
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$17x^2-18xy-7y^2+34x-18y+7=0$$

Вариант 10

1. Через точку $M(3;2)$ провести прямую так, чтобы её отрезок, заключённый между осями координат, делился бы в данной точке пополам.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3,1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. В пучке $\alpha(2x-3y+70)+\beta(3x+5y-28)=0$ найдите прямую, параллельную прямой $x+7y-16=0$

5. Даны вершины треугольника $ABC; A(0;0), B(3{,}1), C(1;7)$.Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $A(4;-5)$ на расстоянии 12 от точки с координатами $(-2;3)$
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$8x^2-12xy+17y^2+16x-12y+3=0$$

Вариант 11

1. Вычислите внутренние углы треугольника $ABC; A(5;0), B(0;1), C(3;3)$.
2. Отрезок AB точками С(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.
3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x-3y+5=0$ и $3x+2y-7=0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. Центр пучка $\alpha(x+2y+1)+\beta(3x-2y+1)=0$ является вершиной квадрата, диагональ которого лежит на прямой $x+7y-16=0$. Найдите уравнение второй диагонали
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(0;0), B(3{,}1), C(1;7)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Лежат ли точки $A(2;3), B(5,-1)$ в одном углу, образованном прямыми $x-3y-5=0$ и $2x+9y-2=0$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$3x^2+4xy-12y^2+16=0$$

Вариант 12

1. Под каким углом к оси абсцисс надо направить луч из точки $A(-2{,}3)$, чтобы отражённый луч прошёл через точку $B(-1;4)$.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3{,}1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки (3; 7), (2;–3) и (–1; 4) – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. В пучке $\alpha(2x+2y-5)+\beta(6x-4y+1)=0$ найдите прямую, параллельную прямой $2x+3y+7=0$
5. Дан треугольник $ABC; A(4;1), B(7{,}5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *A* со стороной *BC*.
6. Докажите, что прямые параллельны $3x-4y+10=0$ и $6x-8y+15=0$ и найдите расстояние между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$x^2-6xy-7y^2+10x-30y+23=0$$

Вариант 13

1. Под каким углом к оси абсцисс надо направить луч из точки $A(-1;\ 4)$, чтобы отражённый луч прошёл через точку $B(-2;3)$.
2. Определите угол между прямыми $x-2y+4=0$ и $2x+3y-7=0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. В пучке $\alpha(2x+4y+1)+\beta(2x-2y-1)=0$ найдите прямую, перпендикулярную прямой $2x+y-3=0$

5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;1), B(7,5), C(-4;7)$. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;2)$ на одинаковом расстоянии от точек $A(-7;3), B(12,3)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$5x^2 - 6xy + 2y^2 - 2x + 2 = 0$$

Вариант 14

1. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;-8)$ и$B(-1;4)$. Вычислите его площадь.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3,1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. В пучке $\alpha(x + 2y - 1) + \beta(3x - 2y - 13) = 0$ найдите прямую, проходящую через точку $A(3;\ -1)$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;1), B(7,5), C(-4;7)$. Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, параллельной двум прямым $3x - 2y - 1 = 0$ и $3x - 2y - 13 = 0$ и проходящей посередине между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$4x^2 + 2xy + 6y^2 + 6x - 10y + 9 = 0$$

Вариант 14

1. Найдите уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M(8,-9)$ на прямую $AB; A(3;-4), B(-1;-2)$.
2. Отрезок AB точками С(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.
3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + 2y - 7 = 0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. В пучке $\alpha(x + 2y + 1) + \beta(3x - 2y + 1) = 0$ найдите прямую, параллельную прямой $4x + 3y + 5 = 0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;6), B(-4,0), C(-1;-4)$. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Докажите, что прямая $5x - 2y - 1 = 0$ делит расстояние между прямыми $5x - 2y + 7 = 0{,}5x - 2y - 9 = 0$ пополам.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$4x^2 + 6xy + y^2 - 10x - 10 = 0$$

Вариант 15

1. Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от начала координат и точки $M(9,-3)$.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3,1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки (3; 6), (–1; 3) и (2;–1) – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. В пучке $\alpha(x + 2y - 1) + \beta(3x - 2y - 13) = 0$ найдите прямую, проходящую через начало координат

5. Дан треугольник $ABC; A(4;1), B(7{,}5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *А* со стороной *ВС*.
6. Лежат ли точки $A(2;3), B(5,-1)$ в одном углу, образованном прямыми $2x+7y-5=0$ и $x+3y+7=0$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$6x^2+4xy+y^2+4x-2y+2=0$$

Вариант 16

1. Найдите точку M_1, симметричную точке $M_2(8;9)$относительно прямой $AB; A(3;4), B(-1,-2)$.
2. Определите угол между прямыми $x-2y+4=0$ и $2x+3y-7=0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. В пучке $\alpha(x+2y+1)+\beta(x-y-1)=0$ найдите прямую, перпендикулярную прямой $4x+3y+5=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(4;1), B(7{,}5), C(-4;7)$. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины A
6. Лежат ли точки $A(2;3), B(5,-1)$ в одном углу, образованном прямыми $x-3y-5=0$ и $2x+9y-2=0$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$3x^2-6xy+2y^2-4x+2y+1=0$$

Вариант 17

1. Найдите точку M, симметричную точке $B(2;1)$относительно точки $A(3;4)$.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3{,}1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. В пучке $\alpha(x+2y-1)+\beta(3x-2y-13)=0$ найдите прямую, параллельную оси абсцисс
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(2;3), B(5,-3), C(-3;4)$. Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, параллельной двум прямым $3x-2y-1=0$ и $3x-2y-13=0$ и проходящей посередине между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$4x^2-6xy+9y^2+3x-7y+12=0$$

Вариант 18

1. Из точки $M(-2{,}3)$ под углом α к оси *Ох* направлен луч света; $tg\alpha=3$. Дойдя до оси *Ох* луч от неё отразился. Составьте уравнение падающего луча.
2. Отрезок AB точками С(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *А* и *В*.
3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x-3y+5=0$ и $3x+2y-7=0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. В пучке $\alpha(x+2y-1)+\beta(3x-2y-13)=0$ найдите прямую, параллельную оси ординат
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(2;3), B(5,-3), C(-3;4)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Вычислите расстояние между прямыми $3x-4y-10=0$ и

$$6x - 8y + 5 = 0.$$

7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$4x^2 - 20xy + 25y^2 - 14x + 2y - 15 = 0$$

Вариант 19

1. Из точки $M(-2{,}3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha = 3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение отражённого луча.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3{,}1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки (-2; 3), (4;–5) и (–3; 1) – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. В пучке $\alpha(x + y - 5) + \beta(3x - 2y + 1) = 0$ найдите прямую, параллельную оси абсцисс
5. Дан треугольник ABC; $A(2;3), B(5,-3), C(-3;4)$.. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *A* со стороной *BC*.
6. Лежат ли точки $A(2;3), B(5,-1)$ в одном углу, образованном прямыми $12x + y - 1 = 0$ и $13x + 2y - 5 = 0$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$x^2 - 2xy + y^2 - 6x + 6y - 3 = 0$$

Вариант 20

1. Найдите точку M_1, симметричную точке $M_2(8;9)$относительно прямой AB; $A(3;4), B(-1,-2)$.
2. Определите угол между прямыми $x - 2y + 4 = 0$ и $2x + 3y - 7 = 0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. В пучке $\alpha(x + 2y + 1) + \beta(x - y - 1) = 0$ найдите прямую, перпендикулярную оси абсцисс
5. Даны вершины треугольника ABC; $A(2;3), B(5,-3), C(-3;4)$.. Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;2)$ на одинаковом расстоянии от точек $A(-7;3), B(12{,}3)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$x^2 - 2xy + 4y^2 + 5x - 7y + 12 = 0$$

Вариант 21

1. Найдите точку M, симметричную точке $B(2;1)$относительно точки $A(3;4)$.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3{,}1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. В пучке $\alpha(2x - y - 1) + \beta(3x - 2y + 5) = 0$ найдите прямую, параллельную оси ординат
5. Даны вершины треугольника ABC; $A(2;3), B(5,-3), C(-3;4)$.Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, параллельной двум прямым $3x - 2y - 1 = 0$ и $3x - 2y - 13 = 0$ и проходящей посередине между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$4x^2 - 4xy + y^2 - 12x + 6y - 11 = 0$$

Вариант 22

1. Из точки $M(-2{,}3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha = 3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение падающего луча.
2. Отрезок AB точками С(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.
3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + 2y - 7 = 0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. В пучке $\alpha(x + 2y + 1) + \beta(3x - 2y + 1) = 0$ найдите прямую, перпендикулярную прямой $2x + 3y - 5 = 0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(2;3), B(5,-3), C(-3;4)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Вычислите расстояние между прямыми $3x - 4y - 10 = 0$ и
$$6x - 8y + 5 = 0.$$
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$4x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 8y + 13 = 0$$

Вариант 23

1. Из точки $M(-2{,}3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha = 3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение отражённого луча.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3{,}1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки (2, 1), (-1;3) и (-2;5) – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. В пучке $\alpha(x + y - 5) + \beta(3x - 2y + 1) = 0$ найдите прямую, которая делит пополам отрезок $AB; A(4;6), B(-4{,}0)$,
5. Дан треугольник $ABC; A(4;1), B(7{,}5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *A* со стороной *BC*.
6. Лежит ли точка $P(-3;2)$, внутри треугольника $ABC; A(2;3), B(5,-3), C(-3;4)$..
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$4x^2 + xy + 3y^2 - x + 9y - 12 = 0$$

Вариант 24

1. Найдите точку M_1, симметричную точке $M_2(8;9)$относительно прямой $AB; A(3;4), B(-1,-2)$.
2. Определите угол между прямыми $x - 2y + 4 = 0$ и $2x + 3y - 7 = 0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. В пучке $\alpha(x + 2y + 1) + \beta(x - y - 1) = 0$ найдите прямую, проходящую через точку пересечения медиан треугольника$ABC; A(4;6), B(-4{,}0), C(-1;-4)$.
5. Даны вершины треугольника Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;2)$ на одинаковом расстоянии от точек $A(-7;3), B(12{,}3)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$5x^2 + 4xy + 2y^2 + 20x + 20y - 18 = 0$$

Вариант 25

1. Найдите точку M, симметричную точке $B(2;1)$относительно точки $A(3;4)$.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3{,}1), C(1;7)$.

3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. В пучке $\alpha(3x-4y-3)+\beta(2x+3y-1)=0$ найдите прямую, проходящую через точку пересечения медиан треугольникаABC; $A(-1;2), (4,-4), C(6;-1)$.
5. Даны вершины треугольника ABC; $A(3;5), B(-4{,}3), C(7;-2)$. Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, параллельной двум прямым $3x-2y-1=0$ и $3x-2y-13=0$ и проходящей посередине между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$9x^2-4xy-7y^2-12=0$$

Вариант 26

1. Из точки $M(-2{,}3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha=3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение падающего луча.
2. Отрезок AB точками С(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.
3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x-3y+5=0$ и $3x+2y-7=0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. Докажите, что прямая $x+3y+13=0$ принадлежит пучку $\alpha(3x+y-1)+\beta(2x-y-9)=0$
5. Даны вершины треугольника ABC; $A(3;5), B(-4{,}3), C(7;-2)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Вычислите расстояние между прямыми $3x-4y-10=0$ и
$$6x-8y+5=0.$$
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$2x^2-6xy+5y^2-8x-4y-21=0$$

Вариант 27

1. Из точки $M(-2{,}3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha=3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение отражённого луча.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3{,}1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки (3; 2), (2;–3) и (13;–13) – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. Докажите, что прямая $7x+2y-15=0$ не принадлежит пучку $\alpha(5x+3y+6)+\beta(3x-4y-37)=0$
5. Дан треугольник ABC; $A(4;1), B(7{,}5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *A* со стороной *BC*.
6. Лежит ли точка $P(1;-3)$, внутри треугольника ABC; $A(3;5), B(-4{,}3), C(7;-2)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$25x^2-10xy+y^2+40x-8y+7=0$$

Вариант 28

1. Найдите точку M_1, симметричную точке $M_2(8;9)$относительно прямой AB; $A(3;4), B(-1,-2)$.
2. Определите угол между прямыми $x-2y+4=0$ и $2x+3y-7=0$

3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. Принадлежит ли пучку $\alpha(x+2y+1)+\beta(x-y-1)=0$ прямая $2x+y-3=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(3;5), B(-4,3), C(7;-2)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершиныC
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;2)$ на одинаковом расстоянии от точек $A(-7;3), B(12,3)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$4x^2+4xy+y^2-8x-4y+20=0$$

Вариант 29

1. Найдите точку M, симметричную точке $B(2;1)$относительно точки $A(3;4)$.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3,1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. При каком *C* пучку $\alpha(3x+2y-9)+\beta(2x+5y+5)=0$ принадлежит прямая $4x-3y+C=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(3;5), B(-4,3), C(7;-2)$. Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, параллельной двум прямым $3x-2y-1=0$ и $3x-2y-13=0$ и проходящей посередине между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$x^2-6xy+9y^2-12x+36y+20=0$$

Вариант 30

1. Из точки $M(-2,3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha=3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение падающего луча.
2. Отрезок AB точками С(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.
3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x-3y+5=0$ и $3x+2y-7=0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. При каком *C* пучку $\alpha(5x+3y-7)+\beta(3x+10y+4)=0$ не принадлежит прямая $4x-3y+C=0$
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(3;5), B(-4,3), C(7;-2)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Вычислите расстояние между прямыми $3x-4y-10=0$ и

$$6x-8y+5=0.$$

7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$\rho=\frac{5}{3-4cos\varphi}.$$

Вариант 31

1. Из точки $M(-2,3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha=2{,}5$. Дойдя до оси *Ox,* луч от неё отразился. Составьте уравнение отражённого луча.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3,1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки (5; 5), (2;–1) и (12; 6) – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.

4. При каком C пучку $\alpha(5x+3y-7)+\beta(3x+10y+4)=0$ принадлежит прямая $Cx+5y+9=0$?
5. Дан треугольник $ABC; A(4;1), B(7,5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла A со стороной BC.
6. Лежит ли точка $P(3;1)$, внутри треугольника $ABC; A(3;5), B(-4,3), C(7;-2)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$17x^2-18xy-7y^2+34x-18y+7=0$$

Вариант 32

1. Найдите точку M_1, симметричную точке $M_2(8;9)$относительно прямой $AB; A(3;4), B(-1,-2)$.
2. Определите угол между прямыми $x-2y+4=0$ и $2x+3y-7=0$
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(3;4), B(-1,-2)$. Составьте уравнения его диагоналей.
4. При каком C пучку $\alpha(5x+3y-7)+\beta(3x+10y+4)=0$ не принадлежит прямая $Cx+5y+9=0$?
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(3;5), B(-4,3), C(7;-2)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;2)$ на одинаковом расстоянии от точек $A(-7;3), B(12,3)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$y=-5+\sqrt{-3x-21}.$$

Вариант 33

1. Найдите точку M, симметричную точке $B(2;1)$относительно точки $A(3;4)$.
2. Докажите, что треугольник ABCпрямоугольный; $A(0;0), B(3,1), C(1;7)$.
3. Составьте уравнения сторон квадрата, если даны одна из его вершин $A(2;-4)$и точка пересечения его диагоналей $M(5;2)$
4. Найдите прямую пучка $\alpha(5x+3y-7)+\beta(3x+10y+4)=0$, отсекающую на координатных осях отличные от нуля отрезки равной длины, считая от начала координат.
5. Даны вершины треугольника $ABC; A(3;5), B(-4,3), C(7;-2)$. Составьте уравнение высоты, проведённой из вершины C
6. Составьте уравнение прямой, параллельной двум прямым $3x-2y-1=0$ и $3x-2y-13=0$ и проходящей посередине между ними.
7. Установите, какую линию определяет уравнение

$$x=asint, y=bcost.$$

Вариант 34

1. Из точки $M(-2,3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha=3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение падающего луча.
2. Отрезок AB точками С(1; 2) и $D(3;4)$разделён на три равные части. Найдите координаты точек *A* и *B*.
3. Даны вершина $A(2;-3)$ и две стороны прямоугольника $2x-3y+5=0$ и $3x+2y-7=0$. Составьте уравнения двух других сторон.
4. Найдите прямую пучка $\alpha(2x+5y+4)+\beta(3x-2y+25)=0$, отсекающую на координатных осях отличные от нуля отрезки равной длины, считая от начала координат.

5. Даны вершины треугольника $ABC; A(3;5), B(-4,3), C(7;-2)$.Составьте уравнение медианы, проведённой из вершины B
6. Вычислите расстояние между прямыми $3x-4y-10=0$ и
$$6x-8y+5=0.$$
7. Установите, какую линию определяет уравнение
$$x^2+y^2+5x+10y=0$$

Вариант 35

1. Из точки $M(-2,3)$ под углом α к оси *Ox* направлен луч света; $tg\alpha=3$. Дойдя до оси *Ox* луч от неё отразился. Составьте уравнение отражённого луча.
2. Даны точки $A(2;2)$ и $B(3,1)$. На оси абсцисс найдите точку C, для которой угол ACB прямой.
3. Точки (3; 2), (5;–2) и (1; 0) – середины сторон треугольника. Найдите вершины треугольника.
4. Найдите прямую пучка $\alpha(2x+y+1)+\beta(x-3y-10)=0$, отсекающую на координатных осях отличные от нуля отрезки равной длины, считая от начала координат.
5. Дан треугольник $ABC; A(4;1), B(7,5), C(-4;7)$. Найдите точку пересечения биссектрисы угла *A* со стороной *BC*.
6. Лежит ли точка $P(-2;3)$, внутри треугольника $ABC; A(3;3), B(-5,1), C(-2;-3)$.
7. Установите, какую линию определяет уравнение $\rho=\frac{p}{\cos(\varphi-\alpha)}$

Критерии оценки

5 баллов выставляется студенту, если выполнены все 7 заданий и дан ответ

4 балла выставляется студенту, если выполнены 5 заданий и дан ответ

3 балла выставляется студенту, если выполнены все 4 задания и дан ответ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Кафедра алгебры, геометрии и анализа

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

«Аналитическая геометрия»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

профили: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности», «Системное программирование»

Владивосток 2016

Экзаменационные билеты

«Дальневосточный федеральный университет»

Школа **естественных наук**

01.03.02 Прикладная математика и информатика,

Дисциплина Аналитическая геометрия

Форма обучения очная. Семестр осенний

Реализующая кафедра алгебры, геометрии и анализа

Экзаменационный билет № 1

1. Проведите исследование канонического уравнения эллипса
2. Выведите уравнение цилиндрической поверхности
3. Задачи. Проведите исследование взаимного расположения прямой на плоскости и вектора

Если $\overline{a} \times \overline{b} + \overline{a} \times \overline{c} + \overline{b} \times \overline{c} = \overline{0}$, то векторы $\overline{a}, \overline{b}$ и $\overline{c}$ компланарны. Докажите

Экзаменационный билет № 2

1. Проведите исследование канонического уравнения гиперболы
2. Метод сечения: гиперболический параболоид
3. Задачи. Докажите, что модуль суммы векторов не превосходит суммы модулей
   Докажите, что точки лежат в одной плоскости $A(1;2;-1), B(0;1;5), C(-1;2;1), D(2;1;3)$

Экзаменационный билет № 3

1. Проведите исследование канонического уравнения параболы.
2. Метод сечений: двуполостный конус
3. Задачи. Выведите формулу векторного произведения в координатной форме
   Найдите точку, симметричную точке P(1;3;-4) относительно плоскости $3x + y - 2z = 0$

Экзаменационный билет № 4

1. Исследуйте эллипс с помощью эксцентриситета и директрисы
2. Метод сечений: трёхосный эллипсоид
3. Задачи. Выведите полярное уравнение линии второго порядка.
   Выведите критерий компланарности трёх векторов.

Экзаменационный билет № 5

1. Проведите исследование взаимного расположения плоскостей в пространстве
2. Докажите теорему о двойном векторном произведении
3. Задачи. Вычислите расстояние от точки до прямой на плоскости определитель

Методом сечений постройте поверхность $x^2 - 5 = yz$

Экзаменационный билет № 6

1. Проведите исследование гиперболы с помощью эксцентриситета и директрисы

2. Исследуйте смешанное произведение в координатной форме
3. Задачи. Найдите угловой коэффициент прямой $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ Методом сечений постройте поверхность $xy = z^2$

Экзаменационный билет № 7

1. Метод сечений: эллиптический параболоид
2. Исследуйте скалярное произведение в координатной форме
3. Задачи. Исследуйте взаимное расположение плоскости и вектора

Докажите, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$ перпендикулярны

Экзаменационный билет № 8

1. Докажите, что все векторы образуют кольцо.
2. Выведите и исследуйте каноническое уравнение прямой
3. Задачи.Найдите координаты общих точек $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{9} = 1$ и $4x - 3y + 12z = 54$

Докажите, что $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right) = \vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$

Экзаменационный билет № 9

1. Метод сечений: двуполостный гиперболоид
2. Исследуйте векторное произведение в координатной форме
3. Задачи. Вычислите объём пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $2x - 3y + 6z - 12 = 0$. Докажите, что $\bar{c}\bar{a}\bar{b} = -\bar{b}\bar{a}\bar{c}$

Экзаменационный билет № 10

1. Докажите теорему об эксцентриситете и директрисе гиперболы
2. Метод сечений: однополостный гиперболоид
3. Задачи. Найдите точки пересечения прямой $3x - 4y - 40 = 0$ и эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Исследуйте взаимное расположение прямой и плоскости

Экзаменационный билет № 11

1. Исследуйте смешанное произведение в координатной форме
2. Выведите каноническое уравнение эллипса
3. Задачи. Найдите числа α и β, для которых $\alpha\bar{a} + \beta\bar{b} + \bar{c} = \bar{0}$, где $\bar{a}\{1; 3\}$, $\bar{b}\{2; 1\}$ и $\bar{c} = \{-4; 1\}$

Вычислите отношение расстояния от любой точки гиперболы до фокуса к расстоянию от этой точки до соответствующей директрисы

Экзаменационный билет № 12

1. Исследуйте свойства координат вектора
2. Вычислите отношение расстояния от любой точки эллипса до фокуса к расстоянию от этой точки до соответствующей директрисы

Задачи. Найдите угол между плоскостью $4x + 4y - 7z + 1 = 0$ и прямой $\begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$

. Выведите условие принадлежности трёх точек одной прямой $ax+by+c=0$

Экзаменационный билет № 13

1. Исследуйте взаимное расположение двух векторов

2. Докажите, что вектор на плоскости можно представить в виде линейной комбинации двух неколлинеарных векторов и притом единственным образом.

3. Задачи. Вычислите угол между вектором и $\overline{a}\{a_1, b_1\}$ прямой $ax+by+c=0$

Определите угол между прямой $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$ и плоскостью $4x+2y+2z-5=0$

Экзаменационный билет № 14

1. Исследуйте взаимное расположение трёх векторов

2. Докажите, что вектор можно представить в виде линейной комбинации трёх некомпланарных векторов и притом единственным образом.

3. Задачи. Компланарны ли векторы $\{2;\ 0;\ 1\}$, $\{5;\ 3;-3\}$, $\{3;\ 3;\ 10\}$?

Вычислите длину фокальной хорды эллипса $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$, перпендикулярной большой оси

Экзаменационный билет № 15

1. Выведите и исследуйте полярное уравнение линии второго порядка

2. Найдите расстояние между двумя прямыми

3. Задачи. Составьте уравнение геометрического места точек, равноудалённых от параллельных плоскостей $x+y-2z-3=0$ и $x+y-2z+7=0$. Докажите, что $\overline{b}\overline{c}\overline{a}=-\overline{b}\overline{a}\overline{c}$

Экзаменационный билет № 16

1. Выведите и исследуйте каноническое уравнение гиперболы

2. Докажите, что фокальные радиусы точек правой ветви гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ вычисляются по формулам $r_1=\varepsilon x+a,\ r_2=\varepsilon x-a$

3. Задачи. Моментом силы f, приложенной к точке A, относительно точки B называется вектор $p=\overrightarrow{BA}\times f$. Определите момент силы f, если $f=(3;\ 0;\ 1),\ A(5;\ 2;\ 6),\ B(4;\ 5;\ 2)$

Определите ориентацию тройки $\overline{a}\{-2;\ 1;\ 5\}$, $\overline{b}\{3;\ 0;\ 2\}$, $\overline{c}\{-1;\ 4;\ 2\}$

Экзаменационный билет № 17

1. Выведите и исследуйте каноническое уравнение параболы

2. Исследуйте взаимное расположение плоскости и точки.

3. Задачи. . Вычислите расстояние между прямыми $\frac{x-4}{3}=\frac{y+1}{6}=\frac{z-1}{-2}$ и $\frac{x-5}{-6}=\frac{y}{-12}=\frac{z}{4}$

Докажите, что $\lambda(\bar{a}\bar{b})=(\lambda\bar{a})\bar{b}$

Экзаменационный билет № 18

1. Вычислите расстояние от фокуса гиперболы $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ до односторонней с этим фокусом директрисы

2. Угол между прямыми $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$ вычисляется по формуле $\operatorname{tg}\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$.

Докажите.

3.Задачи. Изобразите на плоскости множество точек, для которых $|Imz|<1.$

Уравнения асимптот гиперболы $y^2-x^2=1$.

Экзаменационный билет № 19

1. Вычислите расстояние от фокуса эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ до односторонней с этим фокусом директрисы

2. Выведите условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в пространстве

3. Задачи. Выведите условие, при котором прямая $y=kx+b$ касается параболы $y^2=2px$

Докажите, что $(\bar{a}\bar{b}\bar{c})=(\bar{c}\bar{a}\bar{b})$

Экзаменационный билет № 20

1. Выведите уравнение касательной к эллипсу

2. Выведите условия параллельности и перпендикулярности вектора и плоскости

3. Задачи. $\pm S=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_1 & y_3-y_1\end{vmatrix}$ Площадь S через координаты вершин треугольника ABC вычисляется по этой формуле. Докажите это.

Экзаменационный билет № 21

1. Выведите уравнение касательной к гиперболе

2. Выведите условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости

3. Задачи. Докажите, что уравнение прямой, проходящей через две данные точки, можно записать через их координаты так $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

Дано: $A(x_1;\ y_1;\ z_1),\ B(x_2;\ y_2;\ z_2).$ Вычислите координаты точки $C(x;\ y;\ z)$, которая делит отрезок AB в данном отношении $\lambda = \frac{AC}{CB}$.

Экзаменационный билет № 22

1. Докажите, что уравнение $F(x, y) = 0$ определяет в пространстве цилиндрическую поверхность.

2. Докажите, что смешанное произведение равно объёму параллелепипеда, построенного на этих векторах, как на сторонах, со знаком минус, если тройка векторов левая

3. Задачи. Если $\bar{f}$ – вектор силы, приложенной к точке M, $\bar{a} = OM$, то $\bar{a} \times \bar{f}$ – момент силы $\bar{f}$ относительно точки $O.$ Сила $\bar{f}\{3;\ 4;\ -2\}$ приложена к точке $M_0(2;-1;\ 2)$. Определите направляющие косинусы момента этой силы относительно начала координат

Прямые $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда $k_1k_2 = -1.$ Докажите

Экзаменационный билет № 23

1. Исследуйте взаимное положение прямых на плоскости, заданных уравнениями через угловой коэффициент.

2. Если r – расстояние от любой точки эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ до фокуса, d – расстояние от этой точки до соответствующей директрисы, ε – эксцентриситет, то $\frac{r}{d} = \varepsilon.$ Докажите.

3. Задачи. Методом сечений построить и определить тип поверхности $-x^2 + z^2 + 2y = 1$.

Экзаменационный билет № 24

1. Исследуйте взаимное расположение двух прямых на плоскости, заданных общими уравнениями

2. Если r – расстояние от любой точки гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ до фокуса, d – расстояние от этой точки до соответствующей директрисы, ε – эксцентриситет, то $\frac{r}{d} = \varepsilon.$ Докажите.

3. Задачи. Методом сечений построить и определить тип поверхности $x^2 + y^2 + 2z = 1$

Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах $\{2,\ 3,\ 1\}$ и $\{-1;\ 1;\ 2\}$, как на сторонах.

Экзаменационный билет № 25

1. Угол между прямыми $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ вычисляется по формуле $\operatorname{ctg}\ \varphi = \dfrac{1 + k_1k_2}{k_2 - k_1}$.

Докажите.

2. Докажите, что умножение векторное произведение некоммутативно

3. Задачи. Составьте уравнение касательной к параболе $y^2 = 8x$ в точке (2;-4).
Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1;-1;\ 2)$ параллельно плоскости $x - 3y + 2z + 1 = 0$

Экзаменационный билет № 26

1. Докажите, что векторы образуют кольцо некоммутативное, неассоциативное, без единицы и с делителями нуля.

2. Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a}\{a_1, a_2\}$ и $\overline{b}\{b_1, b_2\}$, как на сторонах?

3. Задачи. Составьте уравнение касательной к параболе $y^2 = 8x$ в точке $(2;-4)$

Докажите, что объём тетраэдра $ABCD$ вычисляется через координаты его вершин

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix}$$

Экзаменационный билет № 27

1. Угол между прямыми $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ вычисляется по формуле $\operatorname{ctg}\ \varphi = \dfrac{1 + k_1k_2}{k_2 - k_1}$.

Докажите.

2. Докажите, что векторное произведение неассоциативно.

3. Задачи. Выведите уравнение касательной к параболе.

Вычислите угол между прямыми $\begin{cases} x = 5 - 2t, \\ y = 6 + 4t, \\ z = 8t \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + 4t. \end{cases}$

Экзаменационный билет № 28

1. Сформулируйте и докажите свойства коллинеарных векторов

2. Найдите условие касания прямой $y = kx + l$ гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$ если прямая не параллельна асимптотам.

3. Задачи. Даны две точки по одну сторону от прямой. На прямой найдите точку, сумма расстояний от которой до данных точек наименьшая Найдите точку пересечения $x^2 + y^2 = z$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+6}{8}$

Экзаменационный билет № 29

1. Исследуйте кольцо векторов.

2. Исследуйте пучок плоскостей

3. Задачи. Даны две точки по разные стороны от прямой. На прямой найдите точку, разность расстояний от которой до данных точек наибольшая

Вычислите с помощью векторного произведения площадь треугольника $ABC; \quad A(4;\, 2,\, 3),\, B(5;\, 7;\, 0), \quad C(2;\, 1;\, -1)$

Экзаменационный билет № 30

1. Выведите полярное уравнение эллипса

2. Исследуйте пучок прямых на плоскости

3. Задачи. . Докажите, что точки лежат в одной плоскости $A(1;\, 2;\, 1),\, B(0;\, 1;\, 5),\, C(-1;-3;\, 5),\, D(2;\, 1;-4).$

Составьте уравнение геометрического места точек, равноудалённых от точек $A(-3;\, 5)$ и $B(1;-1)$

Экзаменационный билет № 31

1. Докажите, что кольцо векторов неассоциативно.

2. Выведите полярное уравнение гиперболы

3. Задачи. Найдите расстояние от точки $A(1;-2)$ до прямой $4x - 3y - 15 = 0$

Докажите, что точка пересечения медиан треугольника ABC имеет координаты3 $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$, где $A(x_1; y_1; z_1),\ B(x_2; y_2; z_2),\ C(x_3; y_3; z_3).$

Экзаменационный билет № 32

1. С помощью метода сечений исследуйте гиперболический параболоид

2. Вычислите угол между прямой и вектором в пространстве

3. Задачи. Найдите высоту тетраэдра $ABCD,$ опущенную из вершины $D.$

$A(-1;-3;1)$, $B(5;3;8)$, $C(-1;2;1)$, $D(2;1;3)$.

Найдите координаты точки пересечения прямых $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 + t \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Кафедра алгебры, геометрии и анализа

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

«Аналитическая геометрия»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

профили: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности», «Системное программирование»

Владивосток 2016

Педагогические тестовые материалы для проверки остаточных знаний по

АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

01.03.02 Прикладная математики и информатика

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 1

1. СЕЧЕНИЕ ТРЁХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ПЛОСКОСТЬЮ$z=c$ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) эллипс 3) точка 4) гипербола 5) парабола

2. ЕСЛИ ДЛЯ ВСЕХ $a,b\in A$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ УСЛОВИЕ $ab=ba$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ

1) коммутативным 2) некоммутативным 3) ассоциативным 4) неассоциативным

5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\forall a,b\in A)(\exists ab\in A)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует нейтральный элемент

5) для любого элемента A существует обратный

4. УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ К $y=\frac{x^3}{3}$В ТОЧКЕ $x=-1$

1)$y=x+\frac{2}{3}$ 2) $y=-x+\frac{2}{3}$ 3) $y=x-\frac{2}{3}$ 4) $y=-x-\frac{2}{3}$ 5) не существует

5. ЕСЛИ ИЗ ТОГО, ЧТО ЛИНЕЙНАЯ КОМБИНАЦИЯ ВЕКТОРОВ РАВНА НУЛЕВОМУ ВЕКТОРУ, СЛЕДУЕТ, ЧТО ВСЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ РАВНЫ НУЛЮ, ТО ВЕКТОРЫ НАЗЫВАЮТСЯ

1) линейно зависимыми 2) линейно независимыми 3) системой образующих

4) базисом 5) ортогональными

6. МНОЖЕСТВОТОЧЕК ПЛОСКОСТИ, РАВНОУДАЛЁННЫХ ОТ ДВУХ ТОЧЕК ЭТОЙ ПЛОСКОСТИ, – ЭТО

1) эллипс 2) гипербола 3) парабола 4) серединный перпендикуляр 5) окружность

7. ПРЯМЫЕ $A_1x+B_1y+C_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2=0$ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1B_1C_1 \\ A_2B_2C_2 \end{pmatrix}$ равен 1   2) $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$ 3) $A_1A_2+B_1B_2=0$

4) $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ 5) $\begin{vmatrix} A_1B_1 \\ A_2B_2 \end{vmatrix}\neq 0$

8. УРАВНЕНИЕ $2x^2-8x+4y+9=0$ ЗАДАЕТ

1) эллипс   2) гиперболу   3) параболу   4) мнимый эллипс   5) точку

9. ТОЧКЕ $M(1;5;2)$ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТИ $2x-y-z+11=0$ СИММЕТРИЧНА ТОЧКА

1) $M(1;5;2)$ 2) $M_1(3;7;4)$ 3) $M_2(3;7;-4)$ 4) $M_3(3;-7;4)$ 5) $M_4(-3;7;4)$

10. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ - ЭТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

1) сферы   2) конуса   3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида   5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 2

1. СЕЧЕНИЕ ТРЁХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ ПЛОСКОСТЬЮ$z=0$ЕСТЬ

1) гипербола 2) окружность 3) точка4) эллипс 5) парабола

2. ЕСЛИ СУЩЕСТВУЮТ $a,b\in A$, ДЛЯ КОТОРЫХ $ab\neq ba$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ

1) коммутативным   2) некоммутативным   3) ассоциативным   4) неассоциативным

5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\forall a,b\in A)(ab=ba)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует нейтральный элемент

5) для любого элемента A существует обратный

4. УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ К $y = \frac{8}{4+x^2}$В ТОЧКЕ $x = 2$

1)$y = 2 - \frac{x}{2}$ 2) $y = -2 + \frac{x}{2}$ 3) $y = 2 + \frac{x}{2}$ 4) $y = -2 - \frac{x}{2}$ 5) не существует

5. ЕСЛИ ЛЮБОЙ ВЕКТОР ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ВИДЕ ЛИНЕЙНОЙ КОМБИНАЦИИ ВЕКТОРОВ СИСТЕМЫ, ТО СИСТЕМА ЯВЛЯЕТСЯ

1) линейно зависимой   2) линейно независимой   3) системой образующих

4) базисом   5) ортогональной

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, РАВНОУДАЛЁННЫХ ОТДВУХ ТОЧЕК, – ЭТО

1) эллипсоид 2) сфера 3) плоскость 4) конус 5) параболоид

7. ПРЯМЫЕ $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1B_1C_1 \\ A_2B_2C_2 \end{pmatrix}$ равен 1   2) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ 3) $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

4) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ 5) $\begin{vmatrix} A_1B_1 \\ A_2B_2 \end{vmatrix} \neq 0$

8. УРАВНЕНИЕ $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$ ЗАДАЕТ НА ПЛОСКОСТИ

1) эллипс   2) гиперболу   3) параболу   4) мнимый эллипс   5) точку

9. ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 2) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

3) $Ax + By + Cz = 0$ 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 5) $Ax + By + Cz + D = 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ - ЭТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

1) сферы   2) конуса   3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида   5) двуполостного гиперболоида.

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 3

1. СЕЧЕНИЕ КОНУСА $z^2 = xy$ПЛОСКОСТЬЮ$x + y = 2a$ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) гипербола 3) точка<u>4)</u> эллипс 5) парабола

2. ЕСЛИ ДЛЯ ВСЕХ ОТЛИЧНЫХ ОТ НУЛЯ $a, b \in A$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ УСЛОВИЕ $ab \neq 0$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ КОЛЬЦОМ

1) с 1 2) без 1 <u>3)</u> без делителей нуля 4) с сокращением 5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\forall a, b \in A)(\exists ab \in A)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

<u>3)</u> множестве A замкнуто относительно умножения

4) в A существует нейтральный элемент

5) для любого элемента A существует обратный

4. ПРЯМАЯ $y = x + \frac{2}{3}$ КАСАТЕЛЬНАЯ К КУБИЧЕСКОЙ ПАРАБОЛЕ $y = \frac{x^3}{3}$В ТОЧКЕ $x =$

1) 1 2) 0 <u>3)</u> –1 4) 2 5) –2

5. МАКСИМАЛЬНАЯ ЛИНЕЙНО НЕЗАВИСИМАЯ СИСТЕМА ВЕКТОРОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА НАЗЫВАЕТСЯ

1) линейно зависимой 2) ортонормированной 3) системой образующих

<u>4)</u> базисом 5) ортогональной

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ, РАВНОУДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ, – ЭТО

1) эллипс 2) гипербола 3) парабола <u>4)</u> окружность 5) прямая

7. ПРЯМЫЕ $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ СОВПАДАЮТ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

<u>1)</u> ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1B_1C_1 \\ A_2B_2C_2 \end{pmatrix}$ равен 1 2) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ 3) $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

4) $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ 5) $\begin{vmatrix} A_1B_1 \\ A_2B_2 \end{vmatrix} \neq 0$

8. УРАВНЕНИЕ $-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) мнимый эллипс 5) точку

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ НАЧАЛО КООРДИНАТ, ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax+By+Cz+D=0$, $A^2+B^2+C^2=1$ 2) $Ax+By+Cz+D=0$, $A^2+B^2+C^2\neq 0$

3) $Ax+By+Cz=0$ 4) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ 5) $Ax+By+Cz+D=0$

10. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ - ЭТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

1) сферы 2) двуполостного конуса 3) однополостного гиперболоида;

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида.

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 4

1. СЕЧЕНИЕ ДВУХПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$z=c$ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) эллипс 3) точка4) гипербола 5) парабола

2. ЕСЛИ ДЛЯ ВСЕХ $a,b,c\in A$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ УСЛОВИЕ $(ab)c=a(bc)$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ

1) коммутативным 2) некоммутативным 3) ассоциативным 4) неассоциативным

5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\forall a\forall b\forall c\in A)(a(bc)=(ab)c)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует нейтральный элемент

5) для любого элемента A существует обратный

4. ПРЯМАЯ $y=-x+\frac{2}{3}$ КАСАТЕЛЬНАЯ К КУБИЧЕСКОЙ ПАРАБОЛЕ $y=-\frac{x^3}{3}$В ТОЧКЕ $x=$

1) –1 2) 1 3) 0 4) 2 5) –2

5. ЕСЛИ СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ДВУХ ВЕКТОРОВ РАВНО НУЛЮ, ТО ВЕКТОРЫ НАЗЫВАЮТСЯ

1) линейно зависимыми 2) линейно независимыми 3) системой образующих

4) базисом 5) ортогональными

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, РАВНОУДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ, – ЭТО

1) эллипсоид 2) гиперболоид 3) параболоид 4) сфера 5) плоскость

7. ПРЯМЫЕ $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ СОВПАДАЮТ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) $\begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix} = 0$ 2) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$ 3) $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

4) $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$ 5) $\begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix} \neq 0$

8. УРАВНЕНИЕ $-\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 0$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) пару пересекающихся прямых 5) точку

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ДАННУЮ ТОЧКУ,

ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 2) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

3) $Ax + By + Cz = 0$ 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 5) $Ax + By + Cz + D = 0$

10. $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) сферы 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 5

1. СЕЧЕНИЕ ДВУХПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ ПЛОСКОСТЬЮ$z = -c$ЕСТЬ

1) точка 2) мнимый эллипс 3) эллипс 4) гипербола 5) парабола

2. ЕСЛИ ДЛЯ ВСЕХ $a,b,c \in A$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ УСЛОВИЕ $a(bc)=(ab)c$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ

1) коммутативным 2) некоммутативным 3) ассоциативным 4) неассоциативным

5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\exists e \in A)(\forall a \in A)(ae=a)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует левый нейтральный элемент

5) в A существует правый нейтральный элемент

4. ПРЯМАЯ $y = x - \frac{1}{3}$ КАСАТЕЛЬНАЯ К КУБИЧЕСКОЙ ПАРАБОЛЕ $y = \frac{(x-1)^3}{3}$В ТОЧКЕ $x =$

1) 1 2) –1 3) 2 4) 0 5) –2

5. ЕСЛИ СУЩЕСТВУЕТ НЕТРИВИАЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВЕКТОРОВ, ТО ВЕКТОРЫ НАЗЫВАЮТСЯ

1) линейно зависимыми 2) линейно независимыми 3) системой образующих

4) базисом 5) ортогональными

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ $F(0;0;\frac{2}{2})$И ОТ ПЛОСКОСТИ $z=-\frac{a}{2}$, – ЭТО

1)эллиптический параболоид 2) гиперболический параболоид 3) конус

4) эллипсоид 5) двугранный угол

7. ПРЯМЫЕ $A_1x+B_1y+C_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2=0$ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ В ОДНОЙ ТОЧКЕ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) ранг матрицы $\begin{pmatrix} A_1B_1C_1 \\ A_2B_2C_2 \end{pmatrix}$ равен 1 2) $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$ 3) $A_1A_2+B_1B_2=0$

4) $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ 5)$\begin{vmatrix} A_1B_1 \\ A_2B_2 \end{vmatrix}\neq 0$

8. УРАВНЕНИЕ $-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) мнимый эллипс 5) точку

9. НОРМАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 2) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

3) $Ax + By + Cz = 0$ 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 5) $Ax + Cz + D = 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) сферы 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида.

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 6

1. СЕЧЕНИЕ ДВУХПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ ПЛОСКОСТЬЮ$z = 2c$ЕСТЬ

1) эллипс 2) окружность 3) точка4) гипербола 5) парабола

2. ЕСЛИ СУЩЕСТВУЮТ $a, b, c \in A$, ДЛЯ КОТОРЫХ $(ab)c \neq a(bc)$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ

1) коммутативным 2) некоммутативным 3) ассоциативным 4)неассоциативным

5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\exists e \in A)(\forall a \in A)(ea = a)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует левый нейтральный элемент

5) в A существует правый нейтральный элемент

4. НАЙДИТЕ УГОЛ МЕДЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ$x - 2y + 2z - 8 = 0$И$x + z - 6 = 0$

1) $90^0$2) $60^0$1) $30^0$1) $120^0$5) 45^0

5. БАЗИСОМ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА НАЗЫВАЕТСЯ

1) максимальная линейно независимая система векторов линейного пространства

2) система образующих линейного пространства

3) ортогональная система векторов линейного пространства

4) ортонормированная система векторов линейного пространства

5) нормированная система векторов линейного пространства

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ $F(0;0;\frac{2}{2})$И ОТ ПЛОСКОСТИ $z=\frac{3a}{2}$, – ЭТО

1) гиперболический параболоид2)эллиптический параболоид 3) конус

4) эллипсоид 5) двугранный угол

7. ПРЯМЫЕ $y=k_1x+l_1$ и $y=k_2x+l_2$ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) $k_1=k_2$ 2) $k_1k_2=-1$ 3) $\frac{k_1}{k_2}=\frac{l_1}{l_2}$ 4) $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$ 5) $k_1=k_2$, $l_1=l_2$

8. УРАВНЕНИЕ $-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) мнимый эллипс 5) точку

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОСИ Ox, ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax+By+Cz+D=0$, $A^2+B^2+C^2=1$ 2) $Ax+By+Cz+D=0$, $A^2+B^2+C^2\neq 0$

3) $Ax+By+Cz=0$ 4) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ 5) $By+Cz+D=0$

10. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) сферы 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 7

1. СЕЧЕНИЕ ДВУХПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$y=b$ЕСТЬ

1) гипербола 2) мнимый эллипс 3) эллипс 4) точка 5) парабола

2. ЕСЛИ СУЩЕСТВУЮТ $a,b,c\in A$, ДЛЯ КОТОРЫХ $a(bc)\neq(ab)c$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ

1) коммутативным 2) некоммутативным 3) ассоциативным 4)неассоциативным

5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\exists e \in A)(\forall a \in A)(ae = ea = a)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует нейтральный элемент

5) для каждого элемента из A существует обратный элемент

4. НАЙДИТЕ УГОЛ МЕДЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ $\frac{1}{2}x - y + z - 8 = 0$ И $x + z - 6 = 0$

1) 45^0 2) 90^0 3) 60^0 4) 30^0 5) 120^0

5. РАЗМЕРНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА – ЭТО КОЛИЧЕСТВО ВЕКТОРОВ

1) в системе образующих 2) в линейно независимой системе образующих 3) в ортогональной системе 4) в ортонормированной системе 5) в линейном пространстве

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ $F(-a; 0; 0)$ И ОТ ПЛОСКОСТИ $x = a,$ – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) эллиптический параболоид 3) конус

4) эллипсоид 5) двугранный угол

7. ПРЯМЫЕ $y = k_1x + l_1$ и $y = k_2x + l_2$ СОВПАДАЮТ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) $k_1 = k_2$ 2) $k_1k_2 = -1$ 3) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{l_1}{l_2}$ 4) $tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}$ 5) $k_1 = k_2,\ l_1 = l_2$

8. УРАВНЕНИЕ $-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) мнимый эллипс

5) пару мнимых пересекающихся прямых

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОСИ Oy, ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 2) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

3) $Ax + By + Cz = 0$ 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 5) $Ax + Cz + D = 0$

10. $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) сферы 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 8

1.СЕЧЕНИЕ ДВУХПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$y=-c$ЕСТЬ

1) эллипс 2)гипербола3) парабола 4) пара прямых 5) мнимый эллипс

2. ЕСЛИ ДЛЯ ВСЕХ $a\in A$ ВЫПОЛНЯЕТСЯ УСЛОВИЕ $a1=1a=a$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ

1) унитарным 2) без 1 3) ассоциативным 4) кольцом без делителей нуля

5) кольцом с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\forall a\in A)(\exists a'\in A)(aa'=e)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует левый нейтральный элемент

5) в A существует правый обратный элемент для a

4.РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ $(5;1;-1)$ ДО ПЛОСКОСТИ $x-2y-2z+4=0$РАВНО

1) 3 2) $\sqrt{2}$ 3) 2 4) $3\sqrt{2}$ 5) 5

5. РАЗМЕРНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА – ЭТО КОЛИЧЕСТВО ВЕКТОРОВ

1) в системе образующих 2) в минимальной системе образующих 3) в ортогональной системе 4) в ортонормированной системе 5) в линейном пространстве

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОТНОШЕНИЕ РАССТОЯНИЙ КОТОРЫХ ОТ ТОЧКИ $F(0;0;\ 2a)$И ОТ ПЛОСКОСТИ $z=a$ РАВНО $\sqrt{2}$ – ЭТО

1) двуполостный гиперболоид 1) гиперболический параболоид 3) конус

4) эллипсоид 5) двугранный угол

7. ПРЯМЫЕ $y = k_1 x + l_1$ и $y = k_2 x + l_2$ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) $k_1 = k_2$ 2) $k_1 k_2 = -1$ 3) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{l_1}{l_2}$ 4) $tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$ 5) $k_1 = k_2$, $l_1 = l_2$

8. УРАВНЕНИЕ $\frac{y^2}{b^2} = -1$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) мнимый эллипс

5) пару мнимых параллельных прямых

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОСИ Oz, ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 2) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

3) $Ax + By + Cz = 0$ 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 5) $Ax + By + D = 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) сферы 2) двуполостного конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 9

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ ПЛОСКОСТЬЮ $z = c$ ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) пара пересекающихся прямых 3) гипербола 4) парабола 5) точка

2. ЕСЛИ НАЙДУТСЯ $a, b \in A$, ДЛЯ КОТОРЫХ $ab = 0; a \neq 0; b \neq 0,$, ТО КОЛЬЦО A НАЗЫВАЕТСЯ КОЛЬЦОМ

1) с 1 2) без 1 3) без делителей нуля 4) без сокращений

5) с делителями нуля

3. ЕСЛИ $(\forall a \in A)(\exists a' \in A)(a'a = e)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует левый обратный элемент для a

5) в A существует правый обратный элемент для a

4. СИНУС УГЛА МЕЖДУ ПРЯМОЙ $y = 3x - 1,\ \ 2z = -3x + 2$ И ПЛОСКОСТЬЮ $2x + y + z = 4$ РАВЕН

1) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ 5) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

5. РАЗМЕРНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА – ЭТО КОЛИЧЕСТВО ВЕКТОРОВ

1) в системе образующих 2) базисе 3) в ортогональной системе 4) в ортонормированной системе 5) в линейном пространстве

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОТНОШЕНИЕ РАССТОЯНИЙ КОТОРЫХ ОТ ТОЧКИ $F(0; 2a;\ 0)$ И ОТ ПЛОСКОСТИ $y = a$ РАВНО $\sqrt{2}$ – ЭТО

1) двуполостный гиперболоид 1) гиперболический параболоид 3) конус

4) эллипсоид 5) двугранный угол

7. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МЕСТО ТОЧЕК, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УСЛОВИЮ $r = 2$,

В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ ЕСТЬ

1) луч без начала 2) луч с началом 3) интервал 4) окружность 5) эллипс

8. УРАВНЕНИЕ $\frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) мнимый эллипс

5) пару параллельных прямых

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ПЛОСКОСТИ xOy, ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 2) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

3) $Ax + By + Cz = 0$ 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 5) $Ax + By + D = 0$

10. $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ - ЭТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 10

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$z=c$ЕСТЬ

2. АССОЦИАТИВНОЕ, КОММУТАТИВНОЕ КОЛЬЦО С 1, В КОТОРОМ ДЛЯ ЛЮБОГО НЕНУЛЕВОГО ЭЛЕМЕНТА СУЩЕСТВУЕТ ОБРАТНЫЙ, НАЗЫВАЕТСЯ

1) областью целостности 2) алгеброй 3) полем 4) группой 5) пространством

3. ЕСЛИ $(\forall a\in A)(\exists a'\in A)(aa'=a'a=e)$, ТО

1) выполняется закон коммутативности умножения в A

2) выполняется закон ассоциативности умножения в A

3) на множестве A определено умножение

4) в A существует левый нейтральный элемент

5) в A существует обратный элемент для a

4. ПРОЕКЦИЯ ТОЧКИ $(3;1;-1)$ НА ПЛОСКОСТЬ $3x+y+z-20=0$ – ТОЧКА

1) $(6;2;0)$2) $(6;2;-1)$3) $(3;2;-1)$ 4) $(6;1;-1)$ 5) $(3;2;0)$

5. РАЗМЕРНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА – ЭТО КОЛИЧЕСТВО ВЕКТОРОВ

1) в системе образующих 2) в максимальной линейно независимой системе 3) в ортогональной системе 4) в ортонормированной системе 5) в линейном пространстве

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОТНОШЕНИЕ РАССТОЯНИЙ КОТОРЫХ ОТ ТОЧКИ $F(2a;0;\ 0)$И ОТ ПЛОСКОСТИ $x=a$ РАВНО $\sqrt{2}$ – ЭТО

1) двуполостный гиперболоид 1) гиперболический параболоид 3) конус

4) эллипсоид 5) двугранный угол

7. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МЕСТО ТОЧЕК, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УСЛОВИЮ $\varphi=2$,

В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ ЕСТЬ

1) луч 2) отрезок 3) интервал 4) окружность 5) эллипс

8. УРАВНЕНИЕ $-\frac{x^2}{a^2}=0$ ЗАДАЕТ

1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу 4) мнимый эллипс

5) пару совпавших прямых

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ПЛОСКОСТИ xOz, ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax+By+Cz+D=0$, $A^2+B^2+C^2=1$ 2) $Ax+By+Cz+D=0$, $A^2+B^2+C^2\neq 0$

3) $Ax+By+Cz=0$ 4) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ 5) $Ax+Cz+D=0$

10. $\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=2z$ - ЭТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) гиперболического параболоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 11

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$x=0$ЕСТЬ

1) пара пересекающихся прямых 2) гипербола 3) парабола 4) точка5)эллипс

2. МНОЖЕСТВО, ЗАМКНУТОЕ ОТНОСИТЕЛЬНО АССОЦИАТИВНОЙ ОПЕРАЦИИ, В КОТОРОМ ЕСТЬ НЕЙТРАЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ, И ДЛЯ КАЖДОГО ЭЛЕМЕНТА НАЙДЕТСЯ ОБРАТНЫЙ, НАЗЫВАЕТСЯ

1) областью целостности 2) алгеброй 3) полем 4) группой 5) пространством

3. ЕСЛИ ОТОБРАЖЕНИЕ РАЗНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПЕРЕВОДИТ В РАЗНЫЕ, ТО ОНО НАЗЫВАЕТСЯ

1) биективным 2) сюръективным 3) тождественным 4) инъективным 5) взаимно обратным

4. ПРОЕКЦИЯ ТОЧКИ $(1;2;8)$ НА ПРЯМУЮ $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=z$ – ТОЧКА

1) $(3;-1;1)$2) $(6;2;-1)$3) $(3;2;-1)$ 4) $(6;1;-1)$ 5) $(3;2;0)$

5. РАНГ СИСТЕМЫ ВЕКТОРОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА РАВЕН

1) рангу матрицы перехода от базиса линейного пространства к другому базису

2) рангу системы строк 3) количеству векторов в максимальной линейно независимой подсистеме 4) размерности всего линейного пространства 5) размерности ядра линейного оператора

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, УДАЛЁННЫХ ВДВОЕ ДАЛЬШЕ ОТНАЧАЛА КООРДИНАТ ЧЕМ ОТ ТОЧКИ $F(0;-3;\ 0)$ – ЭТО

1) гиперболический параболоид 3) конус 3) эллипсоид

4) эллипсоид 5) двугранный угол

7. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МЕСТО ТОЧЕК, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УРАВНЕНИЮ $\vec{r}\vec{n} = 2$ В ВЕКТОРНОЙ ФОРМЕ, ЕСТЬ

1) луч без начала 2) прямая 3) интервал 4) окружность 5) эллипс

8. ЕСЛИ $a + b = 9, c = 3$, ТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПСА ИМЕЕТ ВИД

1) $x^2 = 2py$ 2) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = -1$

9. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ПЛОСКОСТИ yOz, ИМЕЕТ ВИД

1) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ 2) $Ax + By + Cz + D = 0$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

3) $Ax + By + Cz = 0$ 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 5) $By + Cz + D = 0$

10. $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = -2z$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 12

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ ПЛОСКОСТЬЮ $x = a$ ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) эллипс 3) гипербола 4) парабола 5) точка

2. ГРУППА, ДЛЯ ЛЮБЫХ ДВУХ ЭЛЕМЕНТОВ КОТОРОЙ ВЫПОЛНЯЕТСЯ РАВЕНСТВО $ab = ba$, НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2) абелевой 3) циклической 4) мультипликативной 5) конечной

3. ЕСЛИ ОТОБРАЖЕНИЕ МНОЖЕСТВА A В B РАЗНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПЕРЕВОДИТ В РАЗНЫЕ, ТО ОНО НАЗЫВАЕТСЯ

1) взаимно однозначным отображением A на B

2) сюръективным отображением A на B

3) тождественным отображением множества A

4) взаимно обратным отображением A на B

5) взаимно однозначным отображением A в B

4. КРАТЧАЙШЕЕ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ $x = -2y = z$ И $x = y = 2$ РАВНО

1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ 4) $\frac{6}{\sqrt{5}}$ 5) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

5. РАЗМЕРНОСТЬ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА РАВНА

1) числу векторов в системе образующих

2) рангу матрицы перехода от одного базиса к другому

3) количеству векторов в ортогональной системе

4) рангу линейного оператора 5) рангу любой системы векторов

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ПРЯМОЙ $x = a, y = 0$ И ПЛОСКОСТИ yOz, – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) эллипсоид 3) конус

4) эллиптический цилиндр 5) двугранный угол

7. УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПОЛЯРНОЙ ОСИ,

1) $r = 4$ 2) $r \sin\varphi = 1$ 3) $\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\sin\varphi = \cos\varphi$ 5) $\varphi = \frac{\pi}{4}$

8. ЕСЛИ $a = 5, b = 4$, ТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ГИПЕРБОЛЫ ИМЕЕТ ВИД

1) $x^2 = 2py$ 2) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = -1$

9. ПРЯМАЯ $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ ПАРАЛЛЕЛЬНА ПЛОСКОСТИ $Ax + By + Cz + D = 0 \Leftrightarrow$

1) $Aa + Bb + Cc = 0$ 2) $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$ 3) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

4) $\cos\varphi = \frac{Aa + Bb + Cc}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ 5) $\sin\varphi = \frac{Aa + Bb + Cc}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

10. $-\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) эллипсоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 13

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$x=-a$ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2)эллипс 3) гипербола 4) парабола 5) точка

2. ГРУППА, В КОТОРОЙ НАЙДУТСЯ ЭЛЕМЕНТЫ ТАКИЕ, ЧТО $ab \neq ba$, НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2) абелевой 3) циклической 4)неабелевой 5) конечной

3. ЕСЛИ $\forall b \in B \exists a \in A: f(a)=b$, ТО ОТОБРАЖЕНИЕ f НАЗЫВАЕТСЯ

1) биективным2)сюръективным 3) тождественным 4) инъективным 5) взаимно обратным

4. Найдите центр сферы $x^2+y^2+z^2-3x+5y-4z=0$

1) $(\frac{3}{2};-\frac{5}{2};-2)$ 2) $(-\frac{3}{2};-\frac{5}{2};2)$ 3) $(\frac{3}{2};\frac{5}{2};2)$ 4) $(\frac{3}{2};-\frac{5}{2};2)$ 5) $(-\frac{3}{2};-\frac{5}{2};-2)$

5. РАЗМЕРНОСТЬ ЛИНЕЙНОЙ ОБОЛОЧКИ РАВНА

1) числу векторов в ее линейно независимой системе образующих

2) рангу матрицы перехода от одного базиса к другому

3) количеству векторов в ортогональной системе

4) рангу линейного оператора 5) размерности образа линейного оператора

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ПРЯМОЙ$x=0y=a,$И ПЛОСКОСТИ$xOz,$ – ЭТО

1)эллиптический цилиндр 2) эллипсоид 3) конус 4) гиперболический параболоид 5) двугранный угол

7. УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ К ПОЛЯРНОЙ ОСИ,

1) $r\cos\varphi=4$ 2) $r\sin\varphi=1$ 3) 4) $\sin\varphi=\cos\varphi$ 5) $\varphi=\frac{\pi}{4}$

8. ЕСЛИ $a=4, b=5$, ТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ГИПЕРБОЛЫ ИМЕЕТ ВИД

1) $x^2=2py$ 2) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ 3) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ 4) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$5) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=-1$

9. ПРЯМАЯ $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА ПЛОСКОСТИ $Ax+By+Cz+D=0 \Leftrightarrow$

1) $Aa+Bb+Cc=0$ 2) $\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}$ 3) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

4) $\cos\varphi=\frac{Aa+Bb+Cc}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ 5) $\sin\varphi=\frac{Aa+Bb+Cc}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

10. $-\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2z$ - УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) двуполостного параболоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 14

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$y=b$ ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) гипербола 2) парабола 4) точка 5)пара пересекающихся прямых

2. ГРУППА, ДЛЯ ЛЮБЫХ ДВУХ ЭЛЕМЕНТОВ КОТОРОЙ ВЫПОЛНЯЕТСЯ РАВЕНСТВО $ab=ba$, НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2) коммутативной 3) циклической 4) мультипликативной

5) конечной.

3. ЕСЛИ $\forall b\in B \exists a\in A: f(a)=b$ И fРАЗНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ОТОБРАЖАЕТ В РАЗНЫЕ, ТО ОТОБРАЖЕНИЕ f НАЗЫВАЕТСЯ

1)биективным 2) сюръективным 3) тождественным 4) инъективным 5) взаимно обратным

4. Найдите радиус сферы $x^2+y^2+z^2-3x+5y-4z=0$

1) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$4)$\frac{5}{\sqrt{2}}$ 5) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

1) прямая 2) интервал 3) луч 4) окружность 5) круг

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ ОТНОСИТЕЛЬНО ОБЫЧНЫХ ОПЕРАЦИЙ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ НА ЧИСЛО ЯВЛЯЮТСЯ ВСЕ ВЕКТОРЫ, КОНЦЫ КОТОРЫХ ЛЕЖАТ

1) на данной прямой, проходящей через начало координат

2) на данной прямой, не проходящей через начало координат

3) в первой четверти 4) в первой или третьей четверти

5) в первой или второй четверти

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ПРЯМОЙ $x = a, z = 0$ И ПЛОСКОСТИ $y0z$, – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) эллипсоид 3) эллиптический цилиндр 4) конус 5) двугранный угол

7. УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ С ЦЕНТРОМ В ПОЛЮСЕ

1) $r = 4$ 2) $r\sin\varphi = 1$ 3) $\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\sin\varphi = \cos\varphi$ 5) $\varphi = \frac{\pi}{4}$

8. ЕСЛИ $a = 10, b = 6$, ТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПСА ИМЕЕТ ВИД

1) $x^2 = 2py$ 2) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = -1$

9. УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ И ПЛОСКОСТЬЮ $Ax + By + Cz + D = 0$ ВЫЧИСЛЯЕТСЯ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛЫ

1) $Aa + Bb + Cc = 0$ 2) $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$ 3) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

4) $\cos\varphi = \frac{Aa + Bb + Cc}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ 5) $\sin\varphi = \frac{Aa + Bb + Cc}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

10. $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = -2z$ - ЭТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) однополостного гиперболоида

4) двуполостного параболоида 5) двуполостного гиперболоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 15

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ ПЛОСКОСТЬЮ $y = -b$ ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) пара пересекающихся прямых 3) гипербола 4) парабола 5) точка

2. ГРУППА, В КОТОРОЙ НЕ ВЫПОЛНЯЕТСЯ РАВЕНСТВО $ab = ba$, НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2)неабелевой 3) циклической 4) мультипликативной 5) конечной

3. ЕСЛИ $\forall b \in B \exists a \in A: f(a) = b$ И РАЗНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ОТОБРАЖАЕТ В РАЗНЫЕ, ТО ОТОБРАЖЕНИЕ f ЯВЛЯЕТСЯ

1) биективным 2) сюръективным 3) тождественным 4) инъективным

5) взаимно обратным

4. Найдите центр сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$

1) $(0;\ 0; 0)$ 2) $(0;\ a; 0)$ 3) $(0;\ 0; a)$ 4) $(a;\ a; 0)$ 5) $(a;\ a;\ a)$

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НАД R ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) положительных действительных чисел относительно сложения $x \oplus y = xy$ (обычное умножение) и умножения на число $\alpha \cdot x = x^{\alpha}$ (обычное возведение в степень)

2) всех упорядоченных пар с операциями $(\alpha_1 + \alpha_2) + (\beta_1 + \beta_2) = (\alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2)$,

$\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = (\lambda\alpha_1, \alpha_2)$, где все числа действительные

3) всех многочленов одной степени относительно обычных операций сложения и умножения на число

4) всех многочленов, удовлетворяющих условию $f(0) = 1$

5) всех многочленов, удовлетворяющих условию $f(0) = -1$

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ДВУХ ТОЧЕК – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) эллипсоид 3) конус

4) плоскость 5) двугранный угол

7. УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ПОЛЮС,

1) $r = 4$ 2) $r\sin\varphi = 1$ 3) $\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\sin\varphi = \cos\varphi$ 5) $\varphi = \frac{\pi}{4}$

8. ЕСЛИ $a = 6, c = 4$, ТО КАНОНИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПСА ИМЕЕТ ВИД

1) $x^2 = 2py$ 2) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 5) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$

9. ПРЯМАЯ $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ ЛЕЖИТ В ПЛОСКОСТИ $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \Leftrightarrow$

<u>1</u>) $Aa+Bb+Cc=0$ 2) $\frac{A}{a}=\frac{B}{b}=\frac{C}{c}$ 3) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

4) $\cos\varphi=\frac{Aa+Bb+Cc}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ 5) $\sin\varphi=\frac{Aa+Bb+Cc}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

10. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) гиперболического цилиндра

<u>4)</u> эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 16

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ ПЛОСКОСТЬЮ$y=2b$ ЕСТЬ

1) мнимый эллипс <u>2)</u>гипербола 3) окружность 4) парабола 5) точка

2. ГРУППА ОТНОСИТЕЛЬНО СЛОЖЕНИЯ НАЗЫВАЕТСЯ

<u>1)</u> аддитивной 2) абелевой 3) циклической 4) мультипликативной 5) конечной

3. ОТОБРАЖЕНИЕ A В B НАЗЫВАЕТСЯ ИНЪЕКТИВНЫМ, ЕСЛИ

1) $(\forall a\in A)(f(a)=a)$ <u>2)</u> $a\neq b\Rightarrow f(a)\neq f(b)$ 3) $(\forall b\in B)(\exists a\in A)(f(a)=b)$

4) $(\forall b\in B)(\exists a\in A)(f(a)=b)$ и $(a\neq b\Rightarrow f(a)\neq f(b))$

5) $(\forall b\in B)(\exists a\in A)(f(a)=b)$ или $(a\neq b\Rightarrow f(a)\neq f(b))$

4.НАЙДИТЕ РАДИУС СФЕРЫ $x^2+y^2+z^2=2az$

1) $-a$ 2) $2a$<u>3)</u>a 4) a^2 5) $5a$

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НАД R ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) всех упорядоченных пар с операциями $(\alpha_1+\alpha_2)+(\beta_1+\beta_2)=(\alpha_1+\beta_1,\alpha_2+\beta_2)$, $\lambda(\alpha_1,\alpha_2)=(\lambda\alpha_1,\alpha_2)$, где все числа действительные

<u>2)</u> всех упорядоченных пар с операциями $(\alpha_1+\alpha_2)+(\beta_1+\beta_2)=(\alpha_1+\beta_1,\alpha_2+\beta_2)$,

$\lambda(\alpha_1,\alpha_2)=(\lambda\alpha_1,\lambda\alpha_2)$, где все числа действительные

3) всех многочленов одной степени относительно обычных операций сложения и умножения на число

4) всех многочленов, удовлетворяющих условию $f(0)=1$

5) всех многочленов, удовлетворяющих условию $f(0)=-1$

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТРЁХ ТОЧЕК, НЕ ЛЕЖАЩИХ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) эллипсоид 3) конус

4) прямая 5) двугранный угол

7. УРАВНЕНИЕ ДВУХ ЛУЧЕЙ, ОБРАЗУЮЩИЕ С ПОЛЯРНОЙ ОСЬЮ УГЛЫ $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{3\pi}{4}$,

1) $r=4$ 2) $r\sin\varphi=1$ 3) $\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\sin\varphi=\cos\varphi$ 5) $\varphi=\frac{\pi}{4}$

8. ПРЯМАЯ $x+15=0$ ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ПАРАБОЛЫ

1) $y^2=60x$ 2) $x^2=48y$ 3) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 4) $x^2-y^2=1$ 5) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{12}=1$

9. ПРЯМЫЕ $\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}=\frac{z-z_1}{c_1}$ И $\frac{x-x_2}{a_2}=\frac{y-y_2}{b_2}=\frac{z-z_2}{c_2}$ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ $\Leftrightarrow$

1) $a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$ 2) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ 3) $\cos\varphi=\frac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$

4) $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}\neq 0$ 5) $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}=0$

10. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) гиперболического цилиндра

4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 17

1. СЕЧЕНИЕ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ ПЛОСКОСТЬЮ$y = 2b$ ЕСТЬ

<u>1)</u>гипербола 2) окружность 3) парабола 4) точка 5) мнимый эллипс

2. ГРУППА ОТНОСИТЕЛЬНО УМНОЖЕНИЯ НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2) абелевой 3) циклической <u>4)</u> мультипликативной 5) конечной

3. ОТОБРАЖЕНИЕ A В B НАЗЫВАЕТСЯ СЮРЪЕКТИВНЫМ, ЕСЛИ

1) $(\forall a \in A)(f(a) = a)$ 2) $a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$ <u>3)</u> $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a) = b)$

4) $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a) = b)$ и $(a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b))$

5) $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a) = b)$ или $(a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b))$

4. НАЙДИТЕ ЦЕНТР ОКРУЖНОСТИ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 10y, \\ x + 2y + 2z - 19 = 0. \end{cases}$$

1) (1; 5; 2) 2)(1; 6; 2)<u>3)</u>(1; 7; 2) 4) (1; 8; 2) 5) (2; 7; 1)

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НАД R ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО ВСЕХ

1) упорядоченных пар с операциями $(\alpha_1 + \alpha_2) + (\beta_1 + \beta_2) = (\alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2)$,

$\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = (\lambda\alpha_1, \alpha_2)$, где все числа действительные

2) векторов, образующих с фиксированным ненулевым вектором угол φ

3) многочленов одной степени относительно обычных операций сложения и умножения на число

<u>4)</u> многочленов, удовлетворяющих условию $f(0) = 0$

5) многочленов, удовлетворяющих условию $f(0) = -1$

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ – ЭТО

<u>1)</u> сфера 2) эллипсоид 3) конус 4) гиперболический параболоид

5) двугранный угол

7. УРАВНЕНИЕ ЛУЧА, ИСХОДЯЩЕГО ИЗ ПОЛЮСА ПОД УГЛОМ $\frac{\pi}{4}$,

1) $r = 4$ 2) $r \sin\varphi = 1$ 3) $\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $\sin\varphi = \cos\varphi$ <u>5)</u> $\varphi = \frac{\pi}{4}$

8. ПРЯМАЯ $5x+16=0$ ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ГИПЕРБОЛЫ

1) $y^2=60x$ 2) $x^2=48y$ 3) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 4) $x^2-y^2=1$ 5) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{12}=1$

9. ПРЯМЫЕ $\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}=\frac{z-z_1}{c_1}$ И $\frac{x-x_2}{a_2}=\frac{y-y_2}{b_2}=\frac{z-z_2}{c_2}$ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ $\Leftrightarrow$

1) $a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$ 2) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ 3) $\cos\varphi=\frac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$

4) $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}\neq 0$ 5) $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}=0$

10. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) гиперболического цилиндра

4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 18

1. СЕЧЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2z$ ПЛОСКОСТЬЮ $y=b$ ЕСТЬ

1)парабола 2) мнимый эллипс 3) гипербола 4) окружность 5) точка

2. ГРУППА, В КОТОРОЙ ЛЮБОЙ ЭЛЕМЕНТ МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ВИДЕ СТЕПЕНИ ОДНОГО ЭЛЕМЕНТА, НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2) абелевой 3) циклической 4) мультипликативной 5) конечной

3. ОТОБРАЖЕНИЕ A В B НАЗЫВАЕТСЯ ТОЖДЕСТВЕННЫМ, ЕСЛИ

1) $(\forall a\in A)(f(a)=a)$ 2) $a\neq b\Rightarrow f(a)\neq f(b)$ 3) $(\forall b\in B)(\exists a\in A)(f(a)=b)$

4) $(\forall b\in B)(\exists a\in A)(f(a)=b)$ и $(a\neq b\Rightarrow f(a)\neq f(b))$

5) $(\forall b\in B)(\exists a\in A)(f(a)=b)$ или $(a\neq b\Rightarrow f(a)\neq f(b))$

4.НАЙДИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=10y, \\ x+2y+2z-19=0. \end{cases}$$

1) 4 2) 5 3) $\sqrt{5}$ 4) 2 5) 3

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НАД R ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО ВСЕХ

1) упорядоченных пар с операциями $(\alpha_1+\alpha_2)+(\beta_1+\beta_2)=(\alpha_1+\beta_1,\alpha_2+\beta_2)$, $\lambda(\alpha_1,\alpha_2)=(\lambda\alpha_1,\alpha_2)$, где все числа действительные

2) многочленов одной степени относительно обычных операций сложения и умножения на число

3) многочленов, удовлетворяющих условию $f(0)=1$

4) многочленов, удовлетворяющих условию $f(0)=-1$

5) многочленов, удовлетворяющих условию $2f(0)-3f(1)=0$

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) плоскость 3) конус 4) эллипсоид

5) двугранный угол

7. УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ РАДИУСА 5

1) $r=4$ 2) $r\sin\varphi=1$ 3) $r=10\sin\varphi$ 4) $\sin\varphi=\cos\varphi$ 5) $\varphi=\frac{\pi}{4}$

8. ПРЯМАЯ $5x$ -16 = 0 ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ГИПЕРБОЛЫ

1) $y^2=60x$ 2) $x^2=48y$ 3) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 4) $x^2-y^2=1$ 5) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{12}=1$

9. ПРЯМЫЕ $\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}=\frac{z-z_1}{c_1}$ И $\frac{x-x_2}{a_2}=\frac{y-y_2}{b_2}=\frac{z-z_2}{c_2}$ СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ $\Leftrightarrow$

1) $a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$ 2) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ 3) $\cos\varphi=\frac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$

4) $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}\neq 0$ 5) $\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}=0$

10. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) пары пересекающихся плоскостей 2) конуса

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 19

1. СЕЧЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$y=-b$ ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) гипербола 3) окружность 4) точка 5)парабола

2. ГРУППА, В КОТОРОЙ НЕТ ТАКОГО ЭЛЕМЕНТА, ЧТО ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЯВЛЯЮТСЯ ЕГО СТЕПЕНЬЮ, НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2) неабелевой 3) циклической 4) мультипликативной 5) нециклической

3. ОТОБРАЖЕНИЕ A НА B НАЗЫВАЕТСЯ БИЕКТИВНЫМ, ЕСЛИ

1) $(\forall a \in A)(f(a)=a)$ 2) $a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$ 3) $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a)=b)$

4) $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a)=b)$ и $(a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b))$

5) $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a)=b)$ или $(a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b))$

4. НАЙДИТЕ ЦЕНТР ОКРУЖНОСТИ

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=10x, \\ x+2y+2z-19=0. \end{cases}$$

1) (1; 7; 2)2)(7; 1; 2) 3) (1; 6; 2) 4) (1; 8; 2) 5) (2; 7; 1)

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НАД R ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО ВСЕХ

1) упорядоченных пар с операциями $(\alpha_1+\alpha_2)+(\beta_1+\beta_2)=(\alpha_1+\beta_1,\alpha_2+\beta_2)$,

$\lambda(\alpha_1,\alpha_2)=(\lambda\alpha_1,\alpha_2)$, где все числа действительные

2) многочленов одной степени относительно обычных операций сложения и умножения на число

3) многочленов, удовлетворяющих условию $f(0)=1$

4) многочленов, удовлетворяющих условию $f(0)=-1$

5) многочленов, удовлетворяющих условию $f(1)+f(2)+...+f(k)=0$

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТРЁХ ПЛОСКОСТЕЙ, ИМЕЮЩИХ ЕДИНСТВЕННУЮ ОБЩУЮ ТОЧКУ – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) прямая 3) эллипсоид 4) конус

5) двугранный угол

7. СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ ЗАДАЕТ ЧЕТВЕРТЬ КРУГА,

1) $\begin{cases} x > 0; \\ y \le 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ y > 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} |x| < 2; \\ |y| \le 3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 9; \\ x \ge 0, y < 0 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + y^2 < 16; \\ |x| > 4 \end{cases}$

8. ПРЯМАЯ $3x + 4y = 0$ ЕСТЬ АСИМПТОТА ГИПЕРБОЛЫ

1) $y^2 = 60x$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$ 5) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{12} = 1$

9. ПРЯМЫЕ $\frac{x - x_1}{a_1} = \frac{y - y_1}{b_1} = \frac{z - z_1}{c_1}$ И $\frac{x - x_2}{a_2} = \frac{y - y_2}{b_2} = \frac{z - z_2}{c_2}$ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ $\Leftrightarrow$

1) $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$ 2) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ 3) $\cos\varphi = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$

4) $\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 \ldots\ldots\ldots & b_1 \ldots\ldots\ldots & c_1 \\ a_2 \ldots\ldots\ldots & b_2 \ldots\ldots\ldots & c_2 \end{vmatrix} \ne 0$ 5) $\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 \ldots\ldots\ldots & b_1 \ldots\ldots\ldots & c_1 \\ a_2 \ldots\ldots\ldots & b_2 \ldots\ldots\ldots & c_2 \end{vmatrix} = 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} = 2z$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) сферы

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 20

1. СЕЧЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$ ПЛОСКОСТЬЮ $z = 0$ ЕСТЬ

1) мнимый эллипс 2) гипербола 3) окружность 4) точка 5) парабола

2. ГРУППА НАЗЫВАЕТСЯ ЦИКЛИЧЕСКОЙ, ЕСЛИ

1) это – группа относительно сложения

2) операция подчинена закону коммутативности

3) существует такой элемент, что все элементы группы есть его степени

4) это – группа относительно умножения

5) в ней конечное число элементов

3. ОТОБРАЖЕНИЕ A НА B НАЗЫВАЕТСЯ БИЕКТИВНЫМ, ЕСЛИ

1) $(\forall a \in A)(f(a) = a)$ 2) $a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$ 3) $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a) = b)$

4) $(\forall a, b \in A)(f(a,b) = f(a) f(b))$ 5) $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a) = b)$ или $(a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b))$

4. НАЙДИТЕ ЦЕНТР ОКРУЖНОСТИ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 10z, \\ x + 2y + 2z - 19 = 0. \end{cases}$$

1) (1; 2; 7) 1) (1; 7; 2) 2)(1; 6; 2) 4) (1; 8; 2) 5) (2; 7; 1)

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НАД R ОТНОСИТЕЛЬНО ОБЫЧНЫХ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ НА ЧИСЛО ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО ВСЕХ МНОГОЧЛЕНОВ

1) одной степени 2) пополненное нулем 3) удовлетворяющих условию $f(0) = 1$

4) удовлетворяющих условию $f(0) = -1$

5) удовлетворяющих условию $2f(0) - 3f(1) = 1$

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ РАССТОЯНИЙ ДО ДВУХ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ, ПОСТОЯННА – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) эллипсоид 3) конус

4) гиперболический цилиндр 5) двугранный угол

7. СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ ЗАДАЕТ ПОЛОСУ, ИЗ КОТОРОЙ УДАЛЕН КРУГ,

1) $\begin{cases} x > 0; \\ y \leq 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ y > 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} |x| < 2; \\ |y| \leq 3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9; \\ x \geq 0, y < 0 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + y^2 < 16; \\ |x| > 4 \end{cases}$

8. ПРЯМАЯ $3x$ -$4y$ = 0 ЕСТЬ АСИМПТОТА ГИПЕРБОЛЫ

1) $y^2 = 60x$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$ 5) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{12} = 1$

9. ПРЯМАЯ ПРОХОДИТ ЧЕРЕЗ НАЧАЛО КООРДИНАТ

1) $\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y + 5z = 0, \\ 2y - z + 6 = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - 6 = 0, \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 3y + 5z - 4 = 0, \\ x = 0 \end{cases}$

5) $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+2}{1}$

10. $\frac{x^2}{a^2}=y$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) сферы

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 21

1. СЕЧЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$z=1$ ЕСТЬ

1)гипербола 2) мнимый эллипс 3) парабола 4) окружность 5) точка

2. ГРУППА НАЗЫВАЕТСЯ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ, ЕСЛИ

1) это – группа относительно сложения;

2) операция подчинена закону коммутативности;

3) существует такой элемент, что все элементы группы есть его степени;

4) это – группа относительно умножения;

5) в ней конечное число элементов.

3. ЕСЛИ $(\forall a \in A)(\exists b \in B)(f(a)=b)$, ТО f НАЗЫВАЕТСЯ

1) отображением A в B 2) сюръекцией A на B 3) инъекцией A в B

4) взаимнооднозначным соответствием между элементами A и B

5) изоморфизмом между A и B

4. ОПРЕДЕЛИТЕ ВЕРШИНУ КОНУСА $x^2+(y-a)^2-z^2=0$

1) $(a;0;0)$ 2)$(0;a;0)$ 3)$(0;0;a)$ 4)$(0;0;0)$ 5) $(a;a;a)$

5. ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НАД R ОТНОСИТЕЛЬНО ОБЫЧНЫХ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ НА ЧИСЛО ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО ВСЕХ МНОГОЧЛЕНОВ

1) одной степени

2) степени $\leq n$, пополненное нулем

3) удовлетворяющих условию $f(0)=1$

4) удовлетворяющих условию $f(0) = -1$

5) удовлетворяющих условию $2f(0) - 3f(1) = 1$

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ, РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ РАССТОЯНИЙ ДО ДВУХ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ, ПОСТОЯННА – ЭТО

1) гипербола 2) эллипс 3) прямая 4) точка 5) парабола

7. СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ ЗАДАЕТ ПРЯМОУГОЛЬНИК

1) $\begin{cases} x > 0; \\ y \le 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ y > 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} |x| < 2; \\ |y| \le 3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 9; \\ x \ge 0, y < 0 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + y^2 < 16; \\ |x| > 4 \end{cases}$

8. ПРЯМАЯ $y + 12 = 0$ ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ПАРАБОЛЫ

1) $y^2 = 60x$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$ 5) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{12} = 1$

9. ПРЯМАЯ ПАРАЛЛЕЛЬНА ПЛОСКОСТИ Oyz

1) $\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y + 5z = 0, \\ 2y - z + 6 = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - 6 = 0, \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 3y + 5z - 4 = 0, \\ x = 0 \end{cases}$

5) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$

10. $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) конуса 3) гиперболического цилиндра

4) эллиптического цилиндра 5) сферы

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 22

1. СЕЧЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$ ПЛОСКОСТЬЮ $z = -1$ ЕСТЬ

1) парабола 2) мнимый эллипс 3) гипербола 4) окружность 5) точка

2. ГРУППА НАЗЫВАЕТСЯ КОНЕЧНОЙ, ЕСЛИ

1) в ней все элементы имеют конечный порядок

2) операция подчинена закону коммутативности

3) в ней конечное число элементов

4) это – группа относительно умножения

5) в ней конечное число подгрупп

3. ЕСЛИ $(\forall a \in A)(\exists b \in B)(f(a) = b)$, ТО f НАЗЫВАЕТСЯ

1) функцией из A в B 2) сюръекцией A на B 3) инъекцией A в B

4) взаимнооднозначным соответствием между элементами A и B

5) изоморфизмом между A и B

4. ОПРЕДЕЛИТЕ ВЕРШИНУ КОНУСА $x^2 = 2yz$

1)(0; 0; 0) 2) $(a;0;0)$ 3) $(0;a;0)$ 4)$(0;0;a)$ 5) $(a;a;a)$

5. ПРИ ИЗОМОРФИЗМЕ ЛИНЕЙНО НЕЗАВИСИМАЯ СИСТЕМА ВЕКТОРОВ ПЕРЕХОДИТ В

1) базис 2) систему образующих 3) линейно зависимую 4) линейно независимую

5) нулевой вектор

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ, – ЭТО

1) эллипс 2) парабола 3) прямая 4) окружность 5) гипербола

7. СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ ЗАДАЕТ ВЕРХНЮЮ ЧАСТЬ ПОЛОСЫ

1) $\begin{cases} x > 0; \\ y \le 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ y > 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} |x| < 2; \\ |y| \le 3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 9; \\ x \ge 0, y < 0 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + y^2 < 16; \\ |x| > 4 \end{cases}$

8. ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ РАВЕН $\varepsilon = \sqrt{2}$ ДЛЯ ГИПЕРБОЛЫ

1) $y^2 = 60x$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 16$ 5) $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{12} = 1$

9. ПРЯМАЯ ПАРАЛЛЕЛЬНА ОСИ Ox

1) $\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y + 5z = 0, \\ 2y - z + 6 = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - 6 = 0, \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 3y + 5z - 4 = 0, \\ x = 0 \end{cases}$

5) $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+2}{1}$

10. $\dfrac{x^2}{a^2} = -2z$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 23

1. СЕЧЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$z=0$ ЕСТЬ

1)точка 2) мнимый эллипс 5) гипербола 4) окружность 5) парабола

2. ЕСЛИ ВЫПОЛНЯЕТСЯ ЗАКОН КОММУТАТИВНОСТИ, ТО ГРУППА НАЗЫВАЕТСЯ

1) аддитивной 2) конечной 3) абелевой 4) периодической 5) циклической

3. ЕСЛИ $(\forall b \in B)(\exists a \in A)(f(a)=b)$, ТО f НАЗЫВАЕТСЯ

1) отображением A в B2) сюръекцией A на B 3) инъекцией A в B

4) взаимнооднозначным соответствием между элементами A и B

5) изоморфизмом между A и B

4. ОПРЕДЕЛИТЕ ВЕРШИНУ КОНУСА $(x-a)^2 \quad +y^2-z^2=0$

1)(a;0; 0) 2)(0; a; 0) 3)(0; 0; a) 4)(0; 0; 0) 5) (a; a; a)

5. ПРИ ИЗОМОРФИЗМЕ БАЗИС ПЕРЕХОДИТ В

1) базис 2) систему образующих 3) линейно зависимую 4) линейно независимую

5) ортогональную

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ, РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ РАССТОЯНИЙ КОТОРЫХ ОТ ПРЯМОЙ $x-2y=2$И ОТ ОСИ Ox, ПОСТОЯННА – ЭТО

1) прямая 2) эллипс 3) гипербола 4) точка 5) парабола

7. СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ ЗАДАЕТ ЧЕТВЕРТЬ ПЛОСКОСТИ

1) $\begin{cases} x>0; \\ y\le 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0<x<1; \\ y>0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} |x|<2; \\ |y|\le 3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2\le 9; \\ x\ge 0, y<0 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2+y^2<16; \\ |x|>4 \end{cases}$

8. ПРЯМАЯ $x=-\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ЭЛЛИПСА

1) $\frac{x}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 2) $x^2=48y$ 3) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 4) $x^2-y^2=1$ 5) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{12}=1$

9. ПРЯМАЯ ЛЕЖИТ В ПЛОСКОСТИ Oyz

1) $\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y + 5z = 0, \\ 2y - z + 6 = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - 6 = 0, \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 3y + 5z - 4 = 0, \\ x = 0 \end{cases}$

5) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$

10. $\frac{x^2}{a^2} = y^2$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) пары пересекающихся плоскостей

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 24

1. СЕЧЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$z = 1$ ЕСТЬ

1) точка 2) пара мнимых пересекающихся прямых 3) гипербола 4) парабола 5)эллипс

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) целых чисел относительно вычитания

2) натуральных чисел относительно вычитания

3) рациональных чисел относительно сложения

4) рациональных чисел относительно умножения

5) рациональных чисел относительно деления

3. ЕСЛИ $(a \neq b) \Rightarrow (f(a) \neq f(b))$, ТО f НАЗЫВАЕТСЯ

1) отображением A в B 2) сюръекцией A на B 3) инъекцией A в B

4) взаимно однозначным соответствием между элементами A и B

5) изоморфизмом между A и B

4. ОПРЕДЕЛИТЕ ВЕРШИНУ КОНУСА $x^2 + y^2 - (z - a)^2 = 0$

1)(0; 0; a) 2) (a;0; 0) 3) (0; a; 0) 4)(0; 0; 0) 5) (a; a; a)

5. ПРИ ИЗОМОРФИЗМЕ СИСТЕМА ОБРАЗУЮЩИХ ВЕКТОРОВ ПЕРЕХОДИТ В

1) базис 2) систему образующих 3) линейно зависимую 4) линейно независимую

5) ортонормированную

6. МНОЖЕСТВО ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИИ ПРЯМОЙ – ЭТО

1) гиперболический параболоид 2) эллипсоид 3) конус
4)параболический цилиндр 5) двугранный угол

7. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ НА ПЛОСКОСТИ

1) $\begin{cases} x = 3t; \\ y = t + 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2t^2 - 1; \\ y = t + 6 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = a\cos t; \\ y = a\sin t \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = 3\cos t; \\ y = 5\sin t \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = a\cos t; \\ y = b\sin t \end{cases}$

8. ПРЯМАЯ $x = \frac{8}{\sqrt{3}}$ ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ЭЛЛИПСА

1) $\frac{x}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$ 5) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{12} = 1$

9. ПЛОСКОСТЬ $x - 2y + 5z - 6 = 0$ ПАРАЛЛЕЛЬНА ПРЯМОЙ

1) $\begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y + 5z = 0, \\ 2y - z + 6 = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x - 6 = 0, \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x + 3y + 5z - 4 = 0, \\ x = 0 \end{cases}$

5) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$

10. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) точки 4) эллиптического цилиндра 5) пустого множества

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 25

1. СЕЧЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$z = 0$ ЕСТЬ

1) точка 2) эллипс 3) гипербола 4) парабола 5)пара мнимых пересекающихся прямых

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) целых чисел относительно сложения

2) натуральных чисел относительно вычитания

3) положительных вещественных чисел относительно сложения

4) отрицательных рациональных чисел относительно умножения

5) рациональных чисел относительно деления

3. ЕСЛИ $(\forall a \in A)(\exists b \in B)(f(a) = b)$ И f СОХРАНЯЕТ СТРУКТУРУ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ A, ТО f НАЗЫВАЕТСЯ

1) отображением A в B 2) сюръекцией A на B 3) инъекцией A в B

4) взаимно однозначным соответствием между элементами A и B

5) изоморфизмом между A и B

4. ОПРЕДЕЛИТЕ ВЕРШИНУ КОНУСА $x^2 + (y-a)^2 - (z-b)^2 = 0$

1) $(0; a; b)$ 2) $(a; 0; b)$ 3) $(0; b; a)$ 4) $(b; b; b)$ 5) $(a; a; a)$

5. ПРИ ИЗОМОРФИЗМЕ ЛИНЕЙНО ЗАВИСИМАЯ СИСТЕМА ВЕКТОРОВ ПЕРЕХОДИТ В

1) базис 2) систему образующих 3) линейно зависимую 4) линейно независимую

5) эквивалентную

6.МНОЖЕСТВО ТОЧЕКПЛОСКОСТИ, ОДИНАКОВО УДАЛЁННЫХ ОТ ТОЧКИ$F(\frac{a}{2}; \frac{a}{2})$ И ПРЯМОЙ $x + y = 0$ – ЭТО

1) точка 2) окружность 3) пара прямых 4) эллипс 5) парабола

7. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ПАРАБОЛЫ

1) $\begin{cases} x = 3t; \\ y = t + 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2t^2 - 1; \\ y = t + 6 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = a\cos t; \\ y = a\sin t \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = 3\cos t; \\ y = 5\sin t \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = a\cos t; \\ y = b\sin t \end{cases}$

8. ПРЯМАЯ x -15 = 0 ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ЭЛЛИПСА

1) $\frac{x}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$5) $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1$

9. К СФЕРЕ $x^2 + y^2 + z^2 = 3^2$ КАСАТЕЛЬНА ПЛОСКОСТЬ

1) $x - z + 1 = 0$ 2) $x + 2z = 0$ 3) $3y + 5 = 0$ 4) $x - 3 = 0$ 5) $x - y + 2 = 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) конуса 4) эллиптического цилиндра 5) мнимого эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 26

1. СЕЧЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$z=-1$ ЕСТЬ

1) точка 2) пара пересекающихся прямых 3) гипербола 4) парабола 5)мнимый эллипс

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) целых чисел относительно вычитания

2) натуральных чисел относительно вычитания

3) рациональных чисел без нуля относительно умножения

4) рациональных чисел относительно умножения

5) действительных чисел без нуля относительно деления

3. ЕСЛИ $(a \neq b) \Rightarrow (f(a) \neq f(b))$, ТО f НАЗЫВАЕТСЯ

1) отображением A в B 2) сюръекцией A на B 3) гомоморфизмом A вB

3) взаимнооднозначным отображением A в B

4) взаимнооднозначным соответствием между элементами A и B

4.СЕЧЕНИЕ КОНУСА $z^2=xy$ПЛОСКОСТЬЮ$x+y=2a$– ЭТО

1) эллипс 2) гипербола 3) парабола 4) окружность 5) прямая

5. ВСЕ ЭТИ МНОЖЕСТВА ВСЕГДА ЯВЛЯЮТСЯ ПОДПРОСТРАНСТВАМИ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА V/K ДЛЯ ПОДПРОСТРАНСТВ N_1 И N_2, КРОМЕ

1) V 2) N_1+N_2 3) $N_1 \cap N_2$ 4) $N_1 \cup N_2$ 5) $N_1 \oplus N_2$

6. МНОЖЕСТВО ВСЕХ ЦЕНТРОВ ОКРУЖНОСТЕЙ, ПРОХОДЯЩИХ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ$A(3;4)$И КАСАЮЩИХСЯ ОСИOx – ЭТО

1) точка 2) окружность 3) гипербола 4) эллипс 5)парабола

7. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ НА ПЛОСКОСТИ

1) $\begin{cases} x=3t; \\ y=t+5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x=2t^2-1; \\ y=t+6 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x=a\cos t; \\ y=a\sin t \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x=3\cos t; \\ y=5\sin t \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x=a\cos t; \\ y=b\sin t \end{cases}$

8. ПРЯМАЯ $x+15=0$ ЕСТЬ ДИРЕКТРИСА ЭЛЛИПСА

1) $\frac{x}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 2) $x^2=48y$ 3) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 4) $x^2-y^2=1$5) $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{36}=1$

9. ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНА ОСИ Oz

1) $x - z + 1 = 0$ 2) $x + 2z = 0$ 3) $3y + 5 = 0$ 4) $x - 3 = 0$5) $x - y + 2 = 0$

10. $\frac{x}{a^2} = y^2$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 27

1. СЕЧЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$y = 1$ ЕСТЬ

1)парабола 2) точка 3) пара мнимых пересекающихся прямых 4) гипербола 5) эллипс

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) целых чисел относительно вычитания

2) натуральных чисел относительно вычитания

3) рациональных чисел относительно сложения

4) комплексных чисел без нуля относительно умножения

5) рациональных чисел без нуля относительно деления

3. ЕСЛИ $(a \neq b) \Rightarrow (f(a) \neq f(b))$, ТО ОТОБРАЖЕНИЕ fA НА B НАЗЫВАЕТСЯ

1) гомоморфизмом 2) сюръекцией3) инъекцией

4)взаимнооднозначным соответствием между элементами A и B

5) изоморфизмом между A и B

4. СЕЧЕНИЕ КОНУСА $x^2 = yz$ПЛОСКОСТЬЮ$y + z = 2a$– ЭТО

1) прямая2) гипербола 3) парабола 4) окружность 5) эллипс

5. РАЗМЕРНОСТЬ СУММЫ ДВУХ ПОДПРОСТРАНСТВ РАВНА

1) сумме размерностей этих подпространств

2) разности размерностей этих подпространств

3) произведению размерностей этих подпространств

4) сумме размерностей минус размерность пересечения этих подпространств

5) произведению размерностей без размерностей подпространств

6. МНОЖЕСТВО ВСЕХ ЦЕНТРОВ ОКРУЖНОСТЕЙ, ПРОХОДЯЩИХ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ$A(3;4)$И КАСАЮЩИХСЯ ОСИOy – ЭТО

1)парабола 2) окружность 3) гипербола 4) эллипс 5) точка

7. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПСА С ОСЯМИ 6 И 10

1) $\begin{cases} x = 6t; \\ y = t + 10 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2t^2 - 1; \\ y = t + 6 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = a\cos t; \\ y = a\sin t \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = 3\cos t; \\ y = 5\sin t \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = a\cos t; \\ y = b\sin t \end{cases}$

8. ТОЧКА $F(4;0)$ - ФОКУС ЭЛЛИПСА

1) $\frac{x}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$5) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

9. ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНА ОСИ Oy

1) $x - z + 1 = 0$ 2) $x + 2z = 0$ 3) $3y + 5 = 0$ 4) $x - 3 = 0$ 5) $x - y + 2 - 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 28

1. СЕЧЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ ПЛОСКОСТЬЮ$x = 1$ ЕСТЬ

1) точка 2) пара мнимых пересекающихся прямых 3) гипербола 4) эллипс 5)парабола

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) целых чисел относительно вычитания

2) комплексных чисел относительно сложения

3) рациональных чисел относительно вычитания

4) рациональных чисел относительно умножения

5) рациональных чисел относительно деления

3. ЕСЛИ $(a \neq b) \Rightarrow (f(a) \neq f(b))$, ТО ОТОБРАЖЕНИЕ fA НА B НАЗЫВАЕТСЯ

1) мономорфизмом 2) сюръекцией3) инъекцией 4) биекцией 5) изоморфизмом

4. ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПЛОСКОСТИ $y = z$ И ПРЯМОЙ $\begin{cases} x = -z + 1, \\ y = 2 \end{cases}$ – ЭТО

1)(–1; 2; 2) 2) (3; 2; 2) 3) (2; 2; 2) 4)(1; 2; 2) 5) (–1; –2; –2)

5. ВСЕ ЭТИ МНОЖЕСТВА ВСЕГДА ЯВЛЯЮТСЯ ПОДПРОСТРАНСТВАМИ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА V / K , КРОМЕ

1) линейной оболочки 2) ядра линейного оператора 3) образа линейного оператора 4) объединения подпространств 5) суммы подпространств

6.МНОЖЕСТВО СЕРЕДИН ВСЕХ ХОРД, ПРОВЕДЁННЫХ ЧЕРЕЗ ВЕРШИНУ $A(4; 0)$ ЭЛЛИПСА $x^2 + 4y^2 = 16$ – ЭТО

1) окружность 2) эллипс 3) гипербола 4) парабола 5) хорда

7. КООРДИНАТЫ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ МЕДИАН ТРЕУГОЛЬНИКА

1) $x = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \dfrac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ 2) $x = \dfrac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \dfrac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$

3) $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}, y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ 4) $x = x_2 - x_1, y = y_2 - y_1, z_2 - z_1$

5) $x_1 = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, y_1 = \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

8. ТОЧКА $F(-4;0)$ - ФОКУС ЭЛЛИПСА

1) $\dfrac{x}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$ 5) $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$

9. ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНА ПЛОСКОСТИ Oyz

1) $x - z + 1 = 0$ 2) $x + 2z = 0$ 3) $3y + 5 = 0$ 4) $x - 3 = 0$ 5) $x - y + 2 - 0$

10. $\dfrac{x^2}{a^2} = -y$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) плоскости 4) эллиптического цилиндра 5) пустого множества

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 29

1. СЕЧЕНИЕ КОНУСА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ ПЛОСКОСТЬЮ $z = 1$ ЕСТЬ

1) точка 2) пара мнимых пересекающихся прямых 3) гипербола 4) парабола 5)эллипс

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) многочленов относительно вычитания

2) натуральных чисел относительно вычитания

3) рациональных функций относительно сложения

4) комплексных чисел относительно умножения

5) рациональных чисел относительно деления

3. $f(A) =$

1) $\{b \in B \mid (\exists a \in A)(f(a) = b)\}$ 2) $\{a \in A \mid \exists f(a)\}$ 3) $\{a \in A \mid f(a) = 0\}$

4) $\{a \in A \mid f(a) = a\}$ 5) $\{a, b \in A \mid f(a) = f(b)\}$

4. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЬЮ $y = z$ И ПРЯМОЙ $\begin{cases} x = -z + 1, \\ y = 2 \end{cases}$

1) 120^0 2) 60^0 3) 30^0 4) 45^0 5) 90^0

5. ВЕКТОРЫ ЛИНЕЙНО ЗАВИСИМЫ ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА

1) из того, что их линейная комбинация равна нулевому вектору следует, что все коэффициенты линейной комбинации равны нулю

2) хотя бы один из них – линейная комбинация остальных

3) существует линейно зависимая подсистема

4) существует линейно независимая подсистема

5) любая подсистема линейно зависима

6. МНОЖЕСТВО СЕРЕДИН ВСЕХ ХОРД, ПРОВЕДЁННЫХ ЧЕРЕЗ ВЕРШИНУ $A(0;1)$ ЭЛЛИПСА $x^2 + 4y^2 = 4$ – ЭТО

1) эллипс 2) гипербола 4) парабола 1) окружность 5) хорда

7. КООРДИНАТЫ СЕРЕДИНЫ ОТРЕЗКА

1) $x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ 2) $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$

3) $x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$ 4) $x = x_2 - x_1, y = y_2 - y_1, z_2 - z_1$

5) $x_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, y_1 = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

8. ТОЧКА $F(0;12)$ - ФОКУС ПАРАБОЛЫ

1) $y^2 = 60x$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

9. ПЛОСКОСТЬ СОДЕРЖИТ ОСЬ Oy

1) $x - z + 1 = 0$ 2) $x + 2z = 0$ 3) $3y + 5 = 0$ 4) $x - 3 = 0$ 5) $x - y + 2 - 0$

10. $\frac{x}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) гиперболического параболоида 2) параболического цилиндра

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 30

1. СЕЧЕНИЕ КОНУСА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ ПЛОСКОСТЬЮ$y = 1$ ЕСТЬ

1) точка 2)гипербола 3) пара мнимых пересекающихся прямых 4) эллипс 5) парабола

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) векторов относительно вычитания

2) натуральных чисел относительно вычитания

3) векторов относительно сложения

4) векторов относительно скалярного умножения

5) векторов относительно векторного произведения

3. $Kerf =$

1) $\{b \in B \mid (\exists a \in A)(f(a) = b)\}$ 2) $\{a \in A \mid \exists f(a)\}$ 3) $\{a \in A \mid f(a) = 0\}$

4) $\{a \in A \mid f(a) = a\}$ 5) $\{a, b \in A \mid f(a) = f(b)\}$

4. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЬЮ $x = z$ И ПРЯМОЙ$\begin{cases} y = -z + 1, \\ x = 2 \end{cases}$

1)30^0 1) 120^0 2) 60^0 4) 45^0 5) 90^0

5. ЕСЛИ ПОДСИСТЕМА СИСТЕМЫ ВЕКТОРОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА ЛИНЕЙНО ЗАВИСИМА, ТО

1) система линейно независима 2) ортогональна 3) ортонормированная

4) система линейно зависима 5) тривиальная

6. МНОЖЕСТВО ВСЕХ ТОЧЕК, ОТНОШЕНИЕ РАССТОЯНИЯ КОТОРЫХ ОТ ТОЧКИ F(4; 0) К РАССТОЯНИЮ ОТ ПРЯМОЙ$x = 10$ РАВНО $\frac{1}{2}$ – ЭТО

1) прямая 2) парабола 3) гипербола 4)эллипс 5) окружность

7. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА ЕДИНИЧНОЙ ДЛИНЫ

1) $x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

2) $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda}$

3) $x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

4) $x = x_2 - x_1, y = y_2 - y_1, z_2 - z_1$

5) $x_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, y_1 = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

8. ТОЧКА $F(-4;0)$ - ФОКУС ГИПЕРБОЛЫ

1) $\frac{x}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$5) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$

9. ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНА ПЛОСКОСТИ xOz

1) $x - z + 1 = 0$ 2) $x + 2z = 0$ 3) $3y + 5 = 0$ 4) $x - 3 = 0$ 5) $x - y + 2 - 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) двуполостного гиперболоида

3) гиперболического цилиндра 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

ОБВЕДИТЕ КРУЖКОМ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

Вариант 31

1. СЕЧЕНИЕ КОНУСА $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ ПЛОСКОСТЬЮ$x = 1$ ЕСТЬ

1) точка 2)гипербола 3) пара мнимых пересекающихся прямых 4) эллипс 5) парабола

1) не изменится 2) обратится в нуль 3) умножится на $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

4) умножится на $(-1)^{n-1}$ 5) умножится на -1

2. ПРИМЕРОМ ГРУППЫ ЯВЛЯЕТСЯ МНОЖЕСТВО

1) целых чисел относительно вычитания

2) натуральных чисел относительно вычитания

3) рациональных чисел относительно сложения

4) подстановок относительно умножения

5) рациональных чисел относительно деления

3. Imf =

1) $\{b \in B \mid (\exists a \in A)(f(a) = b)\}$ 2) $\{a \in A \mid \exists f(a)\}$ 3) $\{a \in A \mid f(a) = 0\}$

4) $\{a \in A \mid f(a) = a\}$ 5) $\{a, b \in A \mid f(a) = f(b)\}$

4. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЬЮ $x = y$ И ПРЯМОЙ $\begin{cases} z = -y + 1, \\ x = 2 \end{cases}$

1) 120^0 2) 60^0 3) 45^0 4) 90^0 5) 30^0

5. СИСТЕМА ВЕКТОРОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА, СОДЕРЖАЩАЯ НУЛЕВОЙ ВЕКТОР,

1) ортогональная 2) линейно независимая 3) ортонормированная

4) линейно зависимая 5) нулевая

6. МНОЖЕСТВО ВСЕХ ТОЧЕК, ОТНОШЕНИЕ РАССТОЯНИЯ КОТОРЫХ ОТ ТОЧКИ F(4; 0) К РАССТОЯНИЮ ОТ ПРЯМОЙ $x = -2$ РАВНО 2 – ЭТО

1) прямая 2) парабола 3) гипербола 4) эллипс 5) окружность

7. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА, ЕСЛИ ИЗВЕСТНЫ КООРДИНАТЫ ЕГО НАЧАЛА И КОНЦА,

1) $x = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \dfrac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ 2) $x = \dfrac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \dfrac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$

3) $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}, y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ 4) $x = x_2 - x_1, y = y_2 - y_1, z_2 - z_1$

5) $x_1 = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, y_1 = \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

8. ТОЧКА $F(+4;0)$ - ФОКУС ГИПЕРБОЛЫ

1) $\dfrac{x}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ 2) $x^2 = 48y$ 3) $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ 4) $x^2 - y^2 = 1$ 5) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{7} = 1$

9. ПЛОСКОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНА ОСИ Ox

1) $x - z + 1 = 0$ 2) $x + 2z = 0$ 3) $3y + 5 = 0$ 4) $y + z + 1 = 0$ 5) $x - y + 2 - 0$

10. $\frac{x^2}{a^2} = yz$ - ЭТО УРАВНЕНИЕ

1) эллиптического параболоида 2) параболического цилиндра

3) конуса 4) эллиптического цилиндра 5) эллипсоида

II. ОБЩИЕ ДАННЫЕ О ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ТЕСТОВЫХ МАТЕРИАЛАХ

1. Название учебного предмета: Аналитическая геометрия
2. Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика
3. Кафедра алгебры геометрии и анализа
4. Разработал Пак Геннадий Константинович,.
5. Период разработки: 1.01.2015-15.04.2016.

III. СПЕЦИФИКАЦИЯ ПТМ

1. Цели ПТМ: проверка остаточных знаний, контроль знаний.
2. Перечень специальностей и направлений: Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика
3. Перечень исходных документов: ФГОС направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика
4. Вид ПТМ: гомогенный.
5. Наименование подхода к подготовке ПТМ: Нормативно-ориентированный. Оценка уровня знаний студентов проводится в тестовой форме.
6. Число заданий в каждом ПТМ: 10 заданий.
7. Количество и процентное содержание заданий каждой формы: из 310 тестовых заданий предложенных в 31 вариантах, все задания оригинальные(неповторяющиеся).
8. Число ответов к заданиям с выбором ответа: каждое задание имеет один из пяти правильный ответ.
9. Вес каждого задания при оценке испытуемых: все задания в каждом варианте равнозначны, имеют одинаковый вес.
10. Время выполнения каждого теста и задания: время выполнения каждого задания – 5 минут, на выполнение варианта 50 минут.

Ключи правильных ответов ПТМ по дисциплине «Алгебра и геометрия»

№ вопроса \ № варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	1	3	1	2	4	2	3	1	3
2	4	2	1	1	3	3	3	2	2	5
3	4	3	3	3	4	4	1	4	3	2
4	3	3	2	2	5	4	4	4	4	5
5	1	3	5	4	1	1	5	5	1	3

6	1	4	4	5	1	2	1	1	5	5
7	1	4	4	1	2	2	5	5	5	3
8	2	1	5	1	2	1	2	5	5	2
9	2	5	4	1	2	1	4	5	5	1
10	5	3	5	1	2	1	1	5	5	4
11	5	4	4	4	3	3	2	4	5	1
12	2	2	5	4	2	4	2	3	1	1
13	2	4	2	4	1	1	1	5	2	4
14	5	2	1	3	1	3	1	2	5	4
15	2	2	5	3	1	4	4	5	1	4
16	2	1	2	3	2	4	3	1	2	3
17	1	4	3	3	4	1	5	3	1	3
18	1	3	1	1	5	2	3	3	4	1
19	5	5	4	2	5	2	4	3	5	2
20	5	3	2	1	2	4	5	3	1	2
21	1	4	1	2	2	1	3	2	3	5
22	1	3	1	1	4	2	2	4	2	2
23	1	3	2	1	1	3	1	1	4	2
24	5	3	3	1	2	4	1	1	5	3
25	5	1	5	1	3	5	2	5	4	5
26	5	3	3	1	4	5	3	5	5	2
27	1	4	4	5	4	1	4	5	1	1
28	5	2	4	5	4	2	1	5	4	2
29	5	3	1	3	2	1	3	2	2	1
30	2	3	3	1	4	4	5	5	3	2
31	2	4	1	4	4	3	4	5	4	3

Критерии оценки результатов тестирования по дисциплине

«Аналитическая геометрия»

Результаты проверки знаний студентов проводятся по количеству правильных ответов. За правильный ответ ставится один балл. Общая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Количество правильных ответов в варианте	**Оценка**
6-7	Отлично
4-5	Хорошо
3	Удовлетворительно
менее трех	Неудовлетворительно