



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель образовательной программы

А.С. Величко

«30» июня 2016 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Врио заведующего кафедрой
математических методов в экономике

А.С. Величко

«30» июня 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Моделирование транспортных потоков и систем
Направление подготовки **01.03.04 Прикладная математика**

Форма подготовки очная

курс 3 семестр 6
курс 4 семестр 7
лекции 18 час.
практические занятия 0 час.
лабораторные работы 72 час.
в том числе с использованием МАО лек. 0 час. / пр. 0 час. / лаб. 36 час.
всего часов аудиторной нагрузки 90 час.
в том числе с использованием МАО 36 час.
самостоятельная работа 126 час.
в том числе на подготовку к экзамену 27 час.
контрольные работы (количество) 6
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены
экзамен 6 семестр
зачет 7 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта по направлению 01.03.04 «Прикладная математика», самостоятельно устанавливаемого ДВФУ, утвержденного приказом ректора от 18.02.2016 № 12-13-235

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математических методов в экономике, протокол № 12 от «30» июня 2016 г.

Врио заведующего кафедрой математических методов в экономике, к.ф.-м.н., доцент А.С. Величко

Составитель:

доцент кафедры математических методов в экономике к.ф.-м.н., доцент А.С. Величко

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Моделирование транспортных потоков и систем» предназначена для студентов направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов). Дисциплина реализуется на 3 курсе в 6-м семестре и на 4 курсе в 7-м семестре. Дисциплина входит в обязательные дисциплины вариативной части блока «Дисциплины (модули)».

Особенности построения курса: лекции (18 часов), лабораторные работы (72 часа), самостоятельная работа (99 часов), подготовка к экзамену (27 часов).

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов: математическое моделирование и методы решения транспортных задач, задач целочисленного линейного программирования; задач с дискретными ограничениями.

Цель – обучить навыкам математического моделирования и решения транспортных проблем, задач целочисленной и дискретной оптимизации.

Задачи:

- исследовать транспортные задачи, типы и классы соответствующих математических моделей, алгоритмический аппарат их решения, способы задания входных данных;
- исследовать прикладные задачи экономики, формализуемые в виде задач целочисленного и дискретного программирования, изучить существующие подходы и методы их решения, овладеть навыками решения задач на ЭВМ;
- изучить языки моделирования задач принятия оптимальных решений в экономике на ЭВМ и соответствующее программное обеспечение.

Для успешного изучения дисциплины «Моделирование транспортных потоков и систем» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- способностью определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решений;
- способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общекультурные, общепрофессиональные, профессиональные компетенции (элементы компетенций).

| Код и формулировка компетенции | Этапы формирования компетенции | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-2 - способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования | Знает | важнейшие принципы, функции, методы и модели дискретной и целочисленной оптимизации |
| | Умеет | анализировать и управлять рисками и изменениями, возникающими при дискретной и целочисленной оптимизации |
| | Владеет | навыками принятия решений в современных условиях хозяйствования |
| ПК-10 - готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов | Знает | технику моделирования прикладных задач, основные модели принятия оптимальных решений, алгоритмы поиска оптимальных решений |
| | Умеет | формализовать прикладную задачу в виде математической модели, классифицировать ее и выбирать способ ее решения |
| | Владеет | предметным языком математического программирования и дискретной оптимизации, навыками описания решения задач и представления полученных результатов |

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

МОДУЛЬ 1. (18 ЧАСОВ)

Раздел I. Моделирование транспортных потоков и систем (12 часов)

Тема 1. Транспортная задача в матричной постановке (6 часов)

.Содержательные примеры, постановка задачи, математическая модель, открытые и закрытые задачи, свойства закрытых транспортных задач. Метод потенциалов для решения закрытой транспортной задачи: общая схема алгоритма, методы построения начального опорного плана, свойства опорных планов, связь с симплекс-методом. Транспортные задачи с дополнительными условиями на перевозки: условия фиксированной, минимальной и максимальной поставок, условие запрета на поставку, сведение к закрытой транспортной задаче. Транспортные задачи с ограничениями на пропускную способность дуг сети: постановка задачи, критерий оптимальности плана, построение начального опорного плана, метод потенциалов. Задача о назначениях: содержательная постановка, математическая модель, двойственная задача, алгоритм решения.

Тема 2. Транспортная задача в сетевой постановке (4 часа)

Содержательная постановка, математическая модель, свойства задачи, сетевой симплекс-метод. Способы и форматы задания транспортных сетей.

Тема 3. Модели описания матрицы корреспонденций (2 часа)

Гравитационная модель построения матрицы корреспонденций. Метод балансировки. Энтропийная модель построения матрицы корреспонденций. Связь энтропийной и гравитационных моделей построения матрицы корреспонденций.

Раздел II. Дискретная и целочисленная оптимизация (6 часов)

Тема 1. Постановка задачи (2 часа)

Постановка задачи целочисленного линейного программирования (ЗЦЛП), модельные примеры, технология моделирования.

Тема 2. Точные методы решения ЗЦЛП (4 часа)

Методы отсечений для решения ЗЦЛП: основная идея, лемма Гомори, алгоритм правильных отсечений Гомори. Метод ветвей и границ: общая схема метода, метод Ленд и Дойг для решения ЗЦЛП.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

МОДУЛЬ 1.

Лабораторные работы (36 часов)

Лабораторная работа №1. Проверка опорного плана транспортной задачи в матричной постановке на оптимальность (2 часа).

Лабораторная работа №2. Построение начального опорного плана транспортной задачи в матричной постановке (2 часа).

Лабораторная работа №3. Решение транспортной задачи в матричной постановке с ограничениями на пропускную способность (2 часа).

Лабораторная работа №4. Проверка опорного плана транспортной задачи в сетевой постановке на оптимальность (2 часа).

Лабораторная работа №5. Алгоритм перехода к новому опорному плану транспортной задачи в сетевой постановке (4 часа).

Лабораторная работа №6. Расчет матрицы корреспонденций (4 часа).

Лабораторная работа №7. Решение транспортных задач на ЭВМ (6 часа).

Лабораторная работа №8. Решение задач целочисленного линейного программирования методом Гомори (2 часа).

Лабораторная работа №9. Решение задач целочисленного линейного программирования методом ветвей и границ (2 часа).

Лабораторная работа №10. Моделирование и решение прикладных задач экономики с дискретными ограничениями (8 часов).

МОДУЛЬ 2.

Лабораторные работы (36 часов)

Лабораторная работа №1. Формирование входных данных описания транспортных сетей (4 часа).

Лабораторная работа №2. Моделирование нелинейных оптимизационных транспортных задач (4 часа).

Лабораторная работа №3. Поиск кратчайших путей в реальных транспортных сетях (4 часа).

Лабораторная работа №4. Моделирование равновесных транспортных задач (4 часа).

Лабораторная работа №5. Решение равновесных транспортных задач на ЭВМ (6 часов).

Лабораторная работа №6. Имитационное моделирование транспортных потоков (6 часов).

Лабораторная работа №7. Прогнозирование транспортных потоков с помощью искусственных нейронных сетей (8 часов).

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

Контролируемые разделы дисциплины, этапы формирования компетенций, виды оценочных средств, зачетно-экзаменационные материалы,

комплекты оценочных средств для текущей аттестации, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

(электронные и печатные издания)

1. Ржевский, С.В. Исследование операций [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/32821>.

2. Линейные целочисленные задачи оптимизации : учеб. пособие / Г.А. Соколов. — М. : ИНФРА-М, 2015. — 132 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — www.dx.doi.org/10.12737/19667. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/514697>

Дополнительная литература

(печатные и электронные издания)

1. Горлач, Б.А. Исследование операций [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.А. Горлач. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4865>.

2. Методы оптимальных решений: Учебник / Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 384 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/765578>

3. Линейное программирование. Транспортная задача: Учебное пособие / Литвин Д.Б., Мелешко С.В., Мамаев И.И. - Ставрополь:Сервисшкола, 2015. - 84 с.: ISBN - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/976430>

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети
«Интернет»**

1. Transportation Network Test Problems:
<https://github.com/bstabler/TransportationNetworks>
2. Электронный ресурс «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». Форма доступа: <http://window.edu.ru>
3. Электронный ресурс «Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов». Форма доступа: <http://fcior.edu.ru>

**Перечень дополнительных информационно-методических
материалов**

1. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования. Задачи транспортного типа. М.: Изд-во «Либроком», 2010. 180 с.
2. Соколов Г.А. Линейные целочисленные задачи оптимизации. М.: Изд-во «Инфра-М», 2017. 132 с.
3. Таха Х.А. Исследование операций. М.: Изд-во «Вильямс», 2016. 912 с.
4. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: Учебное пособие / Издание 2-е, испр. и доп. Под ред. А.В. Гасникова. М.: МЦНМО, 2013. 428 с.
5. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. . Специальные направления в линейном программировании. М.: Изд-во «Editorial URSS». 2018. 526 с.
6. Гамецкий А.Ф., Соломон Д.И. Исследование операций. Том 1 .Ch. : Evrica. 2008. 456 с.
7. Гамецкий А.Ф., Соломон Д.И. Исследование операций. Том 2 .Ch. : Evrica. 2008. 592 с.

8. Bertsimas D., Tsitsiklis J.N. Introduction to Linear Optimization. USA: Athena Scientific, 1997. 608 с.
9. Fourer R., Gay D.M., Kernighan B.W. AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming. Second Edition. USA : Brooks/Cole, 2003. 518 р.
10. Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование: Справочное руководство.– М.: Наука, 1967.
11. Коган Д.И. Динамическое программирование и дискретная многокритериальная оптимизация. Учебное пособие – Н.Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского. 2005. – 260 с.
12. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. – М.: Наука, 1969.
13. Сигал И.Х. Приближенные методы алгоритмов дискретной оптимизации. – М.: МИИТ. 2000.
14. Таха Х.А. Введение в исследование операций. 6-е издание – М.: Издательский дом "Вильямс", 2001. 912 с.
15. Финкельштейн Ю.Ю. Приближенные методы и прикладные задачи дискретного программирования. – М.: Наука, 1976
16. Хачатуров В.Р., Веселовский В.Е., Злотов А.В. и др. Комбинированные методы и алгоритмы решения задач дискретной оптимизации большой размерности. – М.: Наука, 2000 – 360 с.

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется свободно распространяемое программное обеспечение GNU Octave (<https://www.octave.org>), Python (<https://www.python.org>).

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины, описание последовательности действий обучающихся

Освоение дисциплины следует начинать с изучения рабочей учебной программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам. Обязательно следует учитывать рекомендации преподавателя, данные в ходе установочных занятий. Затем – приступать к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой.

Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью рекомендуемой основной литературы. Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и включенных в него тем. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовку к началу обучения включает несколько необходимых пунктов:

1) Необходимо создать для себя рациональный и эмоционально достаточный уровень мотивации к последовательному и планомерному изучению дисциплины.

2) Необходимо изучить список рекомендованной основной и дополнительной литературы и убедиться в её наличии у себя дома или в библиотеке в бумажном или электронном виде.

3) Необходимо иметь «под рукой» специальные и универсальные словари, справочники и энциклопедии для того, чтобы постоянно уточнять значения используемых терминов и понятий. Пользование словарями и справочниками необходимо сделать привычкой. Опыт показывает, что неудовлетворительное усвоение предмета зачастую коренится в неточном, смутном или неправильном понимании и употреблении понятийного аппарата учебной дисциплины.

4) Желательно в самом начале периода обучения возможно тщательнее спланировать время, отводимое на работу с источниками и литературой по дисциплине, представить этот план в наглядной форме (график работы с датами) и в дальнейшем его придерживаться, не допуская срывов графика индивидуальной работы и «аврала» в предсессионный период. Пренебрежение этим пунктом приводит к переутомлению и резкому снижению качества усвоения учебного материала.

Рекомендации по работе с литературой

1) Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект». Чтение литературы, не сопровождаемое конспектированием, даже пусть самым кратким – бесполезная работа. Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала. Эти навыки обязательны для любого специалиста с высшим образованием независимо от выбранной специальности.

2) Написание конспекта должно быть творческим – нужно не переписывать текст из источников, но пытаться кратко излагать своими словами содержание ответа, при этом максимально структурируя конспект, используя символы и условные обозначения. Копирование и «заучивание» неосмысленного текста трудоемко и по большому счету не имеет большой познавательной и практической ценности.

3) При написании конспекта используется тетрадь, поля в которой обязательны. Страницы нумеруются, каждый новый вопрос начинается с нового листа, для каждого экзаменационного вопроса отводится 1-2 страницы конспекта. На полях размещается вся вспомогательная информация – ссылки, вопросы, условные обозначения и т.д.

4) В итоге данной работы «идеальным» является полный конспект по программе дисциплины, с выделенными определениями, узловыми пунктами, примерами, неясными моментами, проставленными на полях вопросами.

5) При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении установочных лекций и консультаций, либо в индивидуальном порядке.

6) При чтении учебной и научной литературы всегда следить за точным и полным пониманием значения терминов и содержания понятий, используемых в тексте. Всегда следует уточнять значения по словарям или энциклопедиям, при необходимости записывать.

7) При написании учебного конспекта обязательно указывать все прорабатываемые источники, автор, название, дата и место издания, с указанием использованных страниц.

Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине: экзамену (зачету)

К аттестации допускаются студенты, которые систематически в течение всего семестра посещали и работали на занятиях и показали уверенные знания в ходе выполнения практических заданий и лабораторных работ.

Непосредственная подготовка к аттестации осуществляется по вопросам, представленным в рабочей учебной программе. Тщательно изучите формулировку каждого вопроса, вникните в его суть, составьте план ответа. Обычно план включает в себя:

— определение сущности рассматриваемого вопроса, основных положений, утверждений, определение необходимости их доказательства;

— запись обозначений, формул, необходимых для полного раскрытия вопроса;

— графический материал (таблицы, рисунки, графики), необходимые для раскрытия сущности вопроса;

— роль и значение рассматриваемого материала для практической деятельности, примеры использования в практической деятельности.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине необходима лекционная аудитория мультимедийного типа (мультимедийный проектор, настенный экран, документ-камера) и компьютерный класс с персональными компьютерами с доступом в сеть «Интернет».



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**
по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем»
Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Форма подготовки очная

**Владивосток
2016**

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

МОДУЛЬ 1.

| № п/п | Дата/сроки выполнения | Вид самостоятельной работы | Примерные нормы времени на выполнение | Форма контроля |
|-------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|----------------|
| 1 | 4 неделя | Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, | 14 часов | Собеседование |
| 2 | 6 неделя | Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях. | 7 часов | Проект |
| 3 | 10 неделя | Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций | 14 часов | Собеседование |
| 4 | 12 неделя | Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях | 7 часов | Проект |
| 5 | 16 неделя | Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций | 14 часов | Собеседование |
| 6 | 18 неделя | Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях | 7 часов | Проект |

МОДУЛЬ 2.

| № п/п | Дата/сроки выполнения | Вид самостоятельной работы | Примерные нормы времени на выполнение | Форма контроля |
|-------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|----------------|
| 1 | 4 неделя | Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, | 8 часов | Собеседование |
| 2 | 6 неделя | Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях. | 4 часа | Проект |
| 3 | 10 неделя | Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций | 8 часов | Собеседование |
| 4 | 12 неделя | Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях | 4 часа | Проект |
| 5 | 16 неделя | Повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам лекций | 8 часов | Собеседование |
| 6 | 18 неделя | Самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях | 4 часа | Проект |

Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

1. Строительному управлению для выполнения работы требуется каменщик, плотник, водопроводчик и слесарь. На эти должности имеются пять претендентов: один может работать каменщиком, другой – плотником, третий каменщиком и водопроводчиком и еще двое имеют по две специальности – водопроводчика и слесаря. Можно ли охватить весь фронт работ (используя четырех из пяти рабочих)? Если да, то подробно проверьте выполнение условия теоремы Холла.

Решение. Пусть претенденты $V_1 = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ и должности $V_2 = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$, где g_1 = каменщик, g_2 = плотник, g_3 = водопроводчик, g_4 = слесарь. Тогда отношения между ними можно задать таблицей:

| претенденты | должности |
|-------------|-------------------------|
| b_1 | каменщик |
| b_2 | плотник |
| b_3 | каменщик, водопроводчик |
| b_4 | водопроводчик, слесарь |
| b_5 | водопроводчик, слесарь |

Изобразим графически:

Из двудольного графа видно, что охватить весь фронт работ, используя четырех из пяти рабочих, возможно. Например, претендента b_1 взять на место каменщика, b_2 - на место плотника, b_3 – на место водопроводчика, а претендента b_4 – на место слесаря (красные линии связи на графе). Или претендента b_2 взять на место плотника, b_3 – на место каменщика, b_4 – на место водопроводчика, а претендента b_5 – на место слесаря (зеленые линии связи на графе)

Условие теоремы Холла выполняется, т.к. на каждой должности может работать по крайней мере каждый претендент. Число должностей $m=4$, значит в совокупности $k = m = 4$, следовательно, выполняется условие $1 \leq k \leq 5$

2. Центром данного дерева является вершина

Решение. Эксцентриситетом вершины u называется число $\varepsilon(u)$, равное максимальному расстоянию от вершины u до остальных вершин графа, т.е. $\varepsilon(u) = \max_{v \in V} \rho(u, v)$. Радиусом графа G называется число $r(G)$, равное минимальному эксцентриситету его вершин, т.е. $r(G) = \min_{v \in V} \varepsilon(v)$. Центром графа G называется множество его вершин, имеющих минимальный эксцентриситет.

Определим эксцентриситеты вершин заданного графа: $\varepsilon(a)=6$, $\varepsilon(b)=5$, $\varepsilon(c)=5$, $\varepsilon(d)=4$, $\varepsilon(e)=4$, $\varepsilon(f)=3$, $\varepsilon(g)=4$, $\varepsilon(h)=4$, $\varepsilon(i)=5$, $\varepsilon(j)=6$. Следовательно, радиус данного графа $r(G)=3$, а центр – вершина f .

3. Построить дерево кратчайших расстояний от вершины 1 до всех остальных вершин.

Решение. Составим матрицу длин кратчайших дуг для данного графа.

| Вершины | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | ∞ | 1 | 3 | 1 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| 2 | 1 | ∞ | 4 | ∞ | 1 | 2 | ∞ | ∞ |
| 3 | 3 | 4 | ∞ | ∞ | ∞ | 2 | ∞ | ∞ |
| 4 | 1 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 2 | ∞ |
| 5 | ∞ | 1 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | ∞ | 1 |
| 6 | ∞ | ∞ | 2 | 4 | 3 | ∞ | ∞ | 2 |
| 7 | ∞ | ∞ | ∞ | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 |
| 8 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 1 | 2 | 3 | ∞ |

Стартовая вершина, от которой строится дерево кратчайших расстояний - вершина 1. Задаем стартовые условия: $d(1) = 0, d(x) = \infty$. Окрашиваем вершину 1, $y = 1$.

Находим ближайшую вершину к окрашенной, используя формулу:

$$d(x) = \min\{d(x); d(y) + a_{y,x}\}. \text{ Получим}$$

$$d(2) = \min\{d(2); d(1) + a(1,2)\} = \min\{\infty; 0 + 1\} = 1$$

$$d(3) = \min\{d(3); d(1) + a(1,3)\} = \min\{\infty; 0 + 3\} = 3$$

$$d(4) = \min\{d(4); d(1) + a(1,4)\} = \min\{\infty; 0 + 1\} = 1$$

$$d(5) = \min\{d(5); d(1) + a(1,5)\} = \min\{\infty; 0 + \infty\} = \infty$$

$$d(6) = \min\{d(6); d(1) + a(1,6)\} = \min\{\infty; 0 + \infty\} = \infty$$

$$d(7) = \min\{d(7); d(1) + a(1,7)\} = \min\{\infty; 0 + \infty\} = \infty$$

$$d(8) = \min\{d(8); d(1) + a(1,8)\} = \min\{\infty; 0 + \infty\} = \infty$$

Минимальную длину имеет расстояние от вершины 1 до вершины 2
 $d(2) = 1$. Включаем вершину №1 в текущее дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (1,2).

$$d(3) = \min\{d(3); d(2) + a(2,3)\} = \min\{3; 1 + 4\} = 3$$

$$d(4) = \min\{d(4); d(2) + a(2,4)\} = \min\{1; 1 + \infty\} = 1$$

$$d(5) = \min\{d(5); d(2) + a(2,5)\} = \min\{\infty; 1 + 1\} = 2$$

$$d(6) = \min\{d(6); d(2) + a(2,6)\} = \min\{\infty; 1 + \infty\} = \infty$$

$$d(7) = \min\{d(7); d(2) + a(2,7)\} = \min\{\infty; 1 + \infty\} = \infty$$

$$d(8) = \min\{d(8); d(2) + a(2,8)\} = \min\{\infty; 1 + \infty\} = \infty$$

Минимальную длину имеет расстояние от вершины 1 до вершины 4
 $d(4) = 1$. Включаем вершину №4 в текущее дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (1,4).

$$d(3) = \min\{d(3); d(4) + a(4,3)\} = \min\{3; 1 + \infty\} = 3$$

$$d(5) = \min\{d(5); d(4) + a(4,5)\} = \min\{2; 1 + \infty\} = 2$$

$$d(6) = \min\{d(6); d(4) + a(4,6)\} = \min\{\infty; 1 + 4\} = 5$$

$$d(7) = \min\{d(7); d(4) + a(4,7)\} = \min\{\infty; 1 + 2\} = 3$$

$$d(8) = \min\{d(8); d(4) + a(4,8)\} = \min\{\infty; 1 + \infty\} = \infty$$

Минимальную длину имеет расстояние от вершины 2 до вершины 5
 $d(5) = 2$. Включаем вершину №5 в текущее дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (2,5)

$$d(3) = \min\{d(3); d(5) + a(5,3)\} = \min\{3; 2 + \infty\} = 3$$

$$d(6) = \min\{d(6); d(5) + a(5,6)\} = \min\{5; 2 + 3\} = 5$$

$$d(7) = \min\{d(7); d(5) + a(5,7)\} = \min\{3; 2 + \infty\} = 3$$

$$d(8) = \min\{d(8); d(5) + a(5,8)\} = \min\{\infty; 2 + 1\} = 3$$

Минимальную длину имеет расстояние от вершины 1 до вершины 3 $d(3) = 3$. Включаем вершину №3 в текущее дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (1,3).

$$d(6) = \min\{d(6); d(3) + a(3,6)\} = \min\{5; 3 + 2\} = 5$$

$$d(7) = \min\{d(7); d(3) + a(3,7)\} = \min\{3; 3 + \infty\} = 3$$

$$d(8) = \min\{d(8); d(3) + a(3,8)\} = \min\{3; 3 + \infty\} = 3$$

Минимальную длину имеет расстояние от вершины 4 до вершины 7 $d(7) = 3$. Включаем вершину №7 в текущее дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (4,7).

$$d(6) = \min\{d(6); d(7) + a(7,6)\} = \min\{5; 3 + 2\} = 5$$

$$d(8) = \min\{d(8); d(7) + a(7,8)\} = \min\{3; 3 + 3\} = 3$$

Минимальную длину имеет расстояние от вершины 5 до вершины 8 $d(8) = 3$. Включаем вершину №8 в текущее дерево, а так же дугу ведущую в эту вершину. Согласно выражению это дуга (5,8).

$$d(6) = \min\{d(6); d(8) + a(8,6)\} = \min\{5; 3 + 2\} = 5$$

Минимальную длину имеет расстояние от вершины 8 до вершины 6 $d(6)=5$, от вершины 5 до вершины 6 $d(6)=5$, от вершины 3 до вершины 6 $d(6)=5$ и от вершины 4 до вершины 6 $d(6)=5$. Включаем вершину №6 в текущее дерево, а так же любую из дуг (8,6), (5,6), (3,6), (4,6) ведущую в эту вершину. Возьмем дугу (3,6)

Мы получили дерево кратчайших расстояний от вершины 1 для исходного графа.

4. Построить минимальное остовное дерево методом Прима

Решение. Составим матрицу расстояний по исходному графу. В алгоритме Прима используется ортогональная метрика. Длина ребра 1-2 складывается из длины катетов прямоугольного треугольника с гипотенузой этого ребра. Длина горизонтального катета 1 единица, длина вертикального катета 3 единицы. В итоге получаем, что длина ребра 1-2 равна 4. Так как граф

неориентированный, то матрица расстояний симметрична. Поэтому ребро 2-1 тоже имеет длину 4.

Ребро 2-3 имеет две ячейки по горизонтали, 2 по вертикали, суммарный вес 4. Ребро 2-3 имеет вес 4. И в ребро 3-2 тоже имеет вес 4. Ребро 6-4 имеет 2 ячейки по горизонтали и 4 по вертикали. Таким образом ребро 4-6 и ребро 6-4 имеют длину 6.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Приступим к решению задачи. Особенностью алгоритма Прима является то, что мы «выращиваем» дерево из первой вершины. Т.е. последовательно к первой вершине будем приращивать ребра, которые тем или иным образом будут включать в остовное дерево новую еще невключенную вершину. Для того, чтобы избежать циклов, будем вычеркивать номера строк и столбцов, которые уже включены в дерево.

Так как первая вершина уже включена, то для того чтобы элементы вершины больше не участвовали в расчетах, вычеркиваем первый столбец.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Для удобства будем помечать строки с номерами вершин, которые уже включены в дерево. Это необходимо, чтобы знать в каких сроках можно искать новые подключения к дереву.

Итак, к первой вершине нельзя ничего прикрепить. Далее ищем в первой строке, какие вершины еще можно присоединить к дереву. Так как ищем минимальное остовное дерево, то ищем ребро с минимальной длиной. Таких ребер несколько, это ребро 1-2, 1-3 и 1-8. Они все имеют длину 4. Выбираем ребро, которое по матрице находится левее. Таким образом, первым ребром, которое будет включено в остовное дерево, является ребро 1-2.

Модифицируем матрицу расстояний. Вычеркиваем второй столбец, чтобы числа больше не принимали участие в расчетах. Вторую строчку выделяем для того, чтобы показать, что и ко второй вершине можно искать вхождения. Ищем ребро с минимальной длиной.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Для вершины 1 ближайшее минимальное ребро 1-3, для вершины 2 ближайшее минимальное ребро 2-3. Выбираем ребро, которое выше. Таким образом, в остовное дерево включаем ребро 1-3.

Третья вершина включена в дерево, поэтому вычеркиваем третий столбец и выделяем третью строку.

Продолжаем поиск. Для вершины 1 ближайшее минимальное ребро 1-8, для вершины 2 ближайшее минимальное ребро 2-4, для вершины 3 ближайшее минимальное ребро 3-5. Все они имеют одинаковый вес. Выбираем ребро, которое выше. Таким образом, третье ребро, вошедшее в остовное дерево, ребро 1-8.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|---|----|--|---|---|---|
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Восьмая вершина включена в дерево, поэтому вычеркиваем восьмой столбец и выделяем восьмую строку.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Продолжаем поиск. Кратчайшие ребра 2-4, 3-5 и 8-6. Все они имеют одинаковый вес. В этом случае выбираем в остовное дерево ребро 2-4.

Четвертая вершина включена в дерево, поэтому вычеркиваем четвертый столбец и выделяем четвертую строку.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Продолжаем поиск среди помеченных строк. Кратчайшие ребра 3-5 и 8-6. Все они имеют одинаковый вес. В этом случае выбираем в остовное дерево ребро 3-5.

Пятая вершина включена в дерево, поэтому вычеркиваем пятый столбец и выделяем пятую строку (несмотря на то, что она пустая).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|---|----|--|---|---|---|
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Продолжаем поиск среди помеченных строк. Остались ребра 1-7, 4-6 и 8-6. Кратчайшее ребро из помеченных строк это ребро 8-6, его и включаем в остовное дерево.

Шестая вершина включена в дерево, поэтому вычеркиваем шестой столбец (чтобы избежать цикличности) и выделяем шестую строку.

Остался последний столбец и соответственно единственная невключенная вершина – вершина 7. Кратчайшее ребро 6-7, его и включаем в остовное дерево.

| | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | | 4 | 4 | 8 | | | 8 | 4 |
| 2 | 4 | | 4 | 4 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | 4 | | | |
| 4 | 8 | 4 | | | | 6 | | 10 |
| 5 | | | 4 | | | | | |
| 6 | | | | 6 | | | 4 | 4 |
| 7 | 8 | | | | | 4 | | |
| 8 | 4 | | | 10 | | 4 | | |

Минимальное остовное дерево для графа из 8 вершин состоит из 7 ребер: 1-2; 1-3; 1-8; 2-4; 3-5; 8-6; 6-7

Определим длину остовного дерева или суммарный вес. Для этого достаточно посчитать длины тех ребер, которые составляют остовное дерево.

Суммарный вес $4+4+4+4+4+4+4=28$ условных единиц.

5. Построить минимальное остовное дерево методом Краскала

Решение. Сначала выписываем все ребра и сортируем их по мере увеличения длин ребер (в ортогональной метрике). Если длина ребер совпадает (например, ребра 1-3 и 2-4 имеют одинаковую длину 4), то раньше записывается ребро, у которого левая вершина меньше. Если левые вершины совпадают (например, ребра 1-3 и 1-8 имеют одинаковую длину 4), то раньше

записывается ребро, у которого правая вершина меньше. Аналогично ,1-4 имеет длину 6, поэтому несмотря на номера она оказалась после ребра 6-7. Получаем список упорядоченных ребер.

| | | | | | | | | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| номер | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| ребро | 1-3 | 1-8 | 2-3 | 2-4 | 3-5 | 6-7 | 1-4 | 1-7 | 4-8 |

Далее из этих ребер начинаем составлять дерево. Составляем таблицу. В левом столбце перечисляем вершины, которые входят в остовное дерево. В центральном столбце будем указывать ребро, которое будет включаться. И для удобства подсчетов в правом столбце будем писать вес включенного ребра.

Первое ребро, которое включаем по нашему списку, это ребро 1-3. Записываем его в таблицу. Его вес 4. В списке дерева, формирующийся фрагмент описываем следующим образом, в скобки включаем вершины, которые вошли в дерево, а за скобками остаются вершины, еще не вошедшие в него. И тем самым можно ориентироваться какие ребра можно использовать, а какие нет. Получили следующую таблицу.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|--------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | | |

Следующее ребро по списку 1-8. Вершина 1 уже включена в дерево, поэтому 8 будем включать. Добавляем ребро 1-8 в дерево, его длина 4. И дерево примет следующий вид.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|--------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-8 | 4 |
| (1, 3, 8), 2, 4, 5, 6, 7 | | |

Следующее по списку идет ребро 2-3. Вершина 3 входит в дерево, поэтому 2 будет включена в уже строящийся фрагмент. Добавляем ребро 2-3 в дерево, его длина 4. И дерево примет следующий вид.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|--------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-8 | 4 |
| (1, 3, 8), 2, 4, 5, 6, 7 | 2-3 | 4 |
| (1, 2, 3, 8), 4, 5, 6, 7 | | |

Следующее по списку идет ребро 2-3. Вершина 3 входит в дерево, поэтому 2 будет включена в уже строящийся фрагмент. Добавляем ребро 2-3 в дерево, его длина 4. И дерево примет следующий вид.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|--------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-8 | 4 |
| (1, 3, 8), 2, 4, 5, 6, 7 | 2-3 | 4 |
| (1, 2, 3, 8), 4, 5, 6, 7 | | |

Следующее по списку идет ребро 2-4. Вершина 2 входит в дерево, вершина 4 снаружи, это означает, что вершину 4 можно присоединить в уже строящийся фрагмент. Добавляем ребро 2-4 в дерево, его длина 4. И дерево примет следующий вид.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|--------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-8 | 4 |
| (1, 3, 8), 2, 4, 5, 6, 7 | 2-3 | 4 |
| (1, 2, 3, 8), 4, 5, 6, 7 | 2-4 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 8), 5, 6, 7 | | |

Следующее по списку идет ребро 3-5. Вершина 3 входит в дерево, вершина 5 снаружи, это означает, что вершину 5 можно присоединить в уже строящийся фрагмент. Добавляем ребро 3-5 в дерево, его длина 4. И дерево примет следующий вид.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|--------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-8 | 4 |
| (1, 3, 8), 2, 4, 5, 6, 7 | 2-3 | 4 |
| (1, 2, 3, 8), 4, 5, 6, 7 | 2-4 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 8), 5, 6, 7 | 3-5 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 5, 8), 6, 7 | | |

Следующее по списку идет ребро 6-7. Вершина 6 и вершина 7 не входят в уже построенный сегмент. Формируем отдельно стоящий фрагмент дерева. Добавляем ребро 6-7 в дерево, его длина 4. И дерево примет следующий вид.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|--------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-8 | 4 |
| (1, 3, 8), 2, 4, 5, 6, 7 | 2-3 | 4 |
| (1, 2, 3, 8), 4, 5, 6, 7 | 2-4 | 4 |

| | | |
|----------------------------|-----|---|
| (1, 2, 3, 4, 8), 5, 6, 7 | 3-5 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 5, 8), 6, 7 | 6-7 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 5, 8), (6, 7) | | |

Следующее по списку идет ребро 1-4. Вершина 1 и вершина 4 входит в дерево, поэтому это ребро пропускаем, поскольку оно образует цикл. Следующее ребро по списку идет ребро 1-7. Вершина 1 входит в один сегмент дерева, а вершина 7 входит в другой сегмент дерева. Добавляем ребро 1-7 в дерево, его длина 6. Благодаря этому ребру реализуем соединение двух сегментов в единое цельное дерево. И дерево примет следующий вид.

| Дерево | Добавленное ребро | Вес |
|----------------------------|-------------------|-----|
| 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-3 | 4 |
| (1, 3), 2, 4, 5, 6, 7, 8 | 1-8 | 4 |
| (1, 3, 8), 2, 4, 5, 6, 7 | 2-3 | 4 |
| (1, 2, 3, 8), 4, 5, 6, 7 | 2-4 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 8), 5, 6, 7 | 3-5 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 5, 8), 6, 7 | 6-7 | 4 |
| (1, 2, 3, 4, 5, 8), (6, 7) | 1-7 | 6 |
| (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) | | |

Все вершины оказались в скобках, количество включенных ребер равно 7. Суммарный вес остовного дерева равен $4+4+4+4+4+4+6=30$

6. Транспортная компания осуществляет грузовые перевозки в города А, В, С, D, E, F, G. В таблице приведена матрица смежности графа рейсов компании

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| C | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| D | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| F | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| G | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Установите последовательность городов (гамильтонов цикл) с начало в городе D, проходящую через все города ровно один раз с возвращение в D, при условии, что город F был посещен **после** города А. Город D указывать не нужно.

Решение. Строим граф по матрице смежности:

Рисуем дерево:

Обозначения: - F раньше A; - тупиковая ветка; - гамильтонов цикл.

Получили два гамильтоновых цикла:

$D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow B \rightarrow D$
1 2 3 4 5 6

Второй цикл:

$D \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow F \rightarrow B \rightarrow D$
1 2 3 4 5 6

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Самостоятельная работа включает в себя повторение теоретического и практического материала дисциплины, заслушиваемого и конспектируемого в ходе аудиторных занятий; изучение основной и дополнительной литературы, указанной в рабочей учебной программе дисциплины, самоконтроль ответов на основные проблемные вопросы по темам занятий; самостоятельный разбор заданий и задач, решаемых на практических занятиях; самостоятельный повтор действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ, в том числе при работе со специальным программным обеспечением.

Результаты самостоятельной работы представляются и оформляются в виде ответов на основные положения теоретического и практического материала дисциплины по темам; письменного разбора процесса решения практических заданий и задач; собственных действий, осуществляемых в ходе выполнения лабораторных работ.

В случае подготовки слайдов для защиты проекта, они должны быть контрастными (рекомендуется черный цвет шрифта на светлом фоне), кегль текста слайдов – не менее 22pt, заголовков – 32pt. Основная цель использования слайдов - служить вспомогательным инструментом к подготовленному выступлению, цитирование больших фрагментов текста на слайдах не допускается. Приветствуется использование рисунков, графиков, таблиц, интерактивного материала, однако, следует предусмотреть выбор цвета и толщину линий.

Слайды должны содержать титульный лист, цели и задачи (не более 2-х слайдов с обзором актуальности, новизны, теоретической и практической значимости работы), основные публикации с их кратким обзором (1-2 слайда), формальную постановку задачи и формулировку моделей (1-2 слайда), краткое тезисное (!) изложение ключевых положений работы (разумное количество слайдов с учетом общего времени выступления), заключение (с изложением результатов работы, подведением выводов, обсуждением практического использования работы, возможностей проведения дальнейших исследований и разработок в данной области).

Как правило, 12-15 слайдов оказывается достаточным для полного представления работы.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Общие критерии оценки выполнения самостоятельной работы – правильность ответов на вопросы по темам теоретической части дисциплины, верность получаемых ответов в ходе решения практических заданий и задач,

достижение правильного результата при осуществлении собственных действий по лабораторным работам.

Оценивание знаний в форме собеседования проводится по критериям:

- логичность изложения, знание и понимание основных аспектов и дискуссионных проблем по теме;

- владение методами и приемами анализа теоретических и/или практических аспектов по теме.

Оценивание знаний в форме проекта проводится по критериям:

- завершенность и полнота выполненных заданий в рамках проекта;

- владение методами и приемами решения конкретных задач и самостоятельность использования специализированного программного обеспечения;

- качество оформления письменного отчета в соответствии с правилами и стандартами оформления.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем»
Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Форма подготовки очная

Владивосток
2016

**Паспорт
фонда оценочных средств
по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем»**

| Код и формулировка компетенции | Этапы формирования компетенции | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-2 - способностью использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования | Знает | важнейшие принципы, функции, методы и модели дискретной и целочисленной оптимизации |
| | Умеет | анализировать и управлять рисками и изменениями, возникающими при дискретной и целочисленной оптимизации |
| | Владеет | навыками принятия решений в современных условиях хозяйствования |
| ПК-10 - готовностью применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов | Знает | технику моделирования прикладных задач, основные модели принятия оптимальных решений, алгоритмы поиска оптимальных решений |
| | Умеет | формализовать прикладную задачу в виде математической модели, классифицировать ее и выбирать способ ее решения |
| | Владеет | предметным языком математического программирования и дискретной оптимизации, навыками описания решения задач и представления полученных результатов |

| № п/п | Контролируемые разделы дисциплины | Коды и этапы формирования компетенций | Оценочные средства - наименование | | |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|----------------------|
| | | | текущий контроль | промежуточная аттестация | |
| 1 | Базовые алгоритмы дискретной и целочисленной оптимизации на графах и сетях | ОПК-2 | Знает | Собеседование (УО-1) | Экзамен, вопросы 1-6 |
| | | | Умеет | Проект (ПР-9) | Экзамен, проект 1-10 |
| | | | Владеет | Проект (ПР-9) | Экзамен, проект 1-10 |
| | | ПК-10 | Знает | Собеседование (УО-1) | Экзамен, вопросы 1-6 |
| | | | Умеет | Проект (ПР-9) | Экзамен, проект 1-10 |
| | | | Владеет | Проект (ПР-9) | Экзамен, проект 1-10 |
| 2 | Алгоритмы решения полиномиально неразрешимых задач дискретной и целочисленной | ОПК-2 | Знает | Собеседование (УО-1) | Зачет, вопросы 7-12 |
| | | | Умеет | Проект (ПР-9) | Зачет, проект 11-17 |
| | | | Владеет | Проект (ПР-9) | Зачет, проект 11-17 |

| | | | | |
|-------------------------------|-------|---------|----------------------|---------------------|
| оптимизации на графах и сетях | ПК-10 | Знает | Собеседование (УО-1) | Зачет, вопросы 7-12 |
| | | Умеет | Проект (ПР-9) | Зачет, проект 11-17 |
| | | Владеет | Проект (ПР-9) | Зачет, проект 11-17 |

Зачетно-экзаменационные материалы

Вопросы для подготовки к экзамену

по дисциплине «**Моделирование транспортных потоков и систем**»

1. Содержательные примеры, постановка задачи, математическая модель, открытые и закрытые задачи, свойства закрытых транспортных задач.
2. Метод потенциалов для решения закрытой транспортной задачи: общая схема алгоритма, методы построения начального опорного плана, свойства опорных планов, связь с симплекс-методом.
3. Транспортные задачи с дополнительными условиями на перевозки: условия фиксированной, минимальной и максимальной поставок, условие запрета на поставку, сведение к закрытой транспортной задаче.
4. Транспортные задачи с ограничениями на пропускную способность дуг сети: постановка задачи, критерий оптимальности плана, построение начального опорного плана, метод потенциалов.
5. Задача о назначениях: содержательная постановка, математическая модель, двойственная задача, алгоритм решения.
6. Содержательная постановка, математическая модель, свойства задачи, сетевой симплекс-метод.

Вопросы для подготовки к зачету

по дисциплине «**Моделирование транспортных потоков и систем**»

7. Гравитационная модель построения матрицы корреспонденций. Метод балансировки.
8. Энтропийная модель построения матрицы корреспонденций.
9. Связь энтропийной и гравитационных моделей построения матрицы корреспонденций.
10. Постановка задачи целочисленного линейного программирования (ЗЦЛП), модельные примеры, технология моделирования.
11. Методы отсечений для решения ЗЦЛП: основная идея, лемма Гомори, алгоритм правильных отсечений Гомори.
12. Метод ветвей и границ: общая схема метода, метод Ленд и Дойг для решения ЗЦЛП.

Комплекты оценочных средств для текущей аттестации

Вопросы для собеседования

по дисциплине «**Моделирование транспортных потоков и систем**»

МОДУЛЬ 1.

1. Проверка опорного плана транспортной задачи в матричной постановке на оптимальность (2 часа).
2. Построение начального опорного плана транспортной задачи в матричной постановке (2 часа).
3. Решение транспортной задачи в матричной постановке с ограничениями на пропускную способность (2 часа).
4. Проверка опорного плана транспортной задачи в сетевой постановке на оптимальность (2 часа).
5. Алгоритм перехода к новому опорному плану транспортной задачи в сетевой постановке (4 часа).
6. Расчет матрицы корреспонденций (4 часа).
7. Решение транспортных задач на ЭВМ (6 часа).
8. Решение задач целочисленного линейного программирования

методом Гомори (2 часа).

9. Решение задач целочисленного линейного программирования методом ветвей и границ (2 часа).

10. Моделирование и решение прикладных задач экономики с дискретными ограничениями (8 часов).

МОДУЛЬ 2.

1. Формирование входных данных описания транспортных сетей (4 часа).

2. Моделирование нелинейных оптимизационных транспортных задач (4 часа).

3. Поиск кратчайших путей в реальных транспортных сетях (4 часа).

4. Моделирование равновесных транспортных задач (4 часа).

5. Решение равновесных транспортных задач на ЭВМ (6 часов).

6. Имитационное моделирование транспортных потоков (6 часов).

7. Прогнозирование транспортных потоков с помощью искусственных нейронных сетей (8 часов).

Критерии оценки:

✓ 100-86 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 85-76 - баллов - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках

данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 75-61 - балл – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 60-50 баллов – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

Темы проектов

по дисциплине «**Экстремальные задачи на сетях и графах**»

МОДУЛЬ 1.

1. Проверка опорного плана транспортной задачи в матричной постановке на оптимальность.

2. Построение начального опорного плана транспортной задачи в матричной постановке.

3. Решение транспортной задачи в матричной постановке с ограничениями на пропускную способность.

4. Проверка опорного плана транспортной задачи в сетевой постановке на оптимальность.

5. Алгоритм перехода к новому опорному плану транспортной задачи в сетевой постановке.

6. Расчет матрицы корреспонденций.

7. Решение транспортных задач на ЭВМ.

8. Решение задач целочисленного линейного программирования

методом Гомори.

9. Решение задач целочисленного линейного программирования методом ветвей и границ.

10. Моделирование и решение прикладных задач экономики с дискретными ограничениями.

11. Формирование входных данных описания транспортных сетей.

12. Моделирование нелинейных оптимизационных транспортных задач.

13. Поиск кратчайших путей в реальных транспортных сетях.

14. Моделирование равновесных транспортных задач.

15. Решение равновесных транспортных задач на ЭВМ.

16. Имитационное моделирование транспортных потоков.

17. Прогнозирование транспортных потоков с помощью искусственных нейронных сетей.

Критерии оценки:

✓ 100-86 баллов выставляется, если студент/группа точно определили содержание и составляющие части задания, умеют аргументированно отвечать на вопросы, связанные с заданием. Продемонстрировано знание и владение навыками самостоятельной исследовательской работы по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 85-76 - баллов - работа студента/группы характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 75-61 балл – проведен достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимание базовых основ и теоретического обоснования выбранной темы. Привлечены основные

источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы

✓ 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок смыслового содержания раскрываемой проблемы

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, шкал оценивания

Критерии оценки собеседования

✓ 100-86 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 85-76 - баллов - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 75-61 - балл – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 60-50 баллов – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

Критерии оценки проектов

✓ 100-86 баллов выставляется, если студент/группа точно определили содержание и составляющие части задания, умеют аргументированно отвечать на вопросы, связанные с заданием. Продемонстрировано знание и владение навыками самостоятельной исследовательской работы по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 85-76 - баллов - работа студента/группы характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения; допущено не более 1 ошибки при объяснении смысла или содержания проблемы. Продемонстрированы исследовательские умения и навыки. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет.

✓ 75-61 балл – проведен достаточно самостоятельный анализ основных этапов и смысловых составляющих проблемы; понимание базовых основ и теоретического обоснования выбранной темы. Привлечены основные источники по рассматриваемой теме. Допущено не более 2 ошибок в смысле или содержании проблемы

✓ 60-50 баллов - если работа представляет собой пересказанный или полностью переписанный исходный текст без каких бы то ни было комментариев, анализа. Не раскрыта структура и теоретическая составляющая темы. Допущено три или более трех ошибок смыслового содержания раскрываемой проблемы

Шкала оценивания

| | | |
|---------------------|-----------|---------------------|
| Менее 60 баллов | незачтено | неудовлетворительно |
| От 61 до 75 баллов | зачтено | удовлетворительно |
| От 76 до 85 баллов | зачтено | хорошо |
| От 86 до 100 баллов | зачтено | отлично |

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем» проводится в форме собеседования и защиты проекта и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- степень усвоения теоретических знаний - оценивается в форме собеседования;
- уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты проекта.

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрен экзамен/зачет, который проводится в письменной форме и с использованием защиты проекта.

Критерии выставления оценки студенту на зачете/экзамене по дисциплине «Моделирование транспортных потоков и систем»

| Баллы (рейтинговой оценки) | Оценка зачета/ экзамена (стандартная) | Требования к сформированным компетенциям |
|----------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 86-100 | «зачтено»/ «отлично» | Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. |

| | | |
|-------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 76-85 | <i>«зачтено»/ «хорошо»</i> | Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. |
| 61-75 | <i>«зачтено»/ «удовлетворительно»</i> | Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ. |
| 0-60 | <i>«не зачтено»/ «неудовлетворительно»</i> | Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине. |