МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»	«УТВЕРЖДАЮ»
Руководитель ОП	Заведующий (ая) кафедрой
	алгебры, геометрии и анализа
	(название кафедры)
Величко А.С.	Шепелева Р.П.
(подпись) (Ф.И.О. рук. ОП)	(подпись) (Ф.И.О. рук. ОП)
« 15 » июля 2016 г.	« 10 » мая 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Дифференциальные уравнения
Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

Форма подготовки очная

курс 2 семестр 2
лекции 18 час.
практические занятия 18 час.
лабораторные работы 0 час.
в том числе с использованием МАО лек. 0 /пр. 0 /лаб. 0 час.
всего часов аудиторной нагрузки 36 час.
в том числе с использованием МАО 0 час.
самостоятельная работа 108 час.
в том числе на подготовку к экзамену 0 час.
контрольные работы (количество) 2
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрен
зачет 4 семестр
экзамен не предусмотрен

Рабочая программа учебной дисциплины (РПУД) составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта по направлению 01.03.04 «Прикладная математика», самостоятельно устанавливаемого ДВФУ, утвержденного приказом ректора от 18.02.2016 № 12-13-235

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и анализа
протокол № 11 от «10» мая 2016 г.

Заведующий кафедрой: Р.П. Шепелева
Составитель: к.ф.-м.н, профессор Р.П. Шепелева

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» __________________ 20   г. № ______

Заведующий кафедрой _________________________   ___ ___

(подпись)   (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» __________________ 20   г. № ______

Заведующий кафедрой _________________________   ____________________

(подпись)   (И.О. Фамилия)

Аннотация

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» разработана для студентов 2 курса по направлению 01.03.04 Прикладная математика.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (18 часа), практические занятия (18 часов), самостоятельная работа студента (108 часов). Дисциплина реализуется на 2 курсе во 2 семестре.

Основные разделы курса: уравнения первого порядка их классификация, методы интегрирования, решение задачи Коши, нахождение особых решений.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» содержательно связана с такими курсами: линейная алгебра, математический анализ, теория устойчивости, методы вычисления, уравнения математической физики, теория вероятностей и математическая статистика.

Цель:

Научиться интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков и системы уравнений, решать задачу Коши, уметь поставленную задачу представить в виде дифференциального уравнения с начальными условиями, провести качественный анализ полученных решений.

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» в соответствии с общими целями направления подготовки «Прикладная математика» являются:

- развитие логического мышления;
- повышение уровня математической культуры;
- овладение современным математическим аппаратом, необходимым для изучения естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- освоение методов математического моделирования;
- освоение приемов постановки и решения математических задач.

Задачи:

1. Исследование математических методов моделирования информационных и имитационных моделей по тематике научно – исследовательских прикладных задач или опытно – конструкторских работ;

2. Изучение элементов проектирования сверх больших интегральных схем, моделирование и разработка математического обеспечения оптических или квантовых элементов для компьютеров нового поколения;

3. Научная и научно – исследовательская деятельность;

4. Изучение новых научных результатов, научной литературы или научно – исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности.

Для успешного изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- Предметные, по курсу математики среднего (полного) образования
- Способность к обучению и стремление к познаниям
- Умение работать в группе и самостоятельно

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенций.

Код и формулировка компетенции	**Этапы формирования компетенции**
ПК-9 способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	Знает: - основные методы интегрирования, исследования решений дифференциальных уравнений. Умеет: - применять методы интегрирования. Владеет: - методами разделения переменных, доказательств существования решений, методами анализа полученных решений.

ПК-12 способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	Знает: - методы описания информации через дифференциальные уравнения. Умеет: - применять методы составления дифференциальных уравнений. Владеет: - методами анализа полученных решений дифференциальных уравнений.

I.СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Раздел 1. Методы интегрирования уравнений первого порядка (10 / 0 час.)

Тема 1. Понятие дифференциальных уравнений 1 порядка, общего, частного решений, их геометрического смысла. Уравнения с разделяющими переменными (2 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. основные понятия;
2. задачи, приводящиеся к дифференциальным уравнениям;
3. метод разделения переменных.

Тема 2. Однородные уравнения 1 порядка (2 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. однородные уравнения;
2. уравнения, приводящиеся к однородным;
3. обобщенно-однородные уравнения, задачи, приводящиеся к однородным уравнениям.

Тема 3. Линейные уравнения 1 порядка (2 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. метод Лагранжа;
2. метод Бернулли;

3. свойства решений линейного дифференциального уравнения;

4. уравнения Бернулли и Рикатти.

Тема 4. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель (2 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. критерий Коши;
2. понятие интегрирующих множителей, их свойства;
3. практическое нахождение интегрирующего множителя.

30 минут на лекции «Интегрирующий множитель» игра – «подбери интегрирующий множитель». Студенты с места на предложенный лектором пример предлагают, какой выбрать интегрирующий множитель (вызывается один из группы). Лектор и вызванный студент по очереди проверяют, подходит или нет интегрирующий множитель. Затем его утверждают, и студенты дома решают задачу до конца.

Тема 5. Уравнения, не разрешенные относительно производной (2 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. уравнения вида $F(y')=0$;
2. уравнения вида $F(x, y')=0$;
3. уравнения вида $F(x, y)=0$;
4. уравнения вида $F(x, y, y')=0$, случай общей параметризации;
5. уравнение Лагранжа и Клеро.

Раздел 2. Теорема о существовании и единственности решений задачи Коши (8 / 0 час.)

Тема 1. Теоремы Коши о существовании и единственности решения задачи Коши (2 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. вспомогательные предложения;
2. доказательство существования решения;
3. доказательство единственности;
4. продолжение решений

Тема 2. Особые точки уравнения $y' = \dfrac{ax+by}{cx+dy}$ (2 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. классификация особых точек, в случае когда $\lambda_1 \neq \lambda_2$;
2. классификация особых точек, в случае когда $\lambda_1 = \lambda_2$;

С целью запомнить классификацию особых точек в конце соответствующей лекции 30 минут игра: какая будет особая точка (0, 0) в случае, когда $\lambda_1 \neq \lambda_2$, $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, когда $\lambda_1, \lambda_2 < 0$, $\lambda_1, \lambda_2 = p \neq qi$, $\lambda_1 = \lambda_2$, особые случаи на конкретных примерах. Студенты с места по 1 от группы говорят ответ. Победит тот, кто наберет больше баллов, равных количеству правильных ответов.

Тема 3. Два способа нахождения особых решений (4 / 0 час.)

Перечень рассматриваемых вопросов:

1. метод Р-дискриминантной кривой;
2. метод С-дискриминантной кривой;
3. задачи на нахождение особых решений.

II.СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (18 час.)

Практическое занятие №1 Составление дифференциальных уравнений (1 час).

Студентам предлагают задачу: найти скорость процесса, наибольшую площадь, кратчайший путь катера, время падения тела и другие. Разделим студентов на группы. Каждая группа решает свою задачу. Через 45 минут по очереди представители от групп выходят к доске и демонстрируют свои решения. Оценивают результат остальные группы и преподаватель. Те задачи, которые неверно решены и которые не успели рассмотреть, остаются в виде домашнего задания. Кроме того, обменяться задачами.

Практическое занятие №2 Метод разделения переменных. Примеры уравнений с разделяющимися переменными (1 час).

Во 2 половине занятия после разобранного материала предлагается игра. Вместе составляется блок-схема интегрирования методом разделения переменных. Студенты делятся на маленькие группы, каждая из которых предлагает свою схему. Потом обсуждается, что получилось.

Практическое занятие №3 Однородные уравнения 1 порядка (1 час).

1. метод определения однородности;
2. интегрирование однородного уравнения заменой функции;
3. приведение к однородным уравнениям;
4. Обобщенно-однородные уравнения.

Практическое занятие №4 Линейные уравнения 1 порядка (1 час).

1. метод вариации произвольных постоянных;
2. метод подстановки.

Практическое занятие №5 Уравнение Бернулли. Уравнение Рикатти (1 час).

В заключение занятия студенты, разбившись на группы, составляют решение линейного уравнения и связь его с Бернулли и Рикатти. Цель - лучше запомнить материал.

Практическое занятие №6 Уравнения в полных дифференциалах (1 час).

1. критерий уравнения в полных дифференциалах;
2. решение задач на эту тему.

Практическое занятие №7 Интегрирующий множитель (1 час).

Практическое нахождение интегрирующего множителя как функции от x, y, x^2, y^2, xy,…

Игра: выписываем пример уравнения, проверяем вместе критерий Коши, если он не выполнен, предлагается студентами варианты подбора интегрирующего множителя. Кто предложит лучший вариант, получит больше баллов.

Практическое занятие №8 (1 час).

Игра на определение типа и метода интегрирования дифференциального уравнения. Студенты делятся на группы по 6 человек. Каждой группе выдается по 20 задач. Нужно определить тип и метод. Через 30 минут обсуждение в группе, один человек от группы на доске демонстрирует результат. Преподаватель и остальные студенты оценивают ответы. Лучшие группы получают больше баллов

Практическое занятие №9 Контрольная работа №1 по теме «Дифференциальные уравнения 1 порядка» (2 часа).

Практическое занятие №10 Интегрирование уравнений, не разрешенных относительно производной (2 часа).

1. тип $F(y')=0$, $F(x,y')=0$, $F(y,y')=0$, $F(x,y,y')=0$;
2. метод общей параметризации.

Практическое занятие №11 Уравнения Лагранжа и Клеро (2 часа). Обратить внимание на нахождение особых решений, их геометрический смысл.

За 30 минут до конца пары студенты играют: «как узнать уравнения Лагранжа и Клеро среди прочих уравнений, не разрешенных относительно производной. Студенты, разбившись на группы, определяют тип и метод выписанного на доске примера. Потом оценивают верно, или неверно силами остальных студентов. Отвечают представители от групп. За верный ответ-баллы.

Практическое занятие №12 Контрольная работа №2 по теме «Уравнения, не разрешенные относительно производной (2 часа).

Практическое занятие №13 Два метода нахождения особых решений (2 часа).

1. метод Р-дискриминантной кривой;
2. метод С-дискриминантной кривой.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые модули дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства – наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1.	Дифференциальные уравнения 1-ого порядка разрешенные относительно производной	ПК-9, ПК-12	Знает	Посещение лекций и практических занятий	Наличие конспектов лекций и практических занятий. Вопросы к экзамену
			Умеет	КР №1 - ПР-12	КР №1 - ПР-12. Вопросы к экзамену
			Владеет	КОЛ №1 - УО-1	КОЛ №1 - УО-1. Вопросы к экзамену
2.	Дифференциальные уравнения 1-ого порядка неразрешенные относительно производной	ПК-9, ПК-12	Знает	Посещение лекций и практических занятий	Наличие конспектов лекций и практических занятий. Вопросы к экзамену
			Умеет	КР №2 - ПР-12	КР №1 - ПР-12. Вопросы к экзамену
			Владеет	КОЛ №2 - УО-1	КОЛ №1 - УО-1. Вопросы к экзамену

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Н.М. Матвеев Методы интегрирования ОДУ. М.: Высшая школа, 2007 545с.

2. В.В. Степанов Курс дифференциальных уравнений. М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 2008, 465с.

3. Л.С. Понтрягин Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 2009, 328с.

4. А.Ф. Филиппов Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 2009 128с.

5. Р.П. Шепелева Дифференциальные уравнения. Изд-во ДВГУ, 2008, 210с.

6.Стеклов, В. А. Основы теории интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие для вузов / В. А. Стеклов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 427 с. — (Серия : Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-02124-0.

7. *Боровских, А. В.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 327 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01777-9.

8. *Аксенов, А. П.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 : учебник для академического бакалавриата / А. П. Аксенов. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 241 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-04018-0.

Дополнительная литература

1. Л.Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения. //М.:Идд-во тех.-теор. литературы, 2008

2. Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/1542. — Загл. с экрана..

3. Р.П. Шепелева Методические указания к самостоятельной работе по теме «Голоморфные функции от матриц и их приложения» в курсе «Дифференциальные уравнения» ИМиКН. Изд-во Дальневосточного университета, 2007г.

4. Р.П. Шепелева Дифференциальные уравнения. Изд-во ДВГУ, 2008, 210с.

5. Г.Г. Дурнов Сборник заданий по дифференциальным уравнениям Линейные системы, ДВГУ 2003

6. Е.В. Костюченко, Е. Г. Прилепкина Пособие по решению обыкновенных дифференциальных уравнений, из-во Дальневосточного университета, 2004 г.

7. Г.Г. Дурнов Методические указания к контрольным работам, из-во Дальневосточного университета, 2007

8. Шепелева Р.П. Методические указания к самостоятельной работе и задания (темы 1 и 2) по курсу «Дифференциальные уравнения». Из-во ДВФУ, 214 г.

9. Шепелева Р.П. Методические указания к самостоятельной работе и задания (темы 3 и 4) по курсу «дифференциальные уравнения». Из-во ДВФУ, 214 г.

10. Шепелева Р.П. Методические указания к самостоятельной работе и задания (темы 5 и 6) по курсу «дифференциальные уравнения». Из-во ДВФУ, 214 г.

11. Шепелева Р.П. Учебно – методическое пособие «Операционное исчисление». Издательство ДВФУ, 2013

12. Треногин, В.А. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 312 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/2341. — Загл. с экрана.

13. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Болотюк [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/51934. — Загл. с экрана.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. habrahabr.ru
2. wolframmathematica.ru

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс структурирован по хронологическому, тематическому и сравнительно-типологическому принципам, что позволяет, с одной стороны, систематизировать учебный материал, с другой – подчёркивает связь с другими дисциплинами гуманитарного и специального цикла.

В процессе изучения материалов учебного курса предлагаются следующие формы работ: чтение лекций, практические занятия, контрольные работы.

Лекционные занятия ориентированы на освещение вводных тем в каждый раздел курса и призваны ориентировать студентов в предлагаемом материале, заложить научные и методологические основы для дальнейшей самостоятельной работы студентов.

Советуем использовать разные источники: рекомендуемую учебную литературу, электронные образовательные ресурсы - ЭОР (электронные учебные пособия, электронные копии лекционного курса, электронный дидактический материал по наиболее сложным теоретическим вопросам.), Интернет-ресурсы.

Основа подготовки – Ваш конспект, где должны быть отражены все основные формулы, определения. Лектор за ограниченное время может лишь дать основы курса. Поэтому конспект - это навигатор по курсу, а не единственный источник знаний. Рекомендуем оставлять поля для своих вопросов, замечаний и дополнений, взятых из учебников или других источников, писать четко, выделять главное, отделять абзацы для лучшего восприятия и осмысления. Конспект с беспорядочными записями делает его почти бесполезным, а качественный сэкономит время подготовки.

Практические занятия акцентированы на наиболее принципиальных и проблемных вопросах философии и призваны стимулировать выработку собственной мировоззренческой позиции по данным темам.

В работе со студентами используются разнообразные средства, формы и методы обучения (информационно-развивающие, проблемно-поисковые).

Особо значимой для профессиональной подготовки студентов является *самостоятельная работа* по курсу. В ходе этой работы студенты отбирают необходимый материал по изучаемому вопросу и анализируют его. Самостоятельная работа с литературой включает в себя такие приемы как составление плана, тезисов, конспектов, аннотирование источников, написание рефератов. В рамках учебного курса подразумевается составление тематических докладов, которые проверяется преподавателем, обсуждается со студентами и учитывается при итоговом контроле знаний по курсу.

Для успешной работы студент должен освоить предыдущий материал и ознакомиться с заданной преподавателем литературой, активно участвовать при обсуждении рефератов, вынесенных на самостоятельное изучение тем и уметь правильно оформить документацию, а также грамотно изложить основные идеи прочитанной литературы.

Освоение курса должно способствовать развитию навыков обоснованных и самостоятельных оценок фактов и концепций. Поэтому во всех формах контроля знаний, особенно при сдаче зачета, внимание должно быть обращено на понимание философской проблематики, на умение критически использовать ее результаты и выводы.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Мультимедийная лекционная аудитория.

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

по дисциплине «Дифференциальные уравнения»
Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

Форма подготовки очная

Владивосток

2016

В течение семестра студенты сдают 2 коллоквиума:

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка.
2. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Сроки выполнения (номера учебных недель)	Вид самостоятельной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
Третий семестр				
1.	1-2	Выполнение домашнего задания №1 [4] №30-34, 52-64, 72-76 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
2.	3-4	Выполнение домашнего задания №2 [4] №102-126 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
3.	5-6	Выполнение домашнего задания №3 [4] №136-166 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
4.	5-6	Подготовка к контрольной работе №1	10	Проверка контрольной работы
5.	5-6	Подготовка к коллоквиуму №1	14	Защита коллоквиума
6.	7-8	Выполнение домашнего задания №4 [4] №168-174, 186-194 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
7.	9-10	Выполнение домашнего задания №5 [4] №196-220 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
8.	11-12	Выполнение домашнего задания №6 [4] №302-220 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
9.	11-12	Подготовка к контрольной работе №2 [4] №302-420 (четные)	6	Проверка контрольной работы
10.	13-14	Выполнение домашнего задания №7 [4] №242-262 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
11.	15-16	Выполнение домашнего задания №8 [4] №288-296 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения

				домашних работ
12.	17-18	Выполнение домашнего задания №9 [4] №422-450 (четные)	6	Проверка преподавателем выполнения домашних работ
13.	17-18	Подготовка к контрольной работе №3	10	Проверка контрольной работы
14.	16-18	Подготовка к коллоквиуму №2	14	Защита коллоквиума

Контрольные работы

Контрольная работа №1 Уравнения 1 порядка, не разрешенные относительно производной

1. $(x+2y^3)y' = y$
2. $\dfrac{y-xy'}{x+yy'} = 2$
3. $(2x+3y-1)dx+(4x+6y-5)dy = 0$
4. $xy' = x\sqrt{y-x^2}+2y$
5. $(\sin x + y)dy + (y\cos x - x^2)dx = 0$

Контрольная работа №2 Уравнения, не разрешенные относительно производной

1. $y'^3 + (y'^2 - 2y')x = 3y' - y$
2. $y = y'^2 + 2y'^3$
3. $xy' - y = \ln y'$
4. $x^2 y'^2 - 2(xy-2)y' + y^2 = 0$

Вопросы к коллоквиуму

1 коллоквиум «Линейные уравнения, уравнения с постоянными коэффициентами высших порядков»

1. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Частное, общее, особое решение.
2. Уравнение с разделяющимися переменными
3. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

4. Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения. Свойства решения
5. Уравнение в полных дифференциалах. Теорема Коши.
6. Интегрирующий множитель, его свойства.
7. Практическое нахождение интегрирующего множителя

2й коллоквиум

8. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Общий метод параметризации
9. Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши.
10. Особые точки.
11. 2 способа нахождения особых решений.

На каждом занятии студент получает домашнее задание (см. план-график самостоятельной работы), дома повторяет теорию к следующему занятию. На каждом последующем занятии преподаватель проверяет это домашнее задание.

Студент за 2-3 недели до коллоквиума получает вопросы по нему и сдает его письменно, после проверки преподавателем отвечает на дополнительные вопросы.

Критерии оценки

Сдается 14 домашних работ, 3 контрольных и 2 коллоквиума в семестр оцениваются по шкале рейтинг-плана дисциплины. Вес коллоквиума в оценке за предмет – 0,6, выполненных контрольных работ – 0,4.

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Дифференциальные уравнения»
Направление подготовки 01.03.04 «Прикладная математика»

Форма подготовки очная

Владивосток

2016

Паспорт
фонда оценочных средств
по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Код и формулировка компетенции	**Этапы формирования компетенции**
ПК-9 способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	Знает: - основные методы интегрирования, исследования решений дифференциальных уравнений. Умеет: - применять методы интегрирования. Владеет: - методами разделения переменных, доказательств существования решений, методами анализа полученных решений.
ПК-12 способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	Знает: - методы описания информации через дифференциальные уравнения. Умеет: - применять методы составления дифференциальных уравнений. Владеет: - методами анализа полученных решений дифференциальных уравнений.

№ п/п	Контролируемые модули дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства – наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1.	Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, разрешенные относительно производной	ПК-9, ПК-12	Знает	Посещение лекций и практических занятий	Наличие конспектов лекций и практических занятий. Вопросы к экзамену
			Умеет	КР №1 - ПР-12	КР №1 - ПР-12. Вопросы к экзамену
			Владеет	КОЛ №1 - УО-1	КОЛ №1 - УО-1. Вопросы к экзамену
2.	Дифференциальные уравнения 1-ого	ПК-9, ПК-12	Знает	Посещение лекций и	Наличие конспектов лекций и практических

	порядка, неразрешенные относительно производной			практических занятий	занятий. Вопросы к экзамену
			Умеет	КР №2 - ПР-12	КР №1 - ПР-12. Вопросы к экзамену
			Владеет	КОЛ №2 - УО-1	КОЛ №1 - УО-1. Вопросы к экзамену

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		Критерии	Показатели	Баллы
ПК-9, ПК-12	знает (пороговый уровень)	основные методы интегрирования, исследования решений дифференциальных уравнений методы описания информации через дифференциальные уравнения	Знание определений, основных понятий дифференциальных уравнений; основных законов естественнонаучных (математических) дисциплин и их роли в профессиональной деятельности.	Способность дать определения основных понятий дифференциальных уравнений. Способность перечислить источники информации.	61-75
	умеет (продвинутый)	применять методы интегрирования применять методы составления дифференциальных уравнений.	Умение применять полученные знания для решения математических задач, использовать математический язык и символику	Способность самостоятельно изучить доказательство некоторых понятий математики. Способность применять изученные методы решения для	76-85

			при построении моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные, применять методы дифференциальных уравнений и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.	нестандартного решения поставленных задач. Способность обосновать выбранный метод решения.	
	владеет (высокий)	методами разделения переменных, доказательств существования решений, методами анализа полученных решений методами анализа полученных решений дифференциальных уравнений	Владение математическими методами решения типовых задач.	Способность бегло и точно применять терминологический аппарат предметной области исследования в устных ответах на вопросы и в письменных работах. Способность уверенно владеть математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	86-100

Текущий контроль успеваемости освоения курса осуществляется проведением контрольных работ (КР) по темам практических занятий и сдачей коллоквиума. В течение семестра студенты выполняют 3 контрольных задания по различным разделам курса и сдают два коллоквиума. Кроме того проверяется по 14 домашних заданий в семестре.

1. Контрольное задание «Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производных»
2. Контрольное задание «Дифференциальные уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производных»

Варианты контрольных заданий охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения контрольных заданий студент должен изучить соответствующие материалы лекционного курса, материалы практических занятий и выполнить (в первую очередь) по данной теме соответствующее еженедельное домашнее задание.

Контрольные работы по срокам проведения приурочены соответствующим коллоквиумам.

Решение контрольных задач оцениваются по 100-бальной шкале. Количество баллов за контрольную работу выставляется пропорционально числу решенных задач. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл экзаменационной оценки в соответствующем семестре.

Вопросы к экзамену

Раздел «Линейные уравнения, уравнения с постоянными коэффициентами высших порядков»

1. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Частное, общее, особое решение.
2. Уравнение с разделяющимися переменными
3. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.
4. Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения. Свойства решения
5. Уравнение в полных дифференциалах. Теорема Коши.
6. Интегрирующий множитель, его свойства.
7. Практическое нахождение интегрирующего множителя

8. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Общий метод параметризации
9. Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши.
10. Особые точки.
11. 2 способа нахождения особых решений.

Критерии оценки

100–86 баллов — если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

85–76 баллов — знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

75–61 балл — фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

60–50 баллов — незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

Критерии выставления оценки студенту на зачете/экзамене

Баллы	Оценка	Требования к сформированным компетенциям

(рейтинговой оценки)	**зачета/ экзамена** (стандартная)	
100-86	*«зачтено»/ «отлично»*	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
85-76	*«зачтено»/ «хорошо»*	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61	*«зачтено»/ «удовлетво-рительно»*	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
60-50	*«не зачтено»/ «неудовлетво-рительно»*	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Глава 8.

Варианты контрольных заданий

§8.1. Контрольная работа №1

Вариант 1

1) $y' = \dfrac{y}{2y\ln y - x}, \qquad (x = 1,\, y = 1).$

2) $y' + \sin\dfrac{x+y}{2} = \sin\dfrac{x-y}{2}.$

3) $\left(2x + e^{x/y}\right) dx + \left(1 - \dfrac{x}{y}\right) = 0.$

4) $ydx - xdy + 2\sqrt{xy}dy = 0.$

5) $yy' + x = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x^2+y^2}{x}\right)^2.$

6) $(x + y^3)dx + (3y^5 - 3y^2x)dy = 0.$

7) $yy' + y^2 \operatorname{ctg} x = \cos x.$

8) $xy' = x\sqrt{y - x^2} + 2y.$

9) Найти кривую, у которой длина отрезка касательной равна расстоянию точки касания от начала координат.

10) Количество света, поглощаемого при прохождении через слой воды, пропорционально количеству падающего света и толщине слоя. Если при прохождении слоя воды толщиной 3 м поглощается половина первоначального количества света, то какая часть этого количества дойдет до глубины 30 м?

Вариант 2

1) $xy' + y - e^x = 0 \qquad (x = a,\, y = b).$

2) $(x^2 + y^2 + 2x - 2y)dx + 2(y-1)dy = 0.$

3) $y' = \dfrac{1 - 3x - 3y}{1 + x + y}.$

4) $y' = \cos(x+y)$.

5) $y' = \dfrac{(1+y)^2}{x(1+y)-x^2}$.

6) $y'\sqrt{x} = \sqrt{y-x} + \sqrt{x}$.

7) $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0$.

8) $y - xy' = a(y^2 + y')$.

9) Найти кривую, у которой отрезок нормали в любой точке кривой, заключенный между осями координат, делится пополам в этой точке.

10) Закон распада радия состоит в том, что скорость распада пропорциональна наличному количеству радия. Известно, что половина его первоначального запаса распадается по истечении 1600 лет. Определить количество нераспавшегося ff радия по истечении 100 лет, если первоначальное его количество равно 1 кг.

Вариант 3

1) $y \ln y dx + x dy = 0 \qquad (x = 1,\ y = 1)$.

2) $y' + \operatorname{tg} y = \dfrac{x}{\cos y}$.

3) $\dfrac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}} = y - xy'$.

4) $(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0$.

5) $y' - \dfrac{y}{4}\operatorname{ctg} x = \dfrac{y^5}{4}e^{\cos x}$.

6) $(x^2 + y^2 + 1)yy' + (x^2 + y^2 - 1)x = 0$.

7) $y(1 + xy)dx + (1 - xy)xdy = 0$.

8) $y' = \dfrac{1}{2x - y^2}$.

9) Найти кривую, у которой абсцисса центра тяжести плоской фигуры, ограниченной осями координат, этой кривой и ординатой любой ее точки, равна 3/4 абсциссы этой точки.

10) Закон распада радия состоит в том, что скорость распада пропорциональна наличному количеству радия. Известно, что половина его первоначального запаса распадается по истечении 1600 лет. Найти, какой процент окажется распавшимся по истечении 100 лет.

Вариант 4

1) $(1 + e^x)yy' = e^x \qquad (x = 1,\ y = 1)$.

2) $\sqrt{a^2+x^2}dy+(x+y-\sqrt{a^2+x^2})dy=0.$

3) $y'=\dfrac{2x}{x^2\cos y+\sin 2y}.$

4) $(x^2y^2+1)y+(xy-1)^2xy'=0.$

5) $\dfrac{y}{x}dx+(y^3+\ln x)dy=0.$

6) $\left(2x-1-\dfrac{y}{x^2}\right)dx-\left(2y-\dfrac{1}{x}\right)dy=0.$

7) $\left(xye^{x/y}+y^2\right)dx=x^2e^{x/y}dy.$

8) $(x^2-1)dx+(x^2y^2+x^3+x)dy=0.$

9) Найти уравнение кривой, проходящей через точку (2, 0), если отрезок касательной к кривой между точкой касания и осью Oy имеет постоянную длину 2.

10) В помещении цеха вместимостью 10800 м^3 воздух содержит 0,12% углекислоты. Вентиляторы доставляют свежий воздух, содержащий 0,04% углекислоты в количестве 1500 м^3/мин. Предполагая, что концентрация углекислоты во всех частях помещения в каждый момент времени одна и та же, найти содержание углекислоты через 10 мин после начала работы вентилятора.

Вариант 5

1) $(2e^x+y^4)dy-ye^xdx=0 \qquad (x=0,\ y=1).$

2) $x^2(y'+y^2)=a(xy-1).$

3) $y'=\sqrt{x^2-y}+2x.$

4) $(x-2xy-y^2)dy+y^2dx=0.$

5) $(2x+\ln y)dx+\left(\dfrac{x}{y}+\sin y\right)dy=0.$

6) $y'=\dfrac{1+y^2}{xy(1+x^2)}.$

7) $xy'=e^y+2y'.$

8) $y'=\dfrac{y^2}{x^2}+4\dfrac{y}{x}+2.$

9) Найти уравнение кривой, проходящей через точку (1,0) и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый касательной на оси oy, равен полярному радиусу точки касания.

10) После собрания воздух в зале вместимостью 10800 м^3 воздух содержит 0,12% CO_2. Сколько м^3 воздуха, содержащего 0,04% CO_2, надо ежеминутно доставлять в зал, чтобы по истечении 10 мин содержание углекислоты в нем было 0,06%?

Вариант 6

1) $\dfrac{x}{x^2+y^2}dy = \left(\dfrac{y}{x^2+y^2} - 1\right)dx \qquad (x=1,\, y=1).$

2) $(x\sqrt{y^2+1}+1)(y^2+1)dx = xydy.$

3) $y' = \dfrac{3x^2}{x^3+y+1}.$

4) $\sin x \cdot y' + y = \dfrac{2\sin x}{1+\cos x}.$

5) $y(1+\ln y) + xy' = 0.$

6) $xyy' - y^2 = (x+y)^2 e^{-y/x}.$

7) $(x+y)(1-xy)dx + (x+2y)dy = 0.$

8) $(x+y+1)dx = (2x+2y-1)dy.$

9) Найти уравнение кривой, у которой подкасательная равна среднему арифметическому координат точки касания.

10) Во фляжку вместимостью 1 л по одной трубке втекает кислород, а смесь его с содержащимся во фляжке воздухом вытекает через другую трубку. Допуск ая, что концентрация остается равномерной и что воздух содержит 21% кислорода, найти, каков будет процент кислорода во фляжке после того как через нее протечет 5 л газа.

Вариант 7

1) $(3x\sin y + 1)dx = -(\dfrac{3}{2}x^2\cos y + 3)dy \qquad (x=0,\, y=1).$

2) $(y^2 - 6x)y' + 2y = 0.$

3) $(x-2y^3)dx + 3y^2(2x-y^3) = 0.$

4) $y' = e^{x+y} - 1.$

5) $xy' = 3y - 2x - 2\sqrt{xy - x^2}.$

6) $xdy + ydx + y^2(xdy - ydx) = 0.$

7) $y' + \dfrac{y}{x} = y^2\dfrac{\ln x}{x}.$

8) $(2y + xy^3)dx + (x + x^2y^2)dy = 0.$

9) Найти уравнение кривой, для которой длина отрезка, отсекаемого на оси ординат нормалью, в любой точке кривой равна расстоянию этой точки от начала координат.

10) Кислород проходит через трубку в бутылку емкостью 1л, а смесь с воздухом вытекает через другую трубку. Если процесс идет настолько медленно, что в каждый момент можно считать газ в бутылке однородным, вычислить, сколько процентов кислорода будет содержать бутылка после того как через нее пройдет 10 л газа (принимается, что воздух содержит 21% кислорода по объему).

Вариант 8

1) $ydx + (x - \frac{1}{2}x^3 y)dy = 0 \qquad (x = \frac{1}{2},\ y = 1).$

2) $xy' = (x^2 + \operatorname{tg} y)\cos^2 y.$

3) $(1 + x\sqrt{x^2+y^2})dx + (\sqrt{x^2+y^2} - 1)ydy = 0.$

4) $1 + x + (1 + x^2)(e^x - e^{2y}y') = 0.$

5) $y' = \frac{y}{x}(1 + \ln y - \ln x).$

6) $(1 - x^2 y)dx + x^2(y - x)dy = 0.$

7) $(1 - xy + x^2y^2)dx = x^2dy.$

8) $x(y' - y) = (1 + x^2)e^x.$

9) Найти уравнение кривой, для которой площадь области, заключенной между осью абсцисс, кривой и двумя ординатами, одна из которых постоянная, а другая — переменная, равна отношению куба переменной ординаты к соответствующей абсциссе.

10) Некоторое количество нерастворимого вещества содержит в своих порах 10 кг соли. Подвергая его действию 90 л воды, нашли, что в течении 1 ч растворила сь половина содержавшейся в нем соли. Сколько соли растворилось бы в течение того же времени, если бы количество воды было удвоено? Скорость растворения пропорциональна количеству нерастворенной соли и разности между концентрацией в данный момент и концентрацией насыщенного раствора (1 кг на 3л).

Вариант 9

1) $(x^2 - a^2)dx + 2xydy = 0 \qquad (x = 2a,\ y = 3a).$

2) $2(x^2y + \sqrt{1 + x^4y^2})dx + x^3dy = 0.$

3) $2xdx + (x^2 + y^2 + 2y)dy = 0.$

4) $xy' - y = x\sin\frac{y}{x}.$

5) $(2xe^y + y^4)y' = ye^y.$

6) $(y\ln x - 2)ydx = xdy.$

7) $\left(\frac{x}{y} - x + y^2\right)dx + \left(2xy + y - \frac{x^2}{2y^2}\right)dy = 0.$

8) $(y' - 2xy)\sqrt{y} = x^3.$

9) Найти кривую, для которой отрезок на оси ординат, отсекаемый любой касательной, равен абсциссе точки касания.

10) Тело весом 2 кг, брошенное вертикально вверх со скоростью 20 м/с, испытывает сопротивление воздуха (в кг), которое при скорости v м/с равно $0,04v$; $g = 9,8$ м/с^2. Найти, через сколько секунд тело достигнет наивысшего положения.

Вариант 10

1) $y' = 3x^2y + x^2 + x^5 \qquad (x = 0,\ y = 1).$

2) $\dfrac{dx}{x^2 - xy + y^2} = \dfrac{dy}{2y^2 - xy}.$

3) $(1 + y)(e^x dx - e^{2y} dy) - (1 + y^2)dy = 0.$

4) $(x^2 + 1)y' + x \sin y \cos y - x(x^2 + 1) \cos^2 y = 0.$

5) $y' = \left(\dfrac{3x + y^3 - 1}{y}\right)^2.$

6) $\left(\dfrac{y}{x^2 + y^2} + e^x\right) dx - \dfrac{x dy}{x^2 + y^2} = 0.$

7) $x^3 dx - (x^4 + y^3)dy = 0.$

8) $(2x + y + 5)y' = 3x + 6.$

9) Найти уравнение кривой, у которой длина отрезка, отсекаемого касательной на оси абсцисс, равна квадрату ординаты точки касания.

10) катер движется в спокойной воде со скоростью $v = 10$ км/ч. На полном ходу его мотор был выключен, и через $t = 20$ с скорость катера уменьшилась до $v_1 = 6$ км/ч. Считая, что сопротивление воды движению катера пропорционально его скорости, найти:

   а) скорость катера через 2 мин после остановки мотора;

   б) расстояние, пройденное катером в течение первой минуты после остановки мотора.

Вариант 11

1) $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0 \qquad (x = 0,\ y = 2).$

2) $y' \operatorname{tg} y + 4x^3 \cos y = 2x.$

3) $ye^y = (y^3 + 2xe^y)y'.$

4) $xy' + 2y = \sqrt{y}.$

5) $\left(x - y \cos \dfrac{y}{x}\right) dx + x \cos \dfrac{y}{x} dy = 0.$

6) $(y - y\sqrt{x^2y^4 - 1})dx + 2xdy = 0.$

7) $3xdy = y(1 + x \sin x - 3y^2 \sin x)dx.$

8) $(3x^2y+2y+3)dx+(x^3+2x+3y^2)dy=0.$

9) Найти уравнение кривой, у которой длина отрезка, отсекаемого касательной на оси ординат, равна поднормали.

10) Моторная лодка движется со скоростью 18 км/ч. Через 5 мин после выключения мотора ее скорость уменьшится до 6 км/ч. Найти расстояние, пройденное лодкой по инерции за 15 мин, если сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.

Вариант 12

1) $xy'+1=e^{x-y} \qquad (x=1,\ y=1).$

2) $(1-x^2)y'-xy=axy^2.$

3) $(x^2+xy-ay)dx+axdy=0.$

4) $(y^3+\cos x)dx+(3xy^2+e^y)dy=0.$

5) $xy(xy^2+1)dy-dx=0.$

6) $2y'+y^2+\dfrac{1}{x^2}=0.$

7) $\dfrac{y-xy'}{yy'+x}=a.$

8) $y'=\sqrt{y-x}+1.$

9) Найти уравнение кривой, у которой длина отрезка, отсекаемого касательной на оси ординат, пропорциональна квадрату ординаты точки касания.

10) Аэросани скользят по горизонтальному снежному полю со скоростью v_0, преодолевая трение лыж о снег, пропорциональное весу саней, а сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости движения. Найти расстояние, пройденное санями после выключения мотора по инерции.

Вариант 13

1) $xy'+y(1-xy\ln x)=0 \qquad (x=1,\ y=1).$

2) $xy^2dx+(x^2y-x)dy=0.$

3) $\left(1+\dfrac{1}{y}e^{x/y}\right)dx+\left(1-\dfrac{x}{y^2}e^{x/y}\right)=0.$

4) $y'(x\cos y+a\sin 2y)=1.$

5) $y'=\sqrt{2x-y}+2.$

6) $(x^2+xy)y'=x\sqrt{x^2-y^2}+xy+y^2.$

7) $(2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0.$

8) $(x^2y - x^2 + y - 1)dx + (xy + 2x - 3y - 6)dy = 0.$

9) Найти уравнение кривой, пересекающей ось абсцисс в точке $x = 1$ и обладающей таким свойством: длина поднормали в каждой точке кривой равна среднему арифметическому координат этой точки кривой.

10) Сила сопротивления воздуха при падении тела с парашютом пропорциональна квадрату скорости движения. Найти предельную скорость падения.

Вариант 14

1) $y' \cos y = \sin y = x + 1 \qquad \left(x = 0,\, y = \dfrac{\pi}{2}\right).$

2) $(x^2 + y^2 + 1)dy + xydx = 0.$

3) $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dy + ydx = 0.$

4) $xy^2(xy' + y) = a^2.$

5) $y(y - xy') = \sqrt{x^4 + y^4}.$

6) $y' - 1 = e^{x+2y}.$

7) $(x^3 - 3xy)dx + (x^2 + 3)dy = 0.$

8) $\dfrac{y}{x^2} + \cos\dfrac{y}{x}dx - \left(\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{y}{x} + 2y\right)dy = 0.$

9) Найти кривую, для которой радиус-вектор равен длине отрезка касательной между точкой касания и осью Ox.

10) Самолет начинает пикировать без начальной скорости. Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости. Найти зависимость между вертикальной скоростью в данный момент, пройденным путем S и максимальной скоростью пикирования.

Вариант 15

1) $2ydx + (y^2 - 6x)dy = 0 \qquad (x = 0,\, y = 1).$

2) $(x^2 - 1)y' + y^2 - 2xy + 1 = 0.$

3) $xdy + ydx = y^2dx.$

4) $y' - y(\operatorname{tg} x - y\cos x) = 0.$

5) $(x + y)^2dy + y^2dx = 0.$

6) $yy' + xy = x^3.$

7) $xy' = xe^{-y} + 2.$

8) $\left(3x^2 + \frac{2}{y}\cos\frac{2x}{y}\right) - \frac{2x}{y^2}\cos\frac{2x}{y}dy = 0.$

9) Найти кривую, для которой площадь, ограниченная дугой кривой, осью абсцисс и двумя ординатами, пропорциональна отноению абсциссы к ординате концевой точки дуги кривой.

10) Точка массой, равной m, движется прямолинейно. На нее действует сила, пропорциональная времени (коэффициент пропорциональности равен k_1), протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю. Кроме того, на точку действует сила сопротивления среды, пропорциональная скорости (коэффициент пропорциональности равен k_2). Найти зависимость скорости от времени.

Вариант 16

1) $(x^2 + y^2 + 1)dx - 2xydy = 0 \qquad (x = 1,\ y = 1).$

2) $(x^2 - 1)^{3/2}dy + (x^3 + 3xy\sqrt{x^2 - 1})dx = 0.$

3) $(xy + x^2y^3)y' = 1.$

4) $(xy^2 - x)dx + (y + xy)dy = 0.$

5) $\left(\frac{\sin 2x}{y} + x\right) dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right) dy = 0.$

6) $2xy' + 1 = y + \frac{x^2}{y - 1}.$

7) $(x - 2y + 5)dx + (2x - y - 4)dy = 0.$

8) $\frac{xy' - y}{x} = \operatorname{tg}\frac{y}{x}.$

9) Найти кривую, если площадь, ограниченная осями координат, этой линией и произвольной ее ординатой, равна 1/3 площади прямоугольника, построенного на координатах конечной точки.

10) Пуля входит в доску толщиной $h = 10$ см со скоростью $v_0 = 200$ м/с, а вылетает из доски, пробив ее, со скоростью $v_2 = 80$ м/с. Принимая, что сила сопротивления доски движению пули пропорциональна квадрату скорости движения, найти, сколько времени продолжалось движение пули через доску.

Вариант 17

1) $(1 + y^2)dx = (\sqrt{1 + y^2}\sin y - xy)dy \qquad (x = 1,\ y = 1).$

2) $(2xy^2 - y)dx + xdy = 0.$

3) $2dx + \sqrt{\frac{x}{y}}dy - \sqrt{\frac{y}{x}}dx = 0.$

4) $(x^2y^2+1)ydx+(x^2y^2-1)xdy=0$.

5) $(2x^3y^2-y)dx+(2x^2y^3-x)dy=0$.

6) $(y^2+y\sec^2 x)dx+(2xy+\operatorname{tg} x)dy=0$.

7) $y'=\operatorname{tg}(y-2x)$.

8) $y'=e^{x+\frac{1}{2}\ln y}$.

9) Радиус-вектор каждой точки равен длине отрезка нормали в этой точке. Кривая проходит через точку (5,1). Составить уравнение кривой.

10) Коническая воронка с радиусом верхнего отверстия $R=20$ см, радиусом нижнего отверстия $r=0,3$ см и высотой $h=20$ см наполнена водой. В какое время эта вода вытечет из воронки?

Вариант 18

1) $y'-\dfrac{y}{1-x^2}-1-x=0 \qquad (x=0,\ y=0)$.

2) $(\sin xy+xy\cos xy)dx+x^2\cos xydy=0$.

3) $y'+\sin y+x\cos y+x=0$.

4) $y'=\dfrac{x+2y+1}{2x+4y+3}$.

5) $\left(x-y\sin\dfrac{y}{x}\right)dx+x\sin\dfrac{y}{x}dy=0$.

6) $y'=\dfrac{1}{xy+x^2y^3}$.

7) $y'=(4x+y-3)^2$.

8) $a(xy'+2y)=xyy'$.

9) Найти в полярных координатах уравнение такой кривой, в каждой точке которой тангенс угла между радиус-вектором и касательной равен обратной величине радиус-вектора, взятой с обратным знаком.

10) Цилиндрический резервуар с горизонтальной осью имеет длину 6 м и диаметр 4 м. Через какой промежуток времени вода, заполняющая резервуар, вытечет из него через круглое отверстие радиуса 1/12 м, сделанное в дне?

Вариант 19

1) $y'(x+\sin y)=1 \qquad (x=1,\ y=0)$.

2) $6xdx-2ydy=2yx^2dy-3xy^2dx$.

3) $y'=(x-y)^2+1$.

4) $3y^2y' - ay^3 = x + 1$.

5) $y' = \left(\dfrac{y+2}{x+y-1}\right)^2$.

6) $(1 + 3x^2 \sin y)dx - x \operatorname{ctg} y dy = 0$.

7) $(3x^2 + 6xy + y)dx + (3x^2 + x - 1)dy = 0$.

8) $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$.

9) Найти в полярных координатах уравнение такой кривой, в каждой точке которой тангенс угла, образуемого радиус-вектором с касательной, равен квадрату радиус-вектора.

10) Цилиндрический резервуар с вертикальной осью имеет 6 м высоты и 4 м в диаметре. Во сколько времени спирт, заполняющий резервуар, вытечет из него через круглое отверстие, сделанное в дне?

Вариант 20

1) $y' + \cos x(y - \sin x) = 0 \qquad (x = 0,\ y = 2)$.

2) $2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$.

3) $\left(y - \dfrac{1}{x}\right) dx + \dfrac{dy}{y} = 0$.

4) $x^2(y + 1)dx + (x^3 - 1)(y - 1)dy = 0$.

5) $y' = 3x + \sqrt{y - x^2}$.

6) $2x \operatorname{tg} y dx + (x^2 - 2 \sin y)dy = 0$.

7) $y^{n-1}(ay' + y) = x$.

8) $(x^2 + xy + y^2)dx = x^2 dy$.

9) Найти линию, у которой квадрат длины отрезка, отсекаемого любой касательной от оси ординат, равен произведению координат точки касания.

10) В резервуар глубиной 4м, имеющий в поперечном сечении квадрат со стороной 6 м, втекает нефть со скоростью 10 м^3 в 1 мин. В кое время резервуар будет наполнен, если в то же время нефть вытекает из него через квадратное отверстие стороной в 1/12 м, имеющееся в дне?

Вариант 21

1) $y' = \dfrac{x}{y}e^{2x} + y \qquad (x = 0,\ y = 1)$.

2) $xyy' - x^2\sqrt{y^2 + 1} = (x + 1)(y^2 + 1)$.

3) $(1+y^2)dx = (\operatorname{arctg} y - x)dy = 0.$

4) $(x+y)^2 y' = a^2.$

5) $2xy' + y^2 = 1.$

6) $(x\cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0.$

7) $x(x+2y)dx + (x^2 - y^2)dy = 0.$

8) $y' = \left(1 + \dfrac{y-1}{2x}\right)^2.$

9) Найти линию, у которой начальная ордината любой касательной на две единицы масштаба меньше абсциссы точки касания.

10) В дне цилиндрического сосуда, площадь основания которого 100 см^2, а высота 30 см, имеется отверстие. Вычислить площадь этого отверстия, если известно, что вода, наполняющая сосуд, вытекает из него в течение 2 мин.

Вариант 22

1) $y - y' = y^2 - xy' \qquad (x = 0,\ y = 1).$

2) $2xdy + ydx + xy^2(xdy + ydx) = 0.$

3) $y' = \sin(x - y).$

4) $(x^3 - 3xy^2 + 2)dx - (3x^2 y - y^2)dy = 0.$

5) $(x+y)dx - (x-y)dy = 0.$

6) $(x^2 + y^2 + y)dx = xdy.$

7) $(x+1)dy - [2y + (x+y)^4]dx = 0.$

8) $ydx - xdy = 2x^3 \operatorname{tg} \dfrac{y}{x} dx.$

9) Найти линию, у которой площадь прямоугольника, построенного на абсциссе любой точки и начальной ординатой касательной в этой точке, есть величина постоянная $(= a^2)$.

10) Тело, температура которого $25°$, погружено в термостат (температура его поддерживается при $0°$). За какое время тело охладится до $10°$, если за 20 мин оно охлаждается до $20°$. По закону Ньютона скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела и температурой окружающей среды.

Вариант 23

1) $x^2 + 2xy - y^2 + (y^2 + 2xy - x^2)y' = 0 \qquad (x = 1,\ y = 1).$

2) $y' = \dfrac{y}{x + y^3}.$

3) $y' + x\left(\dfrac{y}{1-x^2} - \sqrt{y}\right) = 0.$

4) $(\cos x - x\sin x)ydx + (x\cos x - 2y)dy = 0.$

5) $dy + (xy - xy^3)dx = 0.$

6) $yy' = 4x + 3y - 2.$

7) $x^2y^3 + y + (x^3y^2 - x)y' = 0.$

8) $(y^2 + X^2 + x)dy - ydx = 0.$

9) Найти уравнения кривых, у которых длина отрезка нормали постоянна и равна a.

10) Тело, температура которого $30°$, за 30 мин пребывания в термостате, температура которого $0°$, охладилось до $22,5°$. Какова будет температура тела через 3 ч после начала опыта? По закону Ньютона скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела и температурой окружающей среды.

Вариант 24

1) $y' = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} \qquad (x = -1,\, y = 1).$

2) $xdy - 2ydx + xy^2(2xdy + ydx) = 0.$

3) $y'\sqrt{1 + x + y} = x + y - 1.$

4) $y' = \dfrac{1-2x}{y^2}.$

5) $(e^y + 2xy)dx + (e^y + x)xdy = 0.$

6) $xy^3dx = (x^2y + 2)dy.$

7) $y' = e^{2x} - e^xy.$

8) $xdy - ydx = x\sqrt{x^2 + y^2}.$

9) Найти уравнение кривой, проходящей через точку (0,3), если подкасательная в любой точке равна сумме абсциссы точки касания и расстояния от начала координат до точки касания (ограничиться случаем $y/y' > 0$).

10) Если первоначальное количество фермента 1 г через 1 ч становится равным 1,2 г, то чему оно будет равно через 5 ч после начала брожения, если считать, что скорость прироста фермента пропорциональна его наличному количеству.

Вариант 25

1) $xdx + (x^2\operatorname{ctg} y - 3\cos y)dy = 0 \qquad (x = 1,\, y = 1).$

2) $y' - y\dfrac{2x-1}{x^2} - 1 = 0.$

3) $(x^2 + 2xy^3)dx + (y^2 + 3x^2y^2)dy = 0.$

4) $x^2y' - 2xy = 3y.$

5) $(x^2 - \sin^2 y)dx + x \sin 2y dy = 0.$

6) $xy' \cos \dfrac{y}{x} = y \cos \dfrac{y}{x} - x.$

7) $(x - 2)dx + (y - 2x + 1)dy = 0.$

8) $xy' + \operatorname{tg} y = 2x \sec y.$

9) Найти уравнение кривой, проходящей через точку (3,1), если длина отрезка, отсекаемого любой ее касательной на оси ординат, равна поднормали.

10) Замедляющее действие трения на диск, вращающийся в жидкости, про порционально угловой скорости вращения. Найти зависимость этой угловой скорости от времени, если известно, что диск, начавшийся вращаться со скорость ю 5 об/с, по истечении 2 мин вращается со скоростью 3 об/с. Через сколько времени он будет иметь скорость 1 об/с?

§8.2. Контрольная работа №2

Задание 1. Найти общее решение дифференциального уравнения, по виду которого определить особые решения и проверить, будут ли они особыми решениями. Построить интегральные кривые.

1.1) $2y(y' + 2) = xy'^2.$

1.2) $xy'^2 - 2yy' + 4x = 0.$

1.3) $y'^2 - 2xy' = 2y - 2x^2.$

1.4) $y = 2xy' + \dfrac{x^2}{2} + y'^2.$

1.5) $y^2(1 + y'^2) = 4(x + yy').$

1.6) $y'^2 - yy' + e^x = 0.$

1.7) $x = y\left(\dfrac{1}{\sqrt{y'}} - \dfrac{1}{y'}\right).$

1.8) $y = x(y' - 1)^2.$

1.9) $y^2y'^2 - 2xyy' + 2y^2 - x^2 = 0.$

1.10) $y'^2 - 2xy'\sqrt{y} + 4y\sqrt{y} = 0.$

1.11) $y = \dfrac{xy'}{2} + \dfrac{y'^2}{x^2}.$

1.12) $(xy' + y)^2 = y^2y'.$

1.13) $5y + y'^2 = x(x + y').$

1.14) $2(y - x^2) = y'^2 + 4xy'.$

1.15) $y'^4 = 4y(xy' - 2y)^2.$

1.16) $xy^2y'^2 - y^3y' + x = 0.$

1.17) $yy'^2 - x^3y' + x^2y = 0.$

1.18) $yy'^2 - 2xy' + y = 0.$

1.19) $y = 2xy' + y^2y'^3.$

1.20) $2y'^3 - 3y'^2 + x = y.$

1.21) $(y - 2xy')^2 = 4yy'^3.$

1.22) $x + yy' = y^2(1 + y'^2).$

1.23) $xy(xy' - y)^2 + 2y' = 0.$

1.24) $y = y'^2 - xy' + \dfrac{x^2}{2}.$

1.25) $x^2y'^2 - 2xyy' + 2xy = 0.$

Задание 2. Найти общее решение, а также особое, если оно существует.

2.1) $y = 2xy' + y'^2$.

2.2) $y = -xy' - y'^2$.

2.3) $yy' = 2xy'^2 + 1$.

2.4) $y = -\dfrac{1}{2}y'(2x + y')$.

2.5) $y = 2xy' + \sqrt{1 + y'^2}$.

2.6) $y = -xy' + y'^{5/2}$.

2.7) $y = 2xy' + \arcsin y'$.

2.8) $y = 2xy' - y'^2$.

2.9) $y = x(1 + y') + y'^2$.

2.10) $y = \dfrac{1}{y'} - xy'$.

2.11) $y = 2xy' + \mathrm{arctg}\, y'$.

2.12) $y = 5xy' - y'^2$.

2.13) $xy' = 2y + \sqrt{1 + y'^2}$.

2.14) $y = xy'^2 + 2y'$.

2.15) $y = xy'^2 + y'^3$.

2.16) $y'^3 - y + x = 0$.

2.17) $y'^3 - 3y' = y - x$.

2.18) $y = 2xy' + \dfrac{1}{y'^2}$.

2.19) $2xy' - y = \sin y'$.

2.20) $xy'^2 = y - y'$.

2.21) $y'^3 + (y'^3 - 2y')x = 3y' - y$.

2.22) $y = -\dfrac{x}{y'} - \dfrac{1}{4y'^2}$.

2.23) $2y = xy' + y' \ln y'$.

2.24) $y = -xy' - \dfrac{y'^2}{2}$.

2.25) $y = 2xy' - \dfrac{1}{y'}$.

2.26) $xy' + y = \ln y'$.

Задание 3. Найти общее, особое решения дифференциального уравнения и построить интегральные кривые.

3.1) $y = xy' + \dfrac{1}{y'} - 1$.

3.2) $y = xy' + \dfrac{1}{y'}$.

3.3) $yy'^2 - xy'^3 = \dfrac{1}{2}$.

3.4) $x = \dfrac{y}{y'} + \dfrac{1}{y'^2}$.

3.5) $y = xy' + y'^2$.

3.6) $y = xy' + y' - y'^2$.

3.7) $y = xy' - a\sqrt{1 + y'^2}$.

3.8) $y' = \ln(xy' - y)$.

3.9) $y = y'(x + 1) + y'^2$.

3.10) $y = xy' + \sqrt{1 + y'^2}$.

3.11) $y = xy' - 3y'^3$.

3.12) $(y - xy')^2 = y'^3$.

3.13) $y - xy' = y' \ln y'$.

3.14) $y = xy' + \sqrt{-ay'}$.

3.15) $y = xy' + \sqrt{1 - y'^2}$.

3.16) $y = xy' + 4y'^2$.

3.17) $y = xy' - 2y'^2$.

3.18) $y = 2y'^2 + (x - 1)y'$.

3.19) $y - xy' = 2a\sqrt{y'}$.

3.20) $(y' + x)^2 = x^2 + 2y$.

3.21) $y'^3 = xy' - y$.

3.22) $y'^2 + 2(x - 1)y' - 2y = 0$.

3.23) $y'^3 + (3x - 6)y' = 3y$.

3.24) $y = xy' + y' + \sqrt{y'}$.

3.25) $y = xy' - y'^4$.

Задание 4. Найти общее решение и особое (если оно есть).

4.1) $x = \dfrac{ay'}{\sqrt{1+y'^2}}$.

4.2) $x = y'^3 - y' + 2$.

4.3) $y = e^{y'}y'^2$.

4.4) $x = \ln y' + \sin y'$.

4.5) $x = 2y' - \dfrac{1}{y'^2}$.

4.6) $y = y'^2 + 2\ln y'$.

4.7) $y = y' + \sqrt{1+y'^2}$.

4.8) $x(1+y'^2) = 1$.

4.9) $x = y'\sin y'$.

4.10) $y = y'\sin y'$.

4.11) $y = y' + \sqrt{1-y'^2}$.

4.12) $y = y'^2 + y'^3$.

4.13) $y = \dfrac{y'^2}{2} + \ln y'$.

4.14) $y = y'^2 + 4y'^3$.

4.15) $x = 2y' - \ln y'$.

4.16) $x = y'\cos y'$.

4.17) $x = ay' + by'^2$.

4.18) $y = y'\sqrt{1+y'^2}$.

4.19) $3y'^3 - xy' + 1 = 0$.

4.20) $3y'^4 = y' + y$.

4.21) $y = y'\sin y' + \cos y'$.

4.22) $x = e^{y'} - y'^2$.

4.23) $x = e^{y'} - y'$.

4.24) $y = y'^3 - y'^2 + 1$.

4.25) $x^2(1-y') = y'^3$.

Задание 5. Найти интегральную кривую уравнения $y'^2+2xy'+2y=0$, которая пересекает ось Oy под углом α.

5.1) $\alpha = 30°$. 5.2) $\alpha = 45°$. 5.3) $\alpha = 60°$.

Найти кривые, у которых произведение расстояний от касательной до двух точек $F_1(-c,0)$ и $F_2(c,0)$ есть величина постоянная, равная l^2.

5.4) $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, $l=1$. Точки F_1 и F_2 лежат по одну сторону от касательной.

5.5) $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, $l=1$. Точки F_1 и F_2 лежат по разные стороны от касательной.

5.6) $F_1(-2,0)$, $F_2(2,0)$, $l=2$. Точки F_1 и F_2 лежат по одну сторону от касательной.

5.7) $F_1(-2,0)$, $F_2(2,0)$, $l=2$. Точки F_1 и F_2 лежат по разные стороны от касательной.

В точке M кривой проведена касательная и в точке пересечения P этой касательной с осью Oy восстановлен к ней перпендикуляр, пересекающий ось Ox в точке A. Найти кривую, для которой площадь треугольника OPA есть величина постоянная, равная b.

5.8) $b=1$. 5.9) $b=2$. 5.10) $b=3$.

Найти кривую, касательные к которой образуют на осях координат отрезки, произведение которых равно k.

5.11) $k=1$. 5.12) $k=2$. 5.13) $k=3$.

Найти линию, касательные к которой отсекают на осях координат отрезки, сумма которых равна a.

5.14) $a = 1$. 5.15) $a = 2$.

Найти кривую, если расстояние данной точки $M(a, b)$ до любой касательной к этой кривой равно l.

5.16) $M(1, 1)$, $l = 1$. 5.17) $M(2, 2)$, $l = 2$. 5.18) $M(3, 3)$, $l = 3$.

Найти линию, для которой сумма нормали и поднормали пропорциональна абсциссе. Коэффициент пропорциональности равен k.

5.19) $k = 1$. 5.20) $k = 2$.

Найти кривые, у которых отрезок нормали между осями сохраняет постоянную длину l.

5.21) $l = 1$. 5.22) $l = 2$.

Найти кривые, у которых нормаль отсекает на координатных осях отрезки, сумма которых равна a.

5.23) $a = 1$. 5.24) $a = 2$. 5.25) $a = 3$.

Вопросы к коллоквиуму

1й коллоквиум «Линейные уравнения, уравнения с постоянными коэффициентами высших порядков»

1.Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Частное, общее, особое решение.

2.Уравнение с разделяющимися переменными

3.Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

4.Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения. Свойства решения

5.Уравнение в полных дифференциалах. Теорема Коши.

6.Интегрирующий множитель, его свойства.

7.Практическое нахождение интегрирующего множителя

2й коллоквиум

8.Уравнения, не разрешенные относительно производной. Общий метод параметризации

9.Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши.

10.Особые точки.

11.2 способа нахождения особых решений.

Тесты

1. Что понимается под дифференциальным уравнением?

   + уравнение, в котором неизвестная функция входит под знаком производной или дифференциала;

   - уравнение, в котором неизвестная функция есть y;

   - уравнение, в котором неизвестная функция есть x;

   - уравнение, в которое входит dx и dy.

2. Какое дифференциальное уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением?

   - дифференциальное уравнение вида $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$;

   - дифференциальное уравнение вида $\frac{\partial u}{\partial x} + a\frac{\partial u}{\partial y} = 0$;

   + дифференциальное уравнение, в котором неизвестная функция входит под знаком обычной производной или дифференциала.

3. Что называется порядком дифференциального уравнения?

   + порядок наивысшей производной, входящей в это уравнение;

   - порядок переменной x, входящей в это уравнение;

   - порядок y, входящего в это уравнение;

   - порядок производной, входящей в это уравнение.

4. Понятие общего решение О.Д.У. I порядка $y' = f(x, y)$.

   + $y = \varphi(x, c)$ называется общим решением уравнения $y' = f(x, y)$, если для любой константы c – это решение данного уравнения и для для любой точки (x_0, y_0) найдется константа $c = c_0$ такая, что $y_0 = \varphi(x_0, c_0)$;

   - $y = \varphi(x, c)$ называется общим решением уравнения $y' = f(x, y)$, если для любой константы c – это решение данного уравнения;

   - $y = \varphi(x, c)$ называется общим решением уравнения $y' = f(x, y)$, если оно проходит через любую начальную точку.

5. Что такое частное решение уравнения $y' = f(x, y)$?

   + это решение, которое получается из общего с учетом начальных данных при конкретной константе c;

   - это решение, которое содержится в общем;

   - это решение, которое получается из общего при некоторой константе c;

   - это решение, которое отвечает своим начальным значениям.

6. Какое из нижеперечисленных уравнений является уравнением с разделяющимися переменными?

   - $dy = \frac{5x-y}{dx}$;

   + $ydy = xdx$;

   -$y' \tan(xy) = y$;

   - $xdx = \frac{y^2+1}{dy}$.

7. Функция двух переменных $z = f(x, y)$ называется однородной измерения k, если

   - $f(tx, y) = t^k f(x, y)$;

   - $f(x, ty) = t^k f(x, y)$;

   + $f(tx, ty) = t^k f(x, y)$;

   - $f(tx, y) = t^k f(x, y)$ или $f(x, ty) = t^k f(x, y)$;

8.Какой подстановкой однородное уравнение приводится к уравнению с разделяющимися переменными?

- $\frac{x}{y} = z(x)$;

- $x \cdot y = z(x)$;

- $x - y = z(x)$;

+ $\frac{y}{x} = z(x)$.

9. Какой подстановкой уравнение $y' = f(\frac{ax+by+c}{ax_1+by_1+c_1})$ при $\delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \neq 0$ приводится к однородному уравнению?

- $a_1x + b_1y = z$;

- $\begin{cases} ax + by = \alpha \\ a_1x + b_1y = \beta \end{cases}$;

+ $\begin{cases} x = u + \alpha \\ y = v + \beta \end{cases}$;

- $\begin{cases} ax + by + c = u \\ a_1x + b_1y + c_1 = v \end{cases}$.

10. Какой подстановкой уравнение $y' = f(\frac{ax+by+c}{ax_1+by_1+c_1})$ при $\delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} = 0$ приводится к уравнению с разделяющимися переменными?

+ $a_1x + b_1y = z$;

- $\begin{cases} ax + by = \alpha \\ a_1x + b_1y = \beta \end{cases}$;

- $\begin{cases} x = u + \alpha \\ y = v + \beta \end{cases}$;

- $\begin{cases} ax + by + c = u \\ a_1x + b_1y + c_1 = v \end{cases}$.

11. Какое дифференциальное уравнение I порядка называют линейным?

+ дифференциальное уравнение I порядка, линейное относительно y и y' с коэффициентами, зависящими от x: $A(x)y' + B(x)y = C(x)$;

- дифференциальное уравнение вида: $ax + by = y'$, где a, b - некоторые константы;

- дифференциальное уравнение, линейное относительно x и y', например $5x + 2y' = 3y^2$;

- дифференциальное уравнение, линейное относительно x и y, например $2x + 5y = yy'$.

12. В чем заключается суть метода вариации произвольной постоянной в решении неоднородных уравнений?

- решаем соответствующее однородное уравнение и варьируем произвольную константу c в ответе;
- решаем соответствующее однородное уравнение и объявляем константу c функцией от x, полученное решение и есть искомое решение исходного неоднородного уравнения;

\+ решаем соответствующее однородное уравнение, затем ищем решение неоднородного уравнения в таком же виде, считая константу c функцией от x, затем подставляем это решение в исходное уравнение и находим $c(x)$.

13. Какое из нижеперечисленных уравнений I порядка является уравнением Бернулли?

- $2y' - \frac{4}{x}y = x^2 y$;

\+ $xy' + y = \sqrt{y}$;

- $xy' + 2y = 0$;
- $x(y')^2 - y = \sqrt{y}$;
- $y(y')^2 + y^2 = x\sqrt{y}$.

14. Какое уравнение I порядка называется уравнением в полных дифференциалах?

- уравнение вида $du = 0$;

\+ уравнение вида $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, левая часть которого есть полный дифференциал некоторой функции двух переменных $z = z(x,y)$;

- уравнение вида $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$;
- уравнение вида $dy = f(x,y)dx$, где правая часть уравнения есть полный дифференциал некоторой функции dz.

15. Каков критерий того, что уравнение вида $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ является уравнением в полных дифференциалах?

- $\frac{\partial^2 M}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial y}$;
- $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$;

\+ $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$;

- $\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial x^2}$;

- $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}$.

16. Какая функция $\mu = \mu(x, y)$ называется интегрируемым множителем для уравнения $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$?

- такая, что левая часть уравнения есть $d\mu$;

+ такая, что после домножения на μ левая часть уравнения станет полным дифференциалом;

- такая, что после домножения на $\mu(x,y)$получится уравнение вида $\mu M(x,y)dx + \mu N(x,y)dy = 0$;

- такая, что $\mu M(x,y)dx = -\mu N(x,y)dy$.

17. Какое уравнение $F(x, y, y') = 0$ называется уравнением Лагранжа?

- линейное, относительно y, y', с коэффициентами, зависящими от y;

- линейное, относительно x, y', с коэффициентами, зависящими от y;

+ линейное, относительно x, y, с коэффициентами, зависящими от y';

- линейное, относительно y', с коэффициентами, зависящими от x, y.

18. Какое уравнение $F(x, y, y') = 0$ называется уравнением Клеро?

- линейное, относительно y, y', с коэффициентами, зависящими от y;

- линейное, относительно x, y', с коэффициентами, зависящими от y;

+ линейное, относительно x, y: $y = xy' + \varphi(y')$;

- линейное, относительно y', с коэффициентами, зависящими от x, y'.

19. Как выглядит общее решение уравнения Клеро?

- $y = 2x + c$;

- $y = 2c + \varphi(c)$;

- $y = \varphi(c)$;

+ $y = xc + \varphi(c)$;

- $y = x + \varphi(c)$.