





МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

«СОГЛАСОВАНО»
Руководитель ОП
Прикладная механика


(подпись) Озерова Г.П.
(Ф.И.О. рук.ОП)
«26» июня 2016 г.

«УТВЕРЖДАЮ»
Заведующий кафедрой
Механики и математического моделирования


(подпись) А.А. Бочарова
(Ф.И.О. зав. каф.)
«26» июня 2016 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Введение математические модели механики

Направление подготовки 15.03.03 Прикладная механика

Профиль подготовки:

Введение в математические модели механики

Форма подготовки: очная

курс 2 семестр 3-4
лекции 54 час.
практические занятия 72 час.
лабораторные работы 0 час.
в том числе с использованием МАО лек 8 пр. 34 /лаб. _____ час.
всего часов аудиторной нагрузки 126 час.
в том числе с использованием МАО 42 час.
самостоятельная работа 126 час.
в том числе на подготовку к экзамену 81
курсовая работа / курсовой проект _____ семестр
зачет _____ семестр
экзамен 3,4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта, самостоятельно устанавливаемого ДФУ, утвержденного приказом ректора от 10.03.2016 № 12-13-391

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры механики и математического моделирования, протокол № 9 от «23» июня 2016 г.

Заведующий кафедрой: к.ф.--м.н. А.А. Бочарова
Составитель: к.ф.--м.н. О.Н. Любимова

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «23» _ июня 2017 г. № 11

Заведующий кафедрой _____ Бочарова А.А.
(подпись) (И.О. Фамилия)

В целях повышения качества знаний студентов в РПУД внесены следующие изменения:

- добавлены расчетно-графические задания (РГР)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « ____ » _____ 20 ____ г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

Аннотация дисциплины «Введение в математические модели механики»

Дисциплина «Введение в математические модели механики» разработана для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.03 «Прикладная механика», профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов» и является обязательной дисциплиной вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана (Б1.В.ОД.4).

Трудоемкость дисциплины составляет 252 часа (7 зачетных единиц). Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (54 часа), практические занятия (72 часа), и самостоятельная работа студентов (126 часов, из них 81 час на экзамен). Дисциплина реализуется на 2 курсе в 3,4 семестре. Форма промежуточной аттестации – экзамен (3,4 семестр).

Дисциплина «Введение в математические модели механики» логически связана с дисциплинами «Математическое моделирование процессов механики», «Численные методы в механике».

Цель дисциплины: изучить применение современных компьютерных технологий и математических методов для решения задач механики при проведении инженерных расчетов.

Задачи дисциплины:

- Изучить компьютерное моделирование задач механики, физические и математические модели реальных объектов;
- Дать понятие о математическом моделировании и вычислительном эксперименте;
- Раскрыть роль численных методов в исследовании сложных математических моделей;
- Изучить основы использования компьютерных систем, применяемых для математических расчетов.

Для успешного изучения дисциплины «Введение в математические модели механики» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- владение навыками работы с вычислительной техникой;
- умение понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес;
- умение организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, характеризуют этапы формирования следующих компетенций:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-3 способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	Знает	методику теоретических научных исследований на основе математического (в том числе компьютерного) моделирования явлений и объектов и основные типы математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности
	Умеет	применять методику математического моделирования для решения теоретических и экспериментальных научных исследований, относящихся к профилю деятельности.
	Владеет	способностью проводить теоретические и экспериментальные научные исследования на основе математических (в том числе компьютерные) моделей явлений и объектов, относящихся к профилю деятельности; анализировать математические модели и предлагать решения по повышению их точности и адекватности
ПК-3	Знает	- методику математического (в том числе компьютерного)

<p>готовностью выполнять научно-исследовательские работы и решать научно-технические задачи в области прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям</p>		<p>моделирования явлений и объектов</p> <ul style="list-style-type: none"> - области применимости методов математического моделирования и основные принципы построения математических моделей - основные типы математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности
	Умеет	<ul style="list-style-type: none"> - применять методы математического моделирования для решения задач, относящихся к профилю деятельности - разрабатывать математические модели физических явлений и процессов, относящихся к профилю деятельности; - анализировать математические модели механических явлений и процессов, относящихся к профилю деятельности
	Владеет	<ul style="list-style-type: none"> - способностью разрабатывать математические (в том числе компьютерные) модели явлений и объектов, относящихся к профилю; - способностью к анализу математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности; - способностью предлагать решения по повышению точности и адекватности математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности
<p>ПК-5 способностью составлять описания выполненных научно-исследовательских работ и разрабатываемых проектов, обрабатывать и анализировать полученные результаты, готовить данные для составления отчетов и презентаций, написания докладов, статей и другой научно-технической документации</p>	Знает	<p>основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории функций комплексных переменных в приложениях к моделированию технических объектов и устройств</p>
	Умеет	<ul style="list-style-type: none"> - моделировать физические и механические процессы; - обрабатывать построенные математические модели; - интерпретировать результаты такой обработки.

	Владеет	- методами и основными программными средствами для моделирования объектов механики; - навыками подбора и изучения литературы в области математического моделирования механических процессов.
--	---------	---

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Введение в математические модели механики» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения: лекция-презентация, групповые консультации.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Раздел I. Дополнительные главы к математическому моделированию (27 часов)

Тема 1. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений (13 часов)

Существование и единственность. Геометрическая интерпретация. Автономные уравнения и системы на плоскости. Интегральные кривые и фазовый портрет. Неподвижные точки и их классификация. Качественно эквивалентные. Фазовые портреты и динамика. Изоклины, потоки и эволюция. Построение фазовых портретов на плоскости. Получение явных формул. Линейные системы, типы канонических систем и качественная эквивалентность. Простые канонические системы на плоскости. Классификация линейных систем. Оператор эволюции. Линейные и нелинейные модели. Нелинейные системы на плоскости. Линеаризация в окрестности неподвижной точки. Теоремы о линеаризации. Устойчивость неподвижных точек. Релаксационные колебания. Кусочное моделирование.

Тема 2. Основы теории функции комплексного переменного (15 часов)

Комплексные числа и действия над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел. Теоремы о модуле и аргументе. Кватернионы и гиперкомплексные числа. Понятие функции комплексного переменного (ФКП). Понятие области, линия Жордана. Непрерывность ФКП, равномерная непрерывность. Лемма Гейне-Бореля. Ряды функций. Понятие равномерно сходящегося ряда, признак равномерно сходящегося ряда. Понятие степенного ряда, области и радиуса его сходимости. Первая теорема Абеля. Равномерная сходимость степенного ряда. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование ФКП и элементарные функции. Понятие производной и функции аналитической в области. Понятие дифференциала. Условия Коши-Римана. Сопряженные гармонические функции. Дифференцирование степенных рядов. Показательная функция. Функции тригонометрические и гиперболические. Однолистные функции. Обратные функции. Радикус, логарифм и арксинус. Понятие о точках разветвления. Ветви многозначных функций. Конформное отображение. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Геометрический смысл дифференциала. Условия, определяющие конформное отображение. Основные принципы теории конформного отображения. Линейная функция и различные типы линейных преобразований, некоторые элементарные функции и даваемые ими отображения. Отображение верхней полуплоскости на самое себя. Отображение круга на верхнюю полуплоскость. Отображение круга на самого себя. Отображения даваемые элементарными функциями: степенной, радикалом, показательной и логарифмической. Интегралы по комплексному переменному. Основные его свойства. Теорема Коши. Распространение теоремы Коши для случая сложных контуров. Интеграл Коши. Формула Коши. Интеграл Пуассона. Ряды аналитических функций и разложение аналитических функций в степенной ряд. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций. Ряд Тейлора. Теоремы Вейерштрасса 1 и 2-ая. Ряд Лорана. Классификация особых точек однозначной функции. Поведение аналитической функции в бесконечности. Вычет функции относительно

изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Теорема Руше. Приложение теории вычетов к вычислению определенного интеграла. Прикладные задачи.

Раздел II. Простейшие математические модели механики (27 часов)

Тема 1. Векторный анализ (12 часов) Определение и геометрическая интерпретация векторных и скалярных полей. Векторная функция скалярного аргумента: годограф, предел, производная и их свойства. Касательная и нормаль к плоской кривой, кривизна, радиус кривизны и кручение кривой. Соприкасающаяся плоскость. Естественный трехгранник Френе. Производная по направлению и ее свойства. Градиент скалярной функции векторного аргумента. Геометрический и физический смысл градиента и его свойства. Криволинейный интеграл I рода, теорема о существовании криволинейного интеграла I рода (необходимое условие). Вычисление, приложения и свойства криволинейного интеграла I рода. Криволинейный интеграл II рода, теорема о существовании криволинейного интеграла II рода (необходимое условие). Вычисление, приложения и свойства криволинейного интеграла II рода. Формула Грина. Теорема условие независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования. Поверхностный интеграл I рода, вычисление, приложения и его свойства. Поверхностный интеграл II рода, вычисление, приложения и его свойства.

Тема 2. Тензорный анализ и теория поля (15 часов)

Основные элементы тензорного исчисления. Характеристика системы координат. Основной и взаимный базис системы координат. Понятие метрики пространства. Метрические коэффициенты основного и взаимного базисов. Преобразования координат и базисных векторов. Понятие тензора второго ранга. Ряд тензоров. Элементы тензорной алгебры. Сложение и вычитание тензоров. Умножение тензора на скаляр. Операция жонглирования индексами. Скалярное умножение тензоров. Векторное умножение тензоров, тензор Риччи. Элементы тензорного анализа.

Дифференцирование тензоров по координатам. Символы Кристоффеля 1-ого и 2-ого родов. Вычисление символов Кристоффеля. Дифференциальные операции первого порядка с тензорами. Градиент тензора. Дивергенция тензора. Интегральные теоремы тензорного анализа. Ковариантные и контравариантные векторы базиса. Ковариантные и контравариантные компоненты векторов. Тензоры. Поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент. Ковариантное дифференцирование. Векторные линии, линии тока, траектории. Векторные поверхности. Поток векторного поля. Дивергенция. Теорема Остроградского-Гаусса. Циркуляция. Ротор. Формула Стокса. Оператор Гамильтона. Векторные дифференциальные операции первого и второго порядков. Классификация векторных полей. Примеры соленоидального, потенциального и гармонического поля.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (72 часа)

Занятие 1. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений. Часть 1. (2 часа).

1. Выполнить наброски интегральных кривых для различных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).
2. Исследовать характер неподвижных точек ОДУ.
3. Научиться распределять ОДУ на качественно- эквивалентные.

Занятие 2. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений. Часть 2. (2 часа).

1. Изобразить фазовые портреты автономных систем на плоскости.
2. Изобразить динамику автономных систем на плоскости.
3. Найти оператор эволюции для ОДУ.

Занятие 3. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений. Часть 3. (2 часа).

1. Классифицировать простые линейные канонических системы по их фазовым портретам.

2. Определение неподвижных точек системы ОДУ.
3. Определение устойчивости системы ОДУ.

Занятие 4. Основы теории функции комплексного переменного (4 часа)

1. Комплексные числа, модуль, аргумент, геометрический смысл и действия над комплексными числами.
2. Области, определяемые неравенствами на комплексной плоскости.
3. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.

Занятие 5. Основы теории функции комплексного переменного (4 часа)

1. Последовательности и ряды комплексных чисел.
2. Степенной ряд определение равномерной сходимости.
3. Степенной ряд определение радиуса сходимости.

Занятие 6. Основы теории функции комплексного переменного (4 часа)

1. Линейная ФКП и ее свойства.
2. Дробно-линейная ФКП и ее свойства.
3. Показательная, тригонометрические, обратные тригонометрические и логарифмическая ФКП и их свойства.

Занятие 7. Основы теории функции комплексного переменного (4 часа)

1. Вычисление предела и исследование на непрерывность ФКП.
2. Правила дифференцирования ФКП.
3. Восстановление ФКП по заданной реальной или мнимой части.

Занятие 8. Основы теории функции комплексного переменного (4 часа)

1. Интегрирование ФКП. Применение интегральной теоремы Коши.
2. Разложение ФКП в ряд Лорана.
3. Вычисление вычетов. Приложение теории вычетов к вычислению несобственных интегралов функции действительного переменного.

Занятие 9. Основы теории функции комплексного переменного (4 часа)

1. Отображение верхней полуплоскости на самое себя.
2. Отображение круга на верхнюю полуплоскость.

3. Отображение круга на самого себя.

4. Отображения элементарными функциями: степенной, радикалом, показательной и логарифмической.

Занятие 10. Векторный анализ (4 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с определением годографа.

2. Рассмотреть задачи связанные с определением касательной и нормали к плоской кривой.

3. Рассмотреть задачи связанные с определением кривизны, радиуса кривизны и кручения кривой, аналитическое определение соприкасающейся плоскости.

Занятие 11. Векторный анализ (4 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с производной по направлению.

2. Рассмотреть задачи связанные с определением градиентом и их свойствами.

Занятие 12. Векторный анализ (4 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с вычислением криволинейного интеграла 1-го рода в разных системах координат.

2. Примеры на физический смысл криволинейного интеграла 1-го рода.

Занятие 13. Векторный анализ (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с вычислением криволинейного интеграла 2-го рода, его физический смысл.

2. Формула Грина.

3. Применение теоремы об условии независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.

Занятие 14. Векторный анализ (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с вычислением поверхностного интеграла 1-го рода в разных системах координат.

2. Примеры на физический смысл поверхностного интеграла 1-го рода.

Занятие 15. Векторный анализ (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с вычислением поверхностного интеграла 2-го рода в разных системах координат.

2. Примеры на физический смысл поверхностного интеграла 2-го рода.

Занятие 16. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Выписать некоторые выражения для тензоров с индексами, используя числовые значения индексов, а не их буквенные обозначения.

2. Рассмотреть задачи связанные с алгебраическими действиями над тензорами: сумма, разность, опускание, поднятие и смена индекса.

Занятие 17. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с определением скалярного произведения векторов разных рангов.

2. Рассмотреть задачи связанные с определением векторного произведения векторов разных рангов.

Занятие 18. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с дифференцированием тензоров.

2. Определение символов Кристоффеля 1-ого и 2-ого рода.

Занятие 19. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Выразить инварианты тензора через его главные компоненты.

2. Расписать градиент, дивергенцию и ротор в декартовой системе координат.

Занятие 20. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Задачи по определению векторных линии, линии тока и траектории.

2. Задачи по определению потока векторного поля в декартовой и криволинейной системах координат.

Занятие 21. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с определением дивергенции.

2. Применение теоремы Остроградского-Гаусса к вычислению потока.

Занятие 22. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с определением циркуляции и ротора.

3. Применение формулы Стокса к вычислению циркуляции.

Занятие 23. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть задачи связанные с применением оператора Гамильтона.

2. Векторные дифференциальные операции первого и второго порядков.

Занятие 24. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Задачи по классификация векторных полей.

2. Примеры соленоидального, потенциального и гармонического поля.

Занятие 25. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть примеры на применение тензорного анализа в механике жидкости и газа.

Занятие 26. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть примеры на применение тензорного анализа при постановке задач термоупругости.

Занятие 27. Тензорный анализ и теория поля (2 часа)

1. Рассмотреть примеры на применение тензорного анализа при постановке задач в механике разрушения хрупких материалов.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Введение в математические модели механики» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы обучающихся;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Дополнительные главы к математическому моделированию	ОПК-3, ПК-5	знает основные тенденции развития науки в области математического моделирования в механике - современные методы выполнения исследовательских работ при моделировании в механике	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к зачету 1-27
			Умеет ставить задачи и разрабатывать программу исследования, выбирать адекватные способы и методы решения задач, анализировать, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты, - применять полученные знания при реализации конкретных научно-исследовательских работ в математическом моделировании в механике		
			Владеет современными фундаментальными и прикладными методами построения математических моделей в механике - навыками обработки и анализа полученных результатов, способен готовить данные для составления отчетов и презентаций		
2	Простейшие математические модели механики	ПК-3,	Знает основы современных методов построения математических моделей в механике	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к экзамену 1-25
			Умеет применять полученные знания для решения конкретных фундаментальных и прикладных задач механики		

№ п/п	Контролируем ые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
			в части математического моделирования		
			Владеет навыками работы с современными методами исследований в области математического моделирования, способностью анализировать, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты решения математических моделей к механике		

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. – М.: Логос, 2010. - 384 с.: ил. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/469288>
2. Теория функций комплексного переменного: Учебник / Половинкин Е.С. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 254 с.: 60x90 1/16. - (Высшее

образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-004864-2 - Режим доступа:
<http://znanium.com/catalog/product/487040>

3. Любимова О.Н., Плаксина И.В., Линник Е.В. Векторный анализ : учебно-методический комплекс для вузов. Владивосток : Изд-во Дальневосточного технического университета, 2008.-177 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:384585&theme=FEFU>

4. А.Бойко, Л. С. Ксендзенко Равновесные системы в механике : [учебное пособие для вузов] / Л. А.Бойко, Л. С. Ксендзенко ; Дальневосточный государственный технический университет. Владивосток : Изд-во Дальневосточного технического университета, 2008. 131 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:384658&theme=FEFU>

5. Саталкина, Л. В. Математическое моделирование [Электронный ресурс] : задачи и методы механики. Учебное пособие / Л. В. Саталкина, В. Б. Пеньков. — Электрон. текстовые данные. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013. — 97 с. — 978-5-88247-584-9
<http://www.iprbookshop.ru/22880.html>

6. Давыдов, А. П. Основы механики жидкости и газа (Современные проблемы техники, технологий и инженерных расчетов) [Электронный ресурс] : монография / А. П. Давыдов, М. А. Валиуллин, О. Р. Каратаев ; под ред. Л. Г. Шевчук. — Электрон. текстовые данные. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 109 с. — 978-5-7882-1665-2. <http://www.iprbookshop.ru/63753.html>

7. Влияние механических воздействий на физико-химические процессы в твердых телах [Электронный ресурс] : монография / В. А. Полубояров, О. В. Андрюшкова, И. А. Паули, З. А. Коротаева. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2011. — 602 с. — 978-5-7782-1847-5.
<http://www.iprbookshop.ru/45364.html>

Дополнительная литература

1. Дроздова Ю. А. Механика сплошных сред. Теория и задачи : учебное пособие для вузов / Ю. А. Дроздова, М. Э. Эглит - Москва : ЦентрЛитНефтеГаз, 2010, 281 с.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:296031&theme=FEFU>

2. Саталкина Л.В. Математическое моделирование [Электронный ресурс]: задачи и методы механики. Учебное пособие/ Саталкина Л.В., Пеньков В.Б.— Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.— 97с.

<http://www.iprbookshop.ru/22880>

3. Золотарев А.А. Инструментальные средства математического моделирования: учебное пособие / Золотарев А.А., Бычков А.А., Золотарева Л.И. - Ростов-на-Дону:Издательство ЮФУ, 2011. - 90 с.

<http://znanium.com/catalog/product/556187>

4. Луценко Н.А. Механика сплошной среды. Начала динамики, законы сохранения, простейшие модели: краткий курс лекций [Электронный ресурс] / Инженерная школа ДВФУ. – Электрон. дан. – Владивосток: Дальневост. федерал. ун-т, 2015. – 35 с.

<http://elib.dvfu.ru/vital/access/manager/Repository/fefu:1687>

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

На изучение дисциплины отводится 126 часа аудиторных занятий и 126 часов самостоятельной работы.

На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. На практических занятиях преподаватель разбирает решение некоторых задач по соответствующим разделам прикладной математики, подсказывает ход и метод решения.

Кроме аудиторной работы с преподавателем, студент должен самостоятельно выполнять индивидуальные домашние задания.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для лекционных и практических занятий используется следующее оборудование:

- Моноблок Lenovo C306G-i34164G500UDK (20 шт),
- Акустическая система для потолочного монтажа с низким профилем, Extron SI 3CT LP (пара)
- Врезной интерфейс с системой автоматического втягивания кабелей TLS TAM 201 Standart III
- Документ-камера Avervision CP355AF
- ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716CCBA
- Комплект удлинителей DVI по витой паре (передатчик/приёмник), Extron DVI 201 Tx/Rx
- Матричный коммутатор DVI 4x4. Extron DXP 44 DVI PRO
- Микрофонная петличная радиосистема УВЧ диапазона Sennheiser EW 122 G3 в составе речевого приёмника EM 100 G3, передатчика SK 100 G3, петличного микрофон ME 4 с ветрозащитой и антенн (2 шт.)
- Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800
- Расширение для контроллера управления Extron IPL T CR48
- Сетевая видеокамера Multipix MP-HD718
- Сетевой контроллер управления Extron IPL T S4
- Стойка металлическая для ЖК-дисплея У SMS Flatscreen FH T1450
- Усилитель мощности, Extron XPA 2001-100V
- Цифровой аудиопроцессор, Extron DMP 44 LC
- Шкаф настенный 19" 7U, Abacom VSP-W960SG60
- Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice, 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см

Приложение 1 к рабочей программе учебной дисциплины



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Введение в математические модели механики»

Направление подготовки – 15.03.03 «Прикладная механика»

**профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических
систем и процессов»**

Форма подготовки: очная

**Владивосток
2016**

**План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине
«Введение в математические модели механики»**

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	1 -12 неделя	Выполнение заданий 1-14 из расчетно-графического задания (РГЗ) 1.	13 часов	ПР-12
2	5-18 неделя	Выполнение заданий 1-5 из РГЗ 2. Чтение Главы 1-6 из учебника [3] основной литературы.	14 часов	ПР-12
3	10-18 неделя	Подготовка к экзамену	27 часов	УО-1 Раздел 1. Вопросы 1-17
4	25 неделя	Повтор и закрепление знаний по основным понятиям и теоремам векторного анализа	3 часа	УО-1 Раздел 2. Вопросы 18-27
5	26 неделя-34 неделя	Выполнение заданий 6-16 из РГЗ 2. Чтение глав 1-2 из учебника [4] основной литературы.	10 часов	ПР-12
6	35 неделя -36 неделя	Повтор и закрепление знаний основным понятиям и теоремам тензорного анализа	5 часов	УО-1 Раздел 2. Вопросы 18-39
7	Экзаменационная сессия	Подготовка к итоговому экзамену	54 часа	Перечень типовых вопросов к экзамену 1-25
Итого			126 часов	

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы обучающихся

Кроме аудиторной работы с преподавателем, студент должен самостоятельно читать соответствующие учебные пособия из списка основной и дополнительной литературы. Самостоятельная работа студента должна выполняться каждую неделю регулярно в течение семестра. В ходе выполнения самостоятельной работы студент должен прочитать как минимум пособия [1] - [4] из списка основной литературы. В случае возникновения вопросов при выполнении самостоятельной работы, студент может обратиться к преподавателю на консультации.

По завершению изучения каждого раздела преподавателем осуществляются устные опросы. Типовые вопросы для собеседования приведены в приложении 2. Для подготовки рекомендуется использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дисциплине «Введение в математические модели механики».

Пример выполнения расчетно-графического задания 1 по Разделу 1

1. Какие дифференциальные уравнения из приведенного ниже списка имеют одинаковый фазовый портрет?

А) $x' = \operatorname{sh} x$; б) $x' = ax$, $a > 0$; в) $x' = \sin x$; г) $x' = x^3 - x$;

Д) $x' = \operatorname{th} x$; е) $x' = x \ln|x|$, $x \neq 0$.

2. Начертить интегральные кривые для дифференциальных уравнений:

А) $x' = x^2 - t^2 - 1$;

Б) $x' = t - t/x$, $x \neq 0$.

3. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-1}$.

4. Представить в алгебраической форме $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right)$

5. Вычислить область, заданную неравенствами $|z-1| \leq 1$, $|z+1| > 2$.

6. Восстановить аналитическую (в окрестности точки z_0) функцию $f(z)$ по известной действительной или мнимой части $u = x^2 - y^2 + x$, $f(0) = 0$.

7. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой

8. $\int_{AB} z^{-2} dz$, АВ: $\{y=x^2, z_A=0, z_B=1+i\}$.

9. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням ($z-z_0$): $\frac{z+1}{z(z-1)}$, $z_0=1+2i$.

10. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 : $z \cdot \cos \frac{1}{z-2}$, $z_0=2$.

11. Вычислить интегралы: $\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}$ и $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz$.

12. Вычислить интегралы: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$ и $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2 + 4)^2} dx$.

13. Найти дробно-линейную функцию, отображающую круг $|z| < 1$ на плоскость $Im(z) > 0$ так, чтобы точки $-1; i; 1$ перешли в точки $\infty; 0; 1$.

14. Отобразить на верхнюю полуплоскость единичный круг с разрезом, идущим от центра по действительной оси.

Пример выполнения расчетно-графического задания по Разделу 2

Пример 1. Дан радиус-вектор движущийся в пространстве точки $\vec{r} = a \sin t \vec{i} - a \cos t \vec{j} + bt^2 \vec{k}$ (t - время, a и b - постоянные). Найти годографы скорости и ускорения.

Решение. Скорость движущейся точки вычисляется по формуле

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (a \sin t \vec{i} - a \cos t \vec{j} + bt^2 \vec{k}) = a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j} + 2bt \vec{k}$$

Чтобы построить годограф $\vec{v}(t)$ положим, что

$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t, \text{ это параметрическое задание винтовой линии, т.е.} \\ z = 2bt \end{cases}$$

годограф $\bar{v}(t)$ - винтовая линия.

Найдем годограф ускорения $\bar{a}(t)$

$$\bar{a}(t) = \bar{v}'(t) = \bar{r}''(t) = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} \Rightarrow$$

$$\bar{a}(t) = -a \sin t \bar{i} + a \cos t \bar{j} + 2b \bar{k}$$

следовательно, годограф $\bar{a}(t)$ линия заданная параметрически

следующим образом $\begin{cases} x = -a \sin t \\ y = a \cos t, \text{ это параметрические задание} \\ z = 2b \end{cases}$

окружности, т.е. годограф ускорения $\bar{a}(t)$ - окружность.

Пример 2. Дано $\bar{r} = \bar{r}(t)$. Найти производные

а) $\frac{d}{dt} \left(\bar{r}^{-2} \right)$; б) $\frac{d}{dt} \left(\bar{r}, \frac{d\bar{r}}{dt} \right)$; в) $\frac{d}{dt} \left[\bar{r}, \frac{d\bar{r}}{dt} \right]$

Решение. а) Используем правило дифференцирования скалярного произведения

$$\frac{d(\bar{a}, \bar{b})}{dt} = \left(\frac{d\bar{a}}{dt}, \bar{b} \right) + \left(\bar{a}, \frac{d\bar{b}}{dt} \right), \text{ т.к. } \bar{r}^{-2} = (\bar{r}, \bar{r}), \text{ следовательно}$$

$$\frac{d(\bar{r}, \bar{r})}{dt} = \left(\frac{d\bar{r}}{dt}, \bar{r} \right) + \left(\bar{r}, \frac{d\bar{r}}{dt} \right) = 2 \left(\frac{d\bar{r}}{dt}, \bar{r} \right)$$

б) Аналогично примеру а)

$$\frac{d \left(\bar{r}, \frac{d\bar{r}}{dt} \right)}{dt} = \left(\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d\bar{r}}{dt} \right) + \left(\bar{r}, \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} \right) = \left| \frac{d\bar{r}}{dt} \right|^2 + \left(\bar{r}, \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} \right)$$

в) Используем правило дифференцирования векторного произведения

$$\frac{d[\bar{a}, \bar{b}]}{dt} = \left[\frac{d\bar{a}}{dt}, \bar{b} \right] + \left[\bar{a}, \frac{d\bar{b}}{dt} \right], \text{ тогда}$$

$$\frac{d\left[\bar{r}, \frac{d\bar{r}}{dt} \right]}{dt} = \left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d\bar{r}}{dt} \right] + \left[\bar{r}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \right] = \left\{ \text{т.к. } [\bar{a}, \bar{a}] = 0 \right\} = \left[\bar{r}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \right]$$

Пример 3. Найти радиус кривизны линии $\bar{r} = 3t^2\bar{i} + (3t - t^3)\bar{j} + 2\bar{k}$ при $t = 1$.

Решение. Кривизна линии заданной векторно-параметрическим уравнением $\bar{r} = \bar{r}(t)$, где параметр t – произвольный, определяется по формуле

$$k = \frac{\left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \right]}{\left| \frac{d\bar{r}}{dt} \right|^3}$$

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = 6t\bar{i} + (3 - 3t^2)\bar{j} + 0\bar{k},$$

$$\left| \frac{d\bar{r}}{dt} \right| = \sqrt{(6t)^2 + (3 - 3t^2)^2} = \sqrt{3^2 + 18t^2 + 9t^4} = (3 + 3t^2)$$

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = 6\bar{i} + (-6t)\bar{j} + 0\bar{k}$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \right] &= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 6t & (3 - 3t^2) & 0 \\ 6 & -6t & 0 \end{vmatrix} = \bar{k}(-36t^2 - 6(3 - 3t^2)) = \bar{k}(-18 - 18t^2) = \\ &= -18\bar{k}(1 + t^2) \end{aligned}$$

$$\left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \right] = \sqrt{(-18(1+t^2))^2} = 18(1+t^2)$$

$$k = \frac{18(1+t^2)}{(3+3t^2)^3} = \frac{2}{3(1+t^2)^2}$$

$$k|_{t=1} = \frac{2}{3(1+1^2)^2} = \frac{1}{6}, \quad \text{следовательно, радиус кривизны равен}$$

$$R = \frac{1}{k} = 6.$$

Пример 4. Написать уравнение соприкасающейся плоскости в точке $t=0$ кривой

$$\bar{r} = e^t \bar{i} + e^{-t} \bar{j} + \sqrt{2t} \bar{k}.$$

Решение. Векторное уравнение соприкасающейся плоскости к кривой $\bar{r} = \bar{r}(t)$ в точке $t = t_0$ имеет следующий вид:

$$\left(\rho - \bar{r}(t_0), \left[\frac{d\bar{r}(t_0)}{dt}, \frac{d^2\bar{r}(t_0)}{dt^2} \right] \right) = 0$$

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = e^t \bar{i} - e^{-t} \bar{j} + \sqrt{2t} \bar{k}$$

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = e^t \bar{i} + e^{-t} \bar{j} + 0t \bar{k}$$

$$\left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \right] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ e^t & -e^{-t} & \sqrt{2} \\ e^t & e^{-t} & 0 \end{vmatrix} = -\sqrt{2}e^{-t} \bar{i} + \sqrt{2}e^t \bar{j} + 2\bar{k}$$

$$\left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \right]_{t=0} = -\sqrt{2}e^{-0} \bar{i} + \sqrt{2}e^0 \bar{j} + 2\bar{k}$$

$$\rho(t) = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$$

$$\left(\overline{x-1, y-1, z-\sqrt{2}}\right) \cdot (-\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2) = 0$$

$$-\sqrt{2}(x-1) + \sqrt{2}(y-1) + 2(z-\sqrt{2}) = 0, \quad \text{итак} \quad \text{уравнение}$$

соприкасающиеся плоскости:

$$-\sqrt{2}x + \sqrt{2}y + 2z - 2\sqrt{2} = 0$$

Пример 5. Найти кручение в любой точке t кривой $\bar{r} = a\cosh t \bar{i} + a\sinh t \bar{j} + at\bar{k}$.

Решение. Кручение кривой заданной вектор функцией $\bar{r}(t)$ определяется по следующей формуле:

$$\frac{1}{T} = \frac{\left(\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}, \frac{d^3\bar{r}}{dt^3}\right)}{\left[\left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right]\right]^2}$$

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = a\sinh t \bar{i} + a\cosh t \bar{j} + a\bar{k}$$

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = a\cosh t \bar{i} + a\sinh t \bar{j} + 0\bar{k}$$

$$\frac{d^3\bar{r}}{dt^3} = a\sinh t \bar{i} + a\cosh t \bar{j} + 0\bar{k}$$

$$\left(\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}, \frac{d^3\bar{r}}{dt^3}\right) = \begin{vmatrix} a\sinh t & a\cosh t & a \\ a\cosh t & a\sinh t & 0 \\ a\sinh t & a\cosh t & 0 \end{vmatrix} = a^2(ch^2 t - sh^2 t) = a^2$$

$$\left[\frac{d\bar{r}}{dt}, \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}\right] = \sqrt{a^4 ch^2 t + a^4 sh^2 t} = a^2 \sqrt{2ch2t}, \text{ тогда}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{a^2}{a^4 \cdot 2ch2t} = \frac{1}{2ach2t}$$

Пример 6.

Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (2y - z) \cdot \vec{i} + (x + 2y) \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$$

$$(p) : x + 3y + 2z = 6$$

Решение:

1) По Теореме Стокса:

$$\mathcal{I} = \iint_{(s)} (\text{rot} \vec{F} \cdot \vec{n}_0) dS$$

$$S : x = 6 - 3y - 2z \quad n_0 \left(\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\text{rot} \vec{F} \cdot \vec{n}_0 = \frac{1}{\sqrt{14}} - \frac{3}{\sqrt{14}} - \frac{2}{\sqrt{14}} = -\frac{4}{\sqrt{14}}$$

$$dS = \sqrt{1 + x_y'^2 + x_z'^2} dydz = \sqrt{14} dydz$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= \iint_{ACB} (-4) dydz = -4 \int_0^2 dy \int_0^{3-\frac{3}{2}y} dz = -4 \int_0^2 \left(3 - \frac{3}{2}y \right) dy = \\ &= -2 \int_0^2 (6 - 3y) dy = \frac{2}{3} \frac{(6 - 3y)^2}{2} \Big|_0^2 = -12 \end{aligned}$$

2) По определению:

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_3$$

a) $\mathcal{I}_{AC} : z = 0 \quad x = 6 - 3y \rightarrow dx = -3dy$

$$\mathcal{I}_{AC} = \int_{AC} 2y dx + (x + 2y) dy = \int_{AC} (-6y + 6 - 3y + 2y) dy =$$

$$\int_0^2 (-7 + 6y) dy = -\frac{1}{7} \frac{(-7y + 6)^2}{2} \Big|_0^2 = -\frac{1}{14} (64 - 36) = -2$$

б) $\mathcal{I}_{CB} : x = 0 \quad z = 3 - \frac{3}{2}y \rightarrow dz = -\frac{3}{2}dy$

$$\begin{aligned} \iint_{CB} 2ydy + ydz &= \int_2^0 (2y - \frac{3}{2}y)dy = \frac{1}{2} \int_2^0 ydy = \\ &= \frac{1}{4} y^2 \Big|_2^0 = -1 \end{aligned}$$

в) $\underline{C_{BA}}$: $y=0 \quad x=6-2z \rightarrow dx=-2dz$

$$\iint_{BA} (-z)dx = \int_3^0 2zdz = z^2 \Big|_3^0 = -9$$

$$\iint_C = \iint_{AC} + \iint_{CB} + \iint_{BA} = -2 - 1 - 9 = -12$$

Пример 7:

Найти направление наибольшего возрастания функции

$$U = xyz^2 \quad M_0(3,0,1) \text{ в точке}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \text{grad} \vec{U} \Big|_{M_0} &= \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} \Big|_{M_0} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} \Big|_{M_0} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \Big|_{M_0} = \\ &= yz^2 \cdot \vec{i} + xz^2 \cdot \vec{j} + 2xyz \cdot \vec{k} = 0\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k} \end{aligned}$$

$$|\text{grad} \vec{U}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 0^2} = 3$$

Пример 8:

Проверить, является ли поле соленоидальным.

$$\vec{A} = (3x+2)\vec{i} + (y-3z)\vec{j} + 5z\vec{k}$$

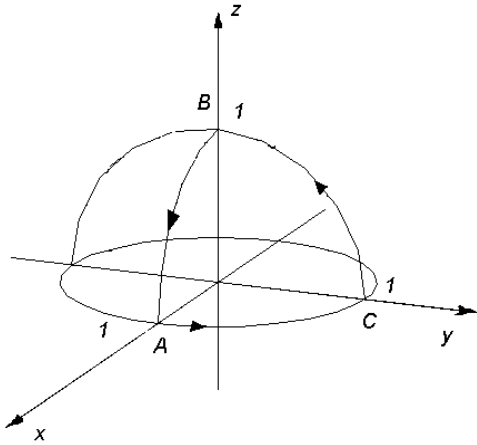
Решение :

Поле соленоидально, если $\text{div} \vec{A} = 0$

$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} = 3 + 1 + 5 = 9 \neq 0$$

=> Поле несолоноидально.

Пример 9: Вычислить циркуляцию \mathcal{C} векторного поля $\bar{F} = (2x + z)\bar{i} + (2y - z)\bar{j} + xyz\bar{k}$ вдоль данной линии L ; L - линия пересечения параболоида вращения $x^2 + y^2 = 1 - z$ с координатными плоскостями.



Решение: Линия L состоит из двух дуг: AB и BC парабол $x^2 = 1 - z$ и $y^2 = 1 - z$ соответственно и дуги AC окружности $x^2 + y^2 = 1, z = 0$. Поэтому

циркуляция данного векторного поля будет равна:

$$\mathcal{C} = \oint_L (\bar{F}, d\bar{r}) = \int_{CB} (\bar{F}, d\bar{r}) + \int_{BA} (\bar{F}, d\bar{r}) + \int_{AC} (\bar{F}, d\bar{r})$$

1) На CB имеем

$x = 0, dx = 0, 1 - z = y^2, dz = -2ydy$, следовательно

$$\begin{aligned} \int_{CB} (\bar{F}, d\bar{r}) &= \int_{CB} 0 + (2y - z)dy = \int_1^0 (2y - (1 - y^2))dy = \left(y^2 - y + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_1^0 = \\ &= -1 + 1 - \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}, \end{aligned}$$

2) На BA имеем $y = 0, dy = 0, z = 1 - x^2, dz = -2xdx$, тогда

$$\begin{aligned} \int_{BA} (\bar{F}, d\bar{r}) &= \int_{BA} (2x + z)dx = \int_0^1 (2x + 1 - x^2)dx = \left(x^2 + 1 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \\ &= 2 - \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

3) На AC имеем $z = 0, dz = 0, x^2 + y^2 = 1$, если

$x = \cos t, y = \sin t, dx = -\sin t dt, dy = \cos t dt$, где $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ тогда

$$\int_{AC} (\bar{F}, d\bar{r}) = \int_{AC} 2x dx + 2y dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \cos t (-\sin t) + 2 \sin t \cos t) dt = 0$$

Значит
$$\int_L (\bar{F}, d\bar{r}) = -\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} + 0 = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

Пример 10: Найти ротор вектора

$$\bar{F} = (x^2 + y^2)\bar{i} + (y^2 + z^2)\bar{j} + (z^2 + x^2)\bar{k}.$$

Решение:

$$\begin{aligned} \overline{rotF} = \bar{\nabla} \times \bar{F} &= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 + y^2 & y^2 + z^2 & z^2 + x^2 \end{vmatrix} = \\ &= (0 - 2z)\bar{i} - (2x - 0)\bar{j} + (0 - 2y)\bar{k} = -2z\bar{i} - 2x\bar{j} - 2y\bar{k}. \end{aligned}$$

$$\overline{rotF} = \overline{(-2z, -2x, -2y)}.$$

$$\overline{rot(|\bar{r}| \cdot \bar{a})} = \frac{1}{|\bar{r}|} [\bar{r}, \bar{a}],$$

Пример 11: Показать, что где \bar{a} - постоянный вектор.

Решение: Поскольку $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$, то $|\bar{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, т.к.

$\bar{a} = a_1\bar{i} + a_2\bar{j} + a_3\bar{k}$. Рассмотрим

$$\begin{aligned} \overline{rot(|\bar{r}| \cdot \bar{a})} &= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_1|\bar{r}| & a_2|\bar{r}| & a_3|\bar{r}| \end{vmatrix} = \bar{i} \left(\frac{a_3 y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{a_2 z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) - \\ &- \bar{j} \left(\frac{a_3 x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{a_1 z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) + \bar{k} \left(\frac{a_2 x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{a_1 y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} (\bar{i}(a_3y - a_2z) - \bar{j}(a_3x - a_1z) + \bar{k}(a_2x - a_1y)) =$$

$$= \frac{1}{|\bar{r}|} \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x & y & z \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{|\bar{r}|} [\bar{r}, \bar{a}].$$

Пример 12. Составьте матрицу из компонент следующего тензора второго ранга $(a) = 3\bar{i}\bar{i} + 7\bar{j}\bar{j} + 4\bar{i}\bar{j} + 5\bar{j}\bar{i} - \bar{k}\bar{k}$.

Решение. В декартовой системе координат базисные векторы соответственно $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$, поэтому матрица тензора 2-го порядка примет вид:

$$(a) = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Пример 13. Найти скалярное произведение тензоров $(a) \cdot (b)$, где

$$(a) = a_{ij}r^i r^j, (a_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, (b) = b^k r_k = 1r_1 + 2r_2 + 3r_3.$$

Решение. Распишем скалярное произведение тензора 2-го ранга на тензор 1-го, в результате должен получиться тензор первого ранга.

$$a_{ij}r^i r^j \cdot b^k r_k = a_{ij}b^k r^i r^j \cdot r_k = a_{ij}b^k r^i g_k^j = \left\{ g_k^j = \begin{cases} 0, & j \neq k \\ 1, & j = k \end{cases} \right\} =$$

$$= a_{ik}b^k r^i = (a_{11}b^1 + a_{12}b^2 + a_{13}b^3)r^1 + (a_{21}b^1 + a_{22}b^2 + a_{23}b^3)r^2 +$$

$$+ (a_{31}b^1 + a_{32}b^2 + a_{33}b^3)r^3 = (1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 3)r^1 + (3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3)r^2 +$$

$$+ (0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 5 \cdot 3)r^3 = 7r^1 + 10r^2 + 15r^3.$$

Пример 14. Определить результат скалярного умножения тензоров $[(a) \cdot (b)] \cdot (b)$, где $(a) = a_{ij}r^i r^j, (b) = b^k r_k$.

Решение. Распишем скалярное произведение тензора 2-го ранга на тензор 1-го, по определению в результате должен получиться тензор 1-го ранга, затем при умножении его на тензор 1-го ранга получим тензор 0-го ранга.

$$\begin{aligned}
 [a_{ij}r^i r^j \cdot b^k r_k] \cdot b^l r_l &= [a_{ij}b^k r^i r^j \cdot r_k] \cdot b^l r_l = [a_{ij}b^k r^i g_k^j] \cdot b^l r_l = \\
 &= \left\{ g_k^j = \begin{cases} 0, & j \neq k \\ 1, & j = k \end{cases} \right\} = a_{ik}b^k r^i \cdot b^l r_l = a_{ik}b^k b^l g_l^i = a_{lk}b^k b^l = (a_{11}b^1 b^1 + \\
 &a_{12}b^2 b^1 + a_{13}b^3 b^1 + a_{21}b^1 b^2 + a_{22}b^2 b^2 + a_{23}b^3 b^2 + a_{31}b^1 b^3 + a_{32}b^2 b^3 + \\
 &+ a_{33}b^3 b^3).
 \end{aligned}$$

Пример 15. Определить простейшим образом результаты скалярного произведения тензоров $(a) \cdot (b)$ и $[(a) \cdot (b)] \cdot (b)$, где $(a) = 2ii + 3jk + kk$, $(b) = 3i$.

Решение. Перепишем тензоры $(a), (b)$ в матричной форме

$$(a) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (b) = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{тогда}$$

$$(a) \cdot (b) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$[(a) \cdot (b)] \cdot (b) = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [9 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 27.$$

Пример 16. Покажите, что векторное умножение тензоров первого ранга с использованием тензора Риччи дает результат, совпадающий в частном случае декартовой прямоугольной системы координат с результатом, получаемым с помощью известных правил векторной алгебры.

Решение. Поскольку дискриминантный тензор Риччи в ортогональных системах координат принимает значения:

$$\Lambda_{ijl} = \begin{cases} 0, i = j, j = l, i = l, \\ \pm \sqrt{g}, i \neq j, j \neq l, i \neq l, \end{cases} \quad \text{где} \quad g = \det(g_{ij}) - \text{детерминант}$$

метрической матрицы основного базиса ортогональной системы координат, знак (плюс или минус) зависит от направления базисных векторов.

Т.к. в декартовой прямоугольной системе координат $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$, следовательно $\Lambda_{123} = 1, \Lambda_{213} = -1, \Lambda_{231} = 1, \Lambda_{132} = -1, \Lambda_{312} = 1, \Lambda_{321} = -1$.

$$\begin{aligned} (a) \times (b) &= a^i r_i \times b^j r_j = a^i b^j r_i \times r_j = \{r_i \times r_j = \Lambda_{ijk} r^k\} = a^i b^j \Lambda_{ijk} r^k = \\ &= (a^1 b^1 \Lambda_{111} + a^1 b^2 \Lambda_{121} + a^1 b^3 \Lambda_{131} + a^2 b^1 \Lambda_{211} + a^2 b^2 \Lambda_{221} + a^2 b^3 \Lambda_{231} + \\ &+ a^3 b^1 \Lambda_{311} + a^3 b^2 \Lambda_{321} + a^3 b^3 \Lambda_{331}) r^1 + (a^1 b^1 \Lambda_{112} + a^1 b^2 \Lambda_{122} + a^1 b^3 \Lambda_{132} + \\ &+ a^2 b^1 \Lambda_{212} + a^2 b^2 \Lambda_{222} + a^2 b^3 \Lambda_{232} + a^3 b^1 \Lambda_{312} + a^3 b^2 \Lambda_{322} + a^3 b^3 \Lambda_{332}) r^2 + \\ &+ (a^1 b^1 \Lambda_{113} + a^1 b^2 \Lambda_{123} + a^1 b^3 \Lambda_{133} + a^2 b^1 \Lambda_{213} + a^2 b^2 \Lambda_{223} + a^2 b^3 \Lambda_{233} + \\ &+ a^3 b^1 \Lambda_{313} + a^3 b^2 \Lambda_{323} + a^3 b^3 \Lambda_{333}) r^3 = \end{aligned}$$

(учитывая значения компонент тензора Риччи, выражение может быть упрощено) $= (a^2 b^3 - a^3 b^2) r^1 +$

$$+ (a^3 b^1 - a^1 b^3) r^2 + (a^1 b^2 - a^2 b^1) r^3 = \begin{vmatrix} r^1 & r^2 & r^3 \\ a^1 & a^2 & a^3 \\ b^1 & b^2 & b^3 \end{vmatrix}, \text{ это совпадает с}$$

правилом вычисления векторного произведения в декартовой прямоугольной системе координат, что и требовалось показать.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов включает чтение литературы, подготовку к устным опросам и выполнение расчетно графического задания. Критерии оценки самостоятельной работы приведены в приложении 2.

Приложение 2 к рабочей программе учебной дисциплины



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Введение в математические модели механики»
Направление подготовки – 15.03.03 «Прикладная механика»
профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических
систем и процессов»
Форма подготовки: очная

Владивосток
2016

**Паспорт
фонда оценочных средств
по дисциплине «Введение в математические модели механики»**

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
<p>ОПК-3 способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат</p>	Знает	методику теоретических научных исследований на основе математического (в том числе компьютерного) моделирования явлений и объектов и основные типы математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности
	Умеет	применять методику математического моделирования для решения теоретических и экспериментальных научных исследований, относящихся к профилю деятельности.
	Владеет	способностью проводить теоретические и экспериментальные научные исследования на основе математических (в том числе компьютерные) моделей явлений и объектов, относящихся к профилю деятельности; анализировать математические модели и предлагать решения по повышению их точности и адекватности
<p>ПК-3 готовностью выполнять научно-исследовательские работы и решать научно-технические задачи в области прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям</p>	Знает	<ul style="list-style-type: none"> - методику математического (в том числе компьютерного) моделирования явлений и объектов - области применимости методов математического моделирования и основные принципы построения математических моделей - основные типы математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности
	Умеет	<ul style="list-style-type: none"> - применять методы математического моделирования для решения задач, относящихся к профилю деятельности - разрабатывать математические модели физических явлений и процессов, относящихся к профилю деятельности;

		–анализировать математические модели механических явлений и процессов, относящихся к профилю деятельности
	Владеет	- способностью разрабатывать математические (в том числе компьютерные) модели явлений и объектов, относящихся к профилю; - способностью к анализу математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности: - способностью предлагать решения по повышению точности и адекватности математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности
ПК-5 способностью составлять описания выполненных научно-исследовательских работ и разрабатываемых проектов, обрабатывать и анализировать полученные результаты, готовить данные для составления отчетов и презентаций, написания докладов, статей и другой научно-технической документации	Знает	основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории функций комплексных переменных в приложениях к моделированию технических объектов и устройств
	Умеет	- моделировать физические и механические процессы; - обрабатывать построенные математические модели; - интерпретировать результаты такой обработки.
	Владеет	- методами и основными программными средствами для моделирования объектов механики; - навыками подбора и изучения литературы в области математического моделирования механических процессов.

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Дополнительные главы к математическому моделированию	ОПК-3, ПК-5	знает основные тенденции развития науки в области математического моделирования в механике - современные методы выполнения исследовательских работ при моделировании в механике	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к зачету 1-27
			Умеет ставить задачи и разрабатывать программу исследования, выбирать адекватные способы и методы решения задач, анализировать, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты, - применять полученные знания при реализации конкретных научно исследовательских работ в математическом моделировании в механике		
			Владеет современными фундаментальными и прикладными методами построения математических моделей в механике - навыками обработки и анализа полученных результатов, способен готовить данные для составления отчетов и презентаций		
2	Простейшие математические модели механики	ПК-3,	Знает основы современных методов построения математических моделей в механике	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к экзамену 1-25
			Умеет применять полученные знания для решения конкретных фундаментальных и прикладных задач механики	ПР-12 (РГЗ 2)	Задания 1-8

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
			в части математического моделирования		
			Владеет навыками работы с современными методами исследований в области математического моделирования, способностью анализировать, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты решения математических моделей к механике		

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-3 способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	Знает	методику теоретических научных исследований на основе математического (в том числе компьютерного) моделирования явлений и объектов и основные типы математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности	- знание определений основных понятий методов математического моделирования; - знание основных этапов создания математических моделей;	- способность дать определения основных понятий математического моделирования; - способность перечислить и раскрыть суть методов математического моделирования в механике, которые изучил и освоил обучающийся; - способность перечислить и раскрыть последовательность и содержание этапов создания математической модели; - способность сформулировать и раскрыть суть требований постановке задачи

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
	Умеет	применять методику математического моделирования для решения теоретических и экспериментальных научных исследований, относящихся к профилю деятельности.	- умение моделировать, используя стандартные методы прикладной математики в механике - умение апробировать математические модели для конкретных процессов в механике	- способность проектировать и конструировать математические модели в механике; - способность адаптировать стандартный алгоритм для решения конкретной задачи; - способность проводить исчерпывающее тестирование модели
	Владеет	способностью проводить теоретические и экспериментальные научные исследования на основе математических (в том числе компьютерные) моделей явлений и объектов, относящихся к профилю деятельности; анализировать математические модели и предлагать решения по повышению их точности и адекватности	- владение терминологией механики и математического моделирования; - владение способностью сформулировать постановку задачи для разработки математической модели; - владение компьютером как средством реализации математической модели	- способность бегло и точно применять терминологический аппарат математического моделирования в механике в устных ответах на вопросы и в письменных работах, - способность сформулировать задачу для разработки математической модели; - способность корректно представлять знания в алгоритмической форме. - способность свободно применять стандартные методы
ПК-3 готовностью выполнять научно-исследовательские работы и решать научно-технические задачи в области прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-	Знает	- методику математического (в том числе компьютерного) моделирования явлений и объектов - области применимости методов математического моделирования и основные принципы построения математических моделей - основные типы математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности	- знание определений основных понятий и определений непрерывного и дискретного моделирования в механике; - знание основных способов представления реальных данных с помощью математического моделирования; - знание основных приемов построения математических моделей	- способность дать определения основных понятий и определений непрерывного и дискретного моделирования в механике - способность представить реальные данные с помощью математического моделирования; - способность сформулировать и раскрыть суть основных методов разработки математических моделей;

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям	Умеет	<ul style="list-style-type: none"> - применять методы математического моделирования для решения задач, относящихся к профилю деятельности - разрабатывать математические модели физических явлений и процессов, относящихся к профилю деятельности; - анализировать математические модели механических явлений и процессов, относящихся к профилю деятельности 	- умение разрабатывать алгоритмы и программы для решения задач профессиональной деятельности средствами математического моделирования, используя стандартные методы и эталонные образцы	- способность разрабатывать собственные модели для решения стандартных задач в области профессиональной деятельности
	Владеет	<ul style="list-style-type: none"> - способностью разрабатывать математические (в том числе компьютерные) модели явлений и объектов, относящихся к профилю; - способностью к анализу математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности: - способностью предлагать решения по повышению точности и адекватности математических моделей объектов и явлений, относящихся к профилю деятельности 	<ul style="list-style-type: none"> - владение методами разработки математических моделей для решения аналитических, исследовательских и коммуникативных задач профессиональной деятельности, в том числе и в нестандартных ситуациях - владение методами командной работы; 	<ul style="list-style-type: none"> - способность проектировать и реализовать нестандартные задачи в области профессиональной деятельности; - способность работать в проектной команде по разработке математических моделей
ПК-5 способностью составлять	Знает	основные понятия и методы математического	- знание основных понятий, и методов при построении математических моделей в механике;	- способность дать определения основных понятий, и методов при построении

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
описания выполненных научно-исследовательских работ и разрабатываемых проектов, обрабатывать и анализировать полученные результаты, готовить данные для составления отчетов и презентаций, написания докладов, статей и другой научно-технической документации		анализа, теории дифференциальных уравнений, теории функций комплексных переменных в приложениях к моделированию технических объектов и устройств	- знание способов реализации и интерпретации реальных данных при постановке задач в механике;	математических моделей в механике; - способность сформулировать и раскрыть суть основных способов реализации и интерпретации реальных данных при постановке задач в механике;;
	Умеет	- моделировать физические и механические процессы; - обрабатывать построенные математические модели; - интерпретировать результаты такой обработки.	- умение использовать стандартные методы обработки результатов исследований; - умение анализировать полученные результаты и представлять их в виде отчетов;	- способность использовать стандартные методы обработки результатов исследований; - способность использовать стандартные методы обработки результатов исследований в стандартных задачах профессиональной деятельности;
	Владеет	- методами и основными программными средствами для моделирования объектов механики; - навыками подбора и изучения литературы в области математического моделирования механических процессов.	- владения методами подготовки данных для составления отчетов и презентаций, написания докладов и статей; - свободное владение методами обработки и подготовки отчетов по моделированию в механике;	- способность подготовки данных для составления отчетов и презентаций, написания докладов и статей; - способность свободно владеть методами обработки и подготовки отчетов по моделированию в механике;

Перечень материалов для проведения промежуточной аттестации

Перечень типовых вопросов к экзамену за 3 семестр.

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Существование и единственность.
2. Интегральные кривые, фазовые портреты и динамика.
3. Автономные уравнения и автономные системы.

4. Построение фазовых портретов на плоскости.
5. Потоки и эволюция.
6. Нелинейные системы на плоскости. Теоремы о линеаризации.
7. Функция комплексного переменного.
8. Степенная, показательная, дробно-рациональные, тригонометрические, гиперболические функции.
9. Обратные тригонометрические и логарифмическая функции.
10. Дифференцирование функции комплексного переменного(к.п.).
11. Условия Коши-Римана. Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции к.п.
12. Определение аналитической функции.
13. Алгоритм восстановления функции к.п. по заданной действительной (мнимой) части.
14. Понятие и вычисление интеграла от функции к.п.
15. Свойства интегрируемых функций(линейность, аддитивность, ориентированность и оценка интеграла).
16. Теорема (формула Ньютона-Лейбница).
17. Интегральные теоремы Коши (интеграл по замкнутому контуру от аналитической функции) для односвязной и многосвязной областей.
18. Независимость интеграла от пути интегрирования
19. Интегральная формула Коши (от функции $f(z)/(z-z_0)$).
20. Производные высших порядков.
21. Ряды Тейлора и Лорана.
22. Изолированные особые точки. Классификация.
23. Теоремы о разложении в ряд Лорана в окрестностях изолированных особых точек.
24. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
25. Теорема Коши о вычетах.
26. Приложение вычетов к вычислению определенных интегралов. Лемма Жордана.

27. Общие принципы теории конформного отображения.

Перечень типовых экзаменационных вопросов (4 семестр)

1. Вектор функция скалярного аргумента: годограф, предел, производная и их свойства.
2. Касательная и нормаль к плоской кривой, кривизна, радиус кривизны и кручение кривой.
3. Соприкасающаяся плоскость. Естественный трехгранник Френе.
4. Производная по направлению, градиент и их свойства.
5. Криволинейный интеграл I рода, теорема о существовании криволинейного интеграла I рода (необходимое условие).
6. Вычисление, приложения и свойства криволинейного интеграла I рода.
7. Криволинейный интеграл II рода, теорема о существовании криволинейного интеграла II рода (необходимое условие).
8. Вычисление, приложения и свойства криволинейного интеграла II рода.
9. Формула Грина. Теорема условие независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
10. Поверхностный интеграл I рода, вычисление, приложения и его свойства.
11. Поверхностный интеграл II рода, вычисление, приложения и его свойства.
12. Поток векторного поля. Дивергенция.
13. Теорема Остроградского-Гаусса.
14. Циркуляция. Ротор.
15. Формула Стокса.
16. Оператор Гамильтона. Векторные дифференциальные операции первого и второго порядков.

17. Классификация векторных полей. Примеры соленоидального, потенциального и гармонического поля.

18. Основные элементы тензорного исчисления.

19. Характеристика системы координат.

20. Преобразования координат и базисных векторов.

21. Понятие тензора второго ранга. Ряд тензоров.

22. Элементы тензорной алгебры. Сложение, умножение, жонглирование индексами, скалярное умножение, векторное умножение.

23. Элементы тензорного анализа. Дифференцирование тензоров по координатам.

24. Дифференциальные операции первого порядка с тензорами

25. Интегральные теоремы тензорного анализа.

Перечень типовых задач к зачету

Раздел «Дополнительные главы к математическому моделированию»

1. Начертить интегральные кривые для дифференциальных уравнений:

А) $x' = x^2 - t^2 - 1$;

Б) $x' = t - t/x$, $x \neq 0$.

2. Не находя явного вида решений, построить изоклины и нарисовать семейство решений следующих дифференциальных уравнений:

А) $x' = x + t$;

Б) $x' = x^3 - x$.

3. Найти неподвижные точки следующих автономных дифференциальных уравнений:

А) $x' = x + 1$;

Б) $x' = x - x^3$;

В) $x' = x^4 - x^3 - 2x^2$.

4. Найти операторы эволюции дифференциального уравнения

А) $x' = x \ln(x)$, $x > 0$;

б) $x' = \operatorname{sh} x$.

5. Найти вычеты в особых точках функции $\frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4}}$.

6. Найти дробно-линейную функцию, отображающую круг $|z| < 1$ на плоскость $Im(z) > 0$ так, чтобы точки $-1; i; 1$ перешли в точки $\infty; 0; 1$.

7. Найти множество точек на комплексной плоскости которые определяются условиями $|z - 1| = |z - i|$.

8. Вычислить интеграл $\int_C \frac{e^{2z} dz}{z^2 - 1}$, $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$.

Перечень типовых задач к экзамену

Раздел «Простейшие математические модели механики»

1. Найти поток радиуса-вектора \vec{r} через боковую поверхность конуса $x^2 + y^2 \leq z^2$ ($0 \leq z \leq h$).

2. Найти работу поля $\vec{a} = (y + z)\vec{i} + (2 + x)\vec{j} + (x + y)\vec{k}$ вдоль кратчайшей дуги большого круга сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ соединяющей точки $M(3, 4, 0)$ и $N(0, 0, 5)$.

3. Доказать, что $rot(u\vec{a}) = urot\vec{a} + grad(u \times \vec{a})$

4. Плоский установившийся поток жидкости характеризуется вектором скорости $\vec{\omega} = u(x, y)\vec{i} + v(x, y)\vec{j}$. Определить: 1) количество жидкости Q , протекающее через замкнутый контур C , ограничивающей область S (расход жидкости); 2) циркуляцию Γ вектора скорости вдоль контура C . Каким уравнениям удовлетворяют функции u и v если жидкость несжимаема и поток безвихревой?

5. Определить координаты векторного поля $\vec{a} = \vec{c} \times grad(u)$, если $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ и $u = arctg \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

6. Найти циркуляцию вектора $\vec{a} = grad(arctg \frac{y}{x})$. Вдоль контура C в двух случаях: а) C не окружает ось OZ , б) C окружает ось OZ .

7. Доказать, что $rot(u\vec{a}) = urot\vec{a} + grad(u \times \vec{a})$

Порядок проведения экзамена и принцип составления экзаменационного билета

Экзамен состоит из: 1) одного письменного вопроса и 2-х задач. предмету.

Примеры экзаменационных билетов

Билет 1

1. Классификация векторных полей. Примеры соленоидального, потенциального и гармонического поля.
2. Найти поток векторного поля $\vec{a} = yzi^{\rightarrow} + xzj^{\rightarrow} + xyk^{\rightarrow}$ через боковую поверхность цилиндра $x^2 + y^2 \leq R^2$ ($0 \leq z \leq 1$).
3. Найти работу вектора $\vec{a} = f(r)\vec{r}$, где f – непрерывная функция вдоль дуги АВ.

Билет 2

1. Циркуляция. Ротор. Формула Стокса.
2. Дано скалярное поле $u = \ln \frac{1}{r}$, где $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$. В каких точках пространства Охуз имеет место равенство $|\text{grad } u| = 1$?
3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = yzi^{\rightarrow} + xzj^{\rightarrow} + xyk^{\rightarrow}$ через полную поверхность цилиндра $x^2 + y^2 \leq R^2$ ($0 \leq z \leq 1$).

Билет 3

1. Поверхностный интеграл I рода, вычисление, приложения и его свойства.
2. Найти поток вектора $\vec{a} = x^3i^{\rightarrow} + y^3j^{\rightarrow} + z^3k^{\rightarrow}$ через сферу $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.
3. Найти $\text{div}(\text{grad}(f(r)))$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. В каком случае $\text{div}(\text{grad}(f(r))) = 0$?

Оценочные средства для текущей аттестации

Вопросы для собеседования

Раздел 1

1. Интегральные кривые, фазовые портреты и динамика обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Автономные уравнения и автономные системы. Построение фазовых портретов на плоскости.

3. Комплексные числа (к.ч.) и действия над ними, модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая и показательная формы записи к.ч., геометрический смысл.

4. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа, формула Муавра

5. Функции комплексного переменного. Степенная, показательная, дробно-рациональные, тригонометрические, гиперболические функции. Обратные тригонометрические и логарифмическая функции.

6. Дифференцирование функции комплексного переменного (к.п.). Условия Коши-Римана. Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции к.п. Определение аналитической функции.

7. Алгоритм восстановления функции к. п. по заданной действительной (мнимой) части.

8. Понятие и вычисление интеграла от функции к. п. Свойства интегрируемых функций (линейность, аддитивность, ориентированность и оценка интеграла).

9. Теорема (формула Ньютона-Лейбница).

10. Интегральные теоремы Коши (интеграл по замкнутому контуру от аналитической функции) для односвязной и многосвязной областей.

11. Независимость интеграла от пути интегрирования

12. Интегральная формула Коши (от функции $f(z)/(z-z_0)$). Производные высших порядков.

13. Ряды Тейлора и Лорана.

14. Изолированные особые точки. Классификация.

15. Теоремы о разложении в ряд Лорана в окрестностях изолированных особых точек.

16. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Теорема Коши о вычетах.

17. Приложение вычетов к вычислению определенных интегралов. Лемма Жордана.

18. Раздел 2

19. Вектор функция скалярного аргумента: годограф, предел, производная и их свойства.

20. Касательная и нормаль к плоской кривой, кривизна, радиус кривизны и кручение кривой.

21. Соприкасающаяся плоскость. Естественный трехгранник Френе.

22. Производная по направлению, градиент и их свойства.

23. Криволинейный интеграл I рода, теорема о существовании криволинейного интеграла I рода (необходимое условие). Вычисление, приложения и свойства криволинейного интеграла I рода.

24. Криволинейный интеграл II рода, теорема о существовании криволинейного интеграла II рода (необходимое условие). Вычисление, приложения и свойства криволинейного интеграла II рода.

25. Формула Грина.

26. Теорема условие независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.

27. Поверхностный интеграл I рода, вычисление, приложения и его свойства.

28. Поверхностный интеграл II рода, вычисление, приложения и его свойства.

29. Поток векторного поля.

30. Дивергенция. Теорема Остроградского-Гаусса.

31. Циркуляция.

32. Ротор. Формула Стокса.

33. Оператор Гамильтона. Векторные дифференциальные операции первого и второго порядков.

34. Классификация векторных полей. Примеры соленоидального, потенциального и гармонического поля.

35. Преобразования координат и базисных векторов.

36. Понятие тензора второго ранга. Ряд тензоров.
37. Сложение, умножение, жонглирование индексами, скалярное умножение, векторное умножение.
38. Дифференцирование тензоров по координатам.
39. Дифференциальные операции первого порядка с тензорами.
40. Интегральные теоремы тензорного анализа.

Критерии оценки расчетно-графической работы

✓ 10-8 баллов выставляется студенту, если студент выполнил все задачи расчётно-графического задания. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; семантических и синтаксических ошибок в решение нет. При защите студент отвечает на все вопросы преподавателя.

✓ 7-6 баллов – работа выполнена полностью; но 1 задача реализована не в полном объеме и оформлена не в соответствии со стандартами. При защите студент отвечает на все вопросы преподавателя.

✓ 5-4 балла – работа выполнена полностью. Но две задачи реализованы не в полном объеме и оформлены не в соответствии со стандартами. При защите студент не отвечает на 1-2 вопроса преподавателя.

✓ 1-3 балла – работа выполнена не полностью. Три и более задачи не реализованы. При защите студент не отвечает на более, чем на 2 вопроса преподавателя.

Критерии оценки устного ответа

100-86 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией по математическому моделированию в механике. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 85-76 - баллов - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 75-61 - балл - фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

✓ 60-50 баллов - незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

**Методические рекомендации,
определяющие процедуры оценивания результатов освоения
дисциплины**

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов по дисциплине «Введение в математические модели механики» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине «Введение в математические модели механики» проводится в форме контрольных мероприятий (тесты, собеседование) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

– учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность

выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);

– степень усвоения теоретических знаний (активность в ходе обсуждений материалов лекций, активное участие в дискуссиях с аргументами из дополнительных источников, внимательность, способность задавать встречные вопросы в рамках дискуссии или обсуждения, заинтересованность изучаемыми материалами);

– уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы (определяется по результатам, практических занятий, ответов на тесты);

– результаты самостоятельной работы (задания и критерии оценки размещены в Приложении 1).

Критерии выставления оценки студенту на экзамене по дисциплине

«Введение в математические модели механики»

Баллы (рейтингово й оценки)	Оценка экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
86-100	«отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал по математическому моделированию в механике, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
76-85	«хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал по основам математического моделирования в механике, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками.
61-75	«удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала в области основ математического моделирования в механике, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических

		работ.
менее 61	«неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части основного материала по основам математического моделирования в механики, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине