

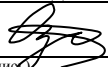


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

**ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА**


«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП  
«Прикладная механика»

  
Озерова Г.П.  
(Ф.И.О. рук.ОП)  
«25» июня 2016 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Механики и математического моделирования  
(название кафедры)

  
Бочарова А.А.  
(Ф.И.О. зав. каф.)  
«24» июня 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Математическое моделирование процессов механики**  
**Направление подготовки 15.03.03 Прикладная механика**

**Профиль подготовки:**

**Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов**

**Форма подготовки: очная**

курс 2 семестр 4  
лекции 36 час.  
практические занятия 36 час.  
лабораторные работы 0 час.  
в том числе с использованием МАО лек 4 пр. 12 /лаб. \_\_\_\_\_ час.  
всего часов аудиторной нагрузки 72 час.  
в том числе с использованием МАО 16 час.  
самостоятельная работа 72 час.  
в том числе на подготовку к экзамену \_\_\_  
курсовая работа / курсовой проект \_\_\_\_\_ семестр  
зачет 4 семестр  
экзамен \_\_\_\_\_ семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования Дальневосточного федерального университета, принятого решением Ученого совета ДВФУ, протокол от 25.02.2016 № 02-16, введенного в действие приказом ректора ДВФУ от 10.03.2016 № 12-13-391

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры механики и математического моделирования, протокол № 9 от «23» июня 2016 г.

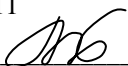
Заведующий кафедрой: к.ф.--м.н. А.А. Бочарова  
Составитель: к.ф.--м.н. О.Н. Любимова

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «23» июня 2017 г. № 11

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

  
(подпись)

Бочарова А.А.

(И.О. Фамилия)

В целях повышения качества знаний студентов в РПУД внесены следующие изменения:

- добавлены расчетно-графические задания (РГЗ)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

(И.О. Фамилия)

## ABSTRACT

**Bachelor's degree in 15.03.03 Applied Mechanics**

**Study profile “Mathematical and Computer Modeling Mechanical Systems and Processes”**

**Course title:** Mathematical Modeling of Mechanical Processes

**Basic part of Block 1**

**Instructor:** Lyubimova Olga Nikolaevna

**At the beginning of the course a student must have the following:**

- be capable of learning and to be willing to learn;
- to be able to use the computer;
- to have knowledge of the next mathematics course: linear and vector algebra,

analytic geometry on the plane and in space, the limit and continuity of the function, the differential calculus of a function of one and several variables, indefinite and definite integrals, curvilinear and multiple integrals, differential equations, numerical, power and Fourier series.

**Learning outcomes:**

GPC-5 – the ability to process and present experimental data;

PC 4 – willingness to perform research work in the field of applied mechanics using modern computational methods, high-performance computing systems and high-tech computer technologies, widely used in industry world-class systems, and experimental equipment for conducting mechanical tests;

PC 5 - the ability to compile descriptions of completed research and development projects, process and analyze the results obtained, prepare data for compiling reports and presentations, writing reports, articles and other scientific and technical documentation.

**Course description:** the purpose of the discipline is to prepare for scientific, technical and organizational and methodological activities related to the conduct of experimental research: the selection and preparation of the plan of the experiment;

organization of the experiment and measurement of the response of the object of research; analysis of research results, including the construction of mathematical models of the object of research, the determination of optimal conditions, the search for the extremum of the response function (surface).

The main task of the discipline is to obtain theoretical knowledge and practical skills to carry out scientific and industrial experimental research.

### **Main course literature:**

1. Bocharova A.A. Computational Mathematics: an educational complex: a textbook for universities / A. Bocharova, E. P. Luppova, A. A. Ratnikov; [ed. A. A. Bocharova]; Far Eastern State Technical University. - Vladivostok: Publishing house of the Far Eastern Technical University, 2008. - 174 p.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:384813&theme=FEFU>

2. Pikul, V.V. Mechanics of a deformable solid [Electronic resource]: a textbook for high schools. - Vladivostok: Ed. House of the Far Eastern Federal University, 2012. - 333 p.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:681590&theme=FEFU>

3. Gulin A.V. Introduction to numerical methods in tasks and exercises: Tutorial / Gulin AV, Mazhorova OS 368s.  
<http://znanium.com/catalog/product/454592>

4. Satalkina, L.V. Mathematical modeling [Electronic resource]: problems and methods of mechanics. Study Guide / L. V. Satalkina, V. B. Penkov. - Electron. text data. - Lipetsk: Lipetsk State Technical University, ELS DIA, 2013. - 97 p.  
<http://www.iprbookshop.ru/22880.html>

5. Averchenkov, V. I. Basics of mathematical modeling of technical systems [Electronic resource]: study guide / V. I. Averchenkov, V. P. Fedorov, M. L. Kheifets. - Electron. text data. - Bryansk: Bryansk State Technical University, 2012. - 271 p. <http://www.iprbookshop.ru/7003.html>

6. Makovkin G.A. Application of FEM to solving problems of mechanics of a deformable solid. Part 1 [Electronic resource]: study guide / G.A. Makovkin, S.Yu.

Likhachev. - Electron. text data. - Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, DIA EAS, 2012. - 71 p.  
<http://www.iprbookshop.ru/16043.html>

**Form of final knowledge control:** offset.

## **Аннотация дисциплины**

### **«Математическое моделирование процессов механики»**

Дисциплина «Математическое моделирование процессов механики» разработана для студентов, обучающихся по направлению подготовки 15.03.03 «Прикладная механика», профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов» и является дисциплиной выбора вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана (Б1.В.ДВ.2.2).

Трудоемкость дисциплины составляет 144 часа (4 зачетные единицы). Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (36 часов), практические занятия (36 часов) и самостоятельная работа студентов (72 часа). Дисциплина реализуется на 2 курсе в 4 семестре. Форма промежуточной аттестации – зачет.

Дисциплина «Математическое моделирование процессов механики» логически связана с дисциплинами «Введение в математические модели механики», «Компьютерное моделирование механических систем и процессов».

**Цель дисциплины** освоить методы прикладной математики, применяемые при математическом моделировании, изучить методологию планирования экспериментов и обработки результатов измерений.

#### **Задачи дисциплины:**

- Изучить методы разработки математических моделей,
- Освоить технические и программные средства моделирования
- Изучить методологию проведения научных исследований с помощью математического моделирования, обработку и оформление результатов научных исследований.

Для успешного изучения дисциплины «Математическое моделирование процессов механики» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- владение навыками работы с различными источниками информации: книгами, учебниками, справочниками, Интернет;

- владение навыками работы с вычислительной техникой;
- умение ставить познавательные задачи и выдвигать гипотезы; выбирать условия проведения наблюдения или опыта; выбирать необходимые приборы и оборудование, владеть измерительными навыками, работать с инструкциями; использовать элементы вероятностных и статистических методов познания; описывать результаты, формулировать выводы;
- понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, характеризуют этапы формирования следующих компетенций:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
<b>ОПК-5</b> умением обрабатывать и представлять данные экспериментальных исследований	Знает	- методы познания и место моделирования среди этих методов; - классификацию математических моделей; - этапы построения математической модели
	Умеет	проводить обследование объекта моделирования и формулировать техническое задание на разработку математической модели
	Владеет	навыками постановки задач математического моделирования и разработки математических моделей для использования их при решении исследовательских и конструкторско-технологических задач.
<b>ПК-4</b> готовностью выполнять научно-исследовательские работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко	Знает	знать основные понятия, сущность, принципы работы программно-вычислительных пакетов, применяемых в моделировании
	Умеет	применять современные компьютерные средства в процессе построения и исследования математических моделей

распространенных в промышленности систем мирового уровня, и экспериментального оборудования для проведения механических испытаний	Владеет	современными методиками использования стандартных пакетов математического и компьютерного моделирования в профессиональной деятельности
<p><b>ПК-5</b>          способностью составлять описания выполненных научно-исследовательских работ и разрабатываемых проектов, обрабатывать и анализировать полученные результаты, готовить данные для составления отчетов и презентаций, написания докладов, статей и другой научно-технической документации</p>	Знает	<ul style="list-style-type: none"> <li>- теоретические основы моделирования как научного метода;</li> <li>- основные принципы построения математических моделей;</li> <li>- классификацию моделей;</li> <li>- математические модели физических и механических процессов;</li> <li>- основные методы исследования математических моделей</li> </ul>
	Умеет	<ul style="list-style-type: none"> <li>- строить математические модели физических и механических процессов;</li> <li>- анализировать полученные результаты;</li> <li>- применять основные приемы математического моделирования при решении задач профессиональной деятельности</li> </ul>
	Владеет	<ul style="list-style-type: none"> <li>- стандартными методами и математическими моделями и их применением к решению задач механики;</li> <li>- способностью к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач;</li> <li>- навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей</li> </ul>

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Математическое моделирование процессов механики» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения: занятие-семинар; групповая консультация.



# **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

## **Раздел I. Основные методы математического моделирования (8 часов)**

Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений. Существование и единственность. Геометрическая интерпретация. Автономные уравнения и системы на плоскости. Интегральные кривые и фазовый портрет. Неподвижные точки и их классификация. Качественно эквивалентные. Фазовые портреты и динамика. Изоклины, потоки и эволюция. Построение фазовых портретов на плоскости. Получение явных формул. Линейные системы, типы канонических систем и качественная эквивалентность. Простые канонические системы на плоскости. Классификация линейных систем. Оператор эволюции. Линейные и нелинейные модели. Нелинейные системы на плоскости. Линеаризация в окрестности неподвижной точки. Теоремы о линеаризации. Устойчивость неподвижных точек. Релаксационные колебания. Кусочное моделирование.

## **Раздел II. Обработка экспериментальных данных (28 часов)**

### **Тема 1. Корреляционный и регрессионный анализ (7 часов)**

Вероятностная взаимосвязь между различными переменными. Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов. Расчет коэффициентов уравнения регрессии (параметров математической модели объекта исследования). Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии. Проверка адекватности математической модели объекта исследования. Метод множественной корреляции. Простейшие случаи нелинейной корреляции. Метод линеаризации.

### **Тема 2. Выбор оптимального плана. Критерии оптимального плана (7 часов)**

Разновидности планов эксперимента. Основы построения математических моделей планов экспериментов. Их характеристики. Критерии оптимальности планов экспериментов.

Критерии оптимальности, связанные с точностью оценок коэффициентов уравнения регрессии (математической модели объекта исследования). Полный факторный план (ПФП) и его характеристика. Кодирование факторов. Составление ПФП эксперимента. Организация проведения эксперимента по ПФП, обработка и анализ его результатов. Составление плана эксперимента второго порядка, обработка и анализ его результатов.

### **Тема 3. Планы поиска экстремума функции отклика (7 часов)**

Оптимизация объектов исследования. Постановка задачи оптимизации. Методы оптимизации однофакторных объектов. Поиск экстремума функции отклика на основании использования метода золотого сечения и чисел Фибоначчи. Особенности планирования при оптимизации сложных объектов. Понятие о методах условной оптимизации. Особенности оптимизации при наличии нескольких экстремумов.

### **Тема 4. Методы оптимизации многофакторных объектов (7 часов)**

Последовательные методы поиска оптимальных решений. Метод Гаусса-Зейделя. Метод случайного поиска. Метод градиента. Метод крутого восхождения (метод Бокса-Уилсона). Симплексный метод оптимизации объектов. Симплекс и его последовательное смещение в направлении к оптимуму. Критерии окончания процесса оптимизации. Особенности планирования и организации эксперимента при использовании различных методов оптимизации. Принцип последовательного планирования при оптимизации объектов исследования.

## **СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**Практические занятия (36 часа)**

**Занятие 1. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений (2 часа).**

1. Выполнить наброски интегральных кривых для различных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Исследовать характер неподвижных точек ОДУ.
2. Научиться распределять ОДУ на качественно- эквивалентные.
3. Изобразить фазовые портреты автономных систем на плоскости.

**Занятие 2. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений (2 часа).**

1. Изобразить динамику автономных систем на плоскости. Найти оператор эволюции для ОДУ.
2. Классифицировать простые линейные канонических системы по их фазовым портретам.
3. Определение неподвижных точек системы ОДУ.
4. Определение устойчивости системы ОДУ.

**Занятие 3. Корреляционный и регрессионный анализ (2 часа).**

5. Рассчитать коэффициенты уравнения регрессии (параметров математической модели объекта исследования).
6. Проверить значимость коэффициентов уравнения регрессии.
7. Проверить адекватности математической модели объекта исследования.

**Занятие 4. Выбор оптимального плана. Критерии оптимального плана (2 часа)**

1. Построение математических моделей планов экспериментов.
2. Определение критериев оптимальности планов экспериментов.
3. Определение критериев оптимальности, связанные с точностью оценок коэффициентов уравнения регрессии

**Занятие 5. Выбор оптимального плана. Критерии оптимального плана (2 часа)**

1. Составление полного факторного плана по предварительным экспериментальным данным и его характеристики.
2. Кодирование факторов.

**Занятие 6. Выбор оптимального плана. Критерии оптимального плана (2 часа)**

3. Составление плана эксперимента второго порядка, обработка и анализ его результатов.

**Занятие 7. Планы поиска экстремума функции отклика (2 часа)**

1. Поиск экстремума функции отклика на основании использования метода золотого сечения и чисел Фибоначчи.

**Занятие 8. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Поиск оптимальных решений методом Гаусса-Зейделя.

**Занятие 9. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Поиск оптимальных решений методом градиентного спуска

**Занятие 10. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Поиск оптимальных решений методом случайного поиска.

**Занятие 11. Методы оптимизации многофакторных объектов из (2 часа)**

1. Поиск оптимальных решений методом крутого восхождения (метод Бокса-Уилсона).

**Занятие 12. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Поиск оптимальных решений симплексным методом оптимизации объектов

**Занятие 13. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Симплекс метод и его последовательное смещение в направлении к оптимуму

**Занятие 14. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Симплекс метод и его последовательное смещение в направлении к оптимуму

### **Занятие 15. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Поиск оптимальных решений методом условной оптимизации.

### **Занятие 16. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Поиск оптимальных решений при наличии нескольких экстремумов.

### **Занятие 17. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Принцип последовательного планирования при оптимизации объектов исследования.

### **Занятие 18. Методы оптимизации многофакторных объектов (2 часа)**

1. Усложнение математической модели на основе проведения новых (дополнительных) опытов после ПФА

## **II. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Введение в математические модели механики» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы обучающихся;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

## **III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Основные методы математического моделирования	ОПК-5, ПК-4, ПК-5	Знает: - методы познания и место моделирования среди этих методов; - классификацию математических моделей;	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к зачету 1-10

№ п/ п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
			- этапы построения математической модели		
			Умеет: проводить обследование объекта моделирования и формулировать техническое задание на разработку математической модели	ПР-12 (РГЗ 1)	
			Владеет: навыками постановки задач математического моделирования и разработки математических моделей для использования их при решении исследовательских и конструкторско-технологических задач.		
2	Обработка экспериментальных данных	ОПК-5, ПК-4, ПК-5	Знает: основные понятия, сущность, принципы работы программно-вычислительных пакетов, применяемых в моделировании	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к экзамену 11-27
			Умеет: применять современные компьютерные средства в процессе построения и исследования математических моделей	ПР-12 (РГЗ 2)	Часть 1, 2
			Владеет: современными методиками использования стандартных пакетов математического и компьютерного моделирования в профессиональной деятельности		

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## IV. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

1. Бочарова А.А. Вычислительная математика: учебно-методический комплекс : учебное пособие для вузов / А. А. Бочарова, Е. П. Луппова, А. А. Ратников ; [под ред. А. А. Бочаровой] ; Дальневосточный государственный технический университет. - Владивосток: Изд-во Дальневосточного технического университета, 2008. – 174 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:384813&theme=FEFU>
2. Пикуль, В.В. Механика деформируемого твердого тела [Электронный ресурс]: учебник для вузов. – Владивосток: Изд. дом Дальневосточного федерального университета, 2012. – 333 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:681590&theme=FEFU>
3. Гулин А.В Введение в численные методы в задачах и упражнениях: Учебное пособие / Гулин А.В.,Мажорова О.С.,Морозова В.А.-М.:АРГАМАК-МЕДИА,НИЦ ИНФРА-М,2014-368с. <http://znanium.com/catalog/product/454592>
4. Саталкина, Л. В. Математическое моделирование [Электронный ресурс] : задачи и методы механики. Учебное пособие / Л. В. Саталкина, В. Б. Пеньков. — Электрон. текстовые данные. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013. — 97 с.  
<http://www.iprbookshop.ru/22880.html>
5. Аверченков, В. И. Основы математического моделирования технических систем [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. И. Аверченков, В. П. Федоров, М. Л. Хейфец. — Электрон. текстовые данные. — Брянск : Брянский государственный технический университет, 2012. — 271 с.  
<http://www.iprbookshop.ru/7003.html>
6. Маковкин Г.А. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела. Часть 1 [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.А. Маковкин, С.Ю. Лихачева. — Электрон. текстовые данные. — Нижний Новгород: Нижегородский государственный архитектурно-

строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. — 71 с.  
<http://www.iprbookshop.ru/16043.html>

### **Дополнительная литература**

1. Сафин Р.Г., Иванов А.И., Тимербаев Н.Ф. Организация и планирование эксперимента [Электронный ресурс]: учебное пособие - Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2013.— 154 с.  
[http:// IPRbooks:IPRbooks-62219&theme=FEFU](http://IPRbooks:IPRbooks-62219&theme=FEFU)

2. Попов А.А. Оптимальное планирование эксперимента в задачах структурной и параметрической идентификации моделей многофакторных систем [Электронный ресурс]: монография/ Попов А.А.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2013.— 296 с. [http:// IPRbooks:IPRbooks-45413&theme=FEFU](http://IPRbooks:IPRbooks-45413&theme=FEFU)

## **V. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

На изучение дисциплины отводится 72 часа аудиторных занятий и 72 часов самостоятельной работы.

На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. На практических занятиях преподаватель разбирает решение некоторых задач по соответствующим разделам прикладной математики, подсказывает ход и метод решения.

Кроме аудиторной работы с преподавателем, студент должен самостоятельно выполнять индивидуальные домашние задания.

## **VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения лекционных и практических занятий необходима мультимедийная аудитория со следующим оборудованием:

Акустическая система для потолочного монтажа с низким профилем, Extron SI 3CT LP (пара)



Акустическая система для потолочного монтажа с низким профилем,  
Extron SI 3CT LP (пара)

Акустическая система для потолочного монтажа с низким профилем,  
Extron SI 3CT LP (пара)

Врезной интерфейс с системой автоматического втягивания кабелей TLS  
ТАМ 201 Standart III

Документ-камера Avervision CP355AF

ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716CCBA

Комплект удлинителей DVI по витой паре (передатчик/приёмник), Extron  
DVI 201 Tx/Rx

Матричный коммутатор DVI 4x4. Extron DXP 44 DVI PRO

Микрофонная петличная радиосистема УВЧ диапазона Sennheiser EW 122  
G3 в составе речевого приёмника EM 100 G3, передатчика SK 100 G3,  
петличного микрофон ME 4 с ветрозащитой и антенн (2 шт.)

Моноблок Lenovo C306G-i34164G500UDK (20 шт),

Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen,  
1280x800

Расширение для контроллера управления Extron IPL T CR48

Сетевая видеочамера Multipix MP-HD718

Сетевой контроллер управления Extron IPL T S4

Стойка металлическая для ЖК-дисплея У SMS Flatscreen FH T1450

Усилитель мощности, Extron XPA 2001-100V

Цифровой аудиопроцессор, Extron DMP 44 LC

Шкаф настенный 19" 7U, Abacom VSP-W960SG60

Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice, 50 см черная кайма  
сверху, размер рабочей области 236x147 см

## Приложение 1 к рабочей программе учебной дисциплины



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

### **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Математическое моделирование процессов механики»**

**Направление подготовки – 15.03.03 «Прикладная механика»**

**профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических  
систем и процессов»**

**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**

**2016**

**План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине  
«Планирование эксперимента и методы обработки экспериментальных  
данных»**

<b>№ п/п</b>	<b>Дата/сроки выполнения</b>	<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Примерные нормы времени на выполнение</b>	<b>Форма контроля</b>
1	1 -3 неделя	Выполнение Части 1 из расчетно-графического задания РГЗ 1. Изучение методичек [1] из списка основной литературы.	20 часов	ПР-12
2	4 неделя	Повтор и закрепление знаний по основным понятиям планирования эксперимента	4 часа	УО-1 Раздел 1. Вопросы 1-10
3	5 неделя-17 неделя	Выполнение части 2 из РГЗ 1. Изучение методичек [1] и [2] из списка основной литературы.	40 часов	ПР-12
4	18 неделя	Повтор и закрепление знаний по основным понятиям обработки и анализа экспериментальных данных Подготовка к зачетному занятию	8 часов	УО-1 Раздел 2. Вопросы 11-27
<b>Итого</b>			<b>72 часа</b>	

## Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы обучающихся

Кроме аудиторной работы с преподавателем, студент должен самостоятельно читать соответствующие учебные пособия из списка основной и дополнительной литературы. Самостоятельная работа студента должна выполняться каждую неделю регулярно в течение семестра. В ходе выполнения самостоятельной работы студент должен прочитать как минимум пособия [1] - [2] из списка основной литературы. В случае возникновения вопросов при выполнении самостоятельной работы, студент может обратиться к преподавателю на консультации.

По завершению изучения каждого раздела преподавателем осуществляются устные опросы. Типовые вопросы для собеседования приведены в приложении 2. Для подготовки рекомендуется использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дисциплине «Планирование эксперимента и методы обработки экспериментальных данных».

### Пример выполнения расчетно-графического задания 1

Задание 1. Исследовать графики функций заданных явно, параметрически и неявно.

$$y = \frac{x^2 + 4}{x}$$

1.  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

$$E(f) = (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$$

точки разрыва

```
> iscont(f, x=-infinity ..infinity);  
false  
> discont(f, x);  
{0}
```

Точка  $x=0$  – точка разрыва второго рода.

Вертикальная асимптота:  $y=0$

поведение функции в точке разрыва и на концах области определения

> *Limit(f, x = 0, left); limit(f, x = 0, left);*  
*Limit(f, x = 0, right); limit(f, x = 0, right);*

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 4}{x}$$

- ∞

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + 4}{x}$$

∞

> *Limit(f, x = - ∞); limit(f, x = - ∞);*  
*Limit(f, x = + ∞); limit(f, x = + ∞);*  
*Limit(f, x = 0); limit(f, x = 0);*

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 4}{x}$$

- ∞

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{x}$$

∞

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4}{x}$$

*undefined*

2. Нечетная

> *f := x →  $\frac{(x^2 + 4)}{x}$ ;*

$$f := x \mapsto \frac{x^2 + 4}{x}$$

> *evalb(f(x + T) = f(x));*

*false*

> *evalb(f(-x) = f(x));*

*false*

> *evalb(f(-x) = -f(x));*

*true*

3. Действительных корней нет при  $y(x)=0$ . Функция отрицательна на промежутке  $(-\infty;0]$ ,  $[0,+\infty)$  – положительна.

> *solve(f = 0, x);*

2 I, -2 I

> *solve(f > 0, x);*

(0, ∞]

> *solve(f < 0, x);*

[- ∞, 0)

4. Наклонная асимптота:  $y=x$

$\begin{aligned} &> k := \text{Limit}\left(\frac{f}{x}, x = \infty\right); \\ &k := \text{limit}\left(\frac{f}{x}, x = \infty\right); \end{aligned}$	$k := \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{x^2}$ $k := 1$ $k2 := 1$
$\begin{aligned} &> b := \text{Limit}(f - k \cdot x, x = \infty); \\ &b := \text{limit}(f - k \cdot x, x = \infty); \end{aligned}$	$b := \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-x + \frac{x^2 + 4}{x}\right)$ $b := 0$
$> y := k \cdot x + b;$	$y := x$

5. Функция возрастает на интервале  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ,  $[-2, 0] \cup [0, 2]$  – убывает.  
 $(-2; -4)$  – точка максимума  
 $(2; 4)$  – точка минимума

$> d := \text{diff}(f, x);$	$d := 2 - \frac{x^2 + 4}{x^2}$
$> \text{solve}(d = 0, x);$	$2, -2$
$> \text{solve}(d > 0, x);$	$[-\infty, -2), (2, \infty]$
$> \text{solve}(d < 0, x);$	$(-2, 0), (0, 2)$

6.  $(-\infty, 0]$  – интервал выпуклости  
 $[0, +\infty)$  – интервал вогнутости  
Точек перегибов нет

```
d1 := diff(j, x$2);
```

$$d := 2 - \frac{x^2 + 4}{x^2}$$

$$d1 := -\frac{2}{x} + \frac{2(x^2 + 4)}{x^3}$$

```
> solve(d1 = 0, x);
```

```
> solve(d1 > 0, x);
```

$(0, \infty]$

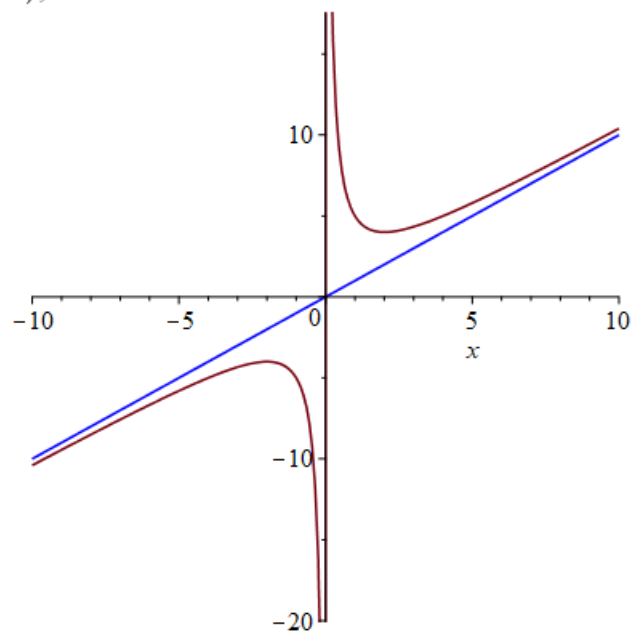
```
> solve(d1 < 0, x);
```

$[-\infty, 0)$

```
> p1 := plot\left(\frac{(x^2 + 4)}{x}\right);
```

```
> p2 := plot(x, color = blue);
```

```
> display(p1, p2);
```



$$\begin{cases} x = t^3 - t \\ y = t^2 + 1 \end{cases}$$

1.  $0 \neq \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$  т.к. нет  $t$ , при котором  $X'_t$  и  $Y'_t$  равны 0 одновременно  $\Rightarrow$  функция регулярна на всей области параметра  $t$ .

```

> wr1 := diff(x, t);
  wr2 := diff(y, t);
                                     wr1 := 3 t^2 - 1
                                     wr2 := 2 t
> solve(wr1, t);
                                     sqrt(3)
                                     3, -sqrt(3)
                                     3
> solve(wr2, t);
                                     0

```

2. Точка самопересечения: (0,2)

```

> wr3 := a^3 - a;
  wr4 := b^3 - b;
  u := wr3 = wr4;
                                     wr3 := a^3 - a
                                     wr4 := b^3 - b
                                     u := a^3 - a = b^3 - b
> wr5 := a^2 + 1;
  wr6 := b^2 + 1;
  v := wr5 = wr6;
                                     wr5 := a^2 + 1
                                     wr6 := b^2 + 1
                                     v := a^2 + 1 = b^2 + 1
> sys := {u, v};
                                     sys := {a^2 + 1 = b^2 + 1, a^3 - a = b^3 - b}
> solve({u, v}, {a, b});
                                     {a = b, b = b}, {a = -1, b = 1}, {a = 1, b = -1}

```

3. Касательные :

||OY:  $x = -\frac{2\sqrt{3}}{9}, x = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ;

||OX:  $y = 1$



```

> k :=  $\frac{2t}{3t^2 - 1}$ ;
                                 $k := \frac{2t}{3t^2 - 1}$ 
> solve(2t = 0, t);
                                0
> solve(3t^2 - 1 = 0, t);
                                 $\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 
> x := t → t^3 - t;
  y := t → t^2 + 1;
                                x := t → t^3 - t
                                y := t → t^2 + 1
> x( $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ); evalf(%);
  y( $\frac{\sqrt{3}}{3}$ );
                                 $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ 
                                -0.3849001795
                                 $\frac{4}{3}$ 
> x( $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ );
  y( $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ );
                                 $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ 
                                 $\frac{4}{3}$ 
> x(0);
  y(0);
                                0
                                1

```

4. Точки перегиба – нет, т.к. нет действительных корней

Интервал вогнутости:  $(-\infty, -1] \cup [0, \frac{\sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{\sqrt{3}}{3}, 1]$

Интервал выпуклости:  $[-1, -\frac{\sqrt{3}}{3}] \cup [-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0] \cup [1, \infty)$

> w3 := diff(k, t);

$$w3 := \frac{2}{3t^2 - 1} - \frac{12t^2}{(3t^2 - 1)^2}$$

> p :=  $\frac{w3}{x}$ ;

$$p := \frac{\frac{2}{3t^2 - 1} - \frac{12t^2}{(3t^2 - 1)^2}}{t^3 - t}$$

> solve(p = 0, t);

$$-\frac{1}{3}\sqrt{3}, \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

> solve(p > 0, t);

$$[-\infty, -1), \left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right), \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$$

> solve(p < 0, t);

$$\left(-1, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right), (1, \infty]$$

5. АСИМПТОТЫ :

Y=0

> k :=  $\frac{2t}{3t^2 - 1}$ ; l :=  $\frac{k}{x}$ ;

$$k := \frac{2t}{3t^2 - 1}$$

$$l := \frac{2t}{(3t^2 - 1)(t^3 - t)}$$

> limit(l, t = ∞);

0

> limit(k, t = ∞);

0

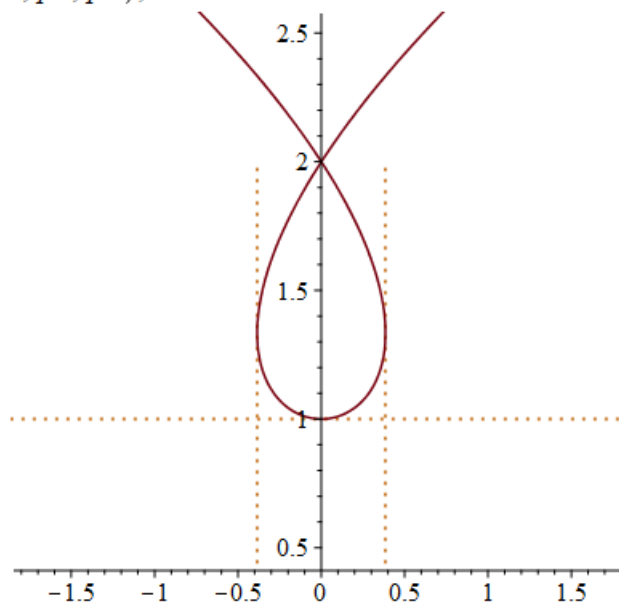
=

```

> p1 := plot([ [ 2*sqrt(3)/9, t, t=-2..2 ], linestyle = [2], thickness = [2], color
= [gold] );
p2 := plot([ [ -2*sqrt(3)/9, t, t=-2..2 ], linestyle = [2], thickness = [2], color
= [gold] );
p3 := plot([ t, 1, t=-2..2 ], linestyle = [2], thickness = [2], color = [gold]);
p4 := plot([ t^3 - t, t^2 + 1, t=-2..2 ]);

> display(p1, p2, p3, p4);

```



$$\begin{cases} x = \frac{4 * t}{t^2 + 1} \\ y = \frac{t}{t^2 - 1} \end{cases}$$

1.  $t=1$  – точка нарушения непрерывности

нет  $t$ , при котором  $X'_t$  и  $Y'_t$  равны 0 одновременно  $\Rightarrow$  функция регулярна на всей области параметра  $t$ .

```

> w1 := diff(x, t);
w1 :=  $\frac{4}{t^2 + 1} - \frac{8t^2}{(t^2 + 1)^2}$ 
> w2 := diff(y, t);
w2 :=  $\frac{1}{t^2 - 1} - \frac{2t^2}{(t^2 - 1)^2}$ 
> solve(w1, t);
-1, 1
> solve(w2, t);
-I, I

```

2. Нет точек самопересечения

```

> w3 :=  $\frac{4 * a}{(a^2 + 1)}$ ;
w4 :=  $\frac{4 * b}{(b^2 + 1)}$ ;
u := w3 = w4;
w3 :=  $\frac{4 a}{a^2 + 1}$ 
w4 :=  $\frac{4 b}{b^2 + 1}$ 
u :=  $\frac{4 a}{a^2 + 1} = \frac{4 b}{b^2 + 1}$ 
> w5 :=  $\frac{a}{a^2 - 1}$ ;
w6 :=  $\frac{b}{b^2 - 1}$ ;
v := w5 = w6;
w5 :=  $\frac{a}{a^2 - 1}$ 
w6 :=  $\frac{b}{b^2 - 1}$ 
v :=  $\frac{a}{a^2 - 1} = \frac{b}{b^2 - 1}$ 
> solve({u, v}, {a, b});
{a = b, b = b}

```

3. Касательные :

||OY: x=-2, x=2

```

> w1 := diff(x, t);
                                     w1 :=  $\frac{4}{t^2 + 1} - \frac{8t^2}{(t^2 + 1)^2}$ 
=
> w2 := diff(y, t);
                                     w2 :=  $\frac{1}{t^2 - 1} - \frac{2t^2}{(t^2 - 1)^2}$ 
=
> k :=  $\frac{\left(\frac{1}{t^2 - 1} - \frac{2t^2}{(t^2 - 1)^2}\right)}{\frac{4}{t^2 + 1} - \frac{8t^2}{(t^2 + 1)^2}}$ ;
                                     k :=  $\frac{\frac{1}{t^2 - 1} - \frac{2t^2}{(t^2 - 1)^2}}{\frac{4}{t^2 + 1} - \frac{8t^2}{(t^2 + 1)^2}}$ 
=
> solve( $\frac{4}{t^2 + 1} - \frac{8t^2}{(t^2 + 1)^2} = 0, t$ );
                                     -1, 1
=
> solve( $\frac{1}{t^2 - 1} - \frac{2t^2}{(t^2 - 1)^2} = 0, t$ );
                                     -1, 1
=
> x := t →  $\frac{(4 * t)}{(t^2 + 1)}$ ;
                                     x := t →  $\frac{4t}{t^2 + 1}$ 
=
> x(-1);
                                     -2
=
> x(1);
                                     2
=

```

4. Точек перегибов нет

На всем интервале выпуклая

> w3 := diff(k, t);

$$w3 := \frac{-\frac{6t}{(t^2-1)^2} + \frac{8t^3}{(t^2-1)^3}}{\frac{4}{t^2+1} - \frac{8t^2}{(t^2+1)^2}} - \frac{\left(\frac{1}{t^2-1} - \frac{2t^2}{(t^2-1)^2}\right) \left(-\frac{24t}{(t^2+1)^2} + \frac{32t^3}{(t^2+1)^3}\right)}{\left(\frac{4}{t^2+1} - \frac{8t^2}{(t^2+1)^2}\right)^2}$$

> p := w3/x;

$$p := \frac{1}{4t} \left( \left( \frac{-\frac{6t}{(t^2-1)^2} + \frac{8t^3}{(t^2-1)^3}}{\frac{4}{t^2+1} - \frac{8t^2}{(t^2+1)^2}} - \frac{\left(\frac{1}{t^2-1} - \frac{2t^2}{(t^2-1)^2}\right) \left(-\frac{24t}{(t^2+1)^2} + \frac{32t^3}{(t^2+1)^3}\right)}{\left(\frac{4}{t^2+1} - \frac{8t^2}{(t^2+1)^2}\right)^2} \right) (t^2+1) \right)$$

> solve(p = 0, t);

> solve(p > 0, t);

> solve(p < 0, t);

$[-\infty, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, \infty]$

5. Асимптота

$$Y = \frac{1}{4}x$$

```
> k := Limit( $\frac{ur2}{ur1}$ , t= $\infty$ );
```

```
k := limit( $\frac{ur2}{ur1}$ , t= $\infty$ );
```

$$k := \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{t^2 - 1} - \frac{2t^2}{(t^2 - 1)^2}}{\frac{4}{t^2 + 1} - \frac{8t^2}{(t^2 + 1)^2}}$$

$$k := \frac{1}{4}$$

```
> b := Limit(ur2 - k*ur1, t= $\infty$ );
```

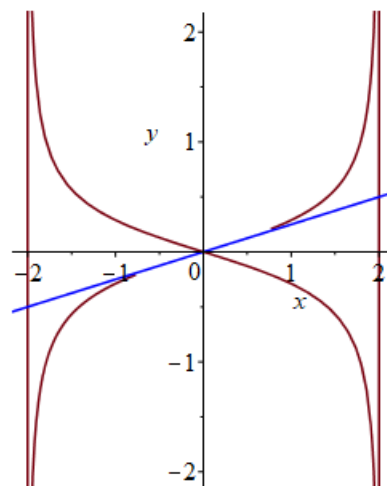
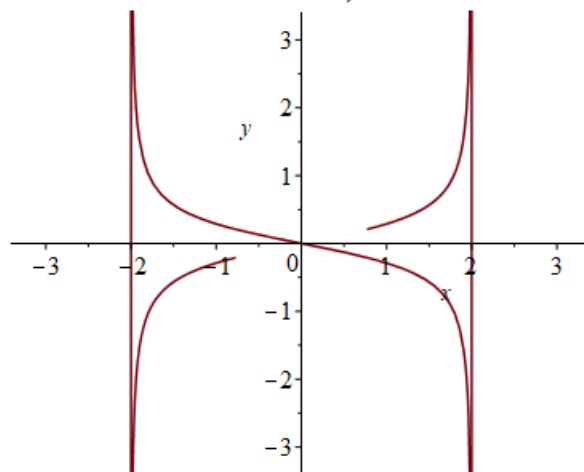
```
b := limit(ur2 - k*ur1, t= $\infty$ );
```

$$b := \lim_{t \rightarrow \infty} \left( -\frac{1}{t^2 + 1} + \frac{2t^2}{(t^2 + 1)^2} + \frac{1}{t^2 - 1} - \frac{2t^2}{(t^2 - 1)^2} \right)$$

$$b := 0$$

```
> p1 := plot( $\left[ \left[ \frac{(4*t)}{(t^2 + 1)}, \frac{t}{t^2 - 1}, t=-5..5 \right], x=-3..3, y=-3..3 \right]$ );
```

```
p2 := plot( $\frac{1}{4} \cdot x, x=-3..3, color = blue$ ); display(p1, p2);
```



$$F(x, y) = x^3 - 27(y - x^2) = 0$$

1. Обыкновенные точки: (-18,0),(0,0)

```

> f := x^3 - 27*(y - x^2);
                                     f := x^3 + 27 x^2 - 27 y
> u1 := diff(f, x);
                                     u1 := 3 x^2 + 54 x
> u2 := diff(f, y);
                                     u2 := -27
> solve(u1, x);
                                     -18, 0
> y := x -> (x^3 + 27 x^2) / 27;
                                     y := x -> 1/27 x^3 + x^2
> y(-18);
                                     108
> y(0);
                                     0

```

2. Касательные

$$Y = x^2$$

Касательных ||осям нет.

```

> f := x^3 - 27*(y - x^2);
                                     f := x^3 + 27 x^2 - 27 y
> #y := k*x + b*x^2/2;
f := x^3 - 27*((k*x + b*x^2/2) - x^2);
                                     f := x^3 - 27 k x - 27/2 b x^2 + 27 x^2
> # x^2 : -27 b/2 + 27 = 0
# x : -27 k = 0
> solve(-27 b/2 + 27 = 0, b);
                                     2
> solve(27 * k = 0, k);
                                     0

```



$$> 3 \cdot x^2 + 54 \cdot x - 27 \cdot y' = 0$$

$$3x^2 + 54x - 27 \left( \frac{d}{dx} y(x) \right) = 0$$

$$> y' = \frac{(3 \cdot x^2 + 54 \cdot x)}{27};$$

$$\frac{d}{dx} y(x) = \frac{1}{9} x^2 + 2x$$

$$> y' = \frac{(3 \cdot x^2 + 54 \cdot x)}{27} = 0;$$

*false*

3. Асимптоты нет

$$> f := x^3 + 27x^2 - 27y = 0;$$

$$\#y = \frac{x^3 + 27x^2}{27}$$

$$f := x^3 + 27x^2 - 27y = 0$$

$$> \frac{f}{x^3};$$

$$\frac{x^3 + 27x^2 - 27y}{x^3} = 0$$

$$> 1 + \frac{27}{x} - \frac{27y}{x^3} = 0;$$

$$\# \text{пусть } p = \frac{y}{x}, \text{ тогда } f := 1 + \frac{27}{x} - \frac{27k}{x^2} \Rightarrow p = \frac{\left(1 + \frac{27}{x}\right) \cdot x^2}{27}$$

$$1 + \frac{27}{x} - \frac{27y}{x^3} = 0$$

$$> p := \frac{\left(1 + \frac{27}{x}\right) \cdot x^2}{27};$$

$$p := \frac{\left(1 + \frac{27}{x}\right) x^2}{27}$$

=  
 >  $k := \text{Limit}(p, x = \infty);$   
 $k := \text{limit}(p, x = \infty);$

$$k := \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{27}{x}\right) x^2}{27}$$

$k := \infty$

=  
 >  $y := \frac{x^3 + 27x^2}{27};$   
 $b := \text{Limit}(y, x = \infty);$   
 $b := \text{limit}(y, x = \infty);$

$$y := \frac{1}{27} x^3 + x^2$$

$$b := \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{27} x^3 + x^2 \right)$$

$b := \infty$

4. Точка перегиба:  $x = -18$   
 Интервал вогнутости:  $(-18, \infty]$   
 Интервал выпуклости:  $[-\infty, -18)$   
 >  $3 \cdot x^2 + 54 \cdot x - 27 \cdot y' = 0;$

$$3x^2 + 54x - 27 \left( \frac{d}{dx} y(x) \right) = 0$$

=  
 >  $3 \cdot x + 54 - 27 \cdot y'' = 0;$

$$3x + 54 - 27 \left( \frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) = 0$$

=  
 >  $y'' = \frac{3 \cdot x + 54}{27};$

$$a := \frac{d^2}{dx^2} y(x) = \frac{x}{9} + 2$$

=  
 >  $a := \frac{x}{9} + 2;$   
 $\text{solve}(a, x);$

$$a := \frac{x}{9} + 2$$

$-18$

=  
 >  $\text{solve}(a > 0, x);$

$(-18, \infty]$

=  
 >  $\text{solve}(a < 0, x);$

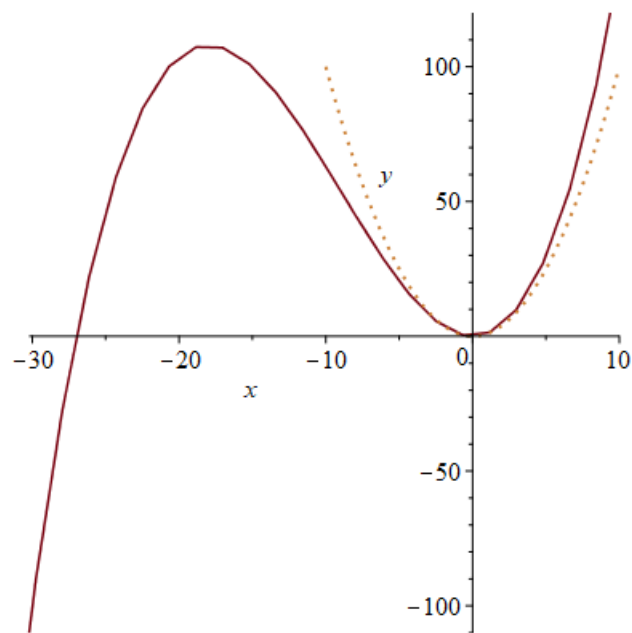
$[-\infty, -18)$

=

```

> p1 := implicitplot({x^3 - 27*(y - x^2)}, x=-100..100, y=-110..120);
p2 := plot(x^2, linestyle = [2], thickness = [2], color = [gold]);
display(p1, p2);

```



Задание 2. Исследовать характер неподвижной точки, устойчивость и изобразить фазовый портрет.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{\dot{x}_1 - 3x_1}{2}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\ddot{x}_1 - 3\dot{x}_1}{2}$$

$$\frac{\ddot{x}_1 - 3\dot{x}_1}{2} = 4x_1 + \frac{\dot{x}_1 - 3x_1}{2}$$

$$\ddot{x}_1 - 3\dot{x}_1 = 8x_1 + \dot{x}_1 - 3x_1$$

$$\ddot{x}_1 - 4\dot{x}_1 - 5x_1$$

$$\lambda^2 - 4\lambda - 5$$

$$D = 16 + 25 = 36, \sqrt{D} = 6$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{2} = 5; -1.$$

$$x_1(t) = C_1 e^{5t} + C_2 e^{-t} \Rightarrow x_1(t) = 5C_1 e^{5t} - C_2 e^{-t}$$

$$x_2(t) = \frac{x_1(t) - 3x_1}{2}$$

$$x_2(t) = \frac{5C_1 e^{5t} - C_2 e^{-t} - 3C_1 e^{5t} - 3C_2 e^{-t}}{2} =$$

$$= \frac{2C_1 e^{5t} - 4C_2 e^{-t}}{2} = C_1 e^{5t} - 2C_2 e^{-t}$$

$$x_1(t) = C_1 e^{5t} + C_2 e^{-t}$$

$$x_2(t) = C_1 e^{5t} - 2C_2 e^{-t}$$

[> with(DEtools) :

[> sys := diff(x(t), t) = -3 \* x + 2 \* y, diff(y(t), t) = 4 \* x + y;

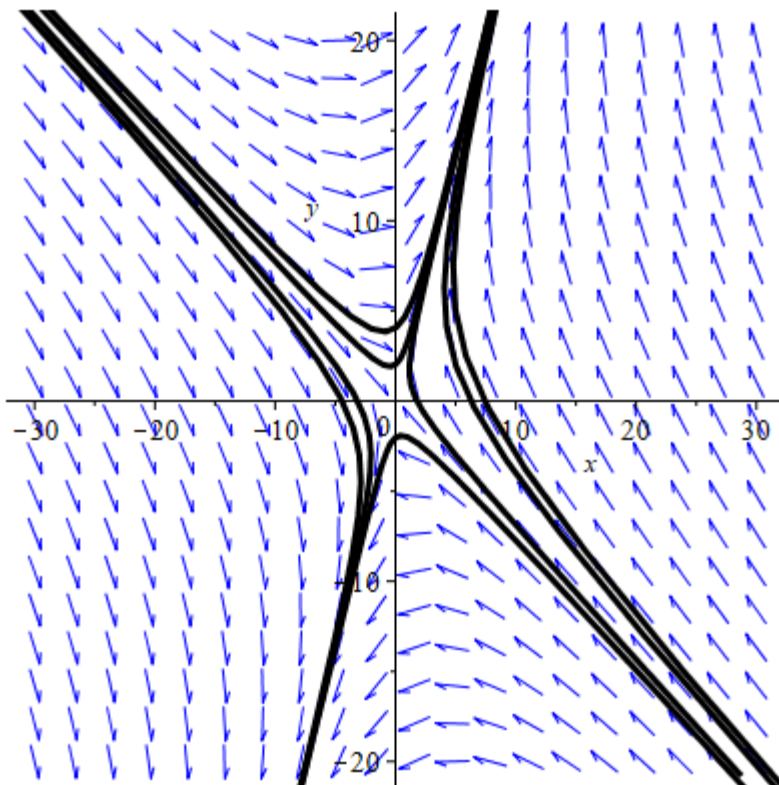
$$\text{sys} := \frac{d}{dt} x(t) = -3x + 2y, \frac{d}{dt} y(t) = 4x + y$$

[> phaseportrait([sys], [x(t), y(t)], t = -10 .. 10,

[[0, 1, -2], [0, -3, -3], [0, -2, 4], [0, 5, 5], [0, 5, -3],

[0, -5, 2], [0, 5, 2], [0, -1, 2]], x = -30 .. 30, y = -20 .. 20,

stepsize = .1, colour = blue, linecolor = black);



2.

### 3. Исследование устойчивости по первому приближению

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\cos 5x_1 - 4x_2 + 1 \\ \dot{x}_2 = x_1 + e^{-2x_2} - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\cos 5x_1 - 4x_2 + 1 = 0 \\ x_1 + e^{-2x_2} - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow (0, 0)$$

$$\cos 5x_1 = 1 + \frac{5x_1}{1!} + \frac{25x_1^2}{2!} \dots \approx 1 + 5x_1 + 0(x_1)$$

$$e^{-2x_2} = 1 - 2x_2 + \frac{4x_2^2}{2!} \dots \approx 1 - 2x_2 + 0(x_2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -5x_1 - 4x_2 + 0(x_1) \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2x_2 + 0(x_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -5x_1 - 4x_2 + 0(x_1) \\ \dot{x}_2 = x_1 + 2x_2 + 0(x_2) \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \det \begin{bmatrix} -5 - \lambda & -4 \\ 1 & -2 - \lambda \end{bmatrix} = 0, \Rightarrow (-2 - \lambda)(-5 - \lambda) + 4 = 0$$

$$\lambda^2 + 7\lambda + 14 = 0$$

$$D = 49 - 56 = \pm\sqrt{3}i$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{3}i}{2} = \begin{cases} -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2} \\ -\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

$$-\frac{7}{2} < 0 \Rightarrow \text{состояние устойчиво.}$$

## Пример выполнения расчетно-графического задания 2

### Постановка задачи

Имеются результаты эксперимента по изучению коррозии образцов из металла и стеклометаллокомпозита (СМК), помещенных в раствор соли, см. табл. 0. Всего было исследовано 13 образцов. Образцы 1-5 проверялись в 3% растворе соли, образцы 6-13 в 0,5% растворе соли. Образцы 5,8,9,13 из металла, образцы 1-4,6,7,10-12 из СМК. В эксперименте проверялись три основных предположения: 1) скорость коррозии зависит от концентрации раствора, причем скорость больше в более концентрированном растворе; 2) скорость коррозии зависит от веса образца; 3) скорость коррозии является постоянной, т.е. вес образца линейно убывает во времени.

Требуется проверить указанные гипотезы и найти зависимость  $(t)$  веса образца от времени нахождения образца в растворе.

### Исследование

1) Построим графики зависимости веса образца от времени, используя стандартные средства Excel. Результат - на рис. 0, 1.

Графики показывают, что предположение о том, что скорость коррозии постоянна, скорее всего, верно. Более подробные исследования графиков проведем после проверки предположений 1-2.

2) Проверим справедливость предположений 1-2. Для этого, предполагая скорость коррозии постоянной, построим матрицу

$$\Delta^1 = (\Delta_{ij}^1) = (\bar{a}_{ij}) = \left( \frac{y_{ij+1} - y_{ij}}{t_{j+1} - t_j} \right), i = 1, \dots, 13, j = 1, \dots, 12.$$

Это матрица оценок угловых коэффициентов  $a_i$  прямых  $y_i = a_i t + b_i$ , описывающих уменьшение веса образца  $i$  в зависимости от времени  $t$  от начала эксперимента. Числа  $a_i$  равны скорости коррозии  $i$ -го образца. Матрица  $\Delta^1$  приведена в табл. 1.

Проверим следующие гипотезы:

$H_{11}$ :  $a_1 = \dots = a_{13}$  (скорость коррозии образцов одинакова и не зависит от концентрации раствора (и/или от исходного веса образца));

$H_{12}$ :  $a_{0,5\%, \text{ среднее}} = a_{3\%, \text{ среднее}}$  (скорость коррозии образцов не зависит от концентрации раствора).

$H_{13}$ :  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5$  (в растворе 3% скорость коррозии образцов из стекломаталлокомпозита и металла одинакова и не зависит от исходного веса образца);

$H_{14}$ :  $a_6 = \dots = a_{13}$  (в растворе 0,5% скорость коррозии образцов из стекломаталлокомпозита и металла одинакова и не зависит от исходного веса образца);

Если гипотезы  $H_{13}$  и  $H_{14}$  будут отвергнуты, следует проверить также гипотезы: а) в растворе 3% скорость коррозии зависит от исходного веса образца; б) в растворе 0,5% скорость коррозии зависит от исходного веса образца.

С помощью критерия КС [2] проверялись гипотезы о нормальном распределении оценок угловых коэффициентов образцов: для всех образцов 1,2,...,13 на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  гипотеза о нормальном распределении принимается.

Таблица 0

**Вес образцов (в граммах) в зависимости от  $t_j$ - количества дней  
с начала эксперимента**

$t_j$	0	7	14	22	28	147	161	175	190	202	216	231	245
<b>Номер образца</b>													
1	11,391	11,375	11,365	11,343	11,327	11,120	11,089	11,064	11,036	11,009	10,960	10,924	10,901
2	11,840	11,814	11,800	11,780	11,764	11,563	11,534	11,506	11,468	11,446	11,412	11,384	11,340
3	11,236	11,210	11,195	11,175	11,166	10,956	10,922	10,894	10,864	10,835	10,806	10,768	10,736
4	11,495	11,474	11,463	11,444	11,430	11,212	11,185	11,155	11,118	11,096	11,065	11,024	10,999
5	18,072	18,055	18,041	18,022	18,008	17,785	17,755	17,719	17,689	17,646	17,612	17,569	17,551
6	11,248	11,234	11,221	11,203	11,195	11,008	10,986	10,958	10,933	10,902	10,881	10,853	10,826
7	11,206	11,198	11,183	11,165	11,145	10,970	10,947	10,919	10,888	10,862	10,836	10,804	10,773
8	19,317	19,304	19,289	19,273	19,263	19,057	19,031	19,000	18,974	18,945	18,921	18,885	18,855
9	18,716	18,699	18,689	18,675	18,665	18,481	18,448	18,423	18,394	18,366	18,347	18,322	18,295
10	10,597	10,589	10,578	10,565	10,559	10,399	10,371	10,356	10,329	10,305	10,282	10,253	10,234
11	10,873	10,857	10,845	10,836	10,826	10,660	10,632	10,609	10,585	10,560	10,539	10,501	10,474
12	11,141	11,123	11,113	11,096	11,090	10,938	10,913	10,889	10,861	10,833	10,809	10,782	10,768
13	19,032	19,023	19,009	19,000	18,986	18,781	18,750	18,716	18,685	18,655	18,630	18,607	18,585

Таблица 1

**Матрица  $\Delta^1$  оценок скорости коррозии**

-0,002286	-0,001429	-0,002750	-0,002667	-0,001739	-0,002214	-0,001786	-0,001867	-0,002250	-0,003500	-0,002400	-0,001643
-0,003714	-0,002000	-0,002500	-0,002667	-0,001689	-0,002071	-0,002000	-0,002533	-0,001833	-0,002429	-0,001867	-0,003143
-0,003714	-0,002143	-0,002500	-0,001500	-0,001765	-0,002429	-0,002000	-0,002000	-0,002417	-0,002071	-0,002533	-0,002286
-0,003000	-0,001571	-0,002375	-0,002333	-0,001832	-0,001929	-0,002143	-0,002467	-0,001833	-0,002214	-0,002733	-0,001786
-0,002429	-0,002000	-0,002375	-0,002333	-0,001874	-0,002143	-0,002571	-0,002000	-0,003583	-0,002429	-0,002867	-0,001286
-0,002000	-0,001857	-0,002250	-0,001333	-0,001571	-0,001571	-0,002000	-0,001667	-0,002583	-0,001500	-0,001867	-0,001929
-0,001143	-0,002143	-0,002250	-0,003333	-0,001471	-0,001643	-0,002000	-0,002067	-0,002167	-0,001857	-0,002133	-0,002214
-0,001857	-0,002143	-0,002000	-0,001667	-0,001731	-0,001857	-0,002214	-0,001733	-0,002417	-0,001714	-0,002400	-0,002143
-0,002429	-0,001429	-0,001750	-0,001667	-0,001546	-0,002357	-0,001786	-0,001933	-0,002333	-0,001357	-0,001667	-0,001929
-0,001143	-0,001571	-0,001625	-0,001000	-0,001345	-0,002000	-0,001071	-0,001800	-0,002000	-0,001643	-0,001933	-0,001357
-0,002571	-0,001429	-0,002125	-0,001000	-0,001277	-0,001786	-0,001714	-0,001867	-0,002333	-0,001714	-0,001800	-0,001000
-0,002286	-0,001714	-0,001125	-0,001667	-0,001395	-0,002000	-0,001643	-0,001600	-0,002083	-0,001500	-0,002533	-0,001929
-0,001286	-0,002000	-0,001125	-0,002333	-0,001723	-0,002214	-0,002429	-0,002067	-0,002500	-0,001786	-0,001533	-0,001571



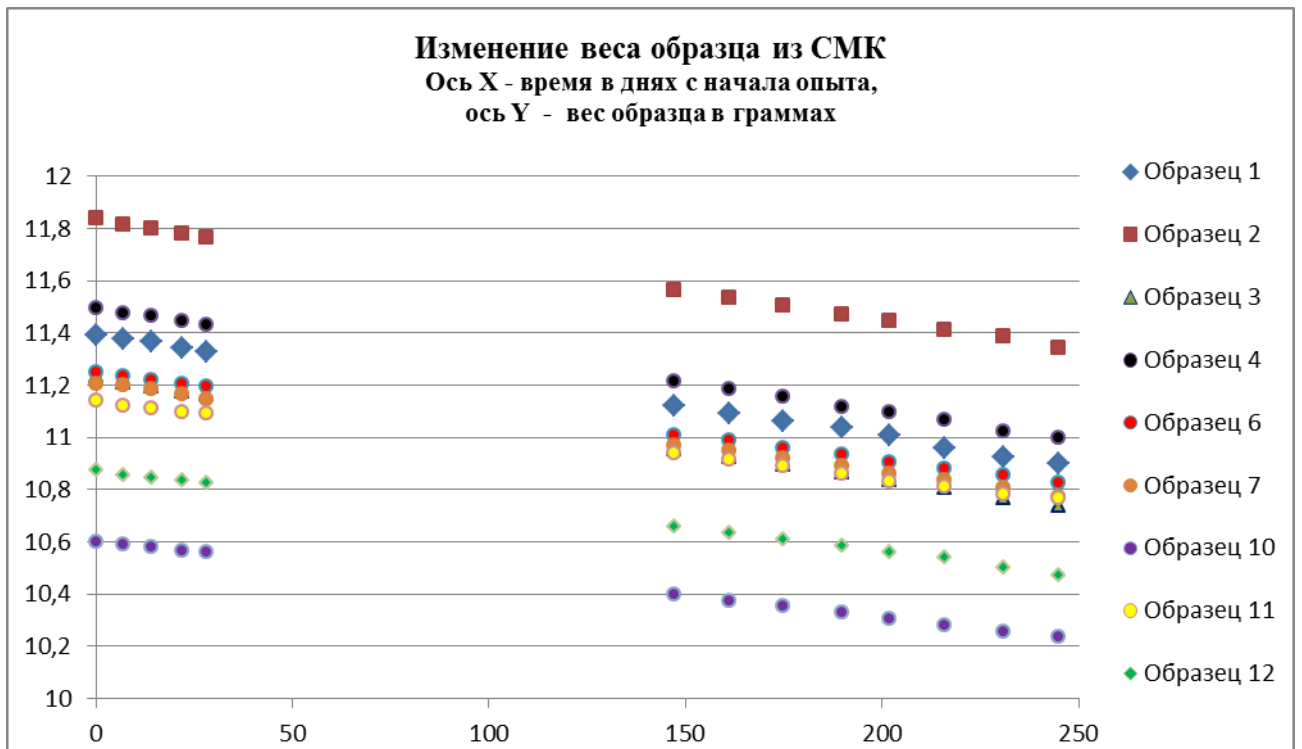


Рис. 0. Изменение веса образцов из СМК в течение 245 дней

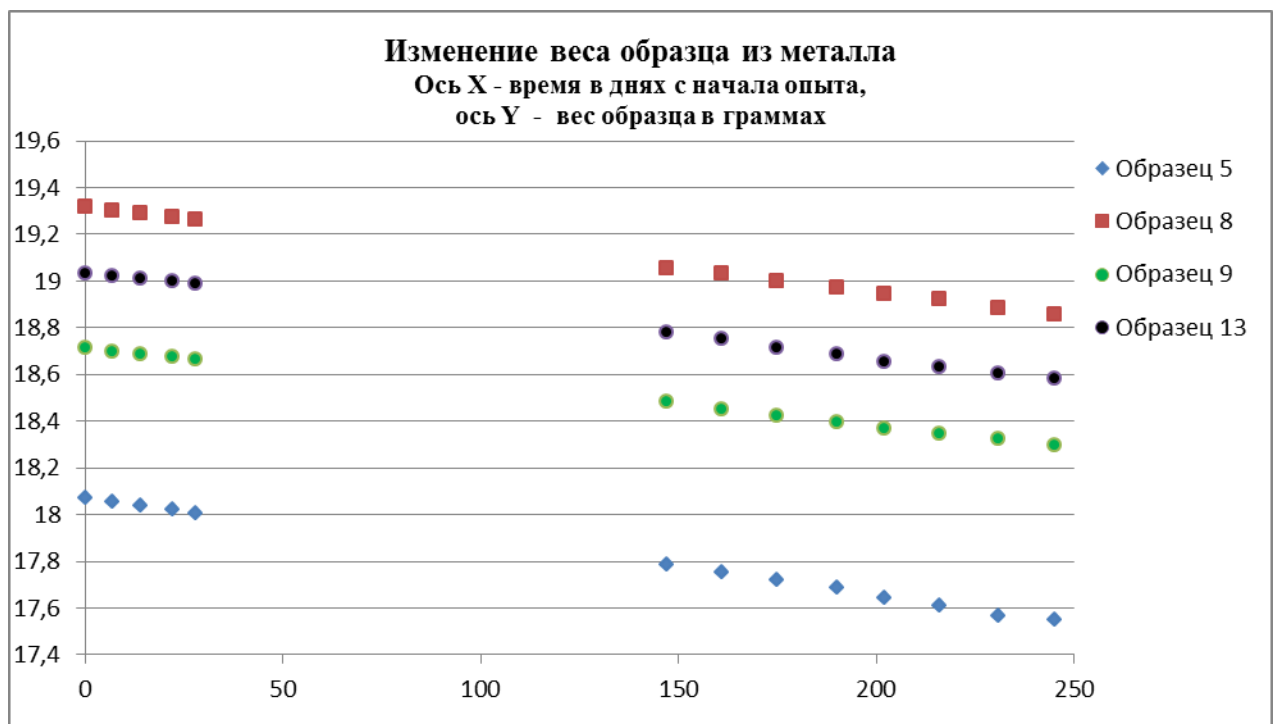


Рис. 1. Изменение веса образцов из металла в течение 245 дней

Для преобразования данных, записанных в виде строк, в столбцы, используется макрос **Транспонирование**. Данные для макроса **Транспонирование**: ячейка A1 – количество строк массива, ячейка A2 –

количество столбцов массива, массив расположен в ячейках В1:М13. Результат, транспонированная матрица, располагается через две строки ниже основного массива, в ячейках В16:N27 – см. рис. 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1		13	-0,002286	-0,001429	-0,002750	-0,002667	-0,001739	-0,002214	-0,001786	-0,001867	-0,002250	-0,003500	-0,002400	-0,001643				
2		12	-0,003714	-0,002000	-0,002500	-0,002667	-0,001689	-0,002071	-0,002000	-0,002533	-0,001833	-0,002429	-0,001867	-0,003143				
3			-0,003714	-0,002143	-0,002500	-0,001500	-0,001765	-0,002429	-0,002000	-0,002000	-0,002417	-0,002071	-0,002533	-0,002286				
4			-0,003000	-0,001571	-0,002375	-0,002333	-0,001832	-0,001929	-0,002143	-0,002467	-0,001833	-0,002214	-0,002733	-0,001786				
5			-0,002429	-0,002000	-0,002375	-0,002333	-0,001874	-0,002143	-0,002571	-0,002000	-0,003583	-0,002429	-0,002867	-0,001286				
6			-0,002000	-0,001857	-0,002250	-0,001333	-0,001571	-0,001571	-0,002000	-0,001667	-0,002583	-0,001500	-0,001867	-0,001929				
7			-0,001143	-0,002143	-0,002250	-0,003333	-0,001471	-0,001643	-0,002000	-0,002067	-0,002167	-0,001857	-0,002133	-0,002214				
8			-0,001857	-0,002143	-0,002000	-0,001667	-0,001731	-0,001857	-0,002214	-0,001733	-0,002417	-0,001714	-0,002400	-0,002143				
9			-0,002429	-0,001429	-0,001750	-0,001667	-0,001546	-0,002357	-0,001786	-0,001933	-0,002333	-0,001357	-0,001667	-0,001929				
10			-0,001143	-0,001571	-0,001625	-0,001000	-0,001345	-0,002000	-0,001071	-0,001800	-0,002000	-0,001643	-0,001933	-0,001357				
11			-0,002571	-0,001429	-0,002125	-0,001000	-0,001277	-0,001786	-0,001714	-0,001867	-0,002333	-0,001714	-0,001800	-0,001000				
12			-0,002286	-0,001714	-0,001125	-0,001667	-0,001395	-0,002000	-0,001643	-0,001600	-0,002083	-0,001500	-0,002533	-0,001929				
13			-0,001286	-0,002000	-0,001125	-0,002333	-0,001723	-0,002214	-0,002429	-0,002067	-0,002500	-0,001786	-0,001533	-0,001571				
14																		
15																		
16			-0,002286	-0,003714	-0,003714	-0,003000	-0,002429	-0,002000	-0,001143	-0,001857	-0,002429	-0,001143	-0,002571	-0,002286	-0,001286			
17			-0,001429	-0,002000	-0,002143	-0,001571	-0,002000	-0,001857	-0,002143	-0,002143	-0,001429	-0,001571	-0,001429	-0,001714	-0,002000			
18			-0,002750	-0,002500	-0,002500	-0,002375	-0,002375	-0,002250	-0,002250	-0,002000	-0,001750	-0,001625	-0,002125	-0,001125	-0,001125			
19			-0,002667	-0,002667	-0,001500	-0,002333	-0,002333	-0,001333	-0,003333	-0,001667	-0,001667	-0,001000	-0,001000	-0,001667	-0,002333			
20			-0,001739	-0,001689	-0,001765	-0,001832	-0,001874	-0,001571	-0,001471	-0,001731	-0,001546	-0,001345	-0,001277	-0,001395	-0,001723			
21			-0,002214	-0,002071	-0,002429	-0,001929	-0,002143	-0,001571	-0,001643	-0,001857	-0,002357	-0,002000	-0,001786	-0,002000	-0,002214			
22			-0,001786	-0,002000	-0,002000	-0,002143	-0,002571	-0,002000	-0,002000	-0,002214	-0,001786	-0,001071	-0,001714	-0,001643	-0,002429			
23			-0,001867	-0,002533	-0,002000	-0,002467	-0,002000	-0,001667	-0,002067	-0,001733	-0,001933	-0,001800	-0,001867	-0,001600	-0,002067			
24			-0,002250	-0,001833	-0,002417	-0,001833	-0,003583	-0,002583	-0,002167	-0,002417	-0,002333	-0,002000	-0,002333	-0,002083	-0,002500			

Рис. 2. Результат транспонирования матрицы  $\Delta^1$

Проверку гипотезы  $H_1$  выполним, используя инструмент Однофакторный дисперсионный анализ [2] для строк 1-13 матрицы  $\Delta^1$ :

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Строка 1	12	-0,02653	-0,00221	3,3261E-07
Строка 2	12	-0,02845	-0,00237	3,5521E-07
Строка 3	12	-0,02736	-0,00228	3,0024E-07
Строка 4	12	-0,02622	-0,00218	1,7772E-07
Строка 5	12	-0,02789	-0,00232	3,1712E-07
Строка 6	12	-0,02213	-0,00184	1,2067E-07
Строка 7	12	-0,02442	-0,00204	2,821E-07
Строка 8	12	-0,02388	-0,00199	7,2412E-08
Строка 9	12	-0,02218	-0,00185	1,3022E-07
Строка 10	12	-0,01849	-0,00154	1,277E-07
Строка 11	12	-0,02062	-0,00172	2,3765E-07
Строка 12	12	-0,02148	-0,00179	1,553E-07
Строка 13	12	-0,02257	-0,00188	2,022E-07

Источники вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	9,56E-06	12	7,97E-07	3,6850864	7,65265E-05	1,82044122
Внутри групп	3,09E-05	143	2,16E-07			
Итого	4,05E-05	155				

Рис. 3. Однофакторный дисперсионный анализ для проверки гипотезы  $H_{11}$

Так как  $F_{\text{выб}} > F_{\text{кр}}$ , то гипотеза  $H_{11}$  отвергается, т.е. *скорость коррозии образцов 1-13 не одинакова и зависит от концентрации раствора и/или исходного веса образца.*

Проверку гипотезы  $H_{12}$  выполним, используя макрос ДА\_новый [2]. Здесь фактор А – вес образца, фактор В – концентрация раствора.

Источники вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Строки A	0,000000008418	1	0,000000008418	1,04791	0,307615	3,90337
Столбцы B	0,000000199765	1	0,000000199765	24,86781	0,000002	3,90337
AxB	0,000000000845	1	0,000000000845	0,10514	0,746194	3,90337
Внутри ячеек	0,000032865028	152	0,000000008033			
Итого	0,00000209027					

Рис. 4. Двухфакторный дисперсионный анализ для проверки гипотезы  $H_{12}$

Так как  $F_{\text{выб.А}} < F_{\text{кр.А}}$  (первая строка таблицы), то гипотеза  $H_{0A}$  принимается, т.е. *вес образца не влияет на результат наблюдений.*

Так как  $F_{\text{выб.В}} > F_{\text{кр.В}}$  (вторая строка таблицы), то гипотеза  $H_{0B}$  отвергается, т.е. *скорость коррозии образцов 1-13 не одинакова и зависит от концентрации раствора.*

Так как  $F_{\text{выб.АВ}} < F_{\text{крит.АВ}}$  (третья строка таблицы), то гипотеза  $H_{0AB}$  принимается, т.е. *взаимодействие факторов А и В не значимо* (другими словами, на результат наблюдений взаимодействие факторов А и В не влияет).

Проверку гипотезы  $H_{13}$  выполним, используя инструмент **Однофакторный дисперсионный анализ** [2] для строк 1-5 матрицы  $\Delta^1$ :

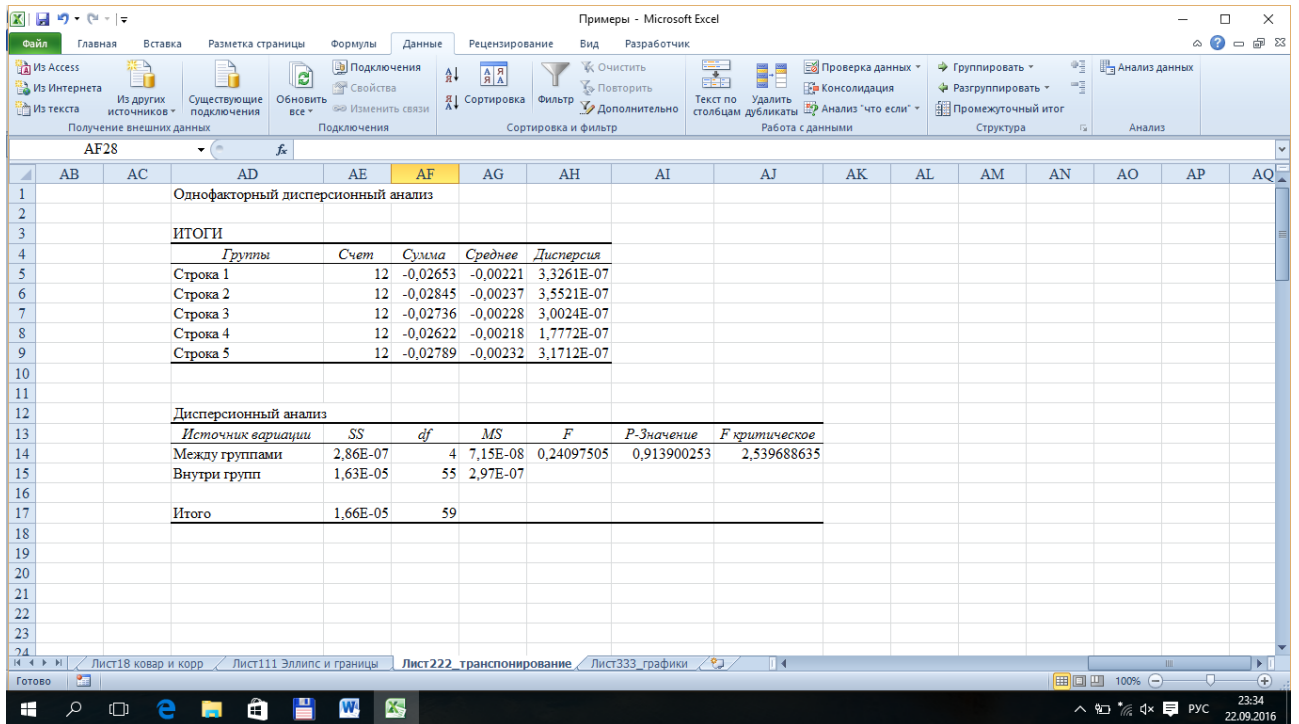


Рис. 5. Однофакторный дисперсионный анализ для проверки гипотезы  $H_{13}$

Так как  $F_{\text{выб}} < F_{\text{кр}}$ , то гипотеза  $H_{13}$  принимается, т.е. в растворе 3% скорость коррозии образцов 1-5 одинакова и не зависит от исходного веса образца.

Проверку гипотезы  $H_{14}$  выполним, используя инструмент **Однофакторный дисперсионный анализ** [2] для строк 6-13 матрицы  $\Delta^1$ :

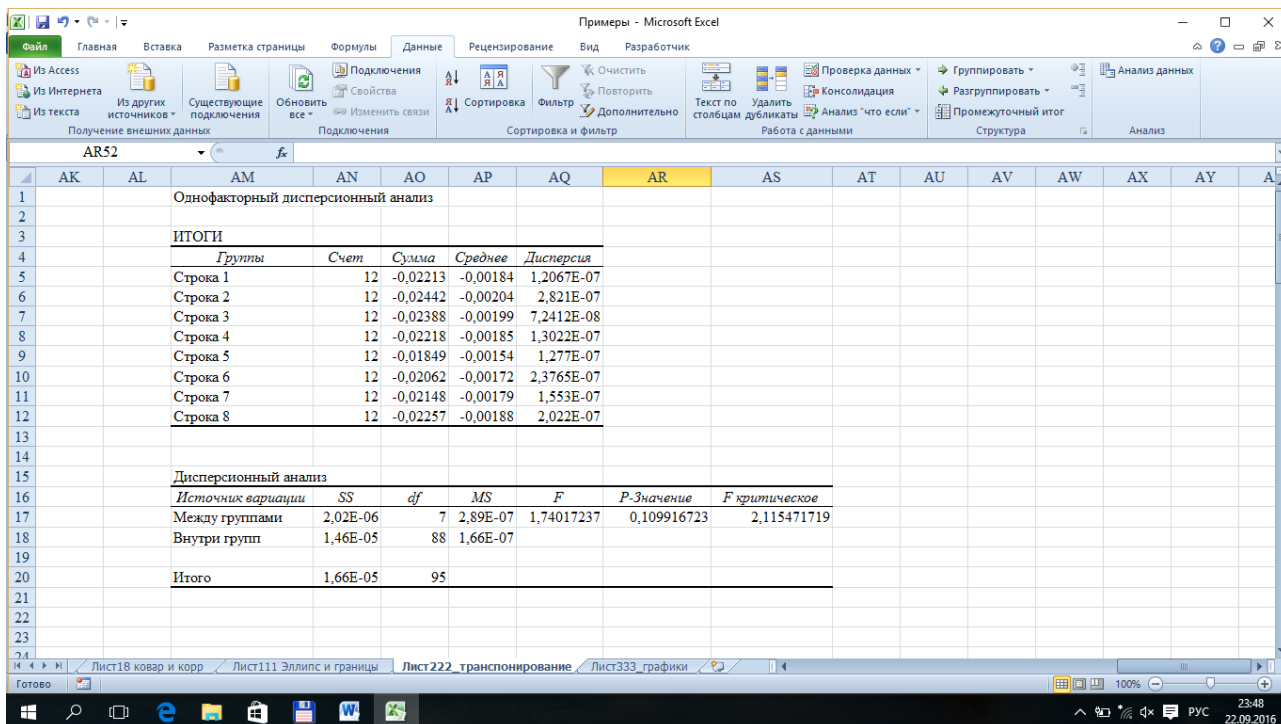


Рис. 5. Однофакторный дисперсионный анализ для проверки гипотезы  $H_{14}$

Так как  $F_{\text{выб}} < F_{\text{кр}}$ , то гипотеза  $H_{14}$  принимается, т.е. в растворе 0,5% скорость коррозии образцов 6-13 одинакова и не зависит от исходного веса образца.

Примечание. Для проверки гипотез  $H_{13}$  и  $H_{14}$  можно, конечно, воспользоваться t-тестом.

Так как нормальность выборок (строк матрицы  $\Delta^1$ ) уже проверена (см. стр.49), предварительно следует проверить гипотезы о равенстве дисперсий этих выборок. Применим для проверки инструмент **Двух выборочный F-тест для дисперсий** [2]. Выборочная проверка пар 2-1, 1-6, 5-10, 13-6 указывает на неравенство дисперсий выборок. Следовательно, проверку равенства средних следует выполнять с помощью инструмента **Двух выборочный t-тест с различными дисперсиями** [2]. Парное сравнение выборок для образцов 1-5 показывает отсутствие значимого различия средних. Однако средние для образцов 1-5 значительно отличаются от средних для образцов 6-13, что показывает, например, сравнение средних для пар 1-10, 3-12, 5-8 и т.д. Таким образом, этот способ подтверждает выводы, сделанные на основе дисперсионного анализа. Оцените различие в трудоёмкости способов проверки: для образцов 1-5 требуется  $(5 \times 4) / 2 = 10$  попарных проверок, для образцов 6-13  $(8 \times 7) / 2 = 28$  проверок.

3) Построим графики зависимости веса образца от времени, т.е. прямых  $y_i = a_i t + b_i, i = 1, \dots, 13$ . Используем для этого инструмент **Регрессия** [2]. Результат для образца 1 представлен на рис. 48. Обратите внимание на то, что данные для регрессии (т.е. значения переменных  $t$  и  $y$ ) должны быть заданы в виде столбцов, а не строк (рис. 6):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
14															
15															
16		0	11,391	11,84	11,236	11,495	18,072	11,248	11,206	19,317	18,716	10,597	11,141	10,873	19,032
17		7	11,375	11,814	11,21	11,474	18,055	11,234	11,198	19,304	18,699	10,589	11,123	10,857	19,023
18		14	11,365	11,8	11,195	11,463	18,041	11,221	11,183	19,289	18,689	10,578	11,113	10,845	19,009
19		22	11,343	11,78	11,175	11,444	18,022	11,203	11,165	19,273	18,675	10,565	11,096	10,836	19
20		28	11,327	11,764	11,166	11,43	18,008	11,195	11,145	19,263	18,665	10,559	11,09	10,826	18,986
21		147	11,12	11,563	10,956	11,212	17,785	11,008	10,97	19,057	18,481	10,399	10,938	10,66	18,781
22		161	11,089	11,534	10,922	11,185	17,755	10,986	10,947	19,031	18,448	10,371	10,913	10,632	18,75
23		175	11,064	11,506	10,894	11,155	17,719	10,958	10,919	19	18,423	10,356	10,889	10,609	18,716
24		190	11,036	11,468	10,864	11,118	17,689	10,933	10,888	18,974	18,394	10,329	10,861	10,585	18,685
25		202	11,009	11,446	10,835	11,096	17,646	10,902	10,862	18,945	18,366	10,305	10,833	10,56	18,655
26		216	10,96	11,412	10,806	11,065	17,612	10,881	10,836	18,921	18,347	10,282	10,809	10,539	18,63
27		231	10,924	11,384	10,768	11,024	17,569	10,853	10,804	18,885	18,322	10,253	10,782	10,501	18,607
28		245	10,901	11,34	10,736	10,999	17,551	10,826	10,773	18,855	18,295	10,234	10,768	10,474	18,585

Рис. 6. Исходные данные для построения регрессионных прямых

	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	
1		ВЫВОД ИТОГОВ										
2												
3		<i>Регрессионная статистика</i>										
4		Множественный R	0,998093439									
5		R-квадрат	0,996190513									
6		Нормированный R-квадрат	0,995844196									
7		Стандартная ошибка	0,012023257									
8		Наблюдения	13									
9												
10		<i>Дисперсионный анализ</i>										
11			<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>					
12		Регрессия	1	0,415827085	0,415827085	2876,527599	1,16642E-14					
13		Остаток	11	0,001590146	0,000144559							
14		Итого	12	0,417417231								
15												
16			<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>		
17		У-пересечение	11,39119024	0,005651627	2015,559547	5,63234E-32	11,37875109	11,40362939	11,37875109	11,40362939		
18		Переменная X 1	-0,001942291	3,62143E-05	-53,63326952	1,16642E-14	-0,002021998	-0,001862584	-0,002021998	-0,001862584		

Рис. 7. Результат применения инструмента **Регрессия** для образца 1

Применив инструмент **Регрессия** для всех образцов 1-13, получаем табл.2, здесь  $r$  – выборочный коэффициент корреляции.

Таблица 2

**Коэффициенты линий регрессии  $y_i = a_i t + b_i, i = 1, \dots, 13$**

Номеробразц а	Вес образца	a	b	$r^2$	r
1	11,391	-0,001942	11,3912	0,996195	0,998
2	11,840	-0,001917	11,8301	0,996814	0,998
3	11,236	-0,001945	11,2268	0,997765	0,999
4	11,495	-0,001972	11,4915	0,998540	0,999
5	18,072	-0,002092	18,0731	0,996340	0,998
6	11,248	-0,001679	11,2460	0,998575	0,999
7	11,206	-0,001704	11,2067	0,996522	0,998
8	19,317	-0,001839	19,3173	0,998716	0,999
9	18,716	-0,001690	18,7144	0,998754	0,999
10	10,597	-0,001458	10,6005	0,997529	0,999
11	11,141	-0,001478	11,1367	0,995264	0,998
12	10,873	-0,001553	10,8724	0,996149	0,998
13	19,032	-0,001851	19,0377	0,998541	0,999

Дисперсионный анализ дает следующие результаты: все регрессионные прямые адекватны на уровне значимости  $\alpha=0,05$  (на самом деле, на уровне значимости  $\alpha<0,0001$ ).

На рис. 7 показана скорость коррозии в зависимости от концентрации раствора и веса образцов.

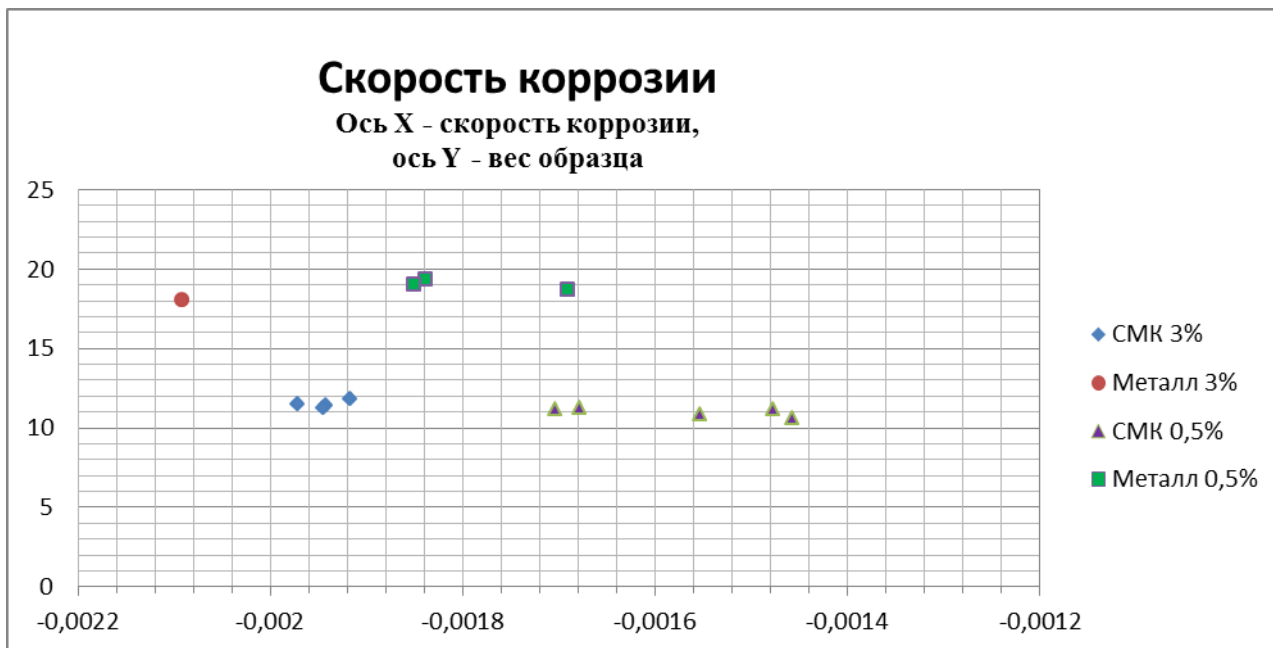


Рис.7. Скорость коррозии в зависимости от концентрации раствора и веса образцов

Средняя скорость коррозии образцов в 3% растворе равна - 0,001974 г/сутки, Средняя скорость коррозии образцов в 0,5% растворе равна - 0,001657 г/сутки.

Используя табл. 2, построим 95% доверительные интервалы для скоростей коррозии по формуле (8) (п.2.5): (-0,002060; -0,001888) для скорости коррозии образцов в 3% растворе, (-0,001782; -0,001532) для скорости коррозии образцов в 0,5% растворе. Графически результат представлен на рис. 8.

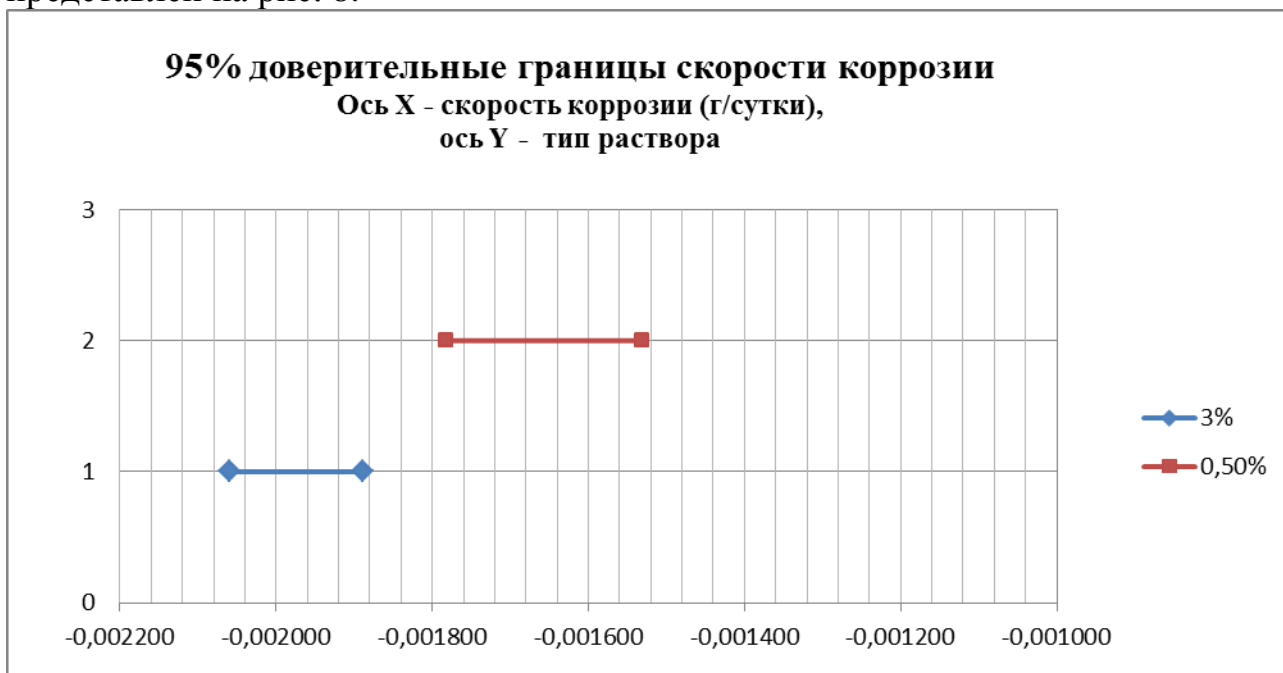


Рис. 8. 95% доверительные границы скорости коррозии

Таким образом, скорость коррозии в растворах 3% и 0,5% различна и выше в растворе 3%.



### *Выводы*

1) Различие скоростей коррозии в 3% и 0,5% растворах значимо на уровне значимости 0,05.

2) Скорость коррозии в 3% растворе выше, чем в 0,5% растворе.

3) Скорость коррозии постоянна в каждом из двух типов раствора. Средняя скорость коррозии образцов в 3% растворе равна - 0,001974 г/сутки, Средняя скорость коррозии образцов в 0,5% растворе равна -0,001657 г/сутки. 95% доверительные интервалы для скоростей коррозии: (-0,002060; -0,001888) для 3% раствора, (-0,001782; -0,001532) для 0,5% раствора.

4) Скорость коррозии не зависит от веса образца.

### **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов включает чтение литературы, подготовку к устным опросам и выполнение расчетно-графического задания.

Критерии оценки самостоятельной работы приведены в приложении 2.

**Приложение 2 к рабочей программе учебной дисциплины**



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

**ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине «Математическое моделирование процессов механики»**

**Направление подготовки – 15.03.03 «Прикладная механика»**

**профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов»**

**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**

**2016**

**Паспорт  
фонда оценочных средств  
по дисциплине «Математическое моделирование процессов механики»**

<b>Код и формулировка компетенции</b>	<b>Этапы формирования компетенции</b>	
<p><b>ОПК-5</b> умением обрабатывать и представлять данные экспериментальных исследований</p>	Знает	<ul style="list-style-type: none"> <li>- методы познания и место моделирования среди этих методов;</li> <li>- классификацию математических моделей;</li> <li>- этапы построения математической модели</li> </ul>
	Умеет	проводить обследование объекта моделирования и формулировать техническое задание на разработку математической модели
	Владеет	навыками постановки задач математического моделирования и разработки математических моделей для использования их при решении исследовательских и конструкторско-технологических задач.
<p><b>ПК-4</b> готовностью выполнять научно-исследовательские работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности систем мирового уровня, и экспериментального оборудования для проведения механических испытаний</p>	Знает	знать основные понятия, сущность, принципы работы программно-вычислительных пакетов, применяемых в моделировании
	Умеет	применять современные компьютерные средства в процессе построения и исследования математических моделей
	Владеет	современными методиками использования стандартных пакетов математического и компьютерного моделирования в профессиональной деятельности
<p><b>ПК-5</b> способностью составлять описания выполненных научно-исследовательских работ и разрабатываемых проектов, обрабатывать и анализировать полученные результаты, готовить данные для составления отчетов и презентаций, написания докладов, статей и другой научно-технической документации</p>	Знает	<ul style="list-style-type: none"> <li>- теоретические основы моделирования как научного метода;</li> <li>- основные принципы построения математических моделей;</li> <li>- классификацию моделей;</li> <li>- математические модели физических и механических процессов;</li> <li>- основные методы исследования математических моделей</li> </ul>
	Умеет	- строить математические модели физических и механических процессов;

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать полученные результаты;</li> <li>- применять основные приемы математического моделирования при решении задач профессиональной деятельности</li> </ul>
	Владеет	<ul style="list-style-type: none"> <li>- стандартными методами и математическими моделями и их применением к решению задач механики;</li> <li>- способностью к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач;</li> <li>- навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей</li> </ul>

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Основные методы математического моделирования	ОПК-5, ПК-4, ПК-5	Знает:	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к зачету 1-10
			- методы познания и место моделирования среди этих методов;		
			- классификацию математических моделей;		
	- этапы построения математической модели				
	Умеет:				
	проводить обследование объекта моделирования и формулировать техническое задание на разработку математической модели				
	Владеет:				
	навыками постановки задач математического моделирования и разработки математических моделей для использования их при решении исследовательских и конструкторско-технологических задач.		ПР-12 (РГЗ 1)		
2	Обработка экспериментал	ОПК-5, ПК-4, ПК-5	Знает:	Собеседование (УО-1)	Перечень типовых вопросов к
			основные понятия, сущность, принципы работы программно-		

№ п/ п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
	ьных данных		вычислительных пакетов, применяемых в моделировании		экзамену 11-27
			Умеет: применять современные компьютерные средства в процессе построения и исследования математических моделей	ПР-12 (РГЗ 2)	Часть 1, 2
			Владеет: современными методиками использования стандартных пакетов математического и компьютерного моделирования в профессиональной деятельности		

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-5 умением обрабатывать и представлять данные экспериментальных исследований	Знает	- методы познания и место моделирования среди этих методов; - классификацию математических моделей; - этапы построения математической модели	- знание определений основных понятий методов обработки данных; - знание основных этапов создания математических моделей после анализа и обработки экспериментальных данных;	- способность дать определения основных понятий математического моделирования; - способность перечислить и раскрыть суть методов математического моделирования в механике, которые изучил и освоил обучающийся; - способность перечислить и раскрыть последовательность и содержание этапов создания математической модели; - способность сформулировать и раскрыть суть требований постановке задачи
	Умеет	проводить обследование объекта моделирования и формулировать	- умение моделировать, используя стандартные методы планирования эксперимента и обработки	- способность проектировать и конструировать математические модели в

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
		техническое задание на разработку математической модели	экспериментальных данных - умение апробировать полученные знания для конкретных процессов в механике	механике; - способность адаптировать стандартный алгоритм для решения конкретной задачи; - способность проводить исчерпывающее тестирование модели
	Владеет	навыками постановки задач математического моделирования и разработки математических моделей для использования их при решении исследовательских и конструкторско-технологических задач.	- владение терминологией планирования эксперимента и обработки экспериментальных данных; - владение способностью сформулировать постановку задачи для разработки математической модели; - владение компьютером как средством реализации математической модели	- способность бегло и точно применять терминологический аппарат математического моделирования в механике в устных ответах на вопросы и в письменных работах, - способность сформулировать задачу для разработки математической модели; - способность корректно представлять знания в алгоритмической форме. - способность свободно применять стандартные методы
<b>ПК-4</b> готовностью выполнять научно-исследовательские работы в области прикладной механики с использованием современных вычислительных методов, высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий, широко распространенных в промышленности и систем мирового уровня, и экспериментального оборудования для проведения механических испытаний	Знает	знать основные понятия, сущность, принципы работы программно-вычислительных пакетов, применяемых в моделировании	- знание определений основных понятий и определений непрерывного и дискретного моделирования в механике; - знание основных способов представления реальных данных с помощью математического моделирования; - знание основных приемов построения математических моделей	- способность дать определения основных понятий и определений непрерывного и дискретного моделирования в механике - способность представить реальные данные с помощью математического моделирования; - способность сформулировать и раскрыть суть основных методов разработки математических моделей;
	Умеет	применять современные компьютерные средства в процессе построения и исследования математических моделей	- умение разрабатывать алгоритмы и программы для решения задач профессиональной деятельности средствами математического моделирования, используя стандартные методы и эталонные образцы	- способность разрабатывать собственные модели для решения стандартных задач в области профессиональной деятельности
	Владеет	современными методиками использования стандартных пакетов математического и	- владение методами разработки математических моделей для решения аналитических, исследовательских и	- способность проектировать и реализовать нестандартные задачи в области

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
		компьютерного моделирования в профессиональной деятельности	коммуникативных задач профессиональной деятельности, в том числе и в нестандартных ситуациях - владение методами командной работы;	профессиональной деятельности; - способность работать в проектной команде по разработке математических моделей
ПК-5 способностью составлять описания выполненных научно-исследовательских работ и разрабатываемых проектов, обрабатывать и анализировать полученные результаты, готовить данные для составления отчетов и презентаций, написания докладов, статей и другой научно-технической документации	Знает	- теоретические основы моделирования как научного метода; - основные принципы построения математических моделей; - классификацию моделей; - математические модели физических и механических процессов; - основные методы исследования математических моделей	- знание основных понятий, и методов при построении математических моделей в механике; - знание способов реализации и интерпретации реальных данных при постановке задач в механике;	- способность дать определения основных понятий, и методов при построении математических моделей в механике;  - способность сформулировать и раскрыть суть основных способов реализации и интерпретации реальных данных при постановке задач в механике;;
	Умеет	- строить математические модели физических и механических процессов; - анализировать полученные результаты; - применять основные приемы математического моделирования при решении задач профессиональной деятельности	- умение использовать стандартные методы обработки результатов исследований; - умение анализировать полученные результаты и представлять их в виде отчетов;	- способность использовать стандартные методы обработки результатов исследований; - способность использовать стандартные методы обработки результатов исследований в стандартных задачах профессиональной деятельности;
	Владет	- стандартными методами и математическими моделями и их применением к решению задач механики; - способностью к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач; - навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих	- владения методами подготовки данных для составления отчетов и презентаций, написания докладов и статей; - свободное владение методами обработки и подготовки отчетов по моделированию в механике;	- способность подготовки данных для составления отчетов и презентаций, написания докладов и статей; - способность свободно владеть методами обработки и подготовки отчетов по моделированию в механике;

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	критерии	показатели
	математических моделей		

## Зачетно-экзаменационные материалы

### Перечень типовых задач к зачету

1. Имеются следующие статистические данные- табл.\*:

Таблица \*

#### Кол-во заявок, поступивших в систему массового обслуживания за единицу времени

n	0	1	2	3	4	5	6	7
Частота	9	24	42	19	6	3	3	1

Проверить гипотезу о том, что выборка взята из генеральной совокупности, распределенной по закону Пуассона.

2. Границы интервалов могут быть легко вычислены с использованием встроенных функций Excel. В частности, для выборки 2 объема 8 при  $\alpha=0,05$  квантиль  $t_{1-\alpha/2;n-1}$  в Excel можно вычислить так:  $t_{0,975;7} = \text{СТЮДЕНТ.ОБР}(0,975;7)=2,3646$  или так:  $t_{0,975;7} = \text{СТЮДЕНТ.ОБР.2X}(0,05;7)=2,3646$ . Погрешность выборочного среднего  $t_{1-\alpha/2;n-1} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}}$  вычисляется с помощью другой функции: ДОВЕРИТ.СТЮДЕНТ.

3. Квантили распределения хи-квадрат вычисляются с помощью функции ХИ2.ОБР. ПХ:  $\chi_{0,025;7}^2 = \text{ХИ2.ОБР.ПХ}(0,025;7)=16,0128$ ,  $\chi_{0,975;7}^2 = \text{ХИ2.ОБР.ПХ}(0,975;7)=1,6999$ .



## **Оценочные средства для текущей аттестации**

### **Вопросы для собеседования**

#### **Раздел 1**

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Существование и единственность.
2. Интегральные кривые, фазовые портреты и динамика.
3. Автономные уравнения и автономные системы.
4. Построение фазовых портретов на плоскости.
5. Потоки и эволюция.
6. Нелинейные системы на плоскости. Теоремы о линеаризации.
7. Устойчивость, типы точек покоя. Второй метод Ляпунова.
8. Исследование на устойчивость по первому приближению
9. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость по Лагранжу.
10. Критерий Рауса-Гурвица.

#### **Раздел 2**

11. Вероятностная взаимосвязь между различными переменными.
12. Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.
13. Метод наименьших квадратов. Расчет коэффициентов уравнения регрессии (параметров математической модели объекта исследования).
14. Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии.
15. Проверка адекватности математической модели объекта исследования. Метод множественной корреляции.
16. Простейшие случаи нелинейной корреляции. Метод линеаризации.
17. Основы построения математических моделей планов экспериментов. Их характеристики.
18. Критерии оптимальности планов экспериментов.
19. Критерии оптимальности, связанные с точностью оценок коэффициентов уравнения регрессии (математической модели объекта исследования).
20. Полный факторный план (ПФП) и его характеристика.

21. Кодирование факторов. Составление ПФП эксперимента.

22. Организация проведения эксперимента по ПФП, обработка и анализ его результатов.

23. Составление плана эксперимента второго порядка, обработка и анализ его результатов.

24. Оптимизация объектов исследования. Постановка задачи оптимизации. Методы оптимизации однофакторных объектов.

25. Поиск экстремума функции отклика на основании использования метода золотого сечения и чисел Фибоначчи.

26. Особенности планирования при оптимизации сложных объектов. Понятие о методах условной оптимизации.

27. Особенности оптимизации при наличии нескольких экстремумов.

Последовательные методы поиска оптимальных решений.

### **Критерии оценки расчетно-графической работы**

✓ 10-8 баллов выставляется студенту, если студент выполнил все задачи расчетно-графического задания. Фактических ошибок, связанных с пониманием проблемы, нет; семантических и синтаксических ошибок в решение нет. При защите студент отвечает на все вопросы преподавателя.

✓ 7-6 баллов – работа выполнена полностью; но 1 задача реализована не в полном объеме и оформлена не в соответствии со стандартами. При защите студент отвечает на все вопросы преподавателя.

✓ 5-4 балла – работа выполнена полностью. Но две задачи реализованы не в полном объеме и оформлены не в соответствии со стандартами. При защите студент не отвечает на 1-2 вопроса преподавателя.

✓ 1-3 балла – работа выполнена не полностью. Три и более задачи не реализованы. При защите студент не отвечает на более, чем на 2 вопроса преподавателя.

### **Критерии оценки устного ответа на зачет**

«Зачтено» - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией по математическому моделированию в механике. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

«не зачтено» - незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.