МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ

СОГЛАСОВАНО Руководитель ОП ____________ Е.В. Пустовалов «_24__» __июня___2018 г.	«УТВЕРЖДАЮ» Проректор по развитию ____________ Д.И. Земцов «_27__» __июня___2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКУЮ СТАТИСТИКУ»
направления 09.04.01 Информатика и вычислительная техника
Магистерская программа «Технологии виртуальной и дополненной реальности»
Форма подготовки очная

курс 1 семестр 2
лекции 36 час.
практические занятия 0 час.
лабораторные работы 0 час.
всего часов аудиторной нагрузки 36 час.
самостоятельная работа 72 час.
контрольные работы программой не предусмотрены
курсовая работа/проект – не предусмотрено
зачет с оценкой 2 семестр
экзамен – не предусмотрено учебным планом

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.04.01 – Информатика и вычислительная техника, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.10.2014 № 1420

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании Дирекции Школы цифровой экономики 24 июня 2018 г., протокол №2

Составитель(и): к.ф.-м.н. Величко А.С.

Оборотная сторона титульного листа РПД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании Дирекции Школы цифровой экономики:
Протокол от «_____» _________________ 20___ г. № ______

Заместитель директора ШЦЭ
по учебной и воспитательной работе _______________________ __________________
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании Дирекции Школы цифровой экономики:
Протокол от «_____» _________________ 20___ г. № ______

Заместитель директора ШЦЭ
по учебной и воспитательной работе _______________________ __________________
(подпись) (И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Рабочая программа учебной дисциплины «Введение в теорию вероятности и математическую статистику» предназначена для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.04.01 Информатика и вычислительная техника (уровень магистратуры), профиль «Технологии виртуальной и дополненной реальности».

Рабочая программа разработана на основе макета рабочей программы учебной дисциплины для образовательных программ высшего образования – программ бакалавриата, специалитета, магистратуры ДВФУ, утверждённого приказом ректора ДВФУ от 08.05.2015 № 12-13-824.

Дисциплина «Введение в теорию вероятности и математическую статистику» входит в вариативную часть Блока 1 «Дисциплины (модули) по выбору» (Б1.В.ДВ.01) учебного плана подготовки магистров.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единиц или 108 часов. Дисциплина реализуется на 1 курсе во 2 семестре.

Семестр	Аудиторные занятия			Самостоя-тельная работа	Контроль	Всего по дисциплине	
	Лекции	Лабораторные работы	Всего			Часы	Зачетные единицы
2 семестр	36		36	72	зачет с оценкой	108	3

Теория вероятностей является важным языком описания процессов и явлений в современной рыночной экономике, в различных областях технических и естественнонаучных приложений. Она является основой формулирования и разработки статистических методов анализа наблюдений и экспериментальных данных во всех экономических исследованиях.

Цель изучения дисциплины – формирование у студентов понятий, знаний и компетенций, позволяющих строить и анализировать модели систем реального мира с помощью вероятностно-статистических методов.

Задачи:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основные понятия теории вероятностей, математической статистики, методы статистического анализа данных в прикладных задачах.

Уметь:

- формулировать содержательные практические задачи в статистических терминах;
- выбирать и обосновывать математические алгоритмы решения статистических задач, обосновывать достоверность получаемых статистических выводов;
- применять методы и модели к решению типовых и практических задач с использованием аппарата теории вероятностей;
- применять статистические методы для обработки результатов измерений, строить критерии для проверки гипотез.

Владеть:

- навыками применения вероятностных методов и методов математической статистики для решения прикладных задач.

Для успешного освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» требуются знания в области дифференциального и интегрального исчисления, линейной алгебры и функционального анализа.

В результате данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные и профессиональные компетенции (элементы компетенций).

Код и формулировка компетенции	**Этапы формирования компетенции**	
ОПК-1 – способность воспринимать математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания, умением самостоятельно приобретать, развивать и применять их для решения	Знает	- имеет базовые знания для восприятия новых математических, естественнонаучных, социально-экономических и профессиональных знаний
	Умеет	- самостоятельно приобретать, развивать и применять новые знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте

нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте	Владеет	- приемами приобретения, развития и применения новых знаний для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ОПК-2 – культура мышления, способность выстраивать логику рассуждений и высказываний, основанных на интерпретации данных, интегрированных из разных областей науки и техники, выносить суждения на основании неполных данных	Знает	- правила логического вывода; - логику рассуждений и высказываний, основанных на анализе и интерпретации данных; - методы интерпретации данных, интегрированных из разных областей науки и техники
	Умеет	- выстраивать логику рассуждений и высказываний; - выносить суждения на основе анализа неполных данных
	Владеет	- культурой мышления, способностью выстраивать логику рассуждений и высказываний; - методами и средствами интерпретации данных
ПК-12 – способность выбирать методы и разрабатывать алгоритмы решения задач управления и проектирования объектов автоматизации	Знает	- методы решения задач проектирования объектов автоматизации
	Умеет	- осуществлять разработку алгоритмов решения задач управления и проектирования объектов автоматизации
	Владеет	- навыками выбора методов и разработки алгоритмов решения задач управления и проектирования объектов автоматизации

Промежуточный контроль знаний студентов в течение семестра осуществляется выполнением индивидуальных заданий (контрольных).

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (36 часов)

Тема 1. (3 часа)

Вероятностные модели в описании наблюдений и систем. Распределения вероятностей в задачах прикладной статистики.

Тема 2. (3 часа)

Математические ожидания, дисперсия, моменты, их свойства, примеры вычислений и применения.

Тема 3. (3 часа)

Построение генераторов случайных последовательностей. Моделирование статистических экспериментов на компьютере.

Тема 4. (3 часа)

Первичный анализ данных, построение гистограмм, парзеновские оценки плотности, применения. Смеси распределений.

Тема 5 (3 часа)

Нормальное распределение, его свойства, вычисления, связанные с нормальным распределением. Доверительные интервалы для оценивания параметров.

Тема 6. (3 часа)

Задача регрессии, простая линейная регрессия. Оценки метода наименьших квадратов, их свойства.

Тема 7. (3 часа)

Многомерные задачи регрессии, свойства оценок. Пример: двухфакторная регрессия, корреляция.

Тема 8. (3 часа)

Прогнозирование в модели авторегрессии; анализ точности модели.

Тема 9. (3 часа)

Оценивание параметров распределений. Численные алгоритмы в оценивании и анализе данных.

Тема 10. (3 часа)

Проверка гипотез. Параметрические и непараметрические методы. Проверка гипотез для нормального распределения.

Тема 11 (3 часа)

Непараметрические критерии (Колмогорова-Смирнова, Пирсона хи-квадрат).

Тема 12. (3 часа)

Приложения статистических методов в анализе многомерных наблюдений и прогнозировании финансовых рынков.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (нет)

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Введение в теорию вероятности и математическую статистику» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
- требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

Изучение дисциплины «Введение в теорию вероятности и математическую статистику» предусматривает:

– посещение студентами лекционных занятий;

– выполнение индивидуальных заданий (контрольных).

Текущий контроль. Предусматривает учет посещения студентами занятий в течение периода обучения и оценку своевременности и качества изучения студентами темы и выполнения индивидуальных заданий (контрольных).

Итоговый контроль. Предусматривает рейтинговую оценку по учебной дисциплине в течение семестра и зачет с оценкой.

<table>
<tr><th rowspan="2">№ п/п</th><th rowspan="2">Контролируемые разделы / темы дисциплины</th><th rowspan="2" colspan="2">Коды и этапы формирования компетенций</th><th colspan="2">Оценочные средства</th></tr>
<tr><th>текущий контроль</th><th>промежуточная аттестация</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Темы лекционных занятий 1-12</td><td rowspan="3">ОПК-1
ОПК-2
ПК-12</td><td>знает</td><td rowspan="3">УО-1
ПР-2</td><td rowspan="3">УО-1</td></tr>
<tr><td>умеет</td></tr>
<tr><td>владеет</td></tr>
</table>

1. *устный опрос (УО): собеседование (УО-1), коллоквиум (УО-2); итоговая презентация (УО-3); круглый стол (УО-4);*
2. *технические средства контроля (ТС);*
3. *письменные работы (ПР): тесты (ПР-1), контрольные работы (ПР-2), эссе (ПР-3), рефераты (ПР-4), курсовые работы (ПР-5), научно-учебные отчеты по практикам (ПР-6), конспект (ПР-7), проект (ПР-9). Разноуровневые задачи и задания (ПР-11) и т.п.*

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература
(электронные и печатные издания)

1. Лиховидов В.Н. Теория вероятностей. - Изд-во ДВФУ, 2018

2. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. — 2-е изд., испр. и перераб. — М. : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2018. — 240 с. — (Среднее профессиональное образование). - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/944923

3. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. - 2-е изд., доп. – Ставрополь:

АГРУС, 2013. - 260 с. - Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514780

4. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с.: 70x100 1/32. - (Карманное учебное пособие). (обложка, карм. формат) ISBN 978-5-369-00679-5 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/217167

5. Андронов А.М., Копытов Е.А., Гринглаз Л.Я. Теория вероятностей и математическая статистика. 2004 год. 460 стр.

6. И.И. Баврин. Теория вероятностей математическая статистика. 2005 год. 161 стр.

7. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. 2005 год. 296 стр.

8. Володин. Лекции по теоии вероятностей и математической статистике. 2004 год. 257 стр.

9. Н.Ш. Кремер. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник. 2-е изд.,перераб. доп. 2004 год. 575 стр.

10. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. 2006 год. 814 стр.

11. Поддубная О.Н. Лекции по теории вероятностей. 2006 год. 125 стр.

12. Справочник по прикладной статистике (Ллойд Э., Ледерман У. ред.) - М, Финансы и статистика, 1989

13. Гайдышев И.П. Решение научных и инженерных задач средствами Excel, VBA и C/C++. - СПб, 204

Дополнительная литература
(печатные и электронные издания)

1. Воскобойников ЮБ.Е., Воскобойникова Т.Н. Решение задач эконометрики в Excel.- Новосибирск, 2006
2. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. - М., ИНФРА-М, 1998
3. Хастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям. – М., Статистика, 1980
4. Салмин А.А. Анализ данных. Конспект лекций. - Самара, 2013

5. Мэйндоналд Дж. Вычислительные алгоритмы в прикладной статистике. - М, Финансы и статистика, 1988
6. Мхитарян В.С. и др. Теория вероятностей и математическая статистика. - М., 2003
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. - М., Наука, 1988
8. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. - М., Наука, 1973
9. Колемаев В.А., Калинина Б.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. - М., Инфра-М, 1997
10. Крамер Г. Математические методы статистики. – М., Мир, 1975
11. Лиховидов В.Н. Практический курс распознавания образов. – Владивосток, Изд-во ДВГУ, 1983
12. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. - М., Наука, 1979
13. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. - М., Наука, 1968
14. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. - М., Наука, 1985
15. Севастьянов Б.А. . Курс теории вероятностей и математической статистики. - М., Наука, 1982
16. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей. – М., Изд-во МГУ, 1972
17. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М., Мир, 1984
18. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - М., Наука, 1982

Интернет-ресурсы

1. http://window.edu.ru/resource/331/78331 Попов В.А., Бренерман М.Х. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - Казань: Издательство КГУ, 2008. - 119 с.

2. http://window.edu.ru/resource/889/76889 Выск Н.Д. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. - М.: МАТИ-РГТУ им. К.Э. Циолковского, 2011. - 168 с.

3. http://window.edu.ru/resource/318/63318 Тимошенко Е.И., Соппа М.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учебное пособие; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). - Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2009. - 67 с.

4. http://window.edu.ru/resource/783/70783 Луценко А.И. Задачи по теории вероятностей. Часть I: Учебно-методическое пособие. - Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 2006. - 39 с.

5. http://window.edu.ru/resource/165/75165 Положинцев Б.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Введение в математическую статистику: Учебное пособие. - СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. - 95 с.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

На изучение дисциплины отводится 36 часов аудиторных (лекционных) занятий и 72 часа на самостоятельную работу. На занятиях перед выдачей индивидуальных заданий преподаватель объясняет теоретический материал по заданной теме. Вводит основные требования к его выполнению. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает на примерах принципы и аспекты реализации задания по заданной теме.

По ряду тем студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя полный обзор по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, предоставляет список литературных источников для освоения темы, а также перечень вопросов для самопроверки. Если знаний, полученных в аудитории, оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно просмотреть методические указания.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Мультимедийная аудитория: Проектор DLP, 4000 ANSI Lm, 1920x1080, 2000:1 FD630u Mitsubishi; Проектор DLP, 2800 ANSI Lm, 1920x1080, 2000:1 GT1080 Optoma; Проектор DLP, 3000 ANSI Lm, WXGA 1280x800, 2000:1 EW330U Mitsubishi; Беспроводные ЛВС для обучающихся обеспечены системой на базе точек доступа 802.11a/b/g/n 2x2 MIMO(2SS).	690922, Приморский край, г. Владивосток, о. Русский, п. Аякс, 10, г. Владивосток, о. Русский, п. Аякс , корпус G, ауд. G467

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

по дисциплине

«ВВЕДЕНИЕ
В ТЕОРИЮ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКУЮ СТАТИСТИКУ»

Направление подготовки

09.04.01 Информатика и вычислительная техника

магистерская программа

«Технологии виртуальной и дополненной реальности»

Форма подготовки очная

Владивосток
2018

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Распознавание образов и машинное обучение» включает в себя:

- *план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;*
- *характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;*
- *требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;*
- *критерии оценки выполнения самостоятельной работы.*

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п, название	Дата/сроки выполнения	Вид СРС	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
ИДЗ №1				
1. Моделирование случайных наблюдений на компьютере.	4 часа	ИДЗ	1 неделя	Проверка ИДЗ
2. Датчики случайных чисел в прикладных пакетах, свойства случайных последовательностей. Применения датчиков для построения моделей случайных явлений	4 часа	ИДЗ	2 неделя	Проверка ИДЗ
3. Визуализация результатов статистического моделирования – диаграммы, гистограммы.	4 часа	ИДЗ	3 неделя	Проверка ИДЗ
4. Метод Монте-Карло. Численное интегрирование методом Монте-Карло	4 часа	ИДЗ	4 неделя	Проверка ИДЗ
5. Построение компьютерной модели задачи Бюффона. Численное интегрирование методом Монте-Карло. Оценка точности.	2 часа	ИДЗ	5 неделя	Проверка ИДЗ

ИДЗ №2				
6. Линейные модели регрессии, метод наименьших квадратов.	6 часов	ИДЗ	6 неделя	Проверка ИДЗ
7. Компьютерная модель линейной регрессии, оценки МНК, корреляция, оценка точности модели.	6 часов	ИДЗ	7 неделя	Проверка ИДЗ
8. Двухфакторная линейная регрессия, оценки МНК. Приложение двухфакторной модели к анализу финансового рынка.	6 часов	ИДЗ	8 неделя	Проверка ИДЗ
ИДЗ №3				
1. Анализ экспериментальных данных, оценивание параметров распределений.	4 часа	ИДЗ	9 неделя	Проверка ИДЗ
2. Модель повторной выборки, смесь распределений, многомерные наблюдения.	4 часа	ИДЗ	10 неделя	Проверка ИДЗ
3. Численные методы построения оценок максимального правдоподобия.	4 часа	ИДЗ	11 неделя	Проверка ИДЗ
4. Задача классификации, распознавание образов, обнаружение сигнала.	4 часа	ИДЗ	12 неделя	Проверка ИДЗ
5. Оценивание параметров смеси распределений методом моментов и методом максимального правдоподобия	2 часа	ИДЗ	13 неделя	Проверка ИДЗ

ИДЗ №4				
1. Прогнозирование временных рядов.	6 часов	ИДЗ	14 неделя	Проверка ИДЗ
2. Модели авторегрессии в анализе временных рядов. Построение статистических моделей временных рядов.	6 часов	ИДЗ	15 неделя	Проверка ИДЗ
3. Построение прогноза временного ряда на основе простой модели авторегрессии. Оценка точности прогноза финансового временного ряда.	6 часов	ИДЗ	16 неделя	Проверка ИДЗ
Итого	**72 часа**			

Критерии оценивания

В течение семестра студентам последовательно выдается набор из 4-х индивидуальных (контрольных) работ, каждая из которых имеет вес от 15%. Посещаемость занятий также учитывается и имеет вес 10%. Для получения зачета е необходимо иметь итоговый балл не ниже 60%.

….

Приложение 2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

«ВВЕДЕНИЕ
В ТЕОРИЮ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКУЮ СТАТИСТИКУ»

Направление подготовки

09.04.01 Информатика и вычислительная техника

магистерская программа

«Технологии виртуальной и дополненной реальности»

Форма подготовки очная

Владивосток
2018

Фонд оценочных средств по дисциплине «Распознавание образов и машинное обучение» включает в себя:

- *типовые контрольные задания,*
- *методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности,*
- *а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы*

Результаты обучения (компетенции из ФГОС)	Знает	Умеет	Владеет
ОПК-1 ОПК-2 ПК-12	- основные понятия теории вероятностей и математической статистики	- формулировать содержательные практические задачи в статистических терминах - выбирать и обосновывать математические алгоритмы решения статистических задач, обосновывать достоверность получаемых статистических выводов	- навыками применения вероятностных методов и методов математической статистики для решения прикладных задач
Эталонный	Основной и дополнительный материал, предусмотренный компетенцией, без ошибок и погрешностей	**Умеет** в полном объеме …	всеми навыками, демонстрируя их не только в стандартных ситуациях, но и при решении нестандартных задач
Продвинутый	основной материал, предусмотренный компетенцией, без ошибок и погрешностей	**Умеет** с незначительными погрешностями …	основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях, в том числе при решении дополнительных задач
Пороговый	большинство основных понятий, изучаемых в рамках дисциплины	**Умеет** с погрешностями …	некоторыми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности

Содержание курса лекций

Раздел 1. Случайные события и вероятности

Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Задача Бюффона. Парадоксы и ошибки, связанные с определением вероятности (парадокс де Мере, парадокс Бертрана).

Случайные события и операции над ними. Общее определение вероятности. Основные свойства вероятности. Вероятностное пространство.

Условные вероятности, независимые события. Роль независимости в теории вероятностей и приложениях. Формула полной вероятности, формула Байеса. Применения в задачах контроля качества и планирования операций.

Схема последовательных испытаний Бернулли, вычисления вероятностей в схеме Бернулли. Предельная теорема Пуассона для последовательностей редких событий.

Раздел 2. Случайные величины, распределения вероятностей.

Дискретные случайные величины; примеры: распределения Бернулли, Пуассона, геометрическое распределение.

Непрерывные распределения, функция распределения вероятностей, плотность распределения. Их основные свойства и применения для вычисления вероятностей. Примеры: равномерное и экспоненциальное распределения. Характеристическое свойство экспоненциального распределения. Примеры других распределений и их применения.

Функции от случайных величин, их распределения. Примеры преобразований случайных величин.

Гауссовское (нормальное) распределение, его свойства и вычисления вероятностей, связанных с нормальным распределением. Приложения нормального распределения.

Раздел 3. Математическое ожидание, моменты случайных величин.

Математическое ожидание для дискретных случайных величин. Математическое ожидание для непрерывных случайных величин. Свойства математических ожиданий. Методы и примеры вычисления математических ожиданий.

Дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Моменты распределений, их приложения.

Характеристические функции, их свойства. Независимые случайные величины и характеристические функции.

Задачи для практических занятий по курсу
Теория вероятностей и математическая статистика

Примечание. В задачах, связанных со случайными событиями, значок ^{c} над событием а обозначает противоположное событие A^c (A^c есть дополнение множества А), А+В обозначает объединение множеств А и В, АВ обозначает пересечение множеств А и В (совместное наступление событий А и В).

Если А, В, Х - случайные события, то при каких х справедливо следующее равенство

$$(A + B)(A^c + X)(AX)^c = A^{cB} .$$

Определить, какому из событий 1) A^CB 2) AB^C 3) AB 4) A^CB^C равносильно событие

$$(A + B)(A + B^c)(A^c + B) .$$

Если $A\backslash B$ обозначает AB^c, то какому из событий 1) A^CB 2) AB^C 3) A^CB^C 4) AB равносильно событие $A\backslash(A\backslash B)$.

Пусть А, В – произвольные события, Ø – невозможное событие, Ω - достоверное событие. Проверить образуют ли полную группу следующие пять событий: A, A^CB, $(A + B)^c$, Ø , Ω .

Если А и В – два случайных события, для которых известны вероятности $p(AB) = 0.75$ и $p(AB^c) = 0.15$, то найти вероятность $p(A)$ события А.

На отрезке [0,1] случайным образом выбираются два числа: x, y. Найти вероятность $P\{x + y \geq 1, x - y \leq 0\}$.

Двое студентов подбрасывают монету, загадывая: “Если (А) выпадет орел, то пойдем в кино, если (В) выпадет решка, то в интернет-кафе, а если (С) упадет на ребро, то пойдем на лекцию”. Найти, при каком отношении толщины монеты к ее диаметру все три события А, В, С будут равновероятны.

Найти вероятность того, при независимых подбрасываниях симметричной монеты, первый раз орел выпадет в четной попытке.

В группе 10 человек: 10 отличников, 7 хорошистов, 5 удовл., 3 плохо подготовленных. Отличники знают все 25 вопросов, хорошисты – 20, удовл. – 15, плохо – 10. Случайно выбранный студент ответил на два заданных вопроса. Найти вероятности того, что этот студент относится к каждой из упомянутых групп.

Если один бомбардировщик уничтожает цель с вероятностью 1/7, то с какой вероятностью три бомбардировщика уничтожат цель? Сколько бомбардировщиков необходимо использовать, чтобы цель была уничтожена с вероятностью 0,999?

Если вероятность успеха в отдельном испытании схемы Бернулли равна p, то найти вероятность того, что k-й по порядку успех произойдет в n-м испытании ($n \geq k$) .

Из ящика, содержащего три белых и два черных шара, переложено два шара в ящик, содержащий четыре белых и четыре черных шара. Найти вероятность вынуть после этого из второго ящика белый шар. С какой вероятностью при этом из первого ящика во второй было переложено два белых шара?

Предположим, в ящике находятся 5 шаров белого и черного цвета; количество тех и других неизвестно, но все возможные наборы цветов можно считать равновероятными. Если из ящика вынуты два шара, то найти вероятность того, что оба они окажутся белыми.

Если случайная величина X есть число очков, выпадающее при бросании правильной игральной кости, то найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины Y = sin (πX/3).

Плотность распределения случайной величины имеет вид p(x) = a *COS(x), где x изменяется в промежутке [-π/2, π/2]. Найти константу a, математическое ожидание и дисперсию для случайной величины X.

Случайная величина X распределена по закону P{x = - 1} = 0.2, P{x = 0} = 0.3, P{x = 1} = 0.5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X^2.

Случайная величина X имеет показательное распределение, $P\{X > x\} = e^{-x},\ x \geq 0$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $X(1 - EXP(aX))$.

Через данную остановку проходят маршруты двух автобусов. Среднее время ожидания первого автобуса составляет 5 минут, второго – 7 минут. Считая время ожидания экспоненциально распределенной случайной величиной и предполагая движение автобусов независимыми друг от друга, найти среднее время ожидания автобуса на этой остановке.

Пусть случайные величины $X_1, X_2, ..., X_n$ независимы и имеют распределение $P\{X_k = 0\} = 1/2,\ P\{X_k = 1\} = P\{X_k = -1\} = 1/4$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $S = X_1 + X_2 + ... + X_n$.

Если дискретная случайная величина x имеет распределение P{x = -2} = P{x = 2} = p, P{x = -1} = P{x = 1} = P/2, P{x = 0} = q, а также известно, что E│COS(πX/2)│= 6/7, то найти, чему равны p и q.

Если случайная величина X равномерно распределена на [-π, π], то найти дисперсию и математическое ожидание случайной величины y = SIN (x) .

Дискретная случайная величина X имеет распределение P{x = k} = c/k(k + 1)(k + 2), k = 1, 2, …. Найти константу c и вычислить математическое ожидание X.

Известно, что если независимые случайные величины X и Y имеют плотности распределения *p(x) и q(y),* то сумма X + Y распределена с плотностью

$$p(x) = \int p(x - y)\, q(y)\, dy.$$

Найти распределение суммы X + Y, когда и *p(x)* и *q(y)* есть плотность распределения Коши, $p(x) = 1/\pi(1 + x^2)$.

Если случайные величины X и Y независимы и одинаково распределены с функцией распределения *f(x),* то найти функции распределения случайных величин Z = max {X, Y} и U = min {X, Y}.

Пусть случайные величины X и Y связаны соотношением Y = aX + b, причем математическое ожидание EX = 1, а дисперсия D(X) = 4, и EY = 8, D(Y) = 16. Найти числа а и в.

Найти дисперсию определителя $X = \begin{vmatrix} Y & Z \\ U & V \end{vmatrix}$, $2D^4$ элементы которого Y,*Z,U,V* являются случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией D.

Пусть случайные величины X, Y независимы и одинаково распределены с показательным распределением (его плотность равна e^{-x} , $x \geq 0$). Найти плотности распределения для случайных величин X + Y и X/Y.

Устройство содержит *n* одинаковых блоков, работающих независимо друг от друга. Время, в течение которого блок остается работоспособным – это случайная величина, имеющая экспоненциальное распределение с параметром λ. Устройство остается работоспособным, пока остаются работоспособными хотя бы *k* блоков, $k < n$, и становится неработоспособным в противном случае. Построить функцию распределения для времени, в течение которого устройство остается работоспособным.

Пусть F(x) – функция распределения. Существуют ли такие значения λ, при которых $1-(1-F(x))^{\lambda}$ также является функцией распределения?

Случайные величины ξ, η независимы и каждая имеет нормальное распределение с матебматическим ожиданием *a* и дисперсией σ^2. Построить ковариационную матрицу для двумерного случайного вектора с компонентами $\alpha\xi + \beta\eta,\ \alpha\xi - \beta\eta$.

Доказать, что если последовательность случайных величин сходится по распределению к константе, то данная последовательность случайных величин сходится и по вероятности к той же константе.

Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что при 1000 бросаниях монеты число выпадений герба будет заключено между 450 и 550.

Пусть случайные величины $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n, ...$ независимы и равномерно распределены на отрезке [0,1]. С помощью центральной предельной теоремы оценить вероятность события

$$\prod_{k=1}^{100} \xi_k \leq \frac{10}{2^{100}}.$$

Найти вероятность того, что случайная величина, имеющая распределение Стьюдента с 5 степенями свободы, принимает значение большее 1.96. Сравнить эту вероятность с вероятностью того, что случайная величина, имеющая стандартное нормальное распределение, принимает значение большее 1.96. Чему равна дисперсия каждой из этих случайных величин? Связано ли различие вероятностей с различием дисперсий?

Случайная величина ξ (характеризующая срок службы элементов электронной аппаратуры) имеет распределение Релея, $F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{\vartheta}\right)$, $x \geq 0$. Найти оценку максимального правдоподобия для параметра θ.

Предполагается, что n наблюдений $x_1,..., x_n$ являются значениями независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1,..., X_n$, имеющих распределение с функцией плотности, равной 0 при $x \leq 0$ и равной $\theta \exp(-\theta x)$ при $x > 0$. Методом моментов оценить θ.

Пусть случайная величина ξ имеет гамма-распределение, т.е. плотность распределения ξ имеет вид $p(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} x^{\alpha} \exp(-\frac{x}{\beta})$, где $\Gamma(u)$ - гамма-функция, $\Gamma(u) = \int_0^{\infty} x^{u+1} e^{-x} dx$.
А) Найти математическое ожидание и дисперсию для случайной величины ξ. Б) Пусть $X_1, X_2,..., X_n$ - повторная выборка (последовательность независимых одинаково распределенных реализаций случайной величины ξ). Найти по методу моментов оценки параметров α и β.

Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке *[θ, θ +1]*, причем *θ* неизвестно. Имеется выборка $X_1, X_2, \dots, X_n$ независимых реализаций ξ. В качестве оценки параметра *θ* предлагается использовать две статистики:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k - \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \hat{\theta}_2 = \max\{X_k\} - \frac{1}{n+1}$$

Доказать, что $E\hat{\theta}_1 = E\hat{\theta}_2 = \theta$, то есть оценки несмещенные. Найти дисперсии $D\hat{\theta}_1$ и $D\hat{\theta}_2$ и показать, что при $n \to \infty$ $D\hat{\theta}_2 = o(D\hat{\theta}_1)$.

Найдти информационное количество Фишера относительно параметра *θ*, содержащееся *n* наблюдениях, если наблюдения являются значениями независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1,..., X_n$, имеющих распределение с функцией плотности, равной 0 при $x \leq 0$ и равной $\theta^{-1} \exp(-x/\theta)$ при $x > 0$.

Случайная величина принимает значения n = 0,1,2,… с вероятностями $p_n = ap^n$. Найти энтропию распределения этой случайной величины. Построить график зависимости энтропии от *p* (0 < *p* < 1).

Энтропия дискретного распределения равна $H = -\sum_{k=1}^{n} p_k \ln(p_k)$. Найти энтропию, соответствующую следующему прогнозу: ”то ли дождик, то ли снег, то ли будет, то ли нет…”. Известно, что в данное время года с осадками бывает 75% всех дней, причем одновременно идти дождик и снег не могут. Предположим также, что в день с осадками снег и дождик равновероятны.

Энтропия непрерывного распределения равна $H = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \ln(p(x))\, dx$. Как изменится энтропия, соответствующая случайной величине ξ, в результате линейного преобразования $\eta = a + b\xi$?

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Случайные события, операции над ними. Классическое определение вероятности.
2. Геометрические вероятности. Задача Бюффона.
3. Условные вероятности, независимые события.
4. Формула полной вероятности, формула Байеса
5. Схема последовательных испытаний Бернулли, предельная теорема Пуассона.
6. Дискретные случайные величины; примеры: распределения Пуассона и геометрическое.
7. Непрерывные распределения, функция распределения и плотность; примеры: равномерное и экспоненциальное распределения.
8. Функции от случайных величин, их распределения, примеры.
9. Гауссовское (нормальное) распределение, его свойства; вычисления вероятностей для гауссовского распределения.
10. Математическое ожидание для дискретных случайных величин. Математическое ожидание для непрерывных случайных величин.
11. Дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Моменты.
12. Характеристические функции, их свойства.
13. Совместные распределения случайных величин, случайные векторы, ковариация и корреляция.
14. Независимые случайные величины. Суммирование независимых случайных величин.
15. Двумерное нормальное распределение, его свойства.
16. Закон больших чисел Чебышева, применение к схеме Бернулли.
17. Центральная предельная теорема, применение к схеме Бернулли (вывод распределения Пуассона).
18. Теорема Муавра-Лапласа в схеме Бернулли, приложения.
19. Метод Монте-Карло, численное интегрирование методом статистических испытаний, оценки точности.
20. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера.
21. Лемма Фишера.
22. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
23. Метод моментов, примеры построения оценок по методу моментов.
24. Метод максимального правдоподобия, примеры построения оценок, свойства оценок МП.

25. Задача регрессии, метод наименьших квадратов, оптимальность оценок МНК.
26. Условные математические ожидания, нормальная регрессия.
27. Множественная линейная и нелинейная регрессия, численные методы построения оценок.
28. Основные понятия теории проверки статистических гипотез, примеры.
29. Критерий согласия Пирсона хи-квадрат, его применение.
30. Проверка гипотез для параметров нормальных распределений.
31. Критерий согласия Колмогорова-Смирнова.
32. Понятие статистической информации, экстремальное информационное свойство нормального распределения
33. Информация Фишера. Неравенство Крамера-Рао. Эффективность оценок.