



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И

НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДФУ)

ШКОЛА БИОМЕДИЦИНЫ

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП
«Медицинская биофизика»

Туманова И.С.

(подпись)

«17» сентября 2018 г.



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Департамента
Медицинской биохимии и биофизики

Момот Т.В.

(подпись)

«17» сентября 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Высшая математика

Направление подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика»

Квалификация выпускника – **специалитет**

Форма подготовки – **очная**

курс 1,2 семестр 1,2,3,4

лекции 108 час.

практические занятия 144 час.

лабораторные работы – не предусмотрены

в том числе с использованием МАО лек. 8 час. /пр. 40 час.

всего часов аудиторной нагрузки 252 час.

в том числе с использованием МАО 48 час.

самостоятельная работа 180 час.

в том числе на подготовку к экзамену 135 час.

курсовая работа / курсовой проект – не предусмотрено

зачет – не предусмотрено

экзамен 1,2,3,4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 1012 от «11» августа 2016 г. и учебного плана по направлению подготовки «Медицинская биофизика».

Рабочая программа обсуждена на заседании Департамента медицинской биохимии и биофизики протокол № 1 от «17» сентября 2018 г.

Директор Департамента: к.м.н., доцент Момот Т.В.

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Б.Н. Иванов

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « _____ » _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

(И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « _____ » _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

(И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Высшая математика» разработана для специалистов 1 и 2 курса по направлению подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика» в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данному направлению и положению о рабочих программах учебных дисциплин высшего образования.

Курс «Высшая математика» является дисциплиной математического и естественно-научного цикла (базовая часть). Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 12 зачетных единицы 432 часов. Учебным планом предусмотрены лекционные (108 ч) и практические (144 ч) занятия, самостоятельная работа (180 ч., в том числе на подготовку к экзамену 135 час.). Дисциплина реализуется в 1, 2, 3 и 4 семестрах.

В процессе обучения студенты специальности «Медицинская биофизика» изучают фундаментальные медицинские, инженерные и иные дисциплины, в соответствии с профилем подготовки и необходимые во врачебной практике. Программа включает все современные разделы биофизики, в которых отражены физические и физико-химические основы биологических процессов на разных уровнях организации живых систем. Дисциплина «Высшая математика» является базовой для изучения всех последующих дисциплин образовательной программы. Математический аппарат используется для описания и математического моделирования различного рода биофизических процессов. Врач-биофизик должен быть подготовлен для внедрения и эксплуатации современной электронной медицинской диагностической и вычислительной техники, для внедрения количественных методов диагностики для научно-исследовательской деятельности, с целью разработки и внедрения в медицинскую практику достижений медико-биологических наук, а также для педагогической деятельности.

Предлагаемая программа по дисциплине «Высшая математика» обеспечит слушателям хорошие теоретические и практические знания по математике, необходимых для изучения всех последующих дисциплин образовательной программы. Содержание дисциплины охватывает следующие разделы математики: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Комплексные числа», «Введение в математический анализ», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» «Интегральное исчисление функции одной переменной», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Функции многих перемен-

ных», «Числовые и функциональные ряды», «Элементы прикладной математики и математического моделирования», «Комбинаторные схемы», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математическая логика», «Теория графов и алгоритмы на графах».

Цель изучения дисциплины:

1. Развитие у студента математической интуиции, воспитание достаточно высокой математической культуры для продолжения образования, научной работы или практической деятельности, развитие его интеллекта и способности к логическому и творческому мышлению.
2. Овладение логическими основами курса, необходимыми для решения теоретических и практических задач.
3. Формирование навыков использования математических методов и основ математического моделирования при изучении специальных дисциплин образовательной программы и в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

1. Формирование представления о роли и месте математики.
2. Достижение достаточно высокого уровня фундаментальной математической подготовки, повысить математическую культуру.
3. Развитие умения оперировать с абстрактными объектами и корректно использовать математические понятия и символы для выражения количественных и качественных отношений.
4. Воспитание умения логически мыслить, умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, обучение использованию различного рода приемов логического суждения: дедукция и индукция, анализ и синтез, подобию, аналогия, обобщение и конкретизация.
5. Привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в профессиональной деятельности.
6. Сформировать у студентов систему понятий, связанных с получением и обработкой экспериментальных данных, интерпретацией полученных результатов.
7. Сформировать логические связи с другими предметами образовательного стандарта специальности.

В результате изучения данной дисциплины у студентов формируются следующие компетенции:

Коды и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-1 — способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	Знает	язык абстрактных символов математики, очищенных от конкретного содержания; логическую строгость математических методов, их универсальность, сочетание индуктивного и дедуктивного подходов, нацеленность на поиск различного рода закономерностей, четкость формулировок и определений.
	Умеет	мыслить математическими символами и излагать базовые определения и понятия основ разделов курса.
	Владеет	способностью мыслить математическими символами и способностью к быстрому и широкому обобщению математических объектов в рамках разделов курса и своей профессиональной деятельности.
ОПК-5 — готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов	Знает	на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса, практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса.
	Умеет	практически решать стандартные задачи курса, применять математические методы при решении профессиональных задач, содержательно интерпретировать математические конструкции, понятия, определения, различного рода объекты.

при решении профессиональных задач.	Владеет	методами построения математических моделей профессиональных задач и содержательной интерпретации результатов вычислений.
-------------------------------------	---------	--

Для формирования вышеуказанных компетенции в рамках дисциплины «Высшая математика» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения:

Лекционные занятия:

1. Лекция-конференция.
2. Лекция-дискуссия.

Практические занятия:

1. Метод научной дискуссии.
2. Конференция, или круглый стол.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(72 час.), в том числе с использованием МАО 2 час.

Семестр 1 (36 час.)

Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Раздел 1. Основы линейной алгебры (8 час.)

Тема 1. Матрицы. Свойства матриц. Определитель матрицы. Свойства определителя (4 час.)

Понятие матрицы (примеры). Операции с матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц. Свойства операций. Специальные матрицы: нулевая, единичная, диагональная, треугольная, транспонированная. Свойства транспонирования матриц. Определение минора матрицы, алгебраического дополнения, определитель матрицы. Разложение определителя по строке и столбцу. Свойства определителей.

Тема 2. Обратная матрица. Крамеровские системы. Решение СЛАУ методом Гаусса (4 час.)

Определение обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Теорема существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Крамеровские системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Теорема Крамера решения СЛАУ. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы. Определение базисного минора. Определение ранга матрицы. Расширенная матрица системы. Элементарные преобразования строк и столбцов системы уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Прямой и обратный ход метода Гаусса (приведение матрицы системы к диагональному виду) решения СЛАУ.

Раздел 2. Векторная алгебра (4 час.)

Тема 1. Вектора. Операции над векторами (4 час.)

Понятие вектора: направленный отрезок (упорядоченная пара точек), длина вектора. Коллинеарные вектора. Равенство векторов. Линейные операции с векторами: сумма векторов, умножение вектора на число, единичный вектор. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Линейная комбинация векторов. Линейная независимость векторов. Базис. Разложение по базису. Декартова система координат. Радиус вектор. Замена базиса. Коорди-

наты вектора в новом базисе. Примеры преобразования координат: параллельный перенос, поворот осей координат, матрица поворота. Скалярное произведение и координаты векторов. Расстояние между двумя точками. Определение векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Свойства векторного произведения. Правая и левая тройка векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение. Свойства смешанного произведения. Объем параллелепипеда как модуль смешанного произведения. Деление отрезка в заданном отношении.

Раздел 3. Аналитическая геометрия (8 час.)

Тема 1. Активные методы обучения: «Лекция от студентов: Линии и плоскости» (4 час.)

1). Рассматривается полный перечень типов уравнений прямой линии на плоскости. Параметрическое уравнение прямой линии. Разрешенное уравнение прямой относительно ординаты. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой линии в отрезках. Общее уравнение прямой линии. Нормальное уравнение прямой линии. 2). Рассматривается полный перечень типов уравнений плоскости в пространстве. Параметрическое уравнение плоскости. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Условие параллельности двух плоскостей. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке.

Тема 2. Уравнение прямой линии в пространстве. (4 час.)

Прямая линия как пересечение двух плоскостей. Параметрическое уравнение прямой линии. Векторное уравнение прямой линии. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние от точки до прямой линии на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние между прямыми (скрещивающимися) линиями в пространстве. Условие пересечения трех плоскостей. Общий вид уравнения второго порядка. Приведение к каноническому виду кривой второго порядка (поворот и параллельный перенос). Перечень кривых второго порядка. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

Ведение в математический анализ (4 час.)

Раздел 4. Предел последовательности (4 час.)

Тема 1. Множества. Последовательности. Предел последовательности (4 час.).

Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами. Действительные числа, натуральные, целые, рациональные, иррациональные. Элементы математической логики: логические символы, кванторы. Промежутки действительных чисел: отрезок, интервал, окрестность. Неравенства для абсолютных величин. Счетное множество. Эквивалентные множества. Последовательность. Операции с числовыми последовательностями. Предел числовой последовательности. Свойства конечных пределов. Бесконечно малые (б.м.), бесконечно большие (б.б.) и ограниченные последовательности. Свойства б.м. и б.б. последовательностей. Неопределенные выражения, раскрытие неопределенностей. Стандартные случаи раскрытия неопределенностей (*ноль на ноль, бесконечность на бесконечность, бесконечность минус бесконечность, ноль на бесконечность*): деление многочленов, эквивалентные выражения, удаление корней. Монотонные последовательности, геометрическая прогрессия. Число E , второй замечательный предел, натуральные логарифмы. Логарифмирование. Факториалы. Арифметическая прогрессия.

Раздел 5. Функции. Предел, непрерывность функций. (4 час.)

Тема 1. Определение функции. Предел функций (4 час.)

Определение функции. Способы задания функций: табличный, графический, аналитический. Ограниченные функции. Некоторые специальные способы задания функций: неявно заданные функции; сложные функции; функции, заданные функции. Определение обратной функции. Элементарные функции. Основные элементарные функции. Классы элементарных функций. Гиперболические функции. Предел функции. Предел слева и предел справа. Свойства пределов функций. Замена переменных в пределах. Первый и второй замечательные пределы. Следствия пределов. Определение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин. Сравнение функций. Эквивалентность функций (*бесконечно малых величин*). Эквивалентность элементарных функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых величин. Логарифмирование при раскрытии

неопределенностей в пределах. Определение непрерывности функции в точке и в области. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва первого рода: точки устранимого разрыва, точки конечного скачка. Точки разрыва второго рода. Нахождение точек разрыва функции одной переменной. Свойства непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши.

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (4 час.)

Тема 1. Производная функции. Вектор функции (4 час.)

Физическое содержание производной как предел средней скорости движения. Определение производной функции одной переменной. Принятые обозначения производной. Примеры вычисления производной, исходя из определения производной. Дифференциал функции как линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной к графику функции. Общие правила дифференцирования: производная константы, производная суммы, производная произведения, производная частного двух функций. Производная сложной функции. Свойство инвариантности дифференциала первого порядка. Таблица производных основных элементарных функций.

Раздел 7. Исследование поведения функций (4 час.)

Тема 1. Формула Тейлора. Теоремы о среднем (4 час.)

Формула Тейлора, примеры разложения. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: теоремы М. Ферма, М. Роля, Л. Лагранжа, О. Коши. Признак монотонности функции. Отыскание наибольших и наименьших значений функции. Необходимое условие экстремума – подозрительные точки на экстремум (П. Ферма). Достаточные строгого экстремума с применением первой и второй производной функции. Выпуклость. Точки перегиба. Определение асимптоты: вертикальные и наклонные. Построение графиков функций.

Семестр 2 (36 час.)

Интегральное исчисление функции одной переменной

Раздел 8. Неопределенный интеграл (8 час.)

Тема 1. Табличные интегралы. Свойства интеграла (4 час.)

Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования). Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование подстановкой, приведение к табличным интегралам.

Тема 2. Основные методы интегрирования. (4 час.)

Формула интегрирования по частям. Основные подынтегральные функции, для которых используется метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби (метод неопределенных коэффициентов). Интегрирование некоторых иррациональных функций, некоторых трансцендентных функций (тригонометрических функций). Основные замены. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Раздел 9. Определенный интеграл (8 час.)

Тема 1. Определенный интеграл, приложения. (4 час.)

Определенный интеграл (Римана), его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Непосредственное интегрирование. Определенный интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Формула Ньютона Лейбница. Интегрирование заменой переменных. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Абсолютно сходящиеся интегралы. Вычисление площади криволинейной трапеции, объема тела вращения, длины дуги, площади поверхности вращения.

Тема 2. Активные методы обучения: «Лекция от студентов: Приложения интеграла» (4 час.)

Изучение свойств и приемов вычисления различного рода определенных интегралов. Геометрический смысл определенного интеграла. Непосредственное интегрирование. Вычисление площади криволинейной трапеции, объема тела вращения, длины дуги, площади поверхности вращения.

Дифференциальные уравнения (12 час.)

Раздел 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения (12 час.)

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. (8 час.)

Основные понятия. ДУ первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности задачи Коши, геометрическое содержание теоремы. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Метод изоклин. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. ДУ, приводящиеся к однородным уравнениям. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Численные методы решения ДУ. Задача Коши. Одношаговые методы. Итерационная схема метода Эйлера. Геометрическая интерпретация решения. Схема метода Эйлера с пересчетом. Погрешность решения.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. (4 час.)

ДУ высших порядков. ДУ, допускающие понижения порядков. Линейные ДУ (ЛДУ) с постоянными коэффициентами. Системы ЛДУ с постоянными коэффициентами.

Числовые и функциональные ряды (8 час.)

Раздел 11. Числовые и функциональные ряды (8 час.).

Тема 1. Числовые ряды, признаки сходимости. (4 час.)

Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости: признаки сравнения (обобщенный гармонический ряд), интегральный признак сходимости Коши, выделение главной части, признак сходимости Даламбера, радикальный признак Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

Тема 2. Функциональные и степенные ряды. (4 час.)

Функциональные ряды, равномерная сходимость, мажорируемые ряды, почленный переход к пределу, почленное дифференцирование, интегрирование. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора, остаточный член формулы Тейлора. Обобщенный степенной ряд.

Семестр 3 (18 час.)

Теория вероятностей (14 час.)

Раздел 12. Комбинаторные схемы (2 час.)

Тема 1. Комбинаторные схемы (2 час.)

Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями (мультимножества), сочетания, сочетания с повторениями. Бином Ньютона, полиномиальная формула, принцип включения и исключения, следствие.

Раздел 13. Случайные события и их вероятности (4 час.)

Тема 1. Вероятностное пространство (2 час.)

Классическое определение вероятности. Пространство элементарных событий. Понятие сложного события. Геометрическая интерпретация событий: сумма, произведение, разность, достоверное событие, несовместные события, алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности. Определение вероятностного пространства. Функция вероятности.

Тема 2. Полная вероятность. Формула Байеса (2 час.)

Понятие и определение условной вероятности. Условная вероятность в задачах. Понятие и определение независимости событий. Теоремы: независимости, сложения, умножения событий. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез).

Раздел 14. Случайные величины (8 час.)

Тема 1. Случайная величина. Функция распределения. Числовые характеристики (2 час.)

Определение случайной величины. Функция распределения вероятностей случайной величины. Определение дискретного вероятностного пространства. Закон распределения и случайная величина геометрического распределения. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия. Свойства математического ожидания и дисперсии. Пример простой азартной игры — вычисление числовых характеристик случайной величины.

Тема 2. Активные методы обучения: «Лекция от студентов: Схема испытаний Бернулли» (2 час.)

Рассматриваются следующие вопросы. Понятие повторных испытаний. Схема испытаний Бернулли. Биномиальное распределение. Числовые характеристики биномиального распределения: математическое ожидание, дисперсия, мода и медиана. Примеры повторных испытаний в задачах. Простейший поток событий, свойства простейшего потока. Распределение Пуассона как предельное поведение биномиального распределения. Числовые характеристики. Характеристическая функция. Примеры использования распределения Пуассона. Показательное распределение. Функция надежности.

Тема 3. Непрерывные случайные величины (2 час.)

Определение вероятностного пространства и непрерывной случайной величины. Функция распределения, плотность распределения. Свойства функции распределения и плотности распределения, числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, мода, медиана, начальные и центральные моменты, скошенность, эксцесс, квантиль распределения. Пример вычисления всех показателей распределения. Равномерное распределение

Тема 4. Нормальное распределение. Предельные теоремы (2 час.)

Нормальное распределение. Числовые характеристики распределений. Характеристическая функция. Воспроизводящее свойство распределений по параметру. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра – Лапласа. Методика применения в задачах локальной, интегральной теорем Муавра – Лапласа и распределения Пуассона, как предельного случая биномиального распределения. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли, теорема Хинчина. Центральная предельная теорема. Применение теорем.

Математическая статистика (4 час.)

Раздел 15. Обработка экспериментальных данных (4 час.)

Тема 1. Методы математической статистики (2 час.)

Задачи математической статистики. Теория выборочного метода. Сплошные и выборочные наблюдения. Вариационный ряд выборки, порядковые статистики.

Эмпирическая функция распределения. Гистограмма, полигон частот. Выборочные характеристики случайных величин. Среднее значение и дисперсия генеральной совокупности, их характеристики. Частные случаи распределения статистик среднего значения и дисперсии при нормальном распределении генеральной совокупности случайных величин.

Тема 2. Интервальное оценивание параметров. Проверка статистических гипотез (2 час.)

Точечное и интервальное оценивание параметров. Понятие оптимальных, эффективных и достаточных статистик. Интервальное оценивание параметров математического ожидания и дисперсии для нормального распределения. Построение доверительного интервала с использованием точечной оценки параметра. Понятие статистической гипотезы. Построение критерия проверки гипотезы. Критическая область. Уровень значимости. Ошибка первого рода, ошибка второго рода.

Семестр 4 (18 час.)

Математическая логика (8 час.)

Раздел 16. Исчисление высказываний (6 час.)

Тема 1. Исчисление высказываний (2 час.)

Определение высказывания. Основной набор логических операций, таблицы истинности. Логические выражения, вычисление таблиц истинности. Дизъюнктивная форма логических выражений. Применение к естественному языку, стандартные схемы формализации. Схемы правильного логического вывода — доказательство от противного.

Тема 2. Булева алгебра, СДНФ и СКНФ булевых функций (2 час.)

Переключательные — булевы функции. Способы задания булевых функций. Булевы функций двух переменных. Аналитический способ задания. Таблицы истинности. Порядок выполнения операций в логических выражениях.

Тема 3. Минимизация булевых функций (2 час.)

Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных.

Раздел 17. Линейные рекуррентные соотношения (2 час.)

Тема 1. Линейные рекуррентные соотношения (2 час.)

Степенные и экспоненциальные производящие функции. Операции с производящими функциями: линейные операции, сдвиг начала влево, сдвиг начала вправо, изменение масштаба. Примеры задач использования производящих функций. Линейные рекуррентные соотношения (уравнения), однородные и неоднородные уравнения. Прямой метод решения однородных и неоднородных линейных рекуррентных уравнений на основе формирования производящих функций. Примеры решения задач по рекуррентным соотношениям.

Теория графов (10 час.)

Раздел 18. Теория графов (10 час.)

Тема 1. Основные понятия и определения графов (2 час.)

Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Дерево, лес. Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности.

Тема 2. Активные методы обучения: «Лекция от студентов». Компоненты связности графа, остовные деревья (2 час.)

Рассматриваются следующие вопросы. Понятие отношения эквивалентности. Определение отношения эквивалентности на множестве вершин. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности (множественное описание). Определение остовного дерева. Практическая значимость нахождения остовного дерева. Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева (алгоритм Краскала). Алгоритм ближайшего соседа построения минимального остовного дерева (алгоритм Прима).

Тема 3. Пути по графу (2 час.)

Кратчайшие пути на графе. Алгоритмы определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Формальное описание алгоритм Дейкстра и обоснование алгоритма.

Тема 4. Двудольные графы (2 час.)

Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания, алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.

Тема 5. Хроматические графы (2 час.)

Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Оптимальная раскраска графа. Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (144 час., в том числе с использованием МАО 40 час.)

Семестр 1 (36 час.)

Раздел 1. Векторная алгебра и аналитическая геометрия (18 час.)

Занятие 1. Матрицы. Определитель матрицы. Свойства определителя (4 час.)

1. Матрицы. Операции с матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц. Специальные матрицы: нулевая, единичная, диагональная, треугольная, транспонированная.
2. Свойства транспонирования матриц. Вычисление миноров матрицы, алгебраических дополнений, определителя матрицы.
3. Разложение определителя по строке и столбцу. Свойства определителей. Вычисление определителей специальных матриц.

Занятие 2. Обратная матрица. Крамеровские системы (2 час.)

1. Вычисление обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Условия существования обратной матрицы.
2. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
3. Крамеровские системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение СЛАУ методом Крамера.
4. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы.

Занятие 3. Теорема Кронекера-Капелли. Решение СЛАУ методом Гаусса (2 час.)

1. Вычисление ранга матрицы. Поиск базисного минора.

2. Расширенная матрица системы. Элементарные преобразования строк и столбцов системы уравнений.
3. Условия теоремы Кронекера-Капелли – условие существования решения системы линейных уравнений.
4. Прямой и обратный ход метода Гаусса (приведение матрицы системы к диагональному виду) решения СЛАУ.

Занятие 4. Вектора. Линейные операции над векторами (2 час.)

1. Определение вектора: направленный отрезок (упорядоченная пара точек), длина вектора. Коллинеарные вектора. Равенство векторов. Линейные операции с векторами: сумма векторов, умножение вектора на число, единичный вектор.
2. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Линейная комбинация векторов.

Занятие 5. Активные методы обучения: «Математические бои с векторами» (2 час.)

Линейная независимость векторов.

1. Базис. Разложение по базису. Декартова система координат.
2. Радиус вектор. Замена базиса. Координаты вектора в новом базисе.
3. Преобразование координат: параллельный перенос, поворот осей координат.

Занятие 6. Приложения векторов (2 час.)

1. Скалярное произведение и координаты векторов. Расстояние между двумя точками
2. Определение векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Свойства векторного произведения. Правая и левая тройка векторов.
3. Площадь треугольника. Смешанное произведение. Свойства смешанного произведения. Объем параллелепипеда как модуль смешанного произведения.
4. Деление отрезка в заданном отношении.

Занятие 7. Уравнение прямой линии на плоскости. Уравнение плоскости (2 час.)

1. Параметрическое уравнение прямой линии. Разрешенное уравнение прямой относительно ординаты.
2. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой линии в отрезках. Общее уравнение прямой линии. Нормальное уравнение прямой линии.
3. Параметрическое уравнение плоскости. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Общее уравнение плоскости.
4. Нормальное уравнение плоскости. Условие параллельности двух плоскостей. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке.

Занятие 8. Уравнение прямой линии в пространстве. Вычисление расстояний (2 час.)

1. Прямая линия как пересечение двух плоскостей. Параметрическое уравнение прямой линии. Векторное уравнение прямой линии.
2. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние от точки до прямой линии на плоскости и в пространстве.
3. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние между прямыми (скрещивающимися) линиями в пространстве.

Занятие 9. Кривые второго порядка на плоскости. Системы координат. (2 час.)

1. Общий вид уравнения второго порядка. Приведение к каноническому виду кривой второго порядка (поворот и параллельный перенос). Перечень кривых второго порядка.
2. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Построение кривых, свойства кривых.
3. Теорема Безу. Алгоритм Евклида деления многочленов. Основная теорема алгебры: многочлен n -й степени имеет ровно n корней. Разложение многочленов на множители.
4. Полярная система координат, цилиндрическая система координат, сферическая система координат.

Раздел 2. Введение в математический анализ (18 час.)

Занятие 1. Предел последовательности (2 час.)

1. Предел числовой последовательности. Свойства конечных пределов. Бесконечно малые (б.м.), бесконечно большие (б.б.) и ограниченные последовательности. Свойства б.м. и б.б. последовательностей.
2. Неопределенные выражения, раскрытие неопределенностей. Стандартные случаи раскрытия неопределенностей (*ноль на ноль, бесконечность на бесконечность, бесконечность минус бесконечность, ноль на бесконечность*): деление многочленов, эквивалентные выражения, удаление корней.
3. Монотонные последовательности, геометрическая прогрессия, арифметическая прогрессия.
4. Второй замечательный предел, натуральные логарифмы. Логарифмирование. Факториалы.

Занятие 2. Определение функции. Предел функций. Непрерывность функций (2 час.)

5. Способы задания функций: табличный, графический, аналитический. Ограниченные функции. Некоторые специальные способы задания функций: неявно заданные функции; сложные функции; функции, заданные функциями.
6. Определение обратной функции. Элементарные функции. Основные элементарные функции. Классы элементарных функций. Гиперболические функции.
7. Предел функции. Предел слева и предел справа. Свойства пределов функций. Замена переменных в пределах. Первый и второй замечательные пределы. Определение непрерывности функции в точке и в области.
8. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва первого рода: точки устранимого разрыва, точки конечного скачка. Точки разрыва второго рода. Нахождение точек разрыва функции одной переменной. Свойства непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши.

Занятие 3. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Эквивалентность (2 час.)

1. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин. Сравнение функций. Эквивалентность функций (*бесконечно малых величин*). Эквивалентность элементарных функций.
2. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых величин.
3. Логарифмирование при раскрытии неопределенностей в пределах.

Занятие 4. Активные методы обучения: «Математические бои с пределами функций» (2 час.)

Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «*Математического боя*». Студенты делятся на две команды (подгруппы). Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а соперники их проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

Занятие 5. Производная функции (2 час.)

1. Физическое содержание производной. Принятые обозначения производной. Вычисление производной, исходя из определения производной. Вычисление производных элементарных функций.
2. Дифференциал функции как линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции.
3. Уравнение касательной к кривой графика функции.
4. Приложение дифференциала (приближенные вычисления), приложение производных.

Занятие 6. Общие правила дифференцирования функций (2 час.)

1. Общие правила дифференцирования: производная константы, производная суммы, производная произведения, производная частного двух функций. Производная сложной функции.

2. Дифференциал сложной функции. Инвариантность дифференциала первого порядка. Таблица производных основных элементарных функций. Производная обратной функции, заданной параметрически, заданной неявно. Логарифмическое дифференцирование.
3. Производные высших порядков. Вторая производная сложной функции, заданной параметрически, обратной функции.
4. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталю. Приведение различного рода неопределенностей к неопределенности правила Лопиталю.

Занятие 7. Формула Тейлора. Теоремы о среднем (2 час.)

5. Формула Тейлора, примеры разложения. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа.
6. Решение задач на основе теорем о среднем для дифференцируемых функций: теоремы М. Ферма, М. Роля, Л. Лагранжа, О. Коши.

Занятие 8. Исследование поведения функций (2 час.)

1. Признак монотонности функции. Отыскание наибольших и наименьших значений функции.
2. Необходимое условие экстремума – подозрительные точки на экстремум (П. Ферма).
3. Достаточные строгого экстремума с применением первой и второй производной функции. Выпуклость. Точки перегиба.
4. Определение асимптоты: вертикальные и наклонные. Построение графиков функций.

Занятие 9. Активные методы обучения: «Математические бои с графиками функций» (2 час.)

Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «Математического боя» с неопределенными интегралами. Студенты группы делятся на две команды (подгруппы). Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а их соперники проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов.

Семестр 2 (36 час.)

Раздел 3. Функции нескольких переменных (4 час.)

Занятие 1. Функции нескольких переменных (ФНП) (2 час.)

Частные производные, полный дифференциал функции. Производная сложной функции, неявно заданной, производная по заданному направлению, градиент функции. Геометрический смысл частных производных и дифференциала, касательная плоскость и нормаль. Линии уровня. Градиент. Приложения в приближенных вычислениях.

Занятие 2. Экстремум функции многих переменных (2 час.)

Экстремум функции многих переменных. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой ограниченной области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной (12 час.)

Занятие 1. Табличные интегралы. Свойства интеграла. (2 час.)

Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования). Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование подстановкой, приведение к табличным интегралам.

Занятие 2. Основные методы интегрирования. (2 час.)

Формула интегрирования по частям. Основные подынтегральные функции, для которых используется метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби (метод неопределенных коэффициентов).

Занятие 3. Интегрирования иррациональных и трансцендентных функций. (2 час.)

Интегрирование некоторых иррациональных функций, некоторых трансцендентных функций (тригонометрических функций). Основные замены. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Занятие 4. Определенный интеграл, приложения. (2 час.)

Непосредственное интегрирование. Формула Ньютона Лейбница. Интегрирование заменой переменных. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Вычисление площади криволинейной трапеции, объема тела вращения.

Занятие 5. Приложения определенного интеграла (2 час.)

Вычисление длины дуги, площади поверхности вращения. Численное интегрирование: формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.

Занятие 6. Активные методы обучения: «Зачет по интегральному исчислению» (2 час.)

Игра коллективной сдачи зачета по текущему разделу курса. Студентам группы коллективно сдают зачет по предварительно выданному перечню вопросов. Группа делится на две команды, каждая из которых сдает зачет (отвечает на вопросы) другой команды. Результаты сдачи фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

Раздел 5. Дифференциальные уравнения (12 час.)

Занятие 1. Метод изоклин. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ. (2 час.)

Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Метод изоклин. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка.

Занятие 2. Однородные ДУ. Линейные ДУ первого порядка. (2 час.)

Однородные уравнения первого порядка. ДУ, приводящиеся к однородным уравнениям. Линейные уравнения первого порядка.

Занятие 3. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. (2 час.)

Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.

Занятие 4. Дифференциальные уравнения высших порядков. (2 час.)

ДУ высших порядков. ДУ, допускающие понижения порядков. Линейные ДУ (ЛДУ) с постоянными коэффициентами.

Занятие 5. Линейные дифференциальные уравнения. Численные методы решения ДУ (2 час.)

Линейные ДУ (ЛДУ) с постоянными коэффициентами. Системы ЛДУ с постоянными коэффициентами. Численные методы решения ДУ.

Занятие 6. Активные методы обучения: «Зачет по дифференциальным уравнениям» (2 часа).

Игра коллективной сдачи зачета по текущему разделу курса. Студентам группы коллективно сдают зачет по предварительно выданному перечню вопросов. Группа делится на две команды, каждая из которых сдает зачет (отвечает на вопросы) другой команды. Результаты сдачи фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

Раздел 6. Числовые и функциональные ряды (8 час.)

Занятие 1. Числовые ряды, признаки сходимости (2 час.)

Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости: признаки сравнения (обобщенный гармонический ряд), интегральный признак сходимости Коши, выделение главной части, признак сходимости Даламбера, радикальный признак Коши.

Занятие 2. Знакопеременные ряды, Абсолютная и условная сходимость. (2 час.)

Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

Занятие 3. Функциональные и степенные ряды. (2 час.)

Функциональные ряды, равномерная сходимость, мажорируемые ряды, почленный переход к пределу, почленное дифференцирование, интегрирование. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора, остаточный член формулы Тейлора. Обобщенный степенной ряд.

Занятие 4. Ряды Фурье (2 час.)

Определение ряда Фурье функции, полная система функций, ортогональные системы функций, разложение функций в ряд Фурье, формулы разложения. Разложение по косинусам и по синусам, комплексная форма записи, Спектральные характеристики ряда Фурье.

Семестр 3 (36 час.)

Раздел 7. Комбинаторные схемы (6 час.)

Занятие 1. Основные комбинаторные формулы (2 час.)

Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями (мультимножества).

Занятие 2. Обобщенный принцип включения и исключения (2 час.)

Сочетания, сочетания с повторениями. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множеств. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие.

Занятие 3. Активные методы обучения (кросс-опрос): «Математические бои с комбинаторными формулами» (2 час.)

Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «*Математического боя*» с комбинаторными формулами. Студенты группы делятся на две или более команды. Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а их соперники проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов.

Раздел 8. Случайные события (6 час.)

Занятие 1. Пространство элементарных событий (2 час.)

Классическое определение вероятности. Пространство элементарных событий. Задачи на пространство элементарных событий.

Занятие 2. Вероятностное пространство. Формула полной вероятности. Формула Байеса (2 час.)

Геометрическая интерпретация событий (сумма, произведение, разность, несовместные события). Алгебра событий. Вероятностное пространство. Функция вероятности. Свойства вероятности. Условная вероятность. Независимость событий. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез). Урновые модели.

Занятие 3. Активные методы обучения: «Математические бои со случайными событиями» (2 час.)

Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «*Математического боя*» со случайными событиями. Студенты группы делятся на две или более команды. Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а их соперники проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов.

Раздел 9. Случайные величины (16 час.)

Занятие 1. Случайная величина. Функция распределения случайной величины (2 час.)

Функция распределения вероятностей случайной величины. Геометрические вероятностные пространства. Равномерное распределение случайной величины.

Занятие 2. Дискретное вероятностное пространство. Числовые характеристики случайных величин. (2 час.)

Дискретное вероятностное пространство. Закон распределения и случайной величины. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, их свойства.

Занятие 3. Производящая функция распределения. (2 час.)

Производящая функция распределения. Ковариация, коэффициент корреляции, их свойства. Уточнение линейной зависимости случайных величин.

Занятие 4. Схема испытаний Бернулли. (2 час.)

Последовательность независимых испытаний. Схема испытаний Бернулли. Биномиальное Распределение. Числовые характеристики распределения. Закон больших чисел. Полиномиальное распределение.

Занятие 5. Непрерывные случайные величины (2 час.)

Определение вероятностного пространства и непрерывной случайной величины. Функция распределения, плотность распределения. Свойства функции распределения и плотности распределения, математическое ожидание, дисперсия.

Занятие 6. Примеры распределения случайных величин (2 час.)

Примеры распределений. Характеристики случайных величин: мода, медиана, моменты, квантили, критические точки.

Занятие 7. Распределение Пуассона. (2 час.)

Простейший поток событий. Распределение Пуассона. Показательное распределение. Функция надежности. Характеристическая функция. Параметры распределений.

Занятие 8. Предельные теоремы для биномиального распределения. (2 час.)

Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра – Лапласа для биномиального распределения.

Раздел 10. Обработка данных (8 час.)

Занятие 1. Методы математической статистики (2 час.)

Выборочный метод. Сплошные и выборочные наблюдения. Вариационный ряд выборки, порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма, полигон частот. Выборочные характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия.

Занятие 2. Интервальное оценивание параметров (2 час.)

Доверительный интервал. Интервальное оценивание параметров математического ожидания и дисперсии для нормального распределения

Занятие 3. Проверка статистических гипотез (2 час.)

Гипотеза о виде распределения. Гипотеза однородности. Гипотеза независимости. Гипотеза случайности. Построение критерия проверки гипотезы. Критическая область. Уровень значимости. Ошибка первого рода, ошибка второго рода. Критерий согласия хи–квадрат К. Пирсона о виде распределения случайной величины. Построение критической области. Проверка гипотезы.

Занятие 4. Метод наименьших квадратов (2 час.)

Функциональная зависимость случайных величин. Линейная регрессия. Коэффициент ковариации. Методы отыскания функциональной зависимости. Решение модельных задач.

Семестр 4 (36 час.)

Раздел 11. Математическая логика (12 час.)

Занятие 1. Множества, исчисление высказываний (2 час.)

Начальные понятия теории множеств. Элементы и множества. Способы задания множеств. Примеры множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение. Интерпретация операций над множествами диаграммами Эйлера–Венна. Исчисление высказываний: основной набор логических операций, их таблицы истинности. Формализация несложных высказываний. Метод перебора доказательства истинности высказываний.

Занятие 2. Исчисление высказываний (2 час.)

Исчисление высказываний: основной набор логических операций, их таблицы истинности. Формализация рассуждений на естественном языке логическими формулами исчисления высказываний. Проверка истинности логических выражений аналитическими средствами и по таблицам истинности. Дизъюнктивная нормальная форма логических выражений (ДНФ). Приведение логических формул к ДНФ.

Занятие 3. Введение в булеву алгебру (2 час.)

Переключательные — булевы функции. Способы задания булевых функций. Булевы функций двух переменных. Аналитический способ задания. Таблицы истинности. Операции замены переменных и суперпозиции. Порядок выполне-

ния операций в логических выражениях. Интерпретация булевых функций: релейно – контактными схемами, элементами вычислительных машин, смысловая интерпретация.

Занятие 4. СДНФ и СКНФ булевых функций (2 час.)

Определение алгебры Буля. Операции алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Элементарные произведение, конституенты 1 и конституенты 0 наборов значений булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к СДНФ и СКНФ. Способы приведения к стандартным формам булевых функций.

Занятие 5. Минимизация булевых функций в геометрической интерпретации (2 час.) с использованием МАО – диспут.

Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно.

Занятие 6. Аналитический метод минимизации Куайна (2 час.)

Классификация ДНФ в методе Куайна. Методы получения всех форм ДНФ метода Куайна. Организация имплекативной матрицы Куайна. Решение задач методом Куайна.

Раздел 12. Линейные рекуррентные соотношения (6 час.)

Занятие 1. Производящие функции (2 час.)

Степенные и экспоненциальные производящие функции. Операции с производящими функциями: линейные операции, сдвиг начала влево, сдвиг начала вправо, частичные суммы, дополнительные частичные суммы, изменение масштаба, свертка. Примеры задач использования производящих функций.

Занятие 2. Рекуррентные соотношения (2 час.)

Степенные и экспоненциальные производящие функции. Операции с производящими функциями: линейные операции, сдвиг начала влево, сдвиг начала вправо, изменение масштаба. Примеры задач использования производящих функций. Линейные рекуррентные соотношения (уравнения), однородные и неоднородные уравнения. Прямой метод решения однородных и неоднородных

линейных рекуррентных уравнений на основе формирования производящих функций. Примеры решения задач по рекуррентным соотношениям. Прямой метод решения однородных и неоднородных линейных рекуррентных уравнений на основе формирования производящих функций. Примеры решения задач по рекуррентным соотношениям.

Занятие 3. Активные методы обучения: «Математические бои с рекуррентными соотношениями» (2 час.)

Предварительно студентам выдается список примерных задач, которые будут разыгрываться во время «*Математического боя*» с рекуррентными соотношениями. Студенты группы делятся на две или более команды. Команды решают одни и те же задачи, которые затем по очереди рассказывают решения, а их соперники проверяют (оппонируют). Результаты решения и оппонирования фиксирует жюри из числа студентов.

Раздел 13. Теория графов (18 час.)

Занятие 1. Основные понятия и определения графов (2 час.)

Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Дерево, лес. Объединение и пересечение графов. Расстояние на графе, диаметр, радиус и центр графа. Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности. Понятие отношения эквивалентности.

Занятие 2. Эйлеровы графы (2 час.)

Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании эйлерова пути на графе (необходимые и достаточные условия). История задачи поиска эйлеровой цепи на графе. Множественное описание алгоритма. Сложность алгоритма Эйлера. Гамильтоновы цепи и циклы.

Занятие 3. Поиск в глубину на графе (2 час.), с использованием МАО – диспут.

Метод поиска в глубину (множественное описание алгоритма), как основной метод систематического исследования вершин графа. Определение отношения эквивалентности на множестве вершин. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности (множественное описание).

Занятие 4. Остовные деревья (2 час.)

Определение остовного дерева. Связь числа вершин и ребер в дереве. Практическая значимость нахождения остовного дерева. Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева (алгоритм Краскала). Алгоритм ближайшего соседа построения минимального остовного дерева (алгоритм Прима). Множественное описание алгоритмов. Обоснование справедливости алгоритмов. Сложность алгоритмов построения минимального остовного дерева.

Занятие 5. Пути по графу (2 час.)

Кратчайшие пути на графе. Алгоритмы определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Формальное описание алгоритма Дейкстра и обоснование алгоритма.

Занятие 6. Активные методы обучения: «Зачет по графам» (2 час.)

Игра коллективной сдачи зачета по текущему разделу курса — по графам. Студентам группы коллективно сдают зачет по предварительно выданному перечню вопросов. Группа делится на две команды, каждая из которых сдает зачет (отвечает на вопросы) другой команды. Результаты сдачи фиксирует жюри из числа студентов. Преподаватель входит в состав жюри. Результаты сдачи включаются в рейтинг каждого студента.

Занятие 7. Двудольные графы (2 час.)

Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания, множественное описание алгоритма. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе.

Занятие 8. Хроматические графы, раскраска графа (2 час.)

Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер. Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество. Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски. Диаметр, радиус и центр графа. Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа.

Занятие 9. Метод Магу (2 час.)

Теорема Брукса о величине хроматического числа графа. Теорема об оптимальной раскраске графа. Алгоритм Магу — полный перебор при оптимальной раскраске графа.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математика» представлено в Приложении 1 и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы; критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
Первый семестр (экзамен)					
1.	Основы линейной алгебры	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.1-3
			Умеет	ИДЗ-1 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.1-3
			Владеет	КР-1 «Определители, матрицы, системы уравнений» (ПР-2)	Вопросы зач.1-3
2.	Векторная алгебра	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.4-6
			Умеет	ИДЗ-2 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.4-6
			Владеет	КР-2 «Векторная алгебра» (ПР-2)	Вопросы зач.4-6
3.	Аналитическая геометрия	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.7-11
			Умеет	ИДЗ-3, ИДЗ-4 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.7-11
			Владеет	КР-3, КР-4 «Плоскости и прямые, » «Линии и поверхности» (ПР-2)	Вопросы зач.7-11
4.	Предел последовательности	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.12
			Умеет	ИДЗ-5 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.12
			Владеет	КР5 «Пределы числовых последовательностей» (ПР-2)	Вопросы зач.12
5.			Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.13-15

	Функции. Предел функций. Непрерывность функций.	ОК-1, ОПК-5	Умеет	ИДЗ-6 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.13-15
			Владеет	КР-6 «Пределы функций» (ПР-2)	Вопросы зач.13-15
6.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.16-18
			Умеет	ИДЗ-7 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.16-18
			Владеет	КР-7 «Производные» (ПР-2)	Вопросы зач.16-18
7.	Исследование поведения функций	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.19-22
			Умеет	ИДЗ-8 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.19-22
			Владеет	КР-8 «Исследование поведения функций» (ПР-2)	Вопросы зач.19-22
Второй семестр					
8.	Функции нескольких переменных (ФНП)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.23-25
			Умеет	Опрос знания теории (УО-1)	Вопросы зач.23-25
			Владеет	Опрос знания теории (УО-1)	Вопросы зач.23-25
9.	Неопределенный интеграл	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.26-28
			Умеет	ИДЗ-9 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.26-28
			Владеет	КР-9 «Неопределенный интеграл» (ПР-2)	Вопросы зач.26-28
10.	Определенный интеграл (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.29-31
			Умеет	ИДЗ-10 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.29-31
			Владеет	КР-10 «Определенный интеграл, приложения» (ПР-2)	Вопросы зач.29-31
11.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.32-34
			Умеет	ИДЗ-11 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.32-34
			Владеет	КР-11 «Дифференциальные уравнения» (ПР-2)	Вопросы зач.32-34
12.	Числовые и функциональные ряды	ОК-1, ОПК-5	Знает	ИДЗ-12 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.38-44
			Умеет	ИДЗ-13 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.38-44
			Владеет	КР-12, КР-13 «Числовые ряды», «Степенные ряды и приложения» (ПР-2)	Вопросы зач.38-44
Третий семестр					
13.	Комбинаторные схемы	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.45-47
			Умеет	ИДЗ-15 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.45-47
			Владеет	КР-14 «Комбинаторные схемы» (ПР-2)	Вопросы зач.45-47
14.	Случайные события	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.48-55
			Умеет	ИДЗ-16 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.48-55
			Владеет	КР-15 «Случайные события» (ПР-2)	Вопросы зач.48-55
15.			Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.56-62

	Случайные величины	ОК-1, ОПК-5	Умеет	ИДЗ-17 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.56-62
			Владеет	КР-16 «Случайные величины» (ПР-2)	Вопросы зач.56-62
16.	Обработка данных	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Вопросы зач.62-69
			Умеет	ИДЗ-18 Проверка домашнего задания (УО-1)	Вопросы зач.62-69
			Владеет	Опрос знания теории (УО-1)	Вопросы зач.62-69
Четвертый семестр					
17.	Математическая логика	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 70-73
			Умеет	ИДЗ-19 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 70-73
			Владеет	КР-17 «Математическая логика» (ПР-2)	Экз. вопросы 70-73
18.	Теория графов	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 74-80
			Умеет	ИДЗ-20 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 74-80
			Владеет	КР-18 «Теория графов» (ПР-2)	Экз. вопросы 74-80

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

Векторная алгебра и аналитическая геометрия, введение в математический анализ

1. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М. : Мир и образование, 2011. -592 с. — Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>
2. Александров, П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / П.С. Александров. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 512 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=493
3. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.В. Беклемишев. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2008. — 307 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48199

4. Геворкян, П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / П.С. Геворкян. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2011. — 208 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48192
5. Миносцев, В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Б. Миносцев, В.Г. Зубков, В.А. Ляховский ; под ред. Миносцева В.Б. , Пушкарь Е.А.. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 544 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=30424
6. Высшая математика: Практикум / И.Г. Лурье, Т.П. Фунтикова. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 160 с.: 60x88 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9558-0281-7 - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=368074>

Теория вероятностей и математическая статистика.

7. Теория вероятностей: Учебное пособие / И.А. Палий. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 236 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-004940-3 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/225156>
8. Теория вероятностей [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по специальностям 080801 «Прикладная информатика (в информационной сфере)», 040201 «Социология» и направлению 080500 «Менеджмент» по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» / . — Электрон. текстовые данные. — Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2011. — 100 с. — 978-5-94839-368-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/56515.html>
9. Цахоева А.Ф. Теория вероятностей [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Ф. Цахоева, С.З. Алборова, А.М. Атаян. — Электрон. текстовые данные. — Владикавказ: Владикавказский институт управления, 2013. — 132 с. — 978-5-98161-075-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57842.html>
10. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. - 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. - 260 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514780> - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/514780>

11. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Мхитарян, Е. В. Астафьева, Ю. Н. Миронкина, Л. И. Трошин; под ред. В. С. Мхитаряна. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0106-0. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/451329>

Дискретная математика, четвертый семестр

12. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.М. Виноградов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46>
13. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 224 с.: 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0304-9 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/376152>
14. Дискретная математика / Н.П. Редькин. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 264 с.: 60x90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9221-1093-8, 700 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/208908>
15. Кузнецов В.П. Дискретная математика. – М.: Лань, 2009. – 400 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220 (Дата обращения 20.07.2015).
16. Редькин Н.П. Дискретная математика. – М.: Физматлит, 2009. – 264 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]: URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2293 (Дата обращения 20.07.2015).

Дополнительная литература:

1. Редькин, Н.П. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебник / Н.П. Редькин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 264 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2293>
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. том 2-й [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/411> .

3. Андреева И.Ю. Основы математического анализа. Функция нескольких переменных, дифференциальные уравнения, кратные интегралы [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Ю. Андреева, О.И. Вдовина, Н.В. Гредасов. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 99 с. — 978-5-7996-0999-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69869.html>
4. Высшая математика [Электронный ресурс] / С.Н. Дорофеев. - М.: ООО "Издательство "Мир и Образование", 2011. - 592 с.: ил. - (Полный конспект лекций). <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785946666220.html>
5. Малахов А.Н. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Малахов, Н.И. Максюков, В.А. Никишкин. — Электрон. текстовые данные. — М. : Евразийский открытый институт, 2009. — 396 с. — 978-5-374-00194-5. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10643.html>
6. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование [Электронный ресурс] : учебник / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4550>
7. Михеев, В.И. Высшая математика. Краткий курс [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Михеев, Ю.В. Павлюченко. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 196 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59530>
8. Гюнтер, Н.М. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.М. Гюнтер, Р.О. Кузьмин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2003. — 816 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/622>
9. Махмеджанов Н.М. Сборник заданий по высшей математике [Электронный ресурс] / Н.М. Махмеджанов. — Электрон. текстовые данные. — Алматы: Казахский национальный университет им. аль-Фараби, 2013. — 120 с. — 978-601-04-0284-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70414.html>
10. Петрушко, И.М. Сборник задач и типовых расчетов по высшей математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.М. Петрушко, А.И. Бараненков, Е.П. Богомолова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/310>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Учебники и другие книги по математике (EqWorld). [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> (Дата обращения 09.07.2015).
2. Учебники и другие книги по математике (каталог электронных ресурсов на сайте ДВФУ). [Электронный ресурс]: URL: <http://www.dvfu.ru/library> (Дата обращения 09.07.2015).
3. <http://window.edu.ru/resource/360/60360> Домнин Л.Н. Элементы теории графов: Учебное пособие. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2007. - 144 с.
4. <http://window.edu.ru/resource/379/65379> Булгакова И.Н., Федотенко Г.Ф. Дискретная математика. Элементы теории задачи и упражнения: Учебное пособие. Часть 1. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. - 61 с.
5. <http://window.edu.ru/resource/283/65283> Корнилов П.А., Никулина Н.И., Семенова О.Г. Элементы дискретной математики: Учебное пособие. - Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2005. - 91 с.
6. <http://window.edu.ru/resource/884/70884> Зыков А.А. Основы теории графов. - М: Вузовская книга, 2004. - 664 с. ISBN/ISSN:5-9502-0057-8
7. <http://window.edu.ru/resource/869/44869> Ерош И.Л., Сергеев М.Б., Соловьев Н.В. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов. - СПб.: ГУАП, 2005. - 142 с.

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

Для данного курса (четвертый семестр) создан ЭУК на интегрированной платформе электронного обучения Blackboard ДВФУ — идентификатора курса [FU50708-02.03.03-DM-01: Дискретная математика](#).

Из данного курса востребован разделы:

1. Конспект лекций.
2. Материалы для практических занятий.
3. Материалы для организации самостоятельной работы.
4. Контрольно-измерительные материалы.
– Microsoft Office Professional Plus 2010;

- офисный пакет, включающий программное обеспечение для работы с различными типами документов (текстами, электронными таблицами, базами данных и др.);
- 7Zip 9.20 - свободный файловый архиватор с высокой степенью сжатия данных;
- ABBYY FineReader 11 - программа для оптического распознавания символов;
- Adobe Acrobat XI Pro – пакет программ для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF;
- ESET Endpoint Security - комплексная защита рабочих станций на базе ОС Windows. Поддержка виртуализации + новые технологии;
- WinDjView 2.0.2 - программа для распознавания и просмотра файлов с одноименным форматом DJV и DjVu.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания для успешного освоения рассматриваемой дисциплины (как и любой другой) заключаются в следующем.

1. Стопроцентное (или близкое к нему) посещение лекционных и практических занятий.
2. Вести конспект лекций и практических занятий.
3. Своевременное (не откладывать и не собирать все в конец семестра) решение индивидуальных домашних заданий.
4. Посещение консультаций, в случае каких-либо сомнений в знании текущего материала.
5. Периодически (лучше перед предстоящими занятиями) пытаться читать лекционный материал (пересматривать практические занятия).

По данному курсу (третий семестр) издано учебное пособие:

Иванов Б.Н. Теория вероятностей и математическая статистика // Учебное пособие. Гриф ДВ РУМЦ. – Владивосток: Дальневосточный федеральный университет, 2016. – 224 с. (ISBN 978-5-7444-3844-9).

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:818781&theme=FEFU> (Дата обращения 01.02.2016)

Пособие в печатном виде в свободном доступе в библиотеке ДВФУ.

По данному курсу (четвертый семестр) издано учебное пособие:

Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU> (Дата обращения 01.02.2015).

Пособие в печатном виде в свободном доступе в библиотеке ДВФУ.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Необходима аудитория с доской достаточного размера, на которой можно писать маркером или мелом при чтении лекционного материала и проведения практических занятий.

Аудитория для практических занятий г. Владивосток, о. Русский, п. Аякс д.10, ауд. М627, площадь 64,8 м ²	Моноблок Lenovo C360G-i34164G500UDK 19.5" Intel Core i3-4160T 4GB DDR3-1600 SODIMM (1x4GB)500GB Windows Seven Enterprise - 17 штук; Проводная сеть ЛВС – Cisco 800 series; беспроводные ЛВС для обучающихся обеспечены системой на базе точек доступа 802.11a/b/g/n 2x2 MIMO(2SS).
Читальные залы Научной библиотеки ДВФУ с открытым доступом к фонду (корпус А - уровень 10)	Моноблок HP ProOne 400 All-in-One 19,5 (1600x900), Core i3-4150T, 4GB DDR3-1600 (1x4GB), 1TB HDD 7200 SATA, DVD+/-RW,GigEth,Wi-Fi,BT,usb kbd/mse,Win7Pro (64-bit)+Win8.1Pro(64-bit),1-1-1 Wty Скорость доступа в Интернет 500 Мбит/сек. Рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованы: портативными устройствами для чтения плоскопечатных текстов, сканирующими и читающими машинами видеоувеличителем с возможностью

	<p>регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками</p>
<p>Аудитория для самостоятельной работы студентов</p> <p>г. Владивосток, о. Русский п. Аякс д.10, Корпус 25.1, ауд. М621</p> <p>Площадь 44.5 м²</p>	<p>Моноблок Lenovo C360G-i34164G500UDK 19.5" Intel Core i3-4160T 4GB DDR3-1600 SODIMM (1x4GB)500GB Windows Seven Enterprise - 17 штук; Проводная сеть ЛВС – Cisco 800 series; беспроводные ЛВС для обучающихся обеспечены системой на базе точек доступа 802.11a/b/g/n 2x2 MIMO(2SS).</p>



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА БИОМЕДИЦИНЫ НАУК ДВФУ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**
по дисциплине «Высшая математика»
Направление подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика»
Форма подготовки очная

Владивосток

2016

В течение четырех семестров студенты выполняют двадцать индивидуальных заданий (ИДЗ) по различным разделам курса.

В первом семестре

1. Задание «Определители, матрицы, системы уравнений»
2. Задание «Векторная алгебра».
3. Задание «Плоскости и прямые»
4. Задание «Линии и поверхности»
5. Задание «Пределы числовых последовательностей»
6. Задание «Пределы функций»
7. Задание «Производные»
8. Задание «Исследование поведения функций»

Во втором семестре

9. Задание «Неопределенный интеграл»
10. Задание «Определенный интеграл, приложения»
11. Задание «Дифференциальные уравнения»
12. Задание «Числовые ряды»
13. Задание «Степенные ряды и приложения»
14. Задание «Ряды Фурье»

В третьем семестре

15. Задание «Комбинаторные схемы»
16. Задание «Случайные события»
17. Задание «Случайные величины»
18. Задание «Обработка данных»

В четвертом семестре

19. Задание «Математическая логика»
20. Задание «Теория графов»

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Сроки выполнения (номера учебных недель)	Вид самостоятельной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
Первый семестр				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	6	Экспресс-опрос
2.	1-18	Подготовка к контрольным работам	6	Проведение контрольных работ
3.	1-2	ИДЗ «Определители, матрицы, системы уравнений»	5	Защита ИДЗ
4.	3-4	ИДЗ «Векторная алгебра».	5	Защита ИДЗ
5.	5-6	ИДЗ «Плоскости и прямые»	5	Защита ИДЗ
6.	7-8	ИДЗ «Линии и поверхности»	6	Защита ИДЗ
7.	10-11	ИДЗ «Пределы числовых последовательностей»	5	Защита ИДЗ
8.	12-13	ИДЗ «Пределы функций»	5	Защита ИДЗ
9.	14-15	ИДЗ «Производные»	5	Защита ИДЗ
10.	17-18	ИДЗ «Исследование поведения функций»	6	Защита ИДЗ
Второй семестр				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	5	Экспресс-опрос
2.	1-18	Подготовка к контрольным работам	5	Проведение контрольных работ
3.	1-3	ИДЗ «Неопределенный интеграл»	4	Защита ИДЗ
4.	4-6	ИДЗ «Определенный интеграл, приложения»	4	Защита ИДЗ
5.	7-9	ИДЗ «Дифференциальные уравнения»	5	Защита ИДЗ
6.	10-12	ИДЗ «Числовые ряды, приложения»	4	Защита ИДЗ
7.	13-15	ИДЗ «Степенные ряды и приложения»	4	Защита ИДЗ
8.	16-18	ИДЗ «Ряды Фурье»	5	Защита ИДЗ
Третий семестр				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	3	Экспресс-опрос
2.	1-18	Подготовка к контрольным работам	3	Проведение контрольных работ
3.	1-4	ИДЗ «Комбинаторные схемы»	3	Защита ИДЗ
4.	5-9	ИДЗ «Случайные события»	3	Защита ИДЗ
5.	10-14	ИДЗ «Обработка данных»	3	Защита ИДЗ
6.	14-18	ИДЗ «Обработка данных»	3	Защита ИДЗ
Четвертый семестр				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	8	Экспресс-опрос
2.	1-18	Подготовка к контрольным работам	7	Проведение контрольных работ
3.	1-9	ИДЗ «Математическая логика»	15	Защита ИДЗ
4.	10-18	ИДЗ «Теория графов»	15	Защита ИДЗ
5.	Сессия	Подготовка к экзамену	45	Прием экзамена

Сроки выдача индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) привязываются ко времени изучения соответствующего материала на лекциях и практических занятиях. Решения типовых задач и упражнений ИДЗ рассматриваются на практических занятиях. Решенные задачи ИДЗ (любое их количество) сдаются на проверку. Сдавать можно повторно и многократно. Важно, чтобы решить все задачи, так как каждая из них соответствует знанию определенного материала курса.

Защита ИДЗ состоит в проверке самостоятельности решенных задач. С этой целью предлагается решить 1-3 типовые задачи равносильные задачам

ИДЗ (или объяснить способ, метод, прием и т.д., использованный для решения какой-либо из задач).

Решение ИДЗ и его защита оцениваются по двадцати-бальной шкале. Без защиты оценка за ИДЗ не выставляется. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл экзаменационной оценки в соответствующем семестре.

Критерии оценки

Решение задач ИДЗ и его защита оцениваются по сто-бальной шкале. Без защиты оценка за ИДЗ не выставляется. Количество баллов за ИДЗ выставляется пропорционально числу решенных и защищенных задач ИДЗ. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл оценки зачета/экзамена.

Приведенные ниже комплекты вариантов задач для самостоятельного решения охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения заданий необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.

Комплект индивидуальных домашних заданий 1

Тема: «Определители, матрицы, системы уравнений».

Вариант 1.

ИДЗ Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 1$$

2. Даны две матрицы А и В.
Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 2.

ИДЗ Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix} \quad i = 3, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.
Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_3 = -2. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 3.**ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 1$$

2. Даны две матрицы А и В.
Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 06. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 4.**ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix} \quad i = 1, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.
Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 = 6. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 5.**ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 4$$

2. Даны две матрицы А и В.
Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1, \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 6.**ИДЗ** Определители, матрицы, системы уравнений

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix} \quad i = 1, \quad j = 2$$

2. Даны две матрицы А и В.
Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 2

Тема: «Векторная алгебра».

Вариант 1.

ИДЗ Векторы, операции с векторами

- Даны векторы $\bar{\mathbf{a}} = \alpha\bar{\mathbf{m}} + \beta\bar{\mathbf{n}}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \gamma\bar{\mathbf{m}} + \delta\bar{\mathbf{n}}$,
где $|\bar{\mathbf{m}}| = k$, $|\bar{\mathbf{n}}| = l$, $(\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}) = \varphi$.
Найти: а) $(\lambda\bar{\mathbf{a}} + \mu\bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; б) $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; в) $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau\bar{\mathbf{b}}})$.
 $\alpha = -5$, $\beta = -4$, $\gamma = 3$, $\delta = 6$,
 $k = 3$, $l = 5$, $\varphi = 5\pi$,
 $\lambda = -2$, $\mu = 1/3$, $\nu = 1$, $\tau = 2$.
- По координатам точек A, B, C для указанных векторов найти: а) модуль вектора $\bar{\mathbf{a}}$; б) скалярное произведение векторов $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$; в) проекцию вектора $\bar{\mathbf{c}}$ на вектор $\bar{\mathbf{d}}$; г) координаты точки M , делящей отрезок l в отношении $\alpha : \beta$.
 $A(4, 6, 3)$, $B(-5, 2, 6)$, $C(4, -4, -3)$,
 $\bar{\mathbf{a}} = 4\overline{CB} - \overline{AC}$, $\bar{\mathbf{b}} = \overline{AB}$, $\bar{\mathbf{c}} = \overline{CB}$, $\bar{\mathbf{d}} = \overline{AC}$,
 $l = AB$, $\alpha = 5$, $\beta = 4$.
- Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\bar{\mathbf{d}}$ в этом базисе.
 $\bar{\mathbf{a}} = (5, 4, 1)$, $\bar{\mathbf{b}} = (-3, 5, 2)$, $\bar{\mathbf{c}} = (2, -1, 3)$, $\bar{\mathbf{d}} = (7, 23, 4)$.
- Даны векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверить, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.
 $\bar{\mathbf{a}} = 2\bar{\mathbf{i}} - 3\bar{\mathbf{j}} + \bar{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{j}} + 4\bar{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{c}} = 5\bar{\mathbf{i}} + 2\bar{\mathbf{j}} - 3\bar{\mathbf{k}}$;
а) $\bar{\mathbf{a}}, 3\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$; б) $3\bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{c}}$; в) $\bar{\mathbf{b}}, -4\bar{\mathbf{c}}$; г) $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}$; д) $\bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{b}}, 3\bar{\mathbf{c}}$.
- Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C, D . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды $ABCD$.
 $A(3, 4, 5)$, $B(1, 2, 1)$, $C(-2, -3, 6)$, $D(3, -6, -3)$;
а) ACD ; б) $l = AB$, C и D .

Вариант 2.

ИДЗ Векторы, операции с векторами

1. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}} = \alpha\bar{\mathbf{m}} + \beta\bar{\mathbf{n}}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \gamma\bar{\mathbf{m}} + \delta\bar{\mathbf{n}}$,

где $|\bar{\mathbf{m}}| = k$, $|\bar{\mathbf{n}}| = l$, $(\widehat{\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}}) = \varphi$.

Найти: а) $(\lambda\bar{\mathbf{a}} + \mu\bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; б) $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; в) $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau\bar{\mathbf{b}}})$.

$$\alpha = -2, \quad \beta = 3, \quad \gamma = 4, \quad \delta = -1,$$

$$k = 1, \quad l = 3, \quad \varphi = \pi,$$

$$\lambda = 3, \quad \mu = 2, \quad \nu = -2, \quad \tau = 4.$$

2. По координатам точек A, B, C для указанных векторов найти: а) модуль вектора $\bar{\mathbf{a}}$; б) скалярное произведение векторов $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$; в) проекцию вектора $\bar{\mathbf{c}}$ на вектор $\bar{\mathbf{d}}$; г) координаты точки M , делящей отрезок l в отношении $\alpha : \beta$.

$$A(4, 3, -2), \quad B(-3, -1, 4), \quad C(2, 2, 1),$$

$$\bar{\mathbf{a}} = -5\overline{AC} + 2\overline{CB}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \overline{AB}, \quad \bar{\mathbf{c}} = \overline{AC}, \quad \bar{\mathbf{d}} = \overline{CB},$$

$$l = BC, \quad \alpha = 2, \quad \beta = 3.$$

3. Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\bar{\mathbf{d}}$ в этом базисе.

$$\bar{\mathbf{a}} = (2, -1, 4), \quad \bar{\mathbf{b}} = (-3, 0, -2), \quad \bar{\mathbf{c}} = (4, 5, -3), \quad \bar{\mathbf{d}} = (0, 11, -14).$$

4. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

$$\bar{\mathbf{a}} = 3\bar{\mathbf{i}} + 4\bar{\mathbf{j}} + \bar{\mathbf{k}}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{i}} - 2\bar{\mathbf{j}} + 7\bar{\mathbf{k}}, \quad \bar{\mathbf{c}} = 3\bar{\mathbf{i}} - 6\bar{\mathbf{j}} + 21\bar{\mathbf{k}};$$

$$\text{а) } 5\bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{б) } 4\bar{\mathbf{b}}, 2\bar{\mathbf{c}}; \quad \text{в) } \bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{г) } \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{д) } 2\bar{\mathbf{a}}, -3\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}.$$

5. Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C, D . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды $ABCD$.

$$A(-7, -5, 6), \quad B(-2, 5, -3), \quad C(3, -2, 4), \quad D(1, 2, 2);$$

$$\text{а) } BCD; \quad \text{б) } l = CD, \quad A \text{ и } B.$$

Вариант 3.

ИДЗ Векторы, операции с векторами

1. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}} = \alpha\bar{\mathbf{m}} + \beta\bar{\mathbf{n}}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \gamma\bar{\mathbf{m}} + \delta\bar{\mathbf{n}}$,
где $|\bar{\mathbf{m}}| = k$, $|\bar{\mathbf{n}}| = l$, $(\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}) = \varphi$.

Найти: а) $(\lambda\bar{\mathbf{a}} + \mu\bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; б) $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; в) $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau\bar{\mathbf{b}}})$.

$$\alpha = 5, \quad \beta = -2, \quad \gamma = -3, \quad \delta = -1,$$

$$k = 4, \quad l = 5, \quad \varphi = 4\pi/3,$$

$$\lambda = 2, \quad \mu = 3, \quad \nu = -1, \quad \tau = 5.$$

2. По координатам точек A, B, C для указанных векторов найти: а) модуль вектора $\bar{\mathbf{a}}$; б) скалярное произведение векторов $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$; в) проекцию вектора $\bar{\mathbf{c}}$ на вектор $\bar{\mathbf{d}}$; г) координаты точки M , делящей отрезок l в отношении $\alpha : \beta$.

$$A(-2, -2, 4), \quad B(1, 3, -2), \quad C(1, 4, 2),$$

$$\bar{\mathbf{a}} = 2\overline{AC} - 3\overline{BA}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \overline{BC}, \quad \bar{\mathbf{c}} = \overline{BC}, \quad \bar{\mathbf{d}} = \overline{AC},$$

$$l = BA, \quad \alpha = 2, \quad \beta = 1.$$

3. Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\bar{\mathbf{d}}$ в этом базисе.

$$\bar{\mathbf{a}} = (-1, 1, 2), \quad \bar{\mathbf{b}} = (2, -3, -5), \quad \bar{\mathbf{c}} = (-6, 3, -1), \quad \bar{\mathbf{d}} = (28, -19, -7).$$

4. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

$$\bar{\mathbf{a}} = 2\bar{\mathbf{i}} - 4\bar{\mathbf{j}} - 2\bar{\mathbf{k}}, \quad \bar{\mathbf{b}} = 7\bar{\mathbf{i}} + 3\bar{\mathbf{j}}, \quad \bar{\mathbf{c}} = 3\bar{\mathbf{i}} + 5\bar{\mathbf{j}} - 7\bar{\mathbf{k}};$$

$$\text{а) } \bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{b}}, 3\bar{\mathbf{c}}; \quad \text{б) } 3\bar{\mathbf{a}}, -7\bar{\mathbf{b}}; \quad \text{в) } -2\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{г) } \bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}; \quad \text{д) } 3\bar{\mathbf{a}}, 2\bar{\mathbf{b}}, 3\bar{\mathbf{c}}.$$

5. Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C, D . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды $ABCD$.

$$A(1, 3, 1), \quad B(-1, 4, 6), \quad C(-2, -3, 4), \quad D(2, 4, -4);$$

$$\text{а) } ACD; \quad \text{б) } l = BC, \quad A \text{ и } D.$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 3

Тема: «Плоскости и прямые»

Вариант 1.

ИДЗ Плоскости и прямые

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, $A_4(x_4, y_4, z_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(3, 1, 4)$, $A_2(-1, 6, 1)$, $A_3(-1, 1, 6)$, $A_4(0, 4, -1)$.
2. Найти величины отрезков, отсекаемых на осях координат плоскостью, проходящей через точку $M(-2, 7, 3)$ параллельно плоскости $x - 4y + 5z - 1 = 0$.
3. Доказать параллельность прямых $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ и $x - 2y + 2z - 8 = 0$, $x + 6z - 6 = 0$.
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(-2, 4)$, $B(3, 1)$, $C(10, 7)$.
5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x - 2y - 7 = 0$ и $x + 3y - 6 = 0$ и отсекающей на оси абсцисс отрезок, равный 3.

Вариант 2.

ИДЗ Плоскости и прямые

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, $A_4(x_4, y_4, z_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(3, -1, 2)$, $A_2(-1, 0, 1)$, $A_3(1, 7, 3)$, $A_4(8, 5, 8)$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через M_1M_2 перпендикулярно к этому отрезку, если $M_1(1, 5, 6)$, $M_2(-1, 7, 10)$.
3. Доказать, что прямая $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x + y - z = 0$, а прямая $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{3}$ лежит в этой плоскости.
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(-3, -2)$, $B(14, 4)$, $C(6, 8)$.
5. Найти проекцию точки $A(-8, 12)$ на прямую, проходящую через точки $B(2, -3)$ и $C(-5, 1)$.

Вариант 3.

ИДЗ Плоскости и прямые

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, $A_4(x_4, y_4, z_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(3, 5, 4)$, $A_2(5, 8, 3)$, $A_3(1, 2, -2)$, $A_4(-1, 0, 2)$.
2. Найти расстояние от точки $M(2, 0, -0.5)$ до плоскости $4x - 4y_2z + 17 = 0$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1, -3, 3)$ и образующей с осями координат углы, соответственно равные 60° , 45° , 120° .
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(1, 7)$, $B(-3, -1)$, $C(11, -3)$.
5. Даны две вершины треугольника ABC : $A(-4, 4)$, $B(4, -12)$ и точка $M(4, 2)$ пересечения его высот. Найти вершину C .

Комплект индивидуальных домашних заданий 4

Тема: «Линии и поверхности»

Вариант 1.

ИДЗ Линии и поверхности

- Составить канонические уравнения:
а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.
 A, B — точки, лежащие на прямой,
 F — фокус,
 a — большая (действительная) полуось,
 b — малая (мнимая) полуось,
 ε — эксцентриситет,
 $y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,
 D — директриса кривой,
 $2c$ — фокусное расстояние.

а) $b = 15, F(-10, 0)$;
б) $a = 13, \varepsilon = 14/13$;
в) $D : x = -4$.
- Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.
$$\rho = 2 \sin 4\varphi$$

Вариант 2.

ИДЗ Линии и поверхности

- Составить канонические уравнения:
а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.
 A, B — точки, лежащие на прямой,
 F — фокус,
 a — большая (действительная) полуось,
 b — малая (мнимая) полуось,
 ε — эксцентриситет,
 $y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,
 D — директриса кривой,
 $2c$ — фокусное расстояние.

а) $b = 2, F(4\sqrt{2}, 0)$;
б) $a = 7, \varepsilon = \sqrt{85}/7$;
в) $D : x = 5$.
- Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.
$$\rho = 2(1 - \sin 2\varphi).$$

Вариант 3.

ИДЗ Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $A(3, 0), B(2, \sqrt{5}/3)$;

б) $k = 3/4, \varepsilon = 5/4$;

в) $D : y = -2$.

2. Построить кривую, заданную уравнением
в полярной системе координат.

$$\rho = 2 \sin 2\varphi$$

Вариант 4.

ИДЗ Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $\varepsilon = \sqrt{21}/5, A(-5, 0)$;

б) $A(\sqrt{80}, 3), B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$;

в) $D : y = 1$.

2. Построить кривую, заданную уравнением
в полярной системе координат.

$$\rho = 3 \sin 6\varphi$$

Вариант 5.

ИДЗ Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $2a = 22, \quad \varepsilon = \sqrt{57/11}$;

б) $k = 2/3, \quad 2c = 10\sqrt{13}$;

в) ось симметрии Ox и $A(27, 9)$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 2/(1 + \cos \varphi)$$

Вариант 6.

ИДЗ Линии и поверхности

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $b = \sqrt{15}, \quad \varepsilon = \sqrt{10/25}$;

б) $k = 3/4, \quad 2a = 16$;

в) ось симметрии Ox и $A(4, -8)$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 3(1 + \sin \varphi)$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 5

Тема: «Пределы числовых последовательностей»

Вариант 1.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{2 - 2n}{3 + 4n}, \quad a = -\frac{1}{2}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^3}{(n + 1)^2 - (n + 1)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6} + n^3 + 1 - 5n}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$

Вариант 2.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{2n + 3}{n + 5}, \quad a = 2$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 1)^3 + (n + 2)^3}{(n + 4)^3 + (n + 5)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n - 3}{10n - 1} \right)^{5n}$

Вариант 3.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{2n+1}{3n-5}, \quad a = \frac{2}{3}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11 + n^2}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[3]{5 + n^3} - \sqrt[3]{3 + n^3})$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n$

Вариант 4.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{5n+15}{6-n}, \quad a = -5$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (13+n)^4}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} + \sqrt{n-2}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right)$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^2}$

Вариант 5.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{3n^2}{2 - n^2}, \quad a = -3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^4 - (2 - n)^4}{(1 - n)^3 - (1 + n)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n + 1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt[3]{5 + 8n^3} - 2n)$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 21n - 7}{2n^2 + 18n + 9} \right)^{2n+1}$

Вариант 6.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{3n^2}{n^2 - 1}, \quad a = 3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 + (3n + 2)^3}{(2n + 3)^3 - (n - 7)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n - 4}}{\sqrt[6]{n^6 + 6} - \sqrt{n - 6}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n(n + 2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right)$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}$

Комплект индивидуальных домашних заданий 6

Тема: «Пределы функций»

Вариант 1.

Пределы функций — ИДЗ

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 4}{x + 8} \right)^{-3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + x^3))^{3/(x^2 \arcsin x)}$$

Вариант 2.

Пределы функций — ИДЗ

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 - x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 4}$$
- $$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x + 12} - \sqrt{4 - x}}{x^2 + 2x - 8}$$
- $$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x + 1} \right)^{2x - 3}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^3 - 5x^2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{1/x}$$

Вариант 3.*Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
-), что

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 3}{x^4 + 2x^2 - 1}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x + 10} - \sqrt{4 - x}}{2x^2 - x - 21}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1 + 2x} \right)^{-4x}$$

8.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$

10.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 2x}$$

11.
$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$$

12.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x^{2x}}{1 + x^{3x}} \right)^{1/x^2}$$

Вариант 4.*Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
-), что

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x + 2}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2 - x} - \sqrt{x + 6}}{x^2 - x - 6}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 1}{x} \right)^{2 - 3x}$$

8.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$$

10.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x^3 + 27x}$$

11.
$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$$

12.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 3^{\arctg^2 \sqrt{x}} \right)^{2/\sin x}$$

Вариант 5.*Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
-), что

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 + x - 1}{x + 1/2} = -5$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x + 128}{5x^3 + 15x^2 - x - 1}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + 2x} - \sqrt{x + 4}}{3x^2 - 4x + 1}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 5}{2x + 1} \right)^{5x}$$

8.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2 + x))}$$

10.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{2x^2 - 3x}$$

11.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos 3\pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$$

12.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos \alpha x}{1 + \sin x \cos \beta x} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$$

Вариант 6.*Пределы функций — ИДЗ*

1. Доказать (найти
- $\delta(\varepsilon)$
-), что

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5$$

2. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 + x - x^2}{x^3 - 27}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 5x - 1}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x} \right)^{-5x}$$

8.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$$

9. Применить эквивалентности

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x + 1)/2)}$$

10.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{2x}$$

11.
$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$$

12.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{1/\sin^2 3x}$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 7

Тема: «Производные»

Вариант 1.

Найти производные функций – ИДЗ

1. Найти производную y'_x

$$y = \frac{8}{x^3} + \frac{3}{x} - 4\sqrt{x^3} + 2x^7$$

2. $y = \sqrt[4]{(x-1)^5} + \frac{4}{7x^2 - 3x + 2}$

3. $y = \sin^2 3x \cdot \operatorname{arccctg} 3x^5$

4. $y = \frac{\operatorname{ctg} \sqrt{x-2}}{\ln(3x+5)}$

5. $y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x}$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции

$$\operatorname{tg} y = 7y - 5x$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции

$$\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t \end{cases}$$

Вариант 2.

Найти производные функций – ИДЗ

1. Найти производную y'_x

$$y = 8x - \frac{5}{x^4} + \frac{1}{x} - \sqrt[5]{x^4}$$

2. $y = \sqrt{5x^2 - 4x + 3} + \frac{3}{(x-4)^7}$

3. $y = \cos \sqrt[5]{x} \cdot \operatorname{arctg} x^4$

4. $y = \frac{\operatorname{tg}^3 2x}{\ln(5x+1)}$

5. $y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции

$$\operatorname{tg} = 6y - xy$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции

$$\begin{cases} x = (2t+3) \cos t, \\ y = 3t \end{cases}$$

Вариант 3.

Найти производные функций — ИДЗ

1. Найти производную y'_x

$$y = 8x^3 - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^4} + \sqrt[7]{x^2}$$

2. $y = \sqrt[7]{-7x^2 - 5x + 3} + \frac{3}{(x+2)^5}$

3. $y = e^{-\sin x} \cdot \operatorname{tg} 7x^6$

4. $y = \frac{\cos^2 x}{\ln(x^2 - 2x + 1)}$

5. $y = (\operatorname{cth}(1/x))^{\operatorname{arcsin} 7x}$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции

$$x^2 y^2 = x + y \ln y$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции

$$\begin{cases} x = e^{2t}, \\ y = e^{4t} \end{cases}$$

Вариант 4.

Найти производные функций — ИДЗ

1. Найти производную y'_x

$$y = 3x^5 - \frac{3}{x} - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$$

2. $y = \sqrt{(x+1)^5} - \frac{3}{1+4x-3x^2}$

3. $y = \arccos^2 4x \cdot \ln(x-3)$

4. $y = \frac{\ln(x+2)}{\sin 2x^5}$

5. $y = (\operatorname{ctg} 2x)^{\sin \sqrt{x}}$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции

$$y^2 = (x-y)/(x+y)$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$$

Вариант 5.

Найти производные функций – ИДЗ

1. Найти производную y'_x
$$y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^3}$$

2.
$$y = \sqrt[5]{(x+4)^6} - \frac{2}{2x^2 - 3x + 7}$$

3.
$$y = \operatorname{ctg}^7 x \cdot \arccos 2x^3$$

4.
$$y = \frac{\ln(4x+5)}{2\operatorname{ctg} \sqrt{x}}$$

5.
$$y = (\sin 3x)^{\arccos x}$$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
$$\operatorname{ctg}^2(x+y) = 5x$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = 1/(1+t), \\ y = (t/(1+t))^2 \end{cases}$$

Вариант 6.

Найти производные функций – ИДЗ

1. Найти производную y'_x
$$y = \sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^5} - 5x^3$$

2.
$$y = \sqrt{2x^2 - 5x + 8} - \frac{7}{(x+2)^5} \cdot 2$$

3.
$$y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \arccos 2x^3$$

4.
$$y = \frac{\sin^3(4x+3)}{\ln(7x+1)}$$

5.
$$y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arcctg} 2x}$$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
$$3y = 7e^y + xy^5$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t \end{cases}$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 8

Тема: «Исследование поведения функций»

ИДЗ Вариант 1.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x^5}{x^4 - 1}$$

$$2. y = \frac{12x}{9 + x^2}$$

$$3. y = \frac{4x}{4 + x^2}$$

$$4. y = (3 - x)e^{x-2}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + x^2 - 3x - 1}{2x^2 - 2}$$

ИДЗ Вариант 2.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{(x - 2)^2}{x + 1}$$

$$2. y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$$

$$3. y = x^2 - 2 \ln x$$

$$4. y = \ln \frac{x}{x - 2} + 1$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}$$

ИДЗ Вариант 3.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$2. y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$$

$$3. y = \frac{2x^2 + 4x + 2}{2 - x}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$$

ИДЗ Вариант 4.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x^4 + 3}{x}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$$

$$3. y = x^2 e^{-x^2/2}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}$$

ИДЗ Вариант 5.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x}{4 - x^2}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

$$3. y = \frac{(1 - x)^3}{(x - 2)^2}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 9}{4x + 8}$$

ИДЗ Вариант 6.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x + 1}{(x - 1)^2}$$

$$2. y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$$

$$3. y = e^{1/(2-x)}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}$$

ИДЗ Вариант 7.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \ln(x^2 + 1)$

2. $y = \frac{3x - 2}{x^3}$

3. $y = x^2 e^{1/x}$

4. $y = -(2x + 3)e^{2(x+2)}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$$

ИДЗ Вариант 8.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$

2. $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$

3. $y = \frac{x^3}{9 - x^3}$

4. $y = (2x - 1)e^{2(1-x)}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + 3x^3 - 2x - 2}{2 - 3x^2}$$

ИДЗ Вариант 9.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = x \ln x$

2. $y = \frac{4(x + 1)^2}{x^2 + 2x + 4}$

3. $y = x + \ln(x^2 - 4)$

4. $y = \ln \frac{x + 6}{x} - 1$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{3x^2 - 7}{2x + 1}$$

ИДЗ Вариант 10.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = x^2 - 2 \ln x$

2. $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$

3. $y = x e^{1/x}$

4. $y = (4 - x)e^{x-3}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$$

ИДЗ Вариант 11.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}$

2. $y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$

3. $y = \frac{2 + x}{(x + 1)^2}$

4. $y = -\frac{e^{-2(x+2)}}{2(x + 2)}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}}$$

ИДЗ Вариант 12.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \frac{1}{3} \sqrt[3]{x^2}(x - 5)$

2. $y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$

3. $y = x^3 e^{x+1}$

4. $y = \frac{e^{x-3}}{x - 3}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 9x - 3}{2x^2 - 3}$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 9

Тема: «Неопределенный интеграл»

Вариант 1.

Неопределенный интеграл — ИДЗ

$$1. \int \left(x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} + \frac{2}{x} \right) dx$$

$$2. \int \sqrt[3]{5-2x} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{5-2x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{3-4x^2}}$$

$$5. \int \frac{x dx}{5x^2+1}$$

$$6. \int \sin^3 4x \cos 4x dx$$

$$7. \int \frac{5-x}{2+x^2} dx$$

$$8. \int \frac{2x^2+5}{x-7} dx$$

$$9. \int \cos 7x \sin^3 7x dx$$

$$10. \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx$$

$$11. \int x^2 \cos^2 x dx$$

$$12. \int \frac{x+2}{x^3+x^2} dx$$

$$13. \int \frac{dx}{5+4 \sin x}$$

$$14. \int \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x}-1} dx$$

Вариант 2.

Неопределенный интеграл — ИДЗ

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{x}-3x^5+12}{\sqrt{x}} dx$$

$$2. \int \sqrt[4]{8+x} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{5+4x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{3-5x^2}}$$

$$5. \int \frac{x dx}{\sqrt{5-3x^2}}$$

$$6. \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x+1}} dx$$

$$7. \int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2-6}} dx$$

$$8. \int \frac{x^3+3x+1}{2+x^2} dx$$

$$9. \int \cos 2x \cos 2x dx$$

$$10. \int \frac{\ln x \ln(\ln x)}{x} dx$$

$$11. \int (x^2+x)e^x dx$$

$$12. \int \frac{dx}{x^3+x^2}$$

$$13. \int \frac{dx}{4 \sin x - 6 \cos x}$$

$$14. \int \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt[3]{x}+1)\sqrt{x}} dx$$

Вариант 3.*Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1. $\int \left(2x^3 - 3\sqrt[5]{x} + \frac{5}{x} \right) dx$

2. $\int \sqrt[4]{7+2x} dx$

3. $\int \frac{dx}{8+5x}$

4. $\int \frac{dx}{8x^2-9}$

5. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-3x^2}}$

6. $\int \sin^4 2x \cos 2x dx$

7. $\int \frac{1+3x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

8. $\int \frac{x^3-3}{x+5} dx$

9. $\int \cos 2x \cos 5x dx$

10. $\int \ln^2 x dx$

11. $\int (x^2+1)e^{-x} dx$

12. $\int \frac{4x}{(x^2-1)(x+1)} dx$

13. $\int \frac{dx}{5+\sin x+3\cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt{x}}{3x+\sqrt[3]{x^2}} dx$

Вариант 4.*Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1. $\int \left(\frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}$

3. $\int \frac{dx}{2-3x}$

4. $\int \frac{dx}{4x^2+3}$

5. $\int \frac{4x dx}{\sqrt{3-4x^2}}$

6. $\int \frac{\cos x}{3-\sin x} dx$

7. $\int \frac{5x-1}{\sqrt{x^2-3}} dx$

8. $\int \frac{x^3+1}{x^2+1} dx$

9. $\int \cos^{-3} 2x \sin 2x dx$

10. $\int \ln(x+\sqrt{1+x^2}) dx$

11. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$

12. $\int \frac{6x-2x^2-1}{x^3-2x^2+x} dx$

13. $\int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{2x+1}} dx$

Вариант 5.*Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1. $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2}x} dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x)^3}}$

3. $\int \frac{dx}{3x-2}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-9}}$

5. $\int \frac{x dx}{3x^2+8}$

6. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$

7. $\int \frac{x-5}{3-2x^2} dx$

8. $\int \frac{x^5}{1-x^3} dx$

9. $\int \sin 5x \cos^3 5x dx$

10. $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$

11. $\int (x^2+x)e^{-x} dx$

12. $\int \frac{x^3-4x+5}{(x^2-1)(x-1)} dx$

13. $\int \frac{dx}{10 \sin x + 5 \cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1} dx$

Вариант 6.*Неопределенный интеграл – ИДЗ*

1. $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}$

3. $\int \frac{dx}{4-7x}$

4. $\int \frac{dx}{9x^2+3}$

5. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{5x^2-3}}$

6. $\int \sin^4 2x \cos 2x dx$

7. $\int \frac{2-3x}{x^2+2} dx$

8. $\int \frac{x^4+2}{x^2-4} dx$

9. $\int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$

10. $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$

11. $\int x \operatorname{arctg} 2 dx$

12. $\int \frac{3x^2+1}{(x-1)(x^2-1)} dx$

13. $\int \frac{dx}{3 - \sin x + 2 \cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt[6]{x-1}}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}} dx$

Комплект индивидуальных домашних заданий 10

Тема: «Определенный интеграл, приложения»

Вариант 1.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

- $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$
- $\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$
- Площадь замкнутой фигуры
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
- Вычислить длину дуги
 $y^2 = (x+1)^3$, отсеченной прямой $x = 4$
- Вычислить объём тела вращения вокруг оси
 $x^2/16 + y^2/1 = 1, Ox$
- Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси
 $y = x^2/2$, отсеченной прямой $y = 3/2, Oy$
- Вычислить несобственные интегралы
 $\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx$
- $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$

Вариант 2.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

- $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$
- $\int_2^3 x \ln(x-1) dx$
- Площадь замкнутой фигуры
 $\rho = 4 \cos 3\varphi$
- Вычислить длину дуги
 $y^2 = (x-1)^3$ от точки $A(2, -1)$ до точки $B(5, -8)$
- Вычислить объём тела вращения вокруг оси
 $x = \sqrt{3} \cos t, y = 2 \sin t, Oy$
- Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси
 $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi, Ox$
- Вычислить несобственные интегралы
 $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}$
- $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

Вариант 3.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$
2. $\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
4. Вычислить длину дуги
 $\rho = 3(1 - \cos \varphi)$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $y = x^2, 8x = y^2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси
 $x^2 = y + 4, \text{отсеченной прямой } x = 2, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_1^{\infty} \frac{4 dx}{x(1 + \ln^2 x)}$
8. $\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$

Вариант 4.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$
2. $\int_1^e x \ln^2 x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y^2 = x^3, x = 0, y = 4$
4. Вычислить длину дуги
 $\rho = 2 \cos \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $x = 3 \cos^2 t, y = 4 \sin^2 t, 0 \leq t \leq \pi/2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси
 $\rho = 2 \cos \varphi, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8. $\int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9} x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}$

Вариант 5.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2. $\int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y = 1/(1+x^2), y = x^2/2$
4. Вычислить длину дуги
 $\rho = 5 \sin \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $x^3 = (y-1)^2, x = 0, y = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси
 $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_{-1}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4x + 5}$
8. $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$

Вариант 6.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$
2. $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$
4. Вычислить длину дуги
 $x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, 0 \leq t \leq \pi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения кривой вокруг оси
 $x = 3 \cos^3 t, y = 3 \sin^3 t, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8. $\int_1^2 \frac{x dx}{\ln 2 \sqrt{(x^2-1)^3}}$

Комплект индивидуальных домашних заданий 11

Тема: «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ
 $\sin y \cos x \, dy = \cos y \sin x \, dx$
2. Найти общее решение ДУ
 $(xy + x^3y)y' = 1 + y^2$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $(y^2 - 2xy) \, dx + x^2 \, dy = 0$
4. Решить линейное ДУ
 $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли
 $(x + 1)(y' + y^2) = -y$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $y'' + 2xy' = 0$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $y'' - 4y' + 4y = 0$
 $y'' - 5y' + 4y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' + 5y' = -105 \sin 3x + 39 \cos 3x$
 $y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x, \, y(0) = 0, \, y'(0) = 6$
9. Решить систему однородных ЛДУ
$$\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$$

Вариант 2.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ
 $3y^{2-x^2} = yy'/x$
2. Найти общее решение ДУ
 $\sqrt{1-y^2} \, dx + y\sqrt{1-x^2} \, dy = 0$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $(2x - y) \, dx + (x + y) \, dy = 0$
4. Решить линейное ДУ
 $y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \operatorname{ctg} x, \, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли
 $y' + 2y = y^2 e^x$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $x^2 y'' + xy' = 1$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $y'' + 5y = 0$
 $y'' + 6y' + 8y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' + 16y = 8 \cos 4x$
 $y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}, \, y(0) = 0, \, y'(0) = 2$
9. Решить систему однородных ЛДУ
$$\begin{cases} x' = -2x, \\ y' = y \end{cases}$$

Вариант 3.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ
 $(\sin(2x+y) + \sin(2x-y))y' = \frac{1}{\sin y}$
2. Найти общее решение ДУ
 $xy' - y = y^2$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $xy' = y \cos \ln(y/x)$
4. Решить линейное ДУ
 $y = x(y' - x \cos x), y(\pi/2) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли
 $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $y'' x \ln x = 2y'$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $6y'' + 7y' - 3y = 0$
 $y'' + 16y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' - 3y' + 2y = 19 \sin x + 3 \cos x$
 $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, y(0) = 2, y'(0) = 3$
9. Решить систему однородных ЛДУ
$$\begin{cases} x' = 4x - 8y, \\ y' = -8x + 4y \end{cases}$$

Вариант 4.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ
 $y' + \sin(x+y) = \sin(x-y)$
2. Найти общее решение ДУ
 $(x^2 - 1)y' - xy = 0$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$
4. Решить линейное ДУ
 $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли
 $xy' - 2\sqrt{x^3} \cdot y = y$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $2x^2 y'' y' = y'^2 - 4$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $y'' - y' - 2y = 0$
 $y'' + 4y' + 4y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' + 9y = 9x^4 + 12x^2 - 27$
 $y'' - 9y' + 18y = 26 \cos x - 8 \sin x, y(0) = 0, y'(0) = 2$
9. Решить систему однородных ЛДУ
$$\begin{cases} x' = 2x + 8y, \\ y' = x + 4y \end{cases}$$

Вариант 5.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ
 $e^{x+3y} dy = x dx$
2. Найти общее решение ДУ
 $(y+1)y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} + xy$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$
4. Решить линейное ДУ
 $xy' + y = \sin x, y(\pi/2) = 2/\pi$
5. Решить уравнение Бернулли
 $x dx = (x^2/y - y^2) dy$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $(1+x^2)y'' = 2xy'$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $y'' - 3y' + 2y = 0$
 $y'' - 4y' = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x$
 $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8, y(0) = 1, y'(0) = 3$
9. Решить систему однородных ЛДУ
$$\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$$

Вариант 6.

Дифференциальные уравнения — ИДЗ

1. Найти общее решение ДУ
 $y' = (2y+1) \operatorname{tg} x$
2. Найти общее решение ДУ
 $y' - xy^2 = 2xy$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $(x-y)y dx - x^2 dy = 0$
4. Решить линейное ДУ
 $x^2 y' = 2xy + 3, y(1) = -1$
5. Решить уравнение Бернулли
 $x(x-1)y' + y^3 = xy$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $xy'' = y'$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $2y'' + 3y' + y = 0$
 $y'' - 6y' + 9y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x$
 $y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3, y(0) = -1, y'(0) = 14$
9. Решить систему однородных ЛДУ
$$\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 12

Тема: «Числовые ряды»

Вариант 1.

Сходимость числовых рядов — ИДЗ

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (6n - 5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n + 1)}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 4n + 5}{6n^2 - 3n - 1} \right)^{n^2}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}$

Вариант 2.

Сходимость числовых рядов — ИДЗ

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+3)}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)3^n}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{12^n}$

Вариант 3.*Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 - n + 1}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)!}$

Вариант 4.*Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 5}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n3}}{\ln(n+1)}$$

6. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

Вариант 5.*Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{24^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+3)}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n-1}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{6n}$

Вариант 6.*Сходимость числовых рядов — ИДЗ*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^{2n}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+5)}{3^n}$$

6. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

Комплект индивидуальных домашних заданий 13

Тема: «Степенные ряды и приложения»

Вариант 1.

Степенные ряды и приложения — ИДЗ

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lg x)^n$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln(1+1/n)}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n$$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в точке x_0 и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}, \quad x_0 = 2$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = 2x^2 - xy, \quad y(0) = 0$

Вариант 2.

Степенные ряды и приложения — ИДЗ

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{(n+1) \ln(n+1)}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = x^3 \operatorname{arctg} x$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = x - 2y^2, \quad y(0) = 0,5$

Вариант 3.*Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+2}}{n+1} (x-2)^n$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n}$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \operatorname{ch}(2x^3)$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 \operatorname{arctg}(\sqrt{x}/2) dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = x^2 - y^2, \quad y(0) = 1/2$$

Вариант 4.*Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n}$$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (2-x)^n \sin \frac{\pi}{2^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^2}$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = x \cos \sqrt{x}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2/4} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = xy + x^2 + y^2, \quad y(0) = 1$$

Вариант 5.*Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2} x^n}{(n+1)!}$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{2}{1-3x^2}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 \sin x^2 dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = x^3 + y^3, \quad y(0) = 1/2$

Вариант 6.*Степенные ряды и приложения — ИДЗ*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{2n-1}$$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n^2} (x+2)^{n^2}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n^n}$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в точке x_0 и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}, \quad x_0 = 1$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \frac{1}{1+x^2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = x^2 y^2 + y \sin x, \quad y(0) = 1/2$

Комплект индивидуальных домашних заданий 14

Тема: «Ряды Фурье»

Вариант 1.

Разложить в ряд Фурье — ИДЗ

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2\pi$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$
Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 6x - 5, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0, \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = e^{4x}$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ в интервале длины $2L$ с периодом $T = 2L$.
Построить график.

$$f(x) = 3 - x, \quad -2 < x < 2, \quad L = 2$$

Вариант 2.

Разложить в ряд Фурье — ИДЗ

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2\pi$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$
Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3x - 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0, \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = e^{-x}$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ в интервале длины $2L$ с периодом $T = 2L$.
Построить график.

$$f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad L = 1$$

Вариант 3.

Разложить в ряд Фурье — ИДЗ

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2\pi$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/5 - 2, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0, \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = \operatorname{sh}(x/5)$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ в интервале длины $2L$ с периодом $T = 2L$.

Построить график.

$$f(x) = 2x, \quad -1 < x < 1, \quad L = 1$$

Вариант 4.

Разложить в ряд Фурье — ИДЗ

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2\pi$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0, \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = x^2 + 1$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ в интервале длины $2L$ с периодом $T = 2L$.

Построить график.

$$f(x) = 3 - |x|, \quad -5 < x < 5, \quad L = 5$$

Вариант 5.

Разложить в ряд Фурье — ИДЗ

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2\pi$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4 - 2x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0, \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = (2x - 1)^2$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ в интервале длины $2L$ с периодом $T = 2L$.

Построить график.

$$f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad L = 1$$

Вариант 6.

Разложить в ряд Фурье — ИДЗ

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2\pi$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$

Построить график.

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0, \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом. Построить график.

$$f(x) = e^{-2x/3}$$

3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ в интервале длины $2L$ с периодом $T = 2L$.

Построить график.

$$f(x) = 3 - x, \quad -2 < x < 2, \quad L = 2$$

Комплект индивидуальных домашних заданий 15

Тема: «Комбинаторные схемы»

- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1. | 3 | 7 | 8 | 12 | 16 | 18 | 22 | 24 | 25 | 33 | 36 | 40 | 42 | 44 | 48 | 53 | 57 | 59 | 62 | 64 | 67 | 72 | 75 | 79 | 81 | 89 | 90 | 94 | 95 | 98 | 103 | 107 | 109 | 111 | 113 | 114 |
| 2. | 5 | 8 | 10 | 13 | 18 | 19 | 28 | 29 | 30 | 32 | 37 | 40 | 44 | 45 | 49 | 51 | 55 | 59 | 61 | 62 | 65 | 74 | 77 | 80 | 82 | 88 | 89 | 91 | 97 | 100 | 106 | 109 | 110 | 112 | 113 | 116 |
| 3. | 1 | 6 | 9 | 14 | 15 | 20 | 24 | 25 | 27 | 34 | 35 | 39 | 41 | 43 | 48 | 54 | 56 | 60 | 64 | 66 | 67 | 72 | 73 | 79 | 83 | 84 | 86 | 92 | 95 | 96 | 101 | 102 | 104 | 114 | 115 | 118 |
| 4. | 3 | 5 | 7 | 11 | 12 | 20 | 22 | 27 | 29 | 31 | 32 | 36 | 43 | 49 | 50 | 52 | 56 | 57 | 61 | 65 | 66 | 71 | 73 | 76 | 86 | 87 | 89 | 91 | 94 | 100 | 108 | 109 | 110 | 114 | 115 | 117 |
| 5. | 3 | 4 | 7 | 11 | 16 | 17 | 21 | 23 | 26 | 31 | 33 | 36 | 42 | 46 | 47 | 53 | 57 | 58 | 63 | 68 | 69 | 75 | 76 | 78 | 85 | 87 | 90 | 93 | 94 | 99 | 103 | 107 | 108 | 111 | 117 | 119 |
| 6. | 2 | 8 | 9 | 13 | 14 | 19 | 23 | 24 | 28 | 33 | 38 | 39 | 45 | 46 | 48 | 51 | 55 | 60 | 62 | 67 | 69 | 72 | 74 | 77 | 81 | 84 | 88 | 92 | 98 | 99 | 102 | 105 | 107 | 116 | 119 | 120 |
| 7. | 4 | 6 | 10 | 15 | 17 | 18 | 21 | 25 | 30 | 34 | 35 | 40 | 42 | 44 | 47 | 53 | 54 | 58 | 64 | 68 | 70 | 78 | 79 | 80 | 82 | 83 | 90 | 93 | 95 | 96 | 103 | 104 | 106 | 111 | 112 | 118 |
| 8. | 2 | 3 | 10 | 16 | 17 | 19 | 21 | 25 | 26 | 31 | 38 | 39 | 44 | 49 | 50 | 55 | 58 | 60 | 63 | 66 | 70 | 71 | 74 | 77 | 86 | 87 | 90 | 95 | 98 | 99 | 102 | 106 | 109 | 114 | 116 | 117 |
| 9. | 1 | 4 | 7 | 11 | 12 | 18 | 23 | 29 | 30 | 33 | 34 | 40 | 43 | 45 | 48 | 51 | 57 | 59 | 62 | 65 | 68 | 75 | 76 | 80 | 81 | 83 | 88 | 92 | 93 | 94 | 101 | 107 | 108 | 112 | 113 | 119 |
| 10. | 1 | 5 | 8 | 11 | 14 | 20 | 21 | 23 | 27 | 31 | 34 | 37 | 43 | 49 | 50 | 51 | 55 | 60 | 65 | 67 | 69 | 75 | 76 | 77 | 81 | 87 | 88 | 93 | 96 | 99 | 105 | 107 | 109 | 112 | 114 | 117 |
| 11. | 3 | 5 | 7 | 11 | 12 | 20 | 22 | 27 | 29 | 31 | 32 | 36 | 43 | 49 | 50 | 52 | 56 | 57 | 61 | 65 | 66 | 71 | 73 | 76 | 86 | 87 | 89 | 91 | 94 | 100 | 108 | 109 | 110 | 114 | 115 | 117 |
| 12. | 1 | 6 | 9 | 14 | 15 | 20 | 24 | 25 | 27 | 34 | 35 | 39 | 41 | 43 | 48 | 54 | 56 | 60 | 64 | 66 | 67 | 72 | 73 | 79 | 83 | 84 | 86 | 92 | 95 | 96 | 101 | 102 | 104 | 114 | 115 | 118 |

Задачи по комбинаторным схемам по их номерам выбираются из учебного пособия [\[Иванов, 2011\]](#)

Комплект индивидуальных домашних заданий 16

Тема: «Случайные события»

Вариант 1.

Случайные события — ИДЗ

1. В телестудии 3 телевизионных камеры. Вероятность того, что в данный момент первая включена, равна 0.9; для второй камеры эта вероятность равна 0.8; для третьей — 0.7. Найти вероятность того, что в данный момент включены: 1) две камеры; 2) не более одной; 3) три камеры.
2. Двадцать процентов приборов оформляется с применением элемента A_1 , остальные — с применением элемента A_2 . Надежность прибора с применением элемента A_1 равна 0.9; с применением элемента A_2 — 0.8. а) Найти надежность работы наудачу взятого прибора. б) Найти вероятность того, что прибор оформлен с применением элемента A_1 , если он работает надежнее.
3. Всхожесть семян лимона составляет 80%. Найти вероятность того, что из 6 посеянных семян взойдет: 1) три; 2) не менее трех; 3) не более четырех.
4. Вероятность сбоя в работе АТС при каждом вызове равна 0.0005. Поступило 2000 вызовов. Определить вероятность того, что при этом произошло 4 сбоя.
5. В коробке 5 синих, 4 красных и 3 зеленых карандаша. Из коробки наудачу вынимают 3 карандаша. Какова вероятность того, что вынули 2 синих карандаша?

Вариант 2.

Случайные события — ИДЗ

1. Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй — только 15. Каждому из них задают по одному вопросу из 25. Найти вероятность того, что на заданный вопрос правильно ответят: 1) оба студента; 2) только один из них; 3) хотя бы один из студентов.
2. Детали для обработки попадают на один из трех станков с вероятностями, соответственно равными 0.2; 0.3; 0.5. Вероятность появления брака при обработке на первом станке равна 0.02; на втором — 0.03; на третьем — 0.01. а) Найти вероятность того, что случайно взятая после обработки деталь является стандартной. б) Взятая деталь оказалась стандартной. Какова же вероятность, что она изготовлена на втором станке?
3. В семье пять детей, имеющих разные даты рождения. Принимая равными вероятности рождения мальчика и девочки, найти вероятность того, что мальчиков в семье: 1) трое; 2) не менее трех; 3) не более двух.
4. Вероятность не верно выбрать знак при наборе текста равна 0.001. Найти вероятность того, что при наборе текста, состоящего из 3000 знаков, будет допущена хотя бы одна ошибка.
5. Наудачу выбирают 5 военнослужащих из группы, состоящей из 4 офицеров и 12 солдат. Какова вероятность того, что в выборке будет не более двух офицеров?

Вариант 3.

Случайные события — ИДЗ

1. Три микросхемы входят в блок. Вероятности выйти из строя в течение гарантийного срока для них соответственно равны: 0.3; 0.2; 0.4. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока выйдут из строя: 1) не менее двух микросхем; 2) ни одна; 3) хотя бы одна.
2. Среди поступивших на сборку деталей 30% изготовлены на заводе №1 равна 0.02; для завода №2 — 0.03. а) Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь является стандартной. б) Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Какова вероятность того, что она изготовлена на заводе №1?
3. Студент пытается пройти тестирование, используя метод «угабывания». Тест содержит 8 вопросов, на которые следует отвечать «да» или «нет». Найти вероятность того, что среди ответов студента правильных будет: 1) пять; 2) не менее пяти; 3) более пяти.
4. Вероятность того, что лампа будет гореть в течение года, равна 0.64. В начале года для освещения города было подключено 2500 ламп. Найти вероятность того, что к концу года из этих ламп будут гореть не менее 1552 и не более 1600 ламп.
5. В группе спортсменов 7 лыжников и 3 бегуна. Случайным образом взяли 3 спортсмена. Найти вероятность того, что все отобранные спортсмены окажутся лыжниками.

Вариант 4.

Случайные события — ИДЗ

1. В первом ящике имеется 20 деталей, из них 15 стандартных, во втором — 30, из них 25 стандартных. Из каждого ящика наудачу берут по одной детали. Какова вероятность того, что: 1) детали будут стандартными; 2) хотя бы одна деталь будет стандартной; 3) обе детали будут нестандартными?
2. Три автомата штампуют одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительности первого, второго и третьего автоматов относятся как 2:3:5. Вероятность того, что деталь с первого автомата будет отличного качества, равна 0.8; для второго — 0.6; для третьего — 0.7. а) Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь окажется отличного качества. б) Взятая деталь оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что она изготовлена первым автоматом?
3. В микрорайоне города расположено пять магазинов по продаже бытовой техники. Вероятность того, что в данный момент в магазине отсутствуют стиральные машины марки LG, для каждого из магазинов равна 0.1. Ассортимент товаров в каждом магазине формируется независимо от других магазинов. Найти вероятность того, что стиральные машины марки LG в данный момент отсутствуют: 1) в двух магазинах; 2) не более чем двух; 3) найти наиболее вероятное число магазинов, в которых в данный момент отсутствуют стиральные машины марки LG.
4. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 75% студентов. Какова вероятность того, что из 75 студентов эту контрольную работу успешно выполнят 60 студентов?
5. В пакете находятся фрукты: 10 яблок, 3 груши и 8 лимонов. Из пакета случайным образом вынимают 4 фрукта. Найти вероятность того, что среди отобранных фруктов будет хотя бы одно яблоко?

Вариант 5.

Случайные события — ИДЗ

1. Вероятность поражения цели первым выстрелом равна 0.9; вторым — 0.7. Стрелки сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что цель поражена: 1) хотя бы один раз; 2) два раза; 3) один раз.
2. Сборщик получает 30% деталей, изготовленных на заводе № 1; 20% — на заводе № 2; остальные — на заводе № 3. Вероятность того, что деталь завода № 1 отличного качества, равна 0.9; эта вероятность для завода № 2 — 0.8; для завода № 3 — 0.6. а) Найти вероятность того, что случайно взятая сборщиком деталь отличного качества. б) Наудачу взятая деталь оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что она с завода № 2.
3. Вероятность сдать любой из пяти экзаменов для данного студента равна 0.5. Найти вероятность того, что из пяти экзаменов студент сдаст: 1) один; 2) хотя бы два экзамена; 3) более двух экзаменов.
4. Станок-автомат штампует одинаковые детали. Вероятность производства бракованной детали для данного станка равна 0.002. Найти вероятность того, что среди взятых на проверку 1000 деталей, изготовленных данным станком, будет 4 бракованных.
5. Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает два вопроса, содержащихся в его экзаменационном билете?

Вариант 6.

Случайные события — ИДЗ

1. Три радиолокационные станции следят за космическим кораблем. Корабль при одном цикле оборота обнаруживается станциями с вероятностями 0.7, 0.8, 0.9. Найти вероятность того, что при одном цикле оборота корабль будет обнаружен: 1) тремя станциями; 2) не менее чем двумя; 3) ни одной.
2. Некоторое изделие может поступить для отбраковки на один из двух станков с вероятностями 0.4 и 0.6. Вероятность появления брака при обработке на первом станке равна 2%, на втором — 3%. а) Найти вероятность того, что наудачу взятое после обработки изделия будет стандартным. б) Взятое наудачу изделие является стандартным. Какова вероятность того, что оно обработано на первом станке?
3. Вероятность того, что мотор в цехе в данный момент включен, для каждого мотора равна 0.8. Найти вероятность того, что из имеющихся в цехе пяти моторов в данный момент будут включены: 1) один мотор; 2) не более одного; 3) хотя бы два мотора.
4. Вероятность того, что студент опоздает на лекцию, равна 0.1. Найти вероятность того, что из 400 студентов на лекцию опоздают 34.
5. В коробке имеется 18 одинаковых катушек ниток, среди которых 9 катушек с красными нитками, 2 — с синими и остальные — с белыми. Какова вероятность того, что три вынутые катушки будут одного цвета?

Комплект индивидуальных домашних заданий 17

Тема: «Дискретные и непрерывные случайные величины»

Вариант 1.

Дискретные и непрерывные случайные величины — ИДЗ

1. В семье пять детей, имеющих различные даты рождения. Предполагая равновероятными рождения мальчика и девочки, составить закон распределения случайной величины X , которая равна числу мальчиков в этой семье. Найти $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
2. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , принимающей два возможных значения x_1 и x_2 : если $x_1 < x_2$, $M[X] = 3.4$, $D[X] = 0.64$, вероятность возможного значения x_1 равна $p_1 = 0.8$.
3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{A}{x^5}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Определить:

- а) параметр A ;
- б) функцию распределения $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$;
- в) вероятность того, что в четырех независимых испытаниях случайная величина X попадает три раза в интервал $(0; 2)$;
- г) нарисовать графики функций $f(x)$ и $F(x)$, отметить на графиках $M[X]$ и $\sigma[X]$;
- д) найти моду и медиану, отметить их на графике $f(x)$;
- е) найти квантиль x_p для $p = 0.3$, отметить x_p на графике $f(x)$.

Вариант 2.

Дискретные и непрерывные случайные величины — ИДЗ

1. Из партии в 25 изделий, среди которых имеется 8 нестандартных, выбрано случайным образом для проверки качества 3 изделия. Найти $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$ случайной величины X — числа нестандартных изделий, содержащихся в выборке.
2. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , принимающей два возможных значения x_1 и x_2 : если $x_1 < x_2$, $M[X] = 2.2$, $D[X] = 0.36$, вероятность возможного значения x_1 равна $p_1 = 0.9$.
3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ Ax, & 2 \leq x \leq 6, \\ 0, & x > 6. \end{cases}$$

Определить:

- а) параметр A ;
- б) функцию распределения $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$;
- в) вероятность того, что в трех независимых испытаниях случайная величина X попадает два раза в интервал $(4; 7)$;
- г) нарисовать графики функций $f(x)$ и $F(x)$, отметить на графиках $M[X]$ и $\sigma[X]$;
- д) найти моду и медиану, отметить их на графике $f(x)$;
- е) найти квантиль x_p для $p = 0.3$, отметить x_p на графике $f(x)$.

Вариант 3.

Дискретные и непрерывные случайные величины — ИДЗ

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком равна 0.5, вторым — 0.4. Составить закон распределения числа попаданий в мишень. Найти $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
2. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , принимающей два возможных значения x_1 и x_2 : если $x_1 < x_2$, $M[X] = 5.5$, $D[X] = 2.25$, вероятность возможного значения x_1 равна $p_1 = 0.1$.
3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ Ax - 0.5, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Определить:

- а) параметр A ;
- б) функцию распределения $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$;
- в) вероятность того, что в четырех независимых испытаниях случайная величина X попадает два раза в интервал $(0.5; 1.5)$;
- г) нарисовать графики функций $f(x)$ и $F(x)$, отметить на графиках $M[X]$ и $\sigma[X]$;
- д) найти моду и медиану, отметить их на графике $f(x)$;
- е) найти квантиль x_p для $p = 0.3$, отметить x_p на графике $f(x)$.

Вариант 4.

Дискретные и непрерывные случайные величины — ИДЗ

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия равна 0.4. Производится 6 выстрелов. Составить закон распределения числа непопаданий в цель. Найти $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
2. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , принимающей два возможных значения x_1 и x_2 : если $x_1 < x_2$, $M[X] = 5.8$, $D[X] = 0.36$, вероятность возможного значения x_1 равна $p_1 = 0.1$.
3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ \frac{A}{x^4}, & x \geq 2. \end{cases}$$

Определить:

- а) параметр A ;
- б) функцию распределения $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$;
- в) вероятность того, что в четырех независимых испытаниях случайная величина X попадает три раза в интервал $(0; 4)$;
- г) нарисовать графики функций $f(x)$ и $F(x)$, отметить на графиках $M[X]$ и $\sigma[X]$;
- д) найти моду и медиану, отметить их на графике $f(x)$;
- е) найти квантиль x_p для $p = 0.3$, отметить x_p на графике $f(x)$.

Вариант 5.*Дискретные и непрерывные случайные величины — ИДЗ*

1. В шестилампном радиоприемнике перегорела одна лампа (все лампы различные). С целью устранения неисправности из этих 6 ламп случайно выбирают одну лампу и заменяют ее годной и запасного комплекта. После чего работа приемника проверяется. Процесс замены ламп повторяется до тех пор, пока радиоприемник не заработает. Составить закон распределения числа замененных ламп. Найти $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
2. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , принимающей два возможных значения x_1 x_2 : если $x_1 < x_2$, $M[X] = 4.4$, $D[X] = 3.84$, вероятность возможного значения x_1 равна $p_1 = 0.4$.
3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ Ax^2, & 1 \leq x \leq 4, \\ 0, & x > 4. \end{cases}$$

Определить:

- а) параметр A ;
- б) функцию распределения $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$;
- в) вероятность того, что в четырех независимых испытаниях случайная величина X попадает два раза в интервал $(0; 2)$.
- г) нарисовать графики функций $f(x)$ и $F(x)$, отметить на графиках $M[X]$ и $\sigma[X]$;
- д) найти моду и медиану, отметить их на графике $f(x)$;
- е) найти квантиль x_p для $p = 0.3$, отметить x_p на графике $f(x)$.

Вариант 6.*Дискретные и непрерывные случайные величины — ИДЗ*

1. Имеется 5 различных ключей, из которых только один подходит к замку. Составить закон распределения числа попыток открыть замок, если проверенный ключ в последующих испытаниях не участвует. Найти $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$.
2. Найти закон распределения дискретной случайной величины X , принимающей два возможных значения x_1 x_2 : если $x_1 < x_2$, $M[X] = 4$, $D[X] = 4$, вероятность возможного значения x_1 равна $p_1 = 0.5$.
3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ A(4x - x^3), & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Определить:

- а) параметр A ;
- б) функцию распределения $F(x)$, $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$;
- в) вероятность того, что в трех независимых испытаниях случайная величина X попадает два раза в интервал $(-1; 1)$.
- г) нарисовать графики функций $f(x)$ и $F(x)$, отметить на графиках $M[X]$ и $\sigma[X]$;
- д) найти моду и медиану, отметить их на графике $f(x)$;
- е) найти квантиль x_p для $p = 0.3$, отметить x_p на графике $f(x)$.

Комплект индивидуальных домашних заданий 18

Тема: «Обработка данных»

Вариант 1.

Выборочные характеристики случайных величин
нормального распределения

1. По сортированным данным выборки (x_1, x_2, \dots, x_n) нормального распределения $N(m, \sigma^2)$:

-3.35	-3.34	-2.77	-2.04	-1.78	-1.57	-1.42
-1.34	-0.97	-0.56	-0.43	0.13	0.13	0.19
0.27	0.84	1.11	1.11	1.31	1.50	1.57
1.57	1.62	1.79	1.88	2.07	2.17	2.29
2.31	2.86	3.28	3.31	3.45	3.80	4.33
4.70	4.78	4.83	4.93	5.39	5.96	6.47

вычислить:

- 1) выборочную среднюю $\bar{x} = \sum x_i/n$;
 - 2) выборочную дисперсию $s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2/(n - 1)$;
 - 3) коэффициент асимметрии или «скошенности»;
 - 4) коэффициент эксцесса или «островершинности»;
 - 5) моду случайной величины;
 - 6) медиану случайной величины.
 - 7) построить доверительные интервалы $(\underline{t}_\alpha, \bar{t}_\alpha)$ на уровне значимости $\alpha = 0.05$ для математического ожидания m и дисперсии σ^2 .
2. По данным выборки (x_1, x_2, \dots, x_n) , используя 7 интервалов группировки, построить эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот. Нанести на гистограмму и полигон частот график плотности нормального распределения $N(m, \sigma^2)$.
3. Проверить гипотезу H_0 , что данные выборки имеют нормальную функцию распределения $N(m, \sigma^2)$. Для проверки гипотезы H_0 использовать критерий минимума χ^2 на уровне значимости $\alpha = 0.05$.
4. Проверить, что выборочная средняя $\bar{x} = \sum x_i/n$ (статистика) является несмещенной, состоятельной и эффективной оценкой математического ожидания m .
5. Получить статистики $T_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $T_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$ для точечной оценки параметров m и σ^2 нормального распределения $N(m, \sigma^2)$ методом максимального правдоподобия.

Комплект индивидуальных домашних заданий 19

Тема: «Математическая логика»

Вариант 1.

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(A \rightarrow B) \vee (\overline{A \sim B})$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если светит солнце, то для того, чтобы не было дождя, достаточно, чтобы дул ветер».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $\overline{x}\overline{y}\overline{z} \vee xyz \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee x\overline{y}z \vee x\overline{y}\overline{z} \vee xy\overline{z}$.
 - 2). $\overline{x}y\overline{z} \vee xyz \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee x\overline{y}z \vee x\overline{y}\overline{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 0, u_0 = 0, u_1 = 1$
 - 2). $u_{n+2} + 6u_{n+1} + 9u_n = -2, u_0 = -2, u_1 = 1$

Вариант 2.

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\overline{A \sim B}) \oplus (A \oplus B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Неверно, что если дует ветер, то солнце светит только тогда, когда нет дождя»
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $xy\overline{z} \vee \overline{x}y\overline{z} \vee \overline{x}yz \vee xyz \vee x\overline{y}z \vee \overline{x}\overline{y}\overline{z}$.
 - 2). $\overline{x}\overline{y}\overline{z} \vee xyz \vee \overline{x}yz \vee \overline{x}\overline{y}z \vee x\overline{y}z \vee x\overline{y}\overline{z} \vee xy\overline{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} + 3u_{n+1} + 2u_n = 0, u_0 = 1, u_1 = 3$
 - 2). $u_{n+2} + 5u_{n+1} + 6u_n = -1, u_0 = -1, u_1 = 2$

Вариант 3.

Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\overline{A} \sim B) \oplus (A \cdot B) \oplus (\overline{A} \cdot \overline{B})$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $x y \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} z \vee x y z \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z}$.
 - 2). $\bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} z \vee x \bar{y} \bar{z} \vee x y \bar{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 1, u_0 = 0, u_1 = 1$

Вариант 4.

Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\overline{A} \sim B) \oplus (A \sim B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если ветра нет, то для дождя необходима пасмурная погода».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $x y \bar{z} \vee x y z \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x \bar{y} \bar{z}$.
 - 2). $\bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x y z \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} z \vee x \bar{y} \bar{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} - u_{n+1} - 2u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 1$
 - 2). $u_{n+2} + 2u_{n+1} - 3u_n = 2, u_0 = 1, u_1 = 3$

Вариант 5.

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\bar{A} \oplus B) \oplus (\bar{A} \cdot B \vee A \cdot \bar{B})$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если погода пасмурная и дует ветер, то дождя нет. Но дождь идет. Значит, нет ветра».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = x \vee x \oplus z | \neg(x \oplus y) \oplus y.$
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $x y \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} \vee \bar{x} y z \vee x y z \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z}.$
 - 2). $x \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} \vee x y \bar{z} \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} z.$
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} - 2u_{n+1} - 3u_n = 0, u_0 = -1, u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = -2, u_0 = -2, u_1 = 2$

Вариант 6.

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(B \rightarrow (A \sim B)) \oplus (\bar{A} \cdot B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Неверно, что если погода пасмурная, то дождь идет тогда и только тогда, когда нет ветра».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(x \oplus y) \vee \neg(\neg(z) \downarrow x | z).$
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $\bar{x} y \bar{z} \vee x y z \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} z \vee x \bar{y} \bar{z}.$
 - 2). $\bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x y z \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} z \vee x \bar{y} \bar{z} \vee x y \bar{z}.$
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = 0, u_0 = 0, u_1 = 1$
 - 2). $u_{n+2} + 5u_{n+1} + 6u_n = -1, u_0 = -2, u_1 = 1$

Вариант 7.

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(A \oplus B) \cdot (A \sim B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если для солнечной погоды необходимо отсутствие дождя, то для того, чтобы пошёл дождь, достаточно, чтобы погода была пасмурной и безветренной».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = x \vee x \oplus z | \neg(x \oplus y) \oplus y$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $x y \bar{z} \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x \bar{y} \bar{z}$.
 - 2). $\bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x y z \vee \bar{x} y z \vee \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} z \vee x \bar{y} \bar{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} - u_{n+1} - 2u_n = 0, u_0 = 1, u_1 = 3$
 - 2). $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 4u_n = 1, u_0 = -1, u_1 = 2$

Вариант 8.

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний. — ИДЗ
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(A \oplus B) \oplus (\bar{A} \cdot \bar{B}) \oplus (A \cdot B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если яблоко зелёное, то, для того чтобы оно было кислым, необходимо, чтобы оно было маленьким».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(y \vee x \vee z) \vee x \oplus \neg(y|x)$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $x \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} \vee x y \bar{z} \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} z$.
 - 2). $\bar{x} y \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x y z \vee \bar{x} y z \vee x \bar{y} z \vee x \bar{y} \bar{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} + 3u_{n+1} + 2u_n = 2, u_0 = 0, u_1 = 1$

Комплект индивидуальных домашних заданий 20

Тема: «Теория графов»

Вариант 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ – Теория графов

1. **(1)** Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X – множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U – ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

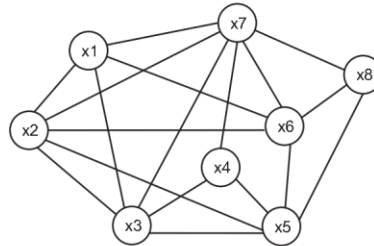


Рис. 2

2. **(1)** Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. **(2)** Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

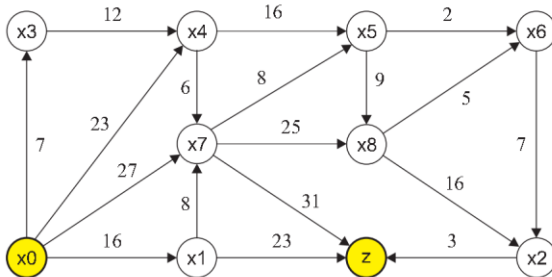


Рис. 3

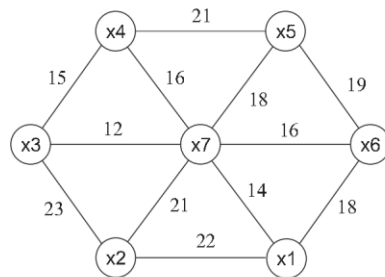


Рис. 4

3. Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{1, 2, 3, 6\}$, $s_2 - \{1, 2, 4, 7\}$, $s_3 - \{2, 5\}$, $s_4 - \{3, 5\}$, $s_5 - \{1, 2\}$, $s_6 - \{1, 2, 3\}$, $s_7 - \{2, 3, 5\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 1), (s_2, 2), (s_3, 5), (s_4, 3)\}$.
4. Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 2. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
ИДЗ – Теория графов

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X – множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U – ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

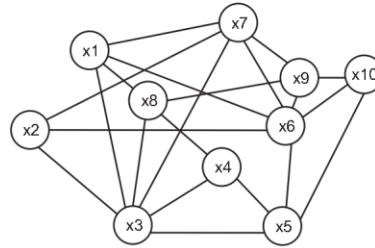


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

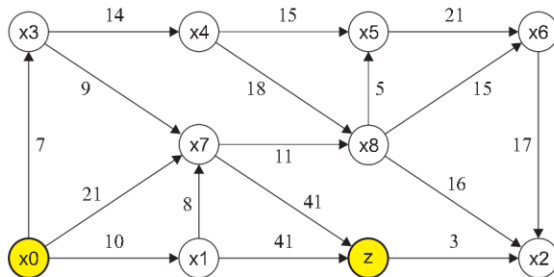


Рис. 3

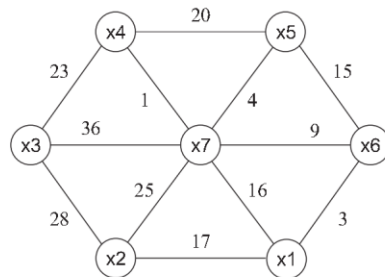


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{3, 2, 7, 6\}$, $s_2 - \{3, 2, 1, 5\}$, $s_3 - \{2, 4\}$, $s_4 - \{7, 4\}$, $s_5 - \{3, 2\}$, $s_6 - \{3, 2, 7\}$, $s_7 - \{2, 7, 4\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 3), (s_2, 2), (s_3, 4), (s_4, 7)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 3. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
ИДЗ – Теория графов

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X – множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U – ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

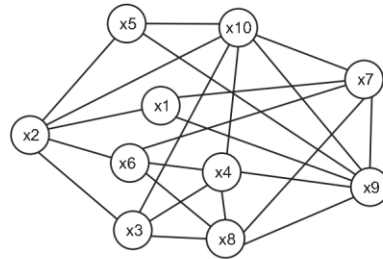


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

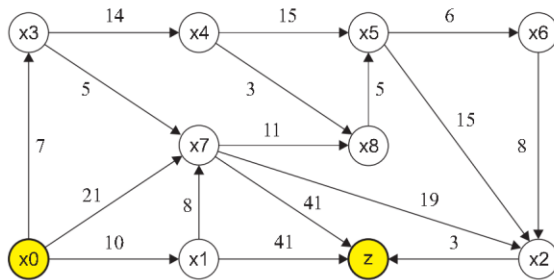


Рис. 3

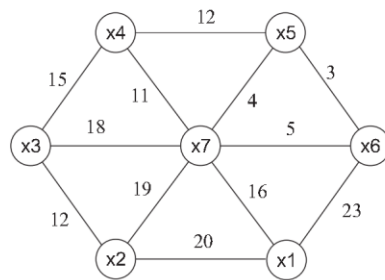


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{4, 5, 2, 1\}$, $s_2 - \{4, 5, 7, 3\}$, $s_3 - \{5, 6\}$, $s_4 - \{2, 6\}$, $s_5 - \{4, 5\}$, $s_6 - \{4, 5, 2\}$, $s_7 - \{5, 2, 6\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 4), (s_2, 5), (s_3, 6), (s_4, 2)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближенный алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 4. Иванов Б.Н. (ДВФУ)

ИДЗ – Теория графов

- (1)** Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X – множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U – ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. **(2)** Построить структуру смежности графа. **(3)** Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. **(4)** Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

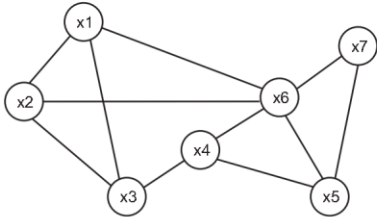


Рис. 2

- (1)** Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. **(2)** Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

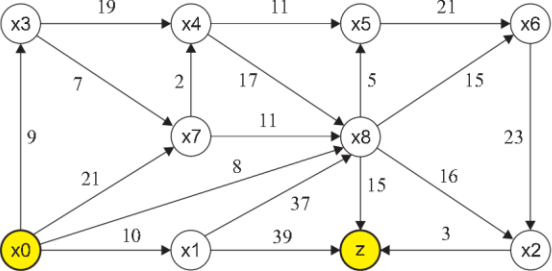


Рис. 3

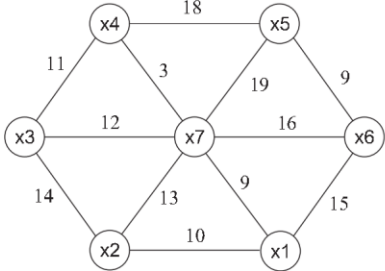


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{2, 6, 3, 4\}$, $s_2 - \{2, 6, 5, 7\}$, $s_3 - \{6, 1\}$, $s_4 - \{3, 1\}$, $s_5 - \{2, 6\}$, $s_6 - \{2, 6, 3\}$, $s_7 - \{6, 3, 1\}$. Начальное паросочетание: $\pi = \{(s_1, 2), (s_2, 6), (s_3, 1), (s_4, 3)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 5. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
ИДЗ – Теория графов

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X – множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U – ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

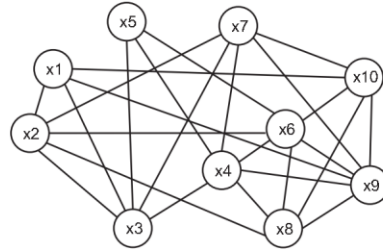


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

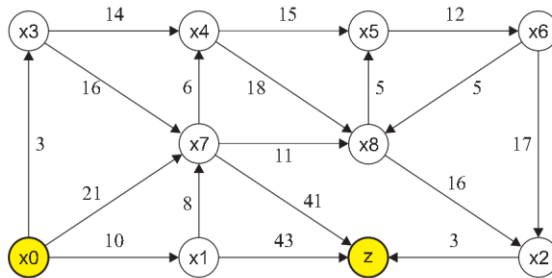


Рис. 3

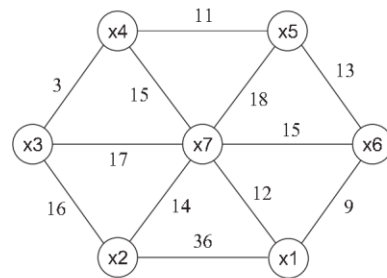


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{3, 4, 1, 7\}$, $s_2 - \{3, 4, 2, 5\}$, $s_3 - \{4, 6\}$, $s_4 - \{1, 6\}$, $s_5 - \{3, 4\}$, $s_6 - \{3, 4, 1\}$, $s_7 - \{4, 1, 6\}$. Начальное паросочетание: $\pi = \{(s_1, 3), (s_2, 4), (s_3, 6), (s_4, 1)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 6. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
ИДЗ – Теория графов

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X – множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U – ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

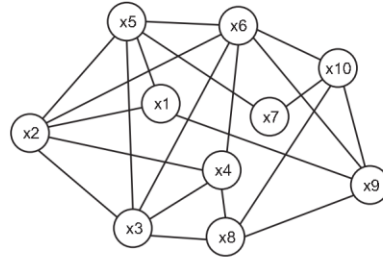


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

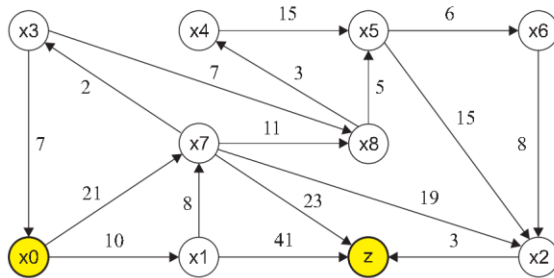


Рис. 3

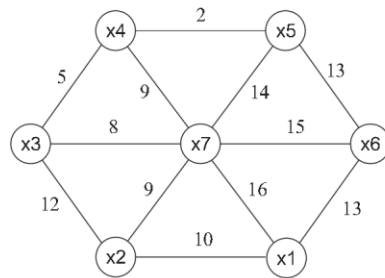


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{2, 1, 5, 3\}$, $s_2 - \{2, 1, 4, 6\}$, $s_3 - \{1, 7\}$, $s_4 - \{5, 7\}$, $s_5 - \{2, 1\}$, $s_6 - \{2, 1, 5\}$, $s_7 - \{1, 5, 7\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 2), (s_2, 1), (s_3, 7), (s_4, 5)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА БИОМЕДИЦИНЫ НАУК ДВФУ

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Высшая математика»
Направление подготовки 30.05.02 «Медицинская биофизика»
Форма подготовки очная

Владивосток

2016

Паспорт ФОС

Коды и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОК-1 — способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	Знает	язык абстрактных символов математики, очищенных от конкретного содержания; логическую строгость математических методов, их универсальность, сочетание индуктивного и дедуктивного подходов, нацеленность на поиск различного рода закономерностей, четкость формулировок и определений.
	Умеет	мыслить математическими символами и излагать базовые определения и понятия основ разделов курса.
	Владеет	способностью мыслить математическими символами и способностью к быстрому и широкому обобщению математических объектов в рамках разделов курса и своей профессиональной деятельности.
ОПК-5 — готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач.	Знает	на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса, практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса.
	Умеет	практически решать стандартные задачи курса, применять математические методы при решении профессиональных задач, содержательно интерпретировать математические конструкции, понятия, определения, различного рода объекты.
	Владеет	методами построения математических моделей профессиональных задач и содержательной интерпретации результатов вычислений.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
Первый семестр (экзамен)					
1.	Основы линейной алгебры	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 1-3
			Умеет	ИДЗ-1 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 1-3
			Владеет	КР-1 «Определители, матрицы, системы уравнений» (ПР-2)	Экз. вопросы 1-3
2.	Векторная алгебра	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 4-6
			Умеет	ИДЗ-2 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 4-6
			Владеет	КР-2 «Векторная алгебра» (ПР-2)	Экз. вопросы 4-6

3.	Аналитическая геометрия	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 7-11
			Умеет	ИДЗ-3, ИДЗ-4 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 7-11
			Владеет	КР-3, КР-4 «Плоскости и прямые, » «Линии и поверхности» (ПР-2)	Экз. вопросы 7-11
4.	Предел последовательности	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 12
			Умеет	ИДЗ-5 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 12
			Владеет	КР5 «Пределы числовых последовательностей» (ПР-2)	Экз. вопросы 12
5.	Функции. Предел функций. Непрерывность функций	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 13-15
			Умеет	ИДЗ-6 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 13-15
			Владеет	КР-6 «Пределы функций» (ПР-2)	Экз. вопросы 13-15
6.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 16-18
			Умеет	ИДЗ-7 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 16-18
			Владеет	КР-7 «Производные» (ПР-2)	Экз. вопросы 16-18
7.	Исследование поведения функций	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 19-22
			Умеет	ИДЗ-8 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 19-22
			Владеет	КР-8 «Исследование поведения функций» (ПР-2)	Экз. вопросы 19-22
Второй семестр					
8.	Функции нескольких переменных (ФНП)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 23-25
			Умеет	Опрос знания теории (УО-1)	Экз. вопросы 23-25
			Владеет	Опрос знания теории (УО-1)	Экз. вопросы 23-25
9.	Неопределенный интеграл	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 26-28
			Умеет	ИДЗ-9 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 26-28
			Владеет	КР-9 «Неопределенный интеграл» (ПР-2)	Экз. вопросы 26-28
10.	Определенный интеграл	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 29-31
			Умеет	ИДЗ-10 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 29-31
			Владеет	КР-10 «Определенный интеграл, приложения» (ПР-2)	Экз. вопросы 29-31
11.			Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 32-34

	Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОК-1, ОПК-5	Умеет	ИДЗ-11 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 32-34
			Владеет	КР-11 «Дифференциальные уравнения» (ПР-2)	Экз. вопросы 32-34
12.	Числовые и функциональные ряды	ОК-1, ОПК-5	Знает	ИДЗ-12 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 38-44
			Умеет	ИДЗ-13 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 38-44
			Владеет	КР-12, КР-13 «Числовые ряды», «Степенные ряды и приложения» (ПР-2)	Экз. вопросы 38-44
Третий семестр					
13.	Комбинаторные схемы (2 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 45-47
			Умеет	ИДЗ-15 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 45-47
			Владеет	КР-14 «Комбинаторные схемы» (ПР-2)	Экз. вопросы 45-47
14.	Случайные события (4 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 48-55
			Умеет	ИДЗ-16 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 48-55
			Владеет	КР-15 «Случайные события» (ПР-2)	Экз. вопросы 48-55
15.	Случайные величины (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 56-62
			Умеет	ИДЗ-17 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 56-62
			Владеет	КР-16 «Случайные величины» (ПР-2)	Экз. вопросы 56-62
16.	Обработка данных (4 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 62-69
			Умеет	ИДЗ-18 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 62-69
			Владеет	Опрос знания теории (УО-1)	Экз. вопросы 62-69
Четвертый семестр					
17.	Математическая логика (8 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 70-73
			Умеет	ИДЗ-19 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 70-73
			Владеет	КР-17 «Математическая логика» (ПР-2)	Экз. вопросы 70-73
18.	Теория графов (10 час.)	ОК-1, ОПК-5	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7)	Экз. вопросы 74-80
			Умеет	ИДЗ-20 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экз. вопросы 74-80
			Владеет	КР-18 «Теория графов» (ПР-2)	Экз. вопросы 74-80

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
<p>ОК-1 способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу</p>	<p>знает (пороговый уровень)</p>	<p>язык абстрактных символов математики, очищенных от конкретного содержания; логическую строгость математических методов, их универсальность, сочетание индуктивного и дедуктивного подходов, нацеленность на поиск различного рода закономерностей, четкость формулировок и определений.</p>	<p>студент должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;</p>	<p>удовлетворительно</p>
	<p>умеет (продвинутый)</p>	<p>мыслить математическими символами и излагать базовые определения и понятия основ разделов курса.</p>	<p>студент должен: продемонстрировать достаточно полное знание материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; продемонстрировать умение ориентироваться в нормативно-правовой литературе; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу</p>	<p>хорошо</p>
	<p>владеет (высокий)</p>	<p>способностью мыслить математическими символами и способностью к быстрому и широкому обобщению математических объектов в рамках разделов курса и</p>	<p>студент должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно</p>	<p>отлично</p>

		своей профессиональной деятельностью.	изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; продемонстрировать умения самостоятельной работы с нормативно-правовой литературой; уметь сделать выводы по излагаемому материалу	
ОПК-5 — готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач.	знает (пороговый уровень)	на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса, практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса.	студент должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;	удовлетворительно
	умеет (продвинутый)	практически решать стандартные задачи курса, применять математические методы при решении профессиональных задач, содержательно интерпретировать математические конструкции, понятия, определения, различного рода объекты.	студент должен: продемонстрировать достаточно полное знание материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; продемонстрировать умение ориентироваться в нормативно-правовой литературе; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу	хорошо
	владеет (высокий)	методами построения математических моделей про-	студент должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний	отлично

		<p>фессиональных задач и содержательной интерпретации результатов вычислений.</p>	<p>материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; продемонстрировать умения самостоятельной работы с нормативно-правовой литературой; уметь сделать выводы по излагаемому материалу</p>	
--	--	---	---	--

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1 и Приложении 2.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Математика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Промежуточная аттестация и текущий контроль по дисциплине осуществляется с использованием бально-рейтинговой системы.

По дисциплине «Математика» учебным планом предусмотрены экзамены в первом, втором, третьем и четвертом семестрах.

Перечень вопросов для подготовки к зачёту в первом семестре

(лекций 18 часов, практических занятий 54 часа)

Раздел «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Матрицы, операции с матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц, транспонирование. Определение минора и алгебраического

- дополнения. Разложение определителей по строке или столбцу. Свойства определителя.
2. Определение обратной матрицы, ее свойства. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Решение системы уравнений матричным способом. Крамеровские системы. Теорема Крамера решения СЛАУ. Решение СЛАУ методом Крамера.
 3. Определение базисного минора и ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Элементарные преобразования строк и столбцов. Решение СЛАУ методом Гаусса (прямой и обратный ход).
 4. Линейные операции с векторами: сумма векторов, умножение вектора на число, единичный вектор. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Деление отрезка в заданном отношении.
 5. Декартова система координат. Координаты векторов. Расстояние между двумя точками. Радиус вектор. Замена базиса. Координаты вектора в новом базисе. Матрицы замена базиса при параллельном переносе и повороте на определенный угол.
 6. Определение векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Свойства векторного произведения. Правая и левая тройка векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение. Свойства смешанного произведения. Объем параллелепипеда как модуль смешанного произведения.
 7. Параметрическое уравнение прямой линии. Разрешенное уравнение прямой относительно ординаты. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой линии в отрезках. Общее уравнение прямой линии. Нормальное уравнение прямой линии.
 8. Параметрическое уравнение плоскости. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Условие параллельности двух плоскостей. Условие пересечения трех плоскостей в одной точке.
 9. Прямая линия как пересечение двух плоскостей. Параметрическое уравнение прямой линии. Векторное уравнение прямой линии. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние от точки до прямой линии на плоскости и в пространстве.
 10. Расстояние от точки до плоскости, заданной векторным уравнением. Расстояние между прямыми (скрещивающимися) линиями в пространстве. Вычисление угла между прямыми линиями. Условия параллельности и перпендикулярности прямых линий.
 11. Общий вид уравнения второго порядка. Приведение к каноническому виду кривой второго порядка (поворот и параллельный перенос). Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Построение кривых, свойства кривых.

Раздел «Введение в математический анализ»

12. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые (б.м.), бесконечно большие (б.б.) и ограниченные последовательности. Свойства б.м. и б.б. последовательностей. Неопределенные выражения, раскрытие неопределенностей. Стандартные случаи раскрытия неопределенностей: деление многочленов, эквивалентные выражения, удаление корней. Второй замечательный предел.
13. Предел функции. Предел слева и предел справа. Замена переменных в пределах. Первый и второй замечательные пределы. Следствия пределов.
14. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин. Эквивалентность функций (*бесконечно малых величин*). Эквивалентность элементарных функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых величин.
15. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва первого рода и второго рода. Нахождение точек разрыва функции одной переменной. Свойства непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши.
16. Определение производной функции одной переменной. Дифференциал функции как линейная часть приращения функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Уравнение касательной к графику функции.
17. Общие правила дифференцирования. Производная сложной функции. Дифференциал сложной функции. Свойство инвариантности дифференциала первого порядка. Производная обратной функции; функции, заданной параметрически, заданной неявно. Логарифмическое дифференцирование.
18. Производные высших порядков. Вторая производная сложной функции, заданной параметрически, обратной функции. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья. Приведение различного рода неопределенностей к неопределенности правила Лопиталья.
19. Формула Тейлора, примеры разложения. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа.
20. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций: теоремы М. Ферма, М. Роля, Л. Лагранжа, О. Коши.
21. Признак монотонности функции. Отыскание наибольших и наименьших значений функции. Необходимое условие экстремума – подозрительные точки на экстремум
22. Достаточные строгого экстремума с применением первой и второй производной функции. Выпуклость. Точки перегиба. Определение асимптоты: вертикальные и наклонные. Общая схема построения графиков функций.

**Перечень вопросов для подготовки к зачёту
во втором семестре**

(лекций 18 часов, практических занятий 36 часов)

Раздел «Функции нескольких переменных»

23. Понятие функции нескольких переменных. Функция двух и трех независимых переменных. Область определения функции. Линии уровня. Поверхности уровня функции. Частные производные первого порядка. Полное приращение функции, полный дифференциал функции двух переменных.
24. Экстремум функции двух переменных. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в замкнутой ограниченной области.
25. Условный экстремум функции двух переменных. Функция Лагранжа.

Раздел «Интегральное исчисление функций одной переменной»

26. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования). Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование заменой переменной.
27. Формула интегрирования по частям. Основные подынтегральные функции, для которых используется метод интегрирования по частям. Простейшие дроби четырех типов. Правила интегрирования. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби (метод неопределенных коэффициентов).
28. Интегрирование простейших иррациональных функций (три основных случая). Интегралы от синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Универсальная тригонометрическая подстановка. Основные замены.
29. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Теорема существования определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона Лейбница. Интегрирование заменой переменных в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
30. Вычисление площади криволинейной трапеции. Вычисление объемов тел вращения.
31. Определение несобственных интегралов. Сходящийся и расходящийся несобственный интеграл. Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сравнения.

Раздел «Дифференциальные уравнения»

32. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности задачи Коши. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений. Метод изоклин решения дифференциальных уравнений.
33. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Определение однородного дифференциального уравнения первого порядка. Метод решения.
34. Определение линейного уравнения первого порядка. Метод решения. Уравнение Бернулли, его решение.
35. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
36. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
37. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Раздел «Числовые и функциональные ряды»

38. Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами.
39. Ряды с положительными членами. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
40. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости: принцип сравнения, признак сходимости Даламбера, признак сходимости Коши, интегральный признак сходимости Коши.
41. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
42. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
43. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
44. Применение рядов к приближенным вычислениям значений функции.

Перечень вопросов для подготовки к зачёту в третьем семестре

(лекции 18 часов, практических занятий 36 часов)

Раздел «Комбинаторные схемы»

45. Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.

46. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов, вычисление значений различных сумм биномиальных коэффициентов.
47. Производящие функции. Операции с производящими функциями: линейные операции, сдвиг начала влево–вправо, частичные суммы, дополнительные частичные суммы, изменение масштаба.

Раздел «Теория вероятностей»

48. Классическое определение вероятности. Понятие события. Соотношение события и элементарного события. Пространство элементарных событий. Геометрическая интерпретация событий. Сумма, произведение и разность событий. Универсальное событие, дополнение (отрицание) события, пустое (невозможное) событие. Несовместные события.
49. Алгебра событий (множеств) Объекты алгебры, основные операции алгебры, замкнутость операций. Аксиомы алгебры событий.
50. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
51. Аксиоматическое определение вероятности. Аксиомы вероятности. Свойства вероятности. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема сложения. Теорема умножения.
52. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез).
53. Дискретное вероятностное пространство. Определение случайной величины. Числовые характеристики случайных величин: $M[X]$, $D[X]$. Геометрическое распределение. Определение вероятностного пространства и случайной величины. Найти $M[X]$, $D[X]$. Свойства $M[X]$ и $D[X]$.
54. Последовательность независимых испытаний Бернулли. Биномиальное распределение $B(n,k,p)$. Модель биномиального распределения как суммы n независимых одинаково распределенных случайных величин. Найти $M[S_n]$ и $D[S_n]$.
55. Неравенство Чебышева и закон больших чисел (выводы).
56. Непрерывные случайные величины. Модель вероятностного пространства равномерного распределения случайной величины на отрезке $[a,b]$. Вывод функции распределения и плотности. Найти $M[X]$ и $D[X]$.
57. Нормальное распределение. Функция распределения и плотность, найти $M[X]$ и $D[X]$.
58. Локальная предельная теорема для биномиального распределения (локальная теорема Муавра-Лапласа – только формулировка). Интегральная теорема Муавра-Лапласа (вывод), условия их применимости.

59. Распределение Пуассона (вывод) – как предельный случай биномиального распределения $B(n, k, p)$. Свойства простейшего потока событий: стационарность, ординарность, безпоследствие.
60. Показательное распределение (вывод), $M[X]$, $D[X]$, функция надежности.
61. Ковариация. Коэффициент корреляции. Линейная зависимость случайных величин. Среднестатистическая парная регрессия.

Раздел «Математическая статистика»

62. Задачи математической статистики. Теория выборочного метода. Сплошные и выборочные наблюдения. Генеральная совокупность, выбор из генеральной совокупности. Вариационный ряд выборки. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма, полигон частот.
63. Выборочные характеристики случайных величин: математическое ожидание и дисперсия. Определение несмещенной и состоятельной оценки параметров распределений. Показать, что стандартные (используемые на практике) оценки (статистики) математического ожидания и дисперсии являются несмещенными и состоятельными.
64. Гамма функция, хи-квадрат распределение, распределение Стьюдента.
65. Точечная и интервальная оценки. Доверительный интервал. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и дисперсии нормального распределения.
66. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Критерий хи-квадрат Пирсона.
67. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.
68. Выборочное уравнение регрессии. Нахождение параметров выборочного уравнения по несгруппированным данным. Метод наименьших квадратов.
69. Парный коэффициент корреляции, его свойства. Исследование уравнения регрессии.

Перечень вопросов для подготовки к экзамену в четвертом семестре

(лекции 18 часов, практических занятий 36 часов)

Раздел «Исчисление высказываний»

1. Таблицы истинности булевых функции. Операции замены переменных и суперпозиции. Приоритет операций (булевых функций) в логических выражениях. Смысловая интерпретация булевых функций.
2. Алгебра Буля. Операции алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций.

3. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к СДНФ и СКНФ. Способы приведения к стандартным формам булевых функций.
4. Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных.

Раздел «Теория графов»

5. *(Основные определения)* Представления графов: матрица смежности, матрица инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнительный граф, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл, гамильтоновы цепи и циклы. Дерево, лес.
6. Понятие отношения эквивалентности. Компоненты связности. Алгоритм выделения компонент связности (множественное описание).
7. Эйлеровы графы. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании Эйлерова пути на графе.
8. Определение остовного дерева. Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева. Множественное описание алгоритмов. Сложность алгоритма построения минимального остовного дерева.
9. Кратчайшие пути на графе. Алгоритм определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.
10. Двудольные графы. Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
11. Клики, независимые множества. Хроматические графы. Неявная раскраска вершин графа. Оптимальная раскраска – метод Магу.

Критерии оценки

100–86 баллов — если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

85–76 баллов — знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным

аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

75–61 балл — фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определено и последовательно изложить ответ.

60–50 баллов — незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

Критерии выставления оценки студенту на зачете/экзамене

Баллы (рейтинговой оценки)	Оценка зачета/ экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
100-86	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
85-76	«зачтено»/ «хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61	«зачтено»/ «удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала,

		испытывает затруднения при выполнении практических работ.
60-50	<i>«не зачтено»/ «неудовлетворительно»</i>	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценочные средства для текущей аттестации

Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных мероприятий (контрольной работы, экспресс-контроль, домашнее задание) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная активность (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

Контрольная работа является формой контроля усвоения студентами практической части курса. Выполняется студентами во время практических занятий по завершению изучения практической части разделов курса. Контрольная работа сдается преподавателю на проверку и оценивается в форме дифференцированного зачета.

Контрольная работа считается выполненной успешно при получении оценок «отлично», выполнены задания с несущественными замечаниями, «хорошо», выполнено не менее 80% заданий, или «удовлетворительно», выполнено не менее 65% заданий. При получении оценки «неудовлетворительно» контрольная работа считается не сданной, а соответствующий раздел практикума неусвоенным.

Студенту предоставляется возможность пересдать контрольную работу один раз во время консультаций по дисциплине с получением оценки на один балл ниже.

В течение четырех семестров студенты выполняют восемнадцать контрольных заданий по различным разделам курса.

Контрольные работы в 1-м семестре

1. Контрольная работа «Определители, матрицы, системы уравнений»
2. Контрольная работа «Векторная алгебра»
3. Контрольная работа «Плоскости и прямые»
4. Контрольная работа «Линии и поверхности»
5. Контрольная работа «Пределы числовых последовательностей»
6. Контрольная работа «Пределы функций»
7. Контрольная работа «Производные»
8. Контрольная работа «Исследование поведения функций»

Контрольные работы во 2-м семестре

9. Контрольная работа «Неопределенный интеграл»
10. Контрольная работа «Определенный интеграл, приложения»
11. Контрольная работа «Дифференциальные уравнения»
12. Контрольная работа «Числовые ряды»
13. Контрольная работа «Степенные ряды и приложения»

Контрольные работы в 3-м семестре

14. Контрольная работа «Комбинаторные схемы»
15. Контрольная работа «Случайные события»
16. Контрольная работа «Случайные величины»

Контрольные работы в 4-м семестре

17. Контрольная работа «Математическая логика»
18. Контрольная работа «Теория графов»

Варианты контрольных работ охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения контрольных работ студент должен изучить соответствующие материалы лекционного курса, материалы практических занятий и выполнить (в первую очередь) по данной теме соответствующее индивидуальное домашнее задание.

Контрольные работы по срокам проведения приурочены к защите (и выполнению) соответствующих индивидуальных домашних заданий. Наполнение задачами вариантов контрольных работ выполняется из общей базы перечня задач, предлагаемых студентам в качестве индивидуальных домашних заданий.

Решение контрольных задач оцениваются по сто-бальной шкале. Количество баллов за контрольную работу выставляется пропорционально числу решенных задач. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл экзаменационной оценки в соответствующем семестре.

План-график проведения контрольных работ по дисциплине

№ п/п	Сроки проведения (номера учебных недель)	Вид контрольной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
Первый семестр				
1.	3	КР1 «Определители, матрицы, системы уравнений»	1	Проведение КР1
2.	6	КР2 «Векторная алгебра».	1	Проведение КР2
3.	8	КР3 «Плоскости и прямые»	1	Проведение КР3
4.	10	КР4 «Линии и поверхности»	1	Проведение КР4
5.	12	КР5 «Пределы числовых последовательностей»	1	Проведение КР5
6.	14	КР6 «Пределы функций»	1	Проведение КР6
7.	16	КР7 «Производные»	1	Проведение КР7
8.	17	КР8 «Исследование поведения функций»	1	Проведение КР8
Второй семестр				
9.	4	КР9 «Неопределенный интеграл»	1	Проведение КР9
10.	7	КР10 «Определенный интеграл, приложения»	1	Проведение КР10
11.	11	КР11 «Дифференциальные уравнения»	1	Проведение КР11
12.	14	КР12 «Числовые ряды»	1	Проведение КР12
13.	17	КР13 «Степенные ряды и приложения»	1	Проведение КР13
Третий семестр				
14.	5	КР14 «Комбинаторные схемы»	2	Проведение КР14
15.	9	КР15 «Случайные события»	2	Проведение КР15
16.	15	КР16 «Случайные величины»	2	Проведение КР16
Четвертый семестр				
17.	11	КР17 «Математическая логика»	2	Проведение КР17
18.	17	КР18 «Теория графов»	2	Проведение КР18
19.	18	Сдача экзамена	11	Прием экзамена

Комплект заданий для контрольной работы 1

Тема: «Определители, матрицы, системы уравнений»

Вариант 1.

Определители, матрицы, системы уравнений — контрольная работа

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 06. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 2.

Определители, матрицы, системы уравнений — контрольная работа

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix} \quad i = 3, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 4x_1 - 9x_2 + 4x_3 = 1, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 11, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 3.

Определители, матрицы, системы уравнений — **контрольная работа**

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix} \quad i = 4, \quad j = 1$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 - 9x_2 - 8x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 4.

Определители, матрицы, системы уравнений — **контрольная работа**

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 4$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 5.

Определители, матрицы, системы уравнений — **контрольная работа**

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 6.

Определители, матрицы, системы уравнений — **контрольная работа**

1. Для данного определителя найти миноры и алгебраические дополнения для элементов a_{i2} и a_{3j} . Вычислить определитель, разложив его: а) по i -й строке; б) по j -у столбцу.

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad i = 2, \quad j = 3$$

2. Даны две матрицы А и В.

Найти: а) АВ; б) ВА; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$(a) \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$(a) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad (б) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Комплект заданий для контрольной работы 2

Тема: «Векторная алгебра»

Вариант 1.

Векторы, операции с векторами — контрольная работа

1. Даны векторы $\bar{a} = \alpha\bar{m} + \beta\bar{n}$ и $\bar{b} = \gamma\bar{m} + \delta\bar{n}$,
где $|\bar{m}| = k$, $|\bar{n}| = l$, $(\widehat{\bar{m}, \bar{n}}) = \varphi$.
Найти: а) $(\lambda\bar{a} + \mu\bar{b}) \cdot (\nu\bar{a} + \tau\bar{b})$; б) $\text{пр}_{\bar{b}}(\nu\bar{a} + \tau\bar{b})$; в) $\cos(\widehat{\bar{a}, \tau\bar{b}})$.
 $\alpha = 5$, $\beta = 4$, $\gamma = -6$, $\delta = 2$,
 $k = 2$, $l = 9$, $\varphi = 2\pi/3$,
 $\lambda = 3$, $\mu = 2$, $\nu = 1$, $\tau = -1/2$.
2. По координатам точек A, B, C для указанных векторов найти: а) модуль вектора \bar{a} ; б) скалярное произведение векторов \bar{a} и \bar{b} ; в) проекцию вектора \bar{c} на вектор \bar{d} ; г) координаты точки M , делящей отрезок l в отношении $\alpha : \beta$.
 $A(4, 3, -2)$, $B(-3, -1, 4)$, $C(2, 2, 1)$,
 $\bar{a} = -5\overline{AC} + 2\overline{CB}$, $\bar{b} = \overline{AB}$, $\bar{c} = \overline{AC}$, $\bar{d} = \overline{CB}$,
 $l = BC$, $\alpha = 2$, $\beta = 3$.
3. Доказать, что векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \bar{d} в этом базисе.
 $\bar{a} = (-1, 1, 2)$, $\bar{b} = (2, -3, -5)$, $\bar{c} = (-6, 3, -1)$, $\bar{d} = (28, -19, -7)$.
4. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.
 $\bar{a} = -7\bar{i} + 2\bar{k}$, $\bar{b} = 2\bar{i} - 6\bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{c} = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$;
а) $\bar{a}, -2\bar{b}, -7\bar{c}$; б) $4\bar{b}, 3\bar{c}$; в) $2\bar{a}, -7\bar{c}$; г) \bar{b}, \bar{c} ; д) $2\bar{a}, 4\bar{b}, 3\bar{c}$.
5. Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C, D . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды $ABCD$.
 $A(7, 4, 2)$, $B(-5, 3, -9)$, $C(1, -5, 3)$, $D(7, -9, 1)$;
а) ABD ; б) $l = BD$, A и C .

Вариант 2.

Векторы, операции с векторами — контрольная работа

1. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}} = \alpha\bar{\mathbf{m}} + \beta\bar{\mathbf{n}}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \gamma\bar{\mathbf{m}} + \delta\bar{\mathbf{n}}$,
где $|\bar{\mathbf{m}}| = k$, $|\bar{\mathbf{n}}| = l$, $(\widehat{\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}}) = \varphi$.
Найти: а) $(\lambda\bar{\mathbf{a}} + \mu\bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; б) $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; в) $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau\bar{\mathbf{b}}})$.
 $\alpha = -5$, $\beta = -7$, $\gamma = -3$, $\delta = 2$,
 $k = 2$, $l = 11$, $\varphi = 3\pi/2$,
 $\lambda = -3$, $\mu = 4$, $\nu = -1$, $\tau = 2$.
2. По координатам точек A, B, C для указанных векторов найти: а) модуль вектора $\bar{\mathbf{a}}$; б) скалярное произведение векторов $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$; в) проекцию вектора $\bar{\mathbf{c}}$ на вектор $\bar{\mathbf{d}}$; г) координаты точки M , делящей отрезок l в отношении $\alpha : \beta$.
 $A(1, 3, 2)$, $B(-2, 4, -1)$, $C(1, 3, -2)$,
 $\bar{\mathbf{a}} = 2\overline{AB} + 5\overline{CB}$, $\bar{\mathbf{b}} = \overline{AC}$, $\bar{\mathbf{c}} = \bar{\mathbf{b}}$, $\bar{\mathbf{d}} = \overline{AB}$,
 $l = AB$, $\alpha = 2$, $\beta = 4$.
3. Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\bar{\mathbf{d}}$ в этом базисе.
 $\bar{\mathbf{a}} = (4, 2, 3)$, $\bar{\mathbf{b}} = (-3, 1, -8)$, $\bar{\mathbf{c}} = (2, -4, 5)$, $\bar{\mathbf{d}} = (-12, 14, -31)$.
4. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.
 $\bar{\mathbf{a}} = 2\bar{\mathbf{i}} - 4\bar{\mathbf{j}} - 2\bar{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{b}} = -9\bar{\mathbf{i}} + 2\bar{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{c}} = 3\bar{\mathbf{i}} + 5\bar{\mathbf{j}} - 7\bar{\mathbf{k}}$;
а) $7\bar{\mathbf{a}}, 5\bar{\mathbf{b}}, -\bar{\mathbf{c}}$; б) $-5\bar{\mathbf{a}}, 4\bar{\mathbf{b}}$; в) $3\bar{\mathbf{b}}, -8\bar{\mathbf{c}}$; г) $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{c}}$; д) $7\bar{\mathbf{a}}, 5\bar{\mathbf{b}}, -\bar{\mathbf{c}}$.
5. Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C, D . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды $ABCD$.
 $A(-9, -7, 4)$, $B(-4, 3, -1)$, $C(5, -4, 2)$, $D(3, 4, 4)$;
а) BCD ; б) $l = CD$, A и B .

Вариант 3.

Векторы, операции с векторами — контрольная работа

1. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}} = \alpha\bar{\mathbf{m}} + \beta\bar{\mathbf{n}}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \gamma\bar{\mathbf{m}} + \delta\bar{\mathbf{n}}$,
где $|\bar{\mathbf{m}}| = k$, $|\bar{\mathbf{n}}| = l$, $(\widehat{\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{n}}}) = \varphi$.
Найти: а) $(\lambda\bar{\mathbf{a}} + \mu\bar{\mathbf{b}}) \cdot (\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; б) $\text{пр}_{\bar{\mathbf{b}}}(\nu\bar{\mathbf{a}} + \tau\bar{\mathbf{b}})$; в) $\cos(\widehat{\bar{\mathbf{a}}, \tau\bar{\mathbf{b}}})$.
 $\alpha = -2$, $\beta = -4$, $\gamma = 3$, $\delta = 1$,
 $k = 3$, $l = 2$, $\varphi = 7\pi/3$,
 $\lambda = -1/2$, $\mu = 3$, $\nu = 1$, $\tau = 2$.
2. По координатам точек A, B, C для указанных векторов найти: а) модуль вектора $\bar{\mathbf{a}}$; б) скалярное произведение векторов $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$; в) проекцию вектора $\bar{\mathbf{c}}$ на вектор $\bar{\mathbf{d}}$; г) координаты точки M , делящей отрезок l в отношении $\alpha : \beta$.
 $A(4, 6, 7)$, $B(2, -4, 1)$, $C(-3, -4, 2)$,
 $\bar{\mathbf{a}} = 5\overline{AB} - 2\overline{AC}$, $\bar{\mathbf{b}} = \overline{BC}$, $\bar{\mathbf{c}} = \bar{\mathbf{b}}$, $\bar{\mathbf{d}} = \overline{AB}$,
 $l = AB$, $\alpha = 3$, $\beta = 4$.
3. Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$ образуют базис, и найти координаты вектора $\bar{\mathbf{d}}$ в этом базисе.
 $\bar{\mathbf{a}} = (9, 5, 3)$, $\bar{\mathbf{b}} = (-3, 2, 1)$, $\bar{\mathbf{c}} = (4, -7, 4)$, $\bar{\mathbf{d}} = (-10, -13, 8)$.
4. Даны векторы $\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$. Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверит, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.
 $\bar{\mathbf{a}} = -9\bar{\mathbf{i}} + 4\bar{\mathbf{j}} - 5\bar{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{i}} - 2\bar{\mathbf{j}} + 4\bar{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{c}} = -5\bar{\mathbf{i}} + 10\bar{\mathbf{j}} - 20\bar{\mathbf{k}}$;
а) $-2\bar{\mathbf{a}}, 7\bar{\mathbf{b}}, 5\bar{\mathbf{c}}$; б) $-6\bar{\mathbf{b}}, 7\bar{\mathbf{c}}$; в) $9\bar{\mathbf{a}}, 4\bar{\mathbf{c}}$; г) $\bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}$; д) $-2\bar{\mathbf{a}}, 7\bar{\mathbf{b}}, 4\bar{\mathbf{c}}$.
5. Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C, D . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды $ABCD$.
 $A(-8, 2, 7)$, $B(3, -5, 9)$, $C(2, 4, -6)$, $D(4, 6, -5)$;
а) ACD ; б) $l = AD$, A и C .

Комплект заданий для контрольной работы 3

Тема: «Плоскости и прямые»

Вариант 1.

Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(4, 3, 5)$, $A_2(1, 9, 7)$, $A_3(0, 2, 0)$, $A_4(5, 3, 10)$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2, 3, -1)$ и $B(1, 1, 4)$ перпендикулярно плоскости $x - 4y + 3z + 2 = 0$.
3. Доказать параллельность прямых $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ и $x - 2y + 2z - 8 = 0$, $x + 6z - 6 = 0$.
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(4, -4)$, $B(8, 2)$, $C(3, 8)$.
5. Записать уравнения прямых, проходящих через точку $A(-1, 1)$ под углом 45° к прямой $2x + 3y = 6$.

Вариант 2.

Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(1, -2, 7)$, $A_2(4, 2, 10)$, $A_3(2, 3, 5)$, $A_4(5, 3, 7)$.
2. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат перпендикулярно к плоскостям $x + 5y - z + 7 = 0$ и $3x - y + 2z - 3 = 0$
3. Доказать, что прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{6}$ перпендикулярна к прямой $\begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0, \\ 4x - y - 5z + 4 = 0. \end{cases}$
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(4, -4)$, $B(6, 2)$, $C(-1, 8)$.
5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x - 2y - 7 = 0$ и $x + 3y - 6 = 0$ и отсекающей на оси абсцисс отрезок, равный 3.

Вариант 3.

Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(2, 4, 3)$, $A_2(1, 1, 5)$, $A_3(4, 9, 3)$, $A_4(3, 6, 7)$.
2. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2, -3, -4)$ и отсекает на осях координат отличные от нуля отрезки одинаковой величины.
3. При каких значениях m и C прямая $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна плоскости $3x - 2y + z + 1 = 0$.
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(1, 0)$, $B(-1, 4)$, $C(9, 5)$.
5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(2, -3)$ и точку пересечения прямых $2x - y = 5$ и $x + y = 1$.

Вариант 4.

Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(3, -1, 2)$, $A_2(-1, 0, 1)$, $A_3(1, 7, 3)$, $A_4(8, 5, 8)$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, -1, 2)$ перпендикулярно отрезку M_1M_2 , если $M_1(2, 3, -4)$ и $M_2(-1, 2, -3)$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат параллельно прямой $x = 2t + 5$, $y = -3t + 1$, $z = -7t - 4$.
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(6, -9)$, $B(10, -1)$, $C(7, -3)$.
5. Даны уравнения высот треугольника ABC : $2x - 3y + 1 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$ и координаты его вершины $A(2, 3)$. Найти уравнения сторон AB и AC треугольника.

Вариант 5.

Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$.
Составить уравнения:
 - а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
 - в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
 - г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
 - д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .Вычислить:
 - е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
 - ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$. $A_1(3, 1, 4)$, $A_2(-1, 6, 1)$, $A_3(-1, 1, 6)$, $A_4(0, 4, -1)$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через M_1M_2 перпендикулярно к этому отрезку, если $M_1(1, 5, 6)$, $M_2(-1, 7, 10)$.
3. Найти проекцию точки $P(3, 1, -1)$ на плоскость $x + 2y + 3z - 30 = 0$.
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
 - а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
 - в) уравнение медианы AM ;
 - г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
 - д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
 - е) расстояние от точки C до прямой AB . $A(-4, 2)$, $B(6, -4)$, $C(4, 10)$.
5. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника, вершинами которого служат точки $A(2, 3)$, $B(0, -3)$, $C(6, -3)$.

Вариант 6.

Плоскости и прямые — контрольная работа

1. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, $A_4(x_4, y_4)$.
Составить уравнения:
а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ;
в) прямой A_4M , перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;
г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .
Вычислить:
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.
 $A_1(4, 6, 5)$, $A_2(6, 9, 4)$, $A_3(2, 10, 10)$, $A_4(7, 5, 9)$.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, 1, 0)$ и $B(2, -1, -1)$ перпендикулярно к плоскости $5x + 2y + 3z - 7 = 0$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, -5, 3)$ параллельно прямой $2x - y + 3z - 1 = 0$, $5x + 4y - z - 7 = 0$.
4. Даны вершины треугольника ABC $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.
Найти:
а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH ;
в) уравнение медианы AM ;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
е) расстояние от точки C до прямой AB .
 $A(-3, -3)$, $B(5, -7)$, $C(7, 7)$.
5. Дан треугольник с вершинами $A(3, 1)$, $B(-3, -1)$, $C(5, 12)$. Найти уравнение и вычислить длину его медианы, проведенной из вершины C .

Комплект заданий для контрольной работы 4

Тема: «Линии и поверхности»

Вариант 1.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $b = 2, F(4\sqrt{2}, 0)$;

б) $a = 7, \varepsilon = \sqrt{85}/7$;

в) $D : x = 5$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 4(1 + \cos 2\varphi)$$

Вариант 2.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $\varepsilon = 7/8, A(8, 0)$;

б) $A(3, -\sqrt{3/5}), B(\sqrt{13/5}, 6)$;

в) $D : y = 4$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 2(1 - \cos \varphi)$$

Вариант 3.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $b = 7, F(5, 0)$;

б) $a = 11, \varepsilon = 12/11$;

в) $D : x = 10$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 4 \sin 3\varphi$$

Вариант 4.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $a = 6, F(-4, 0)$;

б) $b = 3, F(7, 0)$;

в) $D : x = -7$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 6 \sin 4\varphi$$

Вариант 5.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $b = \sqrt{15}$, $\varepsilon = \sqrt{10}/25$;

б) $k = 3/4$, $2a = 16$;

в) ось симметрии Ox и $A(4, -8)$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 2 \cos 4\varphi$$

Вариант 6.

Линии и поверхности (контрольная)

1. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

A, B — точки, лежащие на прямой,

F — фокус,

a — большая (действительная) полуось,

b — малая (мнимая) полуось,

ε — эксцентриситет,

$y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы,

D — директриса кривой,

$2c$ — фокусное расстояние.

а) $b = 15$, $F(-10, 0)$;

б) $a = 13$, $\varepsilon = 14/13$;

в) $D : x = -4$.

2. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

$$\rho = 1/(2 - \cos 2\varphi)$$

Комплект заданий для контрольной работы 5

Тема: «Пределы числовых последовательностей»

Вариант 1.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{2 - 2n}{3 + 4n}, \quad a = -\frac{1}{2}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^3}{(n + 1)^2 - (n + 1)^3}$$

3.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}$$

4.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1})$$

5.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$$

Вариант 2.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{2n + 3}{n + 5}, \quad a = 2$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 1)^3 + (n + 2)^3}{(n + 4)^3 + (n + 5)^3}$$

3.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n}$$

4.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 - 8} - n\sqrt{n(n^2 + 5)}}{\sqrt{n}}$$

5.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n - 3}{10n - 1} \right)^{5n}$$

Вариант 3.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{2n+1}{3n-5}, \quad a = \frac{2}{3}$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[3]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11 + n^2}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[3]{5 + n^3} - \sqrt[3]{3 + n^3})$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n$

Вариант 4.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{5n+15}{6-n}, \quad a = -5$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (13+n)^4}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} + \sqrt{n-2}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right)$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^2}$

Вариант 5.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{3n^2}{2 - n^2}, \quad a = -3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3 - n)^4 - (2 - n)^4}{(1 - n)^3 - (1 + n)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n + 1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt[3]{5 + 8n^3} - 2n)$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 21n - 7}{2n^2 + 18n + 9} \right)^{2n+1}$

Вариант 6.

Предел числовой последовательности — ИДЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{3n^2}{n^2 - 1}, \quad a = 3$$

2. Найти предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)^3 + (3n + 2)^3}{(2n + 3)^3 - (n - 7)^3}$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n - 4}}{\sqrt[6]{n^6 + 6} - \sqrt{n - 6}}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n(n + 2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right)$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 5n}{3n^2 - 5n + 7} \right)^{n+1}$

Комплект заданий для контрольной работы 6

Тема: «Пределы функций»

Вариант 1.

Пределы функций (контрольная)

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3} = -1$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 7}{3x^2 - x - 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{x-5}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{(\pi/2 - x)^2}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1+x/2))}{\ln(x+1)}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} 3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}} \right)^{3/x}$$

Вариант 2.

Пределы функций (контрольная)

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + 5x}{9 - 3x - 9x^3}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{2x+1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{tg} 3x}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\operatorname{tg} 5x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{x/\sin^4 \sqrt[3]{x}}$$

Вариант 3.*Пределы функций (контрольная)*

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x + 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x - 9}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{x\sqrt{7}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16} - 1/4}{\sqrt{1/4 + x} - \sqrt{2x}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1)/2)}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 2x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2})}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\ln(1+\sin^2 x)}$$

Вариант 4.*Пределы функций (контрольная)*

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{6x^2 - x - 1}{3x + 1} = -5/3$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x + 128}{5x^3 + 15x^2 - x - 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1)/2)}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 5^{\arcsin x^3} \right)^{(\operatorname{cosec}^2 x)/x}$$

Вариант 5.*Пределы функций (контрольная)*

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 1/2} = -3$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 5x - 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 1}{2x - 1} \right)^{x+2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{4x^2}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\operatorname{tg} 5x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(\pi - x)^4}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{1/\ln \cos x}$$

Вариант 6.*Пределы функций (контрольная)*

- Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что
$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - 75x - 39}{x + 1/2} = -81$$
- Вычислить предел функции
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$$
- $$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{3x^2 + x - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2}{6x^3 - 4x - 8}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x - 3} \right)^{3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$$
- Применить эквивалентности
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(\pi(x+1))}{\ln(1 + 2x)}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{2x^2}$$
- $$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$$
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - 4 \right) \right)^{\operatorname{ctg} x}$$

Комплект заданий для контрольной работы 7

Тема: «Производные»

Вариант 1.

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную y'_x
$$y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3} - \frac{5}{x}$$
2. $y = \sqrt{5x^2 - 4x + 3} + \frac{3}{(x-4)^7}$
3. $y = \sin^3 7x \cdot \operatorname{arctg} 5x^2$
4. $y = \frac{\ln^3 x}{\sin 5x^2}$
5. $y = (\operatorname{sh} 3x)^{\operatorname{arctg} 2x}$
6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
 $y^2 + x^2 = \sin y$
7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = 5 \cos^2 t, \\ y = 3 \sin^2 t \end{cases}$$

Вариант 2.

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную y'_x
$$y = 8x - \frac{5}{x^4} + \frac{1}{x} - \sqrt[5]{x^4}$$
2. $y = \sqrt[3]{3x^3 + 2x - 5} + \frac{4}{(x-2)^2}$
3. $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \operatorname{arcsin} 7x^4$
4. $y = \frac{\sin^3 5x}{\ln(2x-3)}$
5. $y = (\cos 5x)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$
6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
 $y = e^y + 4x$
7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ y = t + \ln t \end{cases}$$

Вариант 3.

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную y'_x
$$y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^3}$$

2.
$$y = \frac{2}{(x-1)^3} + \frac{8}{6x^2 + 3x - 7}$$

3.
$$y = \operatorname{tg}^6 2x \cdot \cos 7x^2$$

4.
$$y = \frac{\ln(7x+2)}{5 \cos^4 x}$$

5.
$$y = (\ln(x+7))^{\operatorname{ctg} 2x}$$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
$$3y = 7e^y + xy^5$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = 5 \sin^3 t, \\ y = 3 \cos^3 t \end{cases}$$

Вариант 4.

Найти производные функций (контрольная)

1. Найти производную y'_x
$$y = 4x^3 + \frac{3}{x} - \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x^4}$$

2.
$$y = \sqrt[3]{(x-1)^5} + \frac{5}{2x^2 - 4x + 7}$$

3.
$$y = \sin^4 3x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$$

4.
$$y = \frac{\ln(5x-3)}{4 \operatorname{tg} 3x^4}$$

5.
$$y = (\operatorname{cth} \sqrt{x})^{\sin(x+3)}$$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
$$3x + \sin x = 5y$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t \end{cases}$$

Вариант 5.*Найти производные функций (контрольная)*

1. Найти производную y'_x
$$y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$$

2.
$$y = \sqrt[4]{3x^2 - x + 5} - \frac{3}{(x - 5)^4}$$

3.
$$y = \cos^5 3x \cdot \operatorname{tg}(4x + 1)^3$$

4.
$$y = \frac{\ln(7x - 9)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$$

5.
$$y = (\operatorname{ctg} 7x)^{\operatorname{sh}(x+3)}$$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
$$xy^2 - y^3 = 4x - \cos y$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = (2t + 3) \cos t, \\ y = 3t \end{cases}$$

Вариант 6.*Найти производные функций (контрольная)*

1. Найти производную y'_x
$$y = \frac{7}{x} + \frac{4}{x^3} - \sqrt[5]{x^3} - 2x^6$$

2.
$$y = \sqrt[3]{5x^2 - 2x - 15} + \frac{8}{(x - 5)^2}$$

3.
$$y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x} \cdot \arccos x^4$$

4.
$$y = \frac{\ln(4x + 5)}{2\operatorname{ctg} \sqrt{x}}$$

5.
$$y = (\operatorname{sh}(x + 2))^{\arcsin 2x}$$

6. Найти y'_x и y''_x неявной функции
$$x^2 y^2 = x + y \ln y$$

7. Найти y'_x и y''_x параметрической функции
$$\begin{cases} x = 5 \cos t, \\ y = 4 \sin t \end{cases}$$

Комплект заданий для контрольной работы 8

Тема: «Исследование поведения функций»

ИДЗ Вариант 1.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x^5}{x^4 - 1}$$

$$2. y = \frac{12x}{9 + x^2}$$

$$3. y = \frac{4x}{4 + x^2}$$

$$4. y = (3 - x)e^{x-2}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + x^2 - 3x - 1}{2x^2 - 2}$$

ИДЗ Вариант 2.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{(x - 2)^2}{x + 1}$$

$$2. y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$$

$$3. y = x^2 - 2 \ln x$$

$$4. y = \ln \frac{x}{x - 2} + 1$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}$$

ИДЗ Вариант 3.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$2. y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$$

$$3. y = \frac{2x^2 + 4x + 2}{2 - x}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+2)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}$$

ИДЗ Вариант 4.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x^4 + 3}{x}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$$

$$3. y = x^2 e^{-x^2/2}$$

$$4. y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}$$

ИДЗ Вариант 5.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{5x}{4 - x^2}$$

$$2. y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

$$3. y = \frac{(1 - x)^3}{(x - 2)^2}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 9}{4x + 8}$$

ИДЗ Вариант 6.

Провести полное исследование и построить графики функций

$$1. y = \frac{x + 1}{(x - 1)^2}$$

$$2. y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$$

$$3. y = e^{1/(2-x)}$$

$$4. y = \ln \frac{x - 5}{x} + 2$$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}$$

ИДЗ Вариант 7.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \ln(x^2 + 1)$

2. $y = \frac{3x - 2}{x^3}$

3. $y = x^2 e^{1/x}$

4. $y = -(2x + 3)e^{2(x+2)}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$$

ИДЗ Вариант 8.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$

2. $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$

3. $y = \frac{x^3}{9 - x^3}$

4. $y = (2x - 1)e^{2(1-x)}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^3 + 3x^3 - 2x - 2}{2 - 3x^2}$$

ИДЗ Вариант 9.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = x \ln x$

2. $y = \frac{4(x + 1)^2}{x^2 + 2x + 4}$

3. $y = x + \ln(x^2 - 4)$

4. $y = \ln \frac{x + 6}{x} - 1$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{3x^2 - 7}{2x + 1}$$

ИДЗ Вариант 10.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = x^2 - 2 \ln x$

2. $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$

3. $y = x e^{1/x}$

4. $y = (4 - x)e^{x-3}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}$$

ИДЗ Вариант 11.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}$

2. $y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$

3. $y = \frac{2 + x}{(x + 1)^2}$

4. $y = -\frac{e^{-2(x+2)}}{2(x + 2)}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}}$$

ИДЗ Вариант 12.

Провести полное исследование и построить графики функций

1. $y = \frac{1}{3} \sqrt[3]{x^2}(x - 5)$

2. $y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$

3. $y = x^3 e^{x+1}$

4. $y = \frac{e^{x-3}}{x - 3}$

5. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 9x - 3}{2x^2 - 3}$$

Комплект заданий для контрольной работы 9

Тема: «Неопределенный интеграл»

Вариант 1.

Неопределенный интеграл, контрольная работа

1. $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 3 \right) dx$

2. $\int \sqrt[4]{8+x} dx$

3. $\int \frac{dx}{2x+7}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-9}}$

5. $\int \frac{x dx}{2x^2-7}$

6. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$

7. $\int \frac{5-3x}{\sqrt{4-39x^2}} dx$

8. $\int \frac{x^3-1}{2x+1} dx$

9. $\int \sin 2x \sin 3x dx$

10. $\int x \ln(x^2+1) dx$

11. $\int x^2 e^{-x} dx$

12. $\int \frac{4x^2}{(x^2-x^2+1)(x+1)} dx$

13. $\int \frac{dx}{5+\sin x+3\cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt[6]{x+3}}{\sqrt[3]{x+3}+\sqrt{x+3}} dx$

Вариант 2.

Неопределенный интеграл, контрольная работа

1. $\int \frac{\sqrt[5]{x}-2x^3+21}{\sqrt{x^7}} dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}$

3. $\int \frac{dx}{3x-9}$

4. $\int \frac{dx}{5x^2+3}$

5. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-3x^2}}$

6. $\int \frac{\sin 3x}{\cos^2 3x} dx$

7. $\int \frac{1+3x}{\sqrt{1+4x^2}} dx$

8. $\int \frac{x^4+2}{x^2-4} dx$

9. $\int \sin 5x \sin 7x dx$

10. $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$

11. $\int (x^2+2)e^{-x} dx$

12. $\int \frac{4x^4+8x^3-3x-3}{x^3+2x^2+x} dx$

13. $\int \frac{dx}{2+4\sin x+3\cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx$

Вариант 3.*Неопределенный интеграл,***контрольная работа**

1. $\int \frac{3x^2 + \sqrt[5]{x} + 7}{x} dx$

2. $\int \sqrt{5 - 4x} dx$

3. $\int \frac{dx}{4 - 7x}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 3}}$

5. $\int \frac{x dx}{5x^2 + 1}$

6. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x + 3}} dx$

7. $\int \frac{1 + 3x}{\sqrt{1 + 4x^2}} dx$

8. $\int \frac{6x^3 + x^2 + -2x + 1}{2x - 1} dx$

9. $\int \cos 2x \cos 2x dx$

10. $\int x^2 \ln x dx$

11. $\int (x^2 + x) \sin x dx$

12. $\int \frac{x^3 - 3}{(x - 1)(x^2 - 1)} dx$

13. $\int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt{x + 3}}{1 + \sqrt[3]{x + 3}} dx$

Вариант 4.*Неопределенный интеграл,***контрольная работа**

1. $\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx$

2. $\int \sqrt[3]{(1 + x)^2} dx$

3. $\int \frac{dx}{2 + 9x}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$

5. $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}$

6. $\int \frac{\sin 5x}{\sqrt{\cos^2 5x}} dx$

7. $\int \frac{x - 2}{\sqrt{2 - x}} dx$

8. $\int \frac{2x^4 - 3}{x^2 + 1} dx$

9. $\int \cos^{-3} 2x \sin 2x dx$

10. $\int x \ln(x + 1) dx$

11. $\int x^2 \cos 2x dx$

12. $\int \frac{x + 2}{x^3 - 2x^2 + x} dx$

13. $\int \frac{dx}{4 \sin x - 6 \cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1} dx$

Вариант 5.*Неопределенный интеграл,* **контрольная работа**

1. $\int \frac{\sqrt[3]{x} - x + 4}{\sqrt[4]{x}} dx$

2. $\int (1 - 8x)^3 dx$

3. $\int \frac{dx}{2 - 3x}$

4. $\int \frac{dx}{5x^2 - 3}$

5. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{5 - 4x^2}}$

6. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

7. $\int \frac{3 - 5x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

8. $\int \frac{x^2 + x}{2 - x} dx$

9. $\int \cos 7x \sin 5x dx$

10. $\int (x^2 - x + 1) \ln x dx$

11. $\int x^2 \cos^2 x dx$

12. $\int \frac{x + 2}{x^3 - x^2} dx$

13. $\int \frac{dx}{8 + 4 \cos x}$

14. $\int \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[6]{x})} dx$

Вариант 6.*Неопределенный интеграл,* **контрольная работа**

1. $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{2 + x}}$

3. $\int \frac{dx}{4 - 3x}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 9x^2}}$

5. $\int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2 + 8}}$

6. $\int \sin 2x \cos^7 2x dx$

7. $\int \frac{4 - 2x}{\sqrt{1 - 4x^2}} dx$

8. $\int \frac{2x^3 - 3}{x - 2} dx$

9. $\int \sin x \cos^3 x dx$

10. $\int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^x} dx$

11. $\int x 3^{-x} dx$

12. $\int \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 2x^2 + x} dx$

13. $\int \frac{dx}{7 \sin x - 3 \cos x}$

14. $\int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$

Комплект заданий для контрольной работы 10

Тема: «Определенный интеграл, приложения»

Вариант 1.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

- $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$
- $\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$
- Площадь замкнутой фигуры
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
- Вычислить длину дуги
 $y^2 = (x+1)^3$, отсеченной прямой $x = 4$
- Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $x^2/16 + y^2/1 = 1, Ox$
- Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $y = x^2/2$, отсеченной прямой $y = 3/2, Oy$
- Вычислить несобственные интегралы
 $\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$
- $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$

Вариант 2.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

- $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$
- $\int_2^3 x \ln(x-1) dx$
- Площадь замкнутой фигуры
 $\rho = 4 \cos 3\varphi$
- Вычислить длину дуги
 $y^2 = (x-1)^3$ от точки $A(2, -1)$ до точки $B(5, -8)$
- Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $x = \sqrt{3} \cos t, y = 2 \sin t, Oy$
- Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi, Ox$
- Вычислить несобственные интегралы
 $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}$
- $\int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

Вариант 3.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$
2. $\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y = x^2, y = 2 - x^2$
4. Вычислить длину дуги
 $\rho = 3(1 - \cos \varphi)$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $y = x^2, 8x = y^2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $x^2 = y + 4, \text{отсеченной прямой } x = 2, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_1^{\infty} \frac{4 dx}{x(1 + \ln^2 x)}$
8. $\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$

Вариант 4.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$
2. $\int_1^e x \ln^2 x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y^2 = x^3, x = 0, y = 4$
4. Вычислить длину дуги
 $\rho = 2 \cos \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $x = 3 \cos^2 t, y = 4 \sin^2 t, 0 \leq t \leq \pi/2, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $\rho = 2 \cos \varphi, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8. $\int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9} x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}$

Вариант 5.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2. $\int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y = 1/(1+x^2), y = x^2/2$
4. Вычислить длину дуги
 $\rho = 5 \sin \varphi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $x^3 = (y-1)^2, x = 0, y = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_{-1}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4x + 5}$
8. $\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$

Вариант 6.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$
2. $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$
4. Вычислить длину дуги
 $x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, 0 \leq t \leq \pi$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox$
6. Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $x = 3 \cos^3 t, y = 3 \sin^3 t, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_1^{\infty} x \sin x dx$
8. $\int_1^2 \frac{x dx}{\ln 2 \sqrt{(x^2-1)^3}}$

Вариант 7.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_3^8 \sqrt{x+1} dx$
2. $\int_1^e x \ln^2 x dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y^2 = (4 - x^3), x = 0$
4. Вычислить длину дуги
 $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $x^2/9 + y^2/4 = 1, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $\rho = 4 \sin \varphi, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_{1/3}^{\infty} \frac{\pi dx}{(1 + 9x^2) \arctg^2 3x}$
8. $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[9]{1-2x}}$

Вариант 8.

Определённый интеграл₁ и приложения — контрольная работа

1. $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$
2. $\int_0^1 \frac{\arcsin(x/2)}{\sqrt{2-x}} dx$
3. Площадь замкнутой фигуры
 $y^2 = x + 1, y^2 = 9 - x$
4. Вычислить длину дуги
 $x = 4 \cos^3 t, y = 4 \sin^3 t$
5. Вычислить объем тела вращения вокруг оси
 $y = x^3, x = 0, y = 8, Oy$
6. Вычислить площадь поверхности вращения
кривой вокруг оси
 $3y = x^3, 0 \leq x \leq 1, Ox$
7. Вычислить несобственные интегралы
 $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x) \ln^3 x}$
8. $\int_0^{1/3} \frac{dx}{9x^2 - 9x + 2}$

Комплект заданий для контрольной работы 11

Тема: «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1.

Дифференциальные уравнения — контрольная

1. Найти общее решение ДУ
 $3x^{2+y}dy + x dx = 0$
2. Найти общее решение ДУ
 $y' = 2xy + x$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $xy' - y = (x + y) \ln((x + y)/x)$
4. Решить линейное ДУ
 $y' - 3x^2y - x^2e^{x^3} = 0, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли
 $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $y'' - 5y' + 4y = 0$
 $y'' + 16y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' - 8y' + 12y = 36x^4 - 96x^3 + 24x^2 + 16x - 2$
 $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12) \sin x - 36x \cos 3x, y(0) = 4, y'(0) = 0$
9. Решить систему однородных ЛДУ
 $\begin{cases} x' = 2x + 8y, \\ y' = x + 4y \end{cases}$

Вариант 2.

Дифференциальные уравнения — контрольная

1. Найти общее решение ДУ
 $(\sin(x + y) + \sin(x - y))dx + \frac{dy}{\cos y} = 0$
2. Найти общее решение ДУ
 $(y + 1)y' = \frac{y}{\sqrt{1 - x^2}} + xy$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0$
4. Решить линейное ДУ
 $(1 - 2xy)y' = y(y - 1), y(0) = 1$
5. Решить уравнение Бернулли
 $y' - xy = -y^3e^{-x^2}$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $y'' - \frac{y'}{x - 1} = x(x - 1)$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $9y'' - 6y' + y = 0$
 $y'' + 12y' + 37y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x$
 $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6, y(0) = 1, y'(0) = 4$
9. Решить систему однородных ЛДУ
 $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$

Вариант 3.

Дифференциальные уравнения — контрольная

1. Найти общее решение ДУ
 $y' = (2x - 1) \operatorname{ctg} y$
2. Найти общее решение ДУ
 $\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$
3. Найти общее решение однородного ДУ
 $(y - xy') = x \sec \frac{y}{x}$
4. Решить линейное ДУ
 $(2e^y - x)y' = 1, y(0) = 0$
5. Решить уравнение Бернулли
 $(x + 1)(y' + y^2) = -y$
6. Решить ДУ понижением порядка
 $2xy'y'' = y'^2 - 1$
7. Решить линейное однородное ДУ
 $y'' - y = 0$
 $4y'' + 8y' - 5y = 0$
8. Решить неоднородное ЛДУ
 $y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x$
 $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8, y(0) = 1, y'(0) = 3$
9. Решить систему однородных ЛДУ
 $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$

Вариант 4.

Дифференциальные уравнения — контрольная

- | | |
|--|---|
| 1. Найти общее решение ДУ
$\sin x \cdot y' = y \cos x + 2 \cos x$ | $x^3 y'' + x^2 y' = 1$ |
| 2. Найти общее решение ДУ
$(1 + y^2) y dx - (y + yx^2) dy = 0$ | 7. Решить линейное однородное ДУ
$y'' + 25y' = 0$
$y'' - 10y' + 16y = 0$ |
| 3. Найти общее решение однородного ДУ
$(x + 2y) dx - x dy = 0$ | 8. Решить неоднородное ЛДУ
$y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}$ |
| 4. Решить линейное ДУ
$xy' - 2y + x^2 = 0, y(1) = 0$ | $y'' - 6y' + 25y = 9 \sin 4x - 24 \cos 4x, y(0) = 2, y'(0) = -2$ |
| 5. Решить уравнение Бернулли
$xy' - 2\sqrt{x^3} \cdot y = y$ | 9. Решить систему однородных ЛДУ
$\begin{cases} x' = y, \\ y' = x \end{cases}$ |
| 6. Решить ДУ понижением порядка | |

Вариант 5.

Дифференциальные уравнения — контрольная

- | | |
|--|---|
| 1. Найти общее решение ДУ
$3y^{2-x^2} = yy'/x$ | $2x^2 y'' y' = y'^2 - 4$ |
| 2. Найти общее решение ДУ
$(xy + x^3 y) y' = 1 + y^2$ | 7. Решить линейное однородное ДУ
$6y'' + 7y' - 3y = 0$
$y'' + 16y = 0$ |
| 3. Найти общее решение однородного ДУ
$(x - y) dx + (x + y) dy = 0$ | 8. Решить неоднородное ЛДУ
$y'' - 3y' + 2y = 19 \sin x + 3 \cos x$ |
| 4. Решить линейное ДУ
$xy' + y = \sin x, y(\pi/2) = 2/\pi$ | $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, y(0) = 2, y'(0) = 3$ |
| 5. Решить уравнение Бернулли
$y' = x\sqrt{y} + \frac{xy}{x^2 - 1}$ | 9. Решить систему однородных ЛДУ
$\begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$ |
| 6. Решить ДУ понижением порядка | |

Вариант 6.

Дифференциальные уравнения — контрольная

- | | |
|--|--|
| 1. Найти общее решение ДУ
$3y^{2-x^2} = yy'/x$ | 6. Решить ДУ понижением порядка
$y'' + 2xy' = 0$ |
| 2. Найти общее решение ДУ
$y' + y + y^2 = 0$ | 7. Решить линейное однородное ДУ
$y'' + y' - 6y = 0$
$y'' + 9y' = 0$ |
| 3. Найти общее решение однородного ДУ
$(4x^2 + 3xy + y^2) dx + (4y^2 + 3xy + x^2) dy = 0$ | 8. Решить неоднородное ЛДУ
$y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^2$
$y'' - 10y' + 25y = e^{5x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$ |
| 4. Решить линейное ДУ
$xy' - 2y = 2x^4, y(1) = 0$ | 9. Решить систему однородных ЛДУ
$\begin{cases} x' = -x + 8y, \\ y' = x + y \end{cases}$ |
| 5. Решить уравнение Бернулли
$x dx = (x^2/y - y^2) dy$ | |

Комплект заданий для контрольной работы 12

Тема: «Числовые ряды»

Вариант 1.

Числовые ряды — контрольная работа

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2n+1} \right)^n$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n\sqrt[3]{n}}$$

6. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

Вариант 2.

Числовые ряды — контрольная работа

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{n^n}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1} \right)^n$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 - n + 1}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2 + 1}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$

Вариант 3.

Числовые ряды — контрольная работа

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n - 1}{5^n(n+1)!}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2 + 1}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{6n}$

Вариант 4.

Числовые ряды — контрольная работа

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n-1}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}$

Вариант 5.*Числовые ряды — контрольная работа*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \dots \cdot (5n-3)}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n} \right)^n$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{12^n}$

Вариант 6.*Числовые ряды — контрольная работа*

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$$

2. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{n^n}$$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+4}$

5. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}$

Комплект заданий для контрольной работы 13

Тема: «Степенные ряды и приложения»

Вариант 1.

Степенные ряды и приложения — контрольная работа

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n(x+1)^n}{2^{n-1}n^n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(nx)^n}$$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = e^{-x^2}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^1 e^{-x^2/2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = e^{\sin x} + x, \quad y(0) = 0$

Вариант 2.

Степенные ряды и приложения — контрольная работа

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{2n-1}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n$$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = e^{3x}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = xy - y^2, \quad y(0) = 0,2$

Вариант 3.*Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \sqrt{2n+1}}$$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в точке x_0 и найти его область сходимости

$$f(x) = \ln(5x+3) \frac{1}{x}, \quad x_0 = \frac{2}{5}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,4} \sqrt{x} e^{-x/4} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = xe^x + 2y^2, \quad y(0) = 0$

Вариант 4.*Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-2x)^n}{n - \ln^2 n}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \sqrt{2n+1}}$$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \frac{1}{1+x^2} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ (записать три первых, не равных 0, слагаемых)
 $y' = x + e^y, \quad y(0) = 0$

Вариант 5.*Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n(n^2 + 1)}$$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n^2}(x + 2)^{n^2}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}x^n}$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \operatorname{ch}(2x^3)$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = x^2y^2 + y \sin x, \quad y(0) = 1/2$$

Вариант 6.*Степенные ряды и приложения — контрольная работа*

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x - 2)^n}{n^2}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x - 2)^n}$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Маклорена и найти его область сходимости

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x}$$

5. Разложить подынтегральную функцию в степенной ряд и вычислить интеграл с точностью до 0,001

$$\int_0^{25} \frac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}} dx$$

6. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения ДУ

(записать три первых, не равных 0, слагаемых)

$$y' = y \cos x + 2 \cos y, \quad y(0) = 0$$

Комплект заданий для контрольной работы 14

Тема: «Комбинаторные схемы»

Вариант 1.

Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых встречается 1, или тех, в записи которых её нет?
2. В скольких случаях при игре в «Спортлото» угадывание 5 номеров из 36 будут правильно выбраны: а) ровно 3 номера; б) не менее 3 номеров?
3. В лифт сели 8 человек. Сколькими способами они могут выйти на четырёх этажах так, чтобы на каждом этаже вышел, по крайней мере, один человек?
Указание: воспользоваться правилом включения и исключения.
4. Сколькими способами можно составить трёхцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
5. Найти сумму $\sum_{k=0}^n (7k^2 + 3)C_n^k$.
6. Решить линейные рекуррентные соотношения:
 - 1). $u_{n+2} - 2u_{n+1} + u_n = 0$, $u_0 = -2, u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} - 4u_{n+1} + 3u_n = 2$, $u_0 = 0, u_1 = 1$

Вариант 2.

Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Сколькими способами можно составить три пары из n шахматистов?
2. Показать, что если $n = 42t$, то число целых, не превосходящих n и не делящихся ни на одно из чисел 6, 14, 21, равно $32t$. *Указание: воспользоваться правилом включения и исключения.*
3. Сколько существует натуральных n -значных чисел, у которых цифры расположены в неубывающем порядке?
4. Сколькими способами число 11^n можно представить в виде трёх сомножителей (представления, отличающиеся порядком сомножителей, считаются различными; 11^0 — сомножитель)?
5. Найти сумму $\sum_{k=0}^n (3k - 5)(-1)^k C_n^k$.
6. Решить линейные рекуррентные соотношения:
 - 1). $u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = 0$, $u_0 = -1, u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} - 2u_{n+1} - 3u_n = 1$, $u_0 = -2, u_1 = 2$

Вариант 3.**Комбинаторные схемы — контрольная работа**

1. Имеется n одинаковых вещей и ещё n различных вещей. Сколькими способами можно выбрать из них n вещей?
2. В скольких случаях при игре в «Спортлото» угадывание 5 номеров из 36 будут правильно выбраны: а) ровно 3 номера; б) не менее 3 номеров?
3. Определить количество целочисленных решений системы $x_1 + x_2 + x_3 = 40, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.
4. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них 4 пары?
5. Найти сумму $\sum_{k=0}^n (k^2 + 1)C_n^k$.
6. Решить линейные рекуррентные соотношения:
 - 1). $u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n = 0, u_0 = 1, u_1 = 3$
 - 2). $u_{n+2} - 2u_{n+1} - 3u_n = 1, u_0 = -1, u_1 = 2$

Вариант 4.**Комбинаторные схемы — контрольная работа**

1. Сколькими способами можно составить трёхцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
2. В колоде 52 карты. В скольких случаях при выборе из колоды 10 карт среди них окажутся: а) хотя бы один туз; в) не менее двух тузов; г) ровно два туза?
3. Показать, что если $n = 30t$, то число целых, не превосходящих n и не делящихся ни на одно из чисел 6, 10, 15, равно $22t$. Указание: воспользоваться правилом включения и исключения.
4. Сколькими способами можно выбрать 6 карт из колоды, содержащей 52 карты, так, чтобы среди них были карты каждой масти?
5. Найти сумму $\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{k+1} + 2k\right)C_n^k$.
6. Решить линейные рекуррентные соотношения:
 - 1). $u_{n+2} - u_{n+1} - 6u_n = 0, u_0 = -1, u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} - 5u_{n+1} + 6u_n = -2, u_0 = -2, u_1 = 2$

Вариант 5.

Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Имеем m различных шаров и k различных корзин. Сколькими способами можно разместить предметы по корзинам, допускаются пустые корзины?
2. Найти число векторов $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, координаты которых удовлетворяют условию $a_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $\sum_{i=1}^n a_i = r$.
3. Сколько существует натуральных n -значных чисел, у которых цифры расположены в неубывающем порядке?
4. Имеется 17 пар различных предметов. Найти полное число выборок из этих предметов. Каждая пара может участвовать в выборке, предоставляя любой из двух её элементов, или не участвовать. Выборки считаются различными, если отличаются друг от друга своим составом; порядок предметов в выборке не учитывается.
5. Найти сумму $\sum_{k=0}^n (3k + 1)^2 C_n^k$.
6. Решить линейные рекуррентные соотношения:
 - 1). $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = 0$, $u_0 = -2$, $u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 1$, $u_0 = 0$, $u_1 = 1$

Вариант 6.

Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Сколькими способами можно указать на шахматной доске $2n \times 2n$ белый и чёрный квадраты, не лежащие на одной горизонтали и вертикали?
2. Сколькими способами можно раскрасить квадрат, разделённый на девять частей, четырьмя цветами таким образом, чтобы в первый цвет были окрашены 3 части, во второй — 2, в третий — 3, в четвертый — 1 часть?
3. Сколько существует чисел от 0 до 10^n , которые не содержат две идущие друг за другом одинаковые цифры?
4. Сколькими способами можно разместить n одинаковых шаров по m различным корзинам при следующих условиях: пустых корзин **нет**;
5. Найти сумму $\sum_{k=0}^n (k + 3) C_n^k$.
6. Решить линейные рекуррентные соотношения:
 - 1). $u_{n+2} - 5u_{n+1} + 6u_n = 0$, $u_0 = -1$, $u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} - u_{n+1} - 6u_n = -1$, $u_0 = -2$, $u_1 = 2$

Комплект заданий для контрольной работы 15

Тема: «Случайные события»

Вариант 1.

Случайные события, контрольная работа

1. Два военных самолета с разных сторон преодолевают зону ПВО противника. Вероятность того, что сбит будет первый самолет, равна 0.7, второй — 0.8. Найти вероятность поражения: 1) одного самолета; 2) двух; 3) ни одного.
2. В конкурсе на лучшую курсовую работу участвуют 20 студентов первого курса, 22 студента второго курса и 18 студентов третьего курса. Шансы на победу для студента первого курса оцениваются в 50%, для студентов второго курса — 60%, для студентов третьего курса — 70%. а) Найти вероятность того, что случайно выбранный студент победит в конкурсе. б) Найти вероятность того, что в конкурсе победил студент второго курса.
3. В семье пять детей, имеющих разные даты рождения. Принимая равными вероятности рождения мальчика и девочки, найти вероятность того, что мальчиков в семье: 1) трое; 2) не менее трех; 3) не более двух.
4. Гроссмейстер дает сеанс одновременной игры на 25 досках. Вероятность того, что участник сеанса выиграет у гроссмейстера, равна 0.1. Найти вероятность того, что гроссмейстер выиграет 21 партию в этом сеансе.
5. На полке находятся 12 книг, расставленных в произвольном порядке. Из них 4 книги — по теории вероятностей; 3 — по математическому анализу и 5 — по линейной алгебре. Студент случайным образом достает три книги. Найти вероятность того, что он выбрал не менее двух книг по теории вероятностей.
6. Из корзины, содержащей n различных элементов, последовательно k раз выбирают по одному элементу. Выбрав один элемент, его вновь возвращают назад в корзину. Найти вероятность события, что ни один элемент не появится дважды?

Вариант 2.

Случайные события, контрольная работа

1. Для сигнализации о возгорании установлено два независимо работающих датчика. Вероятность того, что при возгорании первый датчик сработает, равна 0.9, для второго эта вероятность равна 0.7. Найти вероятность того, что при возгорании сигнал поступит: 1) от двух датчиков; 2) ни от одного датчика; 3) хотя бы от одного.
2. В магазин поступило три партии зонтиков от трех поставщиков. В первой партии — 100 зонтиков, из которых 2% бракованных. Во второй партии — 300 зонтиков, из которых 4% бракованных. В третьей партии — 60 зонтиков, из которых 1% бракованных. Наудачу выбирают один зонтик. а) Найти вероятность того, что выбранный зонтик окажется бракованным. б) Выбранный зонтик оказался бракованным. Найти вероятность того, что он поступил от первого поставщика.
3. Вероятность того, что мотор в цехе в данный момент включен, для каждого мотора равна 0.8. Найти вероятность того, что из имеющихся в цехе пяти моторов в данный момент будут включены: 1) один мотор; 2) не более одного; 3) хотя бы два мотора.
4. Вероятность сбоя в работе АТС при каждом вызове равна 0.0005. Поступило 2000 вызовов. Определить вероятность того, что при этом произошло 4 сбоя.
5. Из пруда, в котором плавали 25 карпов, выловили 5, пометили их и отпустили обратно в пруд. Во второй раз выловили 7 рыб. Найти вероятность того, что среди них окажется не менее четырех помеченных карпов.
6. В n ящиках случайным образом размещают $n + 1$ шар. Найти вероятность события, что все ящики заняты?

Вариант 3.

Случайные события, контрольная работа

1. В магазин от разных поставщиков поступаю четыре партии мебели. Вероятности того, что партии будут доставлены в срок, соответственно равны 0.9, 0.8, 0.7, 0.8. Найти вероятность того, что из этих четырех партий будут доставлены срок: 1) менее двух; 2) хотя бы одна; 3) одна.
2. В обувную мастерскую для ремонта приносят сапоги и туфли в соотношении 2:3. Вероятность качественного ремонта для сапог равна 0.9; для туфель — 0.8. Проведена проверка качества одной пары обуви из отремонтированных в этой мастерской. а) Найти вероятность того, что эта пара обуви отремонтирована качественно. б) Найти вероятность того, что качественно отремонтирована пара туфель.
3. Вероятность сдать экзамен для каждого из шести студентов равна 0.8. Найти вероятность того, что экзамен сдадут: 1) пять студентов; 2) не менее пяти; 3) не более пяти.
4. Вероятность не верно выбрать знак при наборе текста равна 0.001. Найти вероятность того, что при наборе текста, состоящего из 3000 знаков, будет допущена хотя бы одна ошибка.
5. Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает два вопроса, содержащихся в его экзаменационном билете?
6. Дни рождения k человек образуют выбору объемом k из совокупности $n = 365$ дней в году. Какова вероятность, что все дни рождения различные?

Вариант 4.

Случайные события, контрольная работа

1. Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй — только 15. Каждому из них задают по одному вопросу из 25. Найти вероятность того, что на заданный вопрос правильно ответят: 1) оба студента; 2) только один из них; 3) хотя бы один из студентов.
2. Три автомата штампуют одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительности первого, второго и третьего автоматов относятся как 2:3:5. Вероятность того, что деталь с первого автомата будет отличного качества, равна 0.8; для второго — 0.6; для третьего — 0.7. а) Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь окажется отличного качества. б) Взятая деталь оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что она изготовлена первым автоматом?
3. Вероятность поражения цели в одном выстреле равна 0.4. Произведено 8 выстрелов. Найти: 1) наименее вероятное число K_0 поражений цели в восьми выстрелах; 2) вероятность того, что произойдет K_0 поражений цели; 3) вероятность поражения цели не менее 4 раз из 8.
4. Известно, что среди 10% людей, бронирующих номер в курортной гостинице, отказываются от брони. Администратор гостиницы выдал бронь на 100 мест. Найти вероятность того, что все люди, приехавшие на курорт и имеющие бронь, поселятся в этой гостинице, если в ней 96 свободных мест.
5. В ящике 10 деталей, из которых три являются нестандартными. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что одна из взятых деталей оказалась нестандартной.
6. В n ящиках случайным образом размещают k шаров. Какова вероятность, что ровно r попадут в один фиксированный ящик?

Вариант 5.

Случайные события, контрольная работа

1. Самолет противника обнаруживается тремя радиолокаторами с вероятностями 0.8, 0.7, 0.5 соответственно. Какова вероятность того, что самолет будет обнаружен: 1) одним радиолокатором; 2) двумя; 3) хотя бы двумя.
2. Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трех касс вокзала А или в одну из пяти касс вокзала В. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира в кассах вокзала А имеются в продаже билеты, равна 0.6; для вокзала В эта вероятность равна 0.5. а) Найти вероятность того, что в кассе наудачу выбранного вокзала пассажир сможет купить билет. б) Пассажир купил билет. Вероятнее всего в кассе какого вокзала куплен билет?
3. Игрок набрасывает кольца на колышек. Вероятность удачи в каждом броске 0.1. Найти вероятность того, что из 6 колец на колышек попадут: 1) два кольца; 2) хотя бы два кольца. 3) Найти наименее вероятное число попаданий при бросании 6 колец на колышек.
4. Вероятность отклонения от стандарта при штамповке клемм равна 0.01. Найти вероятность наличия в партии из 200 клемм не менее трех клемм, не соответствующих стандарту.
5. В коробке находятся фломастеры: 4 синих, 3 красных и 5 зеленых. Из коробки наудачу вынимают четыре фломастера. Найти вероятность того, что среди выбранных фломастеров не менее двух красных.
6. Из корзины, содержащей n различных элементов, последовательно k раз выбирают по одному элементу. Выбрав один элемент, его вновь возвращают назад в корзину. Найти вероятность события, что ни один элемент не появится дважды?

Вариант 6.

Случайные события, контрольная работа

1. В магазин вошли три посетителя. Вероятность того, что первый из них совершит покупку, равна 0.6; для второго эта вероятность равна 0.4; для третьего — 0.5. Найти вероятность того, что из этих посетителей покупку совершат: 1) двое; 2) хотя бы двое; 3) менее двух.
2. На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность появления брака при обработке детали на станке № 1 равна 0.03; на станке № 2 — 0.02. Обработанные детали складываются в одном месте, причем производительность станка № 1 в два раза больше, чем производительность станка № 2. а) Вычислить вероятность того, что наудачу взятая после обработки деталь не будет бракованной. б) Взятая деталь оказалась небракованной. Какова вероятность того, что с первого станка?
3. Найти вероятность того, что среди семи изделий нестандартных будет: 1) два; 2) хотя бы одно; 3) менее двух, если в среднем стандартные изделия составляют 90%.
4. В университете учатся 1584 студента. Найти вероятность того, что день рождения в сентябре не более чем у 121 студента этого института.
5. В коробе имеется 5 белых, 10 красных и 15 желтых шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимают 3 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров будет два красных или два белых.
6. В n ящиках случайным образом размещают $n + 1$ шар. Найти вероятность события, что все ящики заняты?

Комплект заданий для контрольной работы 16

Тема: «Случайные величины»

Вариант 1.

Случайные величины, контрольная работа

1. Составить закон распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$, среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

Выпущено 100 лотерейных билетов, из которых 1 билет содержит выигрыш 5000 рублей; 3 билета содержат выигрыш 500 рублей; 16 билета содержат выигрыш 50 рублей. Случайная величина X — выигрыш, полученный человеком, который купил один билет этой лотереи.

2. Случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей $f(x)$. Найти: а) параметр A ; б) функцию распределения вероятностей $F(x)$; в) числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$; г) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$; д) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{A}{x^{10}}, & x \geq 1. \end{cases} \quad \alpha = 0, \quad \beta = 2.$$

Вариант 2.

Случайные величины, контрольная работа

1. Составить закон распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$, среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

На станцию должны прибыть три поезда. Вероятность того, что первый поезд опоздает, равна 0.2; для второго поезда вероятность опоздать равна 0.1; для третьего поезда — 0.3. Случайная величина X — число поездов, прибывающих на станцию без опозданий.

2. Случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей $f(x)$. Найти: а) параметр A ; б) функцию распределения вероятностей $F(x)$; в) числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$; г) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$; д) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ A(x^2 + 2x), & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases} \quad \alpha = -0.5, \quad \beta = 0.5.$$

Вариант 3.

Случайные величины, контрольная работа

1. Составить закон распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$, среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

Вероятность того, что спортсмен попадет в мишень в одном выстреле равна 0.4. Выполняется 4 выстрела. Случайная величина X — число промахов спортсмена.

2. Случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей $f(x)$. Найти: а) параметр A ; б) функцию распределения вероятностей $F(x)$; в) числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$; г) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$; д) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ Ax - 4, & 2 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases} \quad \alpha = 0.5, \quad \beta = 2.5.$$

Вариант 4.

Случайные величины, контрольная работа

1. Составить закон распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$, среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

В партии из 10 деталей содержится 3 нестандартных детали. Случайная величина X — число нестандартных деталей среди четырех деталей, отобранных из данной партии.

2. Случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей $f(x)$. Найти: а) параметр A ; б) функцию распределения вероятностей $F(x)$; в) числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$; г) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$; д) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ Ax, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases} \quad \alpha = 0.5, \quad \beta = 5.5.$$

Вариант 5.*Случайные величины, контрольная работа*

1. Составить закон распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$, среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

На пути движения автомобиля 4 светофора, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает движение автомобиля с вероятностью 0.5. Случайная величина X — число светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки.

2. Случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей $f(x)$. Найти: а) параметр A ; б) функцию распределения вероятностей $F(x)$; в) числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$; г) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$; д) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < \frac{\pi}{6}, \\ A \sin 3x, & \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{3}. \end{cases} \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \quad \beta = \pi.$$

Вариант 6.*Случайные величины, контрольная работа*

1. Составить закон распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание $M[X]$, дисперсию $D[X]$, среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]$, функцию распределения $F(x)$. Построить график $F(x)$.

В магазин вошли три человека. Вероятность того, что первый из них совершит дорогую покупку, равна 0.6; для второго эта вероятность равна 0.7; для третьего — 0.5. Случайная величина X — число посетителей магазина, совершивших дорогую покупку.

2. Случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей $f(x)$. Найти: а) параметр A ; б) функцию распределения вероятностей $F(x)$; в) числовые характеристики $M[X]$, $D[X]$, $\sigma[X]$; г) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $(\alpha; \beta)$; д) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ A \sin x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & x > \pi. \end{cases} \quad \alpha = \frac{\pi}{3}, \quad \beta = \frac{2\pi}{3}.$$

Комплект заданий для контрольной работы 17

Тема: «Математическая логика»

Вариант 1. Контрольная работа

Таблицы истинности. Исчисление высказываний.

Булевы функции. Минимизация булевых функций.

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной:
 $(A \rightarrow B) \oplus (B \rightarrow A) \oplus (A \sim B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Дождь идет только тогда, когда погода пасмурная и безветренная. Но дождя нет. Значит, погода либо солнечная, либо пасмурная и ветреная».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = x \downarrow y \sim z \vee \neg(y)|x$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy z \vee \bar{x}y z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$.
 - 2). $\bar{x}y\bar{z} \vee xy z \vee \bar{x}y z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 1$
 - 2). $u_{n+2} - 4u_{n+1} + 4u_n = 2, u_0 = 1, u_1 = 3$

Вариант 2. Контрольная работа

Таблицы истинности. Исчисление высказываний.

Булевы функции. Минимизация булевых функций.

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\bar{A} \sim B) \oplus (A \sim B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если яблоко зелёное, то, для того чтобы оно было кислым, необходимо, чтобы оно было маленьким».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = x \downarrow \neg(y \sim z) \oplus \neg(xy)|x$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 $xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy z \vee \bar{x}y z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$.
 $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y z \vee xy z$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 4u_n = 0, u_0 = 1, u_1 = 3$
 - 2). $u_{n+2} - u_{n+1} - 2u_n = -1, u_0 = -1, u_1 = 2$

Вариант 3. Контрольная работа

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний.
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\bar{A} \cdot B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Погода будет не только пасмурной, но и дождливой, несмотря на ветер. Значит, солнечной погоды не будет, разве что прекратится дождь».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(y \vee x \vee z) \vee x \oplus \neg(y|x)$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $\bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xyz$.
 - 2). $x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}yz$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} - 4u_{n+1} + 4u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 1$
 - 2). $u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n = -2, u_0 = 1, u_1 = 3$

Вариант 4. Контрольная работа

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний.
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(A \cdot \bar{B}) \oplus (A \rightarrow B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если урок будет интересным, никто из мальчиков — Петя, Ваня, Коля — не будет смотреть в окно».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(y \vee x \vee z) \vee x \oplus \neg(y|x)$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 - 1). $\bar{x}y\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$.
 - 2). $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
 - 1). $u_{n+2} - 6u_{n+1} + 9u_n = 0, u_0 = -1, u_1 = 2$
 - 2). $u_{n+2} - 4u_{n+1} + 3u_n = 2, u_0 = -2, u_1 = 2$

Вариант 5. Контрольная работа

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний.
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\bar{A} \oplus B) \oplus (\bar{A} \cdot B \vee A \cdot \bar{B})$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«Если ветра нет, то для дождя необходима пасмурная погода».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
 $\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z$.
 $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z}$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
1). $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 2$
2). $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = -2, u_0 = 0, u_1 = 1$

Вариант 6. Контрольная работа

*Таблицы истинности. Исчисление высказываний.
Булевы функции. Минимизация булевых функций.*

1. Проверить, составив таблицу истинности, что логическая формула является тождественно-истинной: $(\bar{A} \cdot B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
2. Запишите высказывание в виде формулы исчисления высказываний и приведите её к дизъюнктивной нормальной форме:
«В кино пойдет либо Коля, либо Петя, либо Ваня».
3. Составить таблицу истинности, СДНФ и СКНФ
 $f(x, y, z) = \neg(yx \vee z\bar{x}) \vee x \oplus y|x$.
4. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
1). $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z}$.
2). $x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z$.
5. Решить линейные рекуррентные соотношения.
1). $u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n = 0, u_0 = 1, u_1 = 3$
2). $u_{n+2} - 2u_{n+1} - 3u_n = 1, u_0 = -1, u_1 = 2$

Комплект заданий для контрольной работы 18

Тема: «Теория графов»

Вариант 1. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
Теория графов — контрольная работа

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

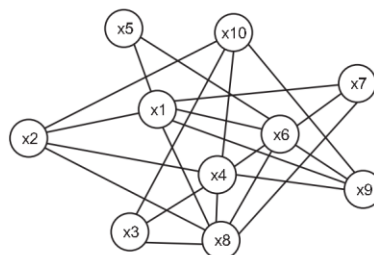


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

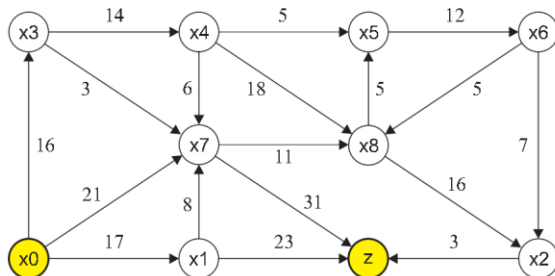


Рис. 3

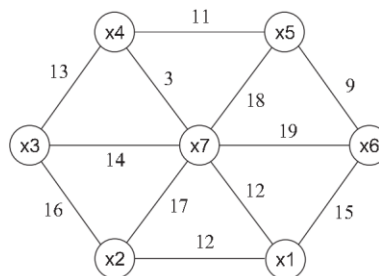


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{1, 2, 3, 6\}$, $s_2 - \{1, 2, 4, 7\}$, $s_3 - \{2, 5\}$, $s_4 - \{3, 5\}$, $s_5 - \{1, 2\}$, $s_6 - \{1, 2, 3\}$, $s_7 - \{2, 3, 5\}$. Начальное паросочетание: $\pi = \{(s_1, 1), (s_2, 2), (s_3, 5), (s_4, 3)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближенный алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 2. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
Теория графов — контрольная работа

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

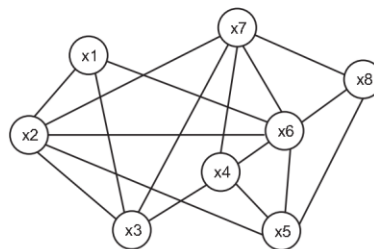


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

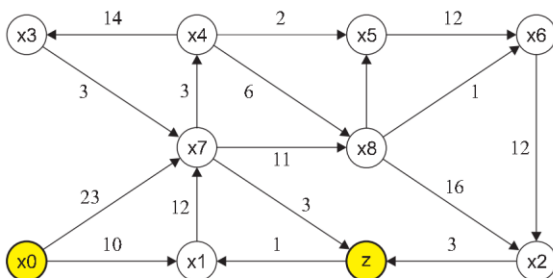


Рис. 3

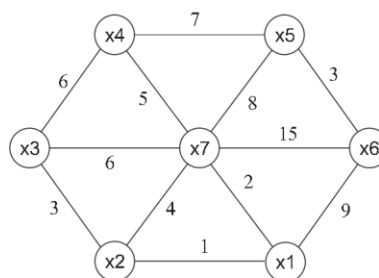


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{4, 6, 5, 1\}$, $s_2 - \{4, 6, 7, 3\}$, $s_3 - \{6, 2\}$, $s_4 - \{5, 2\}$, $s_5 - \{4, 6\}$, $s_6 - \{4, 6, 5\}$, $s_7 - \{6, 5, a52\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 4), (s_2, 6), (s_3, 2), (s_4, 5)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 3. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
Теория графов — контрольная работа

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

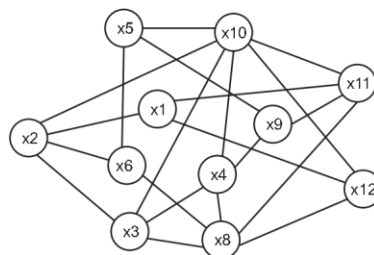


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

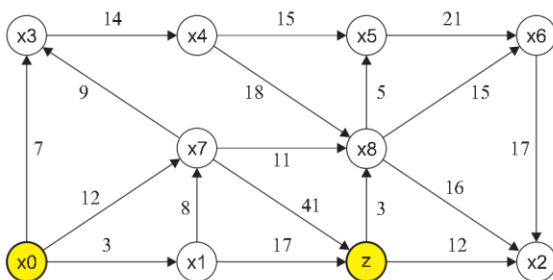


Рис. 3

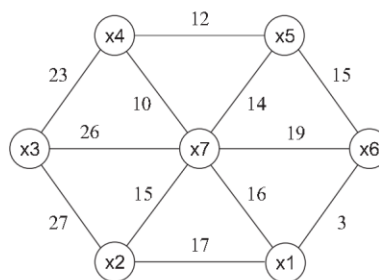


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{6, 3, 7, 4\}$, $s_2 - \{6, 3, 2, 5\}$, $s_3 - \{3, 1\}$, $s_4 - \{7, 1\}$, $s_5 - \{6, 3\}$, $s_6 - \{6, 3, 7\}$, $s_7 - \{3, 7, 1\}$. Начальное паросочетание: $\pi = \{(s_1, 6), (s_2, 3), (s_3, 1), (s_4, 7)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближенный алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 4. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
Теория графов — контрольная работа

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

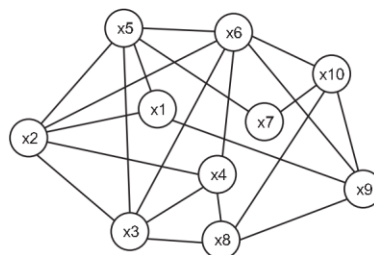


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

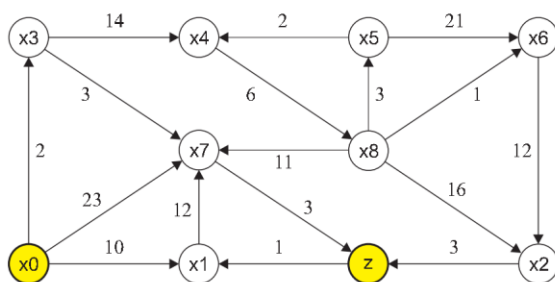


Рис. 3

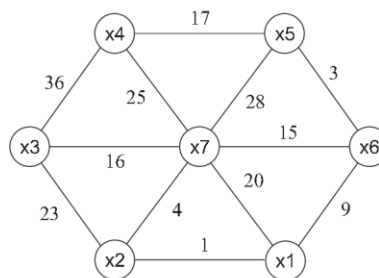


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{3, 2, 7, 6\}$, $s_2 - \{3, 2, 1, 5\}$, $s_3 - \{2, 4\}$, $s_4 - \{7, 4\}$, $s_5 - \{3, 2\}$, $s_6 - \{3, 2, 7\}$, $s_7 - \{2, 7, 4\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 3), (s_2, 2), (s_3, 4), (s_4, 7)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 5. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
Теория графов — контрольная работа

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X — множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U — ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

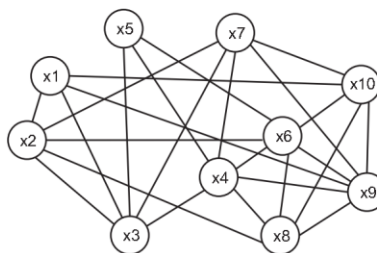


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

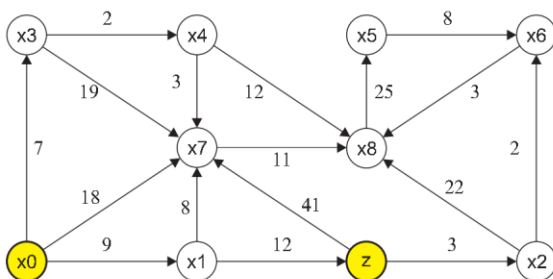


Рис. 3

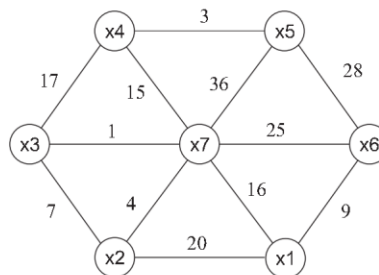


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{5, 3, 7, 4\}$, $s_2 - \{5, 3, 1, 6\}$, $s_3 - \{3, 2\}$, $s_4 - \{7, 2\}$, $s_5 - \{5, 3\}$, $s_6 - \{5, 3, 7\}$, $s_7 - \{3, 7, 2\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 5), (s_2, 3), (s_3, 2), (s_4, 7)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.

Вариант 6. Иванов Б.Н. (ДВФУ)
ИДЗ – Теория графов

- (1) Нарисовать граф лабиринта (рис. 1) $G = (X, U)$, где X – множество вершин графа (клетки лабиринта, их 16), U – ребра графа соединяют соседние клетки (смежные вершины) лабиринта, если они не разделены перегородкой. (2) Построить структуру смежности графа. (3) Выполнить пометку вершин графа методом поиска в глубину. (4) Определить число компонент связности графа методом выделения компонент связности.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Рис. 1

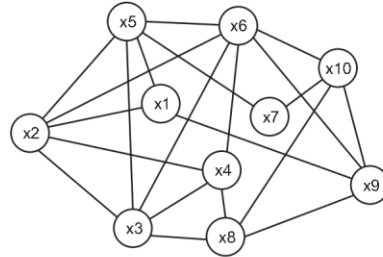


Рис. 2

- (1) Найти минимальные маршруты из вершины x_0 до всех вершин графа (рис. 3), алгоритм Дейкстры. (2) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 4), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима).

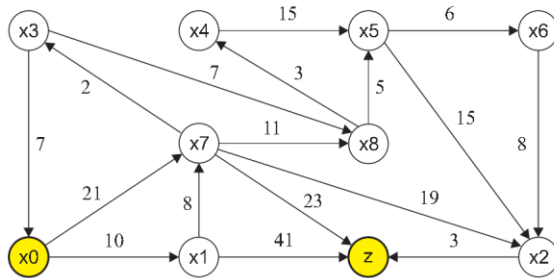


Рис. 3

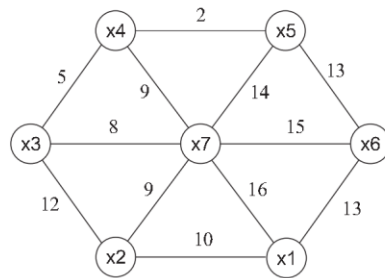


Рис. 4

- Используя алгоритм чередующихся цепей, найти максимальное паросочетание в двудольном графе $\Gamma = (V_1 \cup V_2, U)$, где $V_1 = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$ и $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Смежные вершины в графе: $s_1 - \{2, 1, 5, 3\}$, $s_2 - \{2, 1, 4, 6\}$, $s_3 - \{1, 7\}$, $s_4 - \{5, 7\}$, $s_5 - \{2, 1\}$, $s_6 - \{2, 1, 5\}$, $s_7 - \{1, 5, 7\}$. Начальное парасочетание: $\pi = \{(s_1, 2), (s_2, 1), (s_3, 7), (s_4, 5)\}$.
- Выполнить раскраску графа (рис. 2) по неявной схеме (приближённый алгоритм). Определить хроматическое число графа по данной схеме раскраски.