



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«Согласовано»

Руководитель ОП

«18» июня 2015 г.

Должиков С.В.



«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Компьютерных систем

Кулешов Е.Л.

«18» июня 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Спецфункции**

Направление подготовки— 09.03.02 Информационные системы и технологии  
профиль: «Информационные системы и технологии в связи»  
Форма подготовки очная

курс 2 семестр 3  
лекции 36 час.  
практические занятия 18 час.  
лабораторные работы 0 час.  
в том числе с использованием МАО: лек. /пр. / лаб. час.  
всего часов аудиторной нагрузки 54 час.  
в том числе с использованием МАО .  
самостоятельная работа 90 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 45 час.  
экзамен 3 семестр  
зачет не предусмотрен

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки от 12.03.2015 № 219.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры компьютерных систем, протокол №14 от «18» июня 2015 г.

Заведующий кафедрой Кулешов Е.Л.  
Составитель: проф., д.ф.-м.н. Чеботарев А.Ю.

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Спецфункции» разработана для студентов 3 курса по направлению 09.03.02 Информационные системы и технологии, профиль «Информационные системы и технологии в связи», в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (уровень бакалавриата) утвержденного приказом Минобрнауки №219 от 12.03.2015г.

Дисциплина «Спецфункции» относится к разделу дисциплин по выбору учебного плана

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (36 часов) и практические занятия (18 часа), самостоятельная работа (90 часа, в том числе включая подготовку к экзамену 45 часов). Дисциплина реализуется в 3 семестре 2 курса.

Дисциплина «Спецфункции» опирается на содержание дисциплин «Дискретная математика», «Математика», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

### **Цели освоения дисциплины.**

В результате освоения данной дисциплины бакалавр приобретает знания, умения и навыки, обеспечивающие достижение целей основной образовательной программы «Информационные системы и технологии».

Дисциплина нацелена на подготовку бакалавров к:

- освоению методов решения задач современной прикладной математики с использованием методов функционального анализа;
- фундаментальному изучению предусмотренных программой определений, теорем, их доказательств, связей между ними, составляющих

теоретический фундамент для описания и разработки математических моделей объектов различной природы;

- научно-исследовательской работе в области информационных технологий и математического моделирования, связанной с выбором необходимых методов и алгоритмов, используемых в различных технических системах;

- изучению новых научных результатов, научной литературы и непрерывному профессиональному самосовершенствованию.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные и профессиональные компетенции.

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1, владением широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий	знает (пороговый уровень)	современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий - общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов
	умеет (продвинутый)	применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение
	владеет (высокий)	методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информационных систем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения
ОПК-3, способностью применять основные приемы и законы создания и чтения чертежей и	знает (пороговый уровень)	разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем
	умеет (продвинутый)	создавать и читать чертежи и документацию

документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	владеет (высокий)	автоматизированными комплексами для создания чертежей и документации
ПК-26, способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях	знает (пороговый уровень)	Основные методы оформления полученных рабочих результатов
	умеет (продвинутый)	оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций
	владеет (высокий)	способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Спецфункции» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения:

- мини-лекции с актуализацией изучаемого содержания,
- презентации с использованием доски, книг, видео, слайдов, компьютеров и т.п., с последующим обсуждением материалов,
- обратная связь с формированием общего представления об уровне владения знаниями студентов, актуальными для занятия,
- разминка с вопросами, ориентированными на выстраивание логической цепочки из полученных знаний (конструирование нового знания),
- коллективные решения творческих задач, которые требуют от студентов не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат больший или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов,
- работа в малых группах (дает всем студентам возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

# **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**36 часов**

Раздел 1. Метрические пространства. (6 ч.)

Тема 1. Метрика. Примеры пространств. Множества в метрических пространствах. Сходимость и полнота.

Тема 2. Принцип сжимающих отображений и его приложения.

Тема 3. Компактность в метрических пространствах.

Раздел 2. Нормированные пространства. (6 ч.)

Тема 1. Норма. Примеры пространств. Подпространства. Ряды.

Тема 2. Вложения пространств. Компактность в ЛНП.

Раздел 3. Гильбертовы пространства. (6 ч.)

Тема 1. Скалярные произведения. Проекции. Теорема об ортогональном разложении.

Тема 2. Ортогональные системы

Раздел 4. Линейные операторы. (6 ч.)

Тема 1. Пространство линейных непрерывных операторов

Тема 2. Обратимость операторов. Замкнутые операторы. Приложения.

Тема 3. Принципы линейного анализа: теорема Банаха о гомеоморфизме, теорема о замкнутом графике, принцип открытых отображений.

Раздел 5. Линейные функционалы и сопряженные пространства. (6 ч.)

Тема 1. Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха.

Тема 2. Сопряженные пространства. Слабая сходимость.

Тема 3. Сопряженные операторы.

Раздел 6. Уравнения с компактными операторами. (6 ч.)

Тема 1. Спектр оператора. Теорема Гильберта-Шмидта.

Тема 2. Уравнения Фредгольма

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (18 час.)**

#### **Раздел 1. Пространства (9 часов)**

1. Аксиомы метрики. Примеры метрических пространств. Сходимость. Шары в метрических пространствах.

Сходимость последовательностей в конкретных метрических пространствах. Полные метрические пространства. Примеры пополнений.

2. Непрерывность отображений в конкретных метрических пространствах.

3. Принцип сжимающих отображений. Применение к системам алгебраических уравнений и к интегральным уравнениям.

4. Компактность в метрических пространствах. Исследование конкретных систем функций.

5. Гильбертово пространство. Процесс ортогонализации и построение систем ортогональных многочленов.

6. проверочная работа

#### **Раздел 2. Операторы (9 часов)**

1. Примеры ограниченных операторов. Норма оператора. Вычисление нормы оператора. Равномерная и сильная сходимости последовательностей операторов.

2. Исследование обратимости операторов.

3. Линейные ограниченные функционалы. Исследование слабой сходимости последовательностей элементов и функционалов.

4. Вполне непрерывные операторы. Примеры вполне непрерывных операторов.

5. Сопряженные и гильбертово сопряженные операторы. Примеры.

6. Исследование уравнений с вполне непрерывными операторами.

7. проверочная работа

### III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Спецфункции» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Разделы 1-3. Метрические пространства.  Нормированные пространства.  Гильбертовы пространства.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Устный опрос	Вопросы 1 - 12
			умеет	проверочная работа (ПР-6)	Защита проверочной работы
			владеет		проверочная работа (ПР-6)
2	Разделы 4-6 Линейные операторы.  Линейные функционалы.  Уравнения с компактными операторами	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Устный опрос	Вопросы 13-25
			умеет	Устный опрос	коллоквиум
			владеет	проверочная работа (ПР-6)	Защита проверочной работы

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## **V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература**

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, СПб: Лань, 2013 г. - 432 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=30198](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=30198)
2. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М: МЦНМО, 2012 г. – 341 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=56392](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=56392)
3. Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П. Сборник задач по функциональному анализу, СПб: Лань, 2012 г. - 192 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=3175](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=3175)
4. 1. Гантмахер Ф.Р Теория матриц, М: Физматлит, 2010 г. - 560 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=2155](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=2155)

### **Дополнительная литература**

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа, СПб: Лань, 2009 г. - 272 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=245](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=245)
2. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика, М: Физматлит, 2005 г. – 296 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=59277](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=59277)
3. Садовничий В. А. Теория операторов. 5-е изд. Дрофа, 2004. 384 стр.

4. Кириллов А. А., Гвишиани А. Д. Теоремы и задачи функционального анализа. 2-е изд., перераб. и доп. Москва "Наука", 1988. 400 стр.

5. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966.

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

<http://libgen.io/> - книги

<http://sci-hub.io/> - статьи

<http://www.twirpx.com/> - книги и методические указания

<http://window.edu.ru/> - методические указания

<http://alexandr4784.narod.ru/> - книги

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

<http://eqworld.ipmnet.ru/en/library/mathematics.htm>

Ссылки на электронные

библиотеки: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/otherlibs.htm>

<http://w.ict.nsc.ru/books/textbooks/akhmerov/> - методические указания

[http://ph4s.ru/books\\_mat.html](http://ph4s.ru/books_mat.html)

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

**1. Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины.** Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины:

Изучение конспекта лекции в тот же день после лекции – 10-15 минут.

Повторение лекции за день перед следующей лекцией – 10-15 минут.

Изучение теоретического материала по учебнику и конспекту – 1 час в неделю.

Подготовка к практическому занятию и решение домашнего задания ра – 1 час.

Тогда общие затраты времени на освоение курса «Спецфункции» студентами составят около 2,5 часа в неделю.

**2. Описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»).** При изучении курса следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После окончания учебных занятий для закрепления материала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня, разобрать рассмотренные примеры (10-15 минут).

2. При подготовке к лекции следующего дня повторить текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть следующая тема (10-15 минут).

3. В течение недели выбрать время для работы со специальной литературой в библиотеке и для занятий на компьютере (по 1 часу).

4. При подготовке к практическим занятиям следующего дня необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и опробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

**3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса.** Рекомендуется использовать методические

указания и материалы по курсу «Спецфункции», текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

**4. Рекомендации по работе с литературой.** Теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекций изучаются и книги. Полезно использовать несколько учебников, однако легче освоить курс, придерживаясь одного учебника и конспекта. Рекомендуется, кроме «заучивания» материала, добиться понимания изучаемой темы дисциплины. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе и попробовать ответить на следующие вопросы: о чем эта глава, какие новые понятия в ней введены.

**5. Советы по подготовке к экзамену.** Дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

**6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами.** При подготовке к контрольной работе или экзамену необходимо сначала прочитать теорию по каждой теме. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать, наметить общий план решения.

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения исследований, связанных с выполнением задания по практике, а также для организации самостоятельной работы студентам доступно следующее лабораторное оборудование и специализированные кабинеты, соответствующие действующим санитарным и противопожарным нормам, а также требованиям техники безопасности при проведении учебных и научно-производственных работ:

Наименование оборудованных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень основного оборудования
<p>Владивосток, о. Русский, п. Аякс д.10, корпус D, ауд. D 733</p> <p>учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, практических занятий: компьютерный класс</p>	<p>Моноблок lenovo C360G-i34164G500UDK - 13 шт.</p> <p>Мультимедийное оборудование:</p> <p>Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см</p> <p>Документ-камера Avergence CP355AF</p> <p>ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA</p> <p>Мультимедийный проектор Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800</p> <p>Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718</p>
<p>Владивосток, о. Русский, п. Аякс д.10, корпус D, ауд. D 548</p> <p>учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p>	<p>Мультимедийное оборудование:</p> <p>Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см</p> <p>Документ-камера Avergence CP355AF</p> <p>ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA</p> <p>Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800</p> <p>Сетевая видеочкамера Multipix MP-HD718</p>
<p>Читальные залы Научной библиотеки ДВФУ с открытым доступом к</p>	<p>Моноблок HP ProOne 400 All-in-One 19,5 (1600x900), Core i3-4150T, 4GB DDR3-1600 (1x4GB), 1TB HDD 7200 SATA, DVD+/-</p>

<p>фонду (корпус А - уровень 10) Учебная аудитория для проведения самостоятельной работы</p>	<p>RW,GigEth,Wi-Fi,BT,usb kbd/mse,Win7Pro (64-bit)+Win8.1Pro(64-bit),1-1-1 Wty Скорость доступа в Интернет 500 Мбит/сек. Рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованы: портативными устройствами для чтения плоскочечатных текстов, сканирующими и читающими машинами видеувелечителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками</p>
--	--

В целях обеспечения специальных условий обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в ДВФУ все здания оборудованы пандусами, лифтами, подъемниками, специализированными местами, оснащенными туалетными комнатами, табличками информационно-навигационной поддержки.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
по дисциплине «Спецфункции»  
Направление подготовки  
09.03.02 Информационные системы и технологии  
профиль: «Информационные системы и технологии в связи»  
Форма подготовки очная**

**Владивосток  
2015**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	7.09.15–9.09.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	3 час	Устный опрос
2	14.09.15–16.09.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	3 час	Устный опрос
3	21.09.15–23.09.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	3 час	Устный опрос
4	28.09.15–30.09.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Метрические и нормированные пространства	3 час	Контрольная работа
5	5.10.15–7.10.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	3 час	Устный опрос
6	12.10.15–21.10.15	Подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	3 часов	Устный опрос
7	26.10.15–28.10.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	3 час	Устный опрос
8	2.11.15–4.11.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Гильбертовы пространства	3 час	Контрольная работа

9	9.11.15– 11.11.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	3 час	Устный опрос
10	16.11.15– 18.11.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	3 час	Устный опрос
11	23.11.15– 2.12.15	Подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	3 часов	Устный опрос
12	7.12.15–9.12.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Линейные операторы	3 час	Контрольная работа
13	14.12.15– 16.12.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Уравнения с компактным оператором	3 час	Устный опрос
14	21.12.15– 23.12.15	Работа над конспектом лекции, подготовка к контрольной работе: Уравнения с компактным оператором	3 час	Устный опрос
15	28.12.15– 30.12.15	Подготовка к контрольной работе: Уравнения с компактным оператором	3 часов	Контрольная работа
16	Сессия	Подготовка к экзамену	45 часов	Экзамен

### **Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

В рамках данной дисциплины предусмотрено 45 часов самостоятельной работы, которая необходима при проработке материала лекции, выполнении индивидуальных заданий, оформлении расчётно-графической работы, подготовке к контрольным работам, зачёту, экзамену.

В самостоятельную работу по дисциплине «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» включены следующие виды деятельности:

– поиск информации по темам для самостоятельного изучения;

- разбор теоретических аспектов практических работ;
- подготовка к текущему и промежуточному контролю.

Для закрепления навыков и знаний студента, полученных на практических и лекционных занятиях, студенту в течение курса выдаются индивидуальные задания и расчётно-графические работы. Для выполнения индивидуальных заданий и расчётно-графических работ необходимо использовать все полученные знания и умения.

Студенту следует тщательно планировать и организовывать время, необходимое для изучения дисциплины. Недопустимо откладывать ознакомление с теоретической частью и выполнение индивидуальных заданий и расчётно-графических работ, поскольку это неминуемо приведет к снижению качества освоения материала. Все виды работ по дисциплине рекомендуется выполнять по календарному плану.

Приведенные ниже комплекты вариантов задач для самостоятельного решения охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения заданий необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Сроки выдачи индивидуальных заданий (ИДЗ) привязываются ко времени изучения соответствующего материала на лекциях и практических занятиях. Решения типовых задач и упражнений рассматриваются на практических занятиях. Защита ИДЗ состоит в проверке самостоятельности решения задач. С этой целью предлагается решить 1-3 типовые задачи равносильные задачам ИДЗ и/или объяснить способ, метод, прием и т.д., использованный для решения какой-либо из задач, выполнить дополнительные задания в рамках представленного ИДЗ.

## Пример индивидуальных заданий 1

1. Вычислить форму объёма  $dx \wedge dy$  в полярных координатах, а затем – интеграл  $\int dx dy / \sqrt{(x^2 + y^2)}$  по кругу радиуса  $R$  с центром в начале координат.

2. Перейти к сферическим координатам в форме работы электрического поля точечного заряда и к цилиндрическим – в форме потока магнитного поля движущегося заряда. В последнем случае ось цилиндрической системы координат направить вдоль движения заряда.

3. В пространстве  $\mathbb{R}^3$  имеется координатный базис 2-форм:  $dx \wedge dy$ ,  $dy \wedge dz$ ,  $dz \wedge dx$ . Разлагая поле точечного заряда по этому базису, получаем  $E = (x dy \wedge dz + y dz \wedge dx + z dx \wedge dy) / r^3$ . Вычислить  $dE$ .

4. Вычислить интеграл от 1-формы  $\alpha = x dx + y dy$  по полуокружности  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi$ .

5. Проверить, что форма работы проводника с током замкнута. Следует ли отсюда её точность?

6. Проверить замкнутость формы и найти её потенциал:

а.  $2xy dx + (x^2 - y^2) dy$ ;

б.  $e^y dx - (2y + xe^y) dy$ ;

в.  $y dx - (2y \ln y - x) dy$ ;

г.  $(2 - 9xy^2) dx + (4y^2 - 6x^3) dy$ ;

д.  $(y/x) dx + (y^3 + \ln x) dy$ ;

е.  $(2x^3 - xy^2) dx + (2y^3 - x^2y) dy$ .

## Пример индивидуальных заданий 2

1. Решить систему линейного маятника:  $dx/dt = y$ ,  $dy/dt = -x$ .

2. Решить уравнения:

а.  $(x + y) dx + (x - y) dy = 0$ ;

б.  $\dot{y} = \sin y$ ;

в.  $(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y) dx + x dy / \cos^2 y = 0$ ;

г.  $2x^4 y \dot{y} + y^4 = 4x^6$ ;

д.  $x \dot{y} + y - e^x = 0$ ;

е.  $y = x \dot{y} - \dot{y}^4$ ;

ё.  $\dot{y}^3 - y + x = 0$ ;

ж.  $\ddot{y} + \dot{y} + y^3 = 0$ .

3. Определить тип уравнения:

а.  $\dot{y} \operatorname{ctg} x + y = 2$ ;

б.  $y dx + (\sqrt{(x^2 + y^2)} - x) dy = 0$ ;

в.  $3y^3 - xy + 1 = 0;$

г.  $xy = x\sqrt{(y - x^2)} + 2y;$

д.  $y = xy - y^4;$

е.  $4y - y \operatorname{ctg} x = y^5 e^{\cos x};$

ё.  $(xye^{x/y} + y^2)dx = x^2 e^{x/y} dy;$

ж.  $(2x - 1 - y/x^2)dx - (2y - 1/x)dy = 0;$

з.  $(x^2 + y^2)yy' + (x^2 - y^2)x = 0;$

и.  $y' + \operatorname{tg} y = x/\cos y.$

### Пример индивидуальных заданий 3

1. Построить касательные вектора к параболе  $y = x^2$ .
2. Записать в полярных координатах поле  $u = y\partial_x + x\partial_y$ .
3. Вычислить поток и проверить его свойства для поля  $u = x^2\partial_x$ .
4. Вычислить поток поля  $u = \partial_x$  (группа сдвигов плоскости) и  $u = ax\partial_x + by\partial_y$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  (группа растяжений плоскости).

### Пример индивидуальных заданий 4

1. Привести к жордановой нормальной форме матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить жордановы цепочки n-мерного жорданова блока.
3. Вычислить жордановы цепочки матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

4. Найти общее комплексное и общее действительное решение системы:

а.  $\dot{x} = 5x + 2y + 2z, \quad \dot{y} = x + 6y + 2z, \quad \dot{z} = -5x - 7y - 3z;$

б.  $\dot{x} = x + y, \quad \dot{y} = -x + z, \quad \dot{z} = -x - y + 2z;$

в.  $\dot{x} = 2x + 2y - 2z, \quad \dot{y} = 2x + 5y - 4z, \quad \dot{z} = -2x - 4y + 5z \quad (\lambda_{1,2} = 1, \lambda_3 = 10);$

г.  $\dot{x} = -5x - 4y + 9z, \quad \dot{y} = 10x + 9y - 10z, \quad \dot{z} = x + y + 3z \quad (\lambda_1 = -1, \lambda_{2,3} = 4).$

5. Решить системы, используя матричную экспоненту:

а.  $\dot{x} = 2x + y, \quad \dot{y} = x + 2y;$

б.  $\dot{x} = -x - 2y, \quad \dot{y} = x - 3y.$

6. Найти и исследовать особые точки:

а.  $\dot{x} = x^2 - y, \dot{y} = \ln(1 - x + x^2) - \ln 3$ ;

б.  $\dot{x} = \ln(2 - y^2), \dot{y} = e^x - e^y$ ;

в.  $\dot{x} = (2x - y)(x - 2), \dot{y} = xy - 2$ ;

г.  $\dot{x} = x^2 - y, \dot{y} = x^2 - (y - 2)^2$ ;

д.  $\dot{x} = \sqrt{(x^2 - y + 2)} - 2, \dot{y} = \arctg(x^2 + xy)$ ;

е.  $\dot{x} = \ln[(y^2 - y + 1)/3], \dot{y} = x^2 -$

$y^2$ .

### Пример индивидуальных заданий 5

1. Вычислить первые интегралы:

а.  $u = (z + y - x)\partial_x + (z + x - y)\partial_y + (x + y - z)\partial_z$ ;

б.  $u = (z + x)x\partial_x + (z + y)y\partial_y + (z^2 - xy)\partial_z$ ;

в.  $u = (z + e^x)\partial_x + (z + e^y)\partial_y + (z^2 - e^{x+y})\partial_z$ ;

г.  $u = x\partial_x + (z + w)\partial_y + (y + w)\partial_z + (y + z)\partial_w$ .

2. Вычислить поток и первые интегралы векторного поля. Проверить, что интегралы действительно сохраняются на интегральных кривых поля.

а.  $u = x^n \partial_x$ ;

б.  $u = \sin x \partial_x$ ;

в.  $u = e^x \partial_x$ ;

г.  $u = \partial_x + x\partial_y$ ;

д.  $u = y\partial_x + x\partial_y$ ;

е.  $u = y^{-1}\partial_x + x^{-1}\partial_y, x, y >$

0.

3. Показать, что поле является инфинитезимальной симметрией уравнения (если уравнения нет – найти). Решить это уравнение.

а.  $u = y\partial_x, ydx + (y^3 - x)dy = 0$ ;

б.  $u = y\partial_x - x\partial_y, (xf(r) + y)dx + (yf(r) - x)dy = 0, r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ ;

в.  $u = y^3 \partial_x$ .

### Пример индивидуальных заданий 6

Найти общее действительное решение:

1.  $y^{(3)} - 3\ddot{y} + 3\dot{y} - y = 0$ ;

2.  $\ddot{y} - 4\dot{y} + 5y = 1 + 3\cos x + e^{2x}$ ;

3.  $\ddot{y} - 2\dot{y} + 2y = (x + e^x)\sin x$ ;

$$4. \dot{y} + 4y = e^x + 4\sin 2x + 2\cos^2 x;$$

$$5. y^{(3)} + \dot{y} = \sin x + x \cos x.$$

### Пример индивидуальных заданий 7

1. Вычислить вариационную производную для вариационного функционала:

$$L(x, y, z) = \frac{1}{2} \int_a^b (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) dt.$$

2. Решить вариационные задачи о нахождении:

а. кривой минимальной длины, соединяющей две точки плоскости;

б. траектории материальной точки в поле силы тяжести.

3. Найти уравнения лучей света, распространяющегося в плоской среде с неоднородной скоростью света  $c(x, y)$ .

4. Вывести уравнение малых колебаний мембраны.

5. Решить вариационную задачу о нахождении экстремальной площади поверхности вращения с заданной образующей.

6. Задача на условный экстремум. Решить задачу: среди кривых  $y = y(x)$  длины  $l$ , таких, что  $y(a) = y(b) = 0$ , найти ту, которая ограничивает наибольшую площадь.

7. Найти экстремумы функционалов в классе гладких функций на отрезке  $[0; 1]$ , удовлетворяющих граничным условиям  $y(0) = y(1) = 0$ :

а.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + y + 1) dx;$

б.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + xy + 1) dx;$

а.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + y_x y^n + 1) dx.$

8. В релятивистской механике интервал  $ds$  (аналог элемента длины в евклидовом пространстве) задаётся выражением  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ . Действие для свободной релятивистской частицы определяются формулой:

$$S = -mc \int_a^b ds = -mc^2 \int_{t_a}^{t_b} \sqrt{1 - \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}{c^2}} dt,$$

где первый интеграл берётся вдоль мировой линии частицы. Выписать уравнения движения частицы.

9. Найти уравнение кривой наименьшей длины, соединяющей точки  $(0; 0)$  и  $(1; 0)$  и имеющей фиксированную площадь.

10. Решить вариационную задачу:

а.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + x) dx$ ,  $\int_0^1 (y + x^2) dx = 1$ ,  $y(0) = y(1) = 0$ ;

б.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + 2y) dx$ ,  $2\int_0^1 xy dx = 1$ ,  $y(0) = y(1) = 0$ .

11. По параболическому жёлобу  $x(s) = s$ ,  $y(s) = -s^2/2$  под действием силы тяжести  $mg$  соскальзывает без трения материальная точка. Показать, что её скорость в горизонтальном направлении стабилизируется.

### Пример индивидуальных заданий 8

1. Покажите, что поле  $\xi = x\partial_x + y\partial_y$  является инфинитезимальной симметрией формы  $\mathcal{L} = L(x, y, y_x) dx$  в том и только том случае, когда  $y\partial_y L + L + x\partial_x L = 0$ . Постройте соответствующий заданию закон сохранения, когда  $L = y_x^2/y$ . Выпишите уравнение Эйлера для лагранжиана  $L = y_x^2/y + y_x/x$ . Понижьте порядок уравнения, вычислив закон сохранения.

4. Покажите, что поле  $\xi = \partial_x$  – инфинитезимальная симметрия формы  $\mathcal{L} = L(x, y, y_x) dx$  тогда и только тогда, когда  $\partial_x L = 0$ . Постройте соответствующий закон сохранения.

### Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Выполнение ИЗ и РГР и их защита оцениваются по пятибалльной шкале. Без защиты оценка за ИЗ или РГР не выставляется. Количество баллов соответствует уровню выполнения заданий. Пять баллов соответствует самостоятельному верному выполнению всех заданий. Четыре бала самостоятельному верному выполнению заданий на 76-85%. Три бала – 61-

75%. Два балла – менее 60%. Подробно критерии выставления оценок приведены в Приложении 2.

Приведенные в Приложении 2 варианты ИЗ и РГР для самостоятельного выполнения охватывают все разделы курса. Для успешного их выполнения необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**по дисциплине «Спецфункции»**  
**Направление подготовки**  
**09.03.02 Информационные системы и технологии**  
**профиль: «Информационные системы и технологии в связи»**  
**Форма подготовки очная**

**Владивосток**  
**2015**

## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1, владением широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий	знает (пороговый уровень)	современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий - общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов
	умеет (продвинутый)	применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение
	владеет (высокий)	методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информационных систем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения
ОПК-3, способностью применять основные приемы и законы создания и чтения чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	знает (пороговый уровень)	разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем
	умеет (продвинутый)	создавать и читать чертежи и документацию
	владеет (высокий)	автоматизированными комплексами для создания чертежей и документации
ПК-26, способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях	знает (пороговый уровень)	Основные методы оформления полученных рабочих результатов
	умеет (продвинутый)	оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций
	владеет (высокий)	способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Разделы 1-3. Метрические пространства.  Нормированные пространства.  Гильбертовы пространства.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Устный опрос	Вопросы 1 - 12
			умеет	проверочная работа (ПР-6)	Защита проверочной работы
			владеет	проверочная работа (ПР-6)	Защита проверочной работы
2	Разделы 4-6 Линейные операторы.  Линейные функционалы.  Уравнения с компактными операторами	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Устный опрос	Вопросы 13-25
			умеет	Устный опрос	коллоквиум
			владеет	проверочная работа (ПР-6)	Защита проверочной работы

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-1, владением широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий	знает (пороговый уровень)	современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий - общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов	воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты	знает на элементарном уровне современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий, общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов
	умеет (продвинутый)	применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства	выполнять типичные задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов	умеет применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства

		реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение	решения	реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение
	владеет (высокий)	методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информационных систем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения	решать усложненные задачи в нетипичных ситуациях на основе приобретенных знаний, умений и навыков	владеет методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информационных систем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения
ОПК-3, способностью применять основные приемы и законы создания и чтения чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	знает (пороговый уровень)	разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты	знает на элементарном уровне разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем
	умеет (продвинутый)	создавать и читать чертежи и документацию	выполнять типичные задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов решения	умеет создавать и читать чертежи и документацию
	владеет (высокий)	автоматизированным и комплексами для создания чертежей и документации	решать усложненные задачи в нетипичных ситуациях на основе приобретенных знаний, умений и навыков	владеет автоматизированными комплексами для создания чертежей и документации
ПК-26, способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических	знает (пороговый уровень)	Основные методы оформления полученных рабочих результатов	воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты	способность описать основные методы оформления полученных рабочих результатов
	умеет (продвинутый)	оформлять полученные рабочие результаты в виде	выполнять типичные задачи на основе	способность применять на практике методы оформления

отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях		презентаций	воспроизведения стандартных алгоритмов решения	полученных рабочих результатов в виде презентаций
	владеет (высокий)	способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях	решать усложненные задачи в нетипичных ситуациях на основе приобретенных знаний, умений и навыков	оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях

### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины**

Промежуточная аттестация обучающихся по учебной дисциплине осуществляется в рамках завершения изучения данной дисциплины и позволяет определить качество и уровень ее освоения. Предметом оценки освоения являются умения и знания.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена в 3 семестре и позволяет определить развитие общих компетенций, предусмотренных для ОПОП. Условием допуска к экзамену является успешное освоение обучающимися всех элементов дисциплины (выполнение и сдача всех индивидуальных заданий и контрольных работ).

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе повседневной учебной работы по курсу дисциплины. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины, овладению общими компетенциями.

### **Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

Самостоятельная работа студентов состоит из подготовки к практическим работам, работы над рекомендованной литературой и текстами лекций в процессе изучения теоретического материала.

Темы заданий для самостоятельной работы представлены в плане-графике выполнения самостоятельной работы по дисциплине.

При подготовке к практическим занятиям необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Рекомендуется использовать методические указания и материалы по курсу, текст лекций, а также электронные пособия, имеющиеся на сервере Школы естественных наук.

При подготовке к контрольным работам дополнительно к изучению конспектов лекций необходимо пользоваться учебниками. Вместо «заучивания» материала важно добиться понимания изучаемых тем дисциплины. Отвечая на поставленный вопрос, предварительно следует понять, что требуется от Вас в данном случае, какой теоретический материал нужно использовать.

При подготовке к экзамену нужно освоить теорию: разобрать определения всех понятий и численных методов, рассмотреть примеры и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо комментировать свои действия и не забывать о содержательной интерпретации.

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Результатом самостоятельной работы являются отчеты по контрольным работам.

В процессе подготовки отчетов у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание решения конкретных заданий.

### **Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Отчет должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к экзамену.

На экзамене оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает

неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

**Текущая аттестация** студентов по дисциплине «Спецфункции» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в форме контрольных работ по оцениванию фактических результатов обучения студентов. Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками;
- результаты самостоятельной работы.

**Промежуточная аттестация** студентов по дисциплине «Спецфункции» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ в виде экзамена в устной форме (ответы на вопросы экзаменационных билетов).

### **Критерии выставления оценки студенту на экзамене по дисциплине «Спецфункции»**

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения

знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по дисциплине.

### **Вопросы для подготовки к экзамену**

1. Неравенства Гельдера и Минковского. Примеры метрических пространств.
2. Сходимость. Непрерывность метрики.
3. Открытые и замкнутые множества и их свойства.
4. Принцип сжимающих отображений.
5. Приложение принципа сжимающих отображений к задаче Коши.
6. Компактность в метрических пространствах. Теоремы о непрерывных функциях на компактных множествах.
7. Критерий компактности Хаусдорфа.

8. Критерий Арцела относительной компактности множеств в пространстве непрерывных функций.
9. Линейные нормированные пространства. Непрерывность алгебраических операций и нормы. Примеры ЛНП. Ряды в банаховых пространствах.
10. Свойства скалярного произведения. Ортогональность. Процесс ортогонализации.
11. Теорема об ортогональном разложении.
12. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора.
13. Теорема о продолжении оператора по непрерывности.
14. Обратимые операторы. Общий критерий обратимости.
15. Теорема об обратимости оператора, близкого к единичному.
16. Теорема об обратимости оператора, близкого к обратимому.
17. Приложение теорем об обратимости к интегральным уравнениям.
18. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала.
19. Следствия теоремы Хана – Банаха.
20. Общий вид функционалов в конкретных пространствах. Теорема Рисса об общем виде функционала в гильбертовом пространстве.
21. Сопряженный оператор и теорема о его ограниченности.
22. Слабая сходимость последовательности элементов. Единственность предела. Связь со сходимостью по норме.
23. Компактные операторы. Компактность сопряженного оператора.
24. Теория Фредгольма.
25. Теорема Гильберта – Шмидта.

### **Типовые задания для проверочных работ**

#### **Задание 1.**

1. Определите, является ли данное множество замкнутым, открытым в пространстве  $C[a,b], CL[a,b]$ . Найдите его замыкание, внутренние и граничные точки в каждом указанном пространстве.

$$1.1. M = \{x(t) \mid x(a)x(b) = 0\};$$

$$1.2. M = \{x(t) \mid x(a) = x(b)\};$$

$$1.3. M = \{x(t) \mid |x(t)| < 1, \forall t \in [a, b]\};$$

$$1.4. M = \{x(t) \mid x(a) > 0\};$$

$$1.5. M = \{x(t) \in C^1[a, b] \mid x(a) = 0\};$$

2. Для данного множества  $M$  выяснить, является ли множество  $B = M \cap l_p$  открытым, замкнутым, ограниченным в  $l_p$ .

$$2.1. M = \left\{x: x_k \leq \frac{1}{k}, k = 1, 2, \dots\right\}, \quad p = 1;$$

$$2.2. M = \{x: 0 < x_k < 1, k = 1, 2, \dots\}, \quad p = \infty;$$

$$2.3. M = \{x: x_k > 0, k = 1, 2, \dots\}, \quad p = 2;$$

$$2.4. M = \left\{x: \sum_{k=1}^{\infty} x_k < 1, k = 1, 2, \dots\right\}, \quad p = 2;$$

$$2.5. M = \{x: x_1 = \dots = x_n = 0, k = 1, 2, \dots\}, \quad p = 2;$$

3. Является ли последовательность  $x_n$  последовательностью Коши в пространстве  $E$ . Найти ее предел, если он существует.

$$3.1. x_n(t) = \begin{cases} e^{-t/n}, & t \notin Q, \\ 0, & t \in Q. \end{cases}, \quad E = L_2[0, 1];$$

$$3.2. x_n(t) = \begin{cases} \sin nt, & t \in Q \cap [-1, 2], \\ \sqrt{t^2 + \frac{1}{n^3}}, & t \in [-1, 2] \setminus Q. \end{cases}, \quad E = L_1[-1, 2];$$

$$3.3. x_n(t) = \begin{cases} ne^{nt}, & t \in K, \\ \frac{t^3}{n}, & t \in [0, 1] \setminus K. \end{cases}, \quad E = L_{3/2}[0, 1];$$

$$3.4. \quad x_n(t) = \begin{cases} nt, & t \in [-2,0] \cap Q, \\ ne^{nt}, & t \in [-2,0] \setminus Q. \end{cases}, \quad E = L_4[-2,0];$$

$$3.5. \quad x_n(t) = \begin{cases} \sqrt{t^2 + \frac{1}{n^4}}, & t \in [-1,1] \setminus K, \\ \cos(n+t), & t \in [-1,1] \cap K. \end{cases}, \quad E = L_2[-1,1];$$

### Задание 2.

1. Определите, являются ли две нормы  $\|x\|_1$  и  $\|x\|_2$  эквивалентными в нормированном пространстве  $C^2[a,b]$  два раза непрерывно-дифференцируемых на отрезке  $[a,b]$  функций.

$$1.1. \quad \|x\|_{C^2[a,b]} \text{ и } \|x\| = |x(a)| + |x'(a)| + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.2. \quad \|x\|_{C^2[a,b]} \text{ и } \|x\| = |x(a)| + \|x'\|_{C[a,b]} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.3. \quad \|x\|_{C^2[a,b]} \text{ и } \|x\| = \left( \int_a^b |x(t)|^2 dt \right)^{1/2} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.4. \quad \|x\|_1 = |x(a)| + |x'(a)| + \|x''\|_{C[a,b]} \text{ и}$$

$$\|x\|_2 = |x(a)| + \|x'\|_{C[a,b]} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

$$1.5. \quad \|x\|_1 = |x(a)| + |x'(a)| + \|x''\|_{C[a,b]} \text{ и}$$

$$\|x\|_2 = \left( \int_a^b |x(t)|^2 dt \right)^{1/2} + \|x''\|_{C[a,b]};$$

2. Проверить, сходится ли ряд  $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$  в нормированном пространстве  $E$ .

$$2.1. \quad x_k(t) = \frac{4^k t^k - t^{2k}}{4^{2k}}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.2. \quad x_k(t) = \frac{t^k}{k} - \frac{t^{k+1}}{k+1}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.3. x_k(t) = \frac{1}{t^2 + n^2}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.4. x_k(t) = t^2 e^{-kt}, \quad E = C[0,1];$$

$$2.5. x_k(t) = \frac{t}{1 + n^4 t^2}, \quad E = C[0,1];$$

3. В гильбертовом пространстве  $L_2$  найти проекцию элемента  $x_0$  на подпространство  $L$ .

$$3.1. x_0 = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \dots, \frac{1}{3^k}, \dots \right), \quad L = \left\{ \alpha x + \beta y : \alpha, \beta \in R; x_k = \frac{1}{5^k}, y_k = \frac{1}{6^k} \right\};$$

$$3.2. x_0 = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{k}, \dots \right), \quad L = \left\{ \alpha x + \beta y : \alpha, \beta \in R; x = (1, 1, 0, \dots), y = (1, 0, 0, \dots) \right\};$$

$$3.3. x_0 = (0, 1, 1, 2, 0, \dots), \quad L = \left\{ x : \sum_{k=2}^{\infty} \frac{x_k}{2^k} = 0 \quad x_2 = 0 \right\};$$

$$3.4. x_0 = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \dots, \frac{1}{3^k}, \dots \right), \quad L = \left\{ \alpha x + \beta y : \alpha, \beta \in R; x = (1, 0, 1, 0, \dots), y = (1, 1, 1, 0, \dots) \right\}$$

;

$$3.5. x_0 = \left( 1, 0, \frac{1}{2}, 0, 1, 0, \dots \right), \quad L = \left\{ x : \sum_{k=3}^{\infty} \frac{x_k}{k} = 0 \quad x_1 - x_3 = 0 \right\};$$

### Задание 3.

1. Являются ли относительно компактными следующие множества в пространстве  $C[0,1]$ ?

$$1.1. M = \{t^n : n \in N\};$$

$$1.2. M = \{\sin(nt) : n \in N\};$$

$$1.3. M = \{\sin(n+t) : n \in N\};$$

$$1.4. M = \{\cos(n+t) : n \in N\};$$

$$1.5. M = \{ \sin(\alpha t) : \alpha \in (0,1) \};$$

2. . Является ли множество  $M$  относительно компактным в пространстве  $l_p$ ? В случае положительного ответа построить для множества конечную  $\varepsilon$ -сеть для  $\varepsilon=0,1$ .

$$2.1. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{k}, k \in N \right\}, \quad p = 2;$$

$$2.2. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{\sqrt[3]{k^2}}, k \in N \right\}, \quad p = 1;$$

$$2.3. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{k^2}, k \in N \right\}, \quad p = 1;$$

$$2.4. M = \left\{ x : |x_k| < \frac{1}{\sqrt[5]{k^2}}, k \in N \right\}, \quad p = 1;$$

$$2.5. M = \left\{ x : |x_1| = 1, |x_{2k}| < \frac{1}{2^k}, |x_{2k+1}| < \frac{1}{3^{2k}}, k \in N \right\}, \quad p = 1;$$

3. Доказать, что интегральный оператор с вырожденным ядром является линейным и ограниченным оператором, если  $A : C[a, b] \rightarrow C[\alpha, \beta]$ . Вычислить норму оператора.

$$3.1. A : C[-1,1] \rightarrow C[0,1], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 s(1+t)x(s)ds;$$

$$3.2. A : C[-2,2] \rightarrow C[3,5], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 (ts + s^2 t^2)x(s)ds;$$

$$3.3. A : C[0,1] \rightarrow C[-1,2], \quad Ax(t) = \int_0^{1/3} (1+t^2 + s)x(s)ds;$$

$$3.4. A : C[-1,2] \rightarrow C[-2,1], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 (1+t)s^3 x(s)ds;$$

$$3.5. A : C[-2,1] \rightarrow C[1,3], \quad Ax(t) = \int_{-2}^1 te^{t+s} sx(s)ds;$$

#### Задание4.

1. Вычислить норму оператора  $A$ , действующего из  $X$  в  $Y$ .

$$1.1. \quad X = L_3[0,1], \quad Y = L_{3/2}[0,1], \quad Ax(t) = \int_0^1 s(1+t)x(s)ds;$$

$$1.2. \quad X = L_4[-1,1], \quad Y = L_{5/2}[-1,2], \quad Ax(t) = \int_{-1}^1 s^2 t^3 x(s)ds;$$

$$1.3. \quad X = l_6, \quad Y = l_6, \quad Ax = \left( 0, \frac{x_1}{\sqrt{3}}, \frac{x_2}{\sqrt{4}}, \dots, \frac{x_k}{\sqrt{k+2}}, \dots \right);$$

$$1.4. \quad X = l_5, \quad Y = l_5, \quad Ax = \left( \frac{x_1}{\sqrt{5}}, \frac{x_2}{\sqrt{5^2}}, \dots, \frac{x_k}{\sqrt{5^k}}, \dots \right);$$

$$1.5. \quad X = L_3[0,1], \quad Y = C[-1,1], \quad Ax(t) = \int_0^{1/2} ts^2 x\left(s^{3/2}\right)ds;$$

2. Найти сопряженный оператор  $A^*$  к оператору  $A: l_2 \rightarrow l_2$ , действующему по следующим формулам. Будет ли  $A$  само сопряженным?

$$2.1. \quad Ax = (x_2, x_3, \dots), \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.2. \quad Ax = (0, x_1, x_2, \dots), \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.3. \quad Ax = (0, 0, \alpha_1 x_1, \dots), \quad \alpha_i \in C, \quad i = 1, 2, \dots, \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.4. \quad Ax = (x_1, \dots, x_n, 0, \dots), \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

$$2.5. \quad Ax = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ 0, x_1, \dots \end{pmatrix}, \quad x = (x_1, x_2, \dots) \in l_2;$$

3. Являются ли вполне непрерывными следующие операторы как отображение  $E$  в  $E$ ?

$$3.1. \quad E = C[0,1], \quad Ax(t) = x(0) + tx\left(\frac{1}{2}\right) + t^2 x(1);$$

$$3.2. \quad E = C[0,1], \quad Ax(t) = x(t^2);$$

$$3.3. \quad E = C[-1,1], \quad Ax(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t));$$

$$3.4. \quad E = C[0,1], \quad Ax(t) = \int_0^t tx(\tau)d\tau;$$

$$3.5. \quad E = C[0,1], \quad Ax(t) = \int_0^1 e^{ts} tx(s)ds;$$

4. Найти все решения следующих интегральных уравнений при всех значениях  $\lambda \neq 0$  и при всех значениях параметров  $a, b, c$ , входящих в свободный член этих уравнений.

$$4.1. \quad x(t) - \lambda \int_0^\pi \cos(t+s)x(s)ds = a \sin t + b;$$

$$4.2. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 (ts + 1)x(s) ds = at^2 + bt + c;$$

$$4.3. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 (t^2s + s^2t)x(s) ds = at + bt^3;$$

$$4.4. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(ts + s^2t^2)x(s) ds = at + b;$$

$$4.5. \quad x(t) - \lambda \int_{-1}^1 \left(5(ts)^{1/3} + 7(st)^{2/3}\right)x(s) ds = at + bt^{1/3};$$

### Примеры вариантов тестовых заданий с ответами

#### 1 вариант

№	Вопрос	Ответ
1	<b>К специальным функциям интегралам относятся:</b> а) Бета-функция; б) цилиндрическая функция.	а
2	<b>К функциям рядом относятся:</b> а) Бета-функция; б) дзета-функция.	б

#### 2 вариант

№	Вопрос	Ответ
1	<b>Специальные функции — встречающиеся в различных приложениях математики (чаще всего — в различных задачах математической физики) функции, которые не выражаются через .....</b> а) дзета-функции; б) элементарные функции	б
2	<b>Большинство специальных функций являются:</b>	а

	а) трансцендентными.; б) интегральными.	
--	--	--

### **Критерии оценивания проверочной работы**

Результатом работы является отчет.

В процессе подготовки отчетов у студентов развиваются навыки составления письменной документации и систематизации имеющихся знаний. При составлении отчетов рекомендуется придерживаться следующей структуры:

- Постановка задачи;
- Метод решения;
- Спецификация используемых функций и типов данных;
- Описание решения конкретных заданий.

Отчет по работе должен полностью удовлетворять условию задачи. В случае некачественно выполненных отчетов (не соответствующих заявленным требованиям) результирующий балл за работу может быть снижен. Студент должен продемонстрировать отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Наличие всех отчетов является допуском к экзамену.