



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»  
Руководитель ОП

  
(подпись)

Должиков С.В.  
(Ф.И.О. рук. ОП)

« 18 » июня 2015 г.



«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий (ая) кафедрой  
компьютерных систем

(название кафедры)

Кулешов Е.Л.  
(Ф.И.О. рук. ОП)

(подпись)

« 18 » июня 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления

**Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии**  
Профиль «Информационные системы и технологии в связи»

**Форма подготовки очная**

курс 2 семестр 3  
лекции 36 час.  
практические занятия 18 час.  
лабораторные работы 0 час.  
в том числе с использованием МАО лек. 0 / пр. 0 / лаб. 0 час.  
всего часов аудиторной нагрузки 54 час.  
в том числе с использованием МАО 0 час.  
самостоятельная работа 90 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 45 час.  
контрольные работы (количество) \_\_\_\_\_  
расчётно- графические работы \_\_\_\_\_  
зачет \_\_\_\_\_ семестр  
экзамен 3 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (уровень бакалавриата) утвержденного приказом Минобрнауки №219 от 12.03.2015г.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры компьютерных систем, протокол № 14 от «18» июня 2015 г.

Заведующая кафедрой Кулешов Е.Л.

Составитель: к.ф.-м.н, доцент А.И. Гудименко

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись) (И.О. Фамилия)

## АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» разработана для студентов 2 курса направления бакалавриата 09.03.02 Информационные системы и технологии профиль «Информационные системы и технологии в связи», в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (уровень бакалавриата) утвержденного приказом Минобрнауки №219 от 12.03.2015г.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к разделу дисциплин по выбору учебного плана.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа. Учебным планом предусмотрены лекционные занятия (36 часов) и практические занятия (18 часа), самостоятельная работа (90 часа, в том числе включая подготовку к экзамену 45 часов). Дисциплина реализуется в 3 семестре 2 курса.

Курс «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» опирается на содержание дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, необходимый для дальнейшего усвоения цикла специальных дисциплин, таких как «Электродинамика», «Схемотехника», «Квантовая механика», «Термодинамика и статистическая физика», «Физика конденсированного состояния», «Физика полупроводников и низкоразмерных систем», «Квантовая и оптическая электроника» и других дисциплин, активно использующих математический аппарат.

В дисциплине рассмотрены представления об основных структурах и методах теории обыкновенных дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.

**Цель** освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» - формирование представления об основных структурах и

методах теории обыкновенных дифференциальных уравнений, ее месте и роли в системе естественных наук, формирование профессиональных компетенций, связанных с применением аппарата теории для решения прикладных задач, развитие логического мышления, повышение уровня математической культуры.

### **Задачи:**

- приобретение умения интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков и системы уравнений, решать задачу Коши;
- приобретение умения поставленную задачу представить в виде дифференциального уравнения с начальными условиями;
- приобретение умения провести качественный анализ полученных решений, решить вопрос об их устойчивости.

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции (элементы компетенций):

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1, владением широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий	знает (пороговый уровень)	современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий - общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов
	умеет (продвинутый)	применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение
	владеет (высокий)	методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информационных систем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения
ОПК-3, способностью применять основные приемы и	знает (пороговый уровень)	разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем

законы создания и чтения чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	умеет (продвинутый)	создавать и читать чертежи и документацию
	владеет (высокий)	автоматизированными комплексами для создания чертежей и документации
ПК-26, способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях	знает (пороговый уровень)	Основные методы оформления полученных рабочих результатов
	умеет (продвинутый)	оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций
	владеет (высокий)	способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» применяются различные методы обучения: лекция-консультация, лекция-беседа.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**Раздел I. Дифференциальные формы, уравнения первого порядка, векторные поля и системы (18 час.)**

**Тема 1. Дифференциальные формы (4,5 час.)**

Определение дифференциальных форм, их свойства и примеры. Определение и свойства алгебры дифференциальных форм. Замена координат в дифференциальной форме. Интегрирование форм. Точные и замкнутые формы. Теорема Фробениуса. Геометрический смысл 1-формы. Уравнения Максвелла. Оператор Ходжа.

**Тема 2. Уравнения первого порядка (5,5 час.)**

Уравнение первого порядка как дифференциальная система. Уравнения в дифференциалах. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Метод параметризации. Особые решения. Линейные уравнения.

**Тема 3. Векторные поля и потоки (3,5 час.)**

Касательный вектор. Касательное расслоение. Векторные поля. Замена координат. Интегральные кривые. Теорема о существовании и

единственности. Особые точки векторного поля. Поток векторного поля, свойства потока.

#### **Тема 4. Линейные векторные поля и системы (4,5 час.)**

Определение и свойства линейных векторных полей и систем. Пример решения линейной системы. Общее решение в случае, когда собственные векторы образуют базис. Выделение действительных решений. Теорема о жордановом базисе. Жорданова нормальная форма матрицы. Общее решение линейной системы. Матричная экспонента, её свойства.

### **Раздел II. Производная Ли, линейные уравнения, вариационные методы (18 час.)**

#### **Тема 1. Производная Ли и её приложения (3 час.)**

Производная Ли функции. Индуцированное отображение форм. Производная Ли формы. Формула Лиувилля. Симметрии и интегрирование уравнений.

#### **Тема 2. Линейные уравнения (5 час.)**

Уравнения с постоянными коэффициентами. Операторное представление. Сопутствующий метод интегрирования. Интегрирование однородного уравнения. Интегрирование неоднородного уравнения с правой частью – квазимногочленом.

#### **Тема 3. Вариационное исчисление (10 час.)**

Вариационная задача. Вариационная производная. Необходимое условие экстремума. Оператор Эйлера. Уравнения Эйлера–Лагранжа. Условный экстремум. Гамильтонова система уравнений. Вариационные симметрии и законы сохранения. Продолжение векторного поля. Теорема Эммы Нётер.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

### **Практические занятия (18 час.)**

#### **Раздел I. Дифференциальные формы, уравнения первого порядка, векторные поля и системы (10 час.)**

##### **- Дифференциальные формы**

1. Алгебра дифференциальных форм.
2. Замена координат в дифференциальной форме.
3. Дифференцирование форм. Интегрирование форм.
4. Точные и замкнутые формы.
5. Теорема Фробениуса. Геометрический смысл 1-формы.

6. Уравнения Максвелла. Оператор Ходжа.

**- Уравнения первого порядка**

1. Уравнение первого порядка как дифференциальная система.

2. Уравнения в дифференциалах. Уравнения в полных дифференциалах.

3. Уравнения с разделяющимися переменными.

4. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.

5. Метод параметризации. Особые решения.

6. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли.

7. Некоторые приёмы понижения порядка.

**- Векторные поля и потоки**

1. Касательный вектор.

2. Касательное расслоение.

3. Векторные поля.

4. Замена координат.

5. Интегральные кривые.

6. Теорема о существовании и единственности.

7. Особые точки векторного поля.

8. Поток векторного поля. Свойства потока.

**- Линейные векторные поля и системы**

1. Разбор определений.

2. Пример решения линейной системы.

3. Общее решение в случае, когда собственные векторы образуют базис.

4. Выделение действительных решений.

5. Теорема о жордановом базисе.

6. Жорданова нормальная форма матрицы.

7. Общее решение линейной системы.

8. Матричная экспонента.

9. Свойства матричной экспоненты. Вычисление матричной экспоненты.

9. Двумерная линейная система.

**Раздел II. Производная Ли, линейные уравнения, вариационные методы (8 час.)**

**- Производная Ли и её приложения**

1. Производная Ли функции.

2. Индуцированное отображение форм.

3. Производная Ли формы.

4. Формула Лиувилля.

5. Симметрии и интегрирование уравнений первого порядка.

### **- Линейные уравнения**

1. Уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Операторное представление.
3. Сопутствующий метод интегрирования.
4. Интегрирование однородного уравнения.
5. Интегрирование неоднородного уравнения с правой частью – квазимногочленом.

### **Вариационное исчисление**

1. Вариационная задача. Примеры вариационных задач.
2. Вариационная производная.
3. Необходимое условие экстремума.
4. Оператор Эйлера.
5. Уравнения Эйлера–Лагранжа.
6. Условный экстремум.
7. Гамильтонова система уравнений.
8. Вариационные симметрии и законы сохранения.
9. Продолжение векторного поля.
10. Теорема Эммы Нётер.

## **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

- план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
- характеристика заданий для самостоятельной работы студентов и методические рекомендации по их выполнению;
- требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
- критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

## **IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

### **V.**

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация



1	Раздел I.  Дифференциальные формы, уравнения первого порядка, векторные поля и системы	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Устный опрос (УО-1)	Вопросы к экзамену № 1-21
			умеет	Выполнение индивидуальных заданий 1-4 (ПР-11) Контрольная работа 1 (ПР-2)	
			владеет		
2	Раздел II.  Производная Ли, линейные уравнения, вариационные методы	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Расчётно-графическая работа 2 (ПР-12)	Вопросы к экзамену № 1-62
			умеет	Выполнение индивидуальных заданий 5-8 (ПР-11) Контрольная работа 2 (ПР-2)	
			владеет		

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

## VI. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

*(печатные и электронные издания)*

1. Егоров, А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. И. Егоров. – М. : Физматлит, 2007. – 448 с.

ЭБС «Elanbook.com»:

<https://e.lanbook.com/book/59460>

2. Егоров, А.И. Классификация решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. И. Егоров. – М. : Физматлит, 2013. – 108 с.

ЭБС «Elanbook.com»:

<https://e.lanbook.com/book/59690>

3. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. И. Егоров. – М. : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. – 347 с.

ЭБС «Elanbook.com»:

**Дополнительная литература**  
(печатные и электронные издания)

1. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебное пособие / М. В. Федорюк. – М. : Наука, 1985. – 448 с.

ЭК НБ ДВФУ:

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:246217>

2. Арнольд, В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. И. Арнольд. – М. : МЦНМО, 2012. – 384 с.

ЭБС «Elanbook.com»:

<https://e.lanbook.com/book/56388>

3. Арнольд, В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / В. И. Арнольд. – М. : МЦНМО, 2012. – 341 с.

ЭБС «Elanbook.com»:

<https://e.lanbook.com/book/56392>

4. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Текст] : учебное пособие для вузов / А. Ф. Филиппов. – М. : Наука, 1992. – 128 с.

ЭК НБ ДВФУ:

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:37693>

## **VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

В рамках данной дисциплины предусмотрено 54 часов самостоятельной работы, которая необходима при проработке материала лекции, выполнении индивидуальных заданий, оформлении расчётно-графической работы, подготовке к контрольным работам, зачёту, экзамену.

В самостоятельную работу по дисциплине «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» включены следующие виды деятельности:

В процессе изучения дисциплины студент должен решить все индивидуальные домашние задания в семестре; написать 2 контрольных работы, после этого получает допуск к сдаче теоретической части экзамена. Оценивание идет по балльно-рейтинговой системе.

Для успешного освоения рассматриваемой дисциплины необходимо:

- посещение лекционных и практических занятий;
- ведение конспекта лекций и практических занятий;

- своевременное решение индивидуальных домашних заданий;
- посещение консультаций, в случае каких-либо сомнений в знании текущего материала;
- при подготовке к практическим занятиям необходимо читать лекционный материал, пересматривать практические занятия.

Студенту следует тщательно планировать и организовывать время, необходимое для изучения дисциплины. Недопустимо откладывать ознакомление с теоретической частью и выполнение индивидуальных заданий и расчётно-графических работ, поскольку это неминуемо приведет к снижению качества освоения материала. Все виды работ по дисциплине рекомендуется выполнять по календарному плану, приведенному в приложении 1.

## **VIII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения исследований, связанных с выполнением задания по практике, а также для организации самостоятельной работы студентам доступно следующее лабораторное оборудование и специализированные кабинеты, соответствующие действующим санитарным и противопожарным нормам, а также требованиям техники безопасности при проведении учебных и научно-производственных работ:

Наименование оборудованных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень основного оборудования
Владивосток, о. Русский, п. Аякс д.10, корпус D, ауд. D 733 учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, практических занятий: компьютерный класс	Моноблок lenovo C360G-i34164G500UDK - 13 шт. Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см Документ-камера Avervision CP355AF ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA Мультимедийный проектор Mitsubishi EW33OU, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 Сетевая видеочка Multipix MP-HD718
Владивосток, о. Русский, п. Аякс д.10, корпус D, ауд. D 548 учебная аудитория для проведения занятий лек-	Мультимедийное оборудование: Экран проекционный ScreenLine Trim White Ice 50 см черная кайма сверху, размер рабочей области 236x147 см Документ-камера Avervision CP355AF

<p>ционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p>	<p>ЖК-панель 47", Full HD, LG M4716 CCBA Мультимедийный проектор, Mitsubishi EW330U, 3000 ANSI Lumen, 1280x800 Сетевая видеокамера Multipix MP-HD718</p>
<p>Читальные залы Научной библиотеки ДВФУ с открытым доступом к фонду (корпус А - уровень 10) Учебная аудитория для проведения самостоятельной работы</p>	<p>Моноблок HP ProOne 400 All-in-One 19,5 (1600x900), Core i3-4150T, 4GB DDR3-1600 (1x4GB), 1TB HDD 7200 SATA, DVD+/-RW, GigE, Wi-Fi, BT, usb kbd/mse, Win7Pro (64-bit)+Win8.1Pro(64-bit), 1-1-1 Wty Скорость доступа в Интернет 500 Мбит/сек. Рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья оснащены дисплеями и принтерами Брайля; оборудованы: портативными устройствами для чтения плоскостпечатных текстов, сканирующими и читающими машинами видеоувеличителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками</p>

В целях обеспечения специальных условий обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в ДВФУ все здания оборудованы пандусами, лифтами, подъемниками, специализированными местами, оснащенными туалетными комнатами, табличками информационно-навигационной поддержки.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Дифференциальные уравнения и интегральные  
исчисления»**

**Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и техноло-  
гии**

**Профиль «Информационные системы и технологии в связи»**

**Форма подготовки очная**

**Владивосток  
2015**

## План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения, неделя	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение, час	Форма контроля
3 семестр				
1	1-3	Выполнение индивидуальных заданий	9	Защита индивидуальных заданий 1 (УО-1)
2	4-6	Выполнение индивидуальных заданий	9	Защита индивидуальных заданий 2 (УО-1)
3	7-11	Выполнение индивидуальных заданий	9	Защита индивидуальных заданий (УО-1)
4	12-16	Выполнение индивидуальных заданий	9	Защита индивидуальных заданий (УО-1)
5	18	Изучение лекционного материала, подготовка к текущему контролю	9	Контрольная работа 1 (ПК-2)
6	1-18	Подготовка к экзамену	45	экзамен

### Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

В рамках данной дисциплины предусмотрено 90 часов самостоятельной работы, которая необходима при проработке материала лекции, выполнении индивидуальных заданий, подготовке к контрольным работам, зачёту, экзамену.

В самостоятельную работу по дисциплине «Дифференциальные уравнения и интегральные исчисления» включены следующие виды деятельности:

- поиск информации по темам для самостоятельного изучения;
- разбор теоретических аспектов практических работ;
- подготовка к текущему и промежуточному контролю.

Для закрепления навыков и знаний студента, полученных на практических и лекционных занятиях, студенту в течение курса выдаются индивидуальные задания. Для выполнения индивидуальных заданий необходимо использовать все полученные знания и умения.

Студенту следует тщательно планировать и организовывать время, необходимое для изучения дисциплины. Недопустимо откладывать ознакомление с теоретической частью и выполнение индивидуальных заданий, поскольку это неминуемо приведет к снижению качества освоения материала. Все виды работ по дисциплине рекомендуется выполнять по календарному плану.

Приведенные ниже комплекты вариантов задач для самостоятельного решения охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения заданий необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.

### **Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Сроки выдачи индивидуальных заданий (ИДЗ) привязываются ко времени изучения соответствующего материала на лекциях и практических занятиях. Решения типовых задач и упражнений рассматриваются на практических занятиях. Защита ИДЗ состоит в проверке самостоятельности решения задач. С этой целью предлагается решить 1-3 типовые задачи равносильные задачам ИДЗ и/или объяснить способ, метод, прием и т.д., использованный для решения какой-либо из задач, выполнить дополнительные задания в рамках представленного ИДЗ.

#### **Пример индивидуальных заданий 1**

1. Вычислить форму объёма  $dx \wedge dy$  в полярных координатах, а затем – интеграл  $\int dx dy / \sqrt{(x^2 + y^2)}$  по кругу радиуса  $R$  с центром в начале координат.

2. Перейти к сферическим координатам в форме работы электрического поля точечного заряда и к цилиндрическим – в форме потока магнитного поля движущегося заряда. В последнем случае ось цилиндрической системы координат направить вдоль движения заряда.

3. В пространстве  $\mathbb{R}^3$  имеется координатный базис 2-форм:  $dx \wedge dy$ ,  $dy \wedge dz$ ,  $dz \wedge dx$ . Разлагая поле точечного заряда по этому базису, получаем  $E = (x dy \wedge dz + y dz \wedge dx + z dx \wedge dy) / r^3$ . Вычислить  $dE$ .

4. Вычислить интеграл от 1-формы  $\alpha = x dx + y dy$  по полуокружности  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi$ .

5. Проверить, что форма работы проводника с током замкнута. Следует ли отсюда её точность?

6. Проверить замкнутость формы и найти её потенциал:

а.  $2xy dx + (x^2 - y^2) dy$ ;

б.  $e^{-y} dx - (2y + x e^{-y}) dy$ ;

в.  $y dx - (2y \ln y - x) dy$ ;

г.  $(2 - 9xy^2) dx + (4y^2 - 6x^3) y dy$ ;

д.  $(y/x) dx + (y^3 + \ln x) dy$ ;

е.  $(2x^3 - xy^2) dx + (2y^3 - x^2 y) dy$ .

## Пример индивидуальных заданий 2

1. Решить систему линейного маятника:  $dx/dt = y$ ,  $dy/dt = -x$ .

2. Решить уравнения:

а.  $(x + y)dx + (x - y)dy = 0$ ;

б.  $\dot{y} = \sin y$ ;

в.  $(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y)dx + xdy/\cos^2 y = 0$ ;

г.  $2x^4 y \dot{y} + y^4 = 4x^6$ ;

д.  $x\dot{y} + y - e^x = 0$ ;

е.  $y = x\dot{y} - \dot{y}^4$ ;

ё.  $\dot{y}^3 - y + x = 0$ ;

ж.  $\ddot{y} + \dot{y} + y^3 = 0$ .

3. Определить тип уравнения:

а.  $\dot{y} \operatorname{ctg} x + y = 2$ ;

б.  $ydx + (\sqrt{x^2 + y^2} - x)dy = 0$ ;

в.  $3\dot{y}^3 - x\dot{y} + 1 = 0$ ;

г.  $x\dot{y} = x\sqrt{y - x^2} + 2y$ ;

д.  $y = x\dot{y} - \dot{y}^4$ ;

е.  $4\dot{y} - y \operatorname{ctg} x = y^5 e^{\cos x}$ ;

ё.  $(xye^{x/y} + y^2)dx = x^2 e^{x/y} dy$ ;

ж.  $(2x - 1 - y/x^2)dx - (2y - 1/x)dy = 0$ ;

з.  $(x^2 + y^2)y\dot{y} + (x^2 - y^2)x = 0$ ;

и.  $\dot{y} + \operatorname{tg} y = x/\cos y$ .

## Пример индивидуальных заданий 3

1. Построить касательные вектора к параболе  $y = x^2$ .

2. Записать в полярных координатах поле  $u = y\partial_x + x\partial_y$ .

3. Вычислить поток и проверить его свойства для поля  $u = x^2\partial_x$ .

4. Вычислить поток поля  $u = \partial_x$  (группа сдвигов плоскости) и  $u = ax\partial_x + by\partial_y$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  (группа растяжений плоскости).

## Пример индивидуальных заданий 4

1. Привести к жордановой нормальной форме матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить жордановы цепочки  $n$ -мерного жорданова блока.

3. Вычислить жордановы цепочки матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

4. Найти общее комплексное и общее действительное решение системы:

а.  $\dot{x} = 5x + 2y + 2z$ ,  $\dot{y} = x + 6y + 2z$ ,  $\dot{z} = -5x - 7y - 3z$ ;

б.  $\dot{x} = x + y$ ,  $\dot{y} = -x + z$ ,  $\dot{z} = -x - y + 2z$ ;

в.  $\dot{x} = 2x + 2y - 2z$ ,  $\dot{y} = 2x + 5y - 4z$ ,  $\dot{z} = -2x - 4y + 5z$  ( $\lambda_{1,2} = 1$ ,  $\lambda_3 = 10$ );

г.  $\dot{x} = -5x - 4y + 9z$ ,  $\dot{y} = 10x + 9y - 10z$ ,  $\dot{z} = x + y + 3z$  ( $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_{2,3} = 4$ ).

5. Решить системы, используя матричную экспоненту:

а.  $\dot{x} = 2x + y$ ,  $\dot{y} = x + 2y$ ;

б.  $\dot{x} = -x - 2y$ ,  $\dot{y} = x - 3y$ .

6. Найти и исследовать особые точки:

а.  $\dot{x} = x^2 - y$ ,  $\dot{y} = \ln(1 - x + x^2) - \ln 3$ ;

б.  $\dot{x} = \ln(2 - y^2)$ ,  $\dot{y} = e^x - e^y$ ;

в.  $\dot{x} = (2x - y)(x - 2)$ ,  $\dot{y} = xy - 2$ ;

г.  $\dot{x} = x^2 - y$ ,  $\dot{y} = x^2 - (y - 2)^2$ ;

д.  $\dot{x} = \sqrt{(x^2 - y + 2)} - 2$ ,  $\dot{y} = \arctg(x^2 + xy)$ ;

е.  $\dot{x} = \ln[(y^2 - y + 1)/3]$ ,  $\dot{y} = x^2 - y^2$ .



## Пример индивидуальных заданий 5

1. Вычислить первые интегралы:

а.  $u = (z + y - x)\partial_x + (z + x - y)\partial_y + (x + y - z)\partial_z$ ;

б.  $u = (z + x)x\partial_x + (z + y)y\partial_y + (z^2 - xy)\partial_z$ ;

в.  $u = (z + e^x)\partial_x + (z + e^y)\partial_y + (z^2 - e^{x+y})\partial_z$ ;

г.  $u = x\partial_x + (z + w)\partial_y + (y + w)\partial_z + (y + z)\partial_w$ .

2. Вычислить поток и первые интегралы векторного поля. Проверить, что интегралы действительно сохраняются на интегральных кривых поля.

а.  $u = x^n\partial_x$ ;

б.  $u = \sin x \partial_x$ ;

в.  $u = e^x\partial_x$ ;

г.  $u = \partial_x + x\partial_y$ ;

д.  $u = y\partial_x + x\partial_y$ ;

е.  $u = y^{-1}\partial_x + x^{-1}\partial_y, x, y > 0$ .

3. Показать, что поле является инфинитезимальной симметрией уравнения (если уравнения нет – найти). Решить это уравнение.

а.  $u = y\partial_x, ydx + (y^3 - x)dy = 0$ ;

б.  $u = y\partial_x - x\partial_y, (xf(r) + y)dx + (yf(r) - x)dy = 0, r = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ ;

в.  $u = y^3\partial_x$ .

## Пример индивидуальных заданий 6

Найти общее действительное решение:

1.  $y^{(3)} - 3\ddot{y} + 3\dot{y} - y = 0$ ;

2.  $\ddot{y} - 4\dot{y} + 5y = 1 + 3\cos x + e^{2x}$ ;

3.  $\ddot{y} - 2\dot{y} + 2y = (x + e^x)\sin x$ ;

4.  $\ddot{y} + 4y = e^x + 4\sin 2x + 2\cos^2 x$ ;

5.  $y^{(3)} + \dot{y} = \sin x + x\cos x$ .

## Пример индивидуальных заданий 7

1. Вычислить вариационную производную для вариационного функционала:

$$L(x, y, z) = \frac{1}{2} \int_a^b (\mathfrak{L} + \mathfrak{L} + \mathfrak{L}) dt.$$

2. Решить вариационные задачи о нахождении:

а. кривой минимальной длины, соединяющей две точки плоскости;

б. траектории материальной точки в поле силы тяжести.

3. Найти уравнения лучей света, распространяющегося в плоской среде с неоднородной скоростью света  $c(x, y)$ .

4. Вывести уравнение малых колебаний мембраны.

5. Решить вариационную задачу о нахождении экстремальной площади поверхности вращения с заданной образующей.

6. Задача на условный экстремум. Решить задачу: среди кривых  $y = y(x)$  длины  $l$ , таких, что  $y(a) = y(b) = 0$ , найти ту, которая ограничивает наибольшую площадь.

7. Найти экстремумы функционалов в классе гладких функций на отрезке  $[0; 1]$ , удовлетворяющих граничным условиям  $y(0) = y(1) = 0$ :

- a.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + y + 1) dx$ ;
- б.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + xy + 1) dx$ ;
- a.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + y_x y'' + 1) dx$ .

8. В релятивистской механике интервал  $ds$  (аналог элемента длины в евклидовом пространстве) задаётся выражением  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ . Действие для свободной релятивистской частицы определяется формулой:

$$S = -mc \int_a^b ds = -mc^2 \int_{t_a}^{t_b} \sqrt{1 - \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}{c^2}} dt,$$

где первый интеграл берётся вдоль мировой линии частицы. Выписать уравнения движения частицы.

9. Найти уравнение кривой наименьшей длины, соединяющей точки  $(0; 0)$  и  $(1; 0)$  и имеющей фиксированную площадь.

10. Решить вариационную задачу:

- a.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + x) dx$ ,  $\int_0^1 (y + x^2) dx = 1$ ,  $y(0) = y(1) = 0$ ;
- б.  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + 2y) dx$ ,  $2 \int_0^1 xy dx = 1$ ,  $y(0) = y(1) = 0$ .

11. По параболическому жёлобу  $x(s) = s$ ,  $y(s) = -s^2/2$  под действием силы тяжести  $mg$  соскальзывает без трения материальная точка. Показать, что её скорость в горизонтальном направлении стабилизируется.

### Пример индивидуальных заданий 8

1. Покажите, что поле  $\xi = x\partial_x + y\partial_y$  является инфинитезимальной симметрией формы  $\mathcal{L} = L(x, y, y_x) dx$  в том и только том случае, когда  $y\partial_y L + L + x\partial_x L = 0$ . Постройте соответствующий заданию закон сохранения, когда  $L = y_x^2/y$ . Выпишите уравнение Эйлера для лагранжиана  $L = y_x^2/y + y_x/x$ . Понижьте порядок уравнения, вычислив закон сохранения.

4. Покажите, что поле  $\xi = \partial_x$  – инфинитезимальная симметрия формы  $\mathcal{L} = L(x, y, y_x) dx$  тогда и только тогда, когда  $\partial_x L = 0$ . Постройте соответствующий закон сохранения.

### Критерии оценки выполнения индивидуальных заданий

#### Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Выполнение ИЗ и РГР и их защита оцениваются по пятибалльной шкале. Без защиты оценка за ИЗ или РГР не выставляется. Количество баллов соответствует уровню выполнения заданий. Пять баллов соответствует самостоятельному верному выполнению всех заданий. Четыре бала самостоятельному верному выполнению заданий на 76-85%. Три бала – 61-75%. Два балла – менее 60%. Подробно критерии выставления оценок приведены в Приложении 2.

Приведенные в Приложении 2 варианты ИЗ и РГР для самостоятельного выполнения охватывают все разделы курса. Для успешного их выполнения

необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «Дифференциальные уравнения»  
**Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и техноло-**  
**гии**  
Профиль «Информационные системы и технологии в связи»  
**Форма подготовки очная**

**Владивосток**  
**2015**

## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-1, владением широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий	знает (пороговый уровень)	современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий - общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов
	умеет (продвинутый)	применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение
	владеет (высокий)	методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информационных систем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения
ОПК-3, способностью применять основные приемы и законы создания и чтения чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	знает (пороговый уровень)	разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем
	умеет (продвинутый)	создавать и читать чертежи и документацию
	владеет (высокий)	автоматизированными комплексами для создания чертежей и документации
ПК-26, способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях	знает (пороговый уровень)	Основные методы оформления полученных рабочих результатов
	умеет (продвинутый)	оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций
	владеет (высокий)	способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация

1	Раздел I.  Дифференциальные формы, уравнения первого порядка, векторные поля и системы	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Устный опрос (УО-1)	Вопросы к экзамену № 1-21
			умеет	Выполнение индивидуальных заданий 1-4 (ПР-11) Контрольная работа 1 (ПР-2)	
			владеет		
2	Раздел II.  Производная Ли, линейные уравнения, вариационные методы	ОПК-1, ОПК-3, ПК-26	знает	Расчётно-графическая работа 2 (ПР-12)	Вопросы к экзамену № 1-62
			умеет	Выполнение индивидуальных заданий 5-8 (ПР-11) Контрольная работа 2 (ПР-2)	
			владеет		

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-1, владением широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий	знает (пороговый уровень)	современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий - общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов	воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты	знает на элементарном уровне современные тенденции развития информатики и вычислительной техники, компьютерных технологий, общую характеристику информационных процессов, основные технические и программные средства реализации информационных процессов
	умеет (продвинутый)	применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение	выполнять типовые задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов решения	умеет применять вычислительную технику для решения практических задач, использовать технические средства реализации информационных процессов, использовать системное и базовое прикладное программное обеспечение
	владеет (высокий)	методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информации	решать сложные задачи в нетипичных ситуациях на основе приобретенных знаний и навыков	владеет методами, способами и средствами работы с компьютером с целью получения, хранения и переработки информации, навыками решения учебных задач с использованием информационных си-

		онных систем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения		стем и технологий, навыками использования прикладного программного обеспечения
ОПК-3, способностью применять основные приемы и законы создания и чтения чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	знает (пороговый уровень)	разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем	воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты	знает на элементарном уровне разновидности чертежей и документации по аппаратным и программным компонентам информационных систем
	умеет (продвинутый)	создавать и читать чертежи и документацию	выполнять типичные задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов решения	умеет создавать и читать чертежи и документацию
	владеет (высокий)	автоматизированными комплексами для создания чертежей и документации	решать усложненные задачи в нетипичных ситуациях на основе приобретенных знаний, умений и навыков	владеет автоматизированными комплексами для создания чертежей и документации
ПК-26, способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях	знает (пороговый уровень)	Основные методы оформления полученных рабочих результатов	воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты	способность описать основные методы оформления полученных рабочих результатов
	умеет (продвинутый)	оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций	выполнять типичные задачи на основе воспроизведения стандартных алгоритмов решения	способность применять на практике методы оформления полученных рабочих результатов в виде презентаций
	владеет (высокий)	способностью оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях	решать усложненные задачи в нетипичных ситуациях на основе приобретенных знаний, умений и навыков	оформлять полученные рабочие результаты в виде презентаций, научно-технических отчетов, статей и докладов на научно-технических конференциях

### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины**

Промежуточная аттестация обучающихся по учебной дисциплине осуществляется в рамках завершения изучения данной дисциплины и позволяет определить качество и уровень ее освоения. Предметом оценки освоения являются умения и знания.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена в 3 семестре и позволяет определить развитие общих компетенций, предусмотренных для ОПОП. Условием допуска к экзамену является успешное освоение обучающимися всех элементов дисциплины (выполнение и сдача всех индивидуальных заданий и контрольных работ).

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе повседневной учебной работы по курсу дисциплины. Данный вид контроля стимулирует у обучающихся стремление к систематической самостоятельной работе по изучению учебной дисциплины, овладению общими компетенциями.

### **Оценочные средства для промежуточной аттестации**

#### **Вопросы к экзамену (3 семестр)**

1. Алгебра дифференциальных форм.
2. Замена координат в дифференциальной форме.
3. Дифференцирование форм.
4. Интегрирование форм.
5. Точные и замкнутые формы.
6. Теорема Фробениуса.
7. Геометрический смысл 1-формы.
8. Уравнения Максвелла.
9. Оператор Ходжа.
10. Уравнение первого порядка как дифференциальная система.
11. Уравнения в дифференциалах.
12. Уравнения в полных дифференциалах.
13. Уравнения с разделяющимися переменными.
14. Однородные уравнения.
15. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.
16. Метод параметризации.
17. Особые решения.
18. Линейные уравнения.
19. Уравнение Бернулли.
20. Некоторые приемы понижения порядка.
21. Касательный вектор.
22. Касательное расслоение.
23. Векторные поля.
24. Замена координат.
25. Интегральные кривые.
26. Теорема о существовании и единственности.
27. Особые точки векторного поля.



28. Поток векторного поля.
29. Свойства потока.
30. Определение.
31. Пример решения линейной системы.
32. Общее решение в случае, когда собственные векторы образуют базис.
33. Выделение действительных решений.
34. Теорема о жордановом базисе.
35. Жорданова нормальная форма матрицы.
36. Общее решение линейной системы.
37. Матричная экспонента.
38. Свойства матричной экспоненты.
39. Вычисление матричной экспоненты.
40. Двумерная линейная система.
41. Производная Ли функции.
42. Индуцированное отображение форм.
43. Производная Ли формы.
44. Формула Лиувилля.
45. Симметрии и интегрирование уравнений первого порядка.
46. Уравнения с постоянными коэффициентами.
47. Операторное представление.
48. Сопутствующий метод интегрирования.
49. Интегрирование однородного уравнения.
50. Интегрирование неоднородного уравнения с правой частью — ква-  
зимногочленом.
52. Вариационная задача.
53. Примеры вариационных задач.
54. Вариационная производная.
55. Необходимое условие экстремума.
56. Оператор Эйлера.
57. Уравнения Эйлера–Лагранжа.
58. Условный экстремум.
59. Гамильтонова система уравнений.
60. Производная Ли формы.
61. Продолжение векторного поля.
62. Теорема Эммы Нетер.

### **Критерии оценки ответа на зачетные и экзаменационные вопросы**

5 баллов — если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомен-

дованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

4 баллов — знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

3 балл — фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.

2 баллов — незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

**Зачтено - 5,4 или 3 балла.**

**Не зачтено - 2 балла**

### **Оценочные средства для текущей аттестации**

#### **1. Индивидуальные домашние задания**

Примеры индивидуальных заданий и критерии оценивания приведены в приложении 1

#### **2. Контрольная работа**

##### **Пример заданий контрольной работы 1**

Определить тип уравнения и метод решения. Найти общее решение уравнения:

1.  $(x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$ ;
2.  $x dx - 2y dy = 2yx^2 dy - xy^2 dx$ ;
3.  $(x^2 + xy + y^2)dx = x^2 dy$ ;
4.  $y - x\dot{y} = x$ ;
5.  $y - x\dot{y} = -2\sqrt{\dot{y}}$ ;
6.  $\dot{y} = (x + y + 1)^2$ ;
7.  $1 + \dot{y}^2 = 2y\ddot{y}$ ;
8.  $\ddot{y}(e^x + 1) + \dot{y} = 0$ ;

9.  $\ddot{y} + y = 1/\cos x$ ;
10.  $2\ddot{y} + 5\dot{y} = 5x^2 - 2x - 1$ ;
11.  $\dot{x} = -5x + 4y, \dot{y} = -9x + 7y$ ;
12.  $\dot{x} = x + y - z, \dot{y} = -x + 4y - 2z, \dot{z} = -2x + 5y - 2z$ .

## Пример заданий контрольной работы 2

1. Найти общее комплексное и общее действительное решение системы:  
 $\dot{x} = 6x - 7y + 4z, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = -2x + 3y$ .
2. Найти общее действительное решение:
  - а.  $y^{(4)} - 5y^{(2)} + 4y = 0$ ;
  - б.  $\ddot{y} - \dot{y} = 1/(1 + e^x)$ ;
  - в.  $\ddot{y} + \dot{y} = 1/\sin x$ .
3. Найти экстремумы функционала  $S[y] = \int_0^1 (y_x^2 + y_x y^n + 1) dx$  в классе гладких функций на отрезке  $[0; 1]$ , удовлетворяющих граничным условиям  $y(0) = y(1) = 0$ .
4. Найти экстремум и определить его тип:
  - а.  $S[y] = \int_1^4 \left( y^2 + \frac{3y^2}{4x^2} \right) dx, \quad y(1) = 1, \quad y(4) = 8$ ;
  - б.  $S[y] = \int_1^2 \left( 3x^2 y^2 - x^3 y^2 + \frac{6y}{x} \right) dx, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = 1/8$ ;
  - в.  $S[y] = \int_0^\pi \left( y^2 - \frac{9y^2}{4} + 18y \right) dx, \quad y(0) = 4, \quad y(\pi) = 0$ .

## Примеры вариантов заданий с ответами

### 1 вариант

№	Вопрос	Ответ
1	<b>Линейным дифференциальным уравнением первого порядка называется:</b>	Уравнение вида $y' = P(x)y + Q(x)$ , где $P(x)$ и $Q(x)$ – заданы непрерывными функциями или константами
2	<b>Решением (частным решением) дифференциального уравнения <math>y' = f(x, y)</math> называется функция <math>y = \varphi(x)</math>, если</b>	$\varphi'(x) = f(x, \varphi(x)), x \in (a, b)$ .
3	<b>Уравнением Бернулли называется диф. уравнение вида</b>	$y' + P(x)y = Q(x)y^m, m \neq 0, m \neq 1$

## 2 вариант

№	Вопрос	Ответ
1	<b>Общий интеграл дифференциального уравнения <math>y''=f(x)</math> имеет вид</b>	$y=\int_{x_0}^x (\int_{x_0}^x f(x)dx)+C_1(x-x_0)+C_2$
2	<b>Общий интеграл дифференциального уравнения <math>M_1(x) M_2(y)dx + N_1(x) N_2(y)dy=0</math> имеет вид</b>	$\int \frac{M_1(x)}{N_1(x)}dx + \int \frac{M_2(y)}{N_2(y)}dy=C$ , $C - \text{const}$
3	<b>Дифференциальное уравнение вида <math>y' + P(x)y=y^nQ(x)</math> интегрируется</b>	подстановкой $z(x)=y^{1-n}$ , $z'(x)=(1-n)y^{-n}y'$

### Критерии оценки выполнения контрольной работы

*Отметка "Отлично"*

Верно выполнено более 85% заданий.

*Отметка "Хорошо"*

Верно выполнено 75-85% заданий.

*Отметка "Удовлетворительно"*

Верно выполнено 60-75% заданий.

*Отметка "Неудовлетворительно"*

Верно выполнено менее 60% заданий.

### 3. Пример заданий работы 1

Построить изоклины, поле направлений, семейство решений, особые точки и особые решения для дифференциальных уравнений:

- а.  $y' = 1 + y^2$ ;      б.  $y' = x + y$ ;      в.  $y' = xy - 1$ ;      г.  $y' = (x - y)/(x + y)$ ;  
 д.  $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$ ;      е.  $xdx - (\sqrt{x^2 + y^2} + y)dy = 0$ ;  
 ё.  $y' = (y/x)\ln(y/x)$ .    ж.  $y'^2 = y$ ;    з.  $y = xy' + 1/y'$ ;    и.  $y^2(2 - 3y)^2 = 4(1 - y)$ .

### Пример заданий работы 2

Построить изоклины, поле направлений, семейство решений, особые точки и особые решения для дифференциальных уравнений:

- а.  $y' = x + y$ ;      б.  $y' = (x - y)/(x + y)$ ;      в.  $xdx - (\sqrt{x^2 + y^2} + y)dy = 0$ ;  
 г.  $y'^2 = y$ ;      д.  $y^2(2 - 3y)^2 = 4(1 - y)$ .

### Критерии оценки выполнения работы

*Отметка "Отлично"*

1. Верно выполнены все задания.
2. Дано верное пояснения выполнению каждого задания.
3. Дан верный ответ на дополнительный вопрос по теме задания.

*Отметка "Хорошо"*

1. Допущены небольшие недочёты в выполнении заданий или не выполнено менее 10% заданий.
2. Дано пояснения выполнению каждого задания с некоторыми недочётами.
3. Дан ответ на дополнительный вопрос по теме задания с некоторыми недочётами.

*Отметка "Удовлетворительно"*

1. Допущены существенные недочёты в выполнении заданий или не выполнено до 30% заданий.
2. Допущены существенные недочёты в пояснении по выполнению заданий.
3. Ответ на дополнительный вопрос содержит существенные недочёты.

*Отметка "Неудовлетворительно"*

1. Не выполнено или выполнено не верно более 30% задания.
2. Не может быть дано ясного пояснения к выполненным заданиям.
2. Не может быть дано ясного ответа на дополнительный вопрос по теме задания.