



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель образовательной программы

И.Л. Артемьева

2015 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дифференциальные уравнения математической физики

Направление подготовки – 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

профиль «Технология программирования»

Форма подготовки (очная)

курс 2,3 семестр 3,4,5, 6

лекции 108 час.

практические занятия 54 час.

лабораторные работы 18 час.

в том числе с использованием МАО лек. 0 / пр. 0 / лаб. 0 час.

в том числе в электронной форме лек. 0 / пр. 0 / лаб. 0 час

всего часов аудиторной нагрузки – 180 час.

в том числе с использованием МАО – 0 час.

самостоятельная работа 144 час.

в том числе на подготовку к экзамену 63 час

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрен

зачет 3,5 семестр

экзамен 4, 6 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 15 марта 2015 г. № 222

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Информатики, математического и компьютерного моделирования, протокол № 17 от «24» июня 2015 г.

Заведующий кафедрой Информатики, математического и компьютерного моделирования
Чеботарев А.Ю., д.ф.-м.н., профессор

Составитель: доцент кафедры Информатики, математического и компьютерного моделирования
Беспалов В.М.,

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения математической физики» разработана для студентов 2,3 курса, обучающихся по направлению 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», профиль «Технология программирования».

Трудоемкость дисциплины 9 зачетных единиц (324 часа). Дисциплина реализуется в 3,4 и 5, 6 семестрах. В 3 семестре дисциплина содержит 36 часов лекций. На самостоятельную работу отводится 36 часов. В 4 семестре дисциплина содержит 18 часов лекций, 18 часов лабораторных работ, 18 часов практических занятий. На самостоятельную работу отводится 54 часа, из них на подготовку к экзамену 36 часов. В 5 семестре дисциплина содержит 36 часов лекций, 18 часов практических занятий. На самостоятельную работу отводится 18 часов. В 6 семестре дисциплина содержит 18 часов лекций, 18 часов практических занятий. На самостоятельную работу отводится 36 часов, на подготовку к экзамену 27 часов.

- 1. Цель** дисциплины – развитие логического мышления; повышение уровня математической культуры; овладение современным математическим аппаратом, необходимым для изучения естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин; освоение методов математического моделирования; освоение приемов постановки и решения математических задач из различных разделов физики и других предметных областей.

Задачи дисциплины: формулируются в соответствии со следующими компетенциями: ОПК-2.

Для успешного изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения математической физики» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

способность к самоорганизации и самообразованию;

способность работать в коллективе, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия;

способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности;

способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области;

способность публично представлять собственные и известные научные результаты.

От слушателей потребуются знание дифференциального и интегрального исчисления, общей алгебры, теории комплексного переменного. Знания, полученные по освоению дисциплины, используются при изучении специальных дисциплин с приложениями математических методов.

Содержание дисциплины охватывает следующий круг вопросов. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого и высших порядков; Системы ОДУ; элементы теории устойчивости решений ОДУ и систем ОДУ; Линейные и нелинейные уравнения с частными производными (УЧП); Методы нахождения решений ОДУ и УЧП, а так же, задач для ОДУ и УЧП.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, характеризуют этапы формирования следующих компетенций (общекультурные/ общепрофессиональные/ профессиональные компетенции (элементы компетенций)):

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	основные методы прикладной математики
	Умеет	критически оценивать любую поступающую информацию, находить адекватные математические методы решения задач
	Владеет	навыками формальной постановки и решения задач математическими методами

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Дифференциальные уравнения математической физики» применяются следующие методы активного/ интерактивного обучения: метод круглого стола и метод проектов, дискуссия, анализ конкретных ситуаций

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Лекционный материал (108 час.)

3 семестр (36 часов)

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения. Частное и общее решения. (1 час.).

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. (2 час.)

Тема 3. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. (2 час.).

Тема 4. Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения. Свойства решения. (2 час.).

Тема 5. Уравнения в полных дифференциалах. Теорема Коши. (2 час.).

Тема 6. Интегрирующий множитель, его свойства. Практическое нахождение интегрирующего множителя. (4 час.).

Тема 7. Дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Общий метод параметризации. Уравнения Лагранжа и Клеро (4 час.).

Тема 8. Уравнение Риккати (2 час.).

Тема 9. Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши (1 час.).

Тема 10. Особые решения дифференциальных уравнений (2 час.).

Тема 11. Уравнения высших порядков, интегрируемых в квадратурах (2 час.).

Тема 12. Уравнения, допускающие понижение порядка (2 час.).

Тема 13. Линейные уравнения n-го порядка. Теоремы о зависимости и независимости решений. Определитель Вронского. Определитель Грама. (2 час.).

Тема 14. Фундаментальная система решений. Существование фундаментальной системы решений. Однозначность (1 час.).

Тема 15. Построение линейного однородного уравнения по фундаментальной системе решения (1 час.).

Тема 16. Построение общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами (2 час.).

Тема 17. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора. (4 час.)

4 семестр (18 часов)

Тема 1. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Задача Коши. (2 час.)

Тема 2. Уравнение Эйлера (2 час.)

Тема 3. Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа. (2 час.)

Тема 4. Краевые задачи. Задача Штурма-Лиувилля. (2 час.)

Тема 5. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Разложение решения в степенной ряд. (2 час.)

Тема 6. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Разложение решения в обобщенный степенной ряд. (2 час.)

Тема 7. Уравнения Бесселя и функции Бесселя. (2 час.)

Тема 8. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. (2 час.)

Тема 9. Теория устойчивости. (2 час.)

5, 6 семестры (54 часа)

Введение (4 час.).

Сущность метода математического моделирования. Основные этапы моделирования. Простейшие математические модели движения материальной точки.

Математические модели физических процессов (5 час.).

Стационарные процессы. Математическая модель гравитационного поля. Уравнение Лапласа. Нестационарные процессы. Математические модели колебания струны и мембраны. Волновое уравнение. Математическая модель распространения тепла в изолированном твердом теле. Уравнение теплопроводности. Математические модели движения идеальной жидкости. Математические модели движения вязкой жидкости. Математическая модель распространения звуковых волн. Волновое уравнение. Уравнение Гельмгольца для гармонических звуковых волн. Условия Зоммерфельда на бесконечности. Математические модели электромагнитного поля. Уравнения Максвелла. Волновое уравнение для электромагнитных волн. Векторное уравнение Гельмгольца для электромагнитных волн. Примеры других математических моделей.

Общие вопросы теории уравнений в частных производных (5 час.).

Корректно и некорректно поставленные задачи. Задача Коши для уравнения Лапласа. Типы уравнений второго порядка. Формулировка теоремы Коши-Ковалевской. Линейные однородные уравнения 1-го порядка. Метод характеристик. Решение начально-краевой задачи для неоднородного

уравнения 1-го порядка. Метод энергетических неравенств. Исследование единственности и устойчивости решения начально-краевой задачи для уравнения 1-го порядка методом энергетических неравенств. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Постановка задачи Коши для уравнения второго порядка. Понятие характеристики. Примеры нахождения характеристик для уравнений второго порядка.

Уравнения гиперболического типа и волновые процессы на прямой (5 час.).

Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера. Понятие плоской волны. Физический смысл решения. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Устойчивость решения задачи Коши. Обобщенное решение. Начально-краевые задачи для однородного волнового уравнения на вещественной полуоси.

Уравнения гиперболического типа и волновые процессы в пространстве (5 час.).

Задача Коши для волнового уравнения в пространстве. Формула Кирхгоффа. Физический смысл формулы Кирхгоффа. Принцип Гюйгенса. Задача Коши для волнового уравнения на плоскости. Метод спуска. Формула Пуассона. Физический смысл решения. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Физический смысл решения. Теоремы единственности решения краевых задач для волнового уравнения. Область зависимости, область влияния и область определения для волнового уравнения.

Метод разделения переменных (метод Фурье) и волновые процессы на прямой (5 час.).

Спектральная задача для простейшего одномерного дифференциального оператора 2-го порядка. Собственные значения и собственные функции и их свойства. Применение метода Фурье для уравнения свободных колебаний струны. Обоснование метода Фурье для уравнения свободных колебаний струны. Метод Фурье для вынужденных колебаний струны (с подвижными границами). Спектральная задача для одномерного дифференциального оператора с переменными коэффициентами. Формулировка теоремы существования и свойства решения спектральной задачи (собственных значений и функций). Применение метода Фурье для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.

Метод разделения переменных (метод Фурье) и волновые процессы в пространстве (5 час.).

Многомерная спектральная задача. Формулировка теоремы существования и свойства решения (собственных значений и функций). Применение метода Фурье для двумерного волнового уравнения. Колебания прямоугольной мембраны. Физический анализ решения. Применение метода Фурье для уравнения колебаний круглой мембраны. Цилиндрические функции Бесселя, Неймана и Ханкеля.

Параболические уравнения и тепловые процессы (5 час.).

Принцип максимума для трехмерного однородного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи. Принцип максимума для уравнения параболического типа с переменными коэффициентами. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи. Решение первой краевой задачи для одномерного однородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Обоснование метода Фурье. Решение первой краевой задачи для одномерного неоднородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Постановка задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения. Применение метода Фурье для решения одномерной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение и его свойства. Обоснование метода Фурье для задачи Коши для уравнения теплопроводности. Физический анализ решения. Сущность метода интегральных преобразований. Применение для решения задачи Коши для неоднородного одномерного уравнения теплопроводности.

Элементы теории эллиптических уравнений и гармонических функций (5 час.).

Понятие гармонической функции. Понятие сингулярного, регулярного и фундаментального решений для уравнений Пуассона и Гельмгольца. Их свойства и физический смысл. Элементы теории обобщенных функций. δ -функция и ее физический смысл. Интегральные формулы Грина. Интегральное представление гладких функций. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и следствия к нему. Теоремы о единственности и устойчивости решений первой краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона. Теоремы о единственности решений второй и третьей краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в круге, кольце, прямоугольнике методом Фурье. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в круге. Поведение гармонической функции на бесконечности. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения

Лапласа в шаре.

Элементы теории объемного потенциала (5 час.).

Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимости. Теорема о непрерывности равномерно сходящегося интеграла. Понятие и физический смысл потенциала (объемного, простого и двойного слоя). Объемный потенциал. Теорема о непрерывной дифференцируемости объемного потенциала в пространстве. Вторые производные объемного потенциала. Дифференциальное уравнение для объемного потенциала.

Элементы теории потенциалов простого и двойного слоя (5 час.).

Потенциал простого слоя и его свойства. Формулы для скачка его нормальных производных на границе. Потенциал двойного слоя и его свойства. Формулы для скачка предельных значений на границе. Метод функций Грина решения краевой задачи для уравнения Пуассона. Элементы теории интегральных уравнений. Альтернатива Фредгольма. Формулировка теорем Фредгольма. Сущность метода граничных интегральных уравнений. Сведение задачи Дирихле для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению. Сведение задачи Неймана для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Практические занятия (54 час.)

4 семестр (18 час.)

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения. Частное и общее решения. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. (2 часа)

Тема 2. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения. Свойства решения. (4 час.)

Тема 3. Уравнения в полных дифференциалах. Теорема Коши. Интегрирующий множитель, его свойства. Практическое нахождение интегрирующего множителя. (4 час.)

Тема 4. Дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Общий метод параметризации. Уравнения Лагранжа и Клеро. (4 час.)

Тема 5. Уравнение Риккати. (2 час.)

Тема 6. Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши (2 час.).

5 семестр (18 час.)

1. Основные этапы математического моделирования. Примеры простейших математических моделей. (2 часа)
2. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами. (2 часа)
3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. (2 часа)
4. Характеристики для уравнений первого и второго порядков. (2 часа)
5. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебания струны. (2 часа)
6. Построение решения задачи Коши методом распространяющихся волн. Начально-краевые задачи для уравнения колебания струны на вещественной полуоси. (2 часа)
7. Спектральная задача для одномерного дифференциального оператора второго порядка. (2 часа)
8. Применение метода Фурье для однородного уравнения колебания струны. Физический анализ решения. (2 часа)

6 семестр (18 час.)

1. Применение метода Фурье для неоднородного уравнения колебания струны. Физический анализ решения. (2 часа)
2. Применение метода Фурье для однородного уравнения колебания мембраны. Физический анализ решения. (2 часа)
3. Применение метода Фурье для однородного одномерного уравнения теплопроводности. Физический анализ решения. (2 часа)
4. Применение метода Фурье для неоднородного уравнения теплопроводности. Физический анализ решения. (2 часа)
5. Решение задачи Коши для неоднородного уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований. Физический анализ решения. (2 часа)
6. Основные свойства гармонических функций. (2 часа)
7. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике. (4 часа)
8. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольном параллелепипеде. (2 часа)
9. Свойства объемного потенциала и потенциалов простого и двойного слоя. (2 часа)

Лабораторные работы (18 час.)

4 семестр (18 час.)

Тема 1. Уравнения высших порядков, интегрируемых в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения n -го порядка. Теоремы о зависимости и независимости решений. Определитель Вронского. Определитель Грама. Фундаментальная система решений. Существование фундаментальной системы решений. Однозначность. Построение линейного однородного уравнения по фундаментальной системе решения (4 час.).

Тема 2. Построение общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Задача Коши. Уравнение Эйлера (4час.)

Тема 3. Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа. Краевые задачи. Задача Штурма-Лиувилля. (2 час.)

Тема 4. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Разложение решения в степенной ряд. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Разложение решения в обобщенный степенной ряд. Уравнения Бесселя и функции Бесселя. (4 час.)

Тема 5. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения.(2 час.)

Тема 6. Теория устойчивости. (2 час.)

Ш. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения математической физики» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства - наименование	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1.	Общая теория систем дифференциальных уравнений первого порядка.	ОПК-2	знает	Собеседование УО-1	Зачет, экзамен, вопросы № 1-10
			умеет	решение задач с применением вычислительных пакетов	
			владеет		
2.	Уравнения высших порядков. Общая теория линейных уравнений высших порядков.	ОПК-2	знает	Собеседование УО-1	Зачет, №11-25
			умеет	решение задач с применением вычислительных пакетов	
			владеет		
3.	Метод моделирования	ОПК-2	знает	Собеседование УО-1	экзамен, вопросы № 1-60
			умеет	решение задач с применением вычислительных пакетов	
			владеет		

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

(электронные и печатные издания)

1. Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59660>
2. Егоров, А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями [Электронный ресурс]: учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2007. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59460>

3. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.А. Болотюк [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/51934>
4. Дифференциальные уравнения. Практикум [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Л.А. Альсевич [и др.]. - Минск: Выш. шк., 2012. – 382 с.: Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/508479>
5. Шепелева, Р. П. Курс лекций по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Р. П. Шепелева; [отв. ред. Г. Г. Дурнов]; Дальневосточный федеральный университет, Институт математики и компьютерных наук. Владивосток : Изд-во Дальневосточного федерального университета, 2010, - 211 с. Режим доступа: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:301332&theme=FEFU>

Дополнительная литература

(печатные и электронные издания)

1. Шепелева Р.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения. изд-во ДВГУ, 2006, 210с. Режим доступа: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:241416&theme=FEFU>
2. Эльсгольц Л.Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для вузов. – М.: Лань. – 2002. Режим доступа: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:1561&theme=FEFU>
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 2000, 128с. Режим доступа: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:37693&theme=FEFU>
4. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1958, 465с. Режим доступа: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:88229&theme=FEFU>
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982, 328с. Режим доступа: <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:46310&theme=FEFU>
6. Матвеев Н.М Методы интегрирования ОДУ. М.: Высшая школа, 1967, 565с.
7. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю. Н. Бибииков // М.: Высшая школа, 1991., - 303 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:31081&theme=FEFU>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.intuit.ru> - Национальный Открытый университет
2. Фомин В.И. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. - Тамбов: Издательство ТГТУ, 2010. - 156 с. Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/200/73200/>
3. Выск Н.Д. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление функций одной переменной. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие. - М.: МАТИ-РГТУ им. К.Э. Циолковского, 2011. - 152 с. Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/891/76891/>
4. Куликов Г.М. Дифференциальные уравнения. Тестовые задания: учебное пособие / Г.М. Куликов, И.В. Жигулина, А.Д. Нахман. - Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО "ТГТУ", 2011. - 80 с. Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/491/76491/>
5. Дифференциальные уравнения: методические указания по математике для студентов всех специальностей / Сост. Л.Б. Гиль, А.В. Тищенко. - Юрга: Изд-во Юргинского технологического института (филиала) Национального исследовательского Томского политехнического университета, 2010. - 80 с. Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/796/76796/>
6. Лерман Л.М. Линейные дифференциальные уравнения и системы: Электронное учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. - 89 с. Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/150/79150/>

Перечень информационных технологий и программного обеспечения

При осуществлении образовательного процесса студентами и профессорско-преподавательским составом используется следующее программное обеспечение:

1. Microsoft Office / Open Office.
2. Программное обеспечение электронного ресурса сайта ДВФУ, включая ЭБС ДВФУ.

При осуществлении образовательного процесса студентами и профессорско-преподавательским составом используются следующие информационно-справочные системы:

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks.
3. Информационная система "ЕДИНОЕ ОКНО доступа к образовательным ресурсам".

4. Доступ к электронному заказу книг в библиотеке ДВФУ, доступ к нормативным документам ДВФУ, расписанию, рассылке писем.

Лекции проводятся с использованием проектора и мультимедийного комплекса для проведения лекций внутренней системы портала ДВФУ. Лабораторные занятия проводятся в специализированном компьютерном классе.

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина изучается в следующих организационных формах: лекционное занятие; лабораторное занятие; практическое занятие, самостоятельное изучение теоретического материала; индивидуальные и групповые консультации.

Работа на лекции

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию, поскольку в первые минуты лекции объявляется тема лекции, формулируется ее основная цель. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции. Здесь не следует путать такие понятия как слышать и слушать. Слышать можно не слушая, с чем мы часто сталкиваемся. Таким образом, слушание лекции состоит из нескольких этапов, начиная от слышания (первый шаг в процессе осмысленного слушания) и заканчивая оценкой сказанного.

Слушание является лишь одним из элементов хорошего усвоения лекционного материала. Однако, одного слушания недостаточно. Даже самая хорошая память не в состоянии удержать тот поток информации, который сообщается во время лекции, поэтому его необходимо фиксировать, записывать – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции.

Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Главным отличием конспекта лекции от текста является свертывание текста. При ведении конспекта удаляются отдельные слова или части текста, которые не выражают значимую информацию, а развернутые обороты речи заменяют более лаконичными или же синонимичными словосочетаниями. При конспектировании основную информацию следует записывать подробно, а дополнительные и вспомогательные сведения, примеры – очень кратко. Особенно важные моменты лекции, на которые следует обратить особое внимание лектор, как правило, читает в замедленном темпе, что позволяет сделать их запись дословной. Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Приемы сокращений.

- Сокращение аббревиатурой – основные термины, повторяющиеся наиболее часто, могут быть выделены как ключевые слова и обозначены начальными заглавными буквами этих слов. Ключевые слова в первый раз записываются полностью, после них в скобках приводится их аббревиатура, далее в тексте будет фигурировать только аббревиатура. Например: язык программирования (ЯП), программное обеспечение (ПО). Ключевых слов не должно быть много, иначе может возникнуть путаница в их использовании.

- Сокращение слов до начальной части, базируясь на корне (например: аппарат (апп.), однократный (однокр.).)

- Сокращение общепринятых вспомогательных слов (например: таким образом (т.о.), главным образом (гл. обр.), может быть (м.б.), смотри (см.), так называемый (т.н.), какой-либо (к-л).

- Использование латинского алфавита (например: максимум (max), минимум (min), температура (t)).

- Использованием эквивалентных выражений или слов английского языка, (например: использование (use), если (if), переменный (var), постоянный (const)).

- Использование математических знаков (например: больше (>), меньше (<)).

По окончании лекции работа студента на этом не прекращается. Начинается процесс его самообразования. Следует проработать (расшифровать) сделанные записи. Этот процесс состоит из нескольких этапов:

- чтение записей, сделанных в процессе слушания и конспектирования лекции, еще раз просматривается важное, существенное в развитии мысли;

- уточнение с помощью книги не вполне ясного;

- контроль себя осуществляется путем привлечения справочной литературы и т.д

Работа с литературными источниками

В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на поиск и на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выполнения индивидуального проекта, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Самостоятельная работа студента

Основными формами самостоятельной работы студента являются:

- подготовка к лекциям, лабораторным занятиям, экзамену, презентации,
- изучение обязательной и дополнительной литературы,

- поиск информации по изучаемым темам в периодических изданиях и Интернете,
- изучение в рамках программы курса тем, не выносимых на лекции,
- оформление отчетов по лабораторным работам.

Контроль за выполнением работы студента производится в виде контроля каждого этапа работы (см. приложение 1).

Студент должен планировать график самостоятельной работы по дисциплине и придерживаться его.

VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекции проводятся с использованием проектора и внутренней системы портала ДВФУ. Лабораторные занятия проходят в аудиториях, оборудованных компьютерами типа Lenovo C360G-i34164G500UDK с лицензионными программами MicrosoftOffice 2013 и аудио-визуальными средствами проектор Panasonic DLPPjectorPT-D2110XE, плазма LG FLATRON M4716CCBAM4716CJ. Для выполнения самостоятельной работы студенты в жилых корпусах ДВФУ обеспечены Wi-Fi.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**
по дисциплине «Дифференциальные уравнения математической физики»
Направление подготовки – 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем»
профиль «Технология программирования»
Форма подготовки (очная)

Самостоятельная работа обучающихся подразумевает обязательную подготовку к лабораторным занятиям (оформление отчетов), изучение основной и дополнительно литературы по дисциплине, подготовку к текущему контролю и промежуточной аттестации в конце семестра, консультации преподавателей

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения (недели семестра)	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение (час.)	Форма контроля
1	1-ая неделя	Принцип суперпозиции – основа теории линейных систем. Уравнения с частными производными первого порядка. Метод характеристик.	4	Устный опрос
1	2-5 недели	Интегральные преобразования. Преобразование Фурье	16	Коллоквиум
2	6.8 недели	Преобразование Лапласа и его применение к решению УЧП.	12	Коллоквиум
3	9-12 недели	Численные методы.	16	Устная и письменная сдача решенных задач
4	13-14 недели	Принцип Дюамеля.	8	Дискуссия
5	15-16 недели	Нелинейные уравнения первого порядка (Законы сохранения)	8	Дискуссия
6	17-18 недели	Контрольные задачи по всем типам УЧП	8	Устная и письменная сдача решенных задач

Рекомендации по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студентов состоит из подготовки к практическим занятиям или лабораторным работам, работы над рекомендованной литературой, написания докладов по теме семинарского занятия, подготовки презентаций, решения задач.

При организации самостоятельной работы преподаватель должен учитывать уровень подготовки каждого студента и предвидеть трудности, которые могут возникнуть при выполнении самостоятельной работы.

Преподаватель дает каждому студенту индивидуальные и дифференцированные задания. Некоторые из них могут осуществляться в группе (например, подготовка доклада и презентации по одной теме могут делать несколько студентов с разделением своих обязанностей – один готовит научно-теоретическую часть, а второй проводит анализ практики).

Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения лабораторного занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.

Доклад

Доклад, согласно толковому словарю русского языка Д.Н. Ушакова: «... сообщение по заданной теме, с целью внести знания из дополнительной литературы, систематизировать материал, проиллюстрировать примерами, развивать навыки самостоятельной работы с научной литературой, познавательный интерес к научному познанию». Тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме учебного занятия. Работа студента над докладом-презентацией включает отработку умения самостоятельно обобщать материал и делать выводы в заключении, умения ориентироваться в материале и отвечать на дополнительные вопросы слушателей, отработку навыков ораторства, умения проводить диспут. Докладчик должен знать и уметь: сообщать новую информацию; использовать

технические средства; хорошо ориентироваться в теме; дискутировать и быстро отвечать на заданные вопросы; четко выполнять установленный регламент (не более 10 минут); иметь представление о композиционной структуре доклада и др.

Структура выступления:

- Вступление должно содержать: название, сообщение основной идеи, современную оценку предмета изложения, краткое перечисление рассматриваемых вопросов, живую интересную форму изложения, акцентирование внимания на важных моментах, оригинальность подхода.
- Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части – представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.
- Заключение – ясное, четкое обобщение и краткие выводы.

Подготовка презентации и доклада

Для подготовки презентации рекомендуется использовать: PowerPoint, MS Word, Acrobat Reader, LaTeX-овский пакет beamer. Последовательность подготовки презентации:

1. Четко сформулировать цель презентации: вы хотите свою аудиторию мотивировать, убедить, заразить какой-то идеей или просто формально отчитаться.
2. Определить каков будет формат презентации: живое выступление (тогда, сколько будет его продолжительность) или электронная рассылка (каков будет контекст презентации).
3. Отобрать всю содержательную часть для презентации и выстроить логическую цепочку представления.
4. Определить ключевые моменты в содержании текста и выделить их.
5. Определить виды визуализации (иллюстрации, образы, диаграммы, таблицы) для отображения их на слайдах в соответствии с логикой, целью и спецификой материала.
6. Подобрать дизайн и форматировать слайды (количество картинок и текста, их расположение, цвет и размер).
7. Проверить визуальное восприятие презентации.

Практические советы по подготовке презентации - готовьте отдельно:

- печатный текст + слайды + раздаточный материал;

- *слайды* – визуальная подача информации, которая должна содержать минимум текста, максимум изображений, несущих смысловую нагрузку, выглядеть наглядно и просто;
- *текстовое содержание презентации* – устная речь или чтение, которая должна включать аргументы, факты, доказательства и эмоции;
- *рекомендуемое число слайдов* 17-22;
- *обязательная информация для презентации*: тема, фамилия и инициалы выступающего; план сообщения; краткие выводы из всего сказанного; список использованных источников;
- *раздаточный материал* – должен обеспечивать ту же глубину и охват, что и живое выступление: люди больше доверяют тому, что они могут унести с собой, чем исчезающим изображениям, слова и слайды забываются, а раздаточный материал остается постоянным осязаемым напоминанием; раздаточный материал важно раздавать в конце презентации; раздаточный материалы должны отличаться от слайдов, должны быть более информативными.

Примерные темы докладов

1. Принцип суперпозиции – основа теории линейных систем
2. Уравнения с частными производными первого порядка (Метод характеристик)
3. Нелинейные уравнения первого порядка (Законы сохранения)
4. Степенные ряды и ряды Фурье
5. Интегральные преобразования (синус- и косинус-преобразования)
6. Ряды и преобразование Фурье
7. Преобразование Фурье и его применение к решению уравнений с частными производными
8. Преобразование Лапласа
9. Преобразование Лапласа и его применение к решению уравнений с частными производными
10. Принцип Дюамеля
11. Размерность физических величин. Переход к безразмерным переменным

Подготовка к лабораторным работам

Подготовку к каждой лабораторной работе каждый студент должен начать с изучения теоретического материала и ознакомления с планом, который отражает содержание предложенной темы. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы по теме задания, правильном выполнении

лабораторной работы.

В процессе выполнения лабораторной работы студент должен создать требуемый документ с помощью предлагаемого программного средства и выполнить требуемые в задании операции. Задание по лабораторной работе содержит методические указания по подготовке документа, который должен быть получен в результате выполнения работы. При подготовке к лабораторной работе следует их внимательно прочесть.

Критерии оценки отчетов по лабораторным работам

– 100-86 баллов выставляется, если содержание и составляющие части соответствуют выданному заданию. Продемонстрировано владение навыками подготовки документа по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием структуры и содержания задания нет.

– 85-76 - баллов выставляется, если при выполнении задания допущено не более одной ошибки. Продемонстрировано владение навыками подготовки документа по теме. Фактических ошибок, связанных с пониманием структуры и содержания задания нет.

– 75-61 балл выставляется, если при выполнении задания допущено не более двух ошибок. Продемонстрировано знание и владение навыками подготовки документа по теме. Допущено не более 2 ошибок, связанных с пониманием структуры и содержания задания.

– 60-50 баллов - если структура и содержание задания не соответствуют требуемым.

Шкала оценивания

Менее 60 баллов	незачтено	неудовлетворительно
От 61 до 75 баллов	зачтено	удовлетворительно
От 76 до 85 баллов	зачтено	хорошо
От 86 до 100 баллов	зачтено	отлично



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Дифференциальные уравнения математической физики»
**Направление подготовки – 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем»**
профиль «Технология программирования»
Форма подготовки (очная)

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	основные методы прикладной математики
	Умеет	критически оценивать любую поступающую информацию, находить адекватные математические методы решения задач
	Владеет	навыками формальной постановки и решения задач математическими методами

№ п/п	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства - наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
4.	Общая теория систем дифференциальных уравнений первого порядка.	ОПК-2	знает	Собеседование УО-1	Зачет, вопросы № 1-10
			умеет	решение задач с применением вычислительных пакетов	
			владеет		
5.	Уравнения высших порядков. Общая теория линейных уравнений высших порядков.	ОПК-2	знает	Собеседование УО-1	Зачет, вопросы №11-25
			умеет	решение задач с применением вычислительных пакетов	
			владеет		
6.	Метод моделирования	ОПК-2	знает	Собеседование УО-1	экзамен, вопросы № 1-60
			умеет	решение задач с применением вычислительных пакетов	
			владеет		

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	знает (пороговый уровень)	основные методы прикладной математики	Знает основные методы прикладной математики	Способность ответить на вопросы о существующих методах прикладной математики
	умеет (продвинутой)	критически оценивать любую поступающую информацию, находить адекватные математические методы решения задач	Умеет находить адекватные математические методы решения задач	Способность обосновать выбранный метод решения задач
	владеет (высокий)	навыками формальной постановки и решения задач математическими методами	Владеет методами формальной постановки и решения задач математическими методами	Способность применить выбранный метод решения задач

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных мероприятий собеседования (устного опроса) для проверки теоретических знаний по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;

- результаты самостоятельной работы.

Критерии оценки устного ответа

– **100-85 баллов** - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

– **85-76 баллов** - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

– **75-61 балл** - оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

– **60- 0 баллов** - ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрены зачет (устный опрос в форме собеседования) и экзамен (устный опрос в форме ответов на вопросы экзаменационных билетов).

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ

Собеседование

- 1) Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения. Частное и общее решения
- 2) Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
- 3) Однородные уравнения и приводящиеся к ним.
- 4) Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения. Свойства решения.
- 5) Уравнения в полных дифференциалах. Теорема Коши.
- 6) Интегрирующий множитель, его свойства. Практическое нахождение интегрирующего множителя.
- 7) Дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Общий метод параметризации. Уравнения Лагранжа и Клеро
- 8) Уравнение Риккати
- 9) Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши
- 10) Особые решения дифференциальных уравнений
- 11) Уравнения высших порядков, интегрируемых в квадратурах
- 12) Уравнения, допускающие понижение порядка
- 13) Линейные уравнения n -го порядка. Теоремы о зависимости и независимости решений. Определитель Вронского. Определитель Грама.
- 14) Фундаментальная система решений. Существование фундаментальной системы решений. Однозначность.
- 15) Построение линейного однородного уравнения по фундаментальной системе решения
- 16) Построение общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами
- 17) Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора.
- 18) Основные этапы математического моделирования. Примеры простейших математических моделей
- 19) Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами.
- 20) Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
- 21) Характеристики для уравнений первого и второго порядков.
- 22) Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебания струны.

- 23) Построение решения задачи Коши методом распространяющихся волн. Начально-краевые задачи для уравнения колебания струны на вещественной полуоси.
- 24) Спектральная задача для одномерного дифференциального оператора второго порядка.
- 25) Применение метода Фурье для однородного уравнения колебания струны. Физический анализ решения.

Примеры задач

Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

Условие
$3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$
$\left(3x^2 + \frac{2}{y} \cos\left(\frac{2x}{y}\right)\right) dx - \frac{2x}{y^2} \cos\left(\frac{2x}{y}\right) dy = 0$
$(3x^2 + 4y^2) dx + (8xy + e^y) dy = 0$
$\left(2x - 1 - \frac{y}{x^2}\right) dx - \left(2y - \frac{1}{x}\right) dy = 0$
$(y^2 + y \cdot \sec^2 x) dx + (2xy + \operatorname{tg} x) dy = 0$
$(3x^2 y + 2y + 3) dx + (x^3 + 2x + 3y^2) dy = 0$
$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}\right) dy = 0$
$(\sin 2x - 2 \cos(x + y)) dx - 2 \cos(x + y) dy = 0$
$\left(xy^2 + \frac{x}{y^2}\right) dx + \left(x^2 y - \frac{x^2}{y^3}\right) dy = 0$
$\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right) dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0$
$\frac{y}{x^2} \cos\left(\frac{y}{x}\right) dx - \left(\frac{1}{x} \cos\left(\frac{y}{x}\right) + 2y\right) dy = 0$
$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y\right) dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) dy = 0$
$\frac{1 + xy}{x^2 y} dx + \frac{1 - xy}{xy^2} dy = 0$

$\frac{dx}{y} - \frac{x + y^2}{y^2} dy = 0$
$\frac{y}{x^2} dx - \frac{xy + 1}{x} dy = 0$
$\left(xe^x + \frac{y}{x^2}\right) dx - \frac{1}{x} dy = 0$
$\left(10xy - \frac{1}{\sin y}\right) dx + \left(5x^2 + \frac{x \cdot \cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3\right) dy = 0$
$\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x\right) dx - \frac{x \cdot dy}{x^2 + y^2} = 0$
$e^y dx + (\cos y + xe^y) dy = 0$
$(y^3 + \cos x) dx + (3xy^2 + e^y) dy = 0$
$xe^{y^2} dx + (x^2 y \cdot e^{y^2} + \operatorname{tg}^2 y) dy = 0$
$(5xy^2 - x^3) dx + (5x^2 y - y) dy = 0$
$(\cos(x + y^2) + \sin x) dx + 2y \cdot \cos(x + y^2) dy = 0$
$(x^2 - 4xy - 2y^2) dx + (y^2 - 4xy - 2x^2) dy = 0$
$\left(\sin y + y \cdot \sin y + \frac{1}{x}\right) dx + \left(x \cdot \cos y - \cos x + \frac{1}{y}\right) dy = 0$
$\left(1 + \frac{1}{y} e^{x/y}\right) dx + \left(1 - \frac{x}{y^2} e^{x/y}\right) dy = 0$
$\frac{(x - y)dx + (x + y)dy}{x^2 + y^2} = 0$
$2(3xy^2 + 2x^3) dx + 3(2x^2 y + y^2) dy = 0$
$(3x^3 + 6x^2 y + 3xy^2) dx + (2x^3 + 3x^2 y) dy = 0$
$xy^2 dx + y(x^2 + y^2) dy = 0$
$x \cdot dx + y \cdot dy + \frac{x \cdot dy - y \cdot dx}{x^2 + y^2} = 0$

Найти общее решение дифференциального уравнения.

Условие	Условие
----------------	----------------

$y'' - 2y' = 2\text{ch}2x$	$y'' + y = 2 \sin x - 6 \cos x + 2e^x$
$y''' - y' = 2e^x + \cos x$	$y'' - 3y' = 2\text{ch}3x$
$y'' + 4y = -8 \sin 2x + 32 \cos 2x + 4e^{2x}$	$y''' - y' = 10 \sin x + 6 \cos x + 4e^x$
$y'' - 4y' = 16\text{ch}4x$	$y'' + 9y = -18 \sin 3x - 18e^{3x}$
$y''' - 4y' = 24e^{2x} - 4 \cos 2x + 8 \sin 2x$	$y'' - 5y' = 50\text{ch}5x$
$y'' + 16y = 16 \cos 4x - 16e^{4x}$	$y''' - 9y' = -9e^{3x} + 18 \sin 3x - 9 \cos 3x$
$y'' - y' = 2\text{ch}x$	$y'' + 25y = 20 \cos 5x - 10 \sin 5x + 50e^{5x}$
$y''' - 16y' = 48e^{4x} + 64 \cos 4x - 64 \sin 4x$	$y'' + 2y' = 2\text{sh}2x$
$y'' + 36y = 24 \sin 6x - 12 \cos 6x + 36e^{6x}$	$y''' - 25y' = 25(\sin 5x + \cos 5x) - 50e^{5x}$
$y'' + 3y' = 2\text{sh}3x$	$y'' + 49y = 14 \sin 7x + 7 \cos 7x - 98e^{7x}$
$y''' - 36y' = 36e^{6x} - 72(\cos 6x + \sin 6x)$	$y'' + 4y' = 16\text{sh}4x$
$y'' + 64y = 16 \sin 8x - 16 \cos 8x - 64e^{8x}$	$y''' - 49y' = 14e^{7x} - 49(\cos 7x + \sin 7x)$
$y'' + 5y' = 50\text{sh}5x$	$y'' + 81y = 9 \sin 9x + 3 \cos 9x + 162e^{9x}$
$y''' - 64y' = 128 \cos 8x - 64e^{8x}$	$y'' + y' = 2\text{sh}x$
$y'' + 100y = 20 \sin 10x - 30 \cos 10x - 200e^{10x}$	$y''' - 81y' = 162e^{9x} + 81 \sin 9x$
$y''' - 100y' = 20e^{10x} + 100 \cos 10x$	

Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде $\psi(x, y) = C$).

Условие	Условие
$4x \cdot dx - 3y \cdot dy = 3x^2y \cdot dy - 2xy^2 \cdot dx$	$x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$
$\sqrt{4+y^2}dx - y \cdot dy = x^2y \cdot dy$	$\sqrt{3+y^2}dx - y \cdot dy = x^2y \cdot dy$
$6x \cdot dx - 6y \cdot dy = 2x^2y \cdot dy - 3xy^2 \cdot dx$	$x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0$
$(e^{2x} + 5) dy + ye^{2x} \cdot dx = 0$	$y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$
$6x \cdot dx - 6y \cdot dy = 3x^2y \cdot dy - 2xy^2 \cdot dx$	$x\sqrt{5+y^2}dx + y\sqrt{4+x^2}dy = 0$
$y(4 + e^x) dy - e^x \cdot dx = 0$	$\sqrt{4-x^2}y' + xy^2 + x = 0$
$2x \cdot dx - 2y \cdot dy = x^2y \cdot dy - 2xy^2 \cdot dx$	$x\sqrt{4+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$
$(e^x + 8) dy - ye^x \cdot dx = 0$	$\sqrt{5+y^2} + y'y\sqrt{1-x^2} = 0$

$6x \cdot dx - y \cdot dy = yx^2 \cdot dy - 3xy^2 \cdot dx$	$y \cdot \ln y + xy' = 0$
$(1 + e^x) y' = ye^x$	$\sqrt{1 - x^2}y' + xy^2 + x = 0$
$6x \cdot dx - 2y \cdot dy = 2yx^2 \cdot dy - 3xy^2 \cdot dx$	$y(1 + \ln y) + xy' = 0$
$(3 + e^x) yy' = e^x$	$\sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2}yy' = 0$
$x \cdot dx - y \cdot dy = yx^2 \cdot dy - xy^2 \cdot dx$	$\sqrt{5 + y^2}dx + 4(x^2y + y)dy = 0$
$(1 + e^x) yy' = e^x$	$3(x^2y + y)dy + \sqrt{2 + y^2}dx = 0$
$2x \cdot dx - y \cdot dy = yx^2 \cdot dy - xy^2 \cdot dx$	$2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2}y' = 0$
$20x \cdot dx - 3y \cdot dy = 3x^2y \cdot dy - 5xy^2 \cdot dx$	

Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

Условие	Условие
$y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$	$xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$
$y' = \frac{x + y}{x - y}$	$xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$
$2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$	$xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}$
$y' = \frac{x + 2y}{2x - y}$	$xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$
$3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4$	$xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$
$y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$	$xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$
$y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6$	$xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}$
$y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}$	$xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$
$2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8$	$xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}$
$y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$	$xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y$

$y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$	$xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}$
$y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}$	$xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$
$4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5$	$xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}$
$y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}$	$xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$
$3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10$	$xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y$
$y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}$	

Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

Условие	Условие
$y' = \frac{x + 2y - 3}{2x - 2}$	$y' = \frac{x + y - 2}{2x - 2}$
$y' = \frac{3y - x - 4}{3x + 3}$	$y' = \frac{2y - 2}{x + y - 2}$
$y' = \frac{x + y - 2}{3x - y - 2}$	$y' = \frac{2x + y - 3}{x - 1}$
$y' = \frac{x + y - 8}{3x - y - 8}$	$y' = \frac{x + 3y + 4}{3x - 6}$
$y' = \frac{3y + 3}{2x + y - 1}$	$y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}$
$y' = \frac{x - 2y + 3}{-2x - 2}$	$y' = \frac{x + 8y - 9}{10x - y - 9}$
$y' = \frac{2x + 3y - 5}{5x - 5}$	$y' = \frac{4y - 8}{3x + 2y - 7}$
$y' = \frac{x + 3y - 4}{5x - y - 4}$	$y' = \frac{y - 2x + 3}{x - 1}$
$y' = \frac{x + 2y - 3}{x - 1}$	$y' = \frac{3x + 2y - 1}{x + 1}$

$y' = \frac{5y + 5}{4x + 3y - 1}$	$y' = \frac{x + 4y - 5}{6x - y - 5}$
$y' = \frac{x + y + 2}{x + 1}$	$y' = \frac{2x + y - 3}{4x - 4}$
$y' = \frac{2x + y - 3}{2x - 2}$	$y' = \frac{y}{2x + 2y - 2}$
$y' = \frac{x + 5y - 6}{7x - y - 6}$	$y' = \frac{x + y - 4}{x - 2}$
$y' = \frac{2x + y - 1}{2x - 2}$	$y' = \frac{3y - 2x + 1}{3x + 3}$
$y' = \frac{6y - 6}{5x + 4y - 9}$	$y' = \frac{x + 6y - 7}{8x - y - 7}$
$y' = \frac{y + 2}{2x + y - 4}$	

Найти решение задачи Коши.

Условие	Условие
$y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$	$y' - y \cdot \operatorname{ctgx} = 2x \cdot \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
$y' + y \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0) = 0$	$y' + y \cdot \operatorname{tgx} = \cos^2 x, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$
$y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1) = \frac{3}{2}$	$y' - \frac{1}{x+1}y = e^x(x+1), y(0) = 1$
$y' - \frac{y}{x} = x \cdot \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$	$y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = \frac{1}{\pi}$
$y' + \frac{y}{2x} = x^2, y(1) = 1$	$y' + \frac{2x}{1+x^2} \cdot y = \frac{2x^2}{1+x^2}, y(0) = \frac{2}{3}$
$y' - \frac{2x-5}{x^2} \cdot y = 5, y(2) = 4$	$y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} \cdot e^x, y(1) = e$
$y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}, y(1) = 1$	$y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, y(1) = 4$
$y' + \frac{2}{x} \cdot y = x^3, y(1) = -\frac{5}{6}$	$y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1) = 1$
$y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1 + x^2, y(1) = 3$	$y' + \frac{1-2x}{x^2} \cdot y = 1, y(1) = 1$

$y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$	$y' + 2xy = -2x^3, y(1) = e^{-1}$
$y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, y(0) = \frac{2}{3}$	$y' + xy = -x^3, y(0) = 3$
$y' - \frac{2}{x+1} \cdot y = e^x(x+1)^2, y(0) = 1$	$y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x, y(0) = 1$
$y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, y(0) = \frac{1}{2}$	$y' - y \cdot \cos x = -\sin 2x, y(0) = 3$
$y' - 4xy = -4x^3, y(0) = -\frac{1}{2}$	$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, y(1) = 1$
$y' - 3x^2y = \frac{x^2(1+x^3)}{3}, y(0) = 0$	$y' - y \cdot \cos x = \sin 2x, y(0) = -1$
$y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, y(1) = 1$	

Решить задачу Коши.

Условие
$y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0, y _{x=e} = 2$
$(y^4 e^y + 2x) y' = y, y _{x=0} = 1$
$y^2 dx + (xy - 1) dy = 0, y _{x=1} = e$
$2(4y^2 + 4y - x) y' = 1, y _{x=0} = 0$
$(\cos 2y \cdot \cos^2 y - x) y' = \sin y \cdot \cos y, y _{x=\frac{1}{4}} = \frac{\pi}{3}$
$(x \cdot \cos^2 y - y^2) y' = y \cdot \cos^2 y, y _{x=\pi} = \frac{\pi}{4}$
$e^{y^2} (dx - 2xy \cdot dy) = y \cdot dy, y _{x=0} = 0$
$(104y^3 - x) y' = 4y, y _{x=8} = 1$
$dx + (xy - y^3) dy = 0, y _{x=-1} = 0$
$(3y \cdot \cos 2y - 2y^2 \cdot \sin 2y - 2x) y' = y, y _{x=16} = \frac{\pi}{4}$
$8(4y^3 + xy - y) y' = 1, y _{x=0} = 0$
$(2 \ln y - \ln^2 y) dy = y \cdot dx - x \cdot dy, y _{x=4} = e^2$

$2(x + y^4)y' = y, y _{x=-2} = -1$
$y^3(y - 1)dx + 3xy^2(y - 1)dy = (y + 2)dy, y _{x=\frac{1}{4}} = 2$
$2y^2dx + (x + e^{1/y})dy = 0, y _{x=e} = 1$
$(xy + \sqrt{y})dy + y^2dx = 0, y _{x=-\frac{1}{2}} = 4$
$\sin 2y \cdot dx = (\sin^2 2y - 2\sin^2 y + 2x)dy, y _{x=-\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{4}$
$(y^2 + 2y - x)y' = 1, y _{x=2} = 0$
$2y\sqrt{y}dx - (6x\sqrt{y} + 7)dy = 0, y _{x=-4} = 1$
$dx = (\sin y + 3\cos y + 3x)dy, y _{x=e^{\pi/2}} = \frac{\pi}{2}$
$2(\cos^2 y \cdot \cos 2y - x)y' = \sin 2y, y _{x=\frac{3}{2}} = \frac{5\pi}{4}$
$\operatorname{ch} y \cdot dx = (1 + x \cdot \operatorname{sh} x)dy, y _{x=1} = \ln 2$
$(13y^3 - x)y' = 4y, y _{x=5} = 1$
$y^2(y^2 + 4)dx + 2xy(y^2 + 4)dy = 2dy, y _{x=\frac{\pi}{8}} = 2$
$(x + \ln^2 y - \ln y)y' = \frac{y}{2}, y _{x=2} = 1$
$(2xy + \sqrt{y})dy + 2y^2dx = 0, y _{x=-\frac{1}{2}} = 1$
$y \cdot dx + (2x - 2\sin^2 y - y \cdot \sin 2y)dy = 0, y _{x=\frac{3}{2}} = \frac{\pi}{4}$
$2(y^3 - y + xy)dy = dx, y _{x=-2} = 0$
$(2y + x \cdot \operatorname{tgy} - y^2 \cdot \operatorname{tgy})dy = dx, y _{x=0} = \pi$
$4y^2dx + (e^{1/(2y)} + x)dy = 0, y _{x=e} = \frac{1}{2}$
$dx + (2x + \sin 2y - 2\cos^2 y)dy = 0, y _{x=-1} = 0$

Найти решение задачи Коши.

Условие

$y' + xy = (1 + x)e^{-x}y^2, y(0) = 1$
$xy' + y = 2y^2 \ln x, y(1) = \frac{1}{2}$
$2(xy' + y) = xy^2, y(1) = 2$
$y' + 4x^3y = 4(x^3 + 1)e^{-4x}y^2, y(0) = 1$
$xy' - y = -y^2(\ln x + 2) \ln x, y(1) = 1$
$2(y' + xy) = (1 + x)e^{-x}y^2, y(0) = 2$
$3(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 3$
$2y' + y \cos x = y^{-1} \cos x (1 + \sin x), y(0) = 1$
$y' + 4x^3y = 4y^2e^{4x}(1 - x^3), y(0) = -1$
$3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}, y(0) = -1$
$2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3, y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$3xy' + 5y = (4x - 5)y^4, y(1) = 1$
$2y' + 3y \cos x = e^{2x}(2 + 3 \cos x)y^{-1}, y(0) = 1$
$3(xy' + y) = xy^2, y(1) = 3$
$y' - y = 2xy^2, y(0) = \frac{1}{2}$
$2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3, y(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
$y' + 2xy = 2x^3y^3, y(0) = \sqrt{2}$
$xy' + y = y^2 \ln x, y(1) = 1$
$2y' + 3y \cos x = (8 + 12 \cos x)e^{2x}y^{-1}, y(0) = 2$
$4y' + x^3y = (x^3 + 8)e^{-2x}y^2, y(0) = 1$
$8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3, y(1) = \sqrt{2}$
$2(y' + y) = xy^2, y(0) = 2$
$y' + xy = (x - 1)e^x y^2, y(0) = 1$
$2y' + 3y \cos x = -e^{-2x}(2 + 3 \cos x)y^{-1}, y(0) = 1$
$y' - y = xy^2, y(0) = 1$
$2(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 2$

$y' + y = xy^2, y(0) = 1$
$y' + 2y \cdot \operatorname{cthx} = y^2 \operatorname{chx}, y(1) = \frac{1}{\operatorname{sh}1}$
$2(y' + xy) = (x - 1)e^x y^2, y(0) = 2$
$y' - y \cdot \operatorname{tgx} = -\frac{2}{3}y^4 \sin x, y(0) = 1$
$xy' + y = xy^2, y(1) = 1$

Для данного дифференциального уравнения методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку М.

Условие	Условие
$y' = y - x^2, M(1, 2)$	$y \cdot y' = -2x, M(0, 5)$
$y' = 2 + y^2, M(1, 2)$	$y' = \frac{2x}{3y}, M(1, 1)$
$y' = (y - 1)x, M\left(1, \frac{3}{2}\right)$	$y \cdot y' + x = 0, M(-2, -3)$
$y' = 3 + y^2, M(1, 2)$	$xy' = 2y, M(2, 3)$
$y'(x^2 + 2) = y, M(2, 3)$	$x^2 - y^2 + 2xy \cdot y' = 0, M(2, 1)$
$y' = y - x, M\left(\frac{9}{2}, 1\right)$	$y' = x^2 - y, M\left(1, \frac{1}{2}\right)$
$y' = xy, M(0, -1)$	$y' = xy, M(0, 1)$
$y \cdot y' = -\frac{x}{2}, M(4, 2)$	$2(y + y') = x + 3, M\left(1, \frac{1}{2}\right)$
$y' = x + 2y, M(3, 0)$	$xy' = 2y, M(1, 3)$
$3y \cdot y' = x, M(-3, -2)$	$y' = y - x^2, M(-3, 4)$
$x^2 - y^2 + 2xy \cdot y' = 0, M(-2, 1)$	$y' = x^2 - y, M\left(2, \frac{3}{2}\right)$
$y' = y - x, M(2, 1)$	$y \cdot y' = -x, M(2, 3)$
$y' = y - x, M(4, 2)$	$3y \cdot y' = x, M(1, 1)$
$y' = x^2 - y, M(0, 1)$	$y' = 3y^{2/3}, M(1, 3)$
$x^2 - y^2 + 2xy \cdot y' = 0, M(-2, -1)$	$y' = x(y - 1), M\left(1, \frac{1}{2}\right)$
$y' = x + 2y, M(1, 2)$	

Найти линию, проходящую через точку M_0 и обладающую тем свойством, что в любой ее точке M нормальный вектор \vec{MN} с концом на оси Oy имеет длину, равную a , и образует острый угол с положительным направлением оси Oy .

Условие	Условие
$M_0(15, 1), a = 25$	$M_0(12, 2), a = 20$
$M_0(9, 3), a = 15$	$M_0(6, 4), a = 10$
$M_0(3, 5), a = 5$	

Найти линию, проходящую через точку M_0 , если отрезок любой ее нормали, заключенный между осями координат, делится точкой линии в отношении $a : b$ (считая от оси Oy).

Условие	Условие
$M_0(1, 1), a : b = 1 : 2$	$M_0(-2, 3), a : b = 1 : 3$
$M_0(0, 1), a : b = 2 : 3$	$M_0(1, 0), a : b = 3 : 2$
$M_0(2, -1), a : b = 3 : 1$	

Найти линию, проходящую через точку M_0 , если отрезок любой ее касательной между точкой касания и осью Oy делится в точке пересечения с осью абсцисс в отношении $a : b$ (считая от оси Oy).

Условие	Условие
$M_0(2, -1), a : b = 1 : 1$	$M_0(1, 2), a : b = 2 : 1$
$M_0(-1, 1), a : b = 3 : 1$	$M_0(2, 1), a : b = 1 : 2$
$M_0(1, -1), a : b = 1 : 3$	

Найти линию, проходящую через точку M_0 , если отрезок любой ее касательной, заключенный между осями координат, делится в точке касания в отношении $a : b$ (считая от оси Oy).

Условие	Условие
$M_0(1, 2), a : b = 1 : 1$	$M_0(2, 1), a : b = 1 : 2$
$M_0(1, 3), a : b = 2 : 1$	$M_0(2, -3), a : b = 3 : 1$
$M_0(3, -1), a : b = 3 : 2$	

Найти линию, проходящую через точку M_0 и обладающую тем свойством, что в любой ее точке касательный вектор \vec{MN} с концом на оси Ox имеет проекцию на ось Ox , обратно пропорциональную абсциссе точки M . Коэффициент пропорциональности равен a .

Условие	Условие
$M_0(1, e), a = -\frac{1}{2}$	$M_0(2, e), a = -2$
$M_0(-1, \sqrt{e}), a = -1$	$M_0\left(2, \frac{1}{e}\right), a = 2$
$M_0\left(1, \frac{1}{e^2}\right), a = \frac{1}{4}$	

Найти линию, проходящую через точку M_0 и обладающую тем свойством, что в любой ее точке M касательный вектор \vec{MN} с концом на оси Oy имеет проекцию на ось Oy , равную a .

Условие	Условие
$M_0(1, 2), a = -1$	$M_0(1, 4), a = 2$
$M_0(1, 5), a = -2$	$M_0(1, 3), a = -4$
$M_0(1, 6), a = 3$	$M_0(1, 1), a = 1$

Найти общее решение дифференциального уравнения.

Условие	Условие
$y'''x \ln x = y''$	$xy''' + y'' = 1$
$2xy''' = y''$	$xy''' + y'' = x + 1$
$\operatorname{tg} x \cdot y'' - y' + \frac{1}{\sin x} = 0$	$x^2 y'' + xy' = 1$
$y''' \cdot \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$	$x^3 y''' + x^2 y'' = 1$
$\operatorname{tg} x \cdot y''' = 2y''$	$y''' \cdot \operatorname{cth} 2x = 2y''$
$x^4 y'' + x^3 y' = 1$	$x \cdot y''' + 2y'' = 0$
$(1 + x^2) y'' + 2xy' = x^3$	$x^5 y''' + x^4 y'' = 1$
$xy''' - y'' + \frac{1}{x} = 0$	$xy''' + y'' + x = 0$
$\operatorname{th} x \cdot y^{IV} = y'''$	$xy''' + y'' = \sqrt{x}$

$y''' \cdot \operatorname{tg} x = y'' + 1$	$y''' \cdot \operatorname{tg} 5x = 5y''$
$y''' \cdot \operatorname{th} 7x = 7y''$	$x^3 y''' + x^2 y'' = \sqrt{x}$
$\operatorname{cth} x \cdot y'' - y' + \frac{1}{\operatorname{ch} x} = 0$	$(x + 1)y''' + y'' = x + 1$
$(1 + \sin x)y''' = \cos x \cdot y''$	$xy''' + y'' = \frac{1}{\sqrt{x}}$
$-xy''' + 2y'' = \frac{2}{x^2}$	$\operatorname{cth} x \cdot y'' + y' = \operatorname{ch} x$
$x^4 y'' + x^3 y' = 4$	$y'' + \frac{2x}{x^2 + 1} \cdot y' = 2x$
$(1 + x^2) y'' + 2xy' = 12x^3$	

Найти решение задачи Коши.

Условие
$4y^3 y'' = y^4 - 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
$y'' = 128y^3, y(0) = 1, y'(0) = 8$
$y'' y^3 + 64 = 0, y(0) = 4, y'(0) = 2$
$y'' + 2 \sin y \cdot \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$
$y'' = 32 \sin^3 y \cdot \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 4$
$y'' = 98y^3, y(1) = 1, y'(1) = 7$
$y'' y^3 + 49 = 0, y(3) = -7, y'(3) = -1$
$4y^3 y'' = 16y^4 - 1, y(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$y'' + 8 \sin y \cdot \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$
$y'' = 72y^3, y(2) = 1, y'(2) = 6$
$y'' y^3 + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2$
$y'' = 18 \sin^3 y \cdot \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 3$
$4y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$y'' = 50y^3, y(3) = 1, y'(3) = 5$
$y'' y^3 + 25 = 0, y(2) = -5, y'(2) = -1$

$y'' + 18 \sin y \cdot \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3$
$y'' = 8 \sin^3 y \cdot \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 2$
$y'' = 32y^3, y(4) = 1, y'(4) = 4$
$y''y^3 + 16 = 0, y(1) = 2, y'(1) = 2$
$y'' + 32 \sin y \cdot \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 4$
$y'' = 50 \sin^3 y \cdot \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 5$
$y'' = 18y^3, y(1) = 1, y'(1) = 3$
$y''y^3 + 9 = 0, y(1) = 1, y'(1) = 3$
$y''y^3 + 9 = 0, y(1) = 1, y'(1) = 3$
$y'' + 50 \sin y \cdot \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 5$
$y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2$
$y''y^3 + 4 = 0, y(0) = -1, y'(0) = -2$
$y'' = 2 \sin^3 y \cdot \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1$
$y^3y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}$
$y'' = 2y^3, y(-1) = 1, y'(-1) = 1$
$y''y^3 + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1$

Найти общее решение дифференциального уравнения.

Условие	Условие
$y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$	$y''' - y'' = 6x^2 + 3x$
$y''' - y' = x^2 + x$	$y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x$
$y^{IV} - y''' = 5(x + 2)^2$	$y^{IV} - 2y''' + y'' = 2x(1 - x)$
$y^{IV} + 2y''' + y'' = x^2 + x - 1$	$y^V - y^{IV} = 2x + 3$
$3y^{IV} + y''' = 6x - 1$	$y^{IV} + 2y''' + y'' = 4x^2$
$y''' + y'' = 5x^2 - 1$	$y^{IV} + 4y''' + 4y'' = x - x^2$
$7y''' - y'' = 12x$	$y''' + 3y'' + 2y' = 3x^2 + 2x$
$y''' - y' = 3x^2 - 2x + 1$	$y''' - y'' = 4x^2 - 3x + 2$
$y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = x - 3$	$y^{IV} + 2y''' + y'' = 12x^2 - 6x$

$y''' - 4y'' = 32 - 384x^2$	$y^{IV} + 2y''' + y'' = 2 - 3x^2$
$y''' + y'' = 49 - 24x^2$	$y''' - 2y'' = 3x^2 + x - 4$
$y''' - 13y'' + 12y' = x - 1$	$y^{IV} + y''' = x$
$y''' - y'' = 6x + 5$	$y''' + 3y'' + 2y' = x^2 + 2x + 3$
$y''' - 5y'' + 6y' = (x - 1)^2$	$y^{IV} - 6y''' + 9y'' = 3x - 1$
$y''' - 13y'' + 12y' = 18x^2 - 39$	$y^{IV} + y''' = 12x + 6$
$y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5$	

Найти общее решение дифференциального уравнения.

Условие	Условие
$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$	$y''' - 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^x$
$y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}$	$y''' - 2y'' + y' = (2x + 5)e^{2x}$
$y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}$	$y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x - 5)e^x$
$y''' - 4y'' + 4y' = (x - 1)e^x$	$y''' + 2y'' + y' = (18x + 21)e^{2x}$
$y''' + y'' - y' - y = (8x + 4)e^x$	$y''' - 3y' - 2y = -4x \cdot e^x$
$y''' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}$	$y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^x$
$y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$	$y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$
$y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^x$	$y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x)e^x$
$y''' - y'' - 4y' + 4y = (7 - 6x)e^x$	$y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$
$y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20 - 16x)e^{-x}$	$y''' - 4y'' + 3y' = -4x \cdot e^x$
$y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x - 32)e^{-x}$	$y''' - 6y'' + 9y' = 4x \cdot e^x$
$y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12)e^x$	$y''' - y'' - 5y' - 3y = -(8x + 4)e^x$
$y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$	$y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$
$y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$	$y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^x$
$y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^x$	$y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$
$y''' + y'' - 6y' = (20x + 14)e^{2x}$	

Найти общее решение дифференциального уравнения.

Условие	Условие
---------	---------

$y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$	$y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$
$y'' + 2y' = -2e^x(\sin x + \cos x)$	$y'' + y = 2 \cos 7x + 3 \sin 7x$
$y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$	$y'' - 4y' + 8y = e^x(5 \sin x - 3 \cos x)$
$y'' + 2y' = e^x(\sin x + \cos x)$	$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 3x$
$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$	$y'' + y = 2 \cos 3x - 3 \sin 3x$
$y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x$	$y'' - 4y' + 8y = e^x(-3 \sin x + 4 \cos x)$
$y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$	$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x$
$y'' + y = 2 \cos 5x + 3 \sin 5x$	$y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x$
$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x$	$y'' - 4y' + 8y = e^x(3 \sin x + 5 \cos x)$
$y'' + 2y' = 6e^x(\sin x + \cos x)$	$y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x$
$y'' + 6y' + 13y = -e^{3x} \cos 5x$	$y'' + y = 2 \cos 7x - 3 \sin 7x$
$y'' + 2y' + 5y = -\cos x$	$y'' - 4y' + 8y = e^x(2 \sin x - \cos x)$
$y'' + 2y' = 3e^x(\sin x + \cos x)$	$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 4x$
$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 8x$	$y'' + 2y' + 5y = 10 \cos x$
$y'' + y = 2 \cos 4x + 3 \sin 4x$	$y'' - 4y' + 8y = e^x(-\sin x + 2 \cos x)$
$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 6x$	

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

- 1) Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения. Частное и общее решения
- 2) Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
- 3) Однородные уравнения и приводящиеся к ним.
- 4) Линейные уравнения 1-го порядка. Методы решения. Свойства решения.
- 5) Уравнения в полных дифференциалах. Теорема Коши.
- 6) Интегрирующий множитель, его свойства. Практическое нахождение интегрирующего множителя.
- 7) Дифференциальные уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. Общий метод параметризации. Уравнения Лагранжа и Клеро
- 8) Уравнение Риккати
- 9) Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши
- 10) Особые решения дифференциальных уравнений
- 11) Уравнения высших порядков, интегрируемых в квадратурах

- 12) Уравнения, допускающие понижение порядка
- 13) Линейные уравнения n -го порядка. Теоремы о зависимости и независимости решений. Определитель Вронского. Определитель Грама.
- 14) Фундаментальная система решений. Существование фундаментальной системы решений. Однозначность.
- 15) Построение линейного однородного уравнения по фундаментальной системе решения
- 16) Построение общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами
- 17) Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора.
- 18) Основные этапы математического моделирования. Примеры простейших математических моделей
- 19) Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами.
- 20) Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
- 21) Характеристики для уравнений первого и второго порядков.
- 22) Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения колебания струны.
- 23) Построение решения задачи Коши методом распространяющихся волн. Начально-краевые задачи для уравнения колебания струны на вещественной полуоси.
- 24) Спектральная задача для одномерного дифференциального оператора второго порядка.
- 25) Применение метода Фурье для однородного уравнения колебания струны. Физический анализ решения.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Сущность метода математического моделирования. Основные этапы моделирования. Простейшие математические модели движения материальной точки.
2. Стационарные процессы. Математическая модель гравитационного поля. Уравнение Лапласа.
3. Нестационарные процессы. Математические модели колебания струны и мембраны. Волновое уравнение.
4. Математическая модель распространения тепла в изолированном твердом теле. Уравнение теплопроводности.
5. Математические модели движения идеальной жидкости.

6. Математические модели движения вязкой жидкости.
7. Математическая модель распространения звуковых волн. Волновое уравнение. Уравнение Гельмгольца для гармонических звуковых волн. Условия Зоммерфельда на бесконечности.
8. Математические модели электромагнитного поля. Уравнения Максвелла. Волновое уравнение для электромагнитных волн. Векторное уравнение Гельмгольца для электромагнитных волн.
9. Корректно и некорректно поставленные задачи. Задача Коши для уравнения Лапласа.
10. Типы уравнений второго порядка. Формулировка теоремы Коши-Ковалевской.
11. Линейные однородные уравнения 1-го порядка. Метод характеристик.
12. Решение начально-краевой задачи для неоднородного уравнения 1-го порядка. Метод энергетических неравенств.
13. Метод энергетических неравенств. Исследование единственности и устойчивости решения начально-краевой задачи для уравнения 1-го порядка методом энергетических неравенств.
14. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
15. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
16. Постановка задачи Коши для уравнения второго порядка. Понятие характеристик.
17. Примеры нахождения характеристик для уравнений второго порядка.
18. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера. Понятие плоской волны. Физический смысл решения.
19. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Устойчивость решения задачи Коши. Обобщенное решение.
20. Начально-краевые задачи для однородного волнового уравнения на вещественной полуоси.
21. Задача Коши для волнового уравнения в пространстве. Формула Кирхгоффа.
22. Физический смысл формулы Кирхгоффа. Принцип Гюйгенса.
23. Задача Коши для волнового уравнения на плоскости. Метод спуска. Формула Пуассона. Физический смысл решения.
24. Задача Коши для неоднородного волнового уравнения. Физический

смысл решения.

25. Теоремы единственности решения краевых задач для волнового уравнения. Область зависимости, область влияния и область определения для волнового уравнения.
26. Спектральная задача для простейшего одномерного дифференциального оператора 2-го порядка. Собственные значения и собственные функции и их свойства.
27. Применение метода Фурье для уравнения свободных колебаний струны. Обоснование метода Фурье для уравнения свободных колебаний струны.
28. Метод Фурье для вынужденных колебаний струны (с подвижными границами).
29. Спектральная задача для одномерного дифференциального оператора с переменными коэффициентами. Формулировка теоремы существования и свойства решения (собственных значений и функций).
30. Применение метода Фурье для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.
31. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.
32. Многомерная спектральная задача. Формулировка теоремы существования и свойства решения (собственных значений и функций).
33. Применение метода Фурье для двумерного волнового уравнения. Колебания прямоугольной мембраны. Физический анализ решения.
34. Применение метода Фурье для уравнения колебаний круглой мембраны. Цилиндрические функции Бесселя, Неймана и Ханкеля.
35. Принцип максимума для трехмерного однородного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи.
36. Принцип максимума для уравнения параболического типа с переменными коэффициентами. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи.
37. Решение первой краевой задачи для одномерного однородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Обоснование метода Фурье.
38. Решение первой краевой задачи для одномерного неоднородного

уравнения теплопроводности методом Фурье.

39. Постановка задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения.
40. Применение метода Фурье для решения одномерной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение и его свойства.
41. Обоснование метода Фурье для задачи Коши для уравнения теплопроводности. Физический анализ решения.
42. Сущность метода интегральных преобразований. Применение метода для решения задачи Коши для неоднородного одномерного уравнения теплопроводности.
43. Понятие гармонической функции. Понятие сингулярного, регулярного и фундаментального решений для уравнений Пуассона и Гельмгольца. Их свойства и физический смысл.
44. Элементы теории обобщенных функций. δ -функция и ее физический смысл.
45. Интегральные формулы Грина.
46. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и следствия к нему.
47. Теоремы о единственности и устойчивости решений первой краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона.
48. Теоремы о единственности решений второй и третьей краевой задачи (внутренней и внешней) для уравнения Пуассона.
49. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в круге методом Фурье.
50. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в круге. Поведение гармонической функции на бесконечности.
51. Формула Пуассона решения краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре.
52. Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимости. Теорема о непрерывности равномерно сходящегося интеграла. Понятие и физический смысл потенциала (объемного, простого и двойного слоя).
53. Объемный потенциал. Теорема о непрерывной дифференцируемости объемного потенциала в пространстве.
54. Вторые производные объемного потенциала. Дифференциальное уравнение для объемного потенциала.

55. Потенциал простого слоя и его свойства. Формулы для скачка его нормальных производных на границе.
56. Потенциал двойного слоя и его свойства. Формулы для скачка предельных значений на границе.
57. Метод функций Грина решения краевой задачи для уравнения Пуассона.
58. Элементы теории интегральных уравнений. Альтернатива Фредгольма. Формулировка теорем Фредгольма.
59. Сущность метода граничных интегральных уравнений. Сведение задачи Дирихле для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.
60. Сведение задачи Неймана для уравнения Лапласа к граничному интегральному уравнению.

Структура экзаменационного билета по курсу «Дифференциальные уравнения математической физики»:

1. Теоретический вопрос (вопросы №№ 1-30 из списка вопросов к экзамену).
2. Теоретический вопрос (вопросы №№ 31-60 из списка вопросов к экзамену).
3. Задача

Образец экзаменационного билета

Экзаменационный билет № __

1. . Сущность метода математического моделирования. Основные этапы моделирования. Простейшие математические модели движения материальной точки.
2. Единственность и устойчивость решения первой краевой задачи для одномерного уравнения гиперболического типа с переменными коэффициентами.
3. Найти решение задачи Коши.

$$y' + xy = (1 + x)e^{-x}y^2, y(0) = 1$$

Критерии выставления оценки студенту на зачете (экзамене)

Баллы	Оценка зачета/ экзамена	Требования к сформированным компетенциям
86-100	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Баллы	Оценка зачета/ экзамена (стандартная)	Требования к сформированным компетенциям
76-85	«зачтено»/ «хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
61-75	«зачтено»/ «удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
0-60	«не зачтено»/ «неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.