




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель образовательной программы


И.Л. Артемьева
28.08 2015 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математическая логика

Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
профиль: «Технология программирования»

Форма подготовки: очная

курс 1 семестр 3, 4
лекции 90 час.
практические занятия 54 час.
лабораторные работы _____ час.
в том числе с использованием МАО лек. ____/пр. ____/лаб. ____ час.
в том числе в электронной форме лек. ____/пр. ____/лаб. ____ час.
всего часов аудиторной нагрузки 144 час.
в том числе с использованием МАО ____ час.
самостоятельная работа 72 час.
в том числе на подготовку к экзамену 54 час.
курсовая работа / курсовой проект _____ семестр
зачет _____ семестр
экзамен 3, 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 15 марта 2015 г. № 222

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Алгебры, геометрии и анализа протокол №1 от 2 сентября 2015 г.

Заведующая кафедрой: к.ф.-м.н., профессор Шепелева Р.П.

Составитель (ли): профессор кафедры алгебры, геометрии и анализа Степанова А.А., д.ф.-м.н., доцент

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « _____ » _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « _____ » _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

ABSTRACT

Bachelor's/Specialist's/Master's degree in 02.03.03 – Software and Administration of Information Systems

Study profile/ Specialization/ Master's Program “Title” Programming technology

Course title: Mathematical logic

Basic part of Block 1, 6 credits

Instructor: Stepanova A.

At the beginning of the course a student should know algebra and beginning of mathematical analysis.

Learning outcomes: ability to apply knowledge of the mathematical bases of computer science in professional activity.

Course description: the modern concepts and methods of mathematical logic and the theory of algorithms.

Main course literature:

1. Yershov Yu.L., Palyutin E.A. Matematicheskaya logika [Mathematical logic]. Moscow, FIZMATLIT, 2011. 356 p.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:674414&theme=FEFU>

2. Grinchenkov D.V., Pototskiy S.I. Matematicheskaya logika i teoriya algoritmov dlya programmistov [Mathematical logic and the theory of algorithms for programmers]. Moscow, KnoRus, 2010. 206 p.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:288695&theme=FEFU>

3. Likhtarnikov L.M., Sukacheva T.G. Matematicheskaya logika. Chast' 2. Zadachnik-praktikum i resheniya [Mathematical logic. Part 2. The problem book and solutions]. Saint Petersburg, Lan, 2009. 276 p.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:282082&theme=FEFU>

Form of final control: exam.

АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Математическая логика» разработана для студентов 1 курса, обучающихся по направлению 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», профиль «Технология программирования». Трудоемкость дисциплины 6 зачетных единиц (216 час.). Дисциплина «Математическая логика» базируется на дисциплинах «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел». Знания, полученные при ее изучении, будут использованы в дисциплинах «Теория вычислительных процессов и структур», «Методы системного анализа и моделирования» учебного плана.

Дисциплина реализуется в 3, 4 семестрах. В 3 семестре дисциплина содержит 36 часов лекций, 36 часов практических занятий, 18 часов лабораторных работ с использованием методов активного обучения. Самостоятельная работа 36 часов, из них 27 на подготовку к экзамену. В 4 семестре дисциплина содержит 54 часов лекций, 18 часов практических занятий. Самостоятельная работа 36 часов, из них 27 на подготовку к экзамену.

Логика – это наука о законах правильного мышления. Это одна из древнейших наук. Основные ее законы были сформулированы еще древнегреческим мыслителем Аристотелем. Идеи о построении логики на математической основе, т.е. по сути математической логики, были высказаны Лейбницем в начале 18-го века.

Современная Математическая логика определяется как раздел математики, посвященный изучению математических доказательств и вопросов основания математики. Одна из главных причин широкого распространения математической логики – применение аксиоматического метода в построении различных математических теорий. Важным достижением математической логики является формулировка понятия алгоритмической вычислимости, которое по своей важности приближается к понятию натурального числа. Сегодня результаты математической логики находят свое применение в других отраслях математического знания, а также в программировании, проблемах искусственного интеллекта и других науках.

Цель преподавания дисциплины: - знакомство студентов с современными понятиями и методами математической логики и теории алгоритмов.

Задачи преподавания дисциплины:

1. овладение основными алгоритмическими навыками;
2. знакомство с современным языком математики;
3. изучение основных понятий и конструкций математической логики;

4. применение полученных знаний при изучении явлений природы и общества и исследование простейших процессов с помощью методов математической логики.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, владения), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, характеризуют этапы формирования следующих общепрофессиональных компетенций:

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	систему знаний о построении формул, истинных в алгебраических системах, формальных системах (исчисление высказываний, исчисление предикатов), алгоритмических языках, примитивно рекурсивных и частично рекурсивных функциях, рекурсивных и рекурсивно перечислимых множествах, машинах Тьюринга и нормальных алгоритмах; значение математической логики и теории алгоритмов и методов этой науки в других областях науки и техники
	Умеет	применять знания по математической логике и теории алгоритмов при решении теоретических и прикладных вопросов
	Владеет	основными алгоритмическими методами и методами математической логики

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Математическая логика» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения: лекция-беседа и групповая консультация.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

3 семестр (36 час.)

Тема 1. (4 час.) «Совершенные дизъюнктивные нормальные формы (СДНФ) и совершенные конъюнктивные нормальные формы (СКНФ) в алгебре высказываний (АВ)». Формулы АВ. Эквивалентность формул АВ. Понятия дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ), конъюнктивной нормальной формы (КНФ), СДНФ, СКНФ.

Тема 2. (4 час.) «Логическое следствие в алгебре высказываний». Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного

вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией

Понятия логического следствия. Связь между понятиями логического следствия, противоречивого множества формул, тождественно ложной формулы и тождественно истинной формулы.

Тема 3. (5 час.) «Исчисление высказываний (ИВ). Доказуемые формулы ИВ». Понятие исчисления. Язык ИВ. Определение формулы ИВ. Аксиомы и правила вывода ИВ. Доказуемые и выводимые формулы ИВ. Примеры доказуемых и выводимых формул ИВ. Теорема о дедукции в ИВ. Эквивалентные формулы ИВ.

Тема 4. (5 час.) «Логика предикатов (ЛП). Алгебраические системы. Подсистемы». Понятия сигнатуры, алгебраической системы данной сигнатуры, подсистемы, порожденной множеством. Примеры. Понятия терма данной сигнатуры, значение терма на кортеже в алгебраической системе. Теорема о подсистеме, порожденной множеством.

Тема 5. (4 час.) «Формулы ЛП». Понятие формулы данной сигнатуры. Определение истинности формулы ЛП на кортеже элементов в алгебраической системе. Примеры.

Тема 6. (2 час.) «Истинность формулы ЛП в алгебраической системе».

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

Тема 7. (4 час.) «Логическое следствие в ЛП. Эквивалентные формулы ЛП». Понятия логического следствия, противоречивого множества формул ЛП, тождественно истинной формулы ЛП. Связь между этими понятиями. Определение эквивалентных формул ЛП. Основные эквивалентности в ЛП.

Тема 8. (4 час.) «Исчисление предикатов (ИП). Доказуемые формулы ИП». Язык ИП. Определение формулы ИП. Аксиомы и правила вывода ИП. Доказуемые и выводимые формулы ИП. Примеры доказуемых и выводимых формул ИП. Тавтологии. Связь между тавтологией и доказуемой формулой. Эквивалентные формулы ИП.

4 семестр (54 час.)

Тема 9. (6 час.) **«Пренексная нормальная форма для формул ИП».** Понятия ДНФ и ПНФ для формул ИП. Теорема о существовании для любой формулы ИП эквивалентной ей ПНФ.

Тема 10. (6 час.) **«Нормальные алгоритмы. Машины Тьюринга».** Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией

Определение машины Тьюринга. Понятие функций, вычислимых по Тьюрингу. Примеры таких функций.

Тема 11. (6 час.) **«Примитивно рекурсивные функции».** Понятия базисных функций, операторов суперпозиции, примитивной рекурсии, примитивно рекурсивных функций. Примеры. Канторовская нумерующая функция.

Тема 12. (6 час.) **«Частично рекурсивные функции».**

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией

Понятия оператора минимизации, частично рекурсивных функций. Примеры. Эквивалентность классов функций, вычислимых по Тьюрингу, с классом частично рекурсивных функций. Графики частично рекурсивных функций.

Тема 13. (6 час.) **«Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества».** Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты и множества. Критерии рекурсивности множеств. Рекурсивно перечислимые предикаты и множества. Критерии рекурсивной перечислимости множеств.

Тема 14. (6 часов) **«Теорема Геделя о неполноте».**

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией

Геделева нумерация формул ИП. Аксиоматика Пеано. Теорема Черча о неразрешимости ИП. Теорема Геделя о неполноте арифметики.

Тема 15. (6 час.) «Лямбда-термы». Понятие лямбда-терма. Аксиоматика лямбда-исчисления. Теорема о неподвижной точке.

Тема 16. (6 час.) «Бета-нормальные формы». Понятие бета-нормальной формы, бета-редукции, бета-равенства. Теоремы Черча-Россера для бета-редукции и бета-равенства.

Тема 17. (6 час.) «Представимость частично рекурсивных функций в лямбда-исчислении». Представимость базисных функций в лямбда-исчислении. Представимость примитивно рекурсивных функций в лямбда-исчислении. Представимость частично рекурсивных функций в лямбда-исчислении.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Трудоемкость практической части курса 54 час.

3 семестр (36 час.)

Занятие 1. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы, совершенные конъюнктивные нормальные формы (3 час.) Формулы алгебры высказываний. Эквивалентность формул алгебры высказываний. Понятия дизъюнктивной нормальной формы, конъюнктивной нормальной формы, совершенной дизъюнктивной нормальной формы, совершенной конъюнктивной нормальной формы. Построение дизъюнктивных нормальных форм, конъюнктивных нормальных форм, совершенных дизъюнктивных нормальных форм, совершенных конъюнктивных нормальных форм, эквивалентных формулам алгебры высказываний.

Занятие 2. Логическое следствие в алгебре высказываний (3 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты,

готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Понятие логического следствия в алгебре высказываний. Понятия тождественно истинной и тождественно ложной формул алгебры высказываний. Утверждения, эквивалентные понятию логического следствия. Применение этого утверждения на практике.

Занятие 3. Метод резолюций в алгебре высказываний (3 час.). Понятия резольвенты, резолютивного вывода, противоречивого множества формул в алгебре высказываний. Построение резолютивного вывода нуля для противоречивых множеств формул алгебры высказываний. Доказательство непротиворечивости множеств формул алгебры высказываний с применением метода резолюций.

Занятие 4. Исчисление высказываний (ИВ). Доказуемые формулы ИВ (4 час.). Понятие вывода формулы ИВ. Построение вывода формул ИВ. Доказательство основных свойств выводимых и доказуемых формул ИВ.

Занятие 5. Логика предикатов (ЛП). Алгебраические системы. (4 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс

обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Понятия алгебраической системы, подсистемы, порожденной множеством, терма. Построение подсистем алгебраических систем, порожденных множеством.

Занятие 6. Формулы ЛП (3 час.). Понятия формулы, подформулы ЛП, свободной и связной переменной формулы. Построение всех подформул, свободных и связных переменных для данной формулы ЛП.

Занятие 7. Истинность формулы ЛП в алгебраической системе (4 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Понятие истинности формулы ЛП в алгебраической системе. Доказательства истинности формул ЛП в алгебраических системах. Перевод предложений с естественного языка на формальный и наоборот.

Занятие 8. Пренексная нормальная форма для формул ЛП (4 час.) Понятия дизъюнктивной нормальной формы и пренексной нормальной формы для формул ЛП. Построение пренексных нормальных форм, эквивалентных формулам ЛП.

Занятие 9. Логическое следствие в ЛП. Эквивалентные формулы ЛП (4 час.). Понятия логического следствия, противоречивого множества формул ЛП, тождественно истинной формулы ЛП. Связь между этими понятиями.

Применение на практике. Определение эквивалентных формул ЛП. Доказательство основных эквивалентностей в ЛП.

Занятие 10. Исчисление предикатов (ИП). Доказуемые формулы ИП (4 час.) Язык ИП. Определение формулы ИП. Аксиомы и правила вывода ИП. Доказуемые и выводимые формулы ИП. Построение выводов, квазивыводов формул ИП. Тавтологии. Связь между тавтологией и доказуемой формулой. Эквивалентные формулы ИП. Доказательства эквивалентностей формул ИП.

4 семестр (18 час.)

Занятие 1. Нормальные алгоритмы и машины Тьюринга (2 час.) Определение нормального алгоритма и машины Тьюринга. Понятие нормально вычислимых функций и функций, вычислимых по Тьюрингу. Доказательство нормальной вычислимости и вычислимости по Тьюрингу некоторых частичных функций.

Занятие 2. Примитивно рекурсивные функции. (2 час.).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Понятия базисных функций, операторов суперпозиции, примитивной рекурсии, примитивно рекурсивных функций. Доказательство примитивной рекурсивности некоторых частичных функций.

Занятие 3. Частично рекурсивные функции (2 час.) Понятия оператора минимизации, частично рекурсивных функций. Доказательство частичной рекурсивности некоторых частичных функций.

Занятие 4. Прimitивно рекурсивные и рекурсивные предикаты и множества (2 час.) Понятия примитивно рекурсивных и рекурсивных предикатов и множеств. Доказательство примитивной рекурсивности и рекурсивности некоторых множеств и предикатов.

Занятие 5. Рекурсивно перечислимые предикаты и множества (2 час.) Понятия рекурсивно перечислимых предикатов и множеств. Доказательство рекурсивной перечислимости некоторых множеств и предикатов.

Занятие 6. Графики частично рекурсивных функций (2 час.) Доказательство примитивной рекурсивности некоторых частично рекурсивных функций. Теорема о графике.

Занятие 7. Теорема Геделя о неполноте (2 час.)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Вычисление геделева номера некоторых термов и формул исчисления предикатов. Доказательство рекурсивности схем некоторых аксиом. Доказательство рекурсивной перечислимости множества теорем исчисления предикатов сигнатуры сигма 0. Теорема Черча о неразрешимости ИП сигнатуры сигма 0. Неполнота арифметики (Теорема Геделя о неразрешимости).

Занятие 8. Бета-нормальные формы (2 час.) Доказательства несравнимости некоторых лямбда-термов. Понятие бета-нормальной формы, бета-редукции, бета-равенства. Приведение лямбда-термов к бете-нормальной форме. Построение бета-графов для лямбда-термов.

Занятие 9. Представимость частично рекурсивных функций в лямбда-исчислении (2 час.) Представимость нулевой функции, функции следования и функции выбора в лямбда-исчислении. Доказательство представимости частичной функции, полученной из представимых частичных функций с помощью оператора суперпозиции; с помощью оператора примитивной рекурсии.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математическая логика» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Алгебра высказываний	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу;- Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 1-16
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	

2	Исчисление высказываний	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 17-19
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
3	Логика предикатов	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 20-24
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
4	Исчисление предикатов	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 25-26
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
5	Теория алгоритмов	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические	Экзамен, вопросы 27-39

				диктанты;	
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
6	Лямбда исчисление	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 40-42
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	

Типовые контрольные задания и экзаменационные вопросы представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Математическая логика: учебное пособие для вузов / Ю. Л. Ершов, Е. А. Палютин. – М.: Физматлит, 2011.- 356 с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:674414&theme=FEFU>
2. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов: учебное пособие для вузов / Д. В. Гринченков, С. И. Потоцкий. – М.: КноРус, 2010. – 206 с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:288695&theme=FEFU>
3. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Часть 2. Задачник-практикум и решения. - СПб.: Издательство "Лань", 2009. - 276 с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:282082&theme=FEFU>
4. Математическая логика [Электронный ресурс] / Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. - 6-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113014.html>

5. Математическая логика: Учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с.: 60x90 1/16 + CD-ROM. - (Высшее образование). (переплет, cd rom) ISBN 978-5-16-005204-5
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=242738>
6. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Часть 2. Задачник-практикум и решения. -СПб.: Издательство Лань, 2008. - 288 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=231
7. Овчинникова Е. В., Судоплатов С. В., Математическая логика и теория алгоритмов: Учебник - Новосибирск: НГТУ, 2010. – 224 с

Дополнительная литература

1. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие для вузов / В. И. Игошин. – М.: Академия, 2004
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:299340&theme=FEFU>
2. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие / А. К. Гуц. Омск: Наследие, 2003. 108 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:4432&theme=FEFU>
3. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие для вузов / Л. М. Гурова, Е. В. Зайцева; Московский государственный горный университет. М.: Изд-во Московского горного университета, 2006. 262 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:414295&theme=FEFU>
4. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции, М.: Наука, 1965. – 391 с. <https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:92811&theme=FEFU>
5. Черч А. Введение в математическую логику. – М.: Наука. 1960. – 484 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:88606&theme=FEFU>
6. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции, М.: Наука, 1986.- 368 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:52435&theme=FEFU>
7. Барендрегт Х. Лямбда-исчисление. Его синтаксис и семантика: Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 606 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:51455&theme=FEFU>
8. Чечулин В. Л. О непротиворечивости лямбда-исчисления // В мире научных открытий, серия Математика. Механика. Информатика, 2011, № 1, сс. 203—206.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5741804519.html> Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Гурова Л.М., Зайцева Е.В. - М: Издательство Московского государственного горного университета, 2006.

2. <https://e.lanbook.com/book/2242> Лавров И.А. Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Физматлит. 2002. – 256 с.
3. <http://www.knigafund.ru/books/187079> Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебник - Новосибирск: НГТУ, 2012. – 254 с
4. <http://www.knorus.ru/upload/pdf/251601.pdf> Математическая логика и теория алгоритмов для программистов: учебное пособие / Д.В. Гринченков, С.И. Потоцкий. — М. : КНОРУС, 2010. — 208 с.
5. <http://window.edu.ru/resource/893/76893/files/matlog2011.pdf> Математическая логика и теория алгоритмов [Текст]: учеб. пособие / О. Ю. Агарева, Ю. В. Селиванов. — М. : МАТИ, 2011. — 80 с.
6. <http://mat.net.ua/mat/Guz-Logika-Algoritmi.htm> Электронная библиотека. А.К. Гуц, Математическая логика и теория алгоритмов
7. <http://window.edu.ru/resource/124/25124> Анкудинов Г.И., Анкудинов И.Г., Петухов О.А. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие. - 2-е изд. - СПб.: СЗТУ, 2003. - 104 с.
8. <http://window.edu.ru/resource/528/19528> Стенюшкина В.А. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие. - Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. - 106 с.
9. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922100262.html> Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Электронный ресурс] / Лавров И.А., Максимова Л.Л. - 5-е изд., исправл. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

VI. МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

На изучение дисциплины отводится 144 часа аудиторных занятий. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию. После выполнения задания, студент отправляет его на проверку преподавателю. Работа должна быть отослана в формате PDF одним документом. По данному курсу разработаны методические указания.

По данному курсу разработаны методические указания:

1. Степанова А.А. Математическая логика Ч.1. Учебное пособие.
2. Степанова А.А. Математическая логика Ч.2. Учебное пособие.

VII МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории кампуса ДВФУ.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Математическая логика»

**Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем**

Профиль: «Технология программирования»

Форма подготовки очная

Владивосток

2015

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1. Алгебра высказываний	1.09 - 28.09	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	Проверка индивидуального домашнего задания
2. Исчисление высказываний	28.09 - 28.10	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	Проверка индивидуального домашнего задания
3. Логика предикатов	28.10 - 28.11	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	Проверка индивидуального домашнего задания
4. Исчисление предикатов	28.02 - 28.03	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	Проверка индивидуального домашнего задания
5. Теория алгоритмов	28.03 - 28.04	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	Проверка индивидуального домашнего задания
6. Лямбда исчисление	28.04 - 28.05	индивидуальное домашнее задание	1 неделя	Проверка индивидуального домашнего задания

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю. Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения лабораторного занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Математическая логика»
Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем
профиль: «Технология программирования»
Форма подготовки очная

Владивосток
2015

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	систему знаний о построении формул, истинных в алгебраических системах, формальных системах (исчисление высказываний, исчисление предикатов), алгоритмических языках, примитивно рекурсивных и частично рекурсивных функциях, рекурсивных и рекурсивно перечислимых множествах, машинах Тьюринга и нормальных алгоритмах; значение математической логики и математической логики и теории алгоритмов и методов этой науки в других областях науки и техники
	Умеет	применять знания по математической логики и теории алгоритмов при решении теоретических и прикладных вопросов
	Владеет	основными алгоритмическими методами и методами математической логики

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Алгебра высказываний	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 1-16
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
2	Исчисление высказываний	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 17-19

			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
3	Логика предикатов	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 20-24
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
4	Исчисление предикатов	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 25-26
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	
5	Теория алгоритмов	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 27-39
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	

6	Лямбда исчисление	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 40-42
			Умеет Владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях; - Индивидуальные домашние задания;	

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	критерии	показатели	
ОПК2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	знает (пороговый уровень)	систему знаний о построении формул, истинных в алгебраических системах, формальных системах (исчисление высказываний, исчисление предикатов), алгоритмических языках, примитивно рекурсивных и частично рекурсивных функций, рекурсивных и рекурсивно перечислимых множествах, машинах Тьюринга и нормальных алгоритмах; значение математической логики и математической логики и теории алгоритмов и методов этой	Знание теоретического материала по дисциплине	Способность отвечать на вопросы по теории

		науки в других областях науки и техники		
	умеет (продвинутый)	применять знания по математической логики и теории алгоритмов при решении теоретических и прикладных вопросов	Умение выбирать требуемые формулы при выполнении практических заданий	Наличие выполненных практических заданий, способность обосновать выбор формул
	владеет (высокий)	основными алгоритмическим и методами и методами математической логики	Владение методами построения вывода формул при выполнении практических заданий	Наличие выполненных заданий, способность дать пояснения процесса вывода

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме собеседования (устного опроса) для проверки теоретических знаний, а также в форме защиты выполненных практических заданий.

Объектами оценивания выступают:

- степень усвоения теоретических знаний - оценивается в форме собеседования и контрольных работ;
- уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты задания.

Критерии оценки устного ответа

- **100-85 баллов** - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

– **85-76 баллов** - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

– **75-61 балл** - оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

– **60-50 баллов** - ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области

Критерии оценки практических заданий

100-86 баллов выставляется, если содержание и составляющие части соответствуют выданному заданию. Продемонстрировано владение навыками выбора необходимых формул и построений выводов.

85-76 - баллов выставляется, если при выполнении задания допущено не более одной ошибки.

75-61 балл выставляется, если при выполнении задания допущено не более двух ошибок.

60-50 баллов - если структура и содержание задания не соответствуют требуемым

Шкала оценивания

Менее 60 баллов	незачтено	неудовлетворительно
От 61 до 75 баллов	зачтено	удовлетворительно
От 76 до 85 баллов	зачтено	хорошо
От 86 до 100 баллов	зачтено	отлично

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрен экзамен.

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

3 семестр

1. Формулы алгебры высказываний
2. Эквивалентность формул алгебры высказываний
3. Дизъюнктивная нормальная форма
4. Конъюнктивная нормальная форма
5. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы
6. Совершенные конъюнктивные нормальные формы
7. Построение дизъюнктивных нормальных форм, эквивалентных формулам алгебры высказываний.
8. Построение конъюнктивных нормальных форм, эквивалентных формулам алгебры высказываний.
9. Построение совершенных дизъюнктивных нормальных форм, эквивалентных формулам алгебры высказываний.
10. Построение совершенных конъюнктивных нормальных форм, эквивалентных формулам алгебры высказываний.
11. Логическое следствие в алгебре высказываний
12. Понятия тождественно истинной и тождественно ложной формул алгебры высказываний.
13. Утверждения, эквивалентные понятию логического следствия.
14. Понятия резольвенты, резолютивного вывода, противоречивого множества формул в алгебре высказываний.
15. Построение резолютивного вывода нуля для противоречивых множеств формул алгебры высказываний.
16. Доказательство непротиворечивости множеств формул алгебры высказываний с применением метода резолюций.
17. Построение вывода формул исчисления высказываний.

18. Доказательство основных свойств выводимых и доказуемых формул исчисления высказываний
19. Доказуемые формулы исчисления высказываний
20. Алгебраические системы. Подсистемы
21. Формулы логики предикатов
22. Истинность формулы логики предикатов в алгебраической системе
23. Логическое следствие в логики предикатов.
24. Эквивалентные формулы логики предикатов
25. Доказуемые формулы исчисления предикатов
26. Пренексная нормальная форма для формул исчисления предикатов

4 семестр

1. Нормальные алгоритмы и машины Тьюринга
2. Понятие нормально вычислимых функций и функций, вычислимых по Тьюрингу.
3. Доказательство нормальной вычислимости и вычислимости по Тьюрингу некоторых частичных функций.
4. Прimitивно рекурсивные функции
5. Понятия базисных функций, операторов суперпозиции, примитивной рекурсии
6. Доказательство примитивной рекурсивности некоторых частичных функций
7. Частично рекурсивные функции
8. Понятия оператора минимизации, частично рекурсивных функций.
9. Доказательство частичной рекурсивности некоторых частичных функций.
10. Прimitивно рекурсивные и рекурсивные предикаты и множества
11. Рекурсивно перечислимые предикаты и множества
12. Графики частично рекурсивных функций
13. Теорема Геделя о неполноте
14. Аксиоматика лямбда-исчисления
15. Бета-нормальные формы
16. Представимость частично рекурсивных функций в лямбда-исчислении

Образец экзаменационного билета

Структура экзаменационного билета по курсу «Математическая логика»

1. Теоретический вопрос (1-12 (3 семестр) и 1-8 (4 семестр) вопрос из списка вопросов к экзамену).
2. Теоретический вопрос (13-26 (3 семестр) и 9-16 (4 семестр) вопрос из списка вопросов к экзамену).

Экзаменационный билет № __

1. Эквивалентность формул алгебры высказываний
2. Доказательство основных свойств выводимых и доказуемых формул исчисления высказываний

Оценочные средства для текущей аттестации

Примеры индивидуальных домашних заданий 3 семестра

Тема: Метод резолюций в алгебре высказываний

Проверить истинность следующих соотношений (3-мя способами):

1. $A \models A \vee C$,
2. $A \rightarrow B, B \rightarrow C \models A \rightarrow C$,
3. $A \rightarrow B, \overline{B} \models \overline{A}$.

Тема: Логика предикатов

1. Пусть Φ, Ψ, X - атомарные формулы логики предикатов. Выписать все подформулы данной формулы и определить свободные и связанные переменные формулы:

$$\neg((\exists x \forall y \Phi(x, y) \vee \exists x \exists y \Psi(x, y)) \wedge \exists x \exists y X(x, y))$$

2. Записать формулу $\Phi(x, y, z)$, истинную в $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$ тогда и только тогда, когда: $z = \text{НОК}(x, y)$

3. Записать формулу $\Phi(x)$, истинную в $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$ тогда и только тогда, когда: x – простое число.

4. Пусть Φ, Ψ, X – атомарные формулы логики предикатов. Привести следующую формулу логики предикатов к пренексной нормальной форме

$$\neg((\exists x \forall y \Phi(x, y) \rightarrow \exists x \exists y \Psi(x, y)) \wedge \forall x \exists y \neg X(x, y))$$

Примеры индивидуальных домашних заданий 4 семестра

Тема: Исчисление предикатов

Пусть Φ, Ψ, X, Θ - формулы исчисления предикатов. Построить вывод формулы исчисления предикатов из данного множества гипотез.

1. $\exists x \forall y \Phi(x, y) \mid \neg \exists z \Phi(z, z)$;
2. $\exists x (\Phi(x) \rightarrow \Psi(x)) \mid \neg \forall x \Phi(x) \rightarrow \exists y \Psi(y)$;

$$3. \forall y(\Phi(x, y) \vee \Psi(x)) \mid \neg \exists x \exists z \Phi(z, x) \vee \exists x \Psi(x)$$

Тема: Частично рекурсивные функции

Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:

1. $\min(x, y)$;
2. $\text{rest}(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $\text{rest}(x, 0) = x$).

Доказать, что следующие функции частично рекурсивны:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & \text{если } x \text{ делится на } y, \\ \text{не определена} & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} z, & \text{если } z^y = x, \\ \text{не определена} & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$