



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель образовательной программы

  
28.08

И.Л. Артемьева

2015 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующая кафедрой прикладной математики, механики,  
управления и программного обеспечения



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Дискретная математика**  
Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем  
профиль: «Технология программирования»

**Форма подготовки: очная**

курс 1 семестр 1,2  
лекции 36/54\_час.  
практические занятия 18/36 час.  
лабораторные работы не предусмотрены.  
в том числе с использованием MAO лек. /пр. /лаб. час – не предусмотрены.  
всего часов аудиторной нагрузки 144 час.  
в том числе с использованием MAO – не предусмотрены.  
самостоятельная работа 18/54 час.  
в том числе на подготовку к экзамену 27 час.  
контрольные работы (количество) 2  
курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены  
зачет 1 семестр  
экзамен 2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12.03.2015 № 222

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и анализа протокол №1 от 2 сентября 2015 г.

Заведующий кафедрой: Р.П. Шепелева

Составитель: к.ф.-м.н, доцент Б.Н. Иванов

**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 г. № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

(И.О. Фамилия)

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>АННОТАЦИЯ</b>	<b>6</b>
<b>I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА</b>	<b>9</b>
<b>Модуль 1. Множества и отношения (4 час.)</b>	<b>9</b>
Раздел 1. Множества и отношения (4 час.)	9
Тема 1. Множества, операции над множествами (2 час.)	9
Тема 2. Отношения и функции (2 час.)	9
<b>Модуль 2. Булевы функции (18 час.)</b>	<b>9</b>
Раздел 1. Булевы функции (12 час.)	9
Тема 1. Системы счисления (2 час.)	9
Тема 2. Введение в булеву алгебру (4 час.)	9
Тема 3. Алгебра Буля (2 час.)	10
Тема 4. Минимизация булевых функций (4 час.)	10
Раздел 2. Функциональная полнота булевых функций (6 час.)	10
Тема 1. Алгебра Жегалкина (2 час.)	10
Тема 2. Классы Поста (2 час.)	10
Тема 3. Теоремы Поста о функциональной полноте (2 час.)	10
<b>Модуль 3. Методы подсчета и оценивания (14 час.)</b>	<b>10</b>
Раздел 1. Комбинаторные схемы (6 час.)	10
Тема 1. Основные комбинаторные формулы (4 час.)	10
Тема 2. Принцип включения и исключения (2 час.)	10
Раздел 2. Производящие функции (8 час.)	11
Тема 1. Производящие функции (4 час.)	11
Тема 2. Линейные рекуррентные соотношения (4 час.)	11
<b>Модуль 4. Теория графов (26 час.)</b>	<b>11</b>
Раздел 1. Теория графов (26 час.)	11
Тема 1. Основные понятия и определения (4 час.)	11
Тема 2. Поиск в глубину на графе (2 час.)	11
Тема 3. Эйлеровы графы (2 час.)	11
Тема 4. Остовные деревья (2 час.)	11
Тема 5. Пути на графе (2 час.)	12
Тема 6. Транспортные сети (2 час.)	12
Тема 7. Клики, независимые множества (2 час.)	12
Тема 8. Циклы, фундаментальное множество циклов (2 час.)	12
Тема 9. Листы и блоки (2 час.)	12
Тема 10. Двудольные графы (4 час.)	12
Тема 11. Хроматические графы (2 час.)	13
<b>Модуль 5. Алгебраические структуры (8 час.)</b>	<b>13</b>
Раздел 1. Группы (4 час.)	13
Тема 1. Общее строение группы (2 час.)	13
Тема 2. Циклические подгруппы (2 час.)	13
Раздел 2. Элементы теории чисел (4 час.)	13
Тема 1. Элементы теории чисел (2 час.)	13
Тема 2. Функция Эйлера (2 час.)	13
<b>Модуль 6. Теория кодирования (20 час.)</b>	<b>13</b>
Раздел 1. Алфавитное кодирование (4 час.)	13
Тема 1. Основные понятия и определения (2 час.)	13
Тема 2. Неравенство Крафта–Макмиллана (2 час.)	14
Раздел 2. Кодирование Хаффмена (4 час.)	14
Тема 1. Кодирование Хаффмена (2 час.)	14
Тема 2. Двоичное дерево Хаффмена (2 час.)	14
Раздел 3. Сжатие данных на основе словаря (2 час.)	14
Тема 1. Сжатие данных на основе словаря (2 час.)	14
Раздел 4. Кодирование с исправлением ошибок (6 час.)	14
Тема 1. Основные понятия и определения (2 час.)	14
Тема 2. Линейные коды (2 час.)	15
Тема 3. Коды Хемминга (2 час.)	15
Раздел 5. Шифрование (4 час.)	15
Тема 1. Введение в криптографию. Основные методы и проблемы (4 час.)	15
<b>II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (54 часа)</b>	<b>15</b>

Раздел 1. Множества и отношения (2 часов).....	15
Занятие 1. Множества, отношения и функции (2 час.) .....	15
Раздел 2. Булевы функции (8 час.) .....	16
Занятие 1. Системы счисления. Введение в булеву алгебру (2 час.).....	16
Занятие 2. Интерпретация булевых функций (2 час.).....	16
Занятие 3. Минимизация булевых функций (2 час.).....	16
Занятие 4. Полиномы Жегалкина. Классы Поста. Функциональная полнота (2 час.) .....	16
Раздел 3. Методы подсчета и оценивания (8 час.) .....	16
Занятие 1. Основные комбинаторные формулы (2 час.).....	16
Занятие 2. Принцип включения и исключения (2 час.).....	17
Занятие 3. Производящие функции (2 час.) .....	17
Занятие 4. Линейные рекуррентные соотношения (2 час.).....	17
Раздел 4. Теория графов (22 часов) .....	17
Занятие 1. Основные понятия и определения (2 час.).....	17
Занятие 2. Поиск в глубину на графе (2 час.) .....	17
Занятие 3. Эйлеровы графы (2 час.).....	17
Занятие 4. Остовные деревья (2 час.).....	17
Занятие 5. Пути на графе (2 час.).....	17
Занятие 6. Транспортные сети (2 час.).....	18
Занятие 7. Клики, независимые множества, циклы, блоки (4 час.) .....	18
Занятие 8. Циклическая структура графа, фундаментальное множество циклов (2 час.) .....	18
Занятие 9. Двудольные графы, максимальное паросочетание (2 час.).....	18
Занятие 10. Двудольные графы, максимальное паросочетание (2 час.).....	18
Занятие 11. Хроматические графы (2 час.) .....	18
Раздел 5. Алгебраические структуры (6 час.).....	18
Занятие 1. Общее строение групп (2 час.).....	18
Занятие 2. Циклические группы (2 час.) .....	19
Занятие 3. Элементы теории чисел. Функция Эйлера (2 час.) .....	19
Раздел 6. Теория кодирования (8 час.).....	19
Занятие 1. Основные понятия и определения (2 час.).....	19
Занятие 2. Кодирование Хаффмена. Двоичное дерево Хаффмена (2 час.).....	19
Занятие 3. Сжатие данных на основе словаря (2 час.) .....	19
Занятие 4. Кодирование с исправлением ошибок. Групповые коды. Коды Хемминга (2 час.) .....	20
<b>III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ</b>	<b>20</b>
<b>IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА</b>	<b>21</b>
<b>V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>22</b>
<b>VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>23</b>
<b>VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>24</b>
<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ</b>	<b>25</b>
План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине .....	26
Критерии оценки .....	27
Комплект индивидуальных домашних заданий .....	28
Тема: «Булева алгебра: системы счисления, булевы функции, минимизация булевых функций, полнота булевых функций».....	28
Комплект индивидуальных домашних заданий .....	34
Тема: «Подсчет и оценивание: комбинаторные схемы, линейные рекуррентные соотношения».....	34
Комплект индивидуальных домашних заданий .....	36
Тема: «Теория графов: маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, хроматические графы, листовые множества, мосты, блоковые множества, эйлеровы графы».....	36
Комплект индивидуальных домашних заданий .....	42
Тема: «Теория групп и приложения» .....	42
Комплект индивидуальных домашних заданий .....	44
Тема: «Теория кодирования: оптимальный код Хаффмена, дерево Хаффмена, алфавитный код Хаффмена, сжатие LZ – методом».....	44
<b>ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ</b>	<b>47</b>
План-график проведения контрольных работ по дисциплине.....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
Вопросы для зачета (первый семестр) .....	50
Вопросы для экзамена (второй семестр).....	52
Критерии оценки.....	55
Комплект заданий для контрольной работы .....	56

Тема: «Булева алгебра: системы счисления, булевы функции, минимизация булевых функций, полнота булевых функций» .....	58
Комплект заданий для контрольной работы .....	61
Тема: «Подсчет и оценивание: комбинаторные формулы, линейные рекуррентные соотношения».	61
Комплект заданий для контрольной работы .....	64
Тема: «Теория графов: маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, хроматические графы, эйлеровы графы, листовые множества, мосты, блоковые множества» .....	64
Комплект заданий для контрольной работы .....	70
Тема: «Теория групп и приложения» .....	70
Комплект заданий для контрольной работы .....	72
Тема: «Кодирование: код и дерево Хаффмена, код Фано, сжатие LZ – методом» .....	72

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

## ABSTRACT

**Bachelor's/Specialist's/Master's degree in 02.03.03 – Software and Administration of Information Systems**

**Study profile/ Specialization/ Master's Program “Title” Programming technology**

**Course title:** Discrete mathematics

**Basic part of Block 1, 6 credits**

**Instructor:** Ivanov B.

**At the beginning of the course a student should be able to:** decide mathematical task

**Learning outcomes:** ability to apply knowledge of the mathematical bases of computer science in professional activity.

**Course description:** the algorithmic problems of programming and modeling with the help of the methods of discrete mathematics.

**Main course literature:**

1. Ivanov B.N. Diskretnaya matematika. Algoritmy i programmy [Discrete mathematics. Algorithms and programs]. Moscow, Izvestiya, 2011. 512 p.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>

2. Novikov F.A. Diskretnaya matematika dlya programmistov [Discrete mathematics for programmers]. Saint Petersburg, Piter, 2007. 364 p.

<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:247243&theme=FEFU>

3. Ivanov B.N. Diskretnaya matematika [Discrete mathematics]. Moscow, FIZMATLIT, 2007. 407 p.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59461](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59461)

4. Kuznetsov V.P. Diskretnaya matematika [Discrete mathematics]. Moscow, Lan, 2009. 400 p.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220)

5. Red'kin N.P. Diskretnaya matematika [Discrete mathematics]. Moscow, FIZMATLIT, 2009. 264 p.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2293](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2293)

**Form of final control:** pass-fail exam (the 1<sup>st</sup> term), exam (the 2<sup>nd</sup> term).

## АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» разработана для бакалавров 1 курса по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» профиль «Технология программирования» в соответствии с требованиями ФГОС ВПО по данному направлению и положению о рабочих программах учебных дисциплин высшего профессионального образования (утверждено приказом ректора от 08.05.2015 №12-13-824). Дисциплина «Дискретная математика» входит в базовую часть основной образовательной программы (ООП).

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов. Учебным планом предусмотрены лекционные (90 ч) и практические (54 ч) занятия, самостоятельная работа (72 ч). Дисциплина реализуется на 1-ом курсе в 1 и 2 семестре.

Содержание дисциплины охватывает следующие области математического знания: теория множеств, система счисления, функции алгебры логики, отношения и их формализация, комбинаторные схем и их генерация, методы подсчета и оценивания, линейные рекуррентные соотношения, теория графов, теория алгебраических структур, теория чисел, теория кодирования. Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с алгоритмическими проблемами программирования и моделирования методами дискретной математики. Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины «Дискретная математика», формируют базовый уровень знаний для освоения других общепрофессиональных и специальных дисциплин. Знание дискретной математики совершенно необходимо при формализации и компьютеризации различных прикладных задач, а также при описании и разработке современных информационных технологий.

Дисциплина «Дискретная математика», направлена на формирование компетенции ОПК2 — способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики.

Необходимый уровень математической подготовки слушателей курса «Дискретная математика» соответствует стандартной подготовке студентов, прослушавших ряд базовых математических курсов, таких как математический анализ, аналитическая геометрия, линейная алгебра и научившиеся писать довольно пространственные программы.

### **Цель изучения дисциплины:**

1. Изучить теоретические и алгоритмические основы базовых разделов современной дискретной математики. Показать роль дискретной математики в современных компьютерных технологиях.

2. Познакомить студентов с основными разделами дискретной математики, методы которых могут использоваться при решении задач, связанных с математическим обеспечением проектирования, разработки и сопровождения программных продуктов.
3. Овладеть основными понятиями, идеями и методами дискретной математики, которые в настоящее время являются важнейшими инструментальными средствами информатики.
4. Формирование навыков использования методов дискретной математики при изучении специальных дисциплин образовательной программы и в профессиональной деятельности.
5. Развитие у студента математической интуиции, воспитание достаточно высокой математической культуры для продолжения образования, научной.

**Задачи изучения дисциплины:**

1. Формирование представления о роли и месте дискретной математики.
2. Достижение достаточно высокого уровня фундаментальной математической подготовки, повысить математическую культуру.
3. Формирование навыков использования методов дискретной математики для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.
4. Формирование навыков моделирования реальных объектов и процессов с использованием математического аппарата дискретной математики.
5. Формирование логических связей разделов дискретной математики с другими дисциплинами образовательного стандарта специальности.

В результате изучения данной дисциплины у студентов формируются следующие компетенции:

Коды и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-2 — способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса; практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса; взаимосвязь разделов курса с другими дисциплинами.
	Умеет	практически решать стандартные задачи курса, применять методы дискретной математики при решении профессиональных задач; доказывать утверждения, строить модели объектов, понятий, определений и содержательно их интерпретировать; применять полученные знания в других дисциплинах.
	Владеет	современным математическим аппаратом и инструментарием дискретной математики для решения математических задач в своей предметной области, в том числе, реализуемыми с помощью компьютерной техники; владеет навыками алгоритмизации и моделированием прикладных задач с привлечением методов дискретной математики.



## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов. Трудоемкость теоретической части курса 90 часов.

### **Модуль 1. Множества и отношения (4 час.)**

#### **Раздел 1. Множества и отношения (4 час.)**

##### **Тема 1. Множества, операции над множествами (2 час.)**

Начальные понятия теории множеств. Элементы и множества. Способы задания множеств. Примеры множеств. Операции над множествами (способы получения новых множеств): объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Покрытия и разбиения множества. Понятие алгебры, алгебраической операции. Алгебра подмножеств. Свойство операций (аксиомы) алгебры подмножеств. Определение кванторов всеобщности и существования.

##### **Тема 2. Отношения и функции (2 час.)**

Упорядоченная пара элементов. Прямое (декартово) произведение множеств. Упорядоченная  $n$ -ка элементов (степень множества). Определение бинарного (или двуместного) отношения, область определения и область значений отношения. Обратное отношение, композиция (произведение) отношений. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность, трихотомия. Специальные бинарные отношения: отношение эквивалентности, отношение частичного порядка, отношение полного порядка (линейный порядок), изоморфизм частично упорядоченных множеств. Определение функции как бинарного отношения. Определение инъективной функции, сюръективной функции, биективной (взаимно однозначное отображение) функции.

### **Модуль 2. Булевы функции (18 час.)**

#### **Раздел 1. Булевы функции (12 час.)**

##### **Тема 1. Системы счисления (2 час.)**

Основные понятия о системах счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления. Задача оптимального кодирования как критерий эффективности использования систем счисления в ЭВМ. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Связь 2, 8 и 16 систем счисления.

##### **Тема 2. Введение в булеву алгебру (4 час.)**

Переключательные — булевы функции. Способы задания булевых функций. Булевы функций двух переменных. Аналитический способ задания. Таблицы истинности. Операции замены переменных и суперпозиции. Порядок выполнения операций в логических выражениях. Интерпретация булевых функций: релейно – контактными схемами, элементами вычислительных машин, смысловая интерпретация.

### **Тема 3. Алгебра Буля (2 час.)**

Определение алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к СДНФ и СКНФ.

### **Тема 4. Минимизация булевых функций (4 час.)**

Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно. Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ.

## **Раздел 2. Функциональная полнота булевых функций (6 час.)**

### **Тема 1. Алгебра Жегалкина (2 час.)**

Определение функционально полных наборов. Примеры полных наборов на основе конъюнкции, дизъюнкции, отрицания. Алгебра Жегалкина. Аксиомы алгебры. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами Жегалкина.

### **Тема 2. Классы Поста (2 час.)**

Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций.

### **Тема 3. Теоремы Поста о функциональной полноте (2 час.)**

Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Примеры формирования функционально полных наборов. Шефферовые функции.

## **Модуль 3. Методы подсчета и оценивания (14 час.)**

### **Раздел 1. Комбинаторные схемы (6 час.)**

#### **Тема 1. Основные комбинаторные формулы. (4 час.)**

Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями (мультимножества), сочетания, сочетания с повторениями. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множеств. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Инверсии, обратные перестановки. Примеры использования формул.

#### **Тема 2. Принцип включения и исключения (2 час.)**

Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие. Использование формул в задачах.

## **Раздел 2. Производящие функции (8 час.)**

### **Тема 1. Производящие функции (4 час.)**

Степенные ряды. Сумма и произведение рядов. Обратный степенной ряд, условие его существования. Степенные и экспоненциальные производящие функции. Операции с производящими функциями: линейные операции, сдвиг начала влево, сдвиг начала вправо, частичные суммы, дополнительные частичные суммы, изменение масштаба, свертка. Примеры использования формул.

### **Тема 2. Линейные рекуррентные соотношения (4 час.)**

Линейные рекуррентные соотношения (уравнения), однородные и неоднородные уравнения. Обобщенный метод решения линейных однородных уравнений. Прямой метод решения однородных и неоднородных линейных рекуррентных уравнений на основе формирования производящих функций. Примеры решения задач.

## **Модуль 4. Теория графов (26 час.)**

### **Раздел 1. Теория графов (26 час.)**

#### **Тема 1. Основные понятия и определения (4 час.)**

Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Дерево, лес. Объединение и пересечение графов. Расстояние на графе, диаметр, радиус и центр графа. Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности. Понятие отношения эквивалентности.

#### **Тема 2. Поиск в глубину на графе (2 час.)**

Метод поиска в глубину (множественное описание алгоритма), как основной метод систематического исследования вершин графа. Определение отношения эквивалентности на множестве вершин. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности (множественное описание), матрица связности и достижимости

#### **Тема 3. Эйлеровы графы (2 час.)**

Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании эйлерова пути на графе. Множественное описание алгоритма. Сложность алгоритма Эйлера. Гамильтоновы цепи и циклы.

#### **Тема 4. Остовные деревья (2 час.)**

Определение остовного дерева. Связь числа вершин и ребер в дереве. Практическая значимость нахождения остовного дерева. Задача Кэли. Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева (алгоритм Краскала). Алгоритм ближайшего соседа построения минимального остовного дерева (алго-

ритм Прима). Множественное описание алгоритмов. Обоснование справедливости алгоритмов. Сложность алгоритмов построения минимального остовного дерева.

#### **Тема 5. Пути на графе (2 час.)**

Кратчайшие пути на графе. Алгоритмы определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами (алгоритм Дейкстра). Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.

#### **Тема 6. Транспортные сети (2 час.)**

Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза. Теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке по транспортной сети. Алгоритм пометок для построения максимального потока. Сложность алгоритма построения максимального потока.

#### **Тема 7. Клики, независимые множества (2 час.)**

Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер. Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество. Алгоритм порождения клик графа, множественное описание, сложность алгоритма.

#### **Тема 8. Циклы, фундаментальное множество циклов (2 час.)**

Циклическая структура графа, множество циклов графа. Линейное векторное пространство множество циклов. Фундаментальное множество циклов, DFS-базис пространства циклов. Получение фундаментального множества циклов графа относительно остовного дерева графа. Множественное описание алгоритма построения DFS-базиса циклов, сложность алгоритма.

#### **Тема 9. Листы и блоки (2 час.)**

Циклические ребра графа, разделяющие ребра (мосты) графа. Связь циклических и разделяющих ребер. Циклически–реберно связанные вершины. Листовое множество вершин, листы. Свойства листового множества вершин. Разложение графа на листовые множества и мосты. Блоки, определение. Сильно циклически связанные ребра. Свойства блокового множества. Поиск блоков в глубину. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.

#### **Тема 10. Двудольные графы (4 час.)**

Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания, множественное описание алгоритма, сложность алгоритма. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе. Теорема Ф. Холла о существовании различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом. Теорема – алгоритм решения задачи о назначениях, сложность алгоритма.

## **Тема 11. Хроматические графы (2 час.)**

Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Теорема Брукса о величине хроматического числа графа. Теорема об оптимальной раскраске графа. Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски. Диаметр, радиус и центр графа.

## **Модуль 5. Алгебраические структуры (8 час.)**

### **Раздел 1. Группы (4 час.)**

#### **Тема 1. Общее строение группы (2 час.)**

Определение алгебраической операции, группоида, группы, подгруппы, примеры групп. Гомоморфизм групп, свойства гомоморфизма. Смежные левые (правые) классы. Теорема Лагранжа. Разложение группы на непересекающиеся левые смежные классы. Нормальный делитель, фактор группа. Ядро и образ гомоморфизма – подгруппы. Ядро гомоморфизма – нормальный делитель. Прямое произведение групп. Теорема о разложении группы в прямое произведение своих подгрупп. Структура коммутативной группы.

#### **Тема 2. Циклические подгруппы (2 час.)**

Циклические группы. Порядок элемента. Структура циклической подгруппы, образующий элемент группы. Коммутативность циклической группы. Кратность порядка элемента циклической группы порядку группы. Подгруппа циклической группы является циклической. Число образующих циклической группы. Группы подстановок (перестановок).

### **Раздел 2. Элементы теории чисел (4 час.)**

#### **Тема 1. Элементы теории чисел (2 час.)**

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа. Алгоритм – решето Эратосфена для составления таблицы простых чисел. Сравнения, свойства сравнений. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов.

#### **Тема 2. Функция Эйлера (2 час.)**

Определение функции Эйлера. Свойства функции Эйлера для произведения двух чисел, для произведения простых чисел. Теорема Эйлера для функции Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона. Примеры решения задач.

## **Модуль 6. Теория кодирования (20 час.)**

### **Раздел 1. Алфавитное кодирование (4 час.)**

#### **Тема 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

Основные понятия и определения. Кодирование и декодирование. Кодированный алфавит, алфавит сообщений. Кодовые слова. Суффикс и постфикс. Определение алфавитного кода. Алфавитный код (схема кодирования). Разделимый алфавитный код. Префиксный код, делимость префиксного кода.

## **Тема 2. Неравенство Крафта–Макмиллана (2 час.)**

Необходимые и достаточные условия существования разделимой схемы алфавитного кодирования. Неравенство Крафта–Макмиллана, теорема Крафта–Макмиллана о существовании разделимой схемы алфавитного кодирования; прямая и обратные теоремы. Построение разделимой схемы алфавитного кодирования для заданных длин элементарных кодовых слов. Построение *префиксной* схемы разделимой схемы алфавитного кодирования для заданных длин элементарных кодовых слов.

### **Раздел 2. Кодирование Хаффмена (4 час.)**

#### **Тема 1. Кодирование Хаффмена (2 час.)**

Кодирование с переменной длиной кодовых слов. Вероятностное распределение букв алфавита в сообщениях. Стоимость алфавитного кода. Разделимая схема алфавитного кодирования с минимальной избыточностью — оптимальное кодирование Хаффмена. Отношения длин кодовых слов оптимального алфавитного кодирования.

#### **Тема 2. Двоичное дерево Хаффмена (2 час.)**

Двоичное дерево Хаффмена кодовых слов. Рекурсивный алгоритм построения кодовых слов по дереву Хаффмена. Вероятностная сложность (в среднем) поиска по дереву Хаффмена. Оптимальность дерева Хаффмена — наилучшая структура дерева относительно оценки среднего числа сравнений при поиске элемента (теорема Хаффмена). Оптимальный *префиксный* код Хаффмена, определение кодового дерева Хаффмена. Примеры кодирования. Сжатие данных методом Хаффмена. Практические алгоритмы сжатия данных методом Хаффмена с использованием оптимальных длин кодов. Метод Фано построения кодов, близких к оптимальным.

### **Раздел 3. Сжатие данных на основе словаря (2 час.)**

### **Раздел 4. Кодирование с исправлением ошибок (6 час.)**

#### **Тема 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

Равномерный или блочный код, блочный двоичный код. Расстояние Хемминга. Аксиомы метрики для расстояния Хемминга. Кодовое расстояние, эквидистантный блочный двоичный код. Передача данных. Ошибки канала. Число ошибок при передаче — расстояние Хемминга между исходным и переданным словом. Декодирование — восстановление исходных данных. Схема канала передачи данных. Исправление ошибок. Классы эквивалентности кодовых слов канала сообщения (искаженных слов). Декодирование кодовых слов порождающим кодовым словом класса эквивалентности. Пример кода с проверкой четности. Матричное кодирование.

## **Тема 2. Линейные коды (2 час.)**

Группа двоичных наборов с операцией сумма по модулю 2. Линейное векторное пространство двоичных наборов. Базис пространства. Линейные или групповые коды. Порождающие матрицы линейных кодов. Декодирование групповых кодов – разложение группы двоичных кодов на непересекающиеся левые смежные классы (теорема Лагранжа). Алгоритм декодирования – поиск смежного класса элемента декодирования.

## **Тема 3. Коды Хемминга. (2 час.)**

Коды Хемминга как один из классов групповых кодов. Проверочная матрица кодов, условия ее формирования, проверочные разряды (дополнительные контрольные разряды), контрольная сумма. Порождающая матрица кодов как матрица строк фундаментальной системы решений проверочной матрицы. Коды Хемминга – как коды, которые исправляют одну ошибку (теорема). Порождающая матрица кодов Хемминга для  $r$  – числа контрольных разрядов. Декодирование кодов Хемминга – обоснование на основе разложения группы кодов на левые смежные классы. Пример кодов Хемминга для  $r=3$  – число контрольных разрядов в кодовых словах. Порождающая матрица кода для  $r=3$ . Проверочная матрица кода для  $r=3$ .

## **Раздел 5. Шифрование (4 час.)**

### **Тема 1. Введение в криптографию. Основные методы и проблемы (4 час.)**

Определение шифрования (кодирование), расшифровки (декодирование), криптографии, криптоустойчивости шифра. Шифрование с помощью случайных чисел. Симметричные шифры. Криптоустойчивость симметричных шифров. Криптография с асимметричным ключом. Шифрование с открытым ключом (общее обоснование и примеры). Цифровая подпись.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (54 часа)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов. Трудоемкость практической части курса 54 часа.

### **Раздел 1. Множества и отношения (2 часов)**

#### **Занятие 1. Множества, отношения и функции (2 час.)**

Начальные понятия теории множеств. Элементы и множества. Способы задания множеств. Примеры множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Бинарное отношение, область определения и область значений отношения. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность,

транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность, трихотомия. Отношение эквивалентности, отношение частичного порядка, отношение полного порядка (линейный порядок), изоморфизм частично упорядоченных множеств. Функция инъективна, сюръективна, биективна.

## **Раздел 2. Булевы функции (8 час.)**

### **Занятие 1. Системы счисления. Введение в булеву алгебру (2 час.)**

Позиционные и непозиционные системы счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Связь 2, 8 и 16 систем счисления. Булевы функции двух переменных. Таблицы истинности. Операции замены переменных и суперпозиции. Порядок выполнения операций в логических выражениях.

### **Занятие 2. Интерпретация булевых функций (2 час.)**

Интерпретация булевых функций: релейно – контактными схемами, элементами вычислительных машин, смысловая интерпретация, задача Кислера смысловой интерпретации. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Приведение булевых функций к СДНФ и СКНФ.

### **Занятие 3. Минимизация булевых функций (2 час.)**

Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно. Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ.

### **Занятие 4. Полиномы Жегалкина. Классы Поста. Функциональная полнота (2 час.)**

Алгебра Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами Жегалкина. Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Формирование функционально полных наборов.

## **Раздел 3. Методы подсчета и оценивания (8 час.)**

### **Занятие 1. Основные комбинаторные формулы (2 час.)**

Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями (мультимножества), сочетания, сочетания с повторениями. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множеств. Бином Ньютона, полиномиальная формула.



## **Занятие 2. Принцип включения и исключения (2 час.)**

Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие. Использование формул в задачах.

## **Занятие 3. Производящие функции (2 час.)**

Степенные и экспоненциальные производящие функции. Операции с производящими функциями: линейные операции, сдвиг начала влево, сдвиг начала вправо, частичные суммы, дополнительные частичные суммы, изменение масштаба, свертка.

## **Занятие 4. Линейные рекуррентные соотношения (2 час.)**

Линейные рекуррентные соотношения (уравнения), однородные и неоднородные уравнения. Обобщенный метод решения линейных однородных уравнений. Прямой метод решения однородных и неоднородных линейных рекуррентных уравнений на основе формирования производящих функций.

## **Раздел 4. Теория графов (22 часов)**

### **Занятие 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

Определение графа. Графическое представление графов. Изоморфизм графов. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнение графа, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл. Дерево, лес. Расстояние на графе, диаметр, радиус и центр графа.

### **Занятие 2. Поиск в глубину на графе (2 час.)**

Представления графов: матрица смежности, инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности. Поиск в глубину на графе, как основной метод систематического исследования вершин графа

### **Занятие 3. Эйлеровы графы (2 час.)**

. Связные компоненты, алгоритм выделения компонент связности, матрица связности и достижимости. Эйлеровы цепи и циклы. Алгоритм поиска эйлерова пути на графе. Гамильтоновы цепи и циклы в задачах.

### **Занятие 4. Остовные деревья (2 час.)**

Практическая значимость нахождения остовного дерева. Задача Кэли. Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева (алгоритм Краскала). Алгоритм ближайшего соседа построения минимального остовного дерева (алгоритм Прима).

### **Занятие 5. Пути на графе (2 час.)**

Кратчайшие пути на графе. Алгоритмы определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами (алгоритм Дейкстры). Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.

### **Занятие 6. Транспортные сети (2 час.)**

Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза. Алгоритм пометок Форда и Фалкерсона для построения максимального потока.

### **Занятие 7. Клики, независимые множества, циклы, блоки (4 час.)**

Доминирующее множество, минимальное доминирующее множество. Независимое множество вершин, независимое множество ребер. Связь независимого и доминирующего множеств. Клика как полностью независимое множество. Циклические ребра графа, разделяющие ребра (мосты). Листовое множество вершин, листья. Блоки, сильно циклически связанные ребра. Поиск блоков в глубину (алгоритм).

### **Занятие 8. Циклическая структура графа, фундаментальное множество циклов (2 час.)**

Циклическая структура графа, фундаментальное множество циклов, DFS-базис пространства циклов. Получение фундаментального множества циклов графа относительно остовного дерева графа.

### **Занятие 9. Двудольные графы, максимальное паросочетание (2 час.)**

Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе.

### **Занятие 10. Двудольные графы, максимальное паросочетание (2 час.)**

Теорема Ф. Холла о существовании различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом. Теорема – алгоритм решения задачи о назначениях.

### **Занятие 11. Хроматические графы (2 час.)**

Хроматическое разложение вершин простого графа. Хроматическое число графа. Оптимальная раскраска графа, метод Магу. Неявная схема раскраски вершин графа, алгоритм раскраски. Диаметр, радиус и центр графа.

## **Раздел 5. Алгебраические структуры (6 час.)**

### **Занятие 1. Общее строение групп (2 час.)**

Определение алгебраической операции, группоида, группы, подгруппы, примеры групп. Гомоморфизм групп, свойства гомоморфизма. Смежные левые (правые) классы. Разложение группы на непересекающиеся левые смежные классы (теорема Лагранжа). Нормальный делитель, фактор группа. Ядро и образ гомоморфизма – подгруппы. Ядро гомоморфизма – нормальный делитель. Разложение групп в прямое произведение своих подгрупп. Структура коммутативной группы.

## **Занятие 2. Циклические группы (2 час.)**

Порядок элемента. Структура циклической подгруппы, образующий элемент группы. Коммутативность циклической группы. Кратность порядка элемента циклической группы порядку группы. Подгруппа циклической группы — циклические. Образующие циклической группы.

## **Занятие 3. Элементы теории чисел. Функция Эйлера (2 час.)**

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа. Алгоритм — решето Эратосфена для составления таблицы простых чисел. Сравнения, свойства сравнений. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов. Определение функции Эйлера. Свойства функции Эйлера Теоремы Эйлера, Ферма и Вильсона.

## **Раздел 6. Теория кодирования (8 час.)**

### **Занятие 1. Основные понятия и определения (2 час.)**

Основные понятия и определения. Кодированный алфавит, алфавит сообщений, кодовые слова, суффикс, постфикс. Определение алфавитного кода, схема кодирования. Разделимый алфавитный код. Префиксный код, делимость префиксного кода. Условия существования делимой схемы алфавитного кодирования. Неравенство Крафта–Макмиллана, теорема Крафта–Макмиллана о существовании делимой схемы алфавитного кодирования. Построение префиксной делимой схемы алфавитного кодирования для заданных длин элементарных кодовых слов.

### **Занятие 2. Кодирование Хаффмена. Двоичное дерево Хаффмена (2 час.)**

Кодирование с переменной длиной кодовых слов. Вероятностное распределение букв алфавита в сообщениях. Стоимость алфавитного кода. Делимая схема алфавитного кодирования с минимальной избыточностью — оптимальное кодирование Хаффмена. Отношения длин кодовых слов оптимального алфавитного кодирования. Двоичное дерево Хаффмена кодовых слов, построение кодовых слов по дереву Хаффмена. Сжатие данных методом Хаффмена. Сжатие данных методом Хаффмена с использованием оптимальных длин кодов. Метод Фано построения кодов, близких к оптимальным.

### **Занятие 3. Сжатие данных на основе словаря (2 час.)**

Класс методов сжатия данных на основе словаря–таблицы фрагментов, встречающихся во входном потоке несжатых данных. Сжатие данных LZ (Лемпеля–Зива) методом. Алгоритм сжатия данных. Перемешанный словарь LZ сжатия Распаковка LZ методом. Динамическое восстановление словаря фрагментов сжатия данных. Дерево словаря LZ распаковки.

#### **Занятие 4. Кодирование с исправлением ошибок. Групповые коды. Коды Хемминга (2 час.)**

Расстояние Хемминга, кодовое расстояние Передача данных. Ошибки канала. Схема канала передачи данных. Исправление ошибок. Классы эквивалентности кодовых слов канала сообщения (искаженных слов). Декодирование кодовых слов порождающим кодовым словом класса эквивалентности. Коды с проверкой четности. Матричное кодирование. Линейное векторное пространство двоичных наборов. Базис пространства. Линейные или групповые коды. Порождающие матрицы групповых кодов. Декодирование групповых кодов Коды Хемминга как один из классов групповых кодов. Проверочная матрица кодов, условия ее формирования, проверочные разряды (дополнительные контрольные разряды), контрольная сумма. Порождающая матрица кодов как матрица строк фундаментальной системы решений проверочной матрицы. Коды Хемминга – как коды, которые исправляют одну ошибку. Порождающая и проверочная матрица кодов Хемминга для  $r=3$  – числа контрольных разрядов. Декодирование кодов Хемминга.

### **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дискретная математика» представлено в [Приложении 1](#) и включает в себя: план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию; характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению; требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы; критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

## IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
<b>Первый семестр, зачет</b>					
	Булевы функции. Множества, отношения	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7). ИДЗ-1. Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 1, вопросы 1-8
			Умеет	ИДЗ-2,3 Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 1, вопросы 1-8
			Владеет	КР-1 «Булева алгебра» (ПР-2).	Зачет Типовые задачи КР 1, вопросы 9-12
2.	Методы подсчета и оценивания	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7). ИДЗ-4. Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 2 Вопросы 13-17
			Умеет	ИДЗ-5. Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 2 Вопросы 13-17
			Владеет	КР-2 «Подсчет и оценивание» (ПР-2)	Зачет Типовые задачи КР 2 Вопросы 13-17
<b>Второй семестр, экзамен</b>					
3.	Теория графов	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Экзамен Типовые задачи КР 1, вопросы 18-21
			Умеет	ИДЗ-1,2,3,4. Проверка домашнего задания (УО-1).	Экзамен Типовые задачи КР 2, вопросы 22-25
			Владеет	КР-1 «Маршруты по графу, потоки в сетях, остовные деревья» (ПР-2). КР-2 «Паросочетания, хроматические графы» (ПР-2).	Экзамен Типовые задачи КР 1,2, вопросы 26-28
4.	Алгебраические структуры	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Экзамен Типовые задачи КР 3, вопросы 29-31
			Умеет	ИДЗ-5 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экзамен Типовые задачи КР 3, вопросы 32-36
			Владеет	КР-3 «Теория групп и приложения» (ПР-2)	Экзамен Типовые задачи КР 3

Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в [Приложении 2](#).

## У. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: Наука, 2009. – 416 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:675449&theme=FEFU>
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2006. – 176 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:250621&theme=FEFU>
3. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>
4. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2007. – 364 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:247243&theme=FEFU>
5. Иванов Б.Н. Дискретная математика. – М: Физматлит, 2007. – 407 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59461](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59461)  
(Дата обращения 20.07.2015).
6. Кузнецов В.П. Дискретная математика. – М.: Лань, 2009. – 400 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220)  
(Дата обращения 20.07.2015).
7. Редькин Н.П. Дискретная математика. – М.: Физматлит, 2009. – 264 с. [Электронная библиотечная система издательства «Лань»]:  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2293](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2293) (Дата обращения 20.07.2015).

### Дополнительная литература:

1. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика. Группы. Графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 376 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:3698&theme=FEFU>
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1972 – 176 с.. [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Vinogradov1972ru.djvu> (Дата обращения 12.05.2014).
3. Горбатов В.А. Дискретная математика. – М.: Издательская группа АСТ, 2003. – 447 с.
4. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. – М.: МАИ, 1992. – 262 с.
5. Сборник задач по дискретной математике //Алексеев В. Е., Киселева Л. Г., Смирнова Т. Г. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. –80 с.

6. Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1980. – 336 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:43012&theme=FEFU>
7. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Высшая школа, 2008. – 384 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:275963&theme=FEFU>
8. Миано Дж. Сжатие изображений в действии. Форматы и алгоритмы. //Учебное пособие. – М.: Издательство Триумф, 2003. – 336 с.
9. Яблонский С.В., Гаврилов Г.П., Кудрявцев В.Б. Функции алгебры логики и классы Поста. – М.: Наука, 1966 . – 120 с. [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/YablonskijGavrilovKudryavcev.pdf> (Дата обращения 12.05.2014).
10. Оре О. Графы и их применение. – М.: Мир, 1965. – 175 с. [Электронный ресурс]: URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ore1965ru.djvu> (Дата обращения 12.05.2014).

#### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://window.edu.ru/resource/360/60360> Домнин Л.Н. Элементы теории графов: Учебное пособие. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2007. - 144 с.
2. <http://window.edu.ru/resource/379/65379> Булгакова И.Н., Федотенко Г.Ф. Дискретная математика. Элементы теории задачи и упражнения: Учебное пособие. Часть 1. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. - 61 с.
3. <http://window.edu.ru/resource/283/65283> Корнилов П.А., Никулина Н.И., Семенова О.Г. Элементы дискретной математики: Учебное пособие. - Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2005. - 91 с.
4. <http://window.edu.ru/resource/884/70884> Зыков А.А. Основы теории графов. - М: Вузовская книга, 2004. - 664 с. ISBN/ISSN:5-9502-0057-8
5. <http://window.edu.ru/resource/869/44869> Ерош И.Л., Сергеев М.Б., Соловьев Н.В. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов. - СПб.: ГУАП, 2005. - 142 с.
6. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> Учебники и другие книги по математике (EqWorld). [Электронный ресурс]

#### **Перечень информационных технологий и программного обеспечения**

Для данного курса «Дискретная математика» создан полный ЭУК в интегрированной платформе электронного обучения Blackboard ДВФУ — идентификатора курса [FU50708-02.03.03-DM-01: Дискретная математика.](#)

#### **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методические указания для успешного освоения рассматриваемой дисциплины (как и любой другой) заключаются в следующем.

1. Стопроцентное (или близкое к нему) посещение лекционных и практических занятий.
2. Вести конспект лекций и практических занятий.
3. Своевременное (не откладывать и не собирать все в конец семестра) решение индивидуальных домашних заданий.
4. Посещение консультаций, в случае каких-либо сомнений в знании текущего материала.
5. Периодически (лучше перед предстоящими занятиями) пытаться читать лекционный материал, пересматривать практические занятия.

По данному курсу изданы пособия:

1. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с. [[Иванов, 2011](#)] (пособие в печатном виде в свободном доступе в библиотеке ДВФУ, 25 экземпляров) <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>.
2. Иванов Б.Н. Материалы для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дискретная математика». Разделы «Математическая логика и Комбинаторные схемы» // Учебное электронное издание для студентов направления подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» г. Владивосток, Дальневосточный федеральный университет, 2014 (Зарегистрировано 23.12.2014 года) [https://bb.dvfu.ru/bbcswebdav/pid-126770-dt-content-rid-426605\\_1/courses/FU50708-02.03.03-DM-01/IDZ-1.pdf](https://bb.dvfu.ru/bbcswebdav/pid-126770-dt-content-rid-426605_1/courses/FU50708-02.03.03-DM-01/IDZ-1.pdf)

## **VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Необходима аудитория с доской, достаточного размера, на которой можно писать маркером или мелом при чтении лекционного материала и проведения практических занятий.





МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

---

ШКОЛА БИОМЕДИЦИНЫ НАУК ДВФУ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Дискретная математика»  
Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем  
профиль: «Технология программирования»**

**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**

**2015**

В течение 2 семестров студенты выполняют индивидуальные задания по различным разделам курса.

### Задания 1 семестра

1. Системы счисления
2. Булевы функции
3. Минимизация булевых функций
4. Полнота булевых функций
5. Комбинаторные формулы
6. Линейные рекуррентные соотношения

### Задания 2 семестра

1. Маршруты на графе
2. Остовные деревья
3. Потоки в сетях
4. Хроматические графы
5. Листовые множества
6. Мосты, блоковые множества
7. Эйлеровы графы
8. Теория групп и приложения
9. Оптимальный код Хаффмена, дерево Хаффмена
10. Алфавитный код Хаффмена
11. Сжатие LZ – методом

### План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Сроки выполнения (номера учебных недель)	Вид самостоятельной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
<b>Первый семестр 36/18</b>				
1.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	3	Экспресс-опрос
2.	1-4	ИДЗ «Системы счисления, булевы функции»	3	Защита ИДЗ
3.	5-7	ИДЗ «Минимизация булевых функций»	3	Защита ИДЗ
4.	8-10	ИДЗ «Полнота булевых функций»	3	Защита ИДЗ
5.	11-13	ИДЗ «Комбинаторные схемы»	3	Защита ИДЗ
6.	14-17	ИДЗ «Линейные рекуррентные соотношения»	3	Защита ИДЗ
7.	18	Подготовка к зачету	27	Прием зачета
<b>Второй семестр 54/36</b>				
8.	1-18	Подготовка к практическим занятиям	8	Экспресс-опрос
9.	1-3	ИДЗ «Маршруты на графе, остовные деревья»	8	Защита ИДЗ
10.	4-6	ИДЗ «Потоки в сетях»	8	Защита ИДЗ
11.	7-9	ИДЗ «Хроматические графы»	8	Защита ИДЗ
12.	10-12	ИДЗ «Листовые множества, мосты, блоковые множества, эйлеровы графы»	8	Защита ИДЗ
13.	13-15	ИДЗ «Теория групп и приложения»	7	Защита ИДЗ
14.	16-18	ИДЗ «Оптимальный код Хаффмена, дерево Хаффмена, сжатие LZ – методом»	7	Защита ИДЗ
15.	Сессия	Подготовка к экзамену	27	Прием экзамена

Сроки выдачи индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) привязываются ко времени изучения соответствующего материала на лекциях и практических занятиях. Решения типовых задач и упражнений ИДЗ рассматриваются на практических занятиях. Решенные задачи ИДЗ (любое их количество) сдаются на проверку. Сдавать можно повторно и многократно. Важно решить все задачи, так как каждая из них соответствует знанию определенного материала курса.

Защита ИДЗ состоит в проверке самостоятельности решенных задач. С этой целью предлагается решить 1-3 типовые задачи равносильные задачам ИДЗ (или объяснить способ, метод, прием и т.д., использованный для решения какой-либо из задач).

### **Критерии оценки**

Решение задач ИДЗ и его защита оцениваются по сто-бальной шкале. Без защиты оценка за ИДЗ не выставляется. Количество баллов за ИДЗ выставляется пропорционально числу решенных и защищенных задач ИДЗ. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл оценки зачета/экзамена.

Приведенные ниже комплекты вариантов задач для самостоятельного решения охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения заданий необходимо изучить соответствующие материалы лекционного курса и материалы практических занятий.

## Комплект индивидуальных домашних заданий

### Тема: «Булева алгебра: системы счисления, булевы функции, минимизация булевых функций, полнота булевых функций».

Вариант 1.

*Системы счисления.*

*Булевы функции.*

*Минимизация булевых функций.*

*Полнота булевых функций.*

1. Выполнить перевод чисел  
 $861_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  
 $0.279_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
2. Составить таблицу истинности  
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$ .
3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
  - 2).  $\bar{x}y\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$ .
4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}yzw\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}w\bar{x}\bar{y}\bar{z}w\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w}\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
5.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, x \vee y, 1\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, x \rightarrow \bar{y}z\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ . б).  $f = xy(x \oplus y)$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y) \rightarrow \bar{x} \cdot \bar{z} \rightarrow (y \rightarrow z)$ . б).  $f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{2n+1} \oplus 1$ .
6. Доказать формулы
  - 1).  $\neg A, A \vdash B$ .
  - 2).  $\vdash A \supset A$ .
  - 3).  $D \supset F, E, (C \supset B) \supset A \vdash (A \supset (E \supset D)) \supset (E \supset (C \vee F))$ .

Вариант 2.

Системы счисления.

Булевы функции.

Минимизация булевых функций.

Полнота булевых функций.

1. Выполнить перевод чисел

$$769_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

$$0.492_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

2. Составить таблицу истинности

$$f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y.$$

3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе

$$1). x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z}.$$

$$2). \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}.$$

4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна

$$1). \bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}yzw\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}.$$

$$2). \bar{x}yz\bar{w}\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}\bar{y}z\bar{w}\bar{x}yz\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}.$$

$$3). \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yz\bar{w} \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w}.$$

5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .

$$\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}.$$

2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?

$$\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}.$$

3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?

$$a). f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z. \quad b). f = x \leftrightarrow (y \leftrightarrow x).$$

4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?

$$a). f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \rightarrow z. \quad b). f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_{2n} \oplus 1.$$

6. Доказать формулы

$$1). \neg B \supset \neg A \vdash B \supset A.$$

$$2). \vdash \neg A \supset (A \supset B).$$

$$3). C \vee D, D \supset B, B \vee D \vdash (C \supset (B \supset A)) \supset ((D \supset C) \supset A).$$

В а р и а н т 3.

Системы счисления.

Булевы функции.

Минимизация булевых функций.

Полнота булевых функций.

1. Выполнить перевод чисел

$$318_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

$$0.991_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

2. Составить таблицу истинности

$$f(x, y, z) = x \oplus \neg(xz) | \neg(xy) \sim y.$$

3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе

$$1). xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}.$$

$$2). \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}.$$

4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна

$$1). \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}.$$

$$2). x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}.$$

$$3). \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yz\bar{w} \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w}.$$

5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .

$$\sigma = \{x \sim y, x \vee y, 0\}.$$

2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?

$$\sigma = \{x \rightarrow y, \neg(x \oplus y \oplus z)\}.$$

3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?

$$a). f = x \rightarrow (x \rightarrow y). \quad b). f = xy \vee yz \vee zx \rightarrow z.$$

4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?

$$a). f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \sim z. \quad b). f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_n \oplus 1.$$

6. Доказать формулы

$$1). A \wedge B \supset C \vdash A \supset (B \supset C).$$

$$2). A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C.$$

$$3). \vdash (A \supset (\neg B \supset C)) \supset (\neg B \supset (A \supset C)).$$

В а р и а н т 4.

Системы счисления.

Булевы функции.

Минимизация булевых функций.

Полнота булевых функций.

1. Выполнить перевод чисел

$$869_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

$$0.971_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

2. Составить таблицу истинности

$$f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z.$$

3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе

$$1). xy\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z}.$$

$$2). \bar{x}y\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}.$$

4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна

$$1). xyzw \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}zw \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}.$$

$$2). xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w}.$$

$$3). y\bar{z}\bar{w} \vee xyz \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w.$$

5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .

$$\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}.$$

2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?

$$\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}.$$

3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?

$$a). f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z. \quad b). f = x \leftrightarrow (y \leftrightarrow x).$$

4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?

$$a). f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \rightarrow z. \quad b). f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_{2n} \oplus 1.$$

6. Доказать формулы

$$1). A \supset (B \supset C) \vdash B \supset (A \supset C).$$

$$2). \vdash ((A \supset B) \wedge \neg B) \supset \neg A.$$

$$3). \neg A \supset C, C \supset B, \neg D \vee A, \vdash (A \supset B) \supset ((B \supset D) \supset B).$$

Вариант 5.

Системы счисления.

Булевы функции.

Минимизация булевых функций.

Полнота булевых функций.

1. Выполнить перевод чисел

$$833_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

$$0.372_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

2. Составить таблицу истинности

$$f(x, y, z) = x \vee x \oplus z | \neg(x \oplus y) \oplus y.$$

3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе

$$1). x y \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} \vee \bar{x} y z \vee x y z \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z}.$$

$$2). x \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} \vee x y \bar{z} \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} z.$$

4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна

$$1). \bar{x} y z \bar{w} \vee \bar{x} \bar{y} z \bar{w} \vee x \bar{y} z w \vee \bar{x} y z w \vee \bar{x} \bar{y} z w \vee x \bar{y} \bar{z} w \vee \bar{x} y \bar{z} w \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} w.$$

$$2). x \bar{y} z \bar{w} \vee \bar{x} y z \bar{w} \vee \bar{x} \bar{y} z \bar{w} \vee \bar{x} y z w \vee x y \bar{z} w \vee x \bar{y} \bar{z} w \vee x y \bar{z} w \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} w.$$

$$3). \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x y z \vee \bar{x} \bar{z} \bar{w} \vee y z w \vee x z \bar{w} \vee x \bar{y} \bar{w} \vee \bar{x} \bar{y} z w \vee \bar{x} y z \bar{w}.$$

5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .

$$\sigma = \{ x \oplus y, x \vee y, 1 \}.$$

2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?

$$\sigma = \{ x \rightarrow y, x \rightarrow \bar{y} z \}.$$

3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?

$$a). f = x \rightarrow (y \rightarrow x). \quad b). f = xy(x \oplus y).$$

4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?

$$a). f = (x \rightarrow y) \rightarrow \bar{x} \cdot \bar{z} \rightarrow (y \rightarrow z). \quad b). f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{2n+1} \oplus 1.$$

6. Доказать формулы

$$1). A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C.$$

$$2). \vdash \neg A \supset (A \supset B).$$

$$3). A \supset C, C \sim D \vdash (A \sim B) \supset (\neg B \vee D).$$



**Вариант 6.**

*Системы счисления.*

*Булевы функции.*

*Минимизация булевых функций.*

*Полнота булевых функций.*

1. Выполнить перевод чисел

$$357_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

$$0.871_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}.$$

2. Составить таблицу истинности

$$f(x, y, z) = \neg(x \oplus y) \vee \neg(\neg(z) \downarrow x|z).$$

3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе

$$1). \bar{x}y\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}.$$

$$2). \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}.$$

4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна

$$1). \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w.$$

$$2). x\bar{y}z\bar{w} \vee xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w.$$

$$3). yz\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w.$$

5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .

$$\sigma = \{x \sim y, xy, 0\}.$$

2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?

$$\sigma = \{x \nrightarrow y, x \nrightarrow \bar{y}z\}.$$

3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?

$$a). f = xy(x \oplus y). \quad b). f = x \nrightarrow (x \nrightarrow y).$$

4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?

$$a). f = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}. \quad b). f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{n+1}.$$

6. Доказать формулы

$$1). A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C.$$

$$2). \vdash \neg A \supset (A \supset B).$$

$$3). A \supset C, C \sim D \vdash (A \sim B) \supset (\neg B \vee D).$$

## Комплект индивидуальных домашних заданий

### Тема: «Подсчет и оценивание: комбинаторные схемы, линейные рекуррентные соотношения».

#### Вариант 1.

*Комбинаторные схемы.*

*Линейные рекуррентные соотношения.*

#### 1. Номера задач по комбинаторным схемам.

6 8 10 13 14 19  
23 28 29 32 33 36  
44 47 50 54 55 58  
63 64 66 73 74 80  
82 85 89 91 98 99  
102 105 108 112 118 119

#### 2. Решить линейные рекуррентные соотношения.

1).  $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 0, u_0 = 0, u_1 = 1$

2).  $u_{n+2} + 6u_{n+1} + 9u_n = -2, u_0 = -2, u_1 = 1$

#### Вариант 2.

*Комбинаторные схемы.*

*Линейные рекуррентные соотношения.*

#### 1. Номера задач по комбинаторным схемам.

2 3 10 16 17 19  
21 25 26 31 38 39  
44 49 50 55 58 60  
63 66 70 71 74 77  
86 87 90 95 98 99  
102 106 109 114 116 117

#### 2. Решить линейные рекуррентные соотношения.

1).  $u_{n+2} + 3u_{n+1} + 2u_n = 0, u_0 = 1, u_1 = 3$

2).  $u_{n+2} + 5u_{n+1} + 6u_n = -1, u_0 = -1, u_1 = 2$

#### Вариант 3.

*Комбинаторные схемы.*

*Линейные рекуррентные соотношения.*

#### 1. Номера задач по комбинаторным схемам.

4 6 10 15 17 18  
21 25 30 34 35 40  
42 44 47 53 54 58  
64 68 70 78 79 80  
82 83 90 93 95 96  
103 104 106 111 112 118

#### 2. Решить линейные рекуррентные соотношения.

1).  $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 2$

2).  $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 1, u_0 = 0, u_1 = 1$

Номера задач по комбинаторным схемам (задание 1) выбираются из учебного пособия [\[Иванов, 2011\]](#)

#### Вариант 4.

*Комбинаторные схемы.*

*Линейные рекуррентные соотношения.*

1. Номера задач по комбинаторным схемам.

1 3 4 11 15 16  
25 26 27 31 35 39  
41 45 49 51 52 56  
62 65 69 75 76 77  
81 84 87 92 94 95  
101 103 109 113 114 117

2. Решить линейные рекуррентные соотношения.

1).  $u_{n+2} - u_{n+1} - 2u_n = 0$ ,  $u_0 = -2, u_1 = 1$

2).  $u_{n+2} + 2u_{n+1} - 3u_n = 2$ ,  $u_0 = 1, u_1 = 3$

#### Вариант 5.

*Комбинаторные схемы.*

*Линейные рекуррентные соотношения.*

1. Номера задач по комбинаторным схемам.

1 6 10 11 17 19  
23 24 28 32 36 37  
44 45 46 52 57 59  
61 62 68 72 75 78  
82 86 89 91 95 98  
105 107 108 112 113 116

2. Решить линейные рекуррентные соотношения.

1).  $u_{n+2} - 2u_{n+1} - 3u_n = 0$ ,  $u_0 = -1, u_1 = 2$

2).  $u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = -2$ ,  $u_0 = -2, u_1 = 2$

#### Вариант 6.

*Комбинаторные схемы.*

*Линейные рекуррентные соотношения.*

1. Номера задач по комбинаторным схемам.

2 8 9 13 14 19  
23 24 28 33 38 39  
45 46 48 51 55 60  
62 67 69 72 74 77  
81 84 88 92 98 99  
102 105 107 116 119 120

2. Решить линейные рекуррентные соотношения.

1).  $u_{n+2} + u_{n+1} - 6u_n = 0$ ,  $u_0 = 0, u_1 = 1$

2).  $u_{n+2} + 5u_{n+1} + 6u_n = -1$ ,  $u_0 = -2, u_1 = 1$

Номера задач по комбинаторным схемам (задание 1) выбираются из учебного пособия [\[Иванов, 2011\]](#)

## Комплект индивидуальных домашних заданий

**Тема: «Теория графов: маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, хроматические графы, листовые множества, мосты, блоковые множества, эйлеровы графы».**

### Вариант 1.

*ИДЗ — Теория графов*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.  
Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

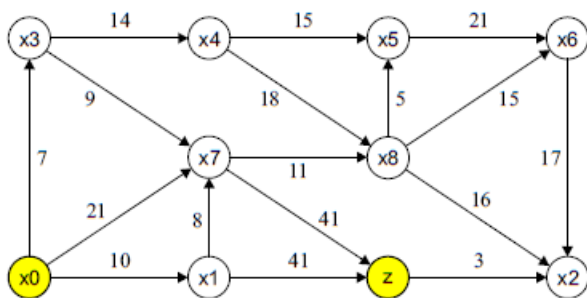


Рис. 1

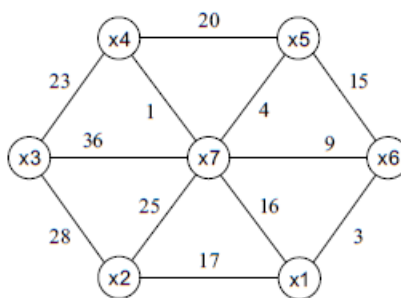


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).  
Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

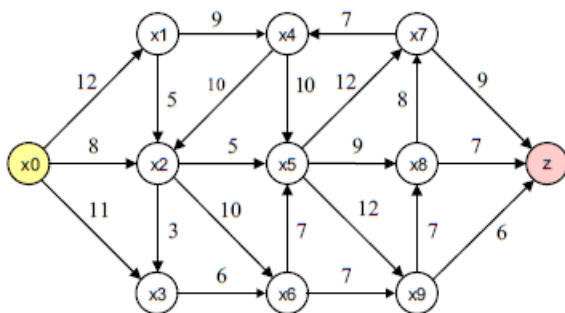


Рис. 3

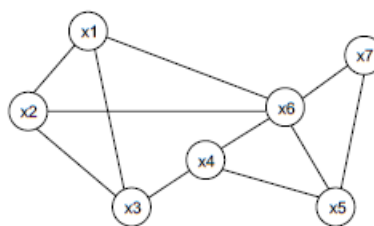


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4, как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

## Вариант 2.

### ИДЗ — Теория графов

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

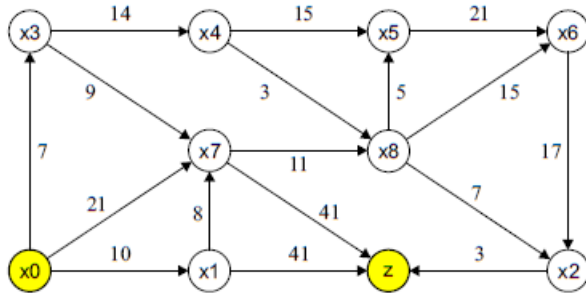


Рис. 1

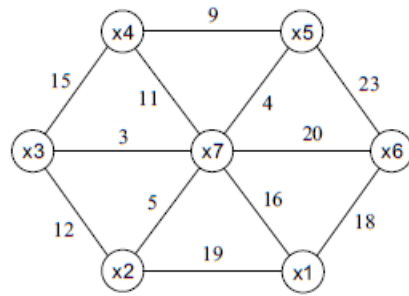


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

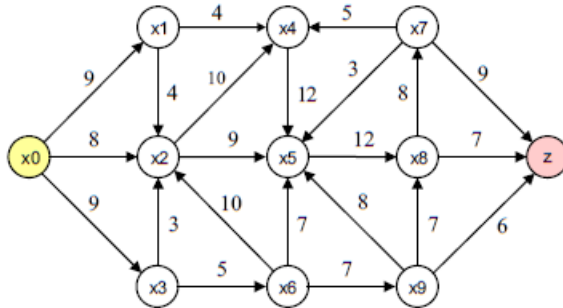


Рис. 3

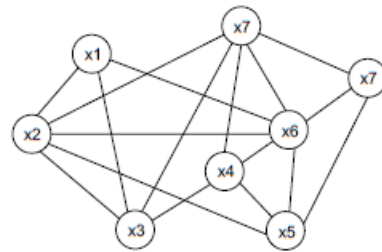


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

### Вариант 3.

#### ИДЗ — Теория графов

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

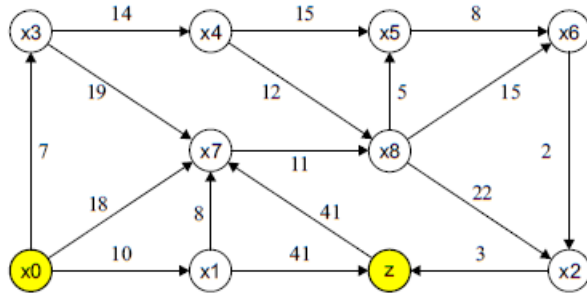


Рис. 1

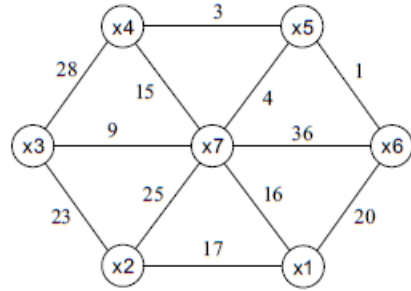


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листьев (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

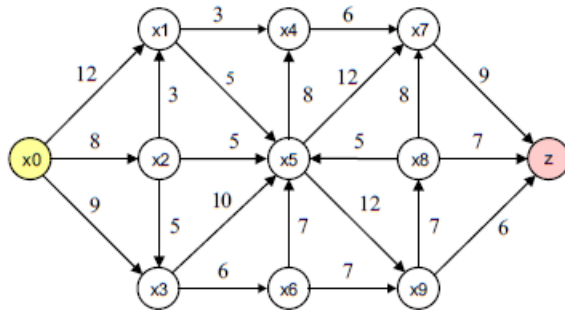


Рис. 3

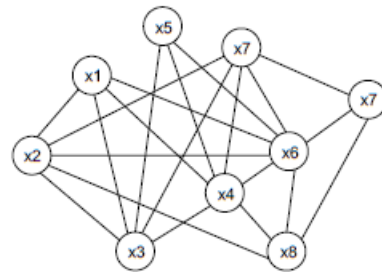


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) постройте эйлеров путь.



### Вариант 4.

#### ИДЗ — Теория графов

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

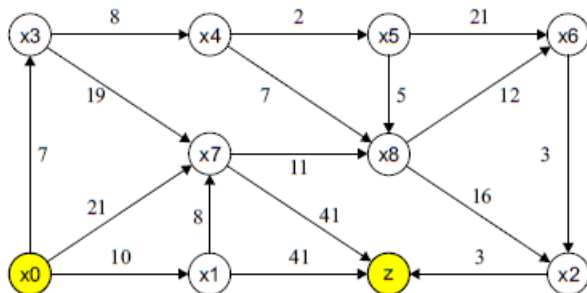


Рис. 1

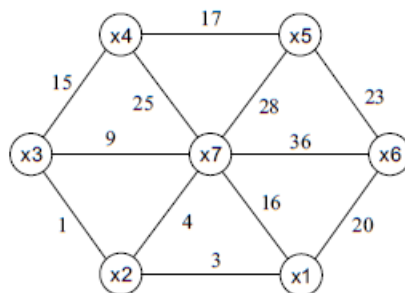


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листьев (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

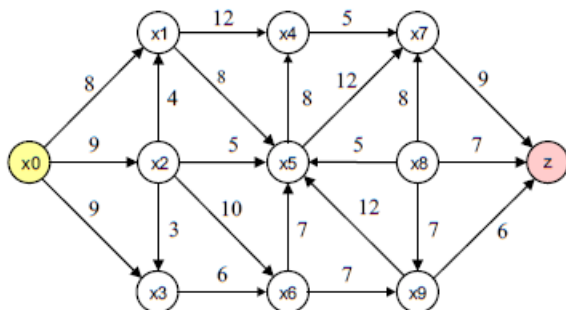


Рис. 3

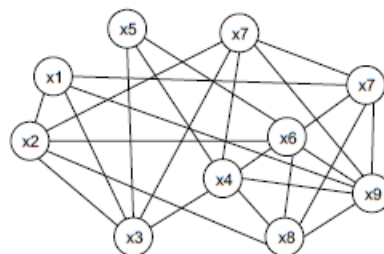


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

### Вариант 5.

ИДЗ — Теория графов

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

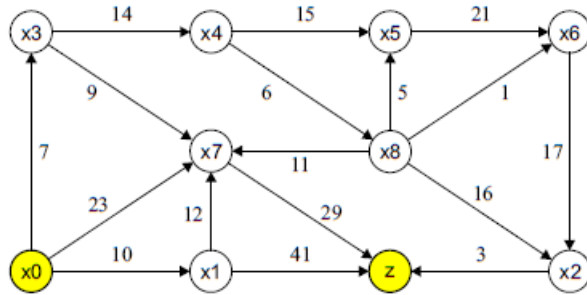


Рис. 1

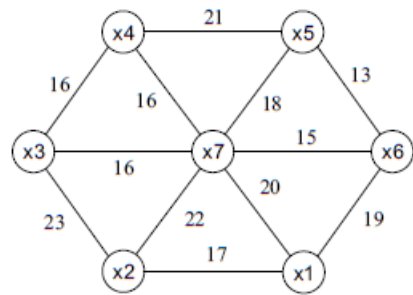


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

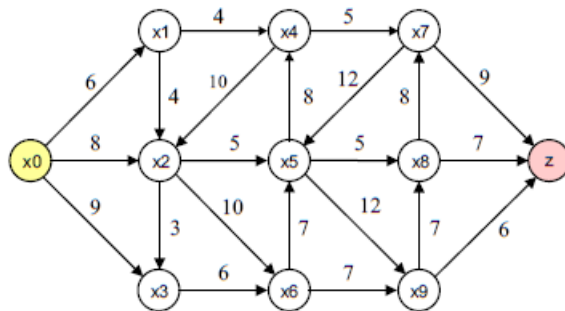


Рис. 3

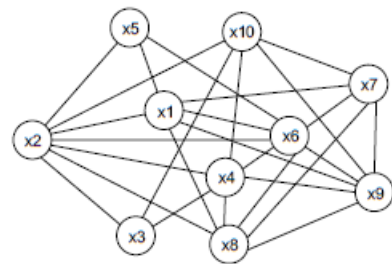


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4, как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.



### Вариант 6.

#### ИДЗ — Теория графов

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстра.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

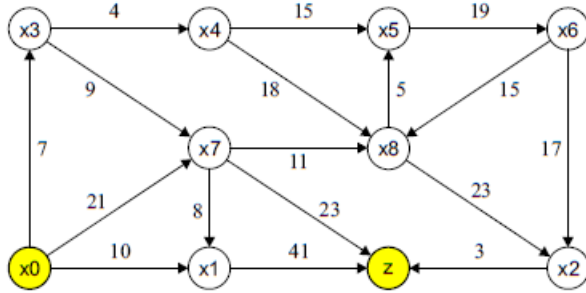


Рис. 1

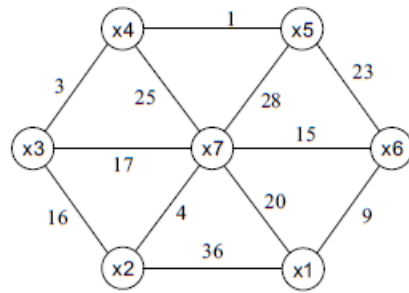


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

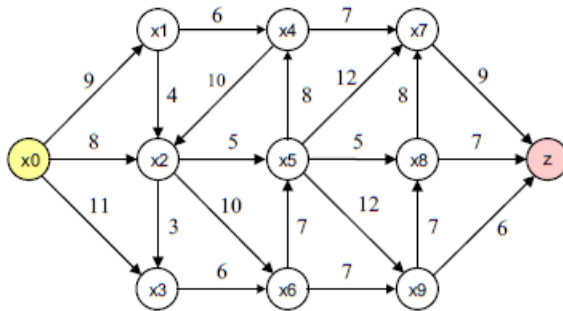


Рис. 3

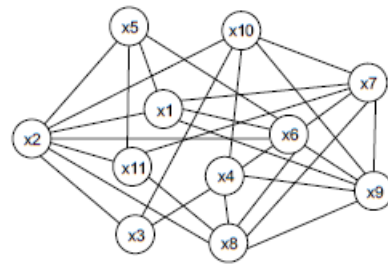


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4, как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

## Комплект индивидуальных домашних заданий

### Тема: «Теория групп и приложения»

Вариант 1.

*ИДЗ — Теория групп и приложения*

1. Показать, что  $G_1 = \{n \mid n \in \mathbb{Z}\}$  — группа с операцией сложения чисел, где  $\mathbb{Z}$  — множество целых чисел;
2. Пусть  $G_1, G_2$  — группы и отображение  $f : G_1 \rightarrow G_2$  — гомоморфизм. Показать, что ядро и образ гомоморфизма являются подгруппами.
3. Найти порядок группы, порожденной подстановкой  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .
4. Показать, что циклическая группа — коммутативна.
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 1375 и 30.

Вариант 2.

*ИДЗ — Теория групп и приложения*

1. Показать, что  $G_5$  — множество ортогональных матриц порядка  $n$  является группой с операцией умножения матриц;
2. Пусть  $M$  подмножество группы  $G$  и  $\forall a, b \in M$  выполняется  $ab^{-1} \in M$ . Показать, что  $M$  — подгруппа.
3. Пусть  $H \subset S_4$ , где  $S_4$  — симметрическая группа. Будет ли  $H$  подгруппой в следующих случаях:  
 $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ ;
4. Пусть  $G$  — группа. Показать, что  $\forall g \in G$  найдется такое целое  $k$ , что  $g^k = e$ .
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 2370 и 45.

Вариант 3.

*ИДЗ — Теория групп и приложения*

1. Показать, что  $G_6 = \{1, -1\}$  — группа с операцией умножения чисел;
2. Пусть  $G_1 = \{x \in \mathbb{R}^+\}$  и  $G_2 = \{x \in \mathbb{R}\}$ , где  $\mathbb{R}^+$  — положительные вещественные числа,  $\mathbb{R}$  — вещественные числа. Показать, что  $G_1$  — группа с операцией умножения,  $G_2$  — группа с операцией сложения. Рассмотрим отображение  $\varphi : G_1 \rightarrow G_2$  такое, что  $\forall x \in G_1 \varphi(x) = \ln(x) \in G_2$ . Показать, что  $\varphi$  — изоморфизм групп.
3. Пусть  $H \subset S_4$ , где  $S_4$  — симметрическая группа. Будет ли  $H$  подгруппой в следующих случаях:  
 $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}$ .
4. Показать, что число образующих циклической группы  $G = \{g, g^2, \dots, g^n = e\}$  равно значению функции Эйлера  $\varphi(n)$  — количество чисел из множества  $\{1, 2, \dots, n-1\}$  взаимно простых с  $n$ .
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 3635 и 115.

**Вариант 4.**

*ИДЗ — Теория групп и приложения*

1. Показать, что  $G_4$  — множество квадратных матриц порядка  $n$ , определитель которых не равен нулю, является группой с операцией умножения матриц;
2. Пусть  $G$  — группа и  $r \in G$  — фиксированный элемент. Определим отображение  $\varphi : G \rightarrow G$  формулой  $\forall g \in G \varphi(g) = r^{-1}gr$ . Докажите, что  $\varphi$  — изоморфизм группы на себя.
3. Пусть  $G$  — циклическая группа,  $|G| = m$ . Показать, что число образующих группы равно  $\varphi(m)$  — функция Эйлера.
4. Показать, что  $G_7$  — множество рациональных чисел является группой относительно операций сложения и умножения (без нуля);
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 2535 и 125.

**Вариант 5.**

*ИДЗ — Теория групп и приложения*

1. Показать, что  $G_3 = \{2^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$  — группа с операцией умножения чисел;
2. Докажите, что если порядок группы  $G$  равен  $2n$  и  $H$  — подгруппа порядка  $n$  группы  $G$ , то  $H$  — ее нормальный делитель.
3. Пусть  $G$  — циклическая группа. Показать, что элементы группы одинакового порядка являются образующими одной и той же подгруппы  $H \subseteq G$ .
4. Показать, что  $G_8$  — множество вещественных чисел является группой относительно операцией сложения и умножения (без нуля).
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 5575 и 325.

**Вариант 6.**

*ИДЗ — Теория групп и приложения*

1. Показать, что  $G_2 = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$  — группа с операцией сложения чисел;
2. Доказать, что если в квадратной матрице порядка  $n$  содержится нулевая подматрица размера  $r \times s$  и  $r + s > n$ , то определитель матрицы равен нулю.
3. Пусть  $G$  — группа порядка  $|G| = p$ ,  $p$  — простое число. Показать, что  $G$  — циклическая группа.
4. Определить множество левых и правых смежных классов симметрической группы  $S_3$  по подгруппе  $H$ , где  $H$  — циклическая подгруппа с образующим элементом  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Доказать что  $H$  — нормальный делитель.
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 4525 и 345.

## Комплект индивидуальных домашних заданий

**Тема: «Теория кодирования: оптимальный код Хаффмена, дерево Хаффмена, алфавитный код Хаффмена, сжатие LZ – методом».**

**Вариант 1.**

*ИДЗ – Теория кодирования*

1. Данные входного потока:  
hbhdfbabbbdfhhchbadhbfaaa  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
1001111101111101111100001101001  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
hbhdfbabbbdfhhchbadhbfaaa  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

**Вариант 2.**

*ИДЗ – Теория кодирования*

1. Данные входного потока:  
cdhchbdaafaadhddhhcdhbfhdc  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
001011111111100011111101100111000  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
cdhchbdaafaadhddhhcdhbfhdc  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

**Вариант 3.**

**ИДЗ — Теория кодирования**

1. Данные входного потока:  
cahdhaahdhcbbcbdbhabfabdсс  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
0010111111111100011111101100111000  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
cahdhaahdhcbbcbdbhabfabdсс  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

**Вариант 4.**

**ИДЗ — Теория кодирования**

1. Данные входного потока:  
cabadbacbdhadfhhbcffacdaa  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
0110000111110001110111011111101  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
cabadbacbdhadfhhbcffacdaa  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.



**Вариант 5.**

**ИДЗ — Теория кодирования**

1. Данные входного потока:  
abbaachdbdahbcdhafahfaaacah  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
100110111110110101111100011111001111  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
abbaachdbdahbcdhafahfaaacah  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

**Вариант 6.**

**ИДЗ — Теория кодирования**

1. Данные входного потока:  
dcbfhhddffhfcbbccbhcbbffa  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
10101111111011100111111110110010000  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
dcbfhhddffhfcbbccbhcbbffa  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДВФУ)

---

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДВФУ**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине «Дискретная математика»**  
**Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и**  
**администрирование информационных систем**  
**профиль: «Технология программирования»**

**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**

**2015**

## Паспорт ФОС

Коды и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК-2 — способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса; практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса; взаимосвязь разделов курса с другими дисциплинами.
	Умеет	практически решать стандартные задачи курса, применять методы дискретной математики при решении профессиональных задач; доказывать утверждения, строить модели объектов, понятий, определений и содержательно их интерпретировать; применять полученные знания в других дисциплинах.
	Владеет	современным математическим аппаратом и инструментарием дискретной математики для решения математических задач в своей предметной области, в том числе, реализуемыми с помощью компьютерной техники; владеет навыками алгоритмизации и моделированием прикладных задач с привлечением методов дискретной математики.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций	Оценочные средства – наименование		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
<b>Первый семестр, зачет</b>					
	Булевы функции. Множества, отношения	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7). ИДЗ-1. Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 1, вопросы 1-8
			Умеет	ИДЗ-2,3 Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 1, вопросы 1-8
			Владеет	КР-1 «Булева алгебра» (ПР-2).	Зачет Типовые задачи КР 1, вопросы 9-12
2.	Методы подсчета и оценивания	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7). ИДЗ-4. Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 2 Вопросы 13-17
			Умеет	ИДЗ-5. Проверка домашнего задания (УО-1)	Зачет Типовые задачи КР 2 Вопросы 13-17
			Владеет	КР-2 «Подсчет и оценивание» (ПР-2)	Зачет Типовые задачи КР 2 Вопросы 13-17
<b>Второй семестр, экзамен</b>					
3.	Теория графов	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Экзамен Типовые задачи КР 1, вопросы 18-21
			Умеет	ИДЗ-1,2,3,4. Проверка домашнего задания (УО-1).	Экзамен Типовые задачи КР 2, вопросы 22-25



			Владеет	КР-1 «Маршруты по графу, потоки в сетях, остовные деревья» (ПР-2). КР-2 «Паросочетания, хроматические графы» (ПР-2).	Экзамен Типовые задачи КР 1,2, вопросы 26-28
4.	Алгебраические структуры	ОПК-2	Знает	Наличие конспектов лекций и практических занятий (ПР-7).	Экзамен Типовые задачи КР 3, вопросы 29-31
			Умеет	ИДЗ-5 Проверка домашнего задания (УО-1)	Экзамен Типовые задачи КР 3, вопросы 32-36
			Владеет	КР-3 «Теория групп и приложения» (ПР-2)	Экзамен Типовые задачи КР 3

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК-2 — способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики		на достаточно хорошем уровне теоретические основы курса; практические подходы и приемы решения задач по всем разделам курса; взаимосвязь разделов курса с другими дисциплинами.	Знание всех определений и основных понятий, знание основных теорем	Способность дать формулировки определений, теорем, способность провести доказательства теорем
		практически решать стандартные задачи курса, применять методы дискретной математики при решении профессиональных задач; доказывать утверждения, строить модели объектов, понятий, определений и содержательно их интерпретировать; применять полученные знания в других дисциплинах.	Умение использовать необходимые формулы при решении задач, умение использовать необходимые теоремы при доказательстве, умение применять необходимый математический аппарат при построении моделей	Способность применить необходимые математические знания, способность пояснить полученные результаты
		современным математическим аппаратом и инструментарием дис-	Владение математическим аппаратом при построении моделей в	Способность обосновать используемый аппарат в своей предметной области
	знает (пороговый уровень)			
	умеет (продвинутый)			
	владеет (высокий)			

		кретной математики для решения математических задач в своей предметной области, в том числе, реализуемыми с помощью компьютерной техники; владеет навыками алгоритмизации и моделированием прикладных задач с привлечением методов дискретной математики.	своей предметной области	
--	--	---	--------------------------	--

### **Оценочные средства для промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине «Дискретная математика» проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Промежуточная аттестация и текущий контроль по дисциплине осуществляется с использованием бально-рейтинговой системы.

По дисциплине «Дискретная математика» учебным планом предусмотрены зачет в третьем и экзамен в четвёртом семестрах.

#### **Вопросы для зачета (первый семестр)**

(лекции 36 часов, практических занятий 18 часов)

##### **Раздел «Множества и отношения»**

1. Операции над множествами: объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Покрытия и разбиения множества.
2. Задача оптимального кодирования как критерий эффективности использования систем счисления в ЭВМ. Перевод чисел из одной системы счисления в другую. Связь 2, 8 и 16 систем счисления.

##### **Раздел «Булевы функции»**

3. Таблицы истинности булевых функции. Операции замены переменных и суперпозиции. Приоритет операций (булевых функций) в логических выражениях. Интерпретация булевых функций: релейно–контактными схемами, элементами вычислительных машин, смысловая интерпретация.

4. Алгебра Буля. Операции алгебры Буля. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций.
5. Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Теоремы о приведении булевых функций к СДНФ и СКНФ. Способы приведения к стандартным формам булевых функций.
6. Классификация двоичных наборов. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевых функций. Основные правила минимизации булевых функций в геометрической интерпретации. Минимизация булевых переменных 3-х переменных.
7. Метод Карно минимизации булевых функций 4-х переменных. Структура карты Карно.
8. Аналитический метод Куайна минимизация булевых функций. Классификация дизъюнктивных нормальных форм. Операции упрощения метода Куайна. Алгоритм минимизации метода Куайна. Сокращенная ДНФ, тупиковая ДНФ, минимальная ДНФ.

#### **Раздел «Функциональная полнота булевых функций»**

9. Определение функционально полных наборов. Алгебра Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Теорема Жегалкина о представлении булевых функций полиномами Жегалкина. Функционально полный набор операций алгебры Жегалкина.
10. Класс функций, сохраняющих константу 0. Класс функций, сохраняющих константу 1. Класс монотонных функций. Класс линейных функций. Класс самодвойственных функций. Доказательство теорем о замкнутости классов Поста относительно операций замены переменных и суперпозиции. Определение количества функций в каждом классе.
11. Ослабленная теорема Поста о функциональной полноте. Фиксированные и переменные функции в полных наборах.
12. Основная теорема Поста о функциональной полноте. Классы Поста в функционально полных наборах. Примеры формирования функционально полных наборов.

#### **Раздел «Комбинаторные схемы»**

13. Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.
14. Бином Ньютона, полиномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов, вычисление значений различных сумм биномиальных коэффициентов.

## Раздел «Производящие функции»

15. Производящие функции. Операции с производящими функциями: линейные операции, сдвиг начала влево–вправо, частичные суммы, дополнительные частичные суммы, изменение масштаба.
16. Обобщенное правило произведения. Обобщенный принцип включения и исключения, следствие.
17. Линейные рекуррентные соотношения. Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений.

## Вопросы для экзамена (второй семестр)

(лекций 54 часов, практических занятий 36 часа)

### Раздел «Теория графов»

1. *(Основные определения)* Представления графов: матрица смежности, матрица инцидентности, матрица весов, список ребер графа, структура смежности. Ориентированный граф, подграф, псевдограф, простой граф, дополнительный граф, плоский граф. Смежность и инцидентность вершин и ребер графа, Маршрут (путь) на графе, цепь, цикл, простая цепь и цикл, гамильтоновы цепи и циклы. Дерево, лес.
2. Понятие отношения эквивалентности. Компоненты связности. Алгоритм выделения компонент связности (множественное описание).
3. Эйлеровы графы. Эйлеровы цепи и циклы. Теорема Эйлера о существовании Эйлерова пути на графе.
4. Определение остовного дерева. Жадный алгоритм построения минимального остовного дерева. Множественное описание алгоритмов. Сложность алгоритма построения минимального остовного дерева.
5. Кратчайшие пути на графе. Алгоритм определения минимального расстояния между вершинами в простом орграфе с неотрицательными весами. Множественное описание алгоритма, сложность алгоритма.
6. Транспортные сети. Определение транспортной сети, потока по транспортной сети, разреза, мощности разреза. Теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке по транспортной сети. Алгоритм пометок для построения максимального потока. Сложность алгоритма построения максимального потока.
7. Двудольные графы. Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
8. Теорема о максимальном паросочетании в двудольном графе.
9. Система различных представителей. Теорема Ф.Холла о существовании различных представителей. Интерпретация системы различных представителей двудольным графом.

10. Теорема-алгоритм решения задачи о назначениях, сложность алгоритма.
11. Клики, независимые множества. Хроматические графы. Неявная раскраска вершин графа. Оптимальная раскраска – метод Магу.

### **Раздел «Алгебраические структуры»**

12. Определение группы, подгруппы. Смежные левые (правые) классы. Теорема Лагранжа.
13. Циклические группы, теоремы о циклических группах.
14. Нормальный делитель, фактор группа.
15. Гомоморфизм групп. Доказать, что ядро и образ гомоморфизма являются подгруппами.
16. Элементы теории чисел. Сравнения, свойства сравнений. Приведенная система вычетов.
17. НОД, НОК, алгоритм Евклида получения НОД, Эратосфеново решето (уметь объяснить алгоритм Эратосфенова решета).
18. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера. Теорема Эйлера.
19. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.

### **Раздел «Теория кодирования»**

20. Алфавитное кодирование. Доказать, что префиксный алфавитный код является делимым.
21. Доказать неравенство Крафта–Макмиллана для делимого алфавитного кода (необходимое и достаточное условие).
22. Стоимость алфавитного кода. Кодирование Хаффмена — кодирование с минимальной избыточностью.
23. Двоичное дерево Хаффмена (его структура). Сложность поиска по дереву Хаффмена. Оптимальность дерева Хаффмена. Оптимальный префиксный код Хаффмена. Сжатие данных методом Хаффмена.
24. Сжатие и распаковка LZ-методом. Перемешанный словарь LZ-сжатия. Дерево словаря LZ распаковки.
25. Кодирование с исправлением ошибок. Матричное кодирование. Групповые коды. Порождающие матрицы кода. Декодирование групповых кодов. Коды Хемминга. Проверочная и порождающая матрицы кода Хемминга.

## Примеры экзаменационных билетов в 4-м семестре

### Экзаменационный билет №1

1. (Теория) Листы и блоки, разложение связного графа на листы и блоки. Отношения эквивалентности: циклически-реберная связность вершин, сильная циклическая связность ребер. Фундаментальное множество циклов (DFS-базис).
2. (Теория) Правило суммы. Правило произведения. Размещения с повторениями, размещения без повторений. Перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.
3. (Задача) Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

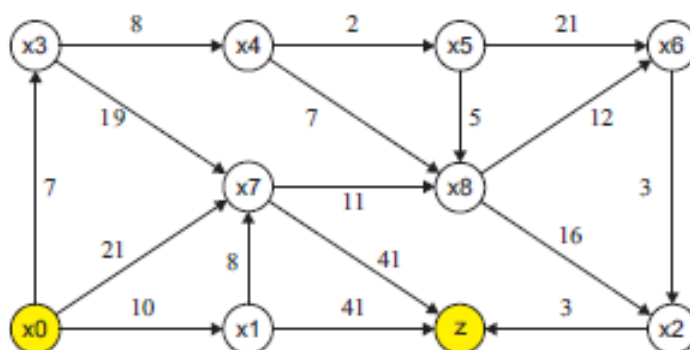


Рис. 1

### Экзаменационный билет №2

1. (Теория) Двудольные графы. Определение двудольного графа. Необходимые и достаточные условия существования двудольного графа. Паросочетания. Алгоритм чередующихся цепей для определения максимального паросочетания.
2. (Теория) Обобщенный принцип включения и исключения, следствие.
3. (Задача) Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

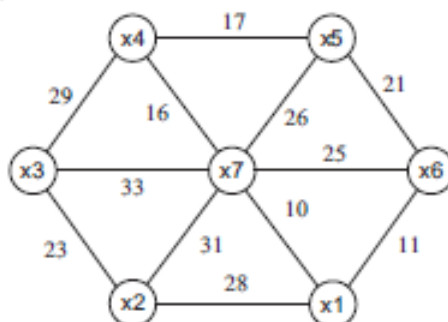


Рис. 2

## Критерии оценки

100–86 баллов — если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

85–76 баллов — знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

75–61 балл — фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определено и последовательно изложить ответ.

60–50 баллов — незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

## Критерии выставления оценки студенту на зачете/ экзамене

Баллы (рейтинго- вой оценки)	Оценка зачета/ экзамена (стандарт- ная)	Требования к сформированным компетенциям
100-86	«зачтено»/ «отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
85-76	«зачтено»/ «хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
75-61	«зачтено»/ «удовле- тво- рительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

60-50	«не за- чтено»/ «неудовле- тво- рительно»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.
-------	---	---

### Оценочные средства для текущей аттестации

Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных мероприятий (контрольной работы, экспресс-контроль, домашнее задание) по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная активность (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

**Контрольная работа** является формой контроля усвоения студентами практической части курса. Выполняется студентами во время практических занятий по завершению изучения практической части разделов курса. Контрольная работа сдается преподавателю на проверку и оценивается в форме дифференцированного зачета.

Контрольная работа считается выполненной успешно при получении оценок «отлично», выполнены задания с несущественными замечаниями, «хорошо», выполнено не менее 80% заданий, или «удовлетворительно», выполнено не менее 65% заданий. При получении оценки «неудовлетворительно» контрольная работа считается не сданной, а соответствующий раздел практикума неусвоенным.

Студенту предоставляется возможность пересдать контрольную работу один раз во время консультаций по дисциплине с получением оценки на один балл ниже.

В течение двух семестров студенты выполняют пять контрольных работ по различным разделам курса.



### Контрольные задания в 1-м семестре

1. Системы счисления, булевы функции.  
Минимизация булевых функций.  
Полнота булевых функций.
2. Комбинаторные схемы.  
Линейные рекуррентные соотношения.

### Контрольные задания во 2-м семестре

3. Маршруты на графе,  
Остовные деревья.  
Потоки в сетях.
4. Двудольные графы, паросочетания.  
Хроматические графы, раскраска графов.
5. Теория групп и приложения.

Варианты контрольных заданий охватывают все разделы курса. Для успешного выполнения контрольных заданий студент должен изучить соответствующие материалы лекционного курса, материалы практических занятий и выполнить (в первую очередь) по данной теме соответствующее индивидуальное домашнее задание.

Контрольные работы по срокам проведения приурочены к защите (и выполнению) соответствующих индивидуальных домашних заданий. Наполнение задачами вариантов контрольных заданий выполняется из общей базы перечня задач, предлагаемых студентам в качестве индивидуальных домашних заданий.

Решение контрольных задач оцениваются по сто-бальной шкале. Количество баллов за контрольную работу выставляется пропорционально числу решенных задач. Выставленные баллы с весовыми коэффициентами вносятся в общий суммарный балл экзаменационной оценки в соответствующем семестре.

### План-график проведения контрольных работ по дисциплине

№ п/п	Сроки проведения (номера учебных недель)	Вид контрольной работы	Нормы времени на выполнение (в часах)	Форма контроля
<b>Первый семестр</b>				
1.	11	КР1 «Системы счисления, булевы функции. Минимизация булевых функций. Полнота булевых функций»	2	Проведение КР1
2.	17	КР2 «Комбинаторные схемы. Линейные рекуррентные соотношения»	2	Проведение КР2
3.	18	Сдача зачета	7	Прием зачета

Второй семестр				
4.	7	КР3 «Маршруты на графе. Остовные деревья. Потоки в сетях»	2	Проведение КР3
5.	14	КР4 «Двудольные графы, паросочетания. Хроматические графы, раскраска графов.»	2	Проведение КР4
6.	17	КР5 «Теория групп и приложения»	2	Проведение КР5
7.	Сессия	Сдача экзамена	11	Прием экзамена

### Комплект заданий для контрольной работы

**Тема: «Булева алгебра: системы счисления, булевы функции, минимизация булевых функций, полнота булевых функций».**

#### В а р и а н т 1.

#### *Булева алгебра — контрольная работа*

1. Выполнить перевод чисел  
 $661_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  
 $0.765_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
2. Составить таблицу истинности  
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$ .
3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе  
 1).  $xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee xyz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$ .  
 2).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна  
 $\bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}zw \vee xy\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .  
 $x\bar{y}z\bar{w} \vee xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .  
 $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \sim y, x \vee y, 0\}$ .  
 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, \neg(x \oplus y \oplus z)\}$ .  
 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
 а).  $f = x \rightarrow (x \rightarrow y)$ . б).  $f = xy \vee yz \vee zx \rightarrow z$ .  
 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
 а).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \sim z$ . б).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_n \oplus 1$ .

## Вариант 2.

### Булева алгебра — контрольная работа

1. Выполнить перевод чисел  
 $799_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  
 $0.692_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
2. Составить таблицу истинности  
 $f(x, y, z) = \neg(y \vee x \vee z) \vee x \oplus \neg(y|x)$ .
3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xyz$ .
  - 2).  $x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z$ .
4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $xyzw \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}zw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 2).  $xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z$ . б).  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ .  
4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \rightarrow z$ . б).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_{2n} \oplus 1$ .

## Вариант 3.

### Булева алгебра — контрольная работа

1. Выполнить перевод чисел  
 $338_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  
 $0.273_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
2. Составить таблицу истинности  
 $f(x, y, z) = x \vee x \oplus z | \neg(x \oplus y) \oplus y$ .
3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee xyz$ .
  - 2).  $x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z$ .
4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $xyzw \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}zw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}y\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 2).  $xyz\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{z}w \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}$ .
  - 3).  $y\bar{z}\bar{w} \vee xy\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}w \vee x\bar{y}w \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}w$ .
5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z$ . б).  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ .  
4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \rightarrow z$ . б).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_{2n} \oplus 1$ .

#### Вариант 4.

##### Булева алгебра — контрольная работа

1. Выполнить перевод чисел  
 $817_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  
 $0.711_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
2. Составить таблицу истинности  
 $f(x, y, z) = x \downarrow \neg(y \sim z) \oplus \neg(xy)|x$ .
3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee xy\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z$ .
  - 2).  $\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$ .
4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, xy, 1\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{xy \oplus z, (x \sim y) \oplus z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy \oplus yz \oplus zx \oplus z$ . б).  $f = x \leftrightarrow (y \leftrightarrow x)$ .  
4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \rightarrow z$ . б).  $f = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \dots \oplus \bar{x}_{2n} \oplus 1$ .

#### Вариант 5.

##### Булева алгебра — контрольная работа

1. Выполнить перевод чисел  
 $318_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  
 $0.991_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
2. Составить таблицу истинности  
 $f(x, y, z) = \neg(x|y) \oplus \neg(z) \downarrow x|z$ .
3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе
  - 1).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z}$ .
  - 2).  $\bar{x}y\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}$ .
4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $\bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 2).  $x\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yz\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w} \vee \bar{x}yzw \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee x\bar{y}z\bar{w} \vee xy\bar{z}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{w}$ .
  - 3).  $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz \vee \bar{x}\bar{z}\bar{w} \vee yzw \vee xz\bar{w} \vee x\bar{y}\bar{w} \vee \bar{x}\bar{y}zw \vee \bar{x}yz\bar{w}$ .
5. 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\bar{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \sim y, xy, 0\}$ .  
2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \leftrightarrow y, x \leftrightarrow \bar{y}z\}$ .  
3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = xy(x \oplus y)$ . б).  $f = x \leftrightarrow (x \leftrightarrow y)$ .  
4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$ . б).  $f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{n+1}$ .

## Вариант 6.

### Булева алгебра — контрольная работа

1. Выполнить перевод чисел  
 $441_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .  
 $0.815_{10} = x_2 = y_8 = z_{16}$ .
2. Составить таблицу истинности  
 $f(x, y, z) = x \downarrow \neg(y \sim z) \oplus \neg(xy)|x$ .
3. Выполнить минимизацию на 3-мерном кубе  
 $\overline{x}y\overline{z} \vee \overline{x}\overline{y}z \vee x y z \vee \overline{x}y z \vee x \overline{y} z \vee x \overline{y} \overline{z}$ .  
 $\overline{x}\overline{y}z \vee x y \overline{z} \vee x \overline{y} z \vee \overline{x}\overline{y} z \vee \overline{x}y z \vee x y z$ .
4. Выполнить минимизацию методами Карно и Куайна
  - 1).  $x y z w \vee x \overline{y} z \overline{w} \vee x \overline{y} z w \vee \overline{x} \overline{y} z w \vee x \overline{y} \overline{z} w \vee \overline{x} y \overline{z} w \vee \overline{x} \overline{y} \overline{z} w \vee \overline{x} \overline{y} z \overline{w}$ .
  - 2).  $x y z \overline{w} \vee \overline{x} y z \overline{w} \vee x \overline{y} z w \vee \overline{x} \overline{y} z w \vee x \overline{y} \overline{z} w \vee \overline{x} \overline{y} \overline{z} w \vee x y \overline{z} \overline{w} \vee \overline{x} y \overline{z} \overline{w}$ .
  - 3).  $y \overline{z} \overline{w} \vee x y \overline{z} \vee \overline{y} \overline{z} w \vee x \overline{y} w \vee \overline{x} y z \overline{w} \vee \overline{x} \overline{y} \overline{z} w$ .
5.
  - 1). Проверить, что набор  $\sigma$  полный и получить:  $\overline{x}, x \cdot y, x \vee y$ .  
 $\sigma = \{x \oplus y, x \vee y, 1\}$ .
  - 2). Проверить, является ли полным набор  $\sigma$ ?  
 $\sigma = \{x \rightarrow y, x \rightarrow \overline{y}z\}$ .
  - 3). Какие из перечисленных функций являются монотонными?  
а).  $f = x \rightarrow (y \rightarrow x)$ . б).  $f = xy(x \oplus y)$ .
  - 4). Проверить, являются ли функции самодвойственными?  
а).  $f = (x \rightarrow y) \rightarrow \overline{x \cdot z} \rightarrow (y \rightarrow z)$ . б).  $f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{2n+1} \oplus 1$ .

## Комплект заданий для контрольной работы

Тема: «Подсчет и оценивание: комбинаторные формулы, линейные рекуррентные соотношения».

### Вариант 1.

#### Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых встречается 1, или тех, в записи которых ее нет?
2. Бросают  $m$  игральных костей, помеченных числами 1,2,3,4,5,6. Сколько может получиться различных результатов (результаты, отличающиеся порядком очков, считаются одинаковыми)?
3. Показать, что если  $n = 30m$ , то число целых, не превосходящих  $n$  и не делящихся ни на одно из чисел 6, 10, 15, равно  $22m$ .
4. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (3k - 5)(-1)^k C_n^k$ .
5. Решить линейные рекуррентные соотношения:
  - 1).  $u_{n+2} + 3u_{n+1} + 2u_n = 0, u_0 = -2, u_1 = 2$
  - 2).  $u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 1, u_0 = 0, u_1 = 1$



## Вариант 2.

### Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Найти число подмножеств множества  $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .
2. Сколькими способами можно разложить 9 книг в 4 бандероли по 2 книги и в 1 бандероль 1 книгу (порядок бандеролей не принимается во внимание)?
3. Сколько существует чисел от 0 до  $10^n$ , которые не содержат две идущие друг за другом одинаковые цифры?
4. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (k^2 + 1)C_n^k$ .
5. Решить линейные рекуррентные соотношения:
  - 1).  $u_{n+2} + 2u_{n+1} - 3u_n = 0$ ,  $u_0 = 0, u_1 = 1$
  - 2).  $u_{n+2} - u_{n+1} - 6u_n = -1$ ,  $u_0 = -2, u_1 = 1$

## Вариант 3.

### Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Сколькими способами можно составить три пары из  $n$  шахматистов?
2. Сколькими способами можно раскрасить квадрат, разделенный на девять частей, четырьмя цветами таким образом, чтобы в первый цвет были окрашены 3 части, во второй — 2, в третий — 3, в четвертый — 1 часть?
3. Город имеет вид прямоугольника, разделенного улицами на квадраты. Таких улиц в направлении с севера на юг равно  $n$ , а в направлении с востока на запад —  $k$ . Сколько имеется кратчайших дорог от одной из вершин прямоугольника до противоположной?
4. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (7k^2 + 3)C_n^k$ .
5. Решить линейные рекуррентные соотношения:
  - 1).  $u_{n+2} + 2u_{n+1} - 3u_n = 0$ ,  $u_0 = -2, u_1 = 1$
  - 2).  $u_{n+2} - u_{n+1} - 2u_n = -1$ ,  $u_0 = 1, u_1 = 3$

## Вариант 4.

### Комбинаторные схемы — контрольная работа

1. Имеется  $n$  одинаковых вещей и еще  $n$  различных вещей. Сколькими способами можно выбрать из них  $n$  вещей?
2. В колоде 52 карты. В скольких случаях при выборе из колоды 10 карт среди них окажутся: а) хотя бы один туз; в) не менее двух тузов; г) ровно два туза?
3. Даны  $2n$  различных предметов  $a_1, a_1, a_2, a_2, \dots, a_n, a_n$ . Сколько существует перестановок из этих  $2n$  предметов, в которых не стоят рядом одинаковые элементы? *Указание: воспользоваться правилом включения и исключения.*
4. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{k+1} + 2k\right)C_n^k$ .
5. Решить линейные рекуррентные соотношения:
  - 1).  $u_{n+2} + 4u_{n+1} + 3u_n = 0$ ,  $u_0 = -2, u_1 = 2$
  - 2).  $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = -2$ ,  $u_0 = 0, u_1 = 1$

**Вариант 5.****Комбинаторные схемы — контрольная работа**

1. Сколькими способами можно указать на шахматной доске  $2n \times 2n$  белый и черный квадраты, не лежащие на одной горизонтали и вертикали?
2. Сколькими способами можно расставить  $k$  ладей на шахматной доске размером  $n \times m$  так, чтобы они не угрожали друг другу, т. е. так, чтобы никакие две из них не стояли на одной вертикали или горизонтали?
3. Доказать, что нечетное число предметов можно выбрать из  $n$  предметов  $2^{n-1}$  способами.
4. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (3k+1)^2 C_n^k$ .
5. Решить линейные рекуррентные соотношения:
  - 1).  $u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0$ ,  $u_0 = -2, u_1 = 2$
  - 2).  $u_{n+2} + 3u_{n+1} + 2u_n = 2$ ,  $u_0 = 0, u_1 = 1$

**Вариант 6.****Комбинаторные схемы — контрольная работа**

1. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
2. В скольких случаях при игре в «Спортлото» угадывание 5 номеров из 36 будут правильно выбраны: а) ровно 3 номера; б) не менее 3 номеров?
3. Определить количество целочисленных решений системы  $x_1 + x_2 + x_3 = 40, x_1 \geq 3, x_2 \geq 0, x_3 \geq 2$ .
4. Найти сумму  $\sum_{k=0}^n (5k+8)(-1)^k C_n^k$ .
5. Решить линейные рекуррентные соотношения:
  - 1).  $u_{n+2} + 5u_{n+1} + 6u_n = 0$ ,  $u_0 = 1, u_1 = 3$
  - 2).  $u_{n+2} + 3u_{n+1} + 2u_n = 2$ ,  $u_0 = -1, u_1 = 2$

## Комплект заданий для контрольной работы

### Тема: «Теория графов: маршруты на графе, остовные деревья, потоки в сетях, хроматические графы, эйлеровы графы, листовые множества, мосты, блоковые множества».

**Вариант 1.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)  
 Теория графов – контрольная работа

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.  
 Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

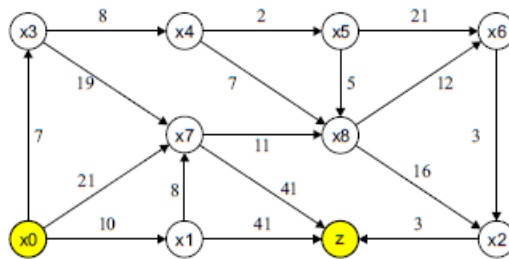


Рис. 1

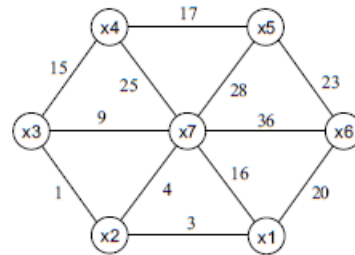


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).  
 Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

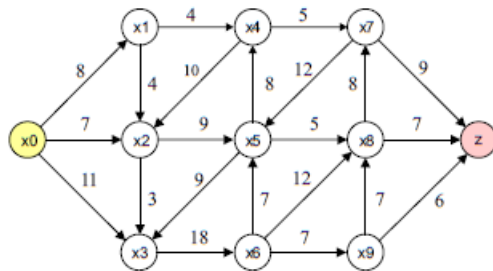


Рис. 3

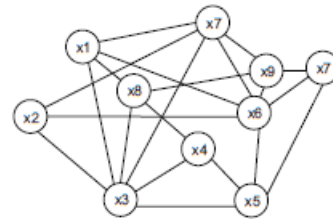


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.



**Вариант 2.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)  
*Теория графов — контрольная работа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

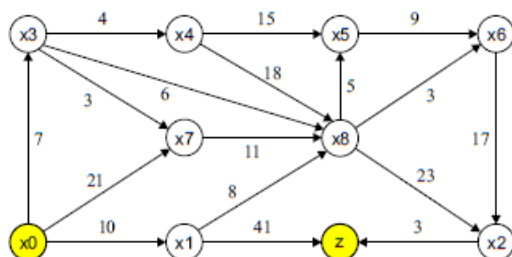


Рис. 1

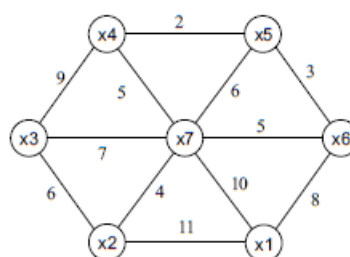


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 4), выделить блокные множества (блоки) графа (рис. 4).

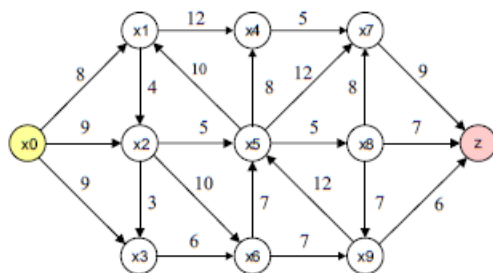


Рис. 3

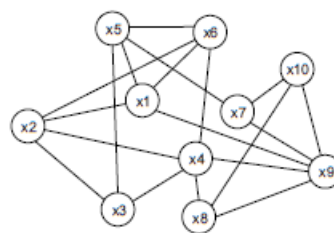


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

**Вариант 3.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)  
*Теория графов — контрольная работа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.  
 Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

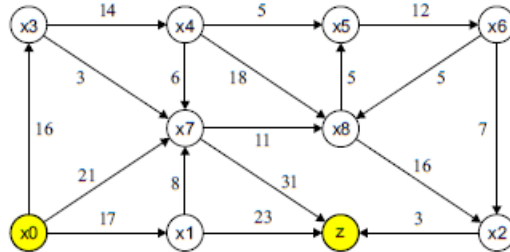


Рис. 1

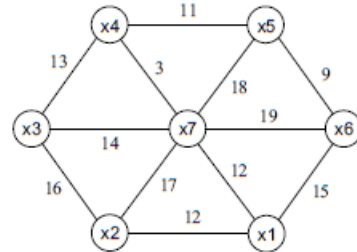


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).  
 Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листьев (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

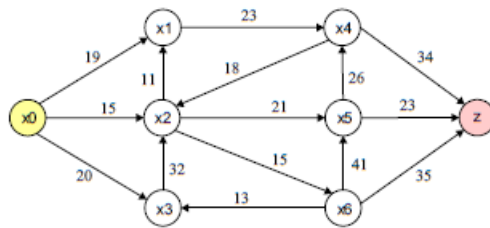


Рис. 3

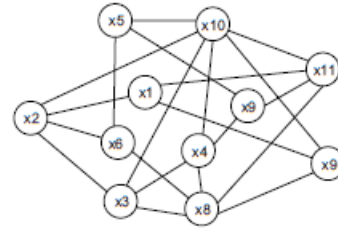


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис.1–рис.4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

**Вариант 4.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)  
*Теория графов — контрольная работа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

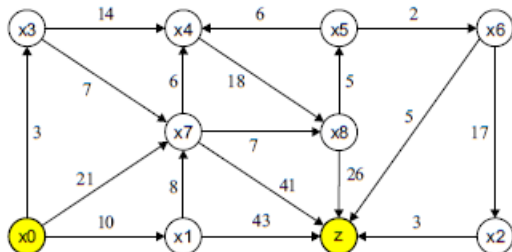


Рис. 1

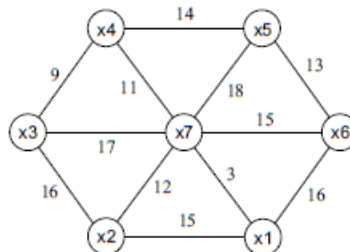


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листьев (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

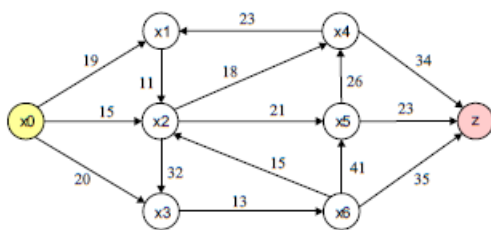


Рис. 3

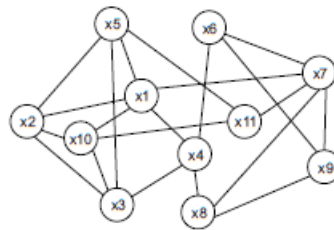


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис.1–рис.4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

**Вариант 5.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)  
*Теория графов — контрольная работа*

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.

Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

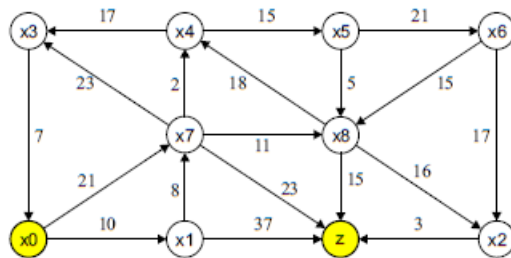


Рис. 1

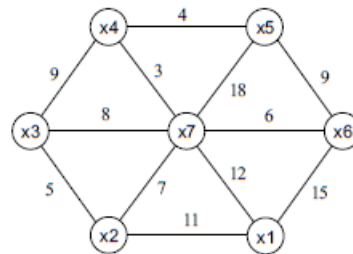


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).

Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листовых множеств (блоки) графа (рис. 4).

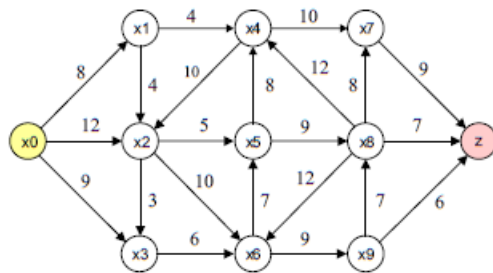


Рис. 3

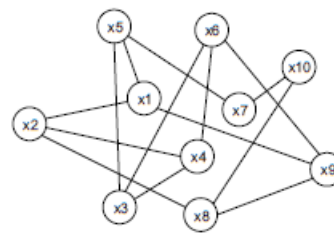


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.

**Вариант 6.** Иванов Б.Н. (ДВФУ)  
 Теория графов — контрольная работа

1. Найти минимальные маршруты из вершины  $x_0$  до всех вершин графа (рис. 1), алгоритм Дейкстры.  
 Найти минимальное остовное дерево графа (рис. 2), жадный алгоритм (алгоритм Краскала) и алгоритм ближайшего соседа (алгоритм Прима). Построить фундаментальное множество циклов графа относительно найденного минимального остовного дерева.

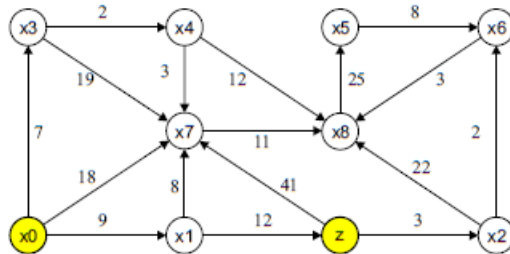


Рис. 1

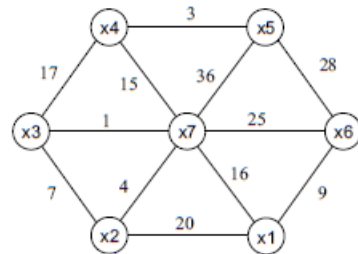


Рис. 2

2. Найти максимальный поток из  $x_0$  в  $z$  (рис. 3), алгоритм Форда и Фалкерсона (алгоритм пометок).  
 Найти минимальную раскраску и хроматическое число графа (рис. 4), алгоритм Магу (полный перебор) и неявная схема раскраски графа (приближенный алгоритм). Выделить листовые множества (листья) и мосты листов (рис. 4), выделить блоковые множества (блоки) графа (рис. 4).

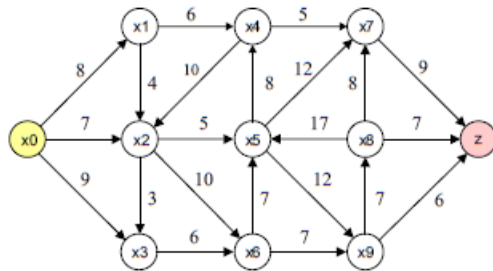


Рис. 3

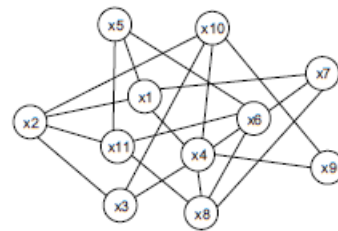


Рис. 4

3. Рассмотреть графы на рис. 1–рис. 4. как неориентированные. Установить какие из них являются эйлеровыми. Для одного из таких (если таковые есть) построит эйлеров путь.



## Комплект заданий для контрольной работы

### Тема: «Теория групп и приложения»

#### Вариант 1.

##### Теория групп и приложения — контрольная работа

1. Показать, что  $G_6 = \{1, -1\}$  — группа с операцией умножения чисел;
2. Пусть  $G$  — группа и  $r \in G$  — фиксированный элемент. Определим отображение  $\varphi : G \rightarrow G$  формулой  $\forall g \in G \varphi(g) = r^{-1}gr$ . Докажите, что  $\varphi$  — изоморфизм группы на себя.
3. Пусть  $H \subset S_4$ , где  $S_4$  — симметрическая группа. Будет ли  $H$  подгруппой в следующих случаях:  
 $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ ;
4. Показать, что  $G_8$  — множество вещественных чисел является группой относительно операцией сложения и умножения (без нуля).
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 3375 и 145.

#### Вариант 2.

##### Теория групп и приложения — контрольная работа

1. Показать, что  $G_5$  — множество ортогональных матриц порядка  $n$  является группой с операцией умножения матриц;
2. Доказать, что если в квадратной матрице порядка  $n$  содержится нулевая подматрица размера  $r \times s$  и  $r + s > n$ , то определитель матрицы равен нулю.
3. Пусть  $H \subset S_4$ , где  $S_4$  — симметрическая группа. Будет ли  $H$  подгруппой в следующих случаях:  
 $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}$ .
4. Определить множество левых и правых смежных классов симметрической группы  $S_3$  по подгруппе  $H$ , где  $H$  — циклическая подгруппа с образующим элементом  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Доказать что  $H$  — нормальный делитель.
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 6535 и 325.

#### Вариант 3.

##### Теория групп и приложения — контрольная работа

1. Показать, что  $G_3 = \{2^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$  — группа с операцией умножения чисел;
2. Пусть  $G_1 = \{x \in \mathbb{R}^+\}$  и  $G_2 = \{x \in \mathbb{R}\}$ , где  $\mathbb{R}^+$  — положительные вещественные числа,  $\mathbb{R}$  — вещественные числа. Показать, что  $G_1$  — группа с операцией умножения,  $G_2$  — группа с операцией сложения. Рассмотрим отображение  $\varphi : G_1 \rightarrow G_2$  такое, что  $\forall x \in G_1 \varphi(x) = \ln(x) \in G_2$ . Показать, что  $\varphi$  — изоморфизм групп.
3. Пусть  $G$  — циклическая группа,  $|G| = m$ . Показать, что число образующих группы равно  $\varphi(m)$  — функция Эйлера.
4. Показать, что циклическая группа — коммутативна.
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 7525 и 545.

#### В а р и а н т 4.

##### *Теория групп и приложения — контрольная работа*

1. Показать, что  $G_4$  — множество квадратных матриц порядка  $n$ , определитель которых не равен нулю, является группой с операцией умножения матриц;
2. Пусть  $M$  подмножество группы  $G$  и  $\forall a, b \in M$  выполняется  $ab^{-1} \in M$ . Показать, что  $M$  — подгруппа.
3. Найти порядок группы, порожденной подстановкой  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .
4. Показать, что число образующих циклической группы  $G = \{g, g^2, \dots, g^n = e\}$  равно значению функции Эйлера  $\varphi(n)$  — количество чисел из множества  $\{1, 2, \dots, n-1\}$  взаимно простых с  $n$ .
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 3775 и 175.

#### В а р и а н т 5.

##### *Теория групп и приложения — контрольная работа*

1. Показать, что  $G_2 = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$  — группа с операцией сложения чисел;
2. Пусть  $G_1, G_2$  — группы и отображение  $f : G_1 \rightarrow G_2$  — гомоморфизм. Показать, что ядро и образ гомоморфизма являются подгруппами.
3. Пусть  $G$  — циклическая группа. Показать, что элементы группы одинакового порядка являются образующими одной и той же подгруппы  $H \subseteq G$ .
4. Показать, что  $G_7$  — множество рациональных чисел является группой относительно операций сложения и умножения (без нуля);
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 8635 и 415.

#### В а р и а н т 6.

##### *Теория групп и приложения — контрольная работа*

1. Показать, что  $G_1 = \{n \mid n \in \mathbb{Z}\}$  — группа с операцией сложения чисел, где  $\mathbb{Z}$  — множество целых чисел;
2. Докажите, что если порядок группы  $G$  равен  $2n$  и  $H$  — подгруппа порядка  $n$  группы  $G$ , то  $H$  — ее нормальный делитель.
3. Пусть  $G$  — группа порядка  $|G| = p$ ,  $p$  — простое число. Показать, что  $G$  — циклическая группа.
4. Пусть  $G$  — группа. Показать, что  $\forall g \in G$  найдется такое целое  $k$ , что  $g^k = e$ .
5. Найти наименьшее общее кратное чисел 6375 и 630.

## Комплект заданий для контрольной работы

### Тема: «Кодирование: код и дерево Хаффмена, код Фано, сжатие LZ – методом».

#### Вариант 1.

##### *Теория кодирования – контрольная работа*

1. Данные входного потока:  
fdahfcbadadbhffbcdfahcahh  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
0110111110010000111010011101111  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
fdahfcbadadbhffbcdfahcahh  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

#### Вариант 2.

##### *Теория кодирования – контрольная работа*

1. Данные входного потока:  
abhfbddhdbhddhbfabhfbcbd  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
1110111110101110001111111001100101  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
abhfbddhdbhddhbfabhfbcbd  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.



### Вариант 3.

#### *Теория кодирования — контрольная работа*

1. Данные входного потока:  
bhhbfdccdcdaafdaffcchbhhdh  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
1010100100000011111000100110100  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
bhhbfdccdcdaafdaffcchbhhdh  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

### Вариант 4.

#### *Теория кодирования — контрольная работа*

1. Данные входного потока:  
hhfccbcfachhbadfahhabfcah  
1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.  
2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
10110111011110100111111111011011101110  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
hhfccbcfachhbadfahhabfcah  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

**Вариант 5.**

*Теория кодирования — контрольная работа*

1. Данные входного потока:  
abdbhdcbhcdhffdhadhhchdbb
  - 1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.
  - 2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
1011101101000001111110000101110  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
abdbhdcbhcdhffdhadhhchdbb  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.

**Вариант 6.**

*Теория кодирования — контрольная работа*

1. Данные входного потока:  
afddhachcccdacaabfhhcaff
  - 1). Построить дерево Хаффмена и оптимальный алфавитный код Хаффмена. Вычислить стоимость кода.
  - 2). Построить алфавитный код Фано. Вычислить стоимость данного кода.
2. Данные выходного потока:  
110101110110100001110010110100110  
Декодировать насколько возможно выходной поток данных по составленным выше кодовым схемам Хаффмена и Фано.
3. Данные входного потока:  
afddhachcccdacaabfhhcaff  
Сжать входной поток данных на основе схемы ведения словаря фрагментов (LZ-метод). Полагая, что коды фрагментов упаковываются в 9 бит, вычислить сколько байт будет занимать сжатый выходной поток данных.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК ДФУ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**по дисциплине «Дискретная математика»**  
**Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и**  
**администрирование информационных систем**  
**профиль: «Технология программирования»**

**Форма подготовки: очная**

**Владивосток**

**2015**

По данному курсу изданы пособия:

1. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс // Учебное пособие. Гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. – М: Известия, 2011. – 512 с. [[Иванов, 2011](#)] (пособие в печатном виде в свободном доступе в библиотеке ДВФУ, 25 экземпляров) <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:418440&theme=FEFU>.
2. Иванов Б.Н. Материалы для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дискретная математика». Разделы «Математическая логика и Комбинаторные схемы» // Учебное электронное издание для студентов направления подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» г. Владивосток, Дальневосточный федеральный университет, 2014. – 48 с. (зарегистрировано 23.12.2014 года) [https://bb.dvfu.ru/bbcswebdav/pid-126770-dt-content-rid-426605\\_1/courses/FU50708-02.03.03-DM-01/IDZ-1.pdf](https://bb.dvfu.ru/bbcswebdav/pid-126770-dt-content-rid-426605_1/courses/FU50708-02.03.03-DM-01/IDZ-1.pdf)